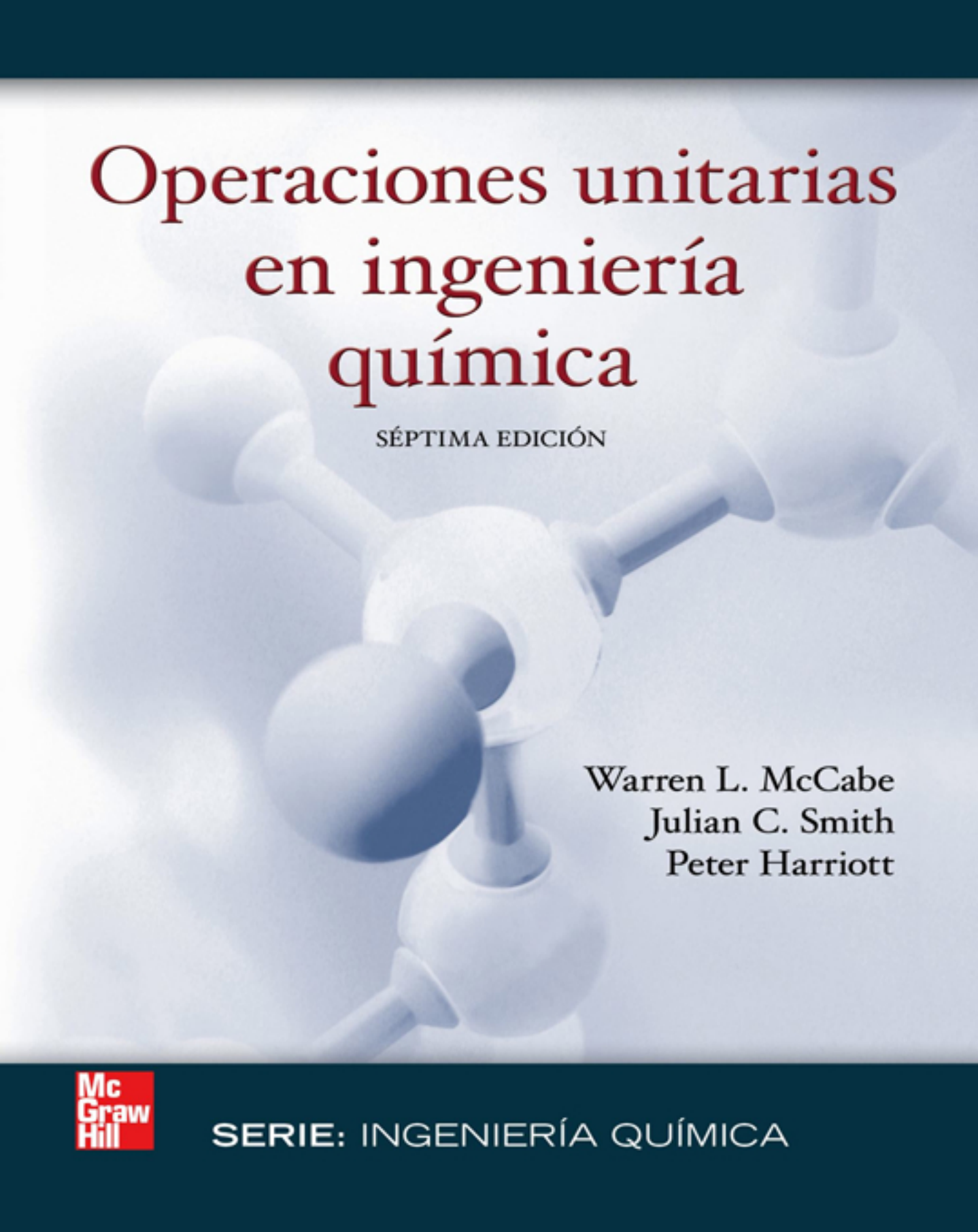




Operaciones unitarias en ingeniería química

SÉPTIMA EDICIÓN

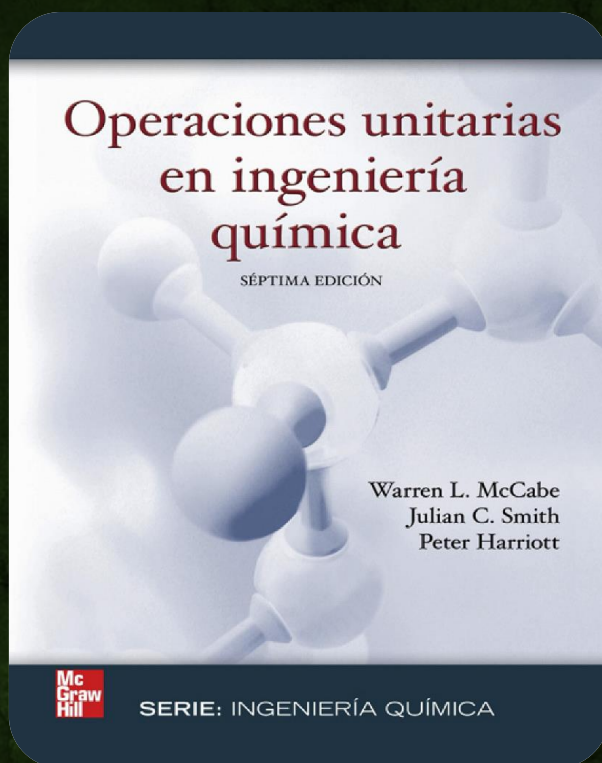
Warren L. McCabe
Julian C. Smith
Peter Harriott



SERIE: INGENIERÍA QUÍMICA

eBook

Operaciones Unitarias en Ingeniería Química



Warren L. McCabe
Julian C. Smith
Peter Harriott

Séptima edición

OPERACIONES UNITARIAS EN INGENIERÍA QUÍMICA

SÉPTIMA EDICIÓN

OPERACIONES UNITARIAS EN INGENIERÍA QUÍMICA

SÉPTIMA EDICIÓN

Warren L. McCabe

North Carolina State University

Julian C. Smith

Cornell University

Peter Harriot

Cornell University

Revisor técnico

René Huerta Cevallos

Universidad Iberoamericana, Ciudad de México



MÉXICO • AUCKLAND • BOGOTÁ • BUENOS AIRES • CARACAS • GUATEMALA
LISBOA • LONDRES • MADRID • MILÁN • MONTREAL • NUEVA DELHI • NUEVA YORK
SAN FRANCISCO • SAN JUAN • SAN LUIS • SANTIAGO
SÃO PAULO • SIDNEY • SINGAPUR • TORONTO

Director Higher Education: Miguel Ángel Toledo Castellanos

Director Editorial: Ricardo del Bosque Alayón

Editor Sponsor: Pablo Eduardo Roig Vázquez

Editora de Desarrollo: Ana Laura Delgado Rodríguez

Supervisor de Producción: José Alberto Fernández Uriza

Traductor: Alejandro Carlos Piombo Herrera

OPERACIONES UNITARIAS EN INGENIERÍA QUÍMICA

Séptima edición

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra,
por cualquier medio, sin la autorización escrita del editor.



**McGraw-Hill
Interamericana**

DERECHOS RESERVADOS © 2007, respecto a la séptima edición en español por
McGRAW-HILL/INTERAMERICANA EDITORES, S.A. de C.V.

A Subsidiary of The McGraw-Hill Companies, Inc.

Edificio Punta Santa Fe

Prolongación Paseo de la Reforma 1015, Torre A,

Piso 17, Colonia Desarrollo Santa Fe,

Delegación Álvaro Obregón

C.P. 01376, México, D. F.

Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana, Reg. Núm. 736

ISBN-13: 978-970-10-6174-9

ISBN-10: 970-10-6174-8

Traducido de la séptima edición de *Unit Operations of Chemical Engineering*

Copyright © MMV by The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

ISBN: 0-07-284823-5

1234567890

09865432107

Impreso en México

Printed in Mexico

CONTENIDO

Acerca de los autores	XV

Prefacio	XVII

SECCIÓN I Introducción 1

1 Definiciones y principios	3
Operaciones unitarias	4
Sistemas de unidades	4
<i>Cantidades físicas / Unidades SI / Unidades cgs / Unidades de ingeniería fps / Constante de los gases / Conversión de unidades / Unidades y ecuaciones</i>	
Análisis dimensional	17
Conceptos básicos	21
<i>Ecuaciones de estado de los gases</i>	
Símbolos	25
Problemas	26
Referencias	29

SECCIÓN II Mecánica de fluidos 31

2 Estática de fluidos y sus aplicaciones	33
Equilibrio hidrostático	34
Aplicaciones de la estática de fluidos	37
Símbolos	44
Problemas	45
Referencias	46
3 Fenómenos de flujo de fluidos	47
Flujo laminar, velocidad de corte y tensión de corte	48
Propiedades reológicas de los fluidos	49
Turbulencia	55

Capas límite	63
Símbolos	68
Problemas	69
Referencias	70
4 Ecuaciones básicas del flujo de fluidos	71
Balance de masa en un fluido en movimiento: continuidad	71
Balance diferencial del momento: ecuaciones del movimiento	78
Balances macroscópicos del momento	84
Ecuación de la energía mecánica	89
Símbolos	99
Problemas	100
Referencias	102
5 Flujo de fluidos no compresibles en tuberías y canales de conducción	103
Esfuerzo cortante (tensión de corte) y fricción de superficie en tuberías	103
Flujo laminar en tuberías y canales	107
Flujo turbulento en tuberías y canales	113
Fricción debida a variaciones de velocidad o dirección	127
Símbolos	135
Problemas	136
Referencias	139
6 Flujo de fluidos compresibles	141
Definiciones y ecuaciones básicas	141
Procesos de flujo de fluidos compresibles	146
Flujo isentrópico a través de boquillas	147
Flujo adiabático con fricción	154
Flujo isotérmico con fricción	159
Símbolos	161
Problemas	163
Referencias	164
7 Flujo de fluidos alrededor de cuerpos sumergidos	165
Rozamiento y coeficientes de rozamiento	165
Flujo a través de lechos de sólidos	173
Movimiento de partículas a través de fluidos	178
Fluidización	189

Símbolos	200
Problemas	202
Referencias	205

8 Transporte y medición de fluidos 207

Tuberías, accesorios y válvulas	207
Bombas	215
<i>Bombas de desplazamiento positivo / Bombas centrífugas</i>	
Ventiladores, sopladores y compresores	228
<i>Ventiladores / Sopladores y compresores / Comparación de equipos para el movimiento de fluidos</i>	
Medición del flujo de fluidos	239
<i>Medidores de perforación total</i>	
Símbolos	255
Problemas	256
Referencias	258

9 Agitación y mezcla de líquidos 259

Tanques agitados	260
Mezcla y mezclado	281
Suspensión de partículas sólidas	288
Operaciones de dispersión	293
Selección del agitador y escalamiento	302
Símbolos	305
Problemas	307
Referencias	309

SECCIÓN III Transferencia de calor y sus aplicaciones 311

10 Transferencia de calor por conducción 315

Ley básica de conducción	315
Conducción en estado estacionario	317
Conducción de calor en estado no estacionario	325
Símbolos	337
Problemas	338
Referencias	340

11 Fundamentos del flujo de calor en fluidos 341

Equipo típico para intercambio de calor	341
Balances de energía	344

	Coeficientes de transferencia de calor y flujo de calor	347
	<i>Coeficiente global de la transferencia de calor / Coeficientes individuales de transferencia de calor</i>	
	Símbolos	360
	Problemas	361
	Referencias	362
12	Transferencia de calor en fluidos sin cambio de fase	363
	Capas límite	363
	Transferencia de calor por convección forzada en flujo laminar	367
	Transferencia de calor por convección forzada en flujo turbulento	374
	<i>Transferencia por remolinos turbulentos y analogía entre la transferencia de momento y de calor</i>	
	Transferencia de calor en la región de transición entre flujo laminar y turbulento	387
	Transferencia de calor en metales líquidos	390
	Calentamiento y enfriamiento de fluidos por convección forzada en tubos exteriores	391
	Convección natural	394
	Símbolos	401
	Problemas	403
	Referencias	406
13	Transferencia de calor en fluidos con cambio de fase	407
	Transferencia de calor desde vapores condensantes	407
	Transferencia de calor a líquidos en ebullición	420
	Símbolos	433
	Problemas	434
	Referencias	437
14	Transferencia de calor por radiación	439
	Emisión de radiación	440
	Absorción de radiación por sólidos opacos	444
	Radiación entre superficies	447
	Radiación en materiales semitransparentes	456
	Transferencia de calor combinada por conducción-convección y radiación	457
	Símbolos	459
	Problemas	460
	Referencias	462

15	Equipo para intercambio de calor	463
	Intercambiadores de calor de tubo y coraza	464
	Intercambiadores de tipo placa	480
	Equipo con superficie ampliada	484
	Tubos de calor	490
	Intercambiadores de superficie raspada	491
	Condensadores y vaporizadores	493
	Transferencia de calor en tanques agitados	497
	Transferencia de calor en lechos empacados	500
	Símbolos	505
	Problemas	506
	Referencias	510

16	Evaporación	511
	Tipos de evaporadores	513
	Funcionamiento de los evaporadores tubulares	518
	<i>Capacidad de un evaporador / Economía de un evaporador</i>	
	Recompresión del vapor	540
	Símbolos	542
	Problemas	542
	Referencias	545

SECCIÓN IV **Transferencia de masa y sus aplicaciones** **547**

17	Fundamentos de la difusión y de la transferencia de masa entre fases	553
	Teoría de la difusión	554
	Predicción de las difusividades	562
	Difusión transitoria (transiente)	567
	Teorías de transferencia de masa	569
	<i>Teoría de película / Teoría de la capa límite / Teoría de penetración / Teoría de la doble película</i>	
	Coefficientes de transferencia de materia	576
	<i>Medidas experimentales / Coeficientes para transferencia de materia a través de áreas conocidas</i>	
	Símbolos	587
	Problemas	589
	Referencias	592

18	Absorción de gases	593
	Diseño de empaques y torres empacadas	593
	Fundamentos de la absorción	604
	Absorción desde gases enriquecidos	622
	Correlaciones de transferencia de masa	629
	<i>Absorción en columnas de platos</i>	
	Absorción con reacción química	637
	Símbolos	640
	Problemas	642
	Referencias	645
19	Operaciones de humidificación	647
	Definiciones	647
	Carta (o gráfica) de humedad	652
	Temperatura del bulbo húmedo	656
	Torres de enfriamiento	660
	<i>Teoría de las torres de enfriamiento a contracorriente</i>	
	Símbolos	671
	Problemas	673
	Referencias	674
20	Operaciones de equilibrio de etapas	675
	Equipo para etapas de contacto	675
	Fundamentos de los procesos por etapas	678
	<i>Cálculo de etapas de equilibrio para sistemas multicomponentes</i>	
	Símbolos	692
	Problemas	693
	Referencias	694
21	Destilación	695
	Destilación <i>flash</i>	695
	Destilación continua con reflujo	698
	<i>Balances de materia en columnas de platos / Número de platos ideales; método de McCabe-Thiele</i>	
	Balances de entalpía	726
	Diseño de columnas de platos perforados	734
	Eficiencia de platos	746
	<i>Teoría de eficiencia de platos</i>	
	Destilación en columnas empacadas	756
	Destilación discontinua	758

	Símbolos	761
	Problemas	764
	Referencias	769
22	Introducción a la destilación multicomponente	771
	Equilibrios entre fases para la destilación multicomponente	771
	Destilación flash de mezclas multicomponentes	775
	Fraccionamiento de mezclas multicomponentes	776
	Destilación azeotrópica y extractiva	795
	Símbolos	796
	Problemas	797
	Referencias	798
23	Lixiviación y extracción	799
	Lixiviación	799
	<i>Equipo de lixiviación / Fundamentos de lixiviación continua en contracorriente</i>	
	Extracción de líquidos	808
	<i>Equipo de extracción / Fundamentos de la extracción</i>	
	Técnicas especiales de extracción	826
	<i>Extracción con fluidos supercríticos</i>	
	Símbolos	828
	Problemas	829
	Referencias	832
24	Secado de sólidos	833
	Fundamentos del secado	835
	<i>Equilibrio entre fases</i>	
	Secado con circulación transversal	841
	Secado con circulación a través del sólido	849
	<i>Secado de partículas suspendidas</i>	
	Secado por congelación	852
	Equipo de secado	853
	<i>Secadores para sólidos y pastas / Secadores para disoluciones y suspensiones / Selección de equipo de secado</i>	
	Símbolos	870
	Problemas	871
	Referencias	873
25	Separaciones en lechos fijos	875
	Adsorción	875
	Equipo de adsorción	876

Equilibrios; isothermas de adsorción / Fundamentos de la adsorción / Ecuaciones básicas de adsorción / Soluciones de las ecuaciones de transferencia de masa / Diseño de adsorbedores / Operación continua

Intercambio de iones 904

Equilibrios / Velocidades de transferencia de materia / Operación de intercambiadores de iones

Cromatografía 911

Símbolos 918

Abreviaturas 919

Problemas 920

Referencias 922

26 Procesos de separación por membrana 923

Separación de gases 923

Separación de líquidos 946

Diálisis / Membranas para extracción líquido-líquido / Pervaporación / Ósmosis inversa

Símbolos 965

Problemas 967

Referencias 969

27 Cristalización 971

Geometría de los cristales 972

Equilibrios y rendimientos 973

Nucleación 981

Crecimiento de los cristales 988

Equipo de cristalización 992

Diseño de cristalizadores: distribución del tamaño del cristal 998

Cristalizador MSMPR

Cristalización a partir de la fase fundida 1002

Símbolos 1004

Problemas 1006

Referencias 1007

SECCIÓN V Operaciones en las que intervienen partículas de sólidos 1009

28 Propiedades y tratamiento de partículas sólidas 1011

Caracterización de partículas sólidas 1011

Propiedades de masas de partículas 1018

Almacenamiento y transporte de sólidos

Mezclado de sólidos	1021
<i>Mezclado para sólidos no cohesivos / Mezcladores para sólidos cohesivos</i>	
Reducción del tamaño	1029
<i>Simulación computarizada para operaciones de molienda / Equipo para la reducción de tamaño</i>	
Molinos de ultrafinos	1040
Símbolos	1045
Problemas	1046
Referencias	1047
29 Separaciones mecánicas	1049
Tamizado	1049
<i>Equipo de tamizado</i>	
Filtración: consideraciones generales	1054
Filtros de torta	1056
<i>Filtración centrífuga / Medios filtrantes / Coadyuvantes de filtración / Fundamentos de la filtración en torta</i>	
Filtros clarificadores	1083
<i>Clarificación de líquidos / Limpieza de gases / Fundamentos de la clarificación</i>	
Filtración con flujo transversal: filtros de membrana	1087
<i>Tipos de membranas / Flujo permeado por ultrafiltración / Polarización de la concentración / Microfiltración</i>	
Procesos de sedimentación por gravedad	1106
Procesos de sedimentación centrífuga	1118
Símbolos	1130
Problemas	1133
Referencias	1136
Apéndice 1	Factores de conversión y constantes universales 1139
Apéndice 2	Grupos adimensionales 1142
Apéndice 3	Dimensiones, capacidades y pesos de tuberías estándar de acero 1144
Apéndice 4	Datos sobre tubos de condensadores e intercambiadores de calor 1145
Apéndice 5	Escala de tamices estándar Tyler 1146
Apéndice 6	Propiedades del agua líquida 1147
Apéndice 7	Propiedades del vapor saturado y del agua 1148
Apéndice 8	Viscosidades de gases 1150
Apéndice 9	Viscosidades de líquidos 1152
Apéndice 10	Conductividades térmicas de metales 1155

Apéndice 11	Conductividades térmicas de varios sólidos y materiales aislados	1156
Apéndice 12	Conductividades térmicas de gases y vapores	1158
Apéndice 13	Conductividades térmicas de líquidos distintos al agua	1159
Apéndice 14	Calores específicos de gases	1160
Apéndice 15	Calores específicos de líquidos	1161
Apéndice 16	Números de Prandtl para gases a 1 atm y 100 °C	1162
Apéndice 17	Números de Prandtl para líquidos	1163
Apéndice 18	Difusividades y números de Schmidt para gases en aire a 0 °C y 1 atm	1164
Apéndice 19	Integral de colisión y constantes de fuerza de Lennard-Jones	1165
Índice		1167

ACERCA DE LOS AUTORES

WARREN L. McCABE (1899-1982) obtuvo su doctorado de la Universidad de Michigan. Después fue vicepresidente y director de investigación de la compañía Flintkote, decano de ingeniería del Instituto Politécnico de Brooklyn y profesor de la cátedra R.J. Reynolds de ingeniería química de North Carolina State University. Durante algún tiempo se desempeñó como presidente del American Institute of Chemical Engineers.

JULIAN C. SMITH (Bioquímico, ingeniero químico, Cornell University) es profesor emérito de ingeniería química en Cornell University, institución a cuyo cuerpo docente se integró en 1946. Fue director de educación continua en ingeniería en Cornell de 1965 a 1971 y director de la Escuela de Ingeniería Química de 1975 a 1983. Se retiró de la docencia activa en 1986. Antes de incorporarse a la facultad en Cornell, trabajó como ingeniero químico en E.I. DuPont de Nemours and Co. Ha trabajado como asesor sobre desarrollo de procesos para DuPont, American Cyanamid y muchas otras compañías, así como para agencias gubernamentales. Es miembro de la American Chemical Society y del American Institute of Chemical Engineers.

PETER HARRIOTT (Ingeniero bioquímico, Cornell University; doctor en ciencias, Massachusetts Institute of Technology) ocupa la cátedra Fred H. Rhodes en Cornell University. Antes de integrarse a la facultad de Cornell en 1953, trabajó como ingeniero químico en E.I. DuPont de Nemours and Co. y en General Electric Co. En 1966 obtuvo la beca NSF Senior Postdoctoral Fellowship para estudiar el posdoctorado en el Instituto para Catálisis en Lyon, Francia; en 1988 obtuvo la beca DOE para trabajar en el Pittsburgh Energy Technology Center. El profesor Harriott es autor de *Process control* y es miembro de la American Chemical Society y del American Institute of Chemical Engineers. Ha trabajado como asesor sobre problemas de transferencia de masa, diseño de reactores y control de la contaminación del aire para el Departamento de Energía de Estados Unidos, así como para diversas empresas.

PREFACIO

La séptima edición de esta obra contiene gran cantidad de material nuevo y problemas adicionales, aunque conserva la estructura básica y el nivel general de tratamiento en relación con la edición anterior. Este libro es un texto introductorio, escrito para estudiantes universitarios de niveles iniciales y avanzados que han completado los cursos de matemáticas, física, química y la introducción a la ingeniería química. Se asume que el estudiante cuenta con conocimientos elementales de balances de la materia y energía. Debido a que se abordan temas como transferencia de calor, transferencia de masa y diseño de equipo, también es útil para químicos e ingenieros industriales.

Los capítulos separados están dedicados a cada una de las principales operaciones unitarias y se han agrupado en cuatro secciones: “Mecánica de fluidos”, “Transferencia de calor y sus aplicaciones”, “Transferencia de masa y sus aplicaciones” y “Operaciones en las que intervienen partículas de sólidos”. Los cursos pueden basarse en cualquiera de estas secciones o en una combinación de ellas. La bioingeniería no se presenta como un tema separado; sin embargo, se exponen ejemplos de procesamiento de alimentos, bioseparación y difusión en sistemas biológicos a lo largo de los capítulos.

Casi todas las ecuaciones se han escrito en unidades SI, aunque se han conservado los sistemas cgs y fps; los ingenieros químicos han de estar familiarizados con los tres sistemas. La mayoría de las ecuaciones son adimensionales y pueden aplicarse con cualquier conjunto de unidades consistentes.

LO NUEVO DE ESTA EDICIÓN

- Treinta por ciento de los problemas que aparecen al final del capítulo son nuevos o han sido revisados para esta edición. Casi todos los problemas pueden ser resueltos con el empleo de una calculadora de bolsillo, aunque para algunos es preferible obtener la solución por medio de una computadora.
- La sección de “Viscosidad de los fluidos” en el capítulo 3 se ha ampliado para incluir teorías sencillas para gases y líquidos. En capítulos posteriores se discuten y comparan teorías similares para conductividad y difusión.
- Se da mayor énfasis en las analogías entre transferencia de *momentum*, de difusión de masa y de conducción del calor. La sección de difusión transitoria se ha ampliado para incluir ejemplos de fármacos de liberación controlada.
- En el capítulo 25 se incluye material nuevo en el que se estudia el uso de carbón activado para el tratamiento de aguas residuales en tanques y adsorción en lechos expandidos que pueden emplearse en la purificación de caldos de fermentación.
- El capítulo 29 tiene una nueva sección de diafiltración, un proceso utilizado para la purificación de proteínas. También se incluye el tratamiento de ultrafiltración y microfiltración de proteínas y soluciones de polímeros.
- La discusión sobre lavado de filtros de torta se ha revisado y se presentan gráficas de algunos resultados.

- Los tubos de calor y los intercambiadores de placas se incluyen en el capítulo sobre equipo de intercambio calórico.
- Los capítulos sobre destilación contienen secciones revisadas de destilación *flash* o instantánea, límites de inundación y eficiencia de los platos.
- Se adicionaron correlaciones de velocidad de secado y un estudio de la eficiencia térmica de secado.

RECURSOS ADICIONALES

Esta obra cuenta con interesantes complementos que fortalecen los procesos de enseñanza-aprendizaje, así como la evaluación de los mismos, los cuales se otorgan a profesores que adoptan este texto para sus cursos. Para obtener más información y conocer la política de entrega de estos materiales, contacte a su representante McGraw-Hill.

RECONOCIMIENTOS

Apreciamos la ayuda brindada por los científicos de el laboratorio Merck: Ann Lee, Russel Lander, Michael Midler y Kurt Goklen quienes nos proporcionaron valiosa información acerca de las bioseparaciones. También agradecemos a Joseph Gonyeau de Klickitat Energy Services por la fotografía de una torre de enfriamiento de tiro natural.

Nos gustaría agradecer a las siguientes personas por sus comentarios, sugerencias y críticas:

B. V. Babu
Birla Institute of Technology and Science

James R. Beckman
Arizona State University

Stacey G. Bike
University of Michigan, Ann Arbor

Man Ken Cheung
The Hong Kong Polytechnic University

K. S. Chou
National Tsing Hua University

Tze-Wen Chung
*Yun-Lin University of Science
and Technology*

James Duffy
Montana State University

Raja Ghosh
McMaster University

Vinay G. Gupta
*University of Illinois-Urbana
Champaign*

Keith Johnston
University of Texas

Huan-Jang Keh
National Taiwan University

Kumar Mallikarjunan
*Virginia Polytechnic Institute
and State University*

Parimal A. Parikh
*S. V. National Institute
of Technology*

Timothy D. Placek
Auburn University

A. Eduardo Sáez
University of Arizona

Baoguo Wang
Tianjing University

G. D. Yadav
*University Institute of Chemical
Technology, India*

I-Kuang Yang
Tung Hai University

Shang-Tiang Yang
Ohio State University

Gregory L. Young
San Jose State University

SECCIÓN I

Introducción

CAPÍTULO 1

Definiciones y principios

La ingeniería química trata de procesos industriales en los que las materias primas se transforman o separan en productos útiles. El ingeniero químico tiene que desarrollar, diseñar y encargarse de la ingeniería del proceso completo, así como del equipo que se utiliza; selecciona las materias primas adecuadas; hace operar las plantas con eficiencia, seguridad y economía; y supervisa que los productos cumplan los requerimientos exigidos por los consumidores. La ingeniería química es un arte y una ciencia. El ingeniero utilizará la ciencia siempre que le permita resolver un problema. Sin embargo, en la mayoría de los casos, la ciencia no es capaz de proporcionarle una solución completa, y entonces tendrá que recurrir a su experiencia y criterio. La capacidad profesional de un ingeniero depende de su habilidad para combinar todas las fuentes de información para alcanzar soluciones prácticas a los problemas que se le presentan.

La variedad de procesos e industrias que requieren de los servicios de los ingenieros químicos es enorme. Los productos que conciernen al radio de acción de los ingenieros químicos a partir de sustancias químicas, tales como el ácido sulfúrico y el cloro para producir artículos de alta tecnología como soportes litográficos poliméricos para la industria electrónica, materiales compuestos de alta resistencia y agentes bioquímicos modificados genéticamente. Los procesos descritos en los tratados más conocidos sobre tecnología química y las industrias de procesos, permiten tener una idea bastante completa del campo que abarca la ingeniería química. Un ejemplo es el reporte de 1988 del National Research Council acerca de la profesión.^{1, 8†}

A causa de la variedad y complejidad de los procesos modernos, este texto no es práctico para cubrir todos los temas que comprenden la asignatura de ingeniería química bajo una sola denominación. El campo se divide en sectores convenientes, pero arbitrarios. Este libro abarca la parte de ingeniería química que se conoce con el nombre de operaciones unitarias.

[†] Los superíndices numéricos que aparecen en el texto corresponden a las referencias bibliográficas numeradas al final de cada capítulo.

OPERACIONES UNITARIAS

Un método muy conveniente para organizar la materia de estudio que abarca la ingeniería química se basa en dos hechos: 1) aunque el número de procesos individuales es grande, cada uno puede ser fragmentado en una serie de etapas, denominadas operaciones, que se repiten a lo largo de los diferentes procesos; 2) las operaciones individuales tienen técnicas comunes y se basan en los mismos principios científicos. Por ejemplo, en la mayoría de los procesos es preciso mover los sólidos y los fluidos; transferir calor u otras formas de energía de una sustancia a otra, y realizar operaciones como el secado, reducción del tamaño, destilación y evaporación. El concepto de operación unitaria es el siguiente: mediante el estudio sistemático de estas operaciones en sí mismos —operaciones que evidentemente constituyen la trama de la industria y las líneas de producción— se unifica y simplifica el tratamiento de todos los procesos.

Los aspectos estrictamente químicos de los procesos, se estudian en un área compatible de la ingeniería química llamada cinética de la reacción. Las operaciones unitarias se utilizan ampliamente para realizar las etapas físicas fundamentales de la preparación de reactantes, separación y purificación de productos, recirculación de los reactantes no convertidos, y para controlar la transferencia de energía hacia o desde el reactor químico.

Las operaciones unitarias son aplicables a muchos procesos tanto físicos como químicos. Por ejemplo, el proceso empleado para la manufactura de la sal común consiste en la siguiente secuencia de operaciones unitarias: transporte de sólidos y líquidos, transferencia de calor, evaporación, cristalización, secado y tamizado. En este proceso no intervienen reacciones químicas. Por otro lado, el *cracking* del petróleo, con o sin ayuda de un catalizador, es una reacción química típica realizada a gran escala. Las operaciones unitarias que se efectúan en este proceso —transporte de fluidos y sólidos, destilación y separaciones mecánicas diversas— son todas de una importancia vital y la reacción de *cracking* no podría realizarse sin ellas. Las etapas químicas se llevan a cabo controlando el flujo de materia y energía hacia y desde la zona de reacción.

Aunque las operaciones unitarias son una rama de la ingeniería, se basan de igual manera en la ciencia y la experiencia. Se deben combinar la teoría y la práctica para diseñar el equipo, construirlo, ensamblarlo, hacerlo operar y darle mantenimiento. Para un estudio completo de cada operación es preciso considerar de manera conjunta la teoría y el equipo, lo que constituye el objetivo de este libro.

Fundamentos científicos de las operaciones unitarias

Para el estudio de las operaciones unitarias, son fundamentales diversos principios científicos y técnicas. Algunos de ellos son leyes físicas y químicas elementales tales como la conservación de la masa y energía, equilibrios físicos, cinética y ciertas propiedades de la materia. Su uso general se describe en el resto de este capítulo. Otras técnicas especiales y de importancia en ingeniería química serán estudiadas en dos lugares pertinentes del texto.

SISTEMAS DE UNIDADES

El sistema internacional oficial de unidades es el SI (Système International d'Unités). En la actualidad se realizan grandes esfuerzos para su adopción universal como el sistema

exclusivo, tanto para las materias de ingeniería y las científicas; pero los sistemas más antiguos, particularmente los sistemas centímetro-gramo-segundo (cgs) y de ingeniería gravitacional pie-libra-segundo (fps), todavía se usan y probablemente continuarán utilizándose por algún tiempo. El ingeniero químico encuentra muchos datos físicoquímicos expresados en unidades cgs; aunque muchos de los cálculos se realizan de una forma más conveniente en unidades fps. Por otra parte, las unidades del SI alcanzan un uso creciente tanto en ciencia como en ingeniería. Así que es imperativo convertirse en un experto en el uso de los tres sistemas.

En el tratamiento que sigue, se estudia primero el sistema SI y posteriormente se derivan los demás sistemas a partir de él. Sin embargo, el proceso histórico ha sido al contrario, ya que las unidades SI evolucionaron a partir del sistema cgs. Debido a la importancia creciente del sistema SI, debería tener lógicamente la preferencia. Si, con el tiempo, los otros sistemas desaparecen progresivamente, habrán de ignorarse para utilizar de manera exclusiva el sistema SI.

Cantidades físicas

Toda cantidad física consta de dos partes: una unidad, que expresa la cantidad de que se trata y da el estándar para su medida, y un número, que indica cuántas unidades se necesitan para completar la cantidad. Por ejemplo, la afirmación de que la distancia entre dos puntos es 3 m expresa lo siguiente: se ha medido una longitud determinada; para medirla se ha elegido una unidad de longitud estándar, denominada metro; y para cubrir la distancia desde un extremo hasta el otro se necesitan tres unidades de 1 m. Si un número entero de unidades resulta demasiado pequeño o demasiado grande para cubrir una distancia determinada, se definen submúltiplos, que son fracciones de la unidad, de manera que sea posible realizar la medida con cualquier grado de precisión en términos de las unidades fraccionarias. Ninguna cantidad física está definida mientras no se proporcionen tanto el número como la unidad.

Unidades SI

El sistema SI cubre todo el campo de la ciencia y la ingeniería, incluyendo el electromagnetismo y la iluminación. Para los propósitos de este libro, es suficiente un subconjunto de unidades SI que comprendan la química, la gravedad, la mecánica y la termodinámica. Las unidades son derivables de: 1) cuatro proporcionalidades de química y física; 2) estándares arbitrarios para la masa, la longitud, el tiempo, la temperatura y el mol, y 3) elecciones arbitrarias para los valores numéricos de dos constantes de proporcionalidad.

Ecuaciones básicas

Las proporcionalidades básicas, cada una escrita como una ecuación con su propio factor de proporcionalidad, son

$$F = k_1 \frac{d}{dt}(mu) \quad (1.1)$$

$$F = k_2 \frac{m_a m_b}{r^2} \quad (1.2)$$

$$Q_c = k_3 W_c \quad (1.3)$$

$$T = k_4 \lim_{p \rightarrow 0} \frac{pV}{m} \quad (1.4)$$

donde[†] F = fuerza
 t = tiempo
 m = masa
 u = velocidad
 r = distancia
 W_c = trabajo
 Q_c = calor
 P = presión
 V = volumen
 T = temperatura absoluta termodinámica
 k_1, k_2, k_3, k_4 = factores de proporcionalidad

La ecuación (1.1) es la segunda ley de Newton del movimiento, que expresa la proporcionalidad entre la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre una partícula de masa m y el aumento con el tiempo del momento (o momentum o cantidad de movimiento) de la partícula en la dirección de la fuerza resultante.

La ecuación (1.2) es la ley de Newton de la gravitación, que expresa la fuerza de atracción entre dos partículas de masas m_a y m_b separadas entre sí una distancia r .

La ecuación (1.3) es el enunciado de la primera ley de la termodinámica. Establece la proporcionalidad entre el trabajo realizado por un sistema cerrado durante un ciclo y el calor absorbido por el sistema durante el mismo ciclo.

La ecuación (1.4) establece la proporcionalidad entre la temperatura absoluta termodinámica y el límite para presión cero, del producto presión-volumen de una masa definida de cualquier gas.

Cada una de las ecuaciones establece que si se dispone de medios para medir los valores de todas las variables de la ecuación y se calcula el valor de k , dicho valor es constante y sólo depende de las unidades utilizadas en la medida de las variables de la ecuación.

Estándares

Por acuerdo internacional, los estándares se fijan arbitrariamente para las cantidades de masa, longitud, tiempo, temperatura y mol. Éstas son cinco de las *unidades base* del SI. A continuación se mencionan los estándares comúnmente utilizados.

El estándar de masa es el kilogramo (kg), definido como la masa del kilogramo internacional, es un cilindro de platino que se conserva en Sèvres, Francia.

[†] Al final de cada capítulo se presenta una lista de símbolos.

El estándar de longitud es el metro (m), definido⁵ (desde 1983) como la longitud de onda de la ruta recorrida por la luz en el vacío durante un periodo de $1/299\,792\,458^*$ de un segundo.[†]

El estándar de tiempo es el segundo (s), definido como $9\,192\,631.770^*$ ciclos de frecuencia de una cierta transición cuántica de un átomo de ^{133}Ce .

El estándar de temperatura es el Kelvin (K), que se define asignando el valor de 273.16^* K a la temperatura del agua pura en su punto triple, la única temperatura a la que el agua líquida, el hielo y el vapor de agua coexisten en equilibrio.

El mol (abreviado de igual forma) se define⁷ como la cantidad de una sustancia que contiene tantas unidades primarias como átomos hay en 12^* g de ^{12}C . La definición de mol es equivalente a la afirmación de que la masa de un mol de una sustancia pura en gramos es numéricamente igual a su peso molecular calculado a partir de la tabla estándar de pesos atómicos, en la cual el peso atómico del C está dado por 12.01115. Este número difiere de 12^* porque se aplica a la mezcla isotópica natural del carbono en lugar de hacerlo al ^{12}C puro. En los cálculos de ingeniería, los términos kilogramo mol y libra mol se utilizan comúnmente para designar la masa de una sustancia pura en kilogramos o libras que sean iguales a su peso molecular.

El número de moléculas en un gramo mol está dado por el número de Avogadro, 6.022×10^{23} .

Evaluación de constantes

A partir de los estándares básicos, se miden los valores de m , m_a y m_b de las ecuaciones (1.1) y (1.2) en kilogramos, r en metros y u en metros por segundo. Las constantes k_1 y k_2 no son independientes sino que están relacionadas entre sí eliminando F de las ecuaciones (1.1) y (1.2). De esta forma se obtiene:

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{d(mu)/dt}{m_a m_b / r^2}$$

Tanto k_1 como k_2 se pueden fijar en forma arbitraria. Por lo tanto, es preciso obtener las demás constantes por medio de experimentos en los cuales las fuerzas de inercia calculadas por la ecuación (1.1) se comparan con las fuerzas de gravitación calculadas por la ecuación (1.2). En el sistema SI, k_1 se fija como la unidad y k_2 se obtiene experimentalmente. Entonces la ecuación (1.1) se convierte en:

$$F = \frac{d}{dt}(mu) \quad (1.5)$$

La fuerza definida por la ecuación (1.5), también usada en la ecuación (1.2), se denomina *newton* (N). A partir de la ecuación (1.5)

$$1\text{ N} \equiv 1\text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 \quad (1.6)$$

[†] El asterisco al final de cada número significa que el número es exacto, por definición.

La constante k_2 se representa por G y se denomina *constante de gravitación*. Su valor recomendado es⁴

$$G = 6.6726 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2 \quad (1.7)$$

Trabajo, energía y potencia

En el sistema SI, tanto el trabajo como la energía se miden en newton-metros, una unidad llamada *joule* (J), y de esta manera

$$1 \text{ J} \equiv 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 \quad (1.8)$$

La potencia se mide en joules por segundo, una unidad llamada *watt* (W).

Calor

Es posible fijar la constante k_3 de la ecuación (1.3) en forma arbitraria. En el sistema SI, se considera al igual que k_1 , como la unidad. La ecuación (1.3) se convierte en:

$$Q_c = W_c \quad (1.9)$$

El calor, al igual que el trabajo, se miden en joules.

Temperatura

La cantidad pV/m en la ecuación (1.4) se puede medir en $(\text{N}/\text{m}^2)(\text{m}^3/\text{kg})$ o J/kg . Con un gas elegido de forma arbitraria, esta cantidad se determina midiendo p y V de m kg de gas sumergido en un termostato. En este experimento, sólo es necesario mantener la temperatura constante, pero no su magnitud. Los valores de pV/m a varias presiones y a temperatura constante se extrapolan a presión cero para obtener el valor límite requerido en la ecuación (1.4) a la temperatura del termostato. Para la situación especial en la cual el termostato contiene agua a su punto triple, el valor límite se representa por $(pV/m)_0$. Para este experimento, la ecuación (1.4) conduce a

$$273.16 = k_4 \lim_{p \rightarrow 0} \left(\frac{pV}{m} \right)_0 \quad (1.10)$$

Para un experimento a la temperatura T en Kelvin K, se utiliza la ecuación (1.4) para eliminar k_4 de la ecuación (1.10), y resulta

$$T \equiv 273.16 \frac{\lim_{p \rightarrow 0} (pV/m)_T}{\lim_{p \rightarrow 0} (pV/m)_0} \quad (1.11)$$

La ecuación (1.11) es la definición de la escala Kelvin de temperatura a partir de las propiedades experimentales presión-volumen de un gas real.

Temperatura Celsius

En la práctica, las temperaturas se expresan en la escala Celsius, en la cual el punto cero se considera como el punto de congelación del agua, definido como la temperatura de equilibrio del hielo y aire saturado de vapor de agua a la presión de 1 atmósfera (atm).

TABLA 1.1

Prefijos SI y cgs para múltiplos y submúltiplos

Factor	Prefijo	Abreviatura	Factor	Prefijo	Abreviatura
10^{12}	tera	T	10^{-1}	deci	d
10^9	giga	G	10^{-2}	centi	c
10^6	mega	M	10^{-3}	mili	m
10^3	kilo	k	10^{-6}	micro	μ
10^2	hecto	h	10^{-9}	nano	n
10^1	deca	da	10^{-12}	pico	p
			10^{-15}	femto	f
			10^{-18}	ato	a

En forma experimental, se encuentra que el punto de congelación del agua es 0.01 K inferior al punto triple del agua, y por lo tanto, es 273.15 K. La temperatura Celsius ($^{\circ}\text{C}$) se define por:

$$T^{\circ}\text{C} \equiv T \text{ K} - 273.15 \quad (1.12)$$

En la escala Celsius, la temperatura del vapor de agua medida en forma experimental, que corresponde al punto de ebullición del agua a la presión de 1 atm, es 100.00 $^{\circ}\text{C}$.

Unidades decimales

En el sistema SI, se define una sola unidad para cada magnitud, pero también se reconocen múltiplos y submúltiplos decimales con nombres propios. Están listados en la tabla 1.1. El tiempo puede expresarse en unidades no decimales: minutos (min), horas (h) o días (d).

Gravedad estándar

Para ciertos propósitos, se utiliza la aceleración de la caída libre en el campo gravitacional de la Tierra. A partir de deducciones basadas en la ecuación (1.2), esta magnitud, que se representa por g , es casi constante. Varía ligeramente en función de la latitud y la altura sobre el nivel del mar. Para cálculos precisos, se ha establecido un estándar arbitrario g_n definido por

$$g_n \equiv 9.80665^* \text{ m/s}^2 \quad (1.13)$$

Unidades de presión

La unidad de presión en el sistema SI es el newton por metro cuadrado. Esta unidad, llamada *pascal* (Pa), es muy pequeña, por lo que también se utiliza un múltiplo, llamado *bar*, definido por

$$1 \text{ bar} \equiv 1 \times 10^5 \text{ Pa} = 1 \times 10^5 \text{ N/m}^2 \quad (1.14)$$

Una unidad de presión empírica más común, utilizada con todos los sistemas de unidades, es la *atmósfera estándar* (atm), definida como

$$1 \text{ atm} \equiv 1.01325^* \times 10^5 \text{ Pa} = 1.01325 \text{ bars} \quad (1.15)$$

Unidades cgs

El sistema más antiguo centímetro-gramo-segundo (cgs) se puede derivar del sistema SI tomando ciertas decisiones arbitrarias.

El estándar para la masa es el gramo (g), definido por

$$1 \text{ g} \equiv 1 \times 10^{-3} \text{ kg} \quad (1.16)$$

El estándar para la longitud es el centímetro (cm), definido como

$$1 \text{ cm} \equiv 1 \times 10^{-2} \text{ m} \quad (1.17)$$

Los estándares de tiempo, temperatura y mol no se modifican.

Como en el SI, la constante k_1 de la ecuación (1.1) se fija como la unidad. La unidad de fuerza recibe el nombre de *dina* (din), definida por

$$1 \text{ din} \equiv 1 \text{ g} \cdot \text{cm/s}^2 \quad (1.18)$$

La unidad de energía y trabajo es el *ergio* (erg), definido por

$$1 \text{ ergio} \equiv 1 \text{ din} \cdot \text{cm} = 1 \times 10^{-7} \text{ J} \quad (1.19)$$

La constante k_3 en la ecuación (1.3) no es una unidad. Una unidad de calor, llamada *caloría* (cal), se utiliza para convertir en ergios la unidad de calor. La constante $1/k_3$ se sustituye por J , que representa el llamado equivalente mecánico del calor y se mide en joules por caloría. La ecuación (1.3) se convierte en

$$W_c = JQ_c \quad (1.20)$$

Se han definido dos calorías diferentes.⁷ La *caloría termoquímica* (cal), utilizada en química, termodinámica de ingeniería química y cinética de reacción, se define por

$$1 \text{ cal} \equiv 4.1840^* \times 10^7 \text{ ergios} = 4.1840^* \text{ J} \quad (1.21)$$

La *caloría de las tablas internacionales del vapor de agua* (cal_{IT}), usada en la ingeniería de potencia de calor, se define como

$$1 \text{ cal}_{IT} \equiv 4.1868^* \times 10^7 \text{ ergios} = 4.1868^* \text{ J} \quad (1.22)$$

La caloría también se define de tal forma que el calor específico del agua es aproximadamente $1 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$.

La aceleración estándar de la caída libre en unidades cgs, es

$$g_n \equiv 980.665 \text{ cm/s}^2 \quad (1.23)$$

Unidades de ingeniería fps

En algunos países se ha utilizado ampliamente, tanto en actividades comerciales como en ingeniería, el sistema gravitacional de unidades no decimal. El sistema puede derivarse del SI considerando las decisiones siguientes.

El estándar de masa es la libra (lb), definida como

$$1 \text{ lb} = 0.45359237^* \text{ kg} \quad (1.24)$$

El estándar de longitud es la pulgada (in.) definida como 2.54^* cm. Esto es equivalente a definir el pie (ft) como

$$1 \text{ ft} \equiv 2.54 \times 12 \times 10^{-2} \text{ m} = 0.3048^* \text{ m} \quad (1.25)$$

El estándar de tiempo sigue siendo el segundo (s).

La escala termodinámica de temperatura recibe el nombre de escala Rankine, en la que las temperaturas se representan por grados Rankine y se definen como

$$1^{\circ}\text{R} \equiv \frac{1}{1.8} \text{ K} \quad (1.26)$$

El punto de congelación del agua en la escala Rankine es $273.15 \times 1.8 = 491.67^{\circ}\text{R}$.

La escala análoga de la Celsius es la escala Fahrenheit, en la que las lecturas se representan por grados Fahrenheit. Se deriva de la escala Rankine, tomando su punto cero exactamente 32°F por debajo del punto de congelación del agua en la escala Rankine, de tal manera que

$$T^{\circ}\text{F} \equiv T^{\circ}\text{R} - (491.67 - 32) = T^{\circ}\text{R} - 459.67 \quad (1.27)$$

La relación entre las escalas Celsius y Fahrenheit se proporciona por la ecuación exacta siguiente:

$$T^{\circ}\text{F} = 32 + 1.8^{\circ}\text{C} \quad (1.28)$$

A partir de esta ecuación, las diferencias de temperatura se relacionan por

$$\Delta T^{\circ}\text{C} = 1.8 \Delta T^{\circ}\text{F} = \Delta T^{\circ}\text{K} \quad (1.29)$$

El punto de evaporación del agua es 212.00°F .

Libra fuerza

El sistema fps se caracteriza por una unidad gravitacional de fuerza, llamada *libra fuerza* (lb_f). La unidad se define de tal forma que el campo gravitacional estándar ejerce una fuerza de una libra sobre la masa de una libra. La aceleración estándar de la caída libre en unidades fps, con cinco cifras significativas, es

$$g_n = \frac{9.80665 \text{ m/s}^2}{0.3048 \text{ m/ft}} = 32.174 \text{ ft/s}^2 \quad (1.30)$$

La libra fuerza se define por

$$1 \text{ lb}_f \equiv 32.174 \text{ lb} \cdot \text{ft/s}^2 \quad (1.31)$$

Entonces la ecuación (1.1) resulta

$$F \text{ lb}_f \equiv \frac{d(mu)/dt}{32.174} \text{ lb} \cdot \text{ft/s}^2 \quad (1.32)$$

También es posible escribir la ecuación (1.1) con $1/g_c$ en lugar de k_1 :

$$F = \frac{d(mu)/dt}{g_c} \quad (1.33)$$

La comparación entre las ecuaciones (1.34) y (1.35) muestra que para conservar tanto la igualdad numérica como la consistencia de las unidades, es necesario definir g_c , el llamado *factor de proporcionalidad de la ley de Newton para la unidad de fuerza gravitacional*, por

$$g_c \equiv 32.174 \text{ lb} \cdot \text{ft/s}^2 \cdot \text{lb}_f \quad (1.34)$$

La unidad de trabajo y de energía mecánica en el sistema fps es el *pie-libra-fuerza* ($\text{ft} \cdot \text{lb}_f$). La potencia se mide por una unidad empírica, el *caballo de fuerza* (hp), definido por

$$1 \text{ hp} \equiv 550 \text{ ft} \cdot \text{lb}_f/\text{s} \quad (1.35)$$

La unidad de calor es la *unidad británica térmica* (Btu, por sus siglas en inglés), definida por la relación implícita

$$1 \text{ Btu} / \text{lb} \cdot ^\circ\text{F} \equiv 1 \text{ cal}_T/\text{g} \cdot ^\circ\text{C} \quad (1.36)$$

Como en el sistema cgs, la constante k_3 en la ecuación (1.3) se sustituye por $1/J$, donde J es el equivalente mecánico del calor, igual a $778.17 \text{ ft} \cdot \text{lb}_f/\text{Btu}$.

La definición de la Btu requiere que el valor numérico del calor específico sea el mismo en ambos sistemas y que en cada caso el calor específico del agua sea aproximadamente 1.0.

Constante de los gases

Si la masa se mide en kilogramos o gramos, la constante k_4 en la ecuación (1.4) difiere de un gas a otro. Pero cuando se usa el concepto de mol como una unidad de masa, es posible sustituir k_4 , que puede sustituirse por la constante universal de los gases R , que, según la ley de Avogadro, es la misma para todos los gases. El valor numérico de R sólo depende de las unidades elegidas para la energía, temperatura y masa. Entonces la ecuación (1.4) se escribe de la manera siguiente:

$$\lim_{p \rightarrow 0} \frac{pV}{nT} = R \quad (1.37)$$

donde n es el número de moles. Esta ecuación se aplica también a mezclas de gases si n es el número total de moles de todas las especies moleculares que forman el volumen V .

TABLA 1.2
Valores de la constante de los gases R

Temperatura	Masa	Energía	R
Kelvins	kg mol	J	8 314.47
		cal _{IT}	1.9859×10^3
		cal	1.9873×10^3
		m ³ -atm	82.056×10^{-3}
Grados Rankine	g mol	cm ³ -atm	82.056
		Btu	1.9858
	lb mol	ft · lb _f	1 545.3
		hp · h	7.8045×10^{-4}
		kWh	5.8198×10^{-4}

El valor experimental aceptado para R es⁶

$$R = 8.31447 \text{ J/K} \cdot \text{mol} = 8.31447 \times 10^7 \text{ ergios/K} \cdot \text{mol} \quad (1.38)$$

En la tabla 1.2 se proporcionan valores de R en otras unidades de energía, temperatura y masa.

Volumen molar estándar. De la tabla 1.2, el volumen de 1 kg mol de gas en condiciones normales (1 atm, 0 °C), es $82.056 \times 10^{-3} \times 273 = 22.4 \text{ m}^3$ o 22.4 (L/g mol) . En unidades fps, el volumen estándar a 1 atm y 32 °F es $359 \text{ ft}^3/\text{lb mol}$.

Conversión de unidades

Puesto que comúnmente se utilizan tres sistemas de unidades, con frecuencia es necesario convertir las magnitudes de las cantidades de un sistema a otro. Para ello se emplean factores de conversión. Sólo se requieren los factores de conversión definidos para las unidades base, ya que los factores de conversión para todas las demás unidades pueden calcularse a partir de ellos. Las conversiones entre los sistemas cgs y SI son sencillas. Ambos emplean los mismos estándares para el tiempo, la temperatura y el mol, y únicamente se necesitan las conversiones decimales definidas por las ecuaciones (1.16) y (1.17). Los sistemas SI y fps también utilizan el segundo como el estándar de tiempo. De esta manera, los tres factores de conversión definidos para la masa, la longitud y la temperatura por las ecuaciones (1.24), (1.25) y (1.26), respectivamente, son suficientes para todas las conversiones de unidades entre estos dos sistemas.

El ejemplo 1.1 demuestra cómo se calculan los factores de conversión a partir de números exactos utilizados para el establecimiento de las definiciones de las unidades de los sistemas SI y fps. En las conversiones en las que interviene g_c en unidades fps, se recomienda el uso de la relación numérica exacta $9.80665/0.3048$ en lugar del número fps 32.1740 con el fin de obtener la precisión máxima en el cálculo final y tomar ventaja de cancelaciones posibles de números durante el cálculo.

EJEMPLO 1.1 Utilizando sólo definiciones y estándares exactos, calcule factores para convertir *a)* newtons a libras fuerza, *b)* unidades británicas térmicas Btu a calorías IT, *c)* atmósferas a libras fuerza por pulgada cuadrada y *d)* caballo de fuerza a kilowatts.

Solución

a) A partir de las ecuaciones (1.6), (1.24) y (1.25),

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 = \frac{1 \text{ lb} \cdot \text{ft/s}^2}{0.45359237 \times 0.3048}$$

A partir de la ecuación (1.30)

$$1 \text{ lb} \cdot \text{ft/s}^2 = \frac{0.3048}{9.80665} \text{ lb}_f$$

y así

$$\begin{aligned} 1 \text{ N} &= \frac{0.3048}{9.80665 \times 0.45359237 \times 0.3048} \text{ lb}_f \\ &= \frac{1}{9.80665 \times 0.45359237} \text{ lb}_f = 0.224809 \text{ lb}_f \end{aligned}$$

En el apéndice 1 se muestra que para convertir newtons a libras fuerza, es preciso multiplicar por 0.224809. Obviamente, para convertir libras fuerza a newtons hay que multiplicar por $1/0.224809 = 4.448221$.

b) A partir de la ecuación (1.36)

$$\begin{aligned} 1 \text{ Btu} &= 1 \text{ cal}_{\text{IT}} \frac{1 \text{ lb}}{1 \text{ g}} \frac{1^\circ\text{F}}{1^\circ\text{C}} \\ &= 1 \text{ cal}_{\text{IT}} \frac{1 \text{ lb}}{1 \text{ kg}} \frac{1 \text{ kg}}{1 \text{ g}} \frac{1^\circ\text{F}}{1^\circ\text{C}} \end{aligned}$$

A partir de las ecuaciones (1.16), (1.24) y (1.29)

$$1 \text{ Btu} = 1 \text{ cal}_{\text{IT}} \frac{0.45359237 \times 1\,000}{1.8} = 251.996 \text{ cal}_{\text{IT}}$$

c) A partir de las ecuaciones (1.6), (1.14) y (1.15)

$$1 \text{ atm} = 1.01325 \times 10^5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 \cdot \text{m}^2$$

A partir de las ecuaciones (1.24), (1.25) y (1.35), puesto que $1 \text{ ft} = 12 \text{ in.}$,

$$\begin{aligned} 1 \text{ atm} &= 1.01325 \times 10^5 \times \frac{1 \text{ lb/s}^2}{0.45359237} \frac{0.3048}{\text{ft}} \\ &= \frac{1.01325 \times 10^5 \times 0.3048}{32.174 \times 0.45359237 \times 12^2} \text{ lb}_f / \text{in.}^2 \\ &= 14.6959 \text{ lb}_f / \text{in.}^2 \end{aligned}$$

d) A partir de las ecuaciones (1.31) y (1.35)

$$1 \text{ hp} = 550 \text{ ft} \cdot \text{lb}_f / \text{s} = 550 \times 32.174 \text{ ft}^2 \cdot \text{lb/s}^3$$

Utilizando las ecuaciones (1.24) y (1.25) resulta

$$\begin{aligned} 1 \text{ hp} &= 550 \times 32.174 \times 0.45359237 \times 0.3048^2 \\ &= 745.70 \text{ J/s} \end{aligned}$$

Sustituyendo en la ecuación (1.8) y dividiendo entre 1000,

$$1 \text{ hp} = 0.74570 \text{ kW}$$

Aunque es posible calcular los factores de conversión cuando se necesitan, es más eficiente usar tablas de los factores más comunes. En el apéndice 1 se presenta una tabla de los factores utilizados en este libro.

Unidades y ecuaciones

Aunque las ecuaciones (1.1) a (1.4) son suficientes para la descripción de los sistemas de unidades, representan sólo una pequeña fracción de las ecuaciones requeridas en este libro. Muchas de ellas contienen términos que representan propiedades de las sustancias y se introducen a medida que se necesitan. Todas las nuevas magnitudes se miden en combinaciones de unidades ya definidas, y todas ellas se expresan como funciones de las cinco unidades base para la masa, la longitud, el tiempo, la temperatura y el mol.

Precisión de los cálculos

En la explicación anterior, los valores de las constantes experimentales se dieron con el número máximo de cifras significativas consistentes con la actual estimación de la precisión con la que se conocen, y se mantienen todas las cifras en los valores de las constantes definidas. Sin embargo, en la práctica, rara vez se requiere una precisión tan elevada, de tal manera que las constantes definidas y experimentales pueden truncarse para el número de cifras apropiadas en cada caso, aun cuando la disponibilidad de calculadoras digitales permite retener la máxima precisión a bajo costo. El ingeniero deberá utilizar su criterio para establecer un nivel adecuado de precisión en el problema concreto que ha de resolver.

Ecuaciones generales

Excepto por la aparición de los factores de proporcionalidad g_c y J , las ecuaciones para los tres sistemas de unidades son parecidas. En este texto, las ecuaciones están escritas para unidades del SI, recordando usar g_c y J cuando los ejemplos resueltos estén en unidades fps o cgs.

Ecuaciones adimensionales y unidades consistentes

Las ecuaciones derivadas directamente de las leyes básicas de las ciencias físicas constan de términos que, o bien tienen las mismas unidades, o pueden expresarse en las mismas unidades usando las definiciones de magnitudes derivadas para expresar unidades complejas en función de las cinco unidades base. Las ecuaciones que reúnen este requerimiento se llaman ecuaciones *dimensionalmente homogéneas*. Cuando una ecuación de este tipo se divide entre cualquiera de sus términos, se cancelan todas las unidades de cada término y únicamente quedan las magnitudes numéricas. Estas ecuaciones reciben el nombre de *ecuaciones adimensionales*.

Es posible utilizar una ecuación dimensionalmente homogénea con cualquier conjunto de unidades, siempre y cuando se utilicen las mismas unidades para las cinco unidades

base. Las unidades que reúnen este requerimiento se llaman *unidades consistentes*. Cuando se utilizan unidades consistentes no se necesitan factores de conversión.

Considere, por ejemplo, la ecuación usual para la distancia vertical Z recorrida por un cuerpo que cae libremente durante un tiempo t cuando la velocidad inicial es u_0 :

$$Z = u_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \quad (1.39)$$

El análisis de la ecuación (1.39) muestra que las unidades de cada término corresponden a las de longitud. Dividiendo la ecuación entre Z se obtiene

$$1 = \frac{u_0 t}{Z} + \frac{g t^2}{2Z} \quad (1.40)$$

Una revisión de cada término en la ecuación (1.40) muestra que se han cancelado las unidades en todos ellos y que, por lo tanto, cada término es adimensional. Una combinación de variables para la cual todas las dimensiones se cancelan de esta manera, recibe el nombre de *grupo adimensional*. El valor numérico de un grupo adimensional para valores dados de las cantidades contenidas en éste es independiente de las unidades usadas, siempre que sean consistentes. Ambos términos del lado derecho de la ecuación (1.40) son grupos adimensionales.

Ecuaciones dimensionales

Las ecuaciones deducidas por métodos empíricos, en las que se correlacionan los resultados experimentales mediante ecuaciones empíricas sin considerar la consistencia dimensional, no son en general dimensionalmente homogéneas y contienen términos en varias unidades diferentes. Las ecuaciones de este tipo son *ecuaciones dimensionales* o ecuaciones dimensionalmente no homogéneas. En estas ecuaciones, utilizar unidades consistentes no representa ninguna ventaja, y en ellas pueden aparecer dos o más unidades de longitud, por ejemplo, pulgadas y pies, o de tiempo, tales como segundos y minutos. Por ejemplo, una fórmula para la velocidad de pérdida de calor por conducción y convección a la atmósfera desde una tubería horizontal es la siguiente:

$$\frac{q}{A} = 0.50 \frac{\Delta T^{1.25}}{(D'_o)^{0.25}} \quad (1.41)$$

donde q = velocidad de pérdida de calor, Btu/h

A = área de la superficie de la tubería, ft²

ΔT = exceso de temperatura de la pared de la tubería sobre el ambiente (atmósfera circundante), °F

D'_o = diámetro exterior de la tubería, in.

Es obvio que las unidades de q/A no son las mismas que las del lado derecho de la ecuación (1.41) y por lo tanto, la ecuación es dimensional. Las cantidades sustituidas en la ecuación (1.41) deben expresarse en las unidades que se indican, pues de lo contrario la ecuación conducirá a un resultado erróneo. Si se utilizan otras unidades, se debe cambiar el coeficiente. Por ejemplo, para expresar ΔT en grados Celsius, el coeficiente numérico debe cambiarse a $0.50 \times 1.8^{1.25} = 1.042$, ya que 1 grado Celsius equivale a 1.8 grados Fahrenheit.

En este libro todas las ecuaciones son dimensionalmente homogéneas *a menos que se indique otra cosa*.

ANÁLISIS DIMENSIONAL

Muchos problemas importantes de ingeniería no pueden resolverse completamente por métodos matemáticos o teóricos. Los problemas de este tipo son frecuentes, sobre todo, en operaciones de flujo de fluidos, flujo de calor y difusión. Un método de abordar un problema para el que no es posible deducir una ecuación matemática, consiste en recurrir a la experimentación empírica. Por ejemplo, la pérdida de presión por fricción en una tubería circular, larga, recta y lisa depende de todas estas variables: la longitud y el diámetro de la tubería, la velocidad de flujo del líquido, así como de su densidad y viscosidad. Si se modifica cualquiera de estas variables, se modifica también la caída de presión. El método empírico para obtener una ecuación que relacione estos factores con la caída de presión requiere determinar el efecto de cada variable por separado, para lo cual es preciso efectuar una experimentación sistemática con cada una de las variables, mientras todas las demás se mantienen constantes. El procedimiento es laborioso y resulta difícil organizar o correlacionar los resultados obtenidos con el fin de encontrar una relación útil para los cálculos.

Existe un método intermedio entre el desarrollo matemático formal y el estudio empírico.² Este método se basa en el hecho de que, si existe una ecuación teórica entre las variables que afectan a un proceso físico, dicha ecuación debe ser dimensionalmente homogénea. Al tomar en cuenta esta condición, es posible reunir varios factores en un número menor de grupos adimensionales de variables. En la ecuación final aparecen los grupos como tales en vez de los factores por separado.

Dicho método se denomina *análisis dimensional*, el cual es un tratamiento algebraico de los símbolos para unidades consideradas independientemente de la magnitud. Esto simplifica en forma considerable la tarea de encontrar los datos experimentales apropiados para diseñar ecuaciones; también es útil en la revisión de la consistencia de las unidades en las ecuaciones, en las unidades de conversión y en el escalamiento de datos obtenidos en unidades de prueba modelo para predecir el funcionamiento de equipo a gran escala.

En la formación de un análisis dimensional, se eligen las variables que se consideran importantes y se tabulan sus dimensiones. La elección de las variables es relativamente fácil, si las leyes físicas implicadas en una solución matemática son conocidas. Por ejemplo, las ecuaciones diferenciales fundamentales de flujo de fluidos, combinadas con las leyes de la conducción y difusión del calor, son suficientes para establecer las dimensiones y grupos adimensionales apropiados para un gran número de problemas de ingeniería química. En otras situaciones, la elección de las variables es especulativa y al probar las relaciones resultantes quizá sea necesario establecer si algunas variables quedan fuera o si algunas de las elegidas no se necesitan.

Suponiendo que las variables se relacionan por una serie exponencial, en la cual la dimensión de cada término puede ser la misma que la de la cantidad primaria, se escribe una relación exponencial en la que los exponentes están relacionados a cualquier cantidad determinada (por ejemplo, la longitud) y deben ser los mismos en ambos lados de la ecuación. Entonces se determina algebraicamente la relación entre los exponentes, como se muestra en el ejemplo 1.2.

EJEMPLO 1.2 Una corriente constante de líquido en flujo turbulento se calienta pasándola a través de una tubería larga y recta. Se asume que la temperatura de la tubería es mayor para una cantidad constante que la temperatura promedio del líquido. Es deseable encontrar una relación que sea factible utilizar para predecir la velocidad de la transferencia de calor desde la pared del líquido.

Solución El mecanismo de este proceso se estudia en el capítulo 12. A partir de las características del proceso, se espera que la velocidad de la transferencia de calor q/A dependa de las cantidades listadas con sus fórmulas dimensionales en la tabla 1.3. Si existe una ecuación teórica para este problema, puede escribirse en la forma general

$$\frac{q}{A} = \psi(D, \bar{V}, \rho, \mu, c_p, k, \Delta T) \quad (1.42)$$

Si la ecuación (1.42) es una relación válida, todos los términos en la función ψ deben tener las mismas dimensiones que las del lado izquierdo de la ecuación, q/A . Es conveniente dejar la frase *las dimensiones de* entre corchetes. Entonces cualquier término en la función debe conformarse a la fórmula dimensional

$$\left[\frac{q}{A} \right] = [D]^a [\bar{V}]^b [\rho]^c [\mu]^d [c_p]^e [k]^f [\Delta T]^g \quad (1.43)$$

Dejar una sobrebarra encima del símbolo significa que se refiere a una dimensión. Entonces $\bar{L}$ se refiere a la dimensión de longitud. Al sustituir las dimensiones a partir de la tabla 1.3 se obtiene

$$\bar{H} \bar{L}^{-2} \bar{t}^{-1} = \bar{L}^a \bar{L}^b \bar{t}^{-b} \bar{M}^c \bar{L}^{-3c} \bar{M}^d \bar{L}^{-d} \bar{t}^{-d} \bar{H}^e \bar{M}^{-e} \bar{T}^{-e} \bar{H}^f \bar{L}^{-f} \bar{t}^{-f} \bar{T}^{-f} \bar{T}^g \quad (1.44)$$

Puesto que se asume que la ecuación (1.43) es dimensionalmente homogénea, los exponentes de las unidades principales individuales en el lado izquierdo de la ecuación deben ser iguales a los del lado derecho. Esto da el conjunto de ecuaciones siguiente:

$$\text{Exponentes de } \bar{H}: \quad 1 = e + f \quad (1.45a)$$

$$\text{Exponentes de } \bar{L}: \quad -2 = a + b - 3c - d - f \quad (1.45b)$$

$$\text{Exponentes de } \bar{t}: \quad -1 = -b - d - f \quad (1.45c)$$

TABLA 1.3

Cantidades y fórmulas dimensionales para el ejemplo 1.2

Cantidad	Símbolo	Dimensiones
Flujo de calor por unidad de área	q/A	$\bar{H} \bar{L}^{-2} \bar{t}^{-1}$
Diámetro de la tubería (interior)	D	$\bar{L}$
Velocidad promedio del líquido	$\bar{V}$	$\bar{L} \bar{t}^{-1}$
Densidad del líquido	ρ	$\bar{M} \bar{L}^{-3}$
Viscosidad del líquido	μ	$\bar{M} \bar{L}^{-1} \bar{t}^{-1}$
Calor específico a presión constante del líquido	c_p	$\bar{H} \bar{M}^{-1} \bar{T}^{-1}$
Conductividad térmica del líquido	k	$\bar{H} \bar{L}^{-1} \bar{t}^{-1} \bar{T}^{-1}$
Diferencia de temperatura entre la pared y el fluido	ΔT	$\bar{T}$

$$\text{Exponentes de } \bar{M}: \quad 0 = c + d - e \quad (1.45d)$$

$$\text{Exponentes de } \bar{T}: \quad 0 = -e - f + g \quad (1.45e)$$

Aquí hay siete variables pero sólo cinco ecuaciones. Cinco de las desconocidas pueden determinarse en términos de las dos permanentes. Las dos letras conservadas pueden elegirse en forma arbitraria. El resultado final es igualmente válido para todas las opciones, pero para este problema es conveniente conservar los exponentes de la velocidad $\bar{V}$ y el calor específico c_p . Las letras b y e se conservarán y se eliminarán las cinco restantes, como sigue. De la ecuación (1.45a):

$$f = 1 - e \quad (1.46a)$$

De las ecuaciones (1.45e) y (1.46a)

$$g = e + f = e + 1 - e = 1 \quad (1.46b)$$

De las ecuaciones (1.45c) y (1.46a)

$$d = 1 - b - f = 1 - b - 1 + e = e - b \quad (1.46c)$$

De las ecuaciones (1.45d) y (1.46c)

$$c = e - d = e - e + b = b \quad (1.46d)$$

De las ecuaciones (1.45b), (1.46a), (1.46c) y (1.46d)

$$\begin{aligned} a &= -2 - b + 3c + d + f \\ &= -2 - b + 3b + e - b + 1 - e \\ &= b - 1 \end{aligned} \quad (1.46e)$$

Al sustituir los valores desde la ecuación (1.46a) hasta la (1.46e) para las letras a , c , d y f , la ecuación (1.43) se convierte en

$$\left[\frac{q}{A} \right] = [D]^{b-1} [\bar{V}]^b [\rho]^b [\mu]^{e-b} [c_p]^e [k]^{1-e} [\Delta T] \quad (1.47)$$

Juntando todos los factores que tengan exponentes enteros en un grupo, todos los factores que tengan exponentes b en otro grupo, y los que tengan exponentes e en un tercero se obtiene

$$\left[\frac{qD}{Ak\Delta T} \right] = \left[\frac{D\bar{V}\rho}{\mu} \right]^b \left[\frac{c_p\mu}{k} \right]^e \quad (1.48)$$

Las dimensiones de cada uno de los tres grupos en corchetes en la ecuación (1.48) son cero, y todos los grupos son adimensionales. Cualquier función de cualesquiera de estos tres grupos será dimensionalmente homogénea y la ecuación será adimensional. De tal manera que la función queda como

$$\frac{qD}{Ak\Delta T} = \Phi \left(\frac{D\bar{V}\rho}{\mu}, \frac{c_p\mu}{k} \right) \quad (1.49)$$

$$\text{o} \quad \frac{q}{A} = \frac{k\Delta T}{D} \Phi \left(\frac{D\bar{V}\rho}{\mu}, \frac{c_p\mu}{k} \right) \quad (1.50)$$

La relación dada en las ecuaciones (1.49) y (1.50) es el resultado final del análisis dimensional. La forma de la función Φ debe encontrarse experimentalmente, por determinación de los efectos de los tres grupos dentro de los corchetes sobre el valor del grupo de la izquierda de la ecuación (1.49). En el capítulo 12 se proporcionan las correlaciones que se han determinado.

Al correlacionar los valores experimentales de los tres grupos de variables de la ecuación (1.49), resulta más sencillo que correlacionar los efectos de cada uno de los factores individuales de la ecuación (1.42).

Formación de otros grupos adimensionales

Si se selecciona un par de letras diferentes de b y e , de nuevo se obtienen tres grupos adimensionales, pero uno o más difiere de los grupos de la ecuación (1.49). Por ejemplo, si b y f se mantienen, el resultado es

$$\frac{q}{A\bar{V}\rho c_p \Delta T} = \Phi_1 \left(\frac{D\bar{V}\rho}{\mu}, \frac{c_p\mu}{k} \right) \quad (1.51)$$

Es posible encontrar otras combinaciones. Sin embargo, es innecesario repetir el álgebra para obtener tales grupos adicionales. Los tres grupos en la ecuación (1.49) pueden combinarse de cualquier forma que se desee: se multiplican y dividen, o se sacan recíprocos o múltiplos de ellos. Sólo es necesario que cada grupo original sea usado al menos una vez para encontrar nuevos grupos y que el ensamble final contenga exactamente tres grupos. Por ejemplo, la ecuación (1.51) se obtiene de la ecuación (1.49) multiplicando ambos lados por $(\mu/D\bar{V}\rho)(k/\mu c_p)$

$$\frac{qD}{Ak\Delta T} \frac{\mu}{D\bar{V}\rho} \frac{k}{\mu c_p} = \Phi \left(\frac{D\bar{V}\rho}{\mu}, \frac{c_p\mu}{k} \right) \frac{\mu}{D\bar{V}\rho} \frac{k}{\mu c_p} = \Phi_1 \left(\frac{D\bar{V}\rho}{\mu}, \frac{c_p\mu}{k} \right)$$

y sigue la ecuación (1.51). Observe que la función Φ_1 no es igual a la función Φ . De esta forma, algunas ecuaciones adimensionales pueden cambiarse en cualquier número de nuevas opciones. Esto se utiliza con frecuencia cuando se desea obtener un solo factor en un grupo. Así que en la ecuación (1.49), c_p aparece en un solo grupo, y en la ecuación (1.51), k se encuentra en uno solo. Como se muestra en el capítulo 12, la ecuación (1.51) es más útil para algunos propósitos que la ecuación (1.49).

Análisis dimensional especulativo. Como señala Churchill, el análisis dimensional se ve mejor desde un proceso especulativo.³ Para alguna condición, el método no garantiza que se pueda aplicar una relación exponencial simple como la implicada en la ecuación (1.48), aunque experimentos subsecuentes muestran que tal relación es enteramente satisfactoria. Para otra, la selección de las variables a menudo se considera tentativa al hacer un análisis dimensional. Si las variables innecesarias se incluyen, el análisis por lo general muestra que no son necesarias; si algunas variables importantes se omiten, el análisis arrojará un resultado válido pero sólo para ciertos límites o condiciones asintóticas como, por ejemplo, a velocidades de flujo muy bajas o muy altas. Si se utiliza de manera correcta, el análisis dimensional será la herramienta más útil en el diseño de un programa experimental.

Grupos adimensionales con nombres propios

Algunos grupos adimensionales se presentan con tal frecuencia que se les han asignado nombres y símbolos especiales. En el apéndice 2 se proporciona una lista de los más importantes.

CONCEPTOS BÁSICOS

Las operaciones unitarias de ingeniería química se fundamentan en un reducido número de conceptos básicos, incluyendo las ecuaciones de estado de los gases, balances de materia y balances de energía. Estos temas se tratan con amplitud en los cursos introductorios de química e ingeniería química, razón por la que aquí sólo se abordarán brevemente. Para quien desee practicar en la aplicación de estos conceptos, al final de este capítulo se incluyen problemas ilustrativos con respuestas.

Ecuaciones de estado de los gases

Un gas puro de n mol, que se mantiene a una temperatura T y presión p , ocupará un volumen V . Si alguna de las tres cantidades se fija, la cuarta también se determina y, por lo tanto, sólo tres cantidades son independientes. Esto se expresa mediante la ecuación funcional

$$f(p, T, V, n) = 0 \quad (1.52)$$

Las formas específicas de esta relación se llaman *ecuaciones de estado*. Se han propuesto muchas de estas ecuaciones y varias son de uso común. Las ecuaciones de estado más satisfactorias se expresan en la forma

$$\frac{pV}{nRT} = 1 + \frac{B}{V/n} + \frac{C}{(V/n)^2} + \frac{D}{(V/n)^3} + \cdots \quad (1.53)$$

Esta ecuación, conocida como *ecuación virial*, está bien fundamentada por la teoría molecular de los gases. Los coeficientes B , C y D se denominan el segundo, tercero y cuarto coeficientes viriales, respectivamente. Cada uno ellos es función de la temperatura e independiente de la presión. Es factible incorporar coeficientes adicionales, pero los valores numéricos para los coeficientes superiores a D son tan poco conocidos que rara vez se utilizan más de tres. La ecuación virial también se aplica a mezclas gaseosas. Entonces, los coeficientes viriales dependen de la temperatura y composición de la mezcla. Existen reglas para estimar los coeficientes B , C y D para mezclas a partir de sus valores para los gases puros individuales.⁸

Factor de compresibilidad y densidad molar

Para propósitos de ingeniería, la ecuación (1.53) se escribe con frecuencia así

$$z = \frac{p}{\rho_M RT} = 1 + \rho_M B + \rho_M^2 C + \rho_M^3 D \quad (1.54)$$

donde z es el factor de compresibilidad y ρ_M la densidad molar, definida por

$$\rho_M = \frac{n}{V} \quad (1.55)$$

Ley de los gases ideales

Los gases reales a presiones elevadas requieren el uso de los tres coeficientes viriales para cálculos exactos de z a partir de ρ_M y T . A medida que se reduce la densidad por la disminución de la presión, los valores numéricos de los términos viriales se anulan, aun cuando los valores de los coeficientes no se modifican. A medida que el efecto de D se hace despreciable, la serie se interrumpe suprimiendo este término, después el término C y así sucesivamente, hasta que para bajas presiones (del orden de 1 o 2 atm para gases ordinarios), se pueden despreciar las tres viriales. El resultado es la ley de los gases

$$z = \frac{pV}{nRT} = \frac{p}{\rho_M RT} = 1 \quad (1.56)$$

Esta ecuación es evidentemente consistente con la ecuación (1.11), que contiene la definición de la temperatura absoluta. El proceso por aplicación de límites indicado por la ecuación (1.11) elimina de manera rigurosa los coeficientes viriales para proporcionar una definición precisa; la ecuación (1.56) cubre un intervalo útil de densidades para los cálculos prácticos y recibe el nombre de *ley de los gases ideales*.

Presiones parciales

La presión parcial es una magnitud útil para el tratamiento de los componentes individuales de una mezcla gaseosa. La presión parcial de un componente en una mezcla, por ejemplo, el componente A , está definida por la ecuación

$$p_A \equiv P y_A \quad (1.57)$$

donde p_A = presión parcial del componente A en la mezcla

y_A = fracción molar del componente A en la mezcla

P = presión total de la mezcla

Si se suman todas las presiones parciales de una mezcla determinada, el resultado es

$$p_A + p_B + p_C + \cdots = P(y_A + y_B + y_C + \cdots)$$

Puesto que la suma de las fracciones molares es la unidad,

$$p_A + p_B + p_C + \cdots = P \quad (1.58)$$

La suma de todas las presiones parciales de una mezcla dada es igual a la presión total de la mezcla. Esto es aplicable tanto para mezclas de gases ideales como no ideales.

Balances de materia

La ley de la conservación de la materia establece que la materia no se crea ni se destruye. Esto conduce al concepto de masa, y la ley se enuncia en la forma de que la masa de los

materiales que intervienen en cualquier proceso es constante. Actualmente se sabe que la ley es muy limitada para el caso de materia que se mueve a velocidades cercanas a la de la luz o para sustancias que experimentan reacciones nucleares. En estas circunstancias, la energía y la masa son interconvertibles y la suma de las dos permanece constante, en vez de cada una por separado. Sin embargo, en la mayoría de las situaciones de ingeniería, esta transformación es demasiado pequeña para ser detectada; en este libro se considera que la masa y la energía son independientes.

La conservación de la masa requiere que los materiales que entran a un proceso, o bien se acumulan o salen del proceso, lo hagan de manera que no haya pérdida ni ganancia. La mayoría de los procesos que se consideran en este libro transcurren sin acumulación o disminución y la ley de la conservación de la materia adquiere la forma sencilla de que la entrada es igual a la salida. La ley se aplica con frecuencia en la forma de balances de materia. El proceso es deudor con respecto a lo que entra y acreedor con respecto a lo que sale. La suma del debe tiene que ser igual a la suma del haber. Los balances de materia han de cumplirse para todo el proceso o equipo, así como para cualquier parte de los mismos. Se cumplen tanto para todo el material que entra y sale del proceso como para cualquier material individual que pase a través del proceso sin modificarse.

Balances de energía

Un balance de energía se aplica a un proceso, o a una parte del mismo, separado de los alrededores por un límite imaginario. Como en un balance de masa, la entrada que cruza el límite debe ser igual a la salida más la acumulación; si las condiciones son de estado estacionario y no varían con el tiempo, la entrada es igual a la salida.

En un balance de energía, es preciso incluir todas las formas de energía. Sin embargo, en la mayoría de los procesos de flujo algunas formas de energía tales como la magnética, de superficie y de tensión mecánica, no varían y por lo tanto no se consideran. Las formas más importantes son la energía cinética, la energía potencial, la entalpía, el calor y el trabajo; en los procesos electroquímicos, hay que añadir a la lista la energía eléctrica.

Balance de energía para procesos de corriente simple. Un ejemplo de proceso de flujo estacionario en el que se trata una corriente simple de material se muestra en la figura 1.1. El equipo es un aparato a través del cual pasa el material. Suponga que el material fluye a través del sistema a una velocidad de masa constante. Considere el fluido de m kg de material. La corriente total a la entrada (o que entra), tiene una velocidad de u_a m/s y es Z_a m arriba del dato horizontal al cual las alturas se midieron. Su entalpía (una cantidad que se estudiará más adelante) es H_a J/kg. Las cantidades correspondientes para la corriente de salida son u_b , Z_b y H_b . El calor en la cantidad de Q J es transferido a través de los límites del equipo hacia el material que fluye a través de él, durante el tiempo que m kg de fluido entra al equipo. Si el equipo incluye una turbina o motor, puede realizar un trabajo, generalmente por medio de un eje girante, sobre la salida. Si la unidad incluye una bomba, el trabajo de salida se efectúa sobre el material, de nuevo a través de la acción de un eje girante. Los efectos del trabajo de esta clase reciben el nombre de *trabajo de eje*. Suponga que el trabajo de eje igual a W_s J se realizó sobre la salida del equipo. Para este proceso, se aplica la siguiente ecuación, que se deriva en los textos sobre técnicas termodinámicas:⁹

$$m \left[\frac{u_b^2 - u_a^2}{2} + g(Z_b - Z_a) + H_b - H_a \right] = Q - W_s \quad (1.59)$$

o, en unidades fps,

$$m \left[\frac{u_b^2 - u_a^2}{2g_c J} + \frac{g(Z_b - Z_a)}{g_c J} + H_b - H_a \right] = Q - \frac{W_s}{J} \quad (1.60)$$

donde J , g y g_c tienen su significado habitual.

Para aplicar la ecuación (1.59) o la (1.60) a una situación específica, debe hacerse una elección precisa de los límites del equipo. Hay que identificar la entrada y salida de la (las) corriente(s), así como también localizar los puertos de entrada y salida y el mencionado eje rotatorio. También hay que localizar todas las áreas de transferencia de calor entre el equipo y sus alrededores. La *superficie de control* la constituyen los límites del equipo y las secciones transversales de todos los ejes y puertos de entrada y salida. Esta superficie es una envoltura cerrada, sin espacios. La ecuación (1.59) se aplica para el equipo y material dentro de la superficie de control. Por ejemplo, la superficie de control del proceso que se muestra en la figura 1.1 está limitada por las paredes del equipo, las secciones transversales del eje y los puertos de entrada y salida, como representan las líneas punteadas. El espacio encerrado por la superficie de control recibe el nombre de *volumen de control*.

El efecto del calor Q es, por convención, positivo cuando el flujo de calor proviene de la salida de la superficie de control hacia dentro del equipo, y negativo cuando fluye en sentido contrario. El trabajo del eje W_s se considera positivo cuando el trabajo se realiza por el equipo en la salida de la superficie de control, y negativo cuando el trabajo se suministra al equipo desde la salida de la superficie de control. Así, el trabajo requerido

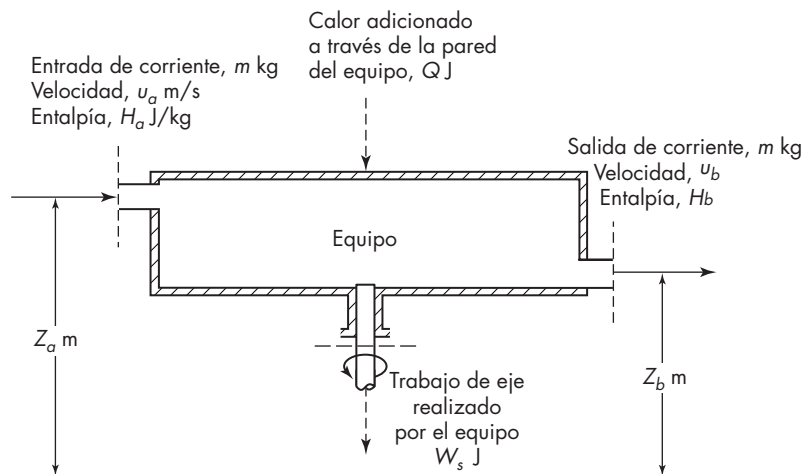


FIGURA 1.1

Diagrama para el proceso de flujo estacionario.

por una bomba localizada en el interior de la superficie de control es negativo. Tanto Q como W_s , presentan efectos netos; si hay más de un flujo de calor o trabajo de eje, los valores individuales se suman algebraicamente y los valores netos de Q y W_s se utilizan en las ecuaciones (1.59) y (1.60).

Finalmente, observe que no existen términos por fricción en las ecuaciones (1.59) y (1.60). La fricción es una transformación interna de la energía mecánica a calor y ocurre dentro de la superficie de control. Estos efectos se incluyen en otros términos de la ecuación.

SÍMBOLOS

En general, las cantidades están dadas en unidades SI, cgs y fps; las cantidades proporcionadas sólo en sistemas cgs y fps se limitan al sistema considerado; las cantidades utilizadas sólo en una ecuación se identifican por el número de la ecuación.

A	Área de la superficie de calentamiento, ft ² [Ec. (1.41)]
B	Segundo coeficiente virial, ecuación de estado, m ³ /kg mol, cm ³ /g mol o ft ³ /lb mol
C	Tercer coeficiente virial, ecuación de estado, m ⁶ /(kg mol) ² , cm ⁶ /(g mol) ² o ft ⁶ /(lb mol) ²
c_p	Calor específico, J/g · °C o Btu/lb · °F
$\bar{D}$	Diámetro, m o ft; también cuarto coeficiente virial, ecuación de estado, m ⁹ /(kg mol) ³ , cm ⁹ /(g mol) ³ o ft ⁹ /(lb mol) ³
D'_o	Diámetro exterior de la tubería, in. [Ec. (1.41)]
F	Fuerza, N, din o lb _f
f	Función de
G	Velocidad de la masa, kg/s · m ² o lb/h · ft ² ; también constante gravitacional, N · m ² /kg ² , din · cm ² /g ² o lb _f · ft ² /lb ²
g	Aceleración de caída libre, m/s ² , cm/s ² o ft/s ² ; g_n , valor estándar, 9.80665* m/s ² , 980.665 cm/s ² , 32.1740 ft/s ²
g_c	Factor de proporcionalidad, 1/ k_1 en la ecuación (1.35), 32.1740 ft · lb/lb _f · s ²
$\bar{H}$	Dimensión del calor, energía o trabajo
H	Entalpía, J/kg
H_a	A la entrada
H_b	A la salida
h	Coeficiente de transferencia de calor, W/m ² · °C o Btu/h · ft ² · °F
J	Equivalente mecánico del calor, 4.1868 J/cal _{IT} , 778.17 ft · lb _f /Btu
k	Conductividad térmica, W/m · °C o Btu/h · ft · °F; también factor de proporcionalidad k_1 en la ecuación (1.1); k_2 en la ecuación (1.2); k_3 en la ecuación (1.3); k_4 en la ecuación (1.4)
$\bar{L}$	Dimensión de la longitud
M	Peso molecular
$\bar{M}$	Dimensión de la masa
m	Masa, kg, g o lb; m_a , m_b , masa de las partículas [Ec. (1.2)]
n	Número de moles

P	Presión total sobre la mezcla
p	Presión, Pa, din/cm^2 o lb_f/ft^2 ; p_A , presión parcial del componente A; p_B , presión parcial del componente B; p_C , presión parcial del componente C
Q	Cantidad de calor, J, cal o Btu; Q_c , calor absorbido por el sistema durante el ciclo
q	Velocidad de transferencia del calor, Btu/h [Ec. (1.41)]
R	Constante de la ley de los gases, $8.31447 \times 10^3 \text{ J/K} \cdot \text{kg mol}$, $8.31447 \times 10^7 \text{ ergs/K} \cdot \text{g mol}$ o $1.98588 \text{ Btu/}^\circ\text{R} \cdot \text{lb mol}$
r	Distancia entre dos masas puntuales m_a y m_b [Ec. (1.2)]
T	Temperatura, K, $^\circ\text{C}$, $^\circ\text{R}$ o $^\circ\text{F}$; temperatura absoluta termodinámica [Ec. (1.11)]
$\bar{T}$	Dimensión de la temperatura
t	Tiempo, s; $\bar{t}$, dimensión del tiempo
u	Velocidad lineal, m/s, cm/s o ft/s; u_0 , velocidad inicial de la caída de un cuerpo
V	Volumen, m^3 , cm^3 o ft^3
$\bar{V}$	Velocidad promedio del fluido, m/s cm/s o ft/s
W	Trabajo, J, ergios o $\text{ft} \cdot \text{lb}_f$; W_c , trabajo realizado por el sistema durante el ciclo
y	Fracción molar en la mezcla gaseosa; y_A , fracción molar del componente A; y_B , fracción molar del componente B; y_C , fracción molar del componente C
Z	Altura sobre el plano de referencia, m, cm o ft
z	Factor de compresibilidad, adimensional

Letras griegas

ΔT	Diferencia de temperatura, $^\circ\text{F}$ [Ec. (1.41)]
μ	Viscosidad absoluta, $\text{kg/m} \cdot \text{s}$ o $\text{lb/ft} \cdot \text{s}$
ρ	Densidad, kg/m^3 , g/cm^3 o lb/ft^3
ρ_M	Densidad molar, kg mol/m^3 , g mol/cm^3 o lb mol/ft^3
Ψ	Función de
Φ, Φ_1	Funciones de

PROBLEMAS

- 1.1. Utilizando las constantes y los factores de conversión definidos para la masa, la longitud, el tiempo y la temperatura, calcule los factores de conversión para a) fuerza en pie-libra a kilowattthora, b) galones (1 gal = 231 in.³) a litros (10^3 cm^3), c) Btu por libra mol a joules por kilogramo mol.

Respuestas: Véase apéndice 1.

- 1.2. ¿Aproximadamente cuántos minutos hay en un microsiglo?

- 1.3. La ecuación de Beattie-Bridgman, una famosa ecuación de estado para gases reales, se escribe así

$$p = \frac{RT \left[1 - c / (vT^3) \right]}{v^2} \left[v + B_0 \left(1 - \frac{b}{v} \right) \right] - \frac{A_0}{v^2} \left(1 - \frac{a}{v} \right) \quad (1.61)$$

donde a , A_0 , b , B_0 y c son constantes experimentales y v es el volumen molar, l/g mol. *a*) Demostrar que esta ecuación se puede poner en la forma de la ecuación (1.54) y derive ecuaciones para los coeficientes viriales B , C y D en términos de las constantes de la ecuación (1.61). *b*) Para el aire, las constantes son $a = 0.01931$, $A_0 = 1.3012$, $b = -0.01101$, $B_0 = 0.04611$ y $c \times 10^{-4} = 66.00$, todas las unidades en el sistema cgs (atmósferas, litros, gramo mol, kelvins, con $R = 0.08206$). Calcule los valores de los coeficientes viriales para el aire en unidades SI. *c*) Calcule z para el aire a una temperatura de 300 K y un volumen molar de $0.200 \text{ m}^3/\text{kg mol}$.

- 1.4.** Una mezcla al 25% de gas amoníaco y 75% de aire (en base seca) sube (o pasa en forma ascendente) a través de una torre de depuración vertical, a cuya parte superior se bombea agua. El gas depurado sale de la parte superior de la torre que contiene 0.5% de amoníaco en peso, y por la parte inferior sale una disolución acuosa que contiene 10% de amoníaco en peso. Ambas corrientes gaseosas de entrada y salida están saturadas con vapor de agua. El gas entra a la torre a 37.8°C y sale a 21.1°C . La presión de ambas corrientes, así como en el interior de la torre, es de 1.02 atm manométricas. La mezcla de aire-amoníaco entra a la torre a la velocidad de $28.32 \text{ m}^3/\text{min}$, como gas seco a 15.6°C y 1 atm. ¿Qué porcentaje del amoníaco que entra a la torre no es absorbido por el agua? ¿Cuántos metros cúbicos de agua por hora se bombean a la parte superior de la torre?

Respuestas: 1.5%; $2.71 \text{ m}^3/\text{h}$

- 1.5.** El gas seco contiene 75% de aire y 25% de vapor de amoníaco que entra por la parte inferior de una torre de absorción cilíndrica empacada que tiene 2 ft de diámetro. En la parte superior de la torre hay inyectores que distribuyen agua sobre el empaque. Por el fondo de la columna de la torre se succiona una disolución de amoníaco en agua, y el gas depurado sale por la parte superior. El gas entra a 80°F y 760 mm Hg de presión, y sale a 60°F y 730 mm. El gas que sale contiene, sobre una base seca, 1.0% de amoníaco. *a*) Si el gas que entra fluye a través de la parte inferior vacía de la columna a una velocidad promedio (ascendente) de 1.5 ft/s, ¿cuántos pies cúbicos del gas de entrada se tratan por hora? *b*) ¿Cuántas libras de amoníaco se absorben por hora?

Respuestas: *a*) $16\,965 \text{ ft}^3/\text{h}$; *b*) 177 lb

- 1.6.** Un evaporador se alimenta de forma continua con 25 t (toneladas métricas)/h de una solución consistente de 10% de NaOH, 10% de NaCl y 80% de H_2O . Durante la evaporación se elimina vapor de agua, y la sal se precipita en forma de cristales que sedimentan y se separan de la disolución residual. La disolución concentrada que sale del evaporador contiene 50% de NaOH, 2% de NaCl y 48% de H_2O .

Calcule *a*) los kilogramos de agua evaporada por hora, *b*) los kilogramos de sal precipitada por hora y *c*) los kilogramos de disolución concentrada que se produce por hora.

Respuestas: *a*) $17\,600 \text{ kg/h}$; *b*) $2\,400 \text{ kg/h}$; *c*) $5\,000 \text{ kg/h}$

- 1.7.** A través de un tubo horizontal calentado, circula aire en estado estacionario. El aire entra a 40°F con una velocidad de 50 ft/s, y sale del tubo a 140°F y 75 ft/s. El calor promedio específico del aire es $0.24 \text{ Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$. ¿Cuántos Btus por libra de aire se transfieren a través de la pared del tubo?

Respuesta: 24.1 Btu/lb

- 1.8.** Revise la consistencia dimensional de la siguiente ecuación empírica para la transferencia de calor entre un fluido en movimiento y la superficie de una esfera (véase capítulo 12):

$$h = 2.0kD_p^{-1} + 0.6D_p^{-0.5}G^{0.5}\mu^{-0.17}c_p^{0.33}k^{0.67}$$

donde h = coeficiente de transferencia de calor
 D_p = diámetro de la esfera
 k_p = conductividad térmica del fluido
 G = velocidad de masa del fluido
 μ = viscosidad del fluido
 c_p = calor específico del fluido

- 1.9.** En el medidor de orificios que se estudia en el capítulo 8, un disco plano con una abertura central de diámetro D_o se coloca en forma transversal a una tubería de diámetro D , y se mide la caída de presión Δp a través de la abertura. Se postula que Δp es una función de la velocidad promedio del fluido en la tubería $\bar{V}$, la densidad del fluido ρ , la viscosidad del fluido μ y los diámetros de la tubería y la abertura, D y D_o , respectivamente. De esta manera

$$\Delta p = \Phi(\bar{V}, \rho, \mu, D, D_o)$$

Encuentre un conjunto aceptable de grupos adimensionales que relacionen los diversos factores.

Respuesta:
$$\frac{\Delta p}{\rho \bar{V}^2} = \Phi\left(\frac{D_o \bar{V} \rho}{\mu}, \frac{D}{D_o}\right)$$

- 1.10.** Una planta generadora de energía alimentada con carbón, con un rendimiento de 360 megavatios, tiene una eficiencia de 38% en la conversión de calor a trabajo. Si el carbón tiene un valor calórico de 30 000 kJ/kg, ¿cuántas toneladas métricas (1 ton = 1 000 kg) se usan por hora?
- 1.11.** ¿En qué valor la temperatura en grados Fahrenheit es igual a la temperatura en grados Celsius? ¿Hay algún punto en que la temperatura en Kelvin sea igual que la temperatura Rankine?
- 1.12.** En muchos países de América del Sur, trozos de yuca o mandioca que contienen 65% de agua se secan hasta llevar ese porcentaje hasta 5%, luego se muelen para obtener harina de tapioca. Para elaborar 1 200 kg/h de harina, ¿cuál deberá ser el flujo de alimentación al secador, en kg/h? ¿Qué cantidad de agua se deberá extraer?
- 1.13.** Pulpa de papel húmeda que contenía 66% de humedad se secó bajo condiciones tales que se extrajo 53% del agua que existía inicialmente. ¿Cuál fue el contenido de humedad de la pulpa seca? ¿Cuánta pulpa seca se produjo por cada kilogramo de pulpa húmeda?
- 1.14.** Para elaborar harina de pescado, primero se extrae el aceite, dejando una pasta húmeda que contiene 82% de agua en peso. Esta pasta se seca parcialmente para reducir el contenido de humedad hasta 40%, luego de lo cual la pasta se muele. ¿Cuántos kg/h de pasta húmeda se necesitarán para producir 800 kg/h de pasta “seca”?
- 1.15.** Los datos de transferencia de calor a veces se expresan como un factor j , donde

$$j_H = \left(\frac{h}{c_p G}\right) \left(\frac{c_p \mu}{k}\right)^{2/3} = f(\text{Re})$$

Demuestre que tal correlación se puede convertir en una que exprese el número de Nusselt ($\text{Nu} = hD/k$) como función del número de Reynolds (DG/μ) y el número de Prandtl ($c_p \mu/k$).

- 1.16.** ¿Cuántas moléculas de oxígeno hay en una libra mol de aire a 1 atm y 0 °C? ¿Cuántas moléculas de O₂ hay en un kilogramo mol de aire a 1 atm y 30 °C?

- 1.17. Explique la diferencia entre la ecuación (1.59) y la ecuación simple que a veces se muestra en los libros de texto de termodinámica, $\Delta E = Q - W$. ¿Puede la ecuación más simple provenir de la ecuación (1.59)?

REFERENCIAS

1. Austin, G.T. *Shreve's Chemical Process Industries*. 5a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1984.
2. Bridgman, P.W. *Dimensional Analysis*. Nueva York: AMS Press, 1978.
3. Churchill, S.W. *Chem. Eng. Education*, **30**(3): 158 (1997).
4. *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, 69a. ed. Boca Raton, FL, CRC Press, 1988, p. F-191.
5. Halladay, D. y R. Resnick. *Fundamentals of Physics*, 3a. ed. Nueva York: Wiley, 1988, p. 4.
6. Moldover, M.R. y col. *J. Res. Natl. Bur. Std.* **93**(2): 85 (1988).
7. *Natl. Bur. Std. Tech. News Bull.* **55**: 3 (marzo 1971).
8. Prausnitz, J.M., R.N. Lichtenthaler y E.G. de Azevedo. *Molecular Theory of Fluid-Phase Equilibria*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1986.
9. Smith, J.M., H.C. Van Ness y M.M. Abbott. *Introduction to Chemical Engineering Thermodynamics*. 5a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1996.

SECCIÓN II

Mecánica de fluidos

El comportamiento de los fluidos es importante para los procesos de ingeniería en general y constituye uno de los fundamentos para el estudio de las operaciones unitarias. El conocimiento de los fluidos es esencial, no sólo para tratar con precisión los problemas de movimiento de los fluidos a través de tuberías, bombas y otro tipo de equipos de proceso, sino también para el estudio del flujo de calor y de muchas operaciones de separación que dependen de la difusión y transferencia de masa.

La rama de la ingeniería que estudia el comportamiento de los fluidos —se sobreentiende que los fluidos comprenden líquidos, gases y vapores— recibe el nombre de *mecánica de fluidos*. La mecánica de fluidos es, a su vez, una parte de una disciplina más amplia llamada *mecánica continua*, que también incluye el estudio de los sólidos sometidos a esfuerzo.

La mecánica de fluidos tiene dos ramas importantes para el estudio de las operaciones unitarias: la *estática de fluidos*, que trata de los fluidos en el estado de equilibrio sin esfuerzo cortante, y la *dinámica de fluidos*, que trata los fluidos cuando partes de ellos se mueven con relación a otras.

Los capítulos de esta sección tratan aquellas áreas de la mecánica de fluidos que son importantes para las operaciones unitarias. La elección de los temas es solamente una muestra del inmenso campo de la mecánica de fluidos en general. El capítulo 2 estudia la estática de fluidos y algunas de sus importantes aplicaciones. El capítulo 3 discute importantes fenómenos que aparecen en el flujo de fluidos. El capítulo 4 trata de las leyes y ecuaciones básicas cuantitativas del flujo de fluidos. El capítulo 5 trata el flujo de fluidos no compresibles a través de tuberías; el capítulo 6 está dedicado al flujo de fluidos compresibles, y el capítulo 7 describe el flujo alrededor de sólidos sumergidos en un fluido en movimiento. El capítulo 8 aborda importantes problemas de ingeniería de fluidos que circulan a través del equipo de proceso, así como de la medida y control de fluidos en movimiento. Finalmente, el capítulo 9 estudia las operaciones de mezclado, agitación y dispersión, que en esencia son mecánica de fluidos aplicada.

CAPÍTULO 2

Estática de fluidos y sus aplicaciones

Naturaleza de los fluidos

Un fluido es una sustancia que no resiste en forma permanente la distorsión. Si se intenta cambiar la forma de una masa del fluido, se produce un deslizamiento de unas capas de fluido sobre otras hasta que se alcanza una nueva forma. Durante el cambio de forma, existen esfuerzos cortantes,[†] cuya magnitud depende de la viscosidad del fluido y de la velocidad del deslizamiento; pero cuando se alcanza la forma final desaparecen todos los esfuerzos cortantes. Un fluido en equilibrio carece de esfuerzos cortantes.

A una determinada temperatura y presión, un fluido posee una densidad definida, que en la práctica de la ingeniería se mide por lo general en kilogramos por metro cúbico o libras por pie cúbico. Aunque la densidad de todos los fluidos depende de la temperatura y de la presión, la variación de la densidad con los cambios en estas variables puede ser pequeña o grande. Si los cambios en la densidad son ligeros con cambios moderados en la temperatura y presión, al fluido se le llama *no compresible*; si los cambios en la densidad son significativos, al fluido se le denomina *compresible*. Los líquidos se consideran no compresibles y los gases compresibles. Aunque los términos son relativos, la densidad de un líquido cambia apreciablemente bajo grandes variaciones de presión y temperatura. Además, los gases sometidos a pequeñas variaciones relativas de presión y temperatura se comportan como fluidos no compresibles, y es posible ignorar los cambios en la densidad bajo tales condiciones sin riesgo de cometer un error significativo.

La presión en un fluido estático se considera como la fuerza superficial que ejerce un fluido por unidad de área de las paredes del recipiente que lo contiene. En cualquier punto dentro del volumen del fluido existe también una determinada presión. Ésta es

[†]Corte es el desplazamiento lateral de una capa de material relativo a otra capa por una fuerza externa. El *esfuerzo cortante* se define como la relación de esta fuerza al área de la capa. Véase capítulo 3.

una cantidad escalar; en todas las direcciones, esta magnitud es la misma para cualquier punto dado.

EQUILIBRIO HIDROSTÁTICO

En una masa estacionaria formada por un solo fluido estático, la presión es constante en cualquier sección transversal paralela a la superficie de la tierra, pero varía con la altura. Considere la columna vertical del fluido que se muestra en la figura 2.1. Suponga que el área de la sección transversal de la columna es S . A una altura Z arriba de la base de la columna, la presión es p y la densidad ρ . La resultante de todas las fuerzas que actúan sobre el pequeño volumen del fluido de altura dZ y el área de la sección transversal S debe ser cero. Sobre este volumen actúan tres fuerzas verticales: 1) la fuerza debida a la presión p que actúa en dirección ascendente, que tiene un valor de pS ; 2) la fuerza debida a la presión $p + dp$ que actúa en dirección descendente, y que está dada por $(p + dp)S$; 3) la fuerza de gravedad que actúa hacia abajo, la cual es $g\rho S dZ$. Entonces

$$+pS - (p + dp)S - g\rho S dZ = 0 \quad (2.1)$$

En esta ecuación, se toman como positivas las fuerzas que actúan hacia arriba y como negativas las que lo hacen hacia abajo. Después de simplificar y dividir entre S , la ecuación (2.1) se convierte en

$$dp + g\rho dZ = 0 \quad (2.2)$$

La ecuación (2.2) no puede integrarse para los fluidos compresibles, a menos que se conozca la variación de la densidad con la presión a lo largo de la columna del fluido.

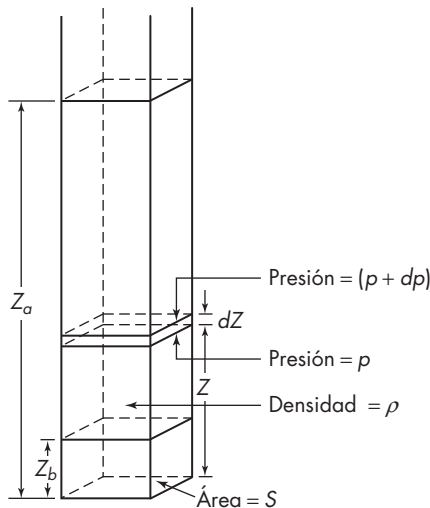


FIGURA 2.1
Equilibrio hidrostático

Sin embargo, para los cálculos de ingeniería es con frecuencia pertinente considerar que ρ es esencialmente constante. La densidad es constante para los fluidos no compresibles y, excepto por las grandes variaciones en la altura, también lo es para los compresibles. La integración de la ecuación (2.2) suponiendo que ρ es una constante da,

$$\frac{p}{\rho} + gZ = \text{constante} \quad (2.3)$$

o entre las dos alturas definidas Z_a y Z_b que se indican en la figura 2.1,

$$\frac{p_b}{\rho} - \frac{p_a}{\rho} = g(Z_a - Z_b) \quad (2.4)$$

La ecuación (2.3) expresa matemáticamente la condición de equilibrio hidrostático.

Cabeza de un líquido

La ecuación (2.4) muestra la relación entre la presión y la altura de una columna de líquido. La presión comúnmente se expresa como *cabeza*, la cual es la altura de la columna de líquido que ejercería esa cantidad de presión en su base (una definición más precisa de cabeza, necesaria al considerar el comportamiento de las bombas, se ofrece en el capítulo 8). La cabeza Z está dada por $Z = p/\rho g$, o, en unidades fps, $Z = pg_c/\rho g$.

Ecuación barométrica

Para un gas ideal, la densidad y la presión se relacionan por la ecuación siguiente:

$$\rho = \frac{pM}{RT} \quad (2.5)$$

donde M = peso molecular
 T = temperatura absoluta

Al sustituir la ecuación (2.5) en la ecuación (2.2), se obtiene

$$\frac{dp}{p} + \frac{gM}{RT} dZ = 0 \quad (2.6)$$

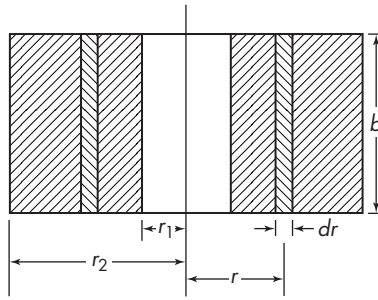
La integración de la ecuación (2.6) entre los niveles a y b , suponiendo que T es constante, resulta en

$$\ln \frac{p_b}{p_a} = -\frac{gM}{RT} (Z_b - Z_a)$$

o

$$\frac{p_b}{p_a} = \exp \left[-\frac{gM(Z_b - Z_a)}{RT} \right] \quad (2.7)$$

La ecuación (2.7) se conoce con el nombre de *ecuación barométrica*.

**FIGURA 2.2**

Centrifugación de un solo líquido.

Se dispone de métodos en la bibliografía³ para estimar las distribuciones de presión en casos, por ejemplo, el de un pozo profundo de gas natural, en el que el gas no se comporta como ideal y la temperatura no es constante.

Equilibrio hidrostático en un campo centrífugo

Al rotar una centrífuga, una capa de líquido se arroja desde el eje de rotación y se mantiene contra las paredes de la carcasa por medio de la fuerza centrífuga. La superficie libre del líquido adopta la forma de una paraboloides de revolución,² pero en las centrifugadoras industriales la velocidad de rotación es muy elevada y la fuerza centrífuga es mucho más grande que la fuerza de gravedad, por lo que la superficie del líquido es virtualmente cilíndrica y coaxial con respecto al eje de rotación. Esta situación se ilustra en la figura 2.2, donde r_1 es la distancia radial desde el eje de rotación hasta la superficie libre del líquido, y r_2 es el radio de la carcasa de la centrifugadora. El total de la masa del líquido que se indica en la figura 2.2 gira como un cuerpo rígido, sin ningún deslizamiento de una capa del líquido sobre otra. Bajo estas condiciones, la distribución de la presión en el líquido se puede obtener a partir de los principios de la estática de los fluidos.

La caída de presión a través de cualquier espacio anular del líquido que gira, se calcula de la manera siguiente. Considere el espacio anular del líquido que se muestra en la figura 2.2 y un elemento de volumen de espesor dr situado a un radio r :

$$dF = \omega^2 r \, dm$$

donde dF = fuerza centrífuga

dm = masa del líquido en el elemento

ω = velocidad angular, rad/s

Si ρ es la densidad del líquido y b el ancho del espacio anular,

$$dm = 2\pi r b \rho \, dr$$

Eliminando dm se obtiene

$$dF = 2\pi r b \rho \omega^2 r^2 \, dr$$

El cambio de presión en el elemento viene dado por la fuerza ejercida por el elemento del líquido, dividida entre el área del espacio anular:

$$dp = \frac{dF}{2\pi r b} = \omega^2 \rho r \, dr$$

La caída de presión en todo el espacio anular es

$$p_2 - p_1 = \int_{r_1}^{r_2} \omega^2 \rho r \, dr$$

Si se supone que la velocidad es constante, después de la integración se obtiene

$$p_2 - p_1 = \frac{\omega^2 \rho (r_2^2 - r_1^2)}{2} \quad (2.8)$$

La ecuación (2.8) se aplica estrictamente cuando r_1 y r_2 no son muy diferentes, pero para sistemas prácticos el error es pequeño.

APLICACIONES DE LA ESTÁTICA DE FLUIDOS

Manómetros

El manómetro es un instrumento importante utilizado para medir diferencias de presión. La figura 2.3 muestra la forma más sencilla de un manómetro. Suponga que la porción sombreada del tubo en U está llena con un líquido A de densidad ρ_A y los extremos (o brazos) del tubo en U, situadas por encima del líquido, contienen un fluido B de densidad ρ_B . El fluido B es inmisible con el líquido A y menos denso que él; con frecuencia es un gas como el aire o el nitrógeno.

Sobre uno de los extremos (o brazos) del tubo en U se ejerce una presión p_a , y sobre la otra una presión p_b . Como resultado de la diferencia de presión $p_a - p_b$, el menisco está más elevado en uno de los extremos del tubo U que en el otro, y puede utilizarse la distancia vertical entre los dos meniscos R_m para medir la diferencia de presión. Para deducir una relación entre $p_a - p_b$ y R_m , se comienza por el punto 1, donde la presión es p_a ; entonces, como se muestra en la ecuación (2.3), la presión en el punto 2 es $p_a + g(Z_m + R_m)\rho_B$. De acuerdo con los principios de la hidrostática, esta presión es igual a la del punto 3. La presión en el punto 4 es menor que la del punto 3 por el término $gR_m\rho_A$, y la presión en el punto 5, p_b , es aun menor por el término $gZ_m\rho_B$. Estas afirmaciones se resumen en la ecuación

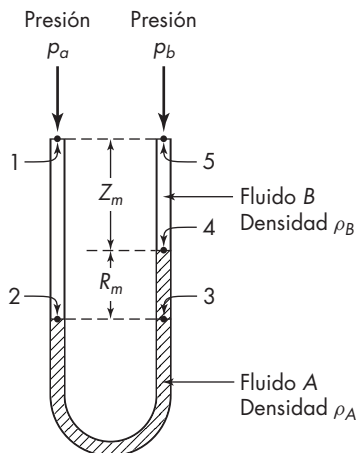


FIGURA 2.3
Manómetro sencillo.

$$p_a + g[(Z_m + R_m)\rho_B - R_m\rho_A - Z_m\rho_B] = p_b \quad (2.9)$$

La simplificación de esta ecuación proporciona

$$p_a - p_b = gR_m(\rho_A - \rho_B) \quad (2.10)$$

Observe que esta relación es independiente de la distancia Z_m y de las dimensiones del tubo, con tal que las presiones p_a y p_b se midan en el mismo plano horizontal. Si el fluido B es un gas, ρ_B es generalmente despreciable en comparación con ρ_A y se omite de la ecuación (2.10).

EJEMPLO 2.1 Para medir la caída de presión a través de un orificio (véase figura 8.17), se utiliza un manómetro del tipo que se muestra en la figura 2.3. El líquido A es mercurio (densidad $13\,590\text{ kg/m}^3$) y el fluido B , que circula a través del orificio y llena parte del manómetro, es salmuera (densidad $1\,260\text{ kg/m}^3$). Cuando las presiones en las tomas son iguales, el nivel del mercurio en el manómetro está 0.9 m por debajo de las tomas del orificio. Bajo las condiciones de operación, la presión manométrica[†] en la tomacorriente de entrada es de 0.14 bar ; y la de la tomacorriente a la salida es de 250 mm Hg por debajo de la atmosférica. ¿Cuál es la lectura del manómetro en milímetros?

Solución Si se considera como cero la presión atmosférica, entonces los datos numéricos para sustituir en la ecuación (2.10) son:

$$p_a = 0.14 \times 10^5 = 14\,000\text{ Pa}$$

De la ecuación (2.4)

$$\begin{aligned} p_b &= Z_b g \rho_A \\ &= -\frac{250}{1\,000} \times 9.80665 \times 13\,590 \\ &= -33\,318\text{ Pa} \end{aligned}$$

Al sustituir en la ecuación (2.10) se obtiene

$$\begin{aligned} 14\,000 + 33\,318 &= R_m \times 9.80665 \times (13\,590 - 1\,260) \\ R_m &= 0.391\text{ m, o } 391\text{ mm} \end{aligned}$$

Para medir pequeñas diferencias de presión, se utiliza el *manómetro inclinado*, que se muestra en la figura 2.4. En este tipo, uno de los brazos del manómetro está inclinado, de tal forma que para un valor pequeño de R_m , el menisco del tubo inclinado se desplazará una distancia considerable a lo largo del tubo. Esta distancia es igual a R_m dividida entre el seno de α , siendo éste el ángulo de inclinación. Haciendo que α sea lo suficientemente pequeño, la magnitud de R_m se transforma en una distancia grande R_1 , y a una pequeña diferencia de presión le corresponde un desplazamiento grande; así

$$p_a - p_b = gR_1(\rho_A - \rho_B) \text{ sen } \alpha \quad (2.11)$$

En este tipo de manómetros, es necesario tener un ensanchamiento en el brazo vertical, de tal manera que el movimiento del menisco en el ensanchamiento sea despreciable dentro del intervalo de operación del instrumento.

[†] La presión manométrica es la presión medida por encima de la presión atmosférica existente.

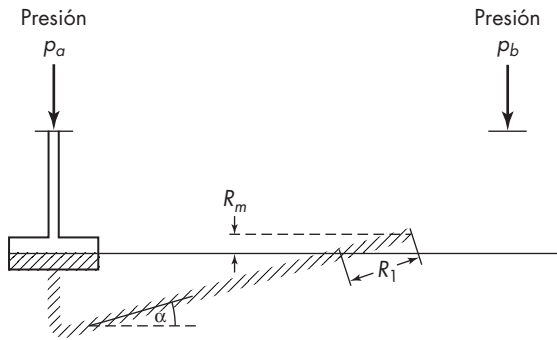


FIGURA 2.4
Manómetro inclinado.

Decantador continuo por gravedad

Un decantador de gravedad del tipo que se muestra en la figura 2.5 se utiliza para la separación continua de dos líquidos no miscibles de densidades diferentes. La mezcla de alimentación entra por un extremo del separador; los dos líquidos fluyen lentamente a través del tanque, separándose en dos capas, y descargan por las líneas de desborde al otro extremo del separador.

Con tal de que las líneas de desborde sean lo suficientemente grandes para que la resistencia por fricción al flujo de los líquidos sea insignificante, y la descarga se efectúe a la misma presión que existe en el espacio gaseoso situado sobre el líquido del tanque, el funcionamiento del decantador se analiza mediante los principios de la estática de fluidos.

Por ejemplo, en el decantador mostrado en la figura 2.5 la densidad del líquido pesado es ρ_A y la del líquido ligero es ρ_B . La profundidad de la capa del líquido pesado es

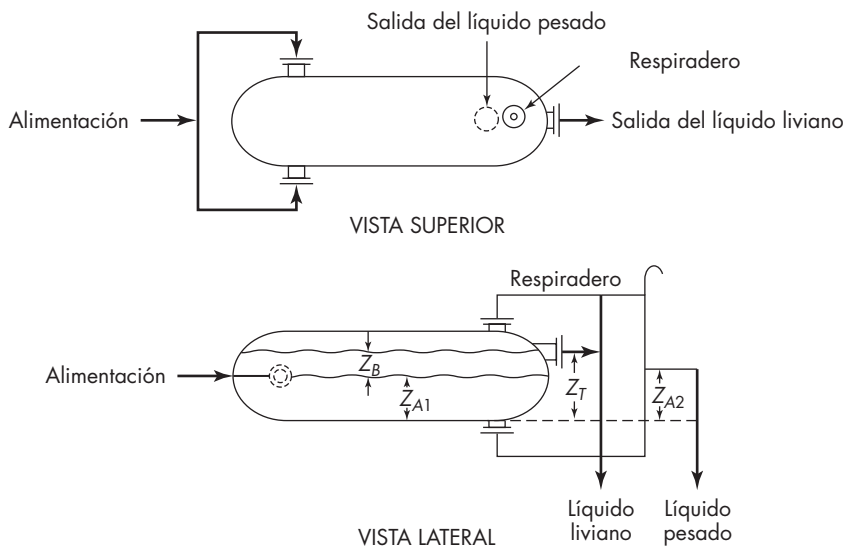


FIGURA 2.5

Decantador por gravedad continuo para líquidos no miscibles.

Z_{A1} , y la del líquido ligero es Z_B . La profundidad total del líquido en el tanque Z_T se fija por la posición de la línea de desborde (o rebosadero) para el líquido ligero. La descarga del líquido pesado se efectúa a través de una línea (o brazo) del rebosadero conectada al fondo del tanque y cuya altura sobre la base del mismo es Z_{A2} . Las líneas de desborde y la parte superior del tanque están comunicadas a la atmósfera.

Puesto que la resistencia por fricción al flujo es insignificante en las líneas de descarga, la columna del líquido pesado en el brazo de desbordamiento de dicho líquido, tiene que equilibrar a la profundidad, ligeramente superior, de los dos líquidos en el tanque. Un balance hidrostático conduce a la ecuación

$$Z_B \rho_B + Z_{A1} \rho_A = Z_{A2} \rho_A \quad (2.12)$$

Despejando Z_{A1} en la ecuación (2.12) se obtiene

$$Z_{A1} = Z_{A2} - Z_B \frac{\rho_B}{\rho_A} = Z_{A2} - (Z_T - Z_{A1}) \frac{\rho_B}{\rho_A} \quad (2.13)$$

donde $Z_T = Z_B + Z_{A1}$ es la profundidad total del líquido en el tanque. A partir de ésta

$$Z_{A1} = \frac{Z_{A2} - Z_T (\rho_B / \rho_A)}{1 - \rho_B / \rho_A} \quad (2.14)$$

La ecuación (2.14) indica que la posición de la interface líquido-líquido en el separador depende de la relación de las densidades de los dos líquidos y de las alturas de las líneas de desborde, y es independiente de las velocidades de flujo de los líquidos. La ecuación indica además que cuando ρ_A y ρ_B son aproximadamente iguales, la posición de la interface se vuelve muy sensible a los cambios en Z_{A2} , que es la altura del brazo del líquido pesado. Para líquidos que difieren ampliamente en su densidad, esta altura no es crítica; pero cuando los líquidos tienen aproximadamente la misma densidad, es preciso operar con cuidado. La parte superior del brazo con frecuencia es móvil, de tal manera que es posible ajustarla durante la operación para obtener la separación óptima.

El tamaño de un decantador se establece por el tiempo requerido para la separación, que a su vez depende de la diferencia entre las densidades de los dos líquidos y de la viscosidad de la fase continua. Con tal de que el líquido sea limpio y no se formen emulsiones, el tiempo de separación se estima a partir de la ecuación empírica¹

$$t = \frac{100\mu}{\rho_A - \rho_B} \quad (2.15)$$

donde t = tiempo de separación, h

ρ_A, ρ_B = densidades de los líquidos A y B, kg/m³

μ = viscosidad de la fase continua, cP

La ecuación (2.15) no es adimensional, y se deben utilizar las unidades indicadas.

EJEMPLO 2.2 Un decantador continuo cilíndrico horizontal separa 1 500 bbl/d (9.93 m³/h) de una fracción líquida de petróleo a partir de un volumen igual de un ácido de lavado. El petróleo es la fase continua y a la temperatura operacional tiene una viscosidad de 1.1 cP

y una densidad de 54 lb/ft³ (865 kg/m³). La densidad del ácido es 72 lb/ft³ (1153 kg/m³). Calcular: *a*) el tamaño del tanque y *b*) la altura de desborde del ácido por encima del fondo del tanque.

Solución

a) El tamaño del tanque se determina a partir del tiempo de separación. Al sustituir en la ecuación (2.15) se obtiene

$$t = \frac{100 \times 1.1}{1\,153 - 865} = 0.38 \text{ h}$$

o 23 min. Ya que 1 bbl = 42 gal, la velocidad de flujo de cada corriente es

$$\frac{1\,500 \times 42}{24 \times 60} = 43.8 \text{ gal / min}$$

La cantidad total del líquido para ser contenido en el tanque es

$$2 \times 43.8 \times 23 = 2\,014 \text{ gal}$$

El tanque debería estar cerca de 95% de su capacidad, entonces su volumen es de 2014/0.95 o 2120 gal (8.03 m³).

La longitud del tanque debe ser cerca de 5 veces su diámetro. Convendría un tanque de 4 ft (1.22 m) de diámetro y 22 ft (6.10 m) de longitud; de tal manera que utilizando cabezales estándar en sus extremos, su volumen total sería de 2 124 gal.

b) La fracción del volumen del tanque ocupado por el total del líquido será de 95%, y para un cilindro horizontal esto significa que la profundidad será de 90% del diámetro del tanque. Por lo tanto,

$$Z_T = 0.90 \times 4 = 3.6 \text{ ft}$$

Si la interface entre los dos líquidos se encuentran a la mitad del tanque, entonces la altura de la superficie líquida $Z_{A1} = 1.80 \text{ ft}$. Si se despeja Z_{A2} de la ecuación (2.14) para la altura del desborde del líquido pesado, se obtiene

$$Z_{A2} = 1.80 + (3.60 - 1.80) \frac{54}{72} = 3.15 \text{ ft (0.96 m)}$$

El éxito en la operación de un decantador depende tanto de la sedimentación como de la coalescencia (unión) de la fase dispersa. La ecuación (2.15) proporciona resultados deficientes si los líquidos a separar no están purificados y contienen partículas o películas poliméricas que reducen la velocidad de coalescencia. Tales contaminantes pueden también provocar la formación de una capa sucia de gotitas no coalescentes (desunidas) —llamada “desecho”— en la interface líquido-líquido. Instrumentos coalescentes tales como lechos de sólidos porosos, membranas, o campos de alto voltaje, con frecuencia son necesarios para que la separación sea satisfactoria. Con los líquidos más limpios, el tamaño de un decantador a menudo se reduce enormemente colocando las tuberías o placas planas de forma horizontal o ligeramente inclinada, de tal manera que las gotas de la fase pesada caen a sólo una distancia pequeña antes de alcanzar una capa del líquido pesado.

Decantador centrífugo

Cuando la diferencia entre las densidades de los dos líquidos es pequeña, la fuerza de la gravedad es demasiado débil para separar los líquidos en un tiempo razonable. La separación puede entonces realizarse en una centrífuga líquido-líquido, que se muestra en forma esquemática en la figura 2.6. Consta de un recipiente de metal cilíndrico, que por lo general se coloca de forma vertical, y que gira alrededor de su eje a gran velocidad. En la figura 2.6a, el aparato está en reposo y contiene una cierta cantidad de dos líquidos no miscibles de densidades diferentes. El líquido pesado forma una capa sobre el fondo del recipiente, debajo de la capa del líquido ligero. Si ahora se hace girar el recipiente, como indica la figura 2.6b, el líquido pesado forma una capa, que se representa en la figura por la zona A, próxima a la pared interna del aparato. En el interior de la capa de líquido pesado se forma una capa de líquido ligero que se representa por la zona B. Las dos capas están separadas por una interface cilíndrica de radio r_i . Esta interface es vertical, ya que la fuerza de gravedad es insignificante en comparación con la fuerza centrífuga, que es mucho mayor. Esta interface se conoce como *zona neutra*.

Cuando el aparato está en funcionamiento, la alimentación se introduce de manera continua cerca del fondo del mismo. La descarga del líquido ligero se efectúa por el punto 2 a través de los puertos próximos al eje del recipiente; el líquido pesado pasa por debajo de una placa anular, perpendicular al eje de rotación, y descarga en el punto 1. Si la resistencia por fricción al flujo de los líquidos que salen del recipiente es despreciable, la posición de la interface líquido-líquido se establece en función de un balance hidrostático y las “alturas” relativas (distancias radiales al eje) de los puertos de desborde en los puntos 1 y 2.

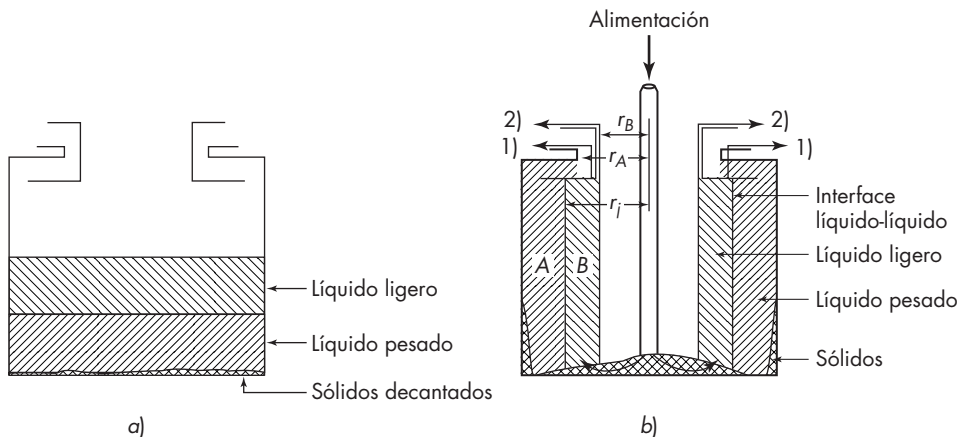


FIGURA 2.6

Separación centrífuga de líquidos no miscibles: a) recipiente en reposo; b) recipiente en rotación. Zona A, separación del líquido ligero del pesado; zona B, separación del líquido pesado del ligero. 1) Salida del líquido pesado. 2) Salida del líquido ligero.

Suponga que el líquido pesado de densidad ρ_A , desborda la compuerta situada a un radio r_A , y que el líquido ligero, de densidad ρ_B , sale a través de los puertos situados a un radio r_B . Si ambos líquidos giran con el recipiente y la fricción es depreciable, la diferencia de presión en el líquido ligero, comprendido entre r_B y r_i , tiene que ser igual a la que existe en el líquido pesado entre r_A y r_i . El principio de operación es exactamente el mismo que en el decantador continuo de gravedad.

Así, de esta manera

$$p_i - p_B = p_i - p_A \quad (2.16)$$

donde p_i = presión en la interface líquido-líquido

p_B = presión en la superficie libre correspondiente al líquido ligero en r_B

p_A = presión en la superficie libre correspondiente al líquido pesado en r_A

De la ecuación (2.8)

$$p_i - p_B = \frac{\omega^2 \rho_B (r_i^2 - r_B^2)}{2} \quad \text{y} \quad p_i - p_A = \frac{\omega^2 \rho_A (r_i^2 - r_A^2)}{2}$$

Al igualar estas caídas de presión y al simplificar, se obtiene

$$\rho_B (r_i^2 - r_B^2) = \rho_A (r_i^2 - r_A^2)$$

Despejando r_i se obtiene

$$r_i = \sqrt{\frac{r_A^2 - (\rho_B / \rho_A) r_B^2}{1 - \rho_B / \rho_A}} \quad (2.17)$$

La ecuación (2.17) es análoga a la ecuación (2.14) para un tanque de sedimentación gravitatorio. En ella se observa que el radio de la zona neutra, r_i , varía con la relación de densidades, en especial cuando esta relación es próxima a la unidad. Si las densidades de los fluidos son muy semejantes, la zona neutra puede ser inestable, aun cuando la velocidad de rotación sea suficiente para separar los líquidos en forma rápida. Para que la operación sea estable, la diferencia entre ρ_A y ρ_B no ha de ser inferior a 3% aproximadamente.

La ecuación (2.17) indica además, que si r_B se mantiene constante y se aumenta r_A , radio del borde de descarga para el líquido pesado, la zona neutra se desplaza hacia la pared de la centrífuga. Si se disminuye r_A , la zona se desplaza hacia el eje; un aumento de r_B , manteniendo constante r_A , provoca también un desplazamiento de la zona neutra hacia el eje, mientras que una disminución de r_B , la desplaza hacia la pared. La posición de la zona neutra es muy importante en la práctica. En la zona A, el líquido más ligero se separa del pesado; y en la zona B ocurre lo contrario. Si uno de los procesos es más difícil que el otro, necesitará más tiempo para realizarse. Por ejemplo, si la separación en la zona B es más difícil que en la zona A, la zona B ha de ser grande y la A pequeña. Esto es posible desplazando la zona neutra hacia la pared, bien aumentando r_A o disminuyendo r_B . Para obtener un factor mayor en la zona A, ha de hacerse lo contrario. Se construyen muchos separadores centrífugos de manera que puede variarse tanto r_A como r_B con el fin de controlar la posición de la zona neutra.

Flujo a través de decantadores continuos

Las ecuaciones (2.14) y (2.17) para la posición interfacial en decantadores continuos están totalmente basadas en balances hidrostáticos. A medida que la resistencia al flujo en las tuberías de salida tiende a ser despreciable, la posición de la interface se hace independiente de las velocidades de flujo y de las cantidades relativas de los dos líquidos en la alimentación. La velocidad de separación es la variable más importante, ya que, tal como se ha mencionado antes, fija el tamaño de un decantador de gravedad y determina si es necesaria o no una elevada fuerza centrífuga. En el capítulo 7 se estudian las velocidades de movimiento de una fase dispersa a través de una fase continua.

SÍMBOLOS

b	Anchura, m o ft
F	Fuerza, N o lb _f
g	Aceleración de la gravedad, m/s ² o ft/s ²
g_c	Factor de proporcionalidad de la ley de Newton, 32.174 ft · lb/lb _f · s ²
M	Peso molecular
m	Masa, kg o lb
p	Presión, N/m ² o lb _f /ft ² ; p_A , en la superficie del líquido pesado de la centrífuga; p_B , en la superficie del líquido ligero de la centrífuga; p_a , en la localización a ; p_b , en la localización b ; p_i , en la interface líquido-líquido; p_1 , en la superficie libre del líquido; p_2 , en la pared del recipiente de la centrífuga
R	Constante de la ley de los gases, 8 314.47 J/kg mol · K o 1 545 ft · lb _f /lb mol · °R
R_m	Lectura del manómetro, m o ft; R_1 , del manómetro inclinado
r	Distancia radial desde el eje, m o ft; r_A , para el derrame del líquido pesado; r_B , para el derrame del líquido ligero; r_i , para la interface líquido-líquido; r_1 , para la superficie libre del líquido en la centrífuga; r_2 , para la pared del recipiente de la centrífuga
S	Área de la sección transversal, m ² o ft ²
T	Temperatura absoluta, K o °R
t	Tiempo de separación, h
Z	Altura, m o ft; Z_{A1} , de la capa de líquido pesado en el decantador; Z_{A2} , del líquido pesado en el conducto de desborde; Z_B , de la capa del líquido ligero en el decantador; Z_T , altura total del líquido; Z_a , Z_b , alturas en las localizaciones a y b ; Z_m , altura de las conexiones de presión del manómetro por encima del líquido medido

Letras griegas

α	Ángulo con la horizontal
μ	Viscosidad de la fase continua, cP
ρ	Densidad, kg/m ³ o lb/ft ³ ; ρ_A , del fluido A; ρ_B , del fluido B
ω	Velocidad angular, rad/s

PROBLEMAS

- 2.1. Un manómetro sencillo de tubo en U se instala a través de un medidor de orificio. El manómetro se llena con mercurio (gravedad específica de 13.6), y el líquido situado por encima del mercurio es tetracloruro de carbono (gravedad específica de 1.6). La lectura del manómetro es de 200 mm. ¿Cuál es la diferencia de presión en el manómetro expresada en newtons por metro cuadrado?
- 2.2. La temperatura de la atmósfera terrestre disminuye aproximadamente 5°C por cada 1000 m de altura sobre la superficie terrestre. Si la temperatura del aire al nivel del suelo es de 15°C y la presión es de 760 mm Hg, ¿a qué altura será la presión de 380 mm Hg? Suponga que el aire se comporta como un gas ideal.
- 2.3. ¿Qué error se introduciría en la respuesta del problema 2.2 si se utiliza la ecuación de equilibrio hidrostático [ecuación (2.4)], con una densidad evaluada a 0°C y a una presión promedio aritmética?
- 2.4. Un decantador de gravedad continuo por gravedad separa clorobenceno, con una densidad de 1109 kg/m^3 , de un líquido acuoso de lavado que tiene una densidad de 1020 kg/m^3 . Si la altura total del separador es de 1 m y la interfase ha de estar a 0.6 m del fondo del tanque, a) ¿cuál sería la altura (o en el conducto de desborde) del líquido pesado?; b) ¿cuánto afectaría a la posición de la interface un error de 50 mm en esta altura?
- 2.5. ¿Cuál tendría que ser el volumen del separador del problema 2.4 para separar 1600 kg/h de clorobenceno, a partir de 2100 kg/h de líquido de lavado? El líquido de lavado es la fase continua; su viscosidad es igual a la del agua a la temperatura de operación de 35°C .
- 2.6. Una centrífuga con DI (diámetro interior) de 250 mm gira a 4000 r/min . Contiene una capa de anilina de 50 mm de espesor. La densidad de la anilina es de 1102 kg/m^3 y la presión en la superficie del líquido es la atmosférica, ¿qué presión manométrica actúa sobre la pared de la centrífuga?
- 2.7. Los líquidos descritos en el problema 2.4 se separan en una centrífuga tubular con un diámetro interior de 150 mm que gira a 8000 r/min . La superficie libre del líquido dentro del recipiente está a 40 mm del eje de rotación. Si la centrífuga contiene volúmenes iguales de los dos líquidos, ¿cuál será la distancia radial desde el eje de rotación hasta la parte superior de la zona de derrame del líquido pesado?
- 2.8. El agua que circula a través de un filtro de aire indica en un manómetro de tubo en U una caída de presión de 10 in. El aire está a 26°C y la presión manométrica estimada es de $60\text{ lb}_f/\text{in}^2$. a) ¿Cuál es la caída de presión en lb_f/in^2 y en atm? b) ¿Qué porcentaje de error se introduce si la densidad del aire en el manómetro principal es despreciable?
- 2.9. Un submarino de investigación está diseñado para operar a 3 km debajo de la superficie oceánica. Si la presión interior es de 1 atm, ¿cuál es la presión total en una ventana de 15 cm de diámetro? La densidad promedio del agua de mar es de 1028 kg/m^3 .
- 2.10. Una suspensión en agua de partículas de arena muy finas se utiliza para separar carbón bituminoso de partículas densas de roca. Si la densidad requerida de la suspensión es de 1500 kg/m^3 , ¿cuál es la fracción en volumen y la fracción en peso de arena que se debe utilizar?
- 2.11. ¿Cuál es la altura, en m, de una columna de agua a 10°C equivalente a una presión de 1 atm? ¿Cuál es la altura en ft (pies)?
- 2.12. ¿A qué presión, en kPa, es equivalente una cabeza de 10 m de alcohol etílico con una densidad de 785 kg/m^3 ?

- 2.13.** Estime la presión atmosférica en la cumbre del monte Everest, 8848 m sobre el nivel del mar. Asuma una temperatura promedio de 0 °C.
- 2.14.** Una mezcla de aceite y agua proveniente de un reactor de una planta piloto se separa en un decantador horizontal de 0.6 m de diámetro y 3 metros de largo. El tiempo de residencia requerido en el decantador es de 20 minutos. *a)* Si se diseña una unidad grande para manejar un flujo 12 veces mayor, ¿cuáles serían las dimensiones del decantador grande?; *b)* comente el empleo de la ecuación (2.15) para escalamiento, considerando la velocidad de depositación de las gotas más pequeñas.
- 2.15.** Se lleva a cabo una oxidación parcial mediante el burbujeo de aire a través de un lote de un líquido en un reactor presurizado de 3 m de diámetro y 5 m de alto. El nivel inicial del líquido es de 4.0 m, tal como lo indica un manómetro conectado a la parte superior y a la base del reactor. Durante la aereación, se espera que el nivel del líquido se eleve entre 10 y 20%, dependiendo de la velocidad de flujo del aire, pero se encuentra que la lectura del manómetro no ha cambiado una vez agregado el aire. *a)* Explique por qué la lectura del manómetro no cambia cuando el líquido es aereado. *b)* Demuestre que la instalación de un segundo manómetro, adecuadamente colocado, permitiría el cálculo de la altura del líquido aireado. Exponga qué suposiciones se requieren.
- 2.16.** Compare el cambio de densidad con respecto a la temperatura para *n*-octano y tolueno con el del agua en el rango de 0 a 100 °C.

REFERENCIAS

1. Barton, R.L. *Chem. Eng.* **81**(14): 111 (1974).
2. Bird, B., W.E. Stewart y E.N. Lightfoot. *Transport Phenomena*. Nueva York: Wiley, 1959, pp. 96-98.
3. Knudsen, J.G. y D.L. Katz. *Fluid Dynamics and Heat Transfer*. Nueva York: McGraw-Hill, 1958, pp. 69-71.
4. Perry, R.H. y D. Green (eds.). *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1997, pp. 10-139.

CAPÍTULO 3

Fenómenos de flujo de fluidos

El comportamiento de un fluido en movimiento depende mucho de que el fluido esté o no bajo la influencia de límites sólidos. En la región donde la influencia de la pared es pequeña, la tensión de corte se considera despreciable, y el comportamiento del fluido se aproxima al de un fluido ideal, es decir, no es compresible y tiene viscosidad cero. El flujo de un fluido ideal recibe el nombre de *flujo potencial* y se describe a partir de los principios de la mecánica newtoniana y la conservación de la materia. La teoría matemática del flujo potencial está altamente desarrollada, pero está fuera del objetivo de este libro. El flujo potencial tiene dos características importantes: 1) no existen circulaciones ni remolinos dentro de la corriente, de tal forma que el flujo potencial se denomina también flujo irrotacional, y 2) no existe fricción, por lo tanto, no hay disipación de energía mecánica en calor.

Es posible que no lejos de un límite sólido exista flujo potencial. Un principio fundamental de la mecánica de fluidos, establecido originalmente por Prandtl en 1904,⁸ dice que, excepto para los fluidos que circulan a bajas velocidades o poseen viscosidades elevadas, el efecto del límite sólido sobre el flujo se limita a una capa de fluido inmediatamente adyacente a la pared sólida. Esta capa recibe el nombre de *capa límite*, y tanto la tensión de corte como las fuerzas de corte sólo existen en esta parte del fluido. Fuera de la capa límite, prevalece el flujo potencial. La mayoría de los procesos técnicos de fluidos se estudian mejor si se considera la corriente del fluido en dos partes: la capa límite y el resto del fluido. En algunas situaciones, como es el caso del flujo en un inyector convergente, se desprecia la capa límite; mientras que en otras, tales como el flujo a través de tuberías, la capa límite ocupa todo el canal de conducción y no hay flujo potencial.

En el interior de la corriente de un fluido no compresible, que se encuentra bajo la influencia de límites sólidos, aparecen cuatro efectos importantes: 1) el acoplamiento de los campos gradiente de velocidad y de tensión de corte; 2) el inicio de la turbulencia; 3) la formación y crecimiento de las capas límite, y 4) la separación de las capas límite del contacto con el límite sólido.

En el flujo de fluidos compresibles junto a límites sólidos, aparecen efectos adicionales, originados por variaciones significativas de la densidad que son características de los fluidos compresibles. Estos efectos se consideran en el capítulo 6, al estudiar el flujo de fluidos compresibles.

El campo de velocidad

Cuando una corriente de fluido se mueve en bloque sobre una pared sólida, el fluido se adhiere al sólido en la interface real que existe entre el sólido y el fluido. La adhesión es resultado de los campos de fuerza en el límite, que son también la causa de la tensión interfacial entre el sólido y el fluido. Por consiguiente, si la pared está en reposo con respecto al marco de referencia elegido para el sistema sólido-fluido, *la velocidad del fluido en la interface es cero*. Como a distancias mayores del sólido la velocidad no es cero, es posible que haya variaciones en la velocidad de un punto a otro dentro de la corriente en movimiento. Por lo tanto, la velocidad en un punto cualquiera es una función de las coordenadas espaciales de ese punto, y existe un campo de velocidad en el espacio ocupado por el fluido. En un punto determinado, la velocidad también puede variar con el tiempo. Cuando la velocidad es constante en cada punto, el campo no varía con el tiempo, y el flujo se denomina *estacionario*.

Flujo unidimensional. La velocidad es un vector, y en general, en un punto tiene tres componentes, uno para cada coordenada espacial. En muchos casos sencillos, todos los vectores de velocidad del campo son paralelos o prácticamente paralelos, y sólo se necesita un componente de velocidad, que se considera escalar. Este caso, que obviamente es mucho más sencillo que el campo vectorial general, recibe el nombre de *flujo unidimensional*; un ejemplo es el flujo estacionario a través de tuberías rectas. La siguiente explicación se basa en la suposición de flujo unidimensional estacionario.

FLUJO LAMINAR, VELOCIDAD DE CORTE Y TENSIÓN DE CORTE

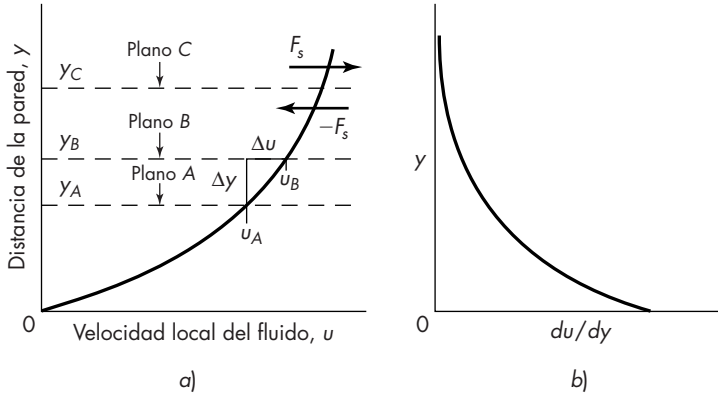
Flujo laminar

A velocidades bajas, los fluidos tienden a moverse sin mezcla lateral y las capas adyacentes se desplazan unas sobre otras, como las cartas de una baraja. No existen corrientes transversales ni remolinos. Este tipo de régimen se llama *flujo laminar*. A velocidades superiores aparece la turbulencia y se forman remolinos, los cuales, como se estudiará más adelante, dan lugar a una mezcla lateral.

Gradiente de velocidad y velocidad de corte

Considere el flujo laminar estacionario unidimensional de un fluido no compresible a lo largo de una superficie sólida plana. En la figura 3.1a se muestra el perfil de velocidad para una corriente de este tipo. La abscisa u es la velocidad y la ordenada y es la distancia medida perpendicularmente desde la pared y, por lo tanto, forma un ángulo recto con la dirección de la velocidad. Para $y = 0$, $u = 0$; y u aumenta con la distancia desde la pared, pero a una velocidad decreciente. Fijemos la atención sobre las velocidades en dos planos próximos, el plano A y el plano B, separados entre sí a una distancia Δy . Sean u_A y u_B las velocidades respectivas a lo largo de los planos. Suponga que $u_B > u_A$ y que $\Delta u = u_B - u_A$. El gradiente de velocidad en y_A , du/dy , se define por

$$\frac{du}{dy} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta y} \quad (3.1)$$

**FIGURA 3.1**

Perfiles y gradiente de velocidad para el flujo de la capa en movimiento: a) velocidad; b) gradiente de velocidad o velocidad de corte.

Resulta claro que el gradiente de velocidad es el recíproco de la pendiente del perfil de velocidad en la figura 3.1a. El gradiente local de velocidad también se denomina *velocidad de corte*, o velocidad de tiempo de corte. Como se ilustra en la figura 3.1b, el gradiente de velocidad es por lo general una función de la posición en la corriente y , por lo tanto, define un campo.

El campo de la tensión de corte

Puesto que un fluido real se opone a la tensión de corte, siempre que haya una variación de dicha tensión con el tiempo, tiene que existir una fuerza de corte. En el flujo unidimensional, la fuerza de corte actúa paralela al plano del corte. Por ejemplo, según se observa en la figura 3.1a, en el plano C, a una distancia y_c de la pared, la fuerza de corte F_s actúa en la dirección que se indica en la figura. Esta fuerza es ejercida por el fluido que se encuentra sobre el plano C, del fluido comprendido entre dicho plano y la pared. De acuerdo con la tercera ley de Newton, el fluido por debajo del plano C ejerce una fuerza igual y opuesta $-F_s$ sobre el fluido que se encuentra sobre dicho plano. En vez de la fuerza total F_s , es más conveniente utilizar la fuerza por unidad de área del plano cortante, que recibe el nombre de *tensión de corte* y representada por τ , o

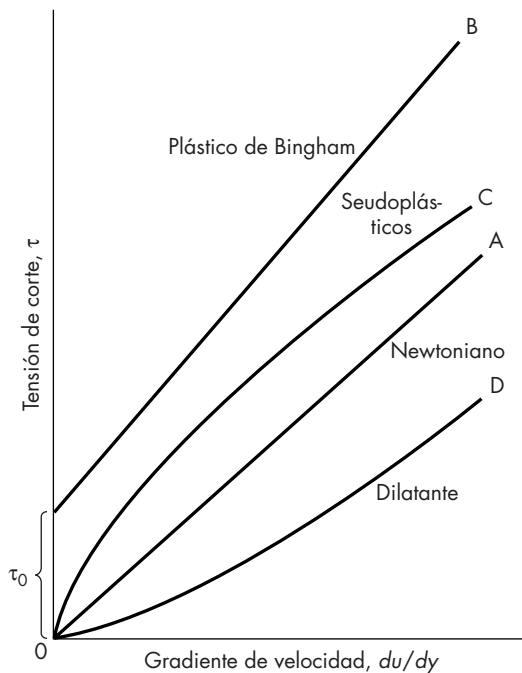
$$\tau = \frac{F_s}{A_s} \quad (3.2)$$

donde A_s es el área del plano. Puesto que τ depende de y , la tensión de corte también constituye un campo. Las fuerzas de corte se originan tanto en el flujo laminar como en el turbulento. La tensión de corte debida al flujo laminar o viscoso se simboliza por τ_v . El efecto de la turbulencia se describirá más adelante.

PROPIEDADES REOLÓGICAS DE LOS FLUIDOS

Fluidos newtonianos y no newtonianos

Las relaciones entre la tensión de corte y la velocidad de corte en un fluido real son parte de la ciencia de la reología. La figura 3.2 muestra varios ejemplos del comportamiento

**FIGURA 3.2**

Tensión de corte contra gradiente de velocidad para fluidos newtonianos y no newtonianos.

reológico de los fluidos. Las curvas son representaciones gráficas de la tensión de corte contra la velocidad de corte y corresponden a presión y temperatura constantes. El comportamiento más sencillo es el que se muestra en la curva A, que es una recta que pasa por el origen de coordenadas. Los fluidos que presentan esta sencilla linealidad reciben el nombre de fluidos newtonianos. Los gases y la mayoría de los líquidos son newtonianos. Las demás curvas de la figura 3.2 representan el comportamiento reológico de líquidos llamados no newtonianos. Algunos líquidos, por ejemplo, las aguas residuales lodosas, no fluyen hasta que se alcanza una tensión de corte mínima, que se representa por τ_0 , y entonces fluyen de manera lineal, o casi lineal, para tensiones de corte superiores a τ_0 . La curva B es un ejemplo de este comportamiento. Los líquidos que se comportan de esta manera se denominan *plásticos de Bingham*. La línea C representa un *fluido seudoplástico*. La curva pasa por el origen, es cóncava hacia abajo para bajas tensiones de corte y se vuelve casi lineal para tensiones de corte elevadas. El látex del caucho es un ejemplo de dicho fluido. La curva D representa un *fluido dilatante*. La curva es cóncava hacia arriba para bajas tensiones de corte y casi lineal para tensiones de corte elevadas. La arena movediza y algunas emulsiones de arena presentan este comportamiento. Los seudoplásticos se caracterizan por presentar un *adelgazamiento de la velocidad de corte* y los fluidos dilatantes, por un *engrosamiento de la velocidad de corte*.

TABLA 3.1

Características reológicas de los fluidos

Designación	Efecto del aumento de la velocidad de corte	¿Dependiente del tiempo?	Ejemplos ²
Seudoplásticos	Delgados	No	Soluciones poliméricas, suspensiones de almidón, mayonesa, pinturas
Tixotrópico	Delgados	Sí	Algunas soluciones poliméricas, materia grasa, algunas pinturas
Newtoniano	Ninguno	No	Gases, líquidos más simples
Dilatante	Espesos	No	Harina de maíz, soluciones azucaradas, arena húmeda de playa, almidón en agua
Reopéctico	Espesos	Sí	Suspensiones de arcilla de bentonita, suspensiones de yeso

Flujo dependiente del tiempo

Ninguna de las curvas en la figura 3.2 depende del origen del fluido, y una muestra determinada del material muestra el mismo comportamiento sin importar el tiempo que la tensión de corte esté siendo aplicada. Éste no es el caso para algunos líquidos no newtonianos, cuyas curvas de tensión contra la velocidad de corte, dependen de cuánto tiempo ha estado activa la tensión de corte. Los líquidos *tixotrópicos* se separan bajo un corte continuo y, al mezclarlos de nuevo, dan lugar a una menor tensión de corte al aplicar una velocidad de corte dada; esto es, su viscosidad aparente disminuye con el tiempo. Las sustancias *reopécticas* se comportan de la forma contraria, y la tensión de corte se incrementa con el tiempo, como lo hace la viscosidad aparente. Las estructuras originales y las viscosidades aparentes por lo general son recuperadas con el tiempo.

Las características reológicas de los fluidos se resumen en la tabla 3.1.

Fluidos viscoelásticos. Los fluidos viscoelásticos muestran tanto propiedades elásticas como viscosas. Exhiben una recuperación elástica a las deformaciones que ocurren durante el flujo, pero generalmente sólo parte de la deformación se recupera cuando se suprime la tensión. Ejemplos de fluidos viscoelásticos son la masa de harina, el napalm y ciertos polímeros fundidos.

Viscosidad

En un fluido newtoniano, la tensión de corte es proporcional a la velocidad de corte, y la constante de proporcionalidad se denomina viscosidad[†]

$$\tau_v = \mu \frac{du}{dy} \quad (3.3)$$

[†] En algunos libros un signo menos está incluido al lado derecho de la ecuación (3.3).

En las unidades SI, τ_v se mide en newtons por metro cuadrado y μ en kilogramos por metro-segundo o pascal-segundo. En el sistema cgs, la viscosidad se expresa en gramos por centímetro-segundo y esta unidad se llama poise (P). Los datos de viscosidad se expresan generalmente en milipascales-segundo o en centipoises ($\text{cP} = 0.01 \text{ P} = 1 \text{ mPa} \cdot \text{s}$), ya que la mayoría de los fluidos tienen viscosidades mucho menores que 1 pascal-segundo.

En las unidades fps, la viscosidad se define mediante el factor de conversión de la ley de Newton g_c , y las unidades de μ son libras por pie-segundo o libras por pie-hora. La definición de la ecuación es

$$\tau_v = \frac{\mu}{g_c} \frac{du}{dy} \quad (3.4)$$

En la tabla 3.2 se proporcionan los factores de conversión entre los diferentes sistemas.

Viscosidad y flux de momento

Aunque la ecuación (3.3) sirve para definir la viscosidad de un fluido, también es posible interpretarla en términos del flujo de momento. El fluido en movimiento a una distancia corta arriba de la pared posee algún momento, mientras que el fluido inmediatamente adyacente a la pared, donde la velocidad es cero, no tiene. El fluido en movimiento debe por lo tanto adquirir el momento desde la capa superior del movimiento más rápido, la cual al girar recibe el momento desde la siguiente capa superior, y así sucesivamente. Cada capa es, en efecto, arrastrada a lo largo de la capa superior. De esta forma el momento de dirección x se transfiere en la dirección $-y$ a lo largo de todo el camino hacia la pared, donde $u = 0$. Ya que la pared no se mueve, el momento se libera a la pared como una fuerza de corte conocida como corte de pared. La tensión (fuerza de corte por unidad de área) en la pared se simboliza por τ_w .

El momento se transfiere desde una región de alta velocidad de fluido a una de baja velocidad, tal como sucede con los flujos de calor, de una región de temperatura alta a una de temperatura más baja. La *velocidad* de momento transferida por unidad de área, o *flujo de momento*, es gobernada por el gradiente de velocidad du/dy . La ecuación (3.3) por lo tanto afirma que el flujo de momento normal a la dirección del flujo de fluido es proporcional al gradiente de velocidad, teniendo a la viscosidad como el factor de proporcionalidad. El gradiente de velocidad puede considerarse como la “fuerza impulsora” para la transferencia de momento. Las unidades del flujo de momento son $(\text{kg} \cdot \text{m/s})/\text{m}^2 \cdot \text{s}$ o $\text{kg}/\text{m} \cdot \text{s}^2$, las mismas que las unidades para τ , ya que $1 \text{ N}/\text{m}^2$ es igual a $1 \text{ kg}/\text{m} \cdot \text{s}^2$.

TABLA 3.2
Conversión de factores para la viscosidad

$\text{Pa} \cdot \text{s}$	P	cP	$\text{lb}/\text{ft} \cdot \text{s}$	$\text{lb}/\text{ft} \cdot \text{h}$
1	10	1000	0.672	2420
0.1	1	100	0.0672	242
10^{-3}	0.01	1	6.72×10^{-4}	2.42

La transferencia de momento es análoga a la transferencia de calor por conducción que resulta de un gradiente de temperatura, donde el factor de proporcionalidad entre el flujo de calor y el gradiente de temperatura se llama *conductividad térmica*. Ésta se demuestra por la ley de Fourier, en la página 315. En el flujo laminar, el momento se transfiere por la acción viscosa como resultado del gradiente de velocidad y la viscosidad puede ser considerada como la conductividad de momento transferido por este mecanismo. La transferencia de momento es también análoga a la transferencia de material por difusión molecular, donde el factor de proporcionalidad es la difusividad de la masa. Ésta se resume en la ley de Fick, página 555.

Viscosidades de gases y líquidos

En los gases, el momentum se transfiere por moléculas, que se mueven distancias relativamente grandes hasta regiones en donde la velocidad es más baja. La viscosidad depende del momentum promedio de las moléculas, la cual es proporcional al peso molecular multiplicado por la velocidad promedio. Puesto que la velocidad es proporcional a $(T/M)^{1/2}$ la viscosidad es proporcional a $(TM)^{1/2}$. La viscosidad también depende de la trayectoria libre media, que disminuye en la medida en que el tamaño de las moléculas aumenta. Una teoría simple para las moléculas que no interactúan es la siguiente:^{9a}

$$\mu = 0.00267 \frac{(MT)^{1/2}}{\sigma^2} \quad (3.5)$$

donde μ = viscosidad, cP
 M = peso molecular
 T = temperatura absoluta, K
 σ = diámetro molecular, Å

Obsérvese que el efecto del peso molecular predicho es pequeño, puesto que el término $M^{1/2}$ en el numerador casi compensa al término σ^2 en el denominador. El promedio de error en el uso de la ecuación (3.5) para predecir viscosidad es de alrededor de 20%.

Teorías rigurosas para la viscosidad de un gas incluyen el término de colisión integral Ω_v en el denominador de la ecuación (3.5) para permitir las interacciones entre las moléculas que colisionan. Las diferentes propuestas para calcular Ω_v son revisados por Reid.⁹ El promedio de error al predecir la viscosidad de un gas varía entre 2 y 3%. Es más difícil predecir la viscosidad de mezclas de gases, por lo que son comunes los errores de entre 6 y 10%. Las viscosidades de los gases a temperatura ambiente oscilan generalmente entre 0.005 y 0.02 cP. No existe una correlación simple con el peso molecular. A 20 °C, la viscosidad es de 0.018 cP para el aire, 0.009 cP para el hidrógeno, y 0.007 cP para el vapor de benceno. En el apéndice 8 se dan los valores para otras sustancias.

Las viscosidades de los gases aumentan con la temperatura de cierta manera más rápidamente que lo predicho por la simple teoría cinética. Para cálculos aproximados:

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{273} \right)^n \quad (3.6)$$

donde μ = viscosidad a la temperatura absoluta, K
 μ_0 = viscosidad a 0°C (273 K)
 n = constante para un gas en particular

El exponente n es de aproximadamente 0.65 para el aire, 0.9 para el dióxido de carbono, 0.8 para el butano, y 1.0 para el vapor.

La viscosidad de un gas es casi independiente de la presión en la región donde se aplican las leyes de los gases ideales. El incremento en la densidad de un gas, que conduce a un aumento del flujo de moléculas a través de una unidad de área, se encuentra compensado por la reducción de la trayectoria libre media. A presiones muy elevadas, la viscosidad se incrementa con la presión, especialmente en la cercanía del punto crítico.^{9b}

Viscosidades de líquidos. Las viscosidades de los líquidos son mucho mayores que las de los gases a la misma temperatura, pero no existe una teoría sencilla para predecir las viscosidades de los líquidos. Las moléculas en los líquidos se mueven a distancias muy cortas entre colisiones y la mayor parte de la transferencia de momentum ocurre mientras las moléculas se deslizan a gran velocidad pasándose unas a otras. La viscosidad generalmente aumenta a mayor peso molecular y decae rápidamente con el incremento de la temperatura. El efecto principal del cambio de la temperatura no proviene del aumento de la velocidad promedio, como sucede con los gases, sino de la leve expansión del líquido que hace que sea más fácil para las moléculas deslizarse unas junto a otras. Por ejemplo, la viscosidad del agua cae de 1.79 cP a 0 °C hasta 0.28 cP a 100 °C, un cambio de 6.4 veces, aunque la velocidad molecular promedio sólo aumenta en una relación de $(373/273)^{0.5}$, o un factor de 1.17.

La viscosidad es una función fuertemente no lineal de la temperatura, sin embargo, una buena aproximación para temperaturas por debajo del punto de ebullición normal es⁹

$$\ln \mu = A + B/T \quad (3.7)$$

Las viscosidades absolutas de los líquidos tienen un amplio rango de magnitudes, desde 0.1 cP para líquidos hasta casi su punto de ebullición tanto como 10^6 para de fundidos de polímeros.

Viscosidad cinemática. Con frecuencia es útil la relación de la viscosidad absoluta para la densidad de un fluido μ/ρ . Esta propiedad se llama *viscosidad cinemática* y se representa por ν . En el sistema SI, la unidad para ν son los metros cuadrados por segundo. En el sistema cgs, la viscosidad cinemática se denomina stoke (St), definido como 1 cm²/s. La unidad fps es pie cuadrado por segundo. Los factores de conversión son

$$1\text{m}^2/\text{s} = 10^4\text{St} = 10.7639\text{ft}^2/\text{s}$$

Para los líquidos, las viscosidades cinemáticas varían con la temperatura en un intervalo más estrecho que las viscosidades absolutas. Para gases, la viscosidad cinemática se incrementa más rápidamente con la temperatura que la viscosidad absoluta.

Velocidad de corte contra tensión de corte para líquidos no newtonianos

Los plásticos de Bingham, como se representan por la curva B en la figura 3.2, siguen una ecuación reológica del tipo

$$\tau_v = \tau_0 + K \frac{du}{dy} \quad (3.8)$$

TABLA 3.3

Índices de propiedades de flujo de fluidos seudoplásticos²

Fluido	n'	$K' \times 10^{-3}$
1.5% Carboximetilcelulosa en agua	0.554	3.13
3.0% Carboximetilcelulosa en agua	0.566	9.31
4.0% Pulpa de papel en agua	0.575	20.02
14.3% Arcilla en agua	0.350	0.173
25% Arcilla en agua	0.185	1.59
Compota de manzana	0.645	0.500
Puré de plátano	0.458	6.51
Concentrado de jitomate	0.59	0.2226

donde K es una constante. Sobre algún intervalo de las velocidades de corte, los fluidos seudoplásticos y dilatantes frecuentemente siguen una ley de potencia, también llamada ecuación de *Ostwald-de Waele*,

$$\tau_v = K' \left(\frac{du}{dy} \right)^{n'} \quad (3.9)$$

donde K' y n' son constantes llamadas *índice de consistencia de flujo* e *índice de comportamiento de flujo*, respectivamente. Tales fluidos se conocen como *fluidos de ley de potencia*. Para fluidos seudoplásticos (curva C) $n' < 1$, y para dilatantes (curva D) $n' > 1$. Evidentemente $n' = 1$ para fluidos newtonianos. En la tabla 3.3 se dan los valores de n' y K' para algunos fluidos seudoplásticos.

TURBULENCIA

Desde hace mucho tiempo se sabe que un fluido puede circular a través de una tubería o un conducto de dos formas diferentes. A bajas velocidades de flujo, la caída de presión en el fluido se incrementa directamente con la velocidad del fluido; a altas velocidades se incrementa mucho más rápido, aproximadamente el cuadrado de la velocidad. La distinción entre los dos tipos de flujo fue inicialmente demostrada en un experimento clásico efectuado por Osborne Reynolds, reportado en 1883.¹⁰ Sumergió un tubo horizontal de vidrio en un tanque de vidrio lleno de agua. El flujo de agua a través del tubo se podía controlar mediante una válvula. La entrada al tubo estaba acampanada y el suministro se hacía al introducir un filamento fino de agua coloreada desde un matraz superior dentro de la corriente a la entrada del tubo. Reynolds encontró que, a bajas velocidades de fluido, el propulsor de agua coloreada fluía intacto a lo largo de la corriente principal sin que ocurriera un mezclado transversal. El comportamiento de la banda de color mostraba claramente que el agua estaba fluyendo en líneas rectas paralelas y que el flujo era laminar. Cuando se aumentaba la velocidad de flujo, se alcanzaba una cierta velocidad, llamada *velocidad crítica*, para la cual el hilo de color se ondulaba y desaparecía gradualmente, a medida que la propagación del color se distribuía de manera uniforme a través de toda la sección

transversal de la corriente de agua. Este comportamiento del agua coloreada muestra que el agua ya no circula con movimiento laminar, sino que se desplaza al azar, dando lugar a corrientes transversales y remolinos. Este tipo de movimiento es un *flujo turbulento*.

Número de Reynolds y transición de flujo laminar a turbulento

Reynolds estudió las condiciones bajo las cuales un tipo de flujo cambia a otro y encontró que la velocidad crítica, a la cual el flujo laminar cambia a flujo turbulento, depende de cuatro variables: el diámetro del tubo y la viscosidad, densidad y velocidad lineal promedio del líquido. Además, él encontró que estos cuatro factores pueden combinarse formando un grupo y que el cambio en el tipo de flujo ocurre para un valor definido del mismo. El agrupamiento de las variables se encuentra así

$$\text{Re} = \frac{D\bar{V}\rho}{\mu} = \frac{D\bar{V}}{\nu} \quad (3.10)$$

donde D = diámetro del tubo

$\bar{V}$ = velocidad promedio del líquido [ecuación (4.9)]

μ = viscosidad del líquido

ρ = densidad del líquido

ν = viscosidad cinemática del líquido

El grupo adimensional de variables definidas por la ecuación (3.10) recibe el nombre de *número de Reynolds*, Re . Es uno de los grupos adimensionales listados en el apéndice 2. Esta magnitud es independiente de las unidades usadas, con tal de que sean consistentes.

Observaciones adicionales muestran que la transición del flujo laminar a turbulento realmente puede ocurrir para un amplio intervalo de números de Reynolds. En una tubería, el flujo es siempre laminar a números de Reynolds inferiores a 2100, pero este flujo laminar puede persistir hasta números de Reynolds superiores a 24000 por eliminación de todas las perturbaciones en la entrada.¹ Si el flujo laminar a tales números elevados de Reynolds se perturba, de cualquier manera, digamos por una fluctuación en la velocidad, el flujo se vuelve rápidamente turbulento. Las perturbaciones bajo estas condiciones se amplifican, mientras que a números de Reynolds por debajo de 2100, todas las perturbaciones disminuyen y el flujo laminar se mantiene. A algunas velocidades de flujo una perturbación puede no amplificarse ni disminuirse; el flujo está entonces neutralmente estable. Bajo condiciones ordinarias, el flujo en una tubería o tubo es turbulento a números de Reynolds superiores a aproximadamente 4000. Entre 2100 y 4000 existe una *región de transición*, donde el tipo de flujo puede ser tanto laminar como turbulento, dependiendo de las condiciones a la entrada del tubo y de la distancia a dicha entrada.

Número de Reynolds para fluidos no newtonianos

Puesto que los fluidos no newtonianos no tienen un valor único de viscosidad que sea independiente de la velocidad de corte, la ecuación (3.10) para el número de Reynolds no puede utilizarse. La definición de un número de Reynolds para tales fluidos es un tanto arbitraria; una definición ampliamente usada para fluidos de la ley de potencia es:

$$\text{Re}_n = 2^{3 \pm n'} \left(\frac{n'}{3n' + 1} \right)^{n'} \frac{D^{n'} \rho \bar{V}^{2 \pm n'}}{K'} \quad (3.11)$$

La base de esta definición, un tanto complicada, se analiza en la página 121. El comienzo de la turbulencia ocurre cuando el número de Reynolds es superior a 2100 con fluidos pseudoplásticos, para los que $n' < 1$.

Naturaleza de la turbulencia

Debido a su importancia en muchas ramas de la ingeniería, el flujo turbulento se ha estudiado intensamente en los últimos años y se dispone de abundante bibliografía sobre este tema.^{1,3} Se han empleado métodos refinados de medición para estudiar con detalle las fluctuaciones reales de la velocidad de los remolinos durante el flujo turbulento, y los resultados de tales mediciones han proporcionado mucha información cualitativa y cuantitativa sobre la naturaleza de la turbulencia.

La turbulencia con frecuencia se origina de otras maneras distintas del flujo a través de una tubería. En general, puede originarse bien por contacto de la corriente de flujo con límites sólidos o por el contacto entre dos capas de fluido que se mueven con velocidades diferentes. El primer tipo de turbulencia se denomina *turbulencia de pared* y el segundo *turbulencia libre*. La turbulencia de pared aparece cuando el fluido se mueve a través de canales cerrados o abiertos o alrededor de formas sólidas sumergidas en la corriente. La turbulencia libre se presenta en el flujo de un propulsor dentro de una masa de fluido estancado o cuando una capa límite se separa de una pared sólida y se mueve a través de la masa global del fluido. La turbulencia libre es especialmente importante en la operación de mezclado, que se estudia en el capítulo 9.

El flujo turbulento consiste en un conjunto de remolinos de varios tamaños que coexisten en la corriente de flujo. Continuamente se forman remolinos grandes, que se rompen en otros más pequeños, que a su vez se transforman en otros todavía menores. Finalmente, el remolino más pequeño desaparece. A un tiempo y volumen dados, existe un amplio espectro de remolinos de varios tamaños. El tamaño del torbellino máximo es comparable con la dimensión mínima de la corriente turbulenta; el diámetro del remolino más pequeño es de 10 a 100 μm . Los remolinos menores que éstos se destruyen rápidamente por las fuerzas viscosas. El flujo dentro de un remolino es laminar. Puesto que incluso los remolinos más pequeños contienen cerca de 10^{12} moléculas, todos ellos son de tamaño macroscópico y el flujo turbulento no es un fenómeno molecular.

Cualquier remolino dado posee una cantidad definida de energía mecánica, como si se tratara de una pequeña cima rotatoria. La energía de los remolinos más grandes procede de la energía potencial del flujo global del fluido. Desde un punto de vista energético, la turbulencia es un proceso de transferencia en el cual los remolinos, formados a partir del flujo global, transportan su energía de rotación a lo largo de una serie continua de remolinos más pequeños. Esta energía mecánica no se disipa apreciablemente en calor durante la ruptura de remolinos grandes en otros cada vez más pequeños, pero pasa de manera casi cuantitativa a los remolinos más pequeños. Finalmente esta energía mecánica se convierte en calor cuando los remolinos más pequeños se destruyen por la acción viscosa. La conversión de energía por la acción viscosa recibe el nombre de *disipación viscosa*.

Velocidades de desviación en flujo turbulento

La figura 3.3 representa una gráfica típica de la variación en la velocidad instantánea en un punto dado de un campo de flujo turbulento. Esta velocidad es en realidad sólo uno de los componentes de la velocidad del vector real, cuyos tres componentes varían

rápidamente tanto en magnitud como en dirección. Además, la presión instantánea en el mismo punto fluctúa rápida y simultáneamente con las fluctuaciones de la velocidad. Los oscilogramas que muestran estas fluctuaciones suministran los datos experimentales necesarios sobre los que se basan las teorías modernas de la turbulencia.

Aunque a primera vista la turbulencia parece caótica, carente de estructura y generada al azar, estudios¹⁴ más detallados de los oscilogramas, como el de la figura 3.3, muestran que esto no es completamente cierto. Lo impredecible y aleatorio de las fluctuaciones, las cuales están, sin embargo, controladas entre límites definidos, ejemplifican el comportamiento de ciertas funciones matemáticas “caóticas” no lineales.⁶ No obstante, el análisis estadístico de las distribuciones de frecuencia resulta útil para la caracterización cuantitativa de la turbulencia.

Las velocidades instantáneas locales en un punto dado se miden con anemómetros láser-Doppler, que son capaces de seguir oscilaciones rápidas. Las velocidades locales se analizan separando cada componente de la velocidad total instantánea en dos partes: una parte constante es el tiempo promedio, o valor medio de la componente en la dirección del flujo de la corriente, y la otra, llamada la *velocidad de desviación* que corresponde a la fluctuación instantánea del componente alrededor del valor medio. La velocidad neta es señalada por medidores de flujo ordinarios, como los tubos pitot, que son demasiado lentos para seguir las rápidas variaciones de la velocidad fluctuante. La separación de una componente de velocidad puede realizarse por el método siguiente. Sean las tres componentes (en coordenadas cartesianas) u_i , v_i y w_i , de la velocidad instantánea en las direcciones x , y y z respectivamente. Suponga también que el eje x está orientado en la dirección del flujo de la corriente y que las componentes v_i y w_i son las componentes y y z , respectivamente, ambas perpendiculares a la dirección del flujo total. Entonces las ecuaciones que definen las velocidades de desviación son:

$$u_i = u + u' \quad v_i = v' \quad w_i = w' \quad (3.12)$$

donde u_i , v_i , w_i = componentes de la velocidad instantánea total en las direcciones x , y y z , respectivamente

u = velocidad neta constante de la corriente en la dirección x

u' , v' , w' = velocidades de desviación en las direcciones x , y y z , respectivamente

En las ecuaciones (3.10) se han omitido los términos v y w debido a que no existe flujo neto en las direcciones de los ejes y y z en el flujo unidimensional, así que v y w son cero.

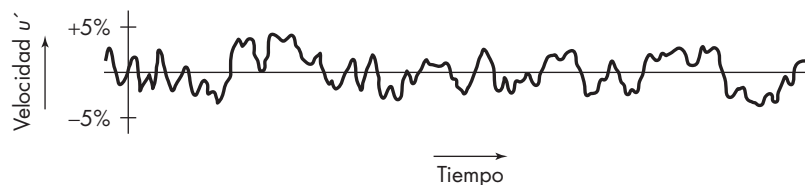


FIGURA 3.3

Fluctuaciones de velocidad en el flujo turbulento. Los porcentajes están basados en la constante de velocidad. [Según F.L. Wattendorf Y A.M. Kuethe, *Physics*, 5, 153 (1934).]

Las velocidades de desviación u' , v' , w' fluctúan todas alrededor de cero como un valor promedio. La figura 3.3 es en realidad una representación gráfica de la velocidad de desviación u' ; sin embargo, una representación gráfica de la velocidad instantánea u_i , tendría una apariencia idéntica puesto que en cualquier punto la ordenada estaría incrementada en la cantidad constante u .

Para la presión,

$$p_i = p + p' \quad (3.13)$$

donde p_i = presión local variable

p = presión promedio constante tal como es medida por manómetros ordinarios o indicadores de presión

p' = parte fluctuante de la presión debida a los remolinos

A causa de la naturaleza aleatoria de las fluctuaciones, los tiempos promedio de los componentes fluctuantes de velocidad y presión desaparecen cuando se promedian para un periodo t_0 del orden de unos pocos segundos. Por lo tanto,

$$\begin{aligned} \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} u' dt &= 0 & \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} w' dt &= 0 \\ \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} v' dt &= 0 & \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} p' dt &= 0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

La razón de que estos valores promedio se anulen, reside en que para cada valor positivo de una fluctuación existe un valor negativo igual y la suma algebraica es cero.

Aunque los valores de tiempo promedio de las componentes fluctuantes son cero, esto no es necesariamente cierto para otras funciones o combinaciones de dichas componentes. Por ejemplo, el valor promedio temporal de la media cuadrática de cualquiera de estas componentes de velocidad no es cero. Esta magnitud para el componente u' se define como

$$\frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} (u')^2 dt = \overline{(u')^2} \quad (3.15)$$

De esta manera la media cuadrática no es cero, ya que u' adquiere una serie rápida de valores positivos y negativos, que al elevarlos al cuadrado, siempre dan un valor positivo. Por lo tanto $\overline{(u')^2}$ es inherentemente positivo y sólo se anula cuando no existe turbulencia.

En el flujo laminar no hay remolinos; las velocidades de desviación y fluctuaciones de presión no existen; la velocidad total en la dirección de flujo u_i es constante e igual a u ; y v_i y w_i son ambas cero.

Naturaleza estadística de la turbulencia

La distribución de las velocidades de desviación en un punto concreto indica que el valor de la velocidad se relaciona con la frecuencia con que se presenta ese valor, y que la relación entre la frecuencia y el valor es del tipo de distribución de Gauss; por lo tanto, sigue la curva característica de error de las cantidades estadísticas completamente aleatorias. Este resultado demuestra que la turbulencia es un fenómeno estadístico, y los estudios de mayor éxito de turbulencia se basan en su naturaleza estadística.³

Se obtienen dos clases de datos midiendo u' , v' y w' en lugares diferentes y en periodos variables: 1) pueden medirse en un solo punto las tres componentes de la velocidad de desviación cada una en función del tiempo, y 2) los valores de una cierta velocidad de desviación (por ejemplo, u') pueden medirse en diferentes puntos durante el mismo periodo. La figura 3.4 muestra valores de u' medidos simultáneamente para dos puntos separados por una distancia vertical y . Los datos obtenidos para diferentes valores de y indican que la correspondencia entre las velocidades en los dos puntos varía desde una relación muy estrecha cuando los valores de y son muy pequeños hasta una independencia total cuando y es grande. Esto era de esperarse, porque cuando la distancia entre las dos mediciones es pequeña con respecto al tamaño de un remolino, es un solo remolino el que se mide y las velocidades de desviación en los dos puntos están estrechamente correlacionadas. Esto significa que cuando la velocidad en un punto cambia en dirección o magnitud, la velocidad en el otro punto actúa prácticamente de la misma forma (o exactamente de forma contraria). A distancias de separación mayores, las mediciones se hacen en remolinos separados y la correlación desaparece.

Cuando las tres componentes de las velocidades de desviación se miden en el mismo punto, en general se encuentra que dos cualesquiera de ellas están correlacionadas, y un cambio en una de ellas da lugar a un cambio en las otras dos.

Estas observaciones se cuantifican definiendo los coeficientes de correlación.⁵ Uno de estos coeficientes, que corresponde a la situación que se muestra en la figura 3.4, se define de la forma siguiente:

$$R_{u'} = \frac{\overline{u'_1 u'_2}}{\sqrt{(\overline{u'^2_1})(\overline{u'^2_2})}} \quad (3.16)$$

donde u'_1 y u'_2 son los valores de u' en los puntos 1 y 2 respectivamente. Otro coeficiente de correlación que se aplica en un solo punto se define por la ecuación

$$R_{u'v'} = \frac{\overline{u'v'}}{\sqrt{(\overline{u'^2})(\overline{v'^2})}} \quad (3.17)$$

donde u' y v' están medidas en el mismo punto y al mismo tiempo.

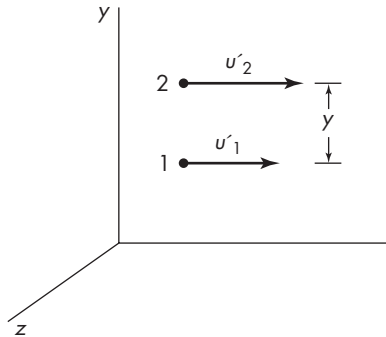


FIGURA 3.4

Componentes de la velocidad de fluctuación en la medida de la escala de turbulencia.

Intensidad y escala de la turbulencia

Los cambios de la turbulencia se caracterizan por dos parámetros promedio. El primero mide la intensidad del campo y se refiere a la velocidad de rotación de los remolinos y la energía contenida en un remolino de tamaño específico. El segundo mide el tamaño de los remolinos. La intensidad es medida por la raíz cuadrática promedio de una de las componentes de la velocidad. Se expresa generalmente como un porcentaje de la velocidad media o como

$$100\sqrt{\overline{(u')^2}}/u$$

Los campos muy turbulentos, como los situados inmediatamente debajo de las rejillas productoras de turbulencia, pueden alcanzar una intensidad de 5 a 10%. En flujo despejado, las intensidades son menores y del orden de 0.5 a 2%. Cada componente de velocidad posee generalmente una intensidad diferente.

La escala de turbulencia se basa en coeficientes de correlación, tales como R_u , medidos como una función de la distancia entre las localizaciones. Para determinar los valores de R_u , en función de y , se calcula la escala L_y del remolino en la dirección y mediante la integral

$$L_y = \int_0^\infty R_u' dy \quad (3.18)$$

Cada dirección generalmente da un valor diferente de L_y , dependiendo de la elección de las componentes de velocidad usadas en la definición. Para el aire fluyendo en tuberías a 12 m/s, la escala es alrededor de 10 mm, y este valor constituye una medida del tamaño promedio de los remolinos en la tubería.

Turbulencia isotrópica

Aunque los coeficientes de correlación por lo general dependen de la elección del componente, en algunos casos esto no es cierto, y la raíz cuadrática promedio de las componentes es igual para todas las direcciones en un punto dado. En este caso la turbulencia recibe el nombre de *isotrópica*, y

$$\overline{(u')^2} = \overline{(v')^2} = \overline{(w')^2}$$

Existe turbulencia prácticamente isotrópica cuando no hay gradiente de velocidad, como ocurre en la línea central de una tubería o más allá del borde exterior de una capa límite. También se encuentra turbulencia prácticamente isotrópica en la corriente que se dirige hacia la salida de una rejilla colocada en el flujo. El flujo turbulento cerca de una superficie es anisotrópico, pero la anisotropía se presenta principalmente con los remolinos más grandes. Los remolinos pequeños, en especial aquellos cercanos a su eliminación a causa de una acción viscosa, son prácticamente isotrópicos.

Esfuerzos de Reynolds

Se sabe desde hace tiempo que en el flujo turbulento existen esfuerzos cortantes mucho mayores que en el flujo laminar, cuando se encuentra un gradiente de velocidades a lo

largo de la superficie de contacto. El mecanismo de los esfuerzos en el flujo turbulento depende de las desviaciones de las velocidades con respecto a la velocidad promedio de la turbulencia anisotrópica. Los esfuerzos de corte turbulento se denominan *esfuerzos de Reynolds*. Éstos se miden por medio de los coeficientes de correlación del tipo $R_{u'v'}$ definidos en la ecuación (3.17).

Para relacionar las tensiones de Reynolds con las correlaciones de las velocidades de desviación, se utiliza el principio del momento. Considere un fluido en flujo turbulento que se mueve en una dirección x positiva, como se muestra en la figura 3.5. El plano S es paralelo al flujo. La velocidad instantánea en el plano es u_i , y la velocidad media es u . Suponga que u aumenta con y , la dirección positiva medida perpendicularmente a la capa S , de forma que el gradiente de velocidad du/dy es positivo. Cualquier remolino que se desplaza hacia la pared tiene un valor negativo de v' , y su movimiento representa una velocidad de flujo másico $\rho(-v')$ dentro del fluido por debajo del plano S . La velocidad del remolino en la dirección x es u_i o $u + u'$; si cada uno de estos remolinos que cruzan el plano S desacelerado hasta la velocidad media u , la velocidad de transferencia de momento por unidad de área es $\rho(-v')u'$. Este flujo de momento, después de efectuar el tiempo promedio para todos los remolinos, es una tensión de corte turbulento o tensión de Reynolds, está dada por la ecuación

$$\tau_t = \overline{\rho u'v'} \quad (3.19)$$

Viscosidad del remolino

Por la analogía con la ecuación (3.14), la siguiente relación entre la tensión de corte y el gradiente de velocidad en una corriente turbulenta se utiliza para definir la viscosidad del remolino E_v :

$$\tau_t = E_v \frac{du}{dy} \quad (3.20)$$

La magnitud E_v es análoga a μ , la viscosidad absoluta. Además, por analogía con la viscosidad cinemática ν , la magnitud ε_M , llamada *difusividad turbulenta de momento*, se define como $\varepsilon_M = E_v / \rho$.

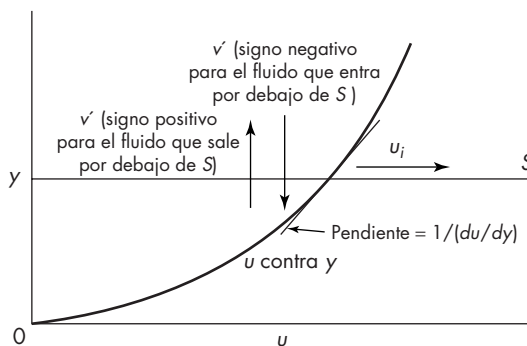


FIGURA 3.5
Tensión de Reynolds.

La tensión de corte total en un fluido turbulento es la suma de las tensiones viscosas y las tensiones turbulentas, o sea,

$$\tau = (\mu + E_v) \frac{du}{dy} \quad (3.21)$$

$$\tau = (v + \varepsilon_M) \frac{d(\rho u)}{dy} \quad (3.22)$$

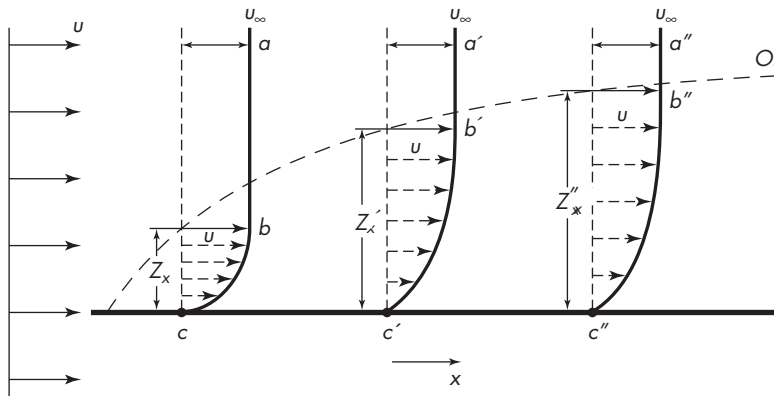
Aunque E_v y ε_M son análogos de μ y v , respectivamente, en el sentido de que todas estas cantidades son coeficientes que relacionan la tensión de corte y el gradiente de velocidad, existe una diferencia fundamental entre los dos tipos de cantidades. Las viscosidades μ y v son verdaderas propiedades del fluido y son el resultado macroscópico de promediar los movimientos y momentos de innumerables moléculas. Por el contrario, la viscosidad turbulenta E_v y la difusividad turbulenta ε_M no son propiedades de los fluidos, sino que dependen de la velocidad del fluido y de la geometría del sistema. Éstas son funciones de todos los factores que influyen en los patrones detallados de la turbulencia y de las velocidades de desviación, y son especialmente sensibles a la localización en el campo turbulento y a los valores locales de la escala y la intensidad de la turbulencia. Las viscosidades pueden medirse en muestras aisladas de un fluido y presentarse en tablas o gráficas de propiedades físicas, como las de los apéndices 8 y 9. Las viscosidades y las difusividades de remolino se determinan (con dificultad, y sólo por medio de instrumentos especiales) realizando experimentos sobre el flujo a estudiar.

CAPAS LÍMITE

Flujo en capas límite

Una capa límite se define como la parte de un fluido en movimiento en la cual el flujo del fluido se ve influido por la presencia de un límite sólido. Como un ejemplo específico de la formación de una capa límite, consideremos el flujo de un fluido paralelo a una lámina delgada, tal como se muestra en la figura 3.6. La velocidad del fluido a contracorriente desde borde de impacto de la lámina es uniforme a través de toda la corriente del fluido. La velocidad del fluido en la interface entre el sólido y el fluido es cero. La velocidad se incrementa con la distancia desde la lámina, como se muestra en la figura 3.6. Cada una de las curvas corresponde a un valor definido de x , la distancia desde el borde impulsor de la lámina. La pendiente de las curvas cambia rápidamente cerca de la lámina; mientras que la velocidad local se aproxima asintóticamente a la velocidad global de la corriente del fluido.

En la figura 3.6 la línea discontinua OL se ha trazado de tal forma que las variaciones de velocidad están confinadas entre esta línea y el trazo de la pared. Puesto que las líneas de velocidad son asintóticas con respecto a la distancia desde la lámina, se ha supuesto con el fin de localizar la línea discontinua en una forma definida, que dicha línea pasa a través de todos los puntos donde la velocidad es 99% de la velocidad global del fluido u_∞ . La línea OL representa una superficie imaginaria que divide la corriente del fluido en dos partes: una donde la velocidad del fluido es constante y otra en la que la velocidad varía desde cero en la pared hasta una velocidad que es sustancialmente igual que la del fluido

**FIGURA 3.6**

Capa límite de Prandtl: x , distancia desde el borde de impacto; u_{∞} , velocidad de la corriente no perturbada; Z_x , espesor de la capa límite a una distancia x ; u , velocidad local; abc , $a'b'c'$, $a''b''c''$, curvas de velocidad contra distancia desde la pared a los puntos c , c' , c'' ; OL , límite exterior de la capa límite. (La escala vertical está demasiado exagerada.)

no perturbado. Esta superficie imaginaria separa al fluido que es directamente afectado por la lámina del resto en el que la velocidad local es constante e igual a la velocidad inicial del fluido. La zona o capa, entre la línea discontinua y la lámina constituye la capa límite.

La formación y comportamiento de la capa límite son importantes, no sólo en el flujo de fluidos sino también en la transferencia de calor, que se trata en el capítulo 12, y en la transferencia de masa que se estudia en el capítulo 17.

Flujo laminar y turbulento en capas límite

La velocidad del fluido en una interfase sólido-fluido es cero, y las velocidades cerca de la superficie sólida son necesariamente pequeñas. El flujo en esta parte de la capa límite más próxima a la superficie es por lo tanto esencialmente laminar. En realidad es laminar la mayoría del tiempo, pero ocasionalmente los remolinos de la porción principal del flujo o de la región externa de la capa límite se mueven demasiado cerca a la pared, interrumpiendo en forma temporal el perfil de velocidad. Es posible que estos remolinos tengan un efecto pequeño en el perfil de la velocidad promedio cercano a la pared, pero pueden tener grandes efectos en los perfiles de temperatura o concentración cuando el calor o la masa se transfieren hacia o desde la pared. Este efecto es más pronunciado para la transferencia de masa en líquidos.

A mayor distancia de la superficie, las velocidades del fluido, aunque menores que la velocidad del fluido no perturbado, pueden ser relativamente grandes y, en consecuencia, en esta parte de la capa límite el flujo se vuelve turbulento. Entre la zona de turbulencia totalmente desarrollada y la región de flujo laminar, hay una capa de transición o regulación, que presenta un carácter intermedio. Por lo tanto, una capa límite turbulenta consta de tres zonas: la subcapa viscosa, la capa amortiguadora y la zona turbulenta. La existencia de una subcapa completamente viscosa es cuestionada por algunos, ya que ciertos estudios de transferencia de masa sugieren que algunos remolinos penetran en el camino a través de la capa límite y alcanzan la pared.

Cerca del borde de impacto de una lámina plana sumergida en un fluido con velocidad uniforme, la capa límite es delgada, y el flujo de la capa límite es completamente laminar. Sin embargo, a medida que el espesor de la capa aumenta para mayores distancias del borde de impacto, se alcanza un punto en el que aparece la turbulencia. La aparición de la turbulencia se caracteriza por un incremento rápido e inesperado en el espesor de la capa límite, como se muestra en la figura 3.7.

Cuando el flujo en la capa límite es laminar, el espesor Z_x de la capa aumenta con $x^{0.5}$, donde x es la distancia del borde de impacto de la lámina.¹² Durante un corto periodo después de que aparece la turbulencia, Z_x se incrementa con $x^{1.5}$ y entonces, cuando la turbulencia está completamente desarrollada, lo hace con $x^{0.8}$.

La parte inicial completamente laminar de la capa límite puede crecer hasta alcanzar un espesor moderado de quizá 2 mm con aire o agua circulando a velocidades moderadas. Sin embargo, una vez que la turbulencia comienza, el espesor de la parte laminar de la capa límite disminuye considerablemente, alcanzando un valor típico del orden de 0.2 mm.

Transición de flujo laminar a turbulento; número de Reynolds. Los factores que determinan el punto en el cual aparece la turbulencia en una capa límite laminar están relacionados con el número adimensional de Reynolds, que se define por la ecuación

$$Re_x = \frac{xu_\infty\rho}{\mu} \quad (3.23)$$

donde x = distancia desde el borde de impacto de la lámina
 u_∞ = velocidad global del fluido
 ρ = densidad del fluido
 μ = viscosidad del fluido

Para el caso de flujo paralelo a lo largo de la lámina, el flujo turbulento comienza para un número de Reynolds crítico comprendido entre 10^5 y 3×10^6 . La transición ocurre a números de Reynolds menores cuando la lámina es rugosa y la intensidad de la turbulencia en la corriente cercana es elevada, y a los valores superiores cuando la lámina es lisa y la intensidad de la turbulencia en la corriente cercana es baja.

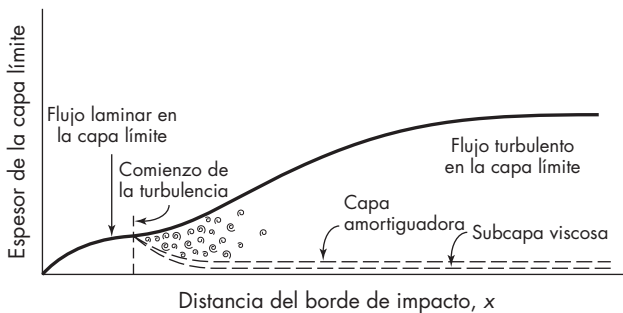


FIGURA 3.7

Desarrollo de la capa límite turbulenta sobre una lámina plana (la escala vertical está

Formación de la capa límite en tubos rectos

Considere un tubo recto, de pared delgada, en el que entra un fluido a una velocidad uniforme. Como se muestra en la figura 3.8, una capa límite comienza a formarse en la entrada del tubo; a medida que el fluido circula a través de la primera parte del canal de conducción, el espesor de la capa aumenta. Durante esta etapa la capa límite ocupa sólo parte de la sección transversal del tubo y la corriente total consta de un núcleo de fluido que circula a velocidad constante como si fuera una varilla con una capa límite anular comprendida entre dicho núcleo y la pared. En la capa límite la velocidad se incrementa desde cero en la pared hasta la velocidad constante existente en el núcleo. A medida que la corriente avanza más por el tubo, la capa límite ocupa una porción creciente de la sección transversal. Finalmente, para un punto suficientemente alejado (o corriente abajo) de la entrada, la capa límite alcanza el centro del tubo, el núcleo en forma de varilla desaparece y la capa límite ocupa toda la sección transversal de la corriente. En este punto la distribución de velocidad en el tubo alcanza su forma final, como muestra la última curva a la derecha de la figura 3.8, y permanece inalterable en el resto de la longitud del tubo. Tal flujo con una velocidad de distribución constante se llama *flujo totalmente desarrollado*.

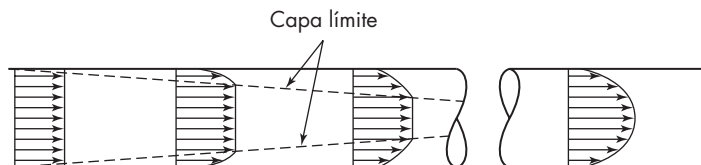
Longitud de transición para un flujo laminar y turbulento. La longitud de la región de entrada al tubo necesaria para que la capa límite alcance el centro del mismo y se establezca el flujo completamente desarrollado se denomina *longitud de transición*. Debido a que la velocidad no sólo varía con la longitud del tubo, sino también con la distancia radial hasta su centro, el flujo en la región de entrada es bidimensional.

La longitud aproximada de una tubería recta necesaria para completar la distribución de la velocidad final es, para el caso de flujo laminar,

$$\frac{x_t}{D} = 0.05 \text{ Re} \quad (3.24)$$

donde x_t = longitud de transición
 D = diámetro de la tubería

La ecuación (3.24), propuesta originalmente por Nikuradse, fue verificada experimentalmente por Rothfus y Prengle.¹¹ La ecuación (3.24) muestra que, para una tubería de 50 mm (2 pulgadas) de diámetro interno (DI) y un número de Reynolds de 1500, la longitud de transición es 3.75 m (12.3 ft). Si el fluido que ingresa a la tubería es turbulento y la velocidad en el tubo está por encima de la crítica, la longitud de transición es casi independiente del número de Reynolds y se encuentra alrededor de los 40 a 50



demasiado exagerada).

FIGURA 3.8

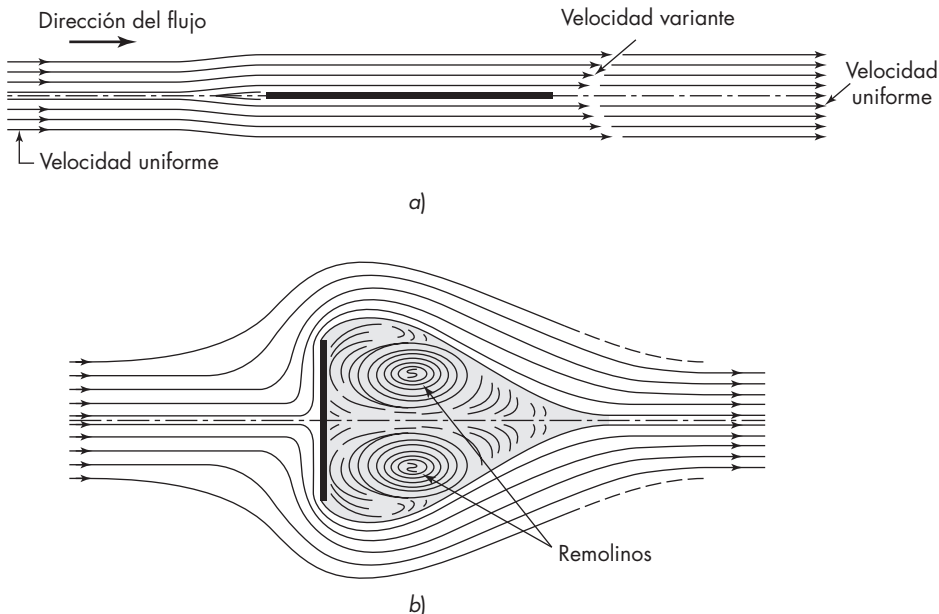
diámetros de tubería, con escasa diferencia entre la distribución a 25 diámetros y la que se encuentra a mayores distancias de la entrada. Para una tubería de 50 mm de DI, 2 a 3 m de tubería recta son suficientes cuando el flujo es completamente turbulento. Si el fluido que ingresa al tubo lo hace en forma de flujo laminar y se transforma en turbulento una vez que ingresa al tubo, se necesita una longitud de transición mayor, de una extensión aproximada a 100 diámetros de tubería.

Separación de capa límite y formación de estela

En los párrafos precedentes se ha estudiado el crecimiento de las capas límite. Vamos a considerar ahora qué ocurre en una parte alejada del objeto sumergido, donde el fluido abandona la superficie sólida.

En el borde de salida de una lámina plana que es paralela a la dirección de flujo, las capas límite situadas a los lados de la lámina han crecido hasta alcanzar su máximo espesor. Durante algún tiempo después de que el fluido abandona la lámina, persisten las capas y los gradientes de velocidad. Sin embargo, en seguida los gradientes de velocidad se anulan, las capas límite se entremezclan y desaparecen, y el fluido se mueve de nuevo con una velocidad uniforme. Esto se muestra en la figura 3.9a.

Suponga ahora que la lámina se gira de forma que esté en ángulo recto con respecto a la dirección de flujo, como indica la figura 3.9b. Igual que antes se forma una capa límite en el fluido que circula sobre la cara frontal de la lámina. Sin embargo, cuando el fluido alcanza el borde de la lámina, su momento le impide adaptarse al borde, se separa de la lámina y se une al exterior en la corriente global del fluido. Detrás de la lámina hay una zona de calma o agua estancada formada por fluido muy deacelerado, en la cual se



Desarrollo del flujo de la capa límite en la tubería.

FIGURA 3.9

Flujo alrededor de una lámina plana: a) flujo paralelo a la lámina; b) flujo perpendicular a la

forman grandes remolinos, llamados *vórtices*. Esta zona es conocida como la *estela*. Los remolinos de la estela se mantienen en movimiento por las tensiones de corte entre la estela y la corriente separada. Consumen una cantidad considerable de energía mecánica y pueden dar lugar a una gran pérdida de presión en el fluido.

La separación de capa límite ocurre siempre que la variación de velocidad en el fluido, tanto en magnitud como en dirección, es demasiado grande para que el fluido se adhiera a la superficie sólida. Esto sucede frecuentemente cuando hay un cambio brusco en el canal de conducción del flujo, como una expansión o contracción repentinas, una curva abrupta o una obstrucción alrededor de la cual tiene que circular el fluido. Como se considera en el capítulo 5, en la página 134, es posible que la separación ocurra también cuando la velocidad disminuye en un canal de conducción que se ensancha suavemente. Debido a las grandes pérdidas de energía que resultan en la formación de la estela, es frecuentemente deseable minimizar o impedir la separación de la capa límite. Esto se puede hacer en algunos casos por succión, es decir, aspirando parte del fluido hacia el interior de la superficie sólida en el área de separación potencial. Sin embargo, en el caso más frecuente, la separación se disminuye evitando los cambios bruscos en el área de sección transversal del canal de conducción de flujo y dando forma aerodinámica a los objetos sobre los cuales ha de circular el fluido. Para algunos propósitos, como para favorecer la transferencia de calor o la mezcla en un fluido, la separación de la capa límite resulta deseable.

SÍMBOLOS

A	Área m^2 o ft^2 ; A_s , del plano sobre el que actúa la fuerza de corte
D	Diámetro, m o ft
E_v	Viscosidad del remolino, $\text{Pa} \cdot \text{s}$ o $\text{lb/ft} \cdot \text{s}$, P
F_s	Fuerza de corte, N o lb_f
g_c	Factor de proporcionalidad de la ley de Newton, $32.174 \text{ ft} \cdot \text{lb/lb}_f \cdot \text{s}^2$
K	Constante en la ecuación (3.6)
K'	Índice de comportamiento del flujo, $\text{g/m} \cdot \text{s}^{2-n'}$ o $\text{lb/ft} \cdot \text{s}^{2-n'}$ [ecuación (3.7)]
L_y	Escala de turbulencia, m o ft
n	Exponente en la ecuación (3.5)
n'	Índice de comportamiento del flujo, adimensional [ecuación (3.7)]
p	Presión, N/m^2 o lb_f/ft^2 ; p_i , presión local variable; p' , componente de fluctuación
$R_{u'}$, $R_{u'v'}$	Coefficientes de correlación definidos por las ecuaciones (3.14) y (3.15)
Re	Número de Reynolds, $D V \rho / \mu$; Re_n , para fluidos no newtonianos; Re_{n-c} , valor crítico para la transición de flujo laminar a turbulento; Re_x , basado en la distancia x desde el borde de impacto de la lámina
T	Temperatura absoluta, K
t	Tiempo, s; t_0 , intervalo de tiempo para promediar
u	Velocidad, m/s o ft/s ; componente de la velocidad en la dirección x ; u_A , u_B , a planos A , B ; u_i , valor instantáneo; u_∞ , velocidad global del fluido no perturbado; u' , velocidad de desviación; u'_1 , u'_2 , en los puntos 1, 2
$\bar{V}$	Velocidad promedio, m/s o ft/s

v, w	Componentes de velocidad en las direcciones y y z , respectivamente; v_i, w_i , valores instantáneos; v', w' ; velocidades de desviación
x	Distancia medida paralelamente a la dirección del flujo, m o ft; x_p , longitud de transición
y	Distancia perpendicular a la pared, m o ft; y_A, y_C , a los planos A, C
Z_x	Espesor de la capa límite, m o ft

Letras griegas

ε_M	Difusividad de remolino del momento, m^2/s o ft^2/s
μ	Viscosidad absoluta, $Pa \cdot s$ o $lb/ft \cdot s$; μ_0 a $T = 273 K$
ν	Viscosidad cinemática μ / ρ , m^2/s o ft^2/s
ρ	Densidad, kg/m^3 o lb/ft^3
τ	Tensión de corte, N/m^2 o lb/ft^2 ; τ_p , tensión de corte turbulento; τ_v , tensión de corte laminar; τ_w , tensión a la pared; τ_0 , tensión mínima para plásticos de Bingham

PROBLEMAS

- 3.1. Para las siguientes situaciones de flujo constante, determine si el flujo es laminar o turbulento:
 - a) agua a $10^\circ C$ fluyendo a una velocidad promedio de 2 m/s en una tubería de 100 mm;
 - b) aire a 2 atm de presión y $180^\circ F$ fluyendo a 50 ft/s en un ducto de 12 in.;
 - c) aceite con una gravedad específica de 0.78 y una viscosidad de 20 cP fluyendo a 5 ft/s en una tubería de 2 in.;
 - d) polímero fundido con una densidad de $900 kg/m^3$ y una viscosidad de $1 Pa \cdot s$ que fluye a 0.2 m/s en un tubo de 15 mm.
- 3.2. El espesor de la capa límite laminar en una lámina plana Z_x está dado aproximadamente por la ecuación $Z_x = 5.5[\mu x / (v_\infty \rho)]^{1/2}$. Demuestre que para la transición a flujo turbulento el número de Reynolds basado en este espesor, en vez de en x como en la ecuación (3.21), está cerca al número de Reynolds de transición para el flujo en una tubería.
- 3.3. Utilice el nomograma del apéndice 8 para determinar el valor de n en la ecuación para la viscosidad de gases, ecuación (3.5), para el monóxido de carbono y para el helio en los intervalos de 0 a $300^\circ C$ y de 300 a $600^\circ C$.
- 3.4.
 - a) Estime la longitud de transición en la entrada a un tubo de 15 mm a través del cual circula glicerol puro a $60^\circ C$ con una velocidad de 0.3 m/s. La densidad del glicerol es $1240 kg/m^3$.
 - b) Repita la parte a) para el 100% de n -propanol que entra a una tubería de 3 in. a $30^\circ C$ con una velocidad de 7 ft/s. La densidad del n -propanol es $50 lb/ft^3$.
- 3.5.
 - a) Estime el número de Reynolds para el flujo en una tubería de los gases de escape de un automóvil si el motor de 4 ciclos y 2-L está operando a 3000 rpm.
 - b) Si el convertidor catalítico tiene 4 veces la sección transversal de la tubería de escape, ¿qué tan pequeños deben ser los canales en el convertidor para obtener el flujo laminar?
- 3.6. Grafique la viscosidad del agua, hexano y glicerol puro en coordenadas semilog, y analice cómo la viscosidad sigue casi una relación de Arrhenius ($\mu = Ae^{-E/RT}$).
- 3.7. Grafique la viscosidad a presiones moderadas de los gases de los halógenos a $20^\circ C$ contra su peso molecular. Elabore una gráfica similar para algunas parafinas normales y discuta la tendencia mostrada en las mismas.

- 3.8.** El aire a 30 °C y a 5 bars está fluyendo dentro de una tubería de acero cédula 40 de $\frac{1}{2}$ in. (véase apéndice 3). Si el flujo es de 4.0 ft³/min a temperatura y presión estándar (0 °C y a 1 atm), ¿será flujo laminar o turbulento? (¿Qué posibilidad hay de que el flujo sea laminado turbulento?)
- 3.9.** El petróleo crudo es bombeado a 1.5 m/s a través de un gasoducto de 1 m de diámetro. ¿Arriba de qué valor de la viscosidad del petróleo podría existir flujo laminar? Dé la respuesta en unidades SI y cgs.
- 3.10.** La *viscosidad aparente* de un líquido no newtoniano a una velocidad de corte dada es el valor indicado por un viscosímetro que opera en el líquido a la velocidad de corte. Ésta es la viscosidad que podría estar indicada por el viscosímetro si el líquido fuera newtoniano. *a)* Calcule la viscosidad aparente de una suspensión al 4% de pulpa de papel en agua a las velocidades de corte du/dy de 10 s⁻¹ y 1000 s⁻¹. *b)* Repetir el cálculo para una suspensión al 25% de arcilla en agua.
- 3.11.** Fluye aire a 3 atm y 100 °C a 1.0 m/s en un tubo de 1.5 cm. Los cálculos indican que el flujo es laminar con un número de Reynolds muy cercano al valor crítico. ¿Se volvería el flujo turbulento? si *a)* se incrementara la temperatura a 200 °C., *b)* se incrementara el tamaño del tubo a 2 cm., o *c)* se incrementara la presión a 5 atm. Asuma que el flujo molar es constante.
- 3.12.** Se coloca un cilindro vertical de 15 cm de diámetro dentro de y en forma concéntrica a otro cilindro de 15.8 cm de diámetro. Se llena el espacio entre los cilindros con aceite de una viscosidad de 0.21 Pa · s. Si el cilindro interior gira a 30 rpm, ¿cuáles serían esfuerzos cortantes y de tensión en el cilindro externo?

REFERENCIAS

1. Garde, R.J. *Turbulent Flow*. Nueva York: Wiley, 1994
2. Geankopolis, C.J. *Transport Processes and Unit Operations*. 3a. ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1993, pp. 155-157.
3. Hinze, J.O. *Turbulence*. 2a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1975.
4. Kirchhoff, R.H. *Potential Flows: Computer Graphic Solutions*. Nueva York: Marcel Dekker, 1985.
5. Knudsen, J.G. y D.L. Katz. *Fluid Dynamics and Heat Transfer*. Nueva York: McGraw-Hill, 1958, pp. 115-120.
6. Langford, W.F. *Chaos, Fractals and Dynamics*, eds. P. Fischer y W.R. Smith. Nueva York: Marcel Dekker, 1985, pp. 94-95.
7. Perry, R.H. y D.W. Green, eds. *Perry's Chemical Engineers' Handbook*. 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1997, pp. 2-320.
8. Prandtl, L. *Proc. 3rd Int. Math. Congress*, 1904.
9. Reid, R.C., J.M. Prausnitz y B.E. Poling. *The properties of Gases and Liquids*. 4a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1987, p. 417.
10. Reynolds, O. *Phil. Trans. Royal Soc.*, London, Ser. A: 174 (1883).
11. Rothfus, R.R. y R.S. Prengle. *Ind. Eng. Chem.* 44:1683 (1952).
12. Schlichting, H. *Boundary Layer Theory*. 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1979, p. 42.
13. Streeter, V.L. y E.B. Wylie. *Fluid Mechanics*. 8a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1985.
14. Wattendorf, F.L. y A.M. Kuethe, *Physics* 5:153 (1934).

CAPÍTULO 4

Ecuaciones básicas del flujo de fluidos

Los principios físicos más útiles en las aplicaciones de la mecánica de fluidos son el balance de masa o ecuación de continuidad, las ecuaciones del balance de momento y el balance de energía mecánica. Es posible escribir las ecuaciones en forma diferencial, mostrando las condiciones en un punto dentro de un elemento de volumen del fluido, o en forma integrada aplicable a un volumen o masa finitos de fluido.

Ecuaciones diferenciales y balances de concha

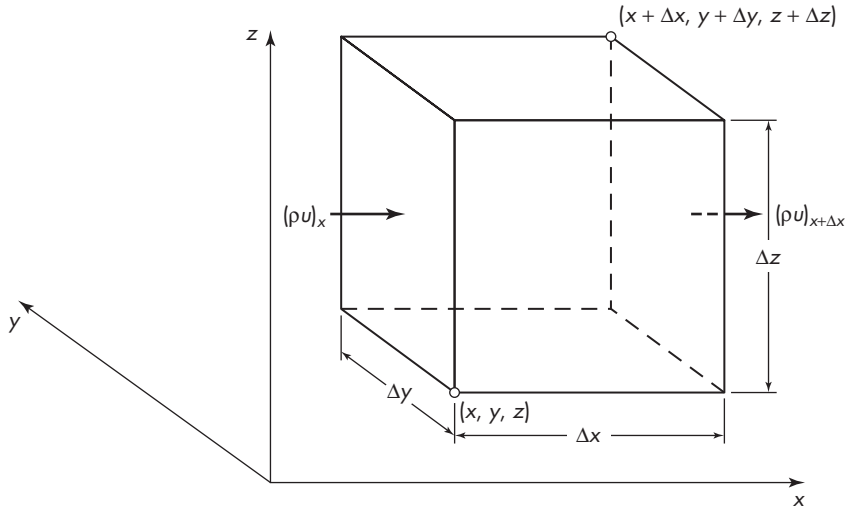
Las ecuaciones diferenciales deben ser integradas para que sean útiles en la resolución de problemas de ingeniería. En algunos casos simples, éstas pueden ser integradas matemáticamente, pero a menudo son integradas numéricamente por computadora. Por ejemplo, éstas podrían requerirse en una situación tan sencilla como el flujo estacionario de aire en un ducto largo que contenga deflectores, o en un problema altamente complejo tal como el flujo transitorio de un polímero no newtoniano de alta viscosidad fundido a través de un molde.

Es posible deducir ecuaciones útiles para algunos sistemas bien definidos haciendo un balance de concha macroscópico, en el cual los flujos a través de los límites (o fronteras) de todo el sistema entero se utilicen en lugar de aquellos que tengan un elemento de volumen diferencial. El sistema tal vez será tan pequeño como una tubería de longitud corta, o tan largo como toda una planta de procesamiento.

En este capítulo algunas de las ecuaciones diferenciales fundamentales son derivadas, y muchas son ecuaciones integrales basadas en los balances de concha. Un estudio más extenso de las ecuaciones diferenciales se encuentra en textos que traten con la mecánica de los fluidos aplicada y los procesos de transporte.^{1-3, 7}

BALANCE DE MASA EN UN FLUIDO EN MOVIMIENTO: CONTINUIDAD

En cualquier elemento del fluido (o en un sistema limitado), la ecuación para un balance de masa es simple.

**FIGURA 4.1**

Región del volumen $\Delta x \Delta y \Delta z$ fija en el espacio a través del cual el fluido se está moviendo.

$$(\text{Velocidad de flujo de masa de entrada}) - (\text{Velocidad de flujo masa de salida}) = (\text{Velocidad de acumulación de masa})$$

Para un pequeño elemento de volumen $\Delta x \Delta y \Delta z$, fijo en el espacio como se muestra en la figura 4.1, el balance de masa se obtiene como sigue. Para un fluido de densidad ρ , el flujo de masa en la dirección x en la cara x es $(\rho u)_x$; en la cara $x + \Delta x$, el flujo es $(\rho u)_{x+\Delta x}$, donde u es la velocidad del fluido en la dirección x . El *flujo* se define como la velocidad de flujo de cualquier cantidad por unidad de área; por lo tanto, la velocidad de flujo de masa que entra del elemento en la dirección x es $(\rho u)_x \Delta y \Delta z$, y la de salida es $(\rho u)_{x+\Delta x} \Delta y \Delta z$. Es posible expresar relaciones similares para las direcciones y y z , donde v y w son las velocidades del fluido en las direcciones y y z , respectivamente. La velocidad de acumulación en el elemento de volumen es $\Delta x \Delta y \Delta z (\partial \rho / \partial t)$. De esta manera

$$\begin{aligned} & \left[(\rho u)_x - (\rho u)_{x+\Delta x} \right] \Delta y \Delta z + \left[(\rho v)_y - (\rho v)_{y+\Delta y} \right] \Delta x \Delta z \\ & + \left[(\rho w)_z - (\rho w)_{z+\Delta z} \right] \Delta x \Delta y = \Delta x \Delta y \Delta z \frac{\partial \rho}{\partial t} \end{aligned} \quad (4.1)$$

Dividiendo entre $\Delta x \Delta y \Delta z$ se obtiene

$$\frac{(\rho u)_x - (\rho u)_{x+\Delta x}}{\Delta x} + \frac{(\rho v)_y - (\rho v)_{y+\Delta y}}{\Delta y} + \frac{(\rho w)_z - (\rho w)_{z+\Delta z}}{\Delta z} = \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (4.2)$$

Tomando como límite a Δx , Δy y Δz que tiende a cero se obtiene la ecuación diferencial de la conservación de la masa en un fluido

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right] = -(\nabla \cdot \rho \mathbf{V}) \quad (4.3)$$

La ecuación (4.3) es también conocida como la *ecuación de continuidad*. El término $\nabla \cdot \rho \mathbf{V}$ en el lado derecho de la ecuación indica la *divergencia* del vector de la velocidad de masa $\rho \mathbf{V}$. Efectuando la diferenciación parcial y reorganizándola se obtiene

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} = -\rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (4.4)$$

La ecuación (4.4) puede escribirse

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\rho(\nabla \cdot \mathbf{V}) \quad (4.5)$$

donde $D\rho/Dt$ es la *derivada sustancial* o la *derivada que sigue del movimiento*. Ésta es la velocidad del cambio de la densidad que podría notar un observador si se mueve hacia la salida a la velocidad del fluido. Observe que $\partial \rho / \partial t$ en la ecuación (4.3) es la velocidad de cambio observada desde un punto fijo. En un estado estacionario $\partial \rho / \partial t = 0$ como se indica en las ecuaciones (4.3) y (4.4).

Ecuación de continuidad para un fluido de densidad constante. A menudo en ingeniería el fluido es casi incompresible, y su densidad ρ puede considerarse constante sin un error apreciable. En tal caso $D\rho/Dt = 0$ y la ecuación (4.4) se convierte en

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \quad (4.6)$$

Cuando un fluido pasa por un ducto o una tubería es conveniente expresar la ecuación de continuidad (y otras ecuaciones) en coordenadas cilíndricas. La relación entre las coordenadas cilíndricas y las rectangulares se muestra en la figura 4.2a; las que se dan entre las variables x , y y z en el sistema rectangular, y las del sistema cilíndrico r , θ y z son

$$\begin{aligned} x &= r \cos \theta & y &= r \sin \theta & z &= z \\ r &= (x^2 + y^2)^{1/2} & \theta &= \tan^{-1} y/x \end{aligned}$$

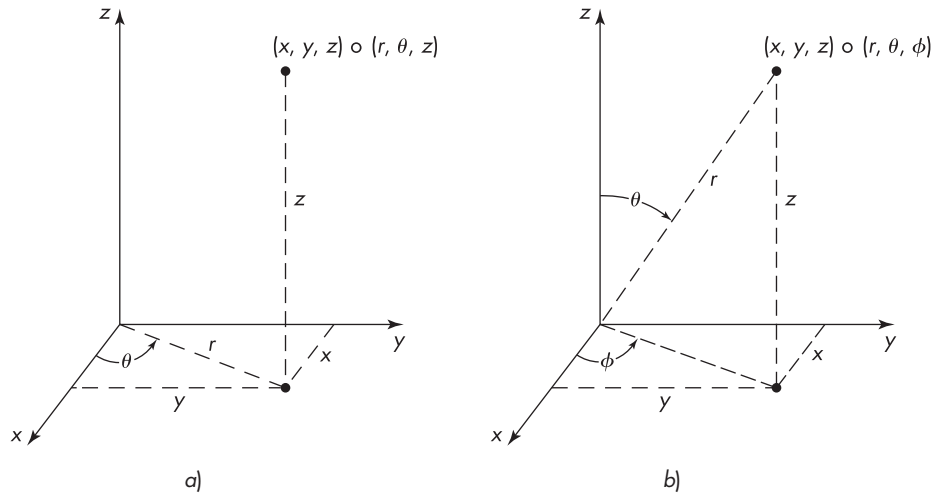
Al transformar de coordenadas rectangulares a cilíndricas, usando la ecuación (4.3), la ecuación de continuidad se convierte en

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \left[\frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial z} \right] = -(\nabla \cdot \rho \mathbf{V}) \quad (4.7)$$

donde u_r = velocidad en dirección radial

u_θ = velocidad en dirección tangencial

u = velocidad en dirección axial (aquí la dirección z)

**FIGURA 4.2**

a) Coordenadas cilíndricas; b) coordenadas esféricas.

En coordenadas esféricas, las relaciones entre las variables son

$$x = r \sin \theta \cos \phi \quad y = r \sin \theta \sin \phi \quad z = r \cos \theta$$

$$r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} \quad \theta = \tan^{-1} \frac{(x^2 + y^2)^{1/2}}{z} \quad \phi = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

La ecuación de continuidad se convierte en

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial (\rho r^2 u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial (\rho u_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial (\rho u_\phi)}{\partial \phi} \right] = -(\nabla \cdot \rho \mathbf{V}) \quad (4.8)$$

donde u_θ es la velocidad en la dirección axial.

Flujo unidimensional. El estudio del flujo de fluidos se facilita imaginando, en la corriente del fluido, las trayectorias del mismo, que reciben el nombre de líneas de corriente. Una línea de corriente es una trayectoria imaginaria en la masa de fluido en movimiento, representada de tal manera que en cada punto, el vector de la velocidad neta a lo largo de la línea de corriente u , es tangente a dicha línea. A través de tal línea no hay flujo neto. En el flujo turbulento, los remolinos cruzan en una y otra dirección las líneas de corriente, pero como se muestra en el capítulo 3, el flujo neto de tales remolinos en cualquier dirección distinta a la del flujo es cero. El flujo a lo largo de la línea de corriente es por lo tanto unidimensional, y se necesita sólo un término para la velocidad.

Un tubo de corriente es un tubo de sección transversal grande o pequeña y de una forma transversal tal que está totalmente limitado por líneas de corriente. Un tubo de corriente puede visualizarse como una tubería imaginaria situada en el interior de la masa del fluido en movimiento, a través de cuyas paredes no hay flujo neto. Si el tubo tiene un área de sección transversal diferencial dS , la velocidad a través del mismo también se representa por el término u .

La masa del flujo a través del área diferencial es

$$d\dot{m} = \rho u \, dS \quad (4.9)$$

Para encontrar el flujo total a través de un conducto impermeable[†] de área seccional transversal S , la ecuación (4.9) se integra a través de toda la sección transversal. En general, la velocidad local u varía a través de la sección transversal. Si el fluido se calienta o enfría, su densidad varía, pero normalmente la variación es pequeña y despreciable. La velocidad del fluido a través de la sección transversal total es

$$\dot{m} = \rho \int_S u \, dS \quad (4.10)$$

donde ρ es la constante a través de la sección transversal.

La velocidad media $\bar{V}$, de la corriente total que fluye a través de la sección transversal de área S está definida por

$$\bar{V} \equiv \frac{\dot{m}}{\rho S} = \frac{1}{S} \int_S u \, dS \quad (4.11)$$

La velocidad $\bar{V}$ también es igual a la velocidad de flujo volumétrico total, dividida entre el área de la sección transversal del conducto, y de hecho, generalmente se calcula de esta forma. Se considera como el *flujo de volumen* en $\text{m}^3/\text{m}^2 \cdot \text{s}$ o $\text{ft}^3/\text{ft}^2 \cdot \text{s}$. Por lo tanto,

$$\bar{V} = \frac{q}{S} \quad (4.12)$$

donde q es la velocidad de flujo volumétrico.

Balance de concha para el flujo de masa

Las velocidades promedio son útiles para el balance de coraza o de flujo a través de una tubería o un sistema de tuberías. Considere el flujo a través de un conducto de área seccional transversal S_a a la entrada y de área S_b a la salida, en el cual la velocidad local del fluido varía dentro de la seccional transversal. La velocidad promedio y la densidad a la entrada son $\bar{V}_a$ y ρ_a ; y a la salida son $\bar{V}_b$ y ρ_b . En el estado estacionario, el flujo de masa que entra es igual al flujo de masa que sale, y la ecuación de continuidad se convierte en

$$\dot{m} = \rho_a \bar{V}_a S_a = \rho_b \bar{V}_b S_b = \rho \bar{V} S \quad (4.13)$$

Para el caso especial importante donde el flujo se lleva a cabo a través de canales de sección transversal circular

$$\dot{m} = \frac{1}{4} \pi D_a^2 \rho_a \bar{V}_a = \frac{1}{4} \pi D_b^2 \rho_b \bar{V}_b$$

de la cual

$$\frac{\rho_a \bar{V}_a}{\rho_b \bar{V}_b} = \left(\frac{D_b}{D_a} \right)^2 \quad (4.14)$$

donde D_a y D_b son los diámetros del canal de la entrada y salida, respectivamente.

[†]Si las paredes del conducto son permeables, como en los tubos de membrana estudiados en el capítulo 26, estas ecuaciones no son aplicables.

Velocidad de masa

A partir de la ecuación (4.9) se escribe

$$\bar{V}\rho = \frac{\dot{m}}{S} \equiv G \quad (4.13)$$

Esta ecuación define la velocidad de masa G , que se calcula dividiendo la velocidad de flujo de masa, entre el área de la sección transversal del canal. En la práctica, la velocidad de masa se expresa en kilogramos por metro cuadrado por segundo, libras por pie cuadrado por segundo, o libras por pie cuadrado por hora. La ventaja de utilizar G consiste en que es independiente de la temperatura y la presión cuando el flujo es estacionario ($\dot{m}$ constante) y la sección transversal no varía (S constante). Este hecho es especialmente útil, cuando se consideran fluidos compresibles, en los cuales tanto $\bar{V}$ como ρ varían con la temperatura y la presión. Ciertas relaciones aparecen después en este libro en las que interviene el producto de $\bar{V}$ y ρ , de tal manera que la velocidad de masa representa el efecto neto de ambas variables. La velocidad de masa G se describe como la densidad de corriente o flujo de masa, donde el flujo se define generalmente como cualquier magnitud que pasa a través de una unidad de área en la unidad de tiempo. La velocidad promedio $\bar{V}$, tal como se muestra en la ecuación (4.10), se expresa como el flujo de volumen del fluido.

EJEMPLO 4.1 A través del sistema de tuberías que se muestra en la figura 4.3 fluye el petróleo crudo, que tiene una gravedad específica = 0.887 a 60 °F/60 °F. La tubería A es de 2 in. (50 mm) Norma 40, la tubería B es de 3 in. (75 mm) Norma 40, y cada una de las tuberías C tiene $1\frac{1}{2}$ in. (38 mm) Norma 40. A través de cada una de las tuberías C fluye una cantidad igual de líquido. El flujo a través de la tubería A es de 30 gal/min (6.65 m³/h). Calcule: *a*) la velocidad de flujo de masa en cada tubería, *b*) la velocidad lineal promedio en cada tubería, y *c*) la velocidad de masa en cada tubería.

Solución Las dimensiones y las áreas de las secciones transversales de la tubería estándar se dan en el apéndice 3. Las áreas de las secciones transversales que se requieren son, para la tubería de 2 in., 0.0233 ft²; para la tubería de 3 in., 0.0513 ft²; y para la tubería de $1\frac{1}{2}$ in., 0.01414 ft².

a) La densidad del fluido es

$$\rho = 0.887 \times 62.37 = 55.3 \text{ lb/ft}^3$$

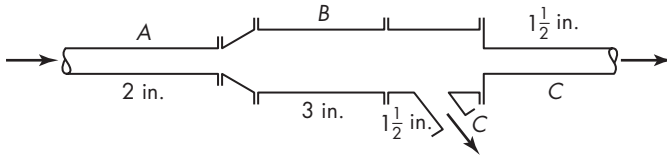
Puesto que hay 7.48 gal en 1 ft³ (apéndice 1), la velocidad de flujo volumétrico total es

$$q = \frac{30 \times 60}{7.48} = 240.7 \text{ ft}^3/\text{h}$$

La velocidad de flujo de másico es la misma para las tuberías A y B ; es el producto de la densidad y la velocidad volumétrica de flujo, o sea

$$\dot{m} = 240.7 \times 55.3 = 13\,300 \text{ lb/h}$$

La velocidad de flujo de masa a través de cada tubería C es la mitad del total o 13 300/2 = 6 650 lb/h (0.8379 kg/s).

**FIGURA 4.3**

Sistema de tuberías para el ejemplo 4.1.

b) Utilice la ecuación (4.12). La velocidad a través de la tubería A es

$$\bar{V}_A = \frac{240.7}{3\,600 \times 0.0233} = 2.87 \text{ ft/s}$$

a través de la tubería B es

$$\bar{V}_B = \frac{240.7}{3\,600 \times 0.0513} = 1.30 \text{ ft/s}$$

y a través de cada una de las tuberías C es

$$\bar{V}_C = \frac{240.7}{2 \times 3\,600 \times 0.01414} = 2.36 \text{ ft/s}$$

c) Utilice la ecuación (4.15). La velocidad de masa a través de la tubería A es

$$G_A = \frac{13\,300}{0.0233} = 571\,000 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h} \left(744 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s} \right)$$

a través de la tubería B es

$$G_B = \frac{13\,300}{0.0513} = 259\,000 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h} \left(351 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s} \right)$$

y a través de cada una de las tuberías C es

$$G_C = \frac{13\,300}{2 \times 0.01414} = 470\,000 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h} \left(637 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s} \right)$$

EJEMPLO 4.2 El aire a 20 °C y a 2 atm de presión absoluta entra a un calentador de vapor con aletas a través de un tubo de 50 mm a una velocidad promedio de 15 m/s. Sale del calentador a través de un tubo de 65 mm a 90 °C y a 1.6 atm de presión absoluta. ¿Cuál es la velocidad promedio del aire a la salida?

Solución El subíndice *a* se refiere a la entrada del calentador y el *b* a la salida. Utilice la ecuación (4.14). Las magnitudes requeridas son

$$\begin{aligned} D_a &= 0.05 \text{ m} & D_b &= 0.065 \text{ m} & p_a &= 2 \text{ atm} & p_b &= 1.6 \text{ atm} \\ T_a &= 20 + 273.16 = 293.16 \text{ K} & T_b &= 90 + 273.16 = 363.16 \text{ K} \end{aligned}$$

La densidad se obtiene a partir de la ecuación (1.56), donde $\rho = 1/V$ y *V* es el volumen de 1 kg de aire. El número de moles *n* es igual a $1/M$, donde *M* es el peso molecular del aire.

Las densidades a la entrada y a la salida son entonces $\rho_a = Mp_a/(RT_a)$ y $\rho_b = Mp_b/(RT_b)$. Por lo tanto

$$\frac{\rho_a}{\rho_b} = \frac{p_a T_b}{p_b T_a}$$

Sustituyendo en la ecuación (4.11) se obtiene

$$\begin{aligned}\bar{V}_b &= \frac{\bar{V}_a \rho_a D_a^2}{\rho_b D_b^2} = \frac{\bar{V}_a p_a T_b D_a^2}{p_b T_a D_b^2} \\ &= \frac{15 \times 2 \times 0.05^2 \times 363.16}{1.6 \times 0.065^2 \times 293.16} \\ &= 13.74 \text{ m/s}\end{aligned}$$

BALANCE DIFERENCIAL DEL MOMENTO: ECUACIONES DEL MOVIMIENTO

Es posible realizar un balance de momento sobre un elemento de volumen, de forma similar a como se hace un balance de masa, pero puesto que la velocidad es una cantidad vectorial, las derivaciones son mucho más complicadas. Los conceptos básicos del balance de momento son los siguientes:

Acumulación de la velocidad del momento	=	Entrada de la velocidad del momento	−	Salida de la velocidad del momento	+	Suma de las fuerzas que actúan en el sistema del momento	(4.16)

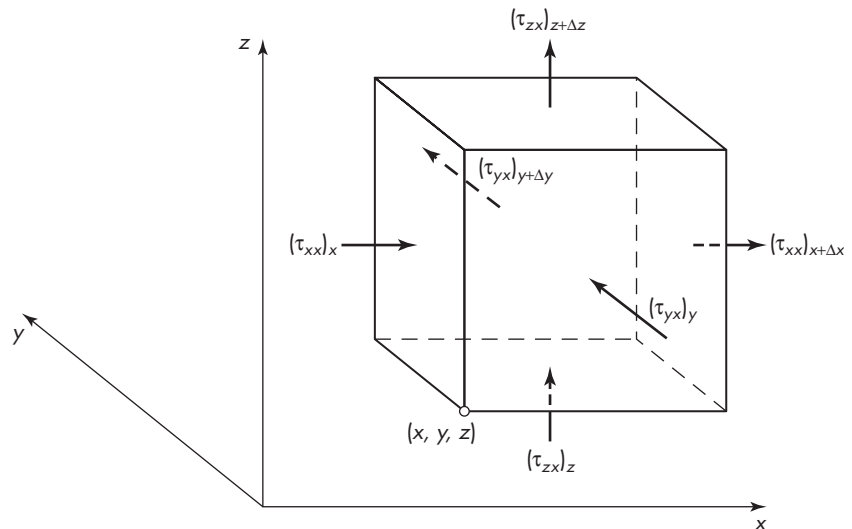


FIGURA 4.4

Elemento del volumen $\Delta x \Delta y \Delta z$ con flechas que indican la dirección en la cual el componente x del momento se transporta a través de las superficies.

En la figura 4.4 el fluido está moviéndose a través de las seis caras del elemento de volumen en cualquier dirección arbitraria. Como la velocidad es un vector, la ecuación (4.16) tiene componentes en cada una de las direcciones coordenadas x , y , z . Primero considere sólo el componente x de cada término en la ecuación (4.16); los componentes y y z se tratan en forma análoga.

Considere las velocidades de flujo del componente de momento x dentro y fuera del elemento de volumen de la figura 4.4. El momento entra y sale del elemento de volumen en parte por convección del flujo del fluido global, y en parte por la acción viscosa como resultado de los gradientes de velocidad. La velocidad de entrada por convección del componente de momento x en la cara x es $(\rho uu)_x \Delta y \Delta z$, y la velocidad de salida en $x + \Delta x$ es $(\rho uu)_{x+\Delta x} \Delta y \Delta z$. La entrada en y a través de la cara $\Delta x \Delta z$ tiene una velocidad $(\rho vu)_y \Delta x \Delta z$. Se escriben expresiones similares para las otras tres caras. Por consiguiente, existe flujo convectivo del momento x a través de las seis caras del elemento. El flujo convectivo neto dentro del elemento de volumen es

$$\begin{aligned} \Delta y \Delta z [(\rho uu)_x - (\rho uu)_{x+\Delta x}] + \Delta x \Delta z [(\rho vu)_y - (\rho vu)_{y+\Delta y}] \\ + \Delta x \Delta y [(\rho wu)_z - (\rho wu)_{z+\Delta z}] \end{aligned} \quad (4.17)$$

De manera similar, la velocidad a la cual el componente de momento x entra a la cara x por transporte molecular es $(\tau_{xx})_x \Delta y \Delta z$, y la velocidad de salida a $x + \Delta x$ es $(\tau_{xx})_{x+\Delta x} \Delta y \Delta z$. La velocidad de entrada a y es $(\tau_{yx})_y \Delta x \Delta z$, y se escriben expresiones similares para las otras tres caras. En resumen, éstas son las seis contribuciones dadas al flujo neto del momento x dentro del elemento de volumen por la acción viscosa:

$$\begin{aligned} \Delta y \Delta z [(\tau_{xx})_x - (\tau_{xx})_{x+\Delta x}] + \Delta x \Delta z [(\tau_{yx})_y - (\tau_{yx})_{y+\Delta y}] \\ + \Delta x \Delta y [(\tau_{zx})_z - (\tau_{zx})_{z+\Delta z}] \end{aligned} \quad (4.18)$$

Entonces τ_{xx} es el esfuerzo normal sobre la cara x , y τ_{yx} es la tensión tangencial o esfuerzo cortante dirigida hacia x , sobre la superficie de la cara y , resultante de las fuerzas viscosas. Se desarrollan expresiones similares para el flujo de momento en las direcciones y y z . Los esfuerzos cortantes resultan de la deformación del elemento de volumen; la tensión normal está relacionada principalmente con el cambio en $\partial u / \partial x$ y la dilatación del elemento.^{2a, 5}

En muchos casos, las fuerzas importantes que actúan sobre el sistema se originan de la presión del fluido p y la fuerza gravitacional por unidad de masa g . La resultante de las fuerzas en la dirección x es

$$\Delta y \Delta z (p_x - p_{x+\Delta x}) + \rho g_x \Delta x \Delta y \Delta z \quad (4.19)$$

Finalmente, la velocidad de acumulación del momento x dentro del elemento $\Delta x \Delta y \Delta z$ ($\partial \rho u / \partial t$). Se sustituyen todas estas expresiones en la ecuación (4.16) y se divide la ecuación resultante entre $\Delta x \Delta y \Delta z$. Tomando el límite como Δx , Δy y Δz que tiende a cero, se obtiene el componente x de la ecuación de movimiento:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho u = & - \left(\frac{\partial}{\partial x} \rho u u + \frac{\partial}{\partial y} \rho v u + \frac{\partial}{\partial z} \rho w u \right) \\ & - \left(\frac{\partial}{\partial x} \tau_{xx} + \frac{\partial}{\partial y} \tau_{yx} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{zx} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x \end{aligned} \quad (4.20)$$

Esta ecuación se reordena con la ayuda de la ecuación de continuidad [ecuación (4.3)] para dar

$$\rho \frac{Du}{Dt} = - \frac{\partial p}{\partial x} - \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) + \rho g_x \quad (4.21)$$

Se derivan ecuaciones similares para los componentes y y z . Considerando los tres componentes vectoriales se obtiene

$$\rho \frac{DV}{Dt} = -\nabla p - [\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}] + \rho \mathbf{g} \quad (4.22)$$

Las tensiones (o esfuerzos) en cualquier punto dependen de los gradientes de velocidad y de las propiedades reológicas del fluido. Por ejemplo, para los fluidos newtonianos, los componentes en la dirección x del tensor de tensión son^{2a}

$$\tau_{xx} = -2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \left(\frac{2}{3}\mu - \kappa \right) (\nabla \cdot \mathbf{V}) \quad (4.23)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (4.24)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad (4.25)$$

donde κ es la *viscosidad global*. Hay mucha incertidumbre acerca del valor de κ . Para los gases monoatómicos, es cero y probablemente de menor importancia para los líquidos y gases densos.^{2a} Las ecuaciones para las tensiones en las direcciones y y z (y todas las ecuaciones en los sistemas coordenados cilíndricos y esféricos) están dadas por Bird, Stewart y Lightfoot.^{2c}

Las ecuaciones generales del movimiento para un fluido newtoniano cuando varían la densidad y la viscosidad se ejemplifican en la siguiente ecuación para la dirección x , obtenida por sustitución de las ecuaciones (4.23) y (4.24) en la ecuación (4.21)

$$\begin{aligned} \rho \frac{Du}{Dt} = & - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \left(\frac{2}{3}\mu - \kappa \right) (\nabla \cdot \mathbf{V}) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \rho g_x \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned}
\rho \frac{Dv}{Dt} = & -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \\
& + \frac{\partial}{\partial y} \left[2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \left(\frac{2}{3}\mu - \kappa \right) (\nabla \cdot V) \right] \\
& + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + \rho g_y
\end{aligned} \tag{4.27}$$

$$\begin{aligned}
\rho \frac{Dw}{Dt} = & -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] \\
& + \frac{\partial}{\partial z} \left[2\mu \frac{\partial w}{\partial z} - \left(\frac{2}{3}\mu - \kappa \right) (\nabla \cdot V) \right] + \rho g_z
\end{aligned} \tag{4.28}$$

Ecuaciones de Navier-Stokes. Las ecuaciones (4.26) hasta la (4.28) se utilizan en sus formas completas sólo para establecer problemas de flujo altamente complicados. En la mayoría de las situaciones, las formas restringidas son suficientes. Para un fluido de densidad y viscosidad constantes, se emplean las ecuaciones de movimiento, conocidas como las ecuaciones Navier-Stokes, y son las siguientes:

$$\begin{aligned}
\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\
= \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x
\end{aligned} \tag{4.29}$$

$$\begin{aligned}
\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\
= \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial y} + \rho g_y
\end{aligned} \tag{4.30}$$

$$\begin{aligned}
\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\
= \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z
\end{aligned} \tag{4.31}$$

En forma vectorial estas ecuaciones se convierten en

$$\rho \frac{DV}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 V + \rho \mathbf{g} \tag{4.32}$$

En coordenadas cilíndricas, las ecuaciones para un fluido de densidad y viscosidad constantes son

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta^2}{r} + u \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) \\ = \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r u_r)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} \right] - \frac{\partial p}{\partial r} + \rho g_r \end{aligned} \quad (4.33)$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} - \frac{u_r u_\theta}{r} + u \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right) \\ = \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r u_\theta)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} \right] - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \rho g_\theta \end{aligned} \quad (4.34)$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u_r \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ = \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] - \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z \end{aligned} \quad (4.35)$$

En la ecuación (4.33), el término $\rho u_\theta^2/r$ es la fuerza centrífuga, que es la fuerza efectiva en la dirección r resultante del movimiento del fluido en la dirección θ . El término $\rho u_r u_\theta/r$ en la ecuación (4.34) es la fuerza de Coriolis, una fuerza efectiva en la dirección θ cuando hay flujo tanto en la dirección r como en la dirección θ . Estos términos surgen automáticamente de la transformación de las coordenadas rectangulares a cilíndricas.

En las coordenadas esféricas, las ecuaciones correspondientes son

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{u_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial u_r}{\partial \phi} - \frac{u_\theta^2 + u_\phi^2}{r} \right) \\ = \mu \left(\nabla^2 u_r - \frac{2}{r^2} u_r - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} - \frac{2}{r^2} u_\theta \cot \theta - \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} \right) - \frac{\partial p}{\partial r} + \rho g_r \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial u_\theta}{\partial \phi} + \frac{u_r u_\theta}{r} - \frac{u_\phi^2 \cot \theta}{r} \right) \\ = \mu \left(\nabla^2 u_\theta + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r^2 \sin^2 \theta} - \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \rho g_\theta \end{aligned} \quad (4.37)$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial u_\phi}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\phi}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\phi}{\partial \theta} + \frac{u_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} + \frac{u_\phi u_r}{r} + \frac{u_\theta u_\phi}{r} \cot \theta \right) \\ = \mu \left(\nabla^2 u_\phi - \frac{u_\phi}{r^2 \sin^2 \theta} + \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial u_\theta}{\partial \phi} \right) - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial p}{\partial \phi} + \rho g_\phi \end{aligned} \quad (4.38)$$

donde

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right) \quad (4.39)$$

Ecuación de Euler. Para una densidad constante y viscosidad cero, como es el caso del flujo potencial, se utiliza la ecuación del movimiento, conocida como la ecuación de Euler, que es la siguiente:

$$\rho \frac{DV}{Dt} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} \quad (4.40)$$

EJEMPLO 4.3 Un fluido newtoniano está confinado entre dos placas verticales paralelas anchas, separadas por una distancia B , como se muestra en la figura 4.5. La placa sobre la izquierda es estacionaria; y sobre la derecha está moviéndose verticalmente en forma ascendente a una velocidad constante v_0 . Suponga que el flujo es laminar y obtenga la ecuación para el perfil de la velocidad en el estado estacionario del fluido.

Solución Utilice la ecuación de Navier-Stokes para la coordenada y , ecuación (4.30). A un estado estacionario $\partial v / \partial t = 0$ y el flujo está sólo en la dirección y . Por lo tanto las velocidades u y z son ambas cero. De la ecuación de continuidad [ecuación (4.6)], $\partial u / \partial y = 0$. También, $\partial v / \partial z = 0$ y $\rho g_y = -\rho g$. Las derivadas parciales se convierten en derivadas, y la ecuación (4.30) se transforma en

$$\mu \frac{d^2 v}{dx^2} - \frac{dp}{dy} - \rho g = 0 \quad (4.41)$$

El gradiente de presión dp/dy es constante, debido a que las ecuaciones (4.29) y (4.31) muestran que p es independiente de x y z . Integrando la ecuación (4.41) da

$$\frac{dv}{dx} - \frac{x}{\mu} \left(\frac{dp}{dy} + \rho g \right) = C_1 \quad (4.42)$$

Integrándola de nuevo se obtiene

$$v - \frac{x^2}{2\mu} \left(\frac{dp}{dy} + \rho g \right) = C_1 x + C_2 \quad (4.43)$$

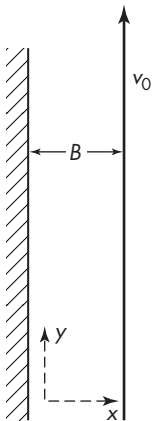


FIGURA 4.5

Flujo entre las placas verticales del ejemplo 4.3.

Las condiciones límite son las siguientes: a $x = 0$, $v = 0$ y $x = B$, $v = v_0$. Resolviendo para las constantes se demuestra que $C_1 = v_0/B - [B/(2\mu)](dp/dy + \rho g)$ y $C_2 = 0$. Al sustituir en la ecuación (4.43) queda

$$v = -\frac{1}{2\mu} \left(\frac{dp}{dy} + \rho g \right) (Bx - x^2) + v_0 \frac{x}{B} \quad (4.44)$$

Flujo de Couette

Cuando las placas en un sistema como el del ejemplo 4.3 son horizontales (o en cualquier situación donde la fuerza de gravedad sea despreciable), la velocidad del fluido varía linealmente con la distancia de la placa estacionaria, y el gradiente de velocidad es constante. La viscosidad entonces está relacionada con la tensión de corte (o esfuerzo cortante) F_s/A por la ecuación siguiente:

$$\mu = \frac{F_s B}{A v_0} \quad (4.45)$$

donde A es el área de cada placa. El fluido bajo estas condiciones se conoce como *flujo de Couette*.

La capa de flujo con una superficie libre se estudia en la siguiente sección.

BALANCES MACROSCÓPICOS DEL MOMENTO

Para el volumen de control de la figura 4.6, puede expresarse un balance de momento promedio, bajo el supuesto de que el flujo es estacionario y unidireccional en la dirección x . La suma de las fuerzas que actúan sobre el fluido en la dirección x , de acuerdo con la ecuación (4.16), es igual al aumento en la velocidad de flujo de momento del fluido, o bien

$$\sum F = \dot{M}_b - \dot{M}_a \quad (4.46)$$

Momento de la corriente total; factor de corrección del momento

La velocidad de flujo del momento $\dot{M}$ de una corriente de fluido tiene una velocidad de flujo de masa $\dot{m}$ y todo él se mueve a una velocidad u igual a $\dot{m}u$. Sin embargo, si u varía

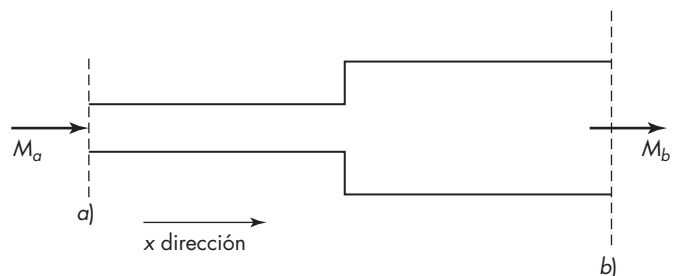


FIGURA 4.6

Balance de momento.

de un punto a otro de la sección transversal de la corriente, el flujo total de momento no será igual al producto de la velocidad de flujo de masa por la velocidad media, $\dot{m}\bar{V}$; sino que en general es algo superior que ésta.

El necesario factor de corrección se obtiene mejor a partir del flujo de momento convectivo, es decir, el momento transportado por el fluido que circula a través de la unidad de área de la sección transversal del canal en la unidad de tiempo. Esto corresponde al producto de la velocidad lineal normal a la sección transversal por la velocidad de masa (o flujo de masa). Por lo tanto, para un área diferencial de la sección transversal dS , el flujo de momento es

$$\frac{d\dot{M}}{dS} = (\rho u)u = \rho u^2 \quad (4.47)$$

El flujo de momento de toda la corriente, para un fluido de densidad constante, es

$$\frac{\dot{M}}{S} = \frac{\rho \int_S u^2 dS}{S} \quad (4.48)$$

El factor de corrección de momento β se define por la relación

$$\beta \equiv \frac{\dot{M}/S}{\rho \bar{V}^2} \quad (4.49)$$

Al sustituir a partir de la ecuación (4.48) se obtiene

$$\beta = \frac{1}{S} \int_S \left(\frac{u}{\bar{V}} \right)^2 dS \quad (4.50)$$

Para encontrar β para cualquier situación de flujo dado, se debe conocer la variación de u con la posición en la sección transversal.

Por lo tanto, la ecuación (4.46) se escribe de la manera siguiente:

$$\sum F = \dot{m}(\beta_b \bar{V}_b - \beta_a \bar{V}_a) \quad (4.51)$$

Al utilizar esta expresión, hay que tener cuidado en identificar e incluir en $\sum F$ todos los componentes de las fuerzas que actúan sobre el fluido en la dirección del componente de velocidad en la ecuación. Quizá intervengan varias de estas fuerzas: 1) cambio de presión en la dirección de flujo; 2) esfuerzo cortante en el límite entre la corriente de fluido y el conducto, o bien (si el conducto en sí mismo se considera como parte del sistema), las fuerzas externas que actúan sobre la pared sólida; 3) si la corriente está inclinada, el componente apropiado de la fuerza de gravedad. Si se considera el flujo unidimensional en la dirección x , una situación típica se representa por la ecuación siguiente:

$$\sum F = p_a S_a - p_b S_b + F_w - F_g \quad (4.52)$$

donde p_a, p_b = presiones a la entrada y salida, respectivamente

S_a, S_b = secciones transversales a la entrada y salida, respectivamente

F_w = fuerza neta de la pared del canal de conducción sobre el fluido

F_g = componente de la fuerza de gravedad (expresada para flujo en dirección ascendente)

Flujo de capa con superficie libre

En una forma de flujo de capa, la capa líquida tiene una superficie libre y fluye bajo la fuerza de gravedad sobre una superficie vertical o inclinada. Si tal flujo está en estado estacionario, con los gradientes de velocidad desarrollados completamente, el espesor de la capa es constante. A la inversa, hay un arrastre tan pequeño en la superficie líquida libre de manera que la tensión de corte (o esfuerzo cortante) puede ser despreciable. Si el flujo es laminar y la superficie líquida es plana y libre de ondulaciones, es posible analizar matemáticamente el movimiento del fluido.

Considere una capa de un líquido newtoniano fluyendo en flujo estacionario a una velocidad y espesor constantes sobre una placa plana, como se muestra en la figura 4.7. La placa está inclinada en un ángulo ϕ con la vertical. El ancho de la capa en la dirección perpendicular al plano de la figura es b , y el espesor de la capa en la dirección perpendicular a la placa es δ . Se aísla un volumen de control como se muestra en la figura 4.7. La superficie superior del volumen de control está en contacto con la atmósfera, los dos extremos son planos perpendiculares a la placa separados una distancia L , y la superficie inferior es el plano paralelo con respecto a la pared a una distancia r de la superficie superior de la capa.

Puesto que la capa está en flujo estacionario sin aceleración, en virtud del principio de momento, la suma de todas las fuerzas sobre el volumen de control es cero. Las posibles fuerzas que actúan sobre el volumen de control en una dirección paralela al flujo son las fuerzas de presión en los extremos, los esfuerzos cortantes en las superficies superior e inferior, y el componente de la fuerza de gravedad en la dirección del flujo. Como la presión en la superficie exterior es la atmosférica, las presiones sobre el volumen de control en los

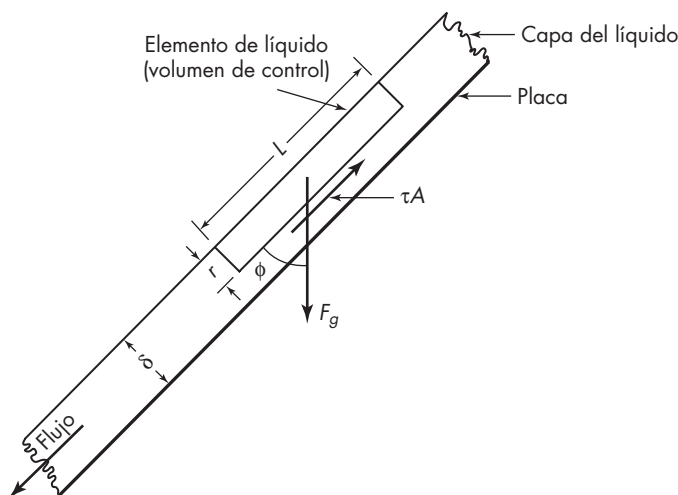


FIGURA 4.7

Fuerzas que actúan sobre el elemento de líquido en el flujo de capa.

extremos del volumen son iguales y en dirección opuesta. Por consiguiente desaparecen. También, por suposición, el corte en la superficie superior del elemento es despreciable. Las dos fuerzas restantes son entonces la fuerza de corte sobre la superficie inferior del volumen de control y el componente de gravedad en la dirección del flujo. Entonces

$$F_g \cos \phi - \tau A = 0 \quad (4.53)$$

donde F_g = fuerza de gravedad

τ = esfuerzo cortante en la superficie inferior del volumen de control

A = área de la superficie inferior del volumen de control

De esta ecuación, observe que $A = bL$ y $F_g = \rho r L b g$,

$$\rho r L b g \cos \phi = \tau L b$$

o

$$\tau = \rho r g \cos \phi \quad (4.54)$$

Puesto que el flujo es laminar, $\tau = -\mu du/dr$ y

$$-\mu \frac{du}{dr} = g \rho r \cos \phi \quad (4.55)$$

Reordenando e integrando entre los límites se obtiene

$$\int_0^u du = -\frac{g \rho \cos \phi}{\mu} \int_\delta^r r dr$$

$$u = \frac{\rho g \cos \phi}{2\mu} (\delta^2 - r^2) \quad (4.56)$$

donde δ es el espesor total de la capa líquida. La ecuación (4.56) muestra que en el flujo laminar sobre una placa, la distribución de la velocidad es parabólica.

Ahora considere un elemento diferencial del área de la sección transversal dS , donde $dS = b dr$. La velocidad de flujo de la masa diferencial $d\dot{m}$ a través de este elemento es igual a $\rho u b dr$. La velocidad de flujo de la masa total del fluido es entonces

$$\dot{m} = \int_0^\delta \rho u b dr \quad (4.57)$$

Sustituyendo de la ecuación (4.56) en la ecuación (4.57) e integrándola se obtiene

$$\frac{\dot{m}}{b} = \frac{\delta^3 \rho^2 g \cos \phi}{3\mu} = \Gamma \quad (4.58)$$

donde $\Gamma \equiv \dot{m}/b$ y se denomina la carga del líquido. Las unidades de Γ son los kilogramos por segundo por metro de ancho o libras por segundo por pie de anchura.

Reordenando la ecuación (4.58) se obtiene, para el espesor de la capa,

$$\delta = \left(\frac{3\mu\Gamma}{\rho^2 g \cos \phi} \right)^{1/3} \quad (4.59)$$

El número de Reynolds para el flujo debajo de una placa plana está definido por la ecuación

$$\text{Re} = \frac{4r_H \bar{V} \rho}{\mu} = 4\delta \frac{\dot{m}}{\rho L_p \delta} \frac{\rho}{\mu} = \frac{4\Gamma}{\mu} \quad (4.60)$$

donde r_H = radio hidráulico, definido por la ecuación (5.10). Para el flujo de un líquido debajo de la entrada o salida de la tubería, en general el espesor de la capa es una fracción muy pequeña del diámetro de la tubería y el número de Reynolds es el mismo que para una placa plana, como se indica en la ecuación (4.60).

La ecuación (4.59) para el espesor de una película laminar de caída fue presentada primero por Nusselt,⁴ quien usó el resultado para predecir los coeficientes de transferencia de calor para la condensación de vapores. Mediciones del espesor de la película en una superficie vertical ($\cos \phi = 1$) muestran que la ecuación (4.59) es aproximadamente correcta para el $\text{Re} \approx 1000$, pero el espesor realmente varía alrededor de 0.45 de la potencia del número de Reynolds, y las capas son más delgadas que las previstas a un valor inferior de Re y más gruesas a un Re superior a 1000. Las desviaciones se deben a ondulaciones en las películas, las cuales pueden aparecer incluso a números de Reynolds muy bajos.

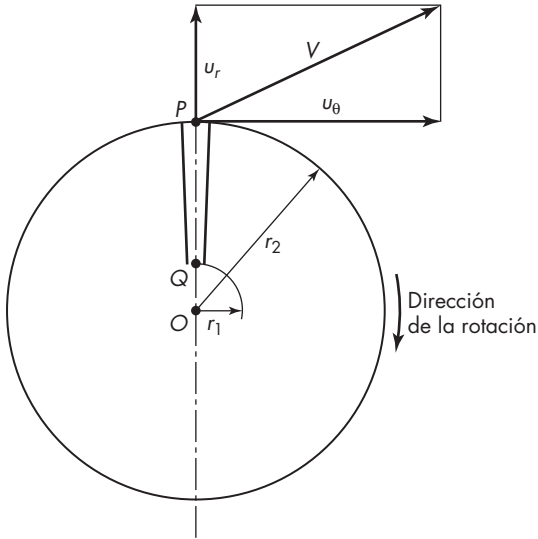
La transición del flujo laminar al turbulento no se detecta con tanta facilidad como el flujo en la tubería, ya que la película es muy delgada y las ondulaciones hacen difícil observar turbulencia en la película. Un número de Reynolds crítico de 2100 ha sido utilizado a menudo para el flujo de capa, pero las mediciones⁶ del espesor de la película indican una transición al $\text{Re} \approx 1200$. Por encima de este punto, el espesor aumenta alrededor de 0.6 la potencia de la velocidad del flujo.

Ecuación del momento angular

El análisis del funcionamiento de la maquinaria utilizada en el manejo de fluidos por rotación, como bombas, turbinas y agitadores, se facilita mediante el empleo de momentos de fuerza y momentos angulares. El momento de una fuerza $\mathbf{F}$ con respecto a un punto O es el producto vectorial de $\mathbf{F}$ por el vector de posición $\mathbf{r}$ de un punto sobre la línea de acción del vector desde el punto O . Cuando una fuerza, como F_θ , actúa en ángulo recto con respecto al vector de posición, a una distancia radial r desde el punto O , el momento de la fuerza es igual al momento de torsión T , o

$$F_\theta r = T \quad (4.61)$$

El *momento angular* (también llamado el *momento de la cantidad de movimiento*) de un objeto que se mueve alrededor de un centro de rotación es el producto vectorial del vector de posición por el vector de momento tangencial del objeto (su masa por su componente tangencial de la velocidad). La figura 4.8 muestra la rotación para una situación que implica un flujo bidimensional: el fluido en el punto P se mueve alrededor de un punto O con una velocidad V , que tiene componentes radiales y tangenciales u_r y u_θ , respectivamente. El momento angular de una masa m de fluido en un punto P es, por lo tanto, rmu_θ .

**FIGURA 4.8**

Momento angular del líquido en movimiento.

Suponga que la figura 4.8 representa parte del impulsor de una bomba centrífuga o turbina a través de la cual circula un fluido a una velocidad de masa constante $\dot{m}$. Entra por el punto Q cerca del centro de rotación a una distancia radial r_1 desde el punto O y sale a una distancia radial r_2 . Sus velocidades tangenciales en estos puntos son $u_{\theta 1}$ y $u_{\theta 2}$, respectivamente. La fuerza tangencial F_θ que actúa sobre el fluido en el punto P , es proporcional a la variación de la velocidad del momento angular del fluido; por lo tanto, a partir de la ecuación (4.61), el momento de torsión viene dado por la relación

$$T = F_\theta r_2 = \dot{m}(r_2 u_{\theta 2} - r_1 u_{\theta 1}) \quad (4.62)$$

La ecuación (4.62) es la ecuación del momento angular para el flujo estacionario bidimensional. Es análoga a la ecuación (4.51), la ecuación del momento. Se ha supuesto, al deducir la ecuación (4.62), que para cualquier distancia radial dada r , todo el fluido se mueve con la misma velocidad, así que $\beta_1 = \beta_2 = 1$. En los capítulos 8 y 9 se presentan aplicaciones de la ecuación (4.62).

ECUACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

Una ecuación que describe las interconversiones de la energía que ocurren en un fluido en movimiento, puede derivarse para formar el producto escalar de la velocidad local $\mathbf{V}$ con la ecuación del movimiento. Al aplicar este procedimiento a la ecuación (4.22) se obtiene una ecuación general que establece que la velocidad de aumento en la energía cinética por unidad de masa es igual a la velocidad neta de entrada de la energía cinética por convección menos lo siguiente: 1) velocidad de trabajo hecha por la presión de los alrededores; 2) velocidad de la conversión reversible para la energía interna; 3) velocidad

de trabajo efectuada por las fuerzas viscosas; 4) conversión irreversible para la energía interna; 5) velocidad de trabajo hecho por la gravedad (este término puede ser positivo o negativo).^{2b} Como se estudiará más adelante, también es posible adicionar la energía mecánica al fluido mediante una bomba o soplador.

Aquí las derivaciones son inicialmente restringidas al flujo de fluidos unidireccional de densidad constante y viscosidad cero, utilizando la ecuación de Euler.

Ecuación de energía para flujo potencial; ecuación de Bernoulli sin fricción

El componente x de la ecuación de Euler [ecuación (4.40)] es

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x \quad (4.63)$$

Para el flujo unidireccional v y w son cero. Multiplicando los términos restantes por la velocidad u se obtiene

$$\begin{aligned} \rho u \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) &= -u \frac{\partial p}{\partial x} + \rho u g_x \\ \text{o} \quad \rho \left[\frac{\partial (u^2/2)}{\partial t} + u \frac{\partial (u^2/2)}{\partial x} \right] &= -u \frac{\partial p}{\partial x} + \rho u g_x \end{aligned} \quad (4.64)$$

Ésta es la ecuación de la energía mecánica para el flujo potencial unidireccional de fluidos de densidad constante cuando la velocidad de flujo varía con el tiempo.

Considere ahora un elemento de volumen de un tubo de corriente dentro de una corriente mayor de fluido, que circula con flujo estacionario, como se muestra en la figura 4.9. Suponga que la sección transversal del tubo aumenta continuamente en la dirección del flujo, y que el eje del tubo es recto e inclinado hacia arriba formando un ángulo ϕ con la vertical. Represente la presión, la velocidad del fluido y la elevación a la entrada por p_a , u_a y Z_a , respectivamente, y sean las correspondientes magnitudes a la salida p_b , u_b y Z_b . Considere el eje x paralelo al eje del tubo.

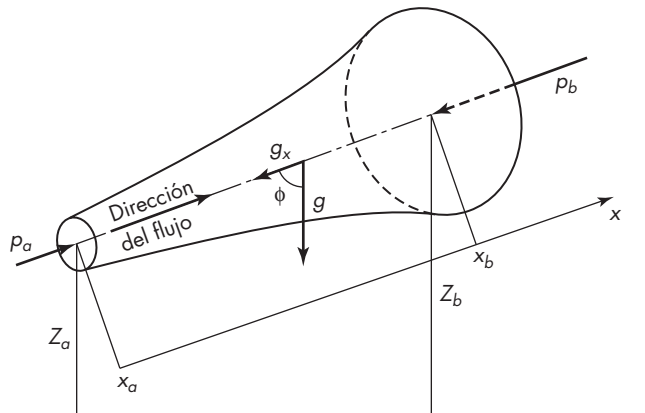


FIGURA 4.9

Flujo potencial a través de un tubo de corriente inclinado.

Como el flujo es estacionario, el término en el lado izquierdo de la ecuación (4.64) desaparece. No hay variación en la velocidad del fluido a través de la sección transversal, así que el flujo es unidireccional y la velocidad u es sólo función de x . Para la sustitución en la ecuación (4.64), puesto que la gravedad actúa en la dirección negativa x , entonces $g_x = -g \cos \phi$. Si Z es la elevación en cualquier parte de la sección transversal a lo largo del tubo, entonces $Z = Z_a + x \cos \phi$, $dZ = \cos \phi \, dx$ y $\cos \phi = dZ/dx$. Las diferenciales parciales se vuelven diferenciales totales. Por lo tanto, de la ecuación (4.64),

$$u \frac{d(\rho u^2/2)}{dx} + u \frac{dp}{dx} + \rho u g \cos \phi = 0 \quad (4.65)$$

Entonces para el flujo estacionario es posible dividir entre la velocidad u . Al hacer esto y también al dividir entre ρ y sustituir por $\cos \phi$, la ecuación (4.65) se convierte en

$$\frac{d(u^2/2)}{dx} + \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + g \frac{dZ}{dx} = 0 \quad (4.66)$$

La ecuación (4.66) es el punto formado de la ecuación de Bernoulli sin fricción. Aunque derivadas para el caso especial de una sección transversal en expansión y con flujo ascendente, esta ecuación es aplicable a secciones transversales de contracción o constantes y flujo horizontal o descendente (el signo de la diferencial dZ corrige el cambio en la dirección).

Cuando la sección transversal y la densidad son constantes, u no cambia con la posición, el término $d(u^2/2)/dx$ es cero, y la ecuación (4.66) se vuelve idéntica a la ecuación (2.2) para un fluido estacionario. Entonces, en el flujo potencial unidireccional a una velocidad constante, la magnitud de la velocidad no afecta a la caída de presión en el tubo; la caída de presión depende sólo de la velocidad del cambio de elevación. En consecuencia, en un tubo recto horizontal, *no* hay caída de presión en el flujo potencial de velocidad constante estacionario.

Integrando la ecuación (4.66) sobre el sistema mostrado en la figura 4.9 da

$$\frac{p_a}{\rho} + gZ_a + \frac{u_a^2}{2} = \frac{p_b}{\rho} + gZ_b + \frac{u_b^2}{2} \quad (4.67a)$$

En unidades fps,

$$\frac{p_a}{\rho} + \frac{gZ_a}{g_c} + \frac{u_a^2}{2g_c} = \frac{p_b}{\rho} + \frac{gZ_b}{g_c} + \frac{u_b^2}{2g_c} \quad (4.67b)$$

La ecuación (4.67) es conocida como la ecuación de Bernoulli sin fricción. Es una forma particular de un balance de energía mecánico, pero debido a las condiciones especiales que permiten dividir la ecuación (4.65) entre la velocidad u para formar la ecuación (4.66), la ecuación (4.67) también puede derivarse de un balance de concha de momento en el elemento de la figura 4.9. Sin embargo, esto no es cierto para las formas más completas de la ecuación de Bernoulli que se estudiarán más adelante en este capítulo.

Cada término en la ecuación (4.67) es escalar y tiene las dimensiones de la energía por unidad de masa, lo que representa un efecto de la energía mecánica basado en una

unidad de masa del fluido en movimiento. Los términos gZ y $u^2/2$ son la energía potencial y la cinética, respectivamente, de una unidad de masa de fluido; y p/ρ representa el trabajo mecánico realizado sobre el fluido por las fuerzas, externas a la corriente, que lo empujan dentro del tubo o por el trabajo recuperado del fluido que sale del tubo. La ecuación (4.67) muestra que en la ausencia de fricción, cuando se reduce la velocidad u , la altura Z o la presión p , o ambas, se incrementan. Cuando la velocidad aumenta, lo hace sólo a costa de Z o p . Si la altura se modifica, tiene que haber una compensación mediante una variación de la presión o la velocidad.

La ecuación de Bernoulli tiene un amplio intervalo de validez que la que se desprende de su deducción. Por otra parte, aunque en la deducción se ha hecho la suposición de que el tubo de corriente es recto, el principio de la conservación de la energía permite ampliar la ecuación al flujo potencial en tubos de corriente curvos. Si el tubo es curvo, la dirección de la velocidad cambia y en la ecuación de Bernoulli se utiliza un valor escalar de la velocidad, en vez del vector velocidad. En todas las situaciones reales hay algunas pérdidas por fricción en el fluido y algunas variaciones de velocidad dentro de una sección transversal del tubo, pero en algunos casos son suficientemente pequeñas para ser ignoradas. En otras situaciones, al emplear factores de corrección, puede modificarse la ecuación para su utilización en el flujo de capa límite, donde existen variaciones de velocidad dentro de una sección transversal y se producen efectos de fricción. Estas correcciones se estudian en las secciones siguientes.

Para aplicar la ecuación de Bernoulli a un problema específico, es esencial identificar la línea de corriente o el tubo de corriente y elegir unos puntos definidos de corriente de salida o entrada. Los puntos a y b se seleccionan con base en su conveniencia y, por lo general, se toman en localizaciones donde se dispone de la mayor información acerca de las presiones, velocidades y alturas.

EJEMPLO 4.4 Por el fondo de un gran tanque abierto se vacía salmuera, con gravedad específica = 1.15 a 60 °F/60 °F a través de una tubería de 50 mm. La tubería de drenado termina en un punto que está a 5 m por debajo de la superficie de la salmuera en el tanque. Considerando una línea de corriente que inicia de la superficie de la salmuera en el tanque y pasa a través del centro de la línea de drenado hasta el punto de descarga, y suponiendo que la fricción a lo largo de la línea de corriente es despreciable, calcule la velocidad de flujo a lo largo de la línea de corriente al punto de descarga de la tubería.

Solución Para aplicar la ecuación (4.67), se elige un punto a en la superficie de la salmuera y un punto b al final de la línea de corriente, correspondiente al punto de descarga. Puesto que la presión en ambos puntos es la atmosférica, p_a y p_b son iguales, y $p_a/\rho = p_b/\rho$. En la superficie de la salmuera, u_a es insignificante, y el término $u_a^2/2$ es despreciable. El dato para las mediciones de las alturas puede tomarse en el punto b , así que $Z_b = 0$ y $Z_a = 5$ m. Al sustituir en la ecuación (4.67), se obtiene

$$5g = \frac{1}{2}u_b^2$$

y la velocidad en el punto de descarga de la línea de corriente es

$$u_b = \sqrt{5 \times 2 \times 9.80665} = 9.90 \text{ m/s}$$

Observe que esta velocidad es independiente de la densidad y del tamaño de la tubería.

Ecuación de Bernoulli: corrección debida a los efectos de los límites sólidos

En la mayoría de los problemas de flujo de fluidos que se presentan en ingeniería, intervienen corrientes que están influidas por superficies sólidas y que por lo tanto contienen capas límite. Esto ocurre especialmente en el flujo de fluidos a través de tuberías y otros equipos, en los que es posible que la corriente entera posea flujo de capa límite.

Para aplicar la ecuación de Bernoulli a estos casos prácticos, son necesarias dos modificaciones. La primera, normalmente de menor importancia, es una corrección del término de la energía cinética debida a la variación de la velocidad local u con posición en la capa límite; la segunda, de mayor importancia, consiste en una corrección de la ecuación debida a la existencia de fricción del fluido, la cual aparece cada vez que se forma una capa límite.

Además, la ecuación de Bernoulli corregida resulta de mayor utilidad en la resolución de problemas de flujo de fluidos no compresibles, si se incluye en la ecuación el trabajo realizado sobre el fluido mediante una bomba.

Energía cinética de la corriente

El término $u^2/2$ de la ecuación (4.67) es la energía cinética por una unidad de masa de fluido cuando todo él se mueve a la misma velocidad u . Cuando la velocidad varía a través de la sección transversal de la corriente, la energía cinética se encuentra de la siguiente manera. Considere un elemento del área dS en la sección transversal. La velocidad de flujo de masa a través del mismo es $\rho u dS$. Cada unidad de masa de fluido que se mueve a través del área dS , transporta una cantidad de energía cinética igual a $u^2/2$, y la velocidad de flujo de energía a través del área dS es por consiguiente

$$d\dot{E}_k = (\rho u dS) \frac{u^2}{2} = \frac{\rho u^3 dS}{2}$$

donde $\dot{E}_k$ representa la velocidad de flujo de la energía cinética por unidad de tiempo. La velocidad de flujo total de la energía cinética a través de toda la sección transversal S , suponiendo que la densidad es constante, es la siguiente:

$$\dot{E}_k = \frac{\rho}{2} \int_S u^3 dS \quad (4.68)$$

La velocidad total de flujo de masa está dada por las ecuaciones (4.8) y (4.13), y la energía cinética por unidad de masa de fluido en movimiento, la cual reemplaza a $u^2/2$ en la ecuación de Bernoulli, es

$$\frac{\dot{E}_k}{\dot{m}} = \frac{\frac{1}{2} \int_S u^3 dS}{\int_S u dS} = \frac{\frac{1}{2} \int_S u^3 dS}{\bar{V} S} \quad (4.69)$$

Factor de corrección de la energía cinética. Es conveniente eliminar la integral de la ecuación (4.69) multiplicando el término $\bar{V}^2/2$ por un factor, para proporcionar el valor correcto de la energía cinética que se calcula a partir de la ecuación (4.69). Este factor,

llamado factor de corrección de la energía cinética, se representa por α y se define por la ecuación siguiente:

$$\frac{\alpha \bar{V}^2}{2} \equiv \frac{\dot{E}_k}{\dot{m}} = \frac{\int_S u^3 dS}{2\bar{V}S}$$

$$\alpha = \frac{\int_S u^3 dS}{\bar{V}^3 S} \quad (4.70)$$

Si se conoce α , puede utilizarse la velocidad promedio para calcular la energía cinética empleando $\alpha \bar{V}^2/2$ en lugar de $u^2/2$. Para calcular el valor de α a partir de la ecuación (4.70), debe conocerse la velocidad local, como una función de la localización en la sección transversal, de tal manera que puedan evaluarse las integrales de dicha ecuación. El mismo conocimiento de la distribución de la velocidad es necesario para calcular el valor de $\bar{V}$ por medio de la ecuación (4.11). Como se indica en el capítulo 5, α es 2.0 para el flujo laminar y cerca de 1.05 para el flujo altamente turbulento.

Corrección de la ecuación de Bernoulli debido a la fricción del fluido

La fricción se manifiesta por la desaparición de energía mecánica. En el flujo con fricción, la magnitud

$$\frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} + gZ$$

no es constante a lo largo de una línea de corriente, como indica la ecuación (4.67), sino que siempre disminuye en la dirección del flujo; y de acuerdo con el principio de conservación de la energía, se genera una cantidad de calor equivalente a la pérdida de energía mecánica. La fricción de un fluido se define como una conversión de la energía mecánica en calor que tiene lugar en una corriente en movimiento.

En el caso de fluidos no compresibles, la ecuación de Bernoulli se corrige por la fricción, añadiendo un término al lado derecho de la ecuación (4.67). Entonces, al introducir también los factores de corrección de la energía cinética α_a y α_b , la ecuación (4.67) se convierte en

$$\frac{p_a}{\rho} + gZ_a + \frac{\alpha_a \bar{V}_a^2}{2} = \frac{p_b}{\rho} + gZ_b + \frac{\alpha_b \bar{V}_b^2}{2} + h_f \quad (4.71)$$

Las unidades de h_f y las de los términos restantes en la ecuación (4.71) son la energía por unidad de masa. El término h_f representa toda la fricción que se produce por unidad de masa del fluido (y por consiguiente, toda la conversión de la energía mecánica en calor) que tiene lugar en el fluido entre los puntos a y b . Ésta difiere de los términos restantes en la ecuación (4.71) en dos aspectos:

1. Los términos mecánicos representan las condiciones *en* puntos específicos, es decir, los puntos de entrada y salida a y b , mientras que h_f representa la pérdida de la energía mecánica para todos los puntos comprendidos *entre* las posiciones a y b .
2. La fricción no es interconvertible con las magnitudes de la energía mecánica.

El signo de h_f , como se define en la ecuación (4.71), es siempre positivo. Por supuesto, en el flujo potencial, es igual a cero.

La fricción se produce en las capas límite, debido a que el trabajo realizado por las fuerzas de corte para mantener los gradientes de velocidad, tanto en el flujo laminar como en el turbulento, se convierte finalmente en calor por la acción viscosa. La fricción que se genera en las capas límite no separadas se llama *fricción de superficie*. Cuando las capas límite se separan y forman estelas, se produce una disipación adicional de energía en la estela, y a la fricción de este tipo se le llama *fricción de forma*, ya que es una función de la posición y de la forma del sólido.

En una situación determinada, pueden actuar la fricción de superficie y la fricción de forma a la vez en grado variable. En el caso que se representa en la figura 3.9a, la fricción es completamente de superficie; en el de la figura 3.9b, la fricción es en gran parte fricción de forma, debido a que la estela es grande y la fricción de superficie es relativamente poco importante. La fricción total h_f en la ecuación (4.71) incluye ambos tipos de pérdidas por fricción.

EJEMPLO 4.5 Agua con una densidad de 998 kg/m^3 (62.3 lb/ft^3) entra en un accesorio de tubería de 50 mm (1.969 in.), de manera horizontal como se muestra en la figura 4.10, con una velocidad estacionaria de 1.0 m/s (3.28 ft/s) y una presión manométrica de 100 kN/m^2 ($14.48 \text{ lb}_f/\text{in.}^2$). El agua sale horizontalmente del accesorio, a la misma elevación, formando un ángulo de 45° con respecto a la dirección de entrada. El diámetro a la salida es 20 mm (0.787 in.). Suponiendo que la densidad del fluido es constante, que los factores de corrección de la energía cinética y del momento, tanto a la entrada como en la salida son la unidad, y que la pérdida por fricción en el accesorio es despreciable, calcule: a) la presión manométrica a la salida del accesorio y b) las fuerzas en las direcciones x y y ejercidas por el accesorio sobre el fluido.

Solución

a) $\bar{V}_a = 1.0 \text{ m/s}$. De la ecuación (4.14),

$$\bar{V}_b = \bar{V}_a \left(\frac{D_a}{D_b} \right)^2 = 1.0 \left(\frac{50}{20} \right)^2 = 6.25 \text{ m/s}$$

$$p_a = 100 \text{ kN/m}^2$$

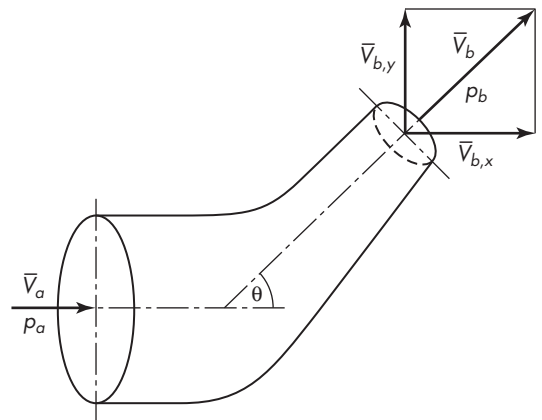


FIGURA 4.10

Flujo a través de un accesorio de reducción, visto desde arriba, ejemplo 4.5.

La presión a la salida p_b se obtiene a partir de la ecuación (4.71). Puesto que $Z_a = Z_b$ y h_f es despreciable, la ecuación (4.71) se transforma en

$$\frac{p_a - p_b}{\rho} = \frac{\bar{V}_b^2 - \bar{V}_a^2}{2}$$

A partir de la cual

$$\begin{aligned} p_b &= p_a - \frac{\rho(\bar{V}_b^2 - \bar{V}_a^2)}{2} = 100 - \frac{998(6.25^2 - 1.0^2)}{1\,000 \times 2} \\ &= 100 - 18.99 = 81.01 \text{ kN/m}^2 (11.75 \text{ lb}_f/\text{in.}^2) \end{aligned}$$

b) Las fuerzas que actúan sobre el fluido se obtienen combinando las ecuaciones (4.51) y (4.52). Puesto que $F_g = 0$ para el flujo horizontal, en la dirección x se obtiene

$$\dot{m}(\beta_b \bar{V}_{b,x} - \beta_a \bar{V}_{a,x}) = p_a S_{a,x} - p_b S_{b,x} + F_{w,x} \quad (4.72)$$

donde $S_{a,x}$ y $S_{b,x}$ son las áreas proyectadas de S_a y S_b sobre planos normales a la dirección inicial de flujo. (Recuerde que la presión p es una magnitud escalar.) Ya que el flujo entra en la dirección x , $\bar{V}_{a,x} = \bar{V}_a$ y

$$S_{a,x} = S_a = \frac{\pi}{4} 0.050^2 = 0.001964 \text{ m}^2$$

De la figura 4.10

$$\bar{V}_{b,x} = \bar{V}_b \cos \theta = 6.25 \cos 45^\circ = 4.42 \text{ m/s}$$

También

$$S_{b,x} = S_b \sin \theta = \frac{\pi}{4} 0.020^2 \sin 45^\circ = 0.000222 \text{ m}^2$$

De la ecuación (4.13)

$$\dot{m} = \bar{V}_a \rho S_a = 1.0 \times 998 \times 0.001964 = 1.960 \text{ kg/s}$$

Al sustituir en la ecuación (4.72) y al despejar $F_{w,x}$, suponiendo que $\beta_a = \beta_b = 1$, se obtiene

$$\begin{aligned} F_{w,x} &= 1.96(4.42 - 1.0) - 100\,000 \times 0.001964 + 81\,010 \times 0.000222 \\ &= 6.7 - 196.4 + 18.0 = -171.7 \text{ N } (-38.6 \text{ lb}_f) \end{aligned}$$

De manera similar para la dirección y , $\bar{V}_{a,y} = 0$, y $S_{a,y} = 0$ y

$$\bar{V}_{b,y} = \bar{V}_b \sin \theta = 4.42 \text{ m/s} \quad S_{b,y} = S_b \cos \theta = 0.000222 \text{ m}^2$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} F_{w,y} &= \dot{m}(\beta_b \bar{V}_{b,y} - \beta_a \bar{V}_{a,y}) - p_a S_{a,y} + p_b S_{b,y} \\ &= 1.96(4.42 - 0) - 0 + 81.01 \times 0.000222 \times 1\,000 \\ &= 8.66 + 17.98 = 26.64 \text{ N } (5.99 \text{ lb}_f) \end{aligned}$$

Trabajo de bomba en la ecuación de Bernoulli

Se utiliza una bomba en un sistema de flujo para aumentar la energía mecánica de un fluido en movimiento; dicho aumento se emplea para mantener el flujo, proveer energía cinética, para compensar las pérdidas de fricción y —a veces— incrementar la energía potencial. Suponga que se instala una bomba entre los puntos a y b de acuerdo con la ecuación (4.71). Sea W_p el trabajo realizado por la bomba por unidad de masa de fluido. Puesto que la ecuación de Bernoulli es sólo un balance de la energía mecánica, se debe tomar en cuenta la fricción que tiene lugar en la bomba. En una bomba real no sólo existen todas las fuentes de fricción activa del fluido, sino que también hay fricción mecánica en los cojinetes y sellos o prensaestopas. La energía mecánica suministrada a la bomba como trabajo de eje negativo hay que descontarla de esas pérdidas por fricción para obtener la energía mecánica neta realmente disponible para el fluido en movimiento. Sea h_{fp} la fricción total en la bomba por unidad de masa de fluido. Entonces el trabajo neto suministrado al fluido es $W_p - h_{fp}$. En la práctica, en lugar de h_{fp} se utiliza una eficiencia de bomba, que se representa por η y está definida por la ecuación

$$W_p - h_{fp} \equiv \eta W_p$$

o

$$\eta = \frac{W_p - h_{fp}}{W_p} \quad (4.73)$$

La energía mecánica distribuida al fluido es, por lo tanto, ηW_p , donde $\eta < 1$. La ecuación (4.71) corregida para el trabajo de bomba es

$$\frac{p_a}{\rho} + gZ_a + \frac{\alpha_a \bar{V}_a^2}{2} + \eta W_p = \frac{p_b}{\rho} + gZ_b + \frac{\alpha_b \bar{V}_b^2}{2} + h_f \quad (4.74)$$

La ecuación (4.74) es una expresión final de la ecuación de Bernoulli para el tratamiento de problemas sobre el flujo de fluidos no compresibles.

EJEMPLO 4.6 En la instalación que se muestra en la figura 4.11, se bombea una disolución de gravedad específica igual a 1.84 desde un tanque de almacenamiento a través de una tubería de acero de 3 in. (75 mm) Norma 40. La eficiencia de la bomba es de 60%. La velocidad en la línea de succión es de 3 ft/s (0.914 m/s). La bomba descarga a través de una tubería de 2 in. (50 mm) Norma 40, hasta un tanque elevado. El extremo de la tubería

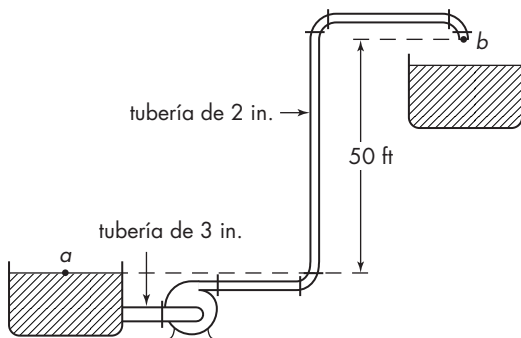


FIGURA 4.11

Diagrama de flujo para el ejemplo 4.6.

de descarga está a 50 ft (15.2 m) por encima del nivel de la disolución en el tanque de alimentación. Las pérdidas por fricción en todo el sistema de tuberías son $10 \text{ ft} \cdot \text{lb}_f/\text{lb}$ (29.9 J/kg). ¿Qué presión debe desarrollar la bomba? ¿Cuál es la potencia de la bomba que se distribuye al fluido?

Solución Se utiliza la ecuación (4.74). Se toma el punto a en la superficie del líquido en el tanque y el punto b en el extremo de descarga de la tubería de 2 in. Se considera como plano de referencia de las alturas el que pasa a través del punto a . Ya que la presión en ambos puntos es la atmosférica, $p_a = p_b$. La velocidad al punto a es despreciable debido al gran diámetro del tanque en comparación con el de la tubería. Para flujos turbulentos, el factor de energía cinética α puede tomarse como 1.0 con un error despreciable. La ecuación (4.74) en unidades fps se transforma en

$$W_p \eta = \frac{g}{g_c} Z_b + \frac{\bar{V}_b^2}{2g_c} + h_f$$

De acuerdo con el apéndice 3, las áreas de las secciones transversales de las tuberías de 2 y 3 pulgadas son 0.0513 y 0.0233 ft², respectivamente. La velocidad en la tubería de 2 in. es

$$\bar{V}_b = \frac{3 \times 0.0513}{0.0233} = 6.61 \text{ ft/s}$$

Entonces

$$0.60 W_p = 50 \frac{g}{g_c} + \frac{6.61^2}{64.34} + 10 = 60.68$$

y

$$W_p = \frac{60.68}{0.60} = 101.1 \text{ ft} \cdot \text{lb}_f/\text{lb}$$

La presión desarrollada por la bomba se encuentra al aplicar la ecuación (4.74) sobre la bomba. El punto a está en la conexión de succión, y el punto b está en la descarga de la bomba. La diferencia de altura entre los niveles de succión y descarga es despreciable, de tal manera que $Z_a = Z_b$, y la ecuación (4.74) se transforma en

$$\frac{p_b - p_a}{\rho} = \frac{\bar{V}_a^2 - \bar{V}_b^2}{2g_c} + W_p \eta$$

La presión desarrollada por la bomba es

$$\begin{aligned} p_b - p_a &= 1.84 \times 62.37 \left(\frac{3^2 - 6.61^2}{2 \times 32.17} + 60.68 \right) \\ &= 6\,902 \text{ lb}_f/\text{ft}^2 \quad \text{o} \quad \frac{6\,902}{144} = 47.9 \text{ lb}_f/\text{in.}^2 \quad (330 \text{ kN/m}^2) \end{aligned}$$

La potencia utilizada por la bomba es el producto de W_p por la velocidad de flujo de masa, dividida entre el factor de conversión $1 \text{ hp} = 550 \text{ ft} \cdot \text{lb}_f/\text{s}$. La velocidad de flujo de masa es

$$\dot{m} = 0.0513 \times 3 \times 1.84 \times 62.37 = 17.66 \text{ lb/s}$$

y la potencia es

$$P = \frac{\dot{m}W_p}{550} = \frac{17.66 \times 101.1}{550} = 3.25 \text{ hp (2.42 kW)}$$

La potencia distribuida hacia el fluido es entonces

$$3.25 \times 0.60 = 1.95 \text{ hp (1.45 kW)}$$

SÍMBOLOS

A	Área, m^2 o ft^2
B	Distancia entre las láminas, ejemplo 4.3, m o ft
b	Ancho de la capa límite, m o ft
C_1, C_2	Constantes en las ecuaciones (4.33) y (4.34)
D	Diámetro del canal circular, m o ft; D_a , en el punto a ; D_b , en el punto b
E_k	Energía cinética del fluido, J o $\text{ft} \cdot \text{lb}$; $\dot{E}_k$, flujo de energía cinética por unidad de tiempo, J/s o $\text{ft} \cdot \text{lb/s}$
F	Fuerza, N o lb_f ; F_g , componente de la fuerza de gravedad; F_w , fuerza neta de la pared del canal sobre el fluido; $F_{w,x}$, componente de F_w en la dirección x ; $F_{w,y}$, componente en la dirección y ; F_θ , fuerza tangencial o componente de fuerza
G	Velocidad de masa, $\text{kg}/\text{m}^2 \cdot \text{s}$ o $\text{lb}/\text{ft}^2 \cdot \text{s}$
$\mathbf{g}$	Vector de la fuerza de gravedad, N o lb_f ; g_x , componente en la dirección x
g	Aceleración de la gravedad, m/s^2 o ft/s^2
g_c	Factor de proporcionalidad de la ley de Newton, $32.174 \text{ ft} \cdot \text{lb}/\text{lb}_f \cdot \text{s}^2$
h	Pérdida de fricción, J/kg o $\text{ft} \cdot \text{lb}_f/\text{lb}$; h_f , pérdida de la fricción en el conducto entre los puntos a y b ; h_{fp} , pérdida de fricción total en la bomba
L	Longitud, m o ft
M	Peso molecular; también momento, $\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}$ o $\text{ft} \cdot \text{lb}/\text{s}$; $\dot{M}$, velocidad de flujo de momento por unidad de tiempo, $\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$ o $\text{ft} \cdot \text{lb}/\text{s}^2$; $\dot{M}_a$, en el punto a ; $\dot{M}_b$, en el punto b
m	Masa, kg o lb ; $\dot{m}$, velocidad de flujo de masa, kg/s o lb/s
n	Número de moles
P	Potencia, kW o hp
p	Presión, N/m^2 o lb_f/ft^2 ; p_a , en el punto a ; p_b , en el punto b
q	Velocidad volumétrica de flujo, m^3/s o ft^3/s
Re	Número de Reynolds, adimensional
r	Distancia radial, m o ft; r_1 , en el punto 1; r_2 , en el punto 2; también, distancia de la superficie líquida, m o ft
r_H	Radio hidráulico, m o ft
S	Área de la sección transversal, m^2 o ft^2 ; S_a en el punto a ; S_b , en el punto b ; $S_{a,x}$, $S_{b,x}$, proyecciones de S_a y S_b sobre los planos normales al eje x ; $S_{a,y}$, $S_{b,y}$, proyecciones sobre los planos normales al eje y
T	Momento de torsión, $\text{N} \cdot \text{m}$ o $\text{ft} \cdot \text{lb}_f$; también temperatura, $^\circ\text{C}$ o $^\circ\text{F}$; T_a , temperatura en el punto a ; T_b , en el punto b
t	Tiempo, s

u	Velocidad o componente de la velocidad en la dirección x , m/s o ft/s; u_a , en el punto a ; u_b , en el punto b ; u_r , en la dirección radial; u_θ , en la dirección tangencial
V	Vector de la velocidad total, m/s o ft/s
$\bar{V}$	Valor escalar de la velocidad, m/s o ft/s; $\bar{V}$, velocidad promedio; $\bar{V}_a$, en el punto a ; $\bar{V}_b$, en el punto b ; también volumen, m ³ o ft ³
v	Velocidad o componente de velocidad en la dirección y , m/s o ft/s; v_0 , velocidad de la placa en movimiento en el ejemplo 4.3
W_p	Trabajo de la bomba por unidad de masa del fluido, J/kg o ft · lb _f /lb
w	Velocidad o componente de velocidad en la dirección z , m/s o ft/s
Z	Altura sobre el plano de referencia, m o ft; Z_a , en el punto a ; Z_b , en el punto b

Letras griegas

α	Factor de corrección de la energía cinética definido por la ecuación (4.70); α_a , en el punto a ; α_b , en el punto b
β	Factor de corrección del momento definido por la ecuación (4.49); β_a , en el punto a ; β_b , en el punto b ; β_1 , en el punto 1; β_2 , en el punto 2
Γ	Carga del líquido en el flujo de capa, kg/m · s o lb/ft · s
δ	Espesor de la capa líquida, m o ft
η	Eficiencia global de la bomba, adimensional
θ	Ángulo de la tubería de descarga, figura 4.10
κ	Viscosidad global del fluido, mPa · s o lb/ft · s
μ	Viscosidad, mPa · s o lb/ft · s
ρ	Densidad, kg/m ³ o lb/ft ³ ; ρ_a , en el punto a ; ρ_b , en el punto b
τ	Tensión, N/m ² o lb/ft ² ; τ_{xx} , tensión normal sobre la superficie x del elemento de volumen; τ_{yx} , tensión de corte (o esfuerzo cortante) en la dirección x sobre la superficie y ; t_{xx} , tensión de corte (o esfuerzo cortante) en la dirección x sobre la superficie z
ϕ	Ángulo con la vertical

PROBLEMAS

- 4.1.** Por una tubería de 75 mm circula un líquido con flujo estacionario. La velocidad local varía con la distancia desde el eje de la tubería como se muestra en la tabla 4.1. Calcule: *a*) la velocidad media $\bar{V}$, *b*) el factor de corrección de la energía cinética α , y *c*) el factor de corrección de momento β .
- 4.2.** Para un fluido y una distancia dados entre las placas en un sistema como el que se muestra en la figura 4.5, la velocidad v_0 debe ser suficientemente grande para contrarrestar los efectos de la gravedad; de lo contrario, algo del fluido se desplazaría hacia abajo. En un sistema particular, la distancia entre las placas es de 1 mm, y el fluido es un aceite con una densidad de 900 kg/m³ y una viscosidad de 50 mPa · s. La caída de presión dp/dy es despreciable comparada con el término ρg . *a*) ¿Cuál es la velocidad ascendente mínima de la placa en movimiento, así como de todos los fluidos de movimiento ascendente? *b*) Si v_0 se establece en su valor mínimo,

TABLA 4.1

Datos para el problema 4.1

Velocidad local u , m/s	Distancia desde el eje de la tubería, mm	Velocidad local u , m/s	Distancia desde el eje de la tubería, mm
1.042	0	0.919	22.50
1.033	3.75	0.864	26.25
1.019	7.50	0.809	30.00
0.996	11.25	0.699	33.75
0.978	15.00	0.507	35.625
0.955	18.75	0	37.50

¿cuál es la velocidad del fluido a la mitad de las placas? c) ¿Cuál es la velocidad de corte en el fluido en una placa estacionaria, en una placa en movimiento y a la mitad de ellas? Utilice las ecuaciones del ejemplo 4.3.

- 4.3. a) Un tanque con agua tiene 30 ft de diámetro, y la profundidad normal es de 25 ft. La salida está al fondo de una tubería horizontal de 4 in. Si esta tubería es interrumpida cerca del tanque, ¿cuál es la velocidad inicial de flujo del agua desde el tanque? (Ignore la pérdida de fricción en el pedazo de tubería.) b) ¿Cuánto tiempo le tomará al tanque para vaciarse? c) Calcule la velocidad promedio de flujo y compárela con la velocidad de flujo inicial.
- 4.4. Se bombea agua a 20 °C con una velocidad constante de 9 m³/h desde un gran depósito situado en el suelo hasta la parte superior abierta de una torre experimental de absorción. El punto de descarga está a 5 m por encima del piso, y las pérdidas por fricción en la tubería de 50 mm desde el depósito hasta la torre son de 2.5 J/kg. ¿A qué altura ha de mantenerse el nivel de agua en el depósito si la potencia que puede desarrollar la bomba es tan sólo de 0.1 kW?
- 4.5. En un codo de 90 ° y 100 mm de diámetro interno DI, situado en un plano horizontal, entra agua con una velocidad de 6 m/s y una presión manométrica de 70 kN/m². Despreciando la fricción, ¿cuál será la magnitud y la dirección de la fuerza que ha de aplicarse al codo para que permanezca inmóvil?
- 4.6. Un reactor cilíndrico vertical de 2.5 m de diámetro y 4 m de altura es enfriado por pulverización del agua sobre la parte superior y permitiéndole al agua fluir debajo de la pared de salida. El agua circula a una velocidad de 0.15 m³/min, y la temperatura promedio del agua es de 40 °C. Estime el espesor de la capa de agua.
- 4.7. Una solución acuosa, con una densidad de 1040 kg/m³ y una viscosidad de 1.25 mPa · s, se aspersa sobre la parte superior de una columna empacada con anillos Raschig de 2.5 × 2.5 cm. La velocidad de flujo del líquido es de 4500 kg/m² · h. a) Estime el espesor promedio de la película líquida que fluye hacia abajo sobre las piezas del empaque. Asuma un valor de 45° para el ángulo de inclinación y que el líquido se distribuye uniformemente sobre la capa superior del empaque. Véase tabla 18.1 para obtener información del empaque; b) ¿qué fracción del volumen de la columna es alcanzada por los líquidos?; c) si sólo se moja la mitad de la superficie total del empaque, ¿cuál es el espesor promedio de la película líquida?

- 4.8.** Un dispositivo de almacenaje por bombeo extrae agua de un río por la noche, cuando la demanda es baja, y la bombea hasta un recipiente en la cima de una colina que se encuentra a 500 ft (pies) por encima del nivel del río. El agua se distribuye de regreso pasando por turbinas durante el día para cumplir con la demanda pico. *a)* Para dos tuberías de 30 in, cada una de 2500 ft de longitud que acarrearán 20 000 gal/min, ¿qué potencia de bombeo se necesita, si la eficiencia de las bombas es de 85%? La pérdida por fricción se estima en 15 ft de agua; *b)* ¿cuánto poder potencia generar las turbinas usando la misma velocidad de flujo total?, y *c)* ¿cuál es la eficiencia total de esta instalación como sistema de almacenaje de energía?
- 4.9.** Se obtiene una aproximación del perfil de velocidades de una corriente utilizando un modelo de tres secciones, en el que la velocidad es 1.6 m/s en 15% del área transversal, 3.2 m/s en 35% del área y 4.5 m/s en el resto del área. *a)* ¿En cuánto difiere el momentum total del fluido del producto de la velocidad de flujo de masa y de la velocidad promedio?, *b)* ¿Puede usted pensar una situación donde exista un perfil de velocidades en la corriente de flujo y que el momentum del flujo sea exactamente igual al producto del flujo de masa por la velocidad promedio?

REFERENCIAS

1. Bennett, C.O. y J.E. Myers. *Momentum, Heat, and Mass Transfer*. 3a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1982.
2. Bird, R.B., W.E. Stewart y E.N. Lightfoot. *Transport Phenomena*. Nueva York: Wiley, 1960: *a)* p. 79. *b)* p. 81. *c)* pp. 84-91.
3. Geankoplis, C.J. *Transport Processes and Unit Operations*. 3a. ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1993.
4. Nusselt, W. *VDIZ.* **60**: 541, 569 (1916).
5. Perry, R.H. y D.W. Green, eds. *Perry's Chemical Engineers' Handbook*. 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1997, p. 6-7.
6. Portalski, S. *Chem. Eng. Sci.* **18**: 787 (1963).
7. Streeter, V.L. y E.B. Wylie. *Fluid Mechanics*. 8a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1985.

CAPÍTULO 5

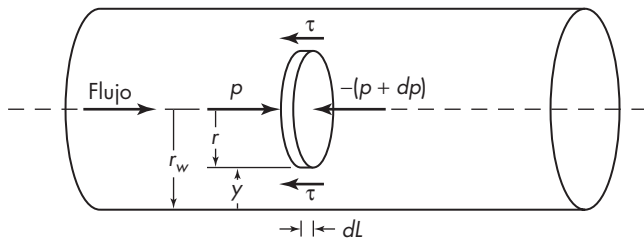
Flujo de fluidos no compresibles en tuberías y canales de conducción

En los procesos industriales, los ingenieros químicos tratan de manera frecuente con el flujo de fluidos a través de tuberías, tubos y canales de conducción con sección transversal no circular. Normalmente las tuberías se llenan con fluidos en movimiento, pero algunos problemas involucran el flujo en tuberías parcialmente llenas, en capas descendentes sobre superficies inclinadas o verticales, a través de lechos de sólidos o en tanques agitados. En este capítulo se estudia el flujo estacionario de fluidos no compresibles a través de tuberías cerradas y canales de conducción. En el capítulo 4 se trató el flujo en capas; en el capítulo 6 se cubrirá el flujo de fluidos compresibles; en el capítulo 7, el flujo a través de lechos de sólidos, y en el capítulo 9 el flujo en tanques agitados.

ESFUERZO CORTANTE (TENSIÓN DE CORTE) Y FRICCIÓN DE SUPERFICIE EN TUBERÍAS

Distribución del esfuerzo cortante

Considere al flujo estacionario a través de un tubo horizontal de un fluido de densidad constante y flujo completamente desarrollado. Imagine un elemento de fluido en forma de disco concéntrico con el eje del tubo, de radio r y longitud dL , tal como se muestra en la figura 5.1. Suponga que el elemento está aislado como un cuerpo libre. Sean p y $p + dp$, respectivamente, las presiones sobre las caras anterior y posterior del disco. Puesto que el fluido posee viscosidad, existirá una fuerza de corte que se opone al flujo y que actúa sobre el borde del elemento. En este caso se aplica la ecuación del momento (4.52) entre las dos caras del disco. Como el flujo está completamente desarrollado, $\beta_b = \beta_a$, y $\bar{V}_b = \bar{V}_a$, por lo tanto, $\Sigma F = 0$. Los términos que hay que sustituir en la ecuación (4.52) son

**FIGURA 5.1**

Elemento de fluido en el flujo estacionario a través de una tubería.

$$S_a = S_b = \pi r^2 \quad p_a = p \quad p_a S_a = \pi r^2 p \quad p_b S_b = (\pi r^2)(p + dp)$$

El esfuerzo cortante F_s que actúa sobre el borde del elemento es igual al producto de la tensión de corte por el área del cilindro, es decir $(2\pi r dL)\tau$. [Fuerza F_s igual $-F_w$ en la ecuación (4.52).] Puesto que el canal de conducción es horizontal, F_g es igual a cero. Al sustituir estos términos en la ecuación (4.52) se obtiene

$$\sum F = \pi r^2 p - \pi r^2 (p + dp) - (2\pi r dL)\tau = 0$$

Simplificando esta ecuación y dividiendo entre $\pi r^2 dL$ se obtiene

$$\frac{dp}{dL} + \frac{2\tau}{r} = 0 \quad (5.1)$$

En el flujo estacionario, ya sea laminar o turbulento, la presión es constante en una sección transversal cualquiera de un tubo con corriente, por lo tanto, dp/dL es independiente de r . La ecuación (5.1) puede escribirse para la sección transversal total del tubo considerando $\tau = \tau_w$ y $r = r_w$, donde τ_w es el esfuerzo cortante en la pared de la conducción y r_w el radio del tubo. La ecuación (5.1) se convierte en

$$\frac{dp}{dL} + \frac{2\tau_w}{r_w} = 0 \quad (5.2)$$

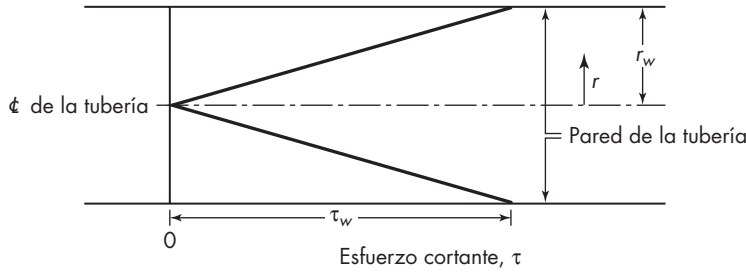
Restando la ecuación (5.1) de la ecuación (5.2) se obtiene

$$\frac{\tau_w}{r_w} = \frac{\tau}{r} \quad (5.3)$$

Así, cuando $r = 0$, $\tau = 0$. La simple relación lineal entre τ y r de la ecuación (5.3) se representa gráficamente en la figura 5.2. Observe que esta relación lineal se aplica tanto al flujo laminar como al turbulento, así como a fluidos newtonianos y no newtonianos.

Relación entre la fricción de superficie y esfuerzo cortante de pared

La ecuación (4.71) es aplicable para una longitud definida L de toda la corriente. En el capítulo 4 se ha definido Δp como $p_b - p_a$, pero normalmente (aunque no siempre) $p_a > p_b$ y entonces $p_b - p_a$ es generalmente negativo. El término Δp se utiliza comúnmente para representar la *caída* de presión, esto es, $p_a - p_b$, y esta terminología se utiliza en este capítulo y los subsecuentes. Aquí entonces, $p_b = p_a - \Delta p$, $Z_b - Z_a = 0$, y los dos términos

**FIGURA 5.2**

Variación del esfuerzo cortante en una tubería.

de energía cinética se cancelan. Por otra parte, el único tipo de fricción es la fricción de superficie entre la corriente de fluido y la pared, y la única caída de presión es la que resulta de la fricción en la superficie. La fricción en la superficie se representa por h_{fs} y la caída de presión por Δp_s . Entonces la ecuación (4.71) se convierte en

$$\frac{p_a}{\rho} = \frac{p_a - \Delta p_s}{\rho} + h_{fs}$$

$$\text{o} \quad \frac{\Delta p_s}{\rho} = h_{fs} \quad (5.4)$$

Para una longitud definida L de tubería, dp/dL en la ecuación (5.2) se convierte en $\Delta p_s/L$. Eliminando Δp_s de las ecuaciones (5.2) y (5.4) se obtiene la siguiente relación entre h_{fs} y τ_w :

$$h_{fs} = \frac{2}{\rho} \frac{\tau_w}{r_w} L = \frac{4}{\rho} \frac{\tau_w}{D} L \quad (5.5)$$

donde D es el diámetro de la tubería.

Factor de fricción

Otro parámetro frecuente, especialmente útil en el estudio del flujo turbulento, es el *factor de fricción de Fanning*,[†] que se representa por f y se define como la relación entre el esfuerzo cortante y el producto de la carga de velocidad $\bar{V}^2/2$ por la densidad:

$$f \equiv \frac{\tau_w}{\rho \bar{V}^2/2} = \frac{2\tau_w}{\rho \bar{V}^2} \quad (5.6)$$

Relaciones entre los parámetros de la fricción de superficie

Las cuatro magnitudes más frecuentes que se utilizan para medir la fricción de superficie en tuberías, h_{fs} , Δp_s , τ_w y f , están relacionadas por las ecuaciones

[†] Otro factor de fricción muy empleado en la literatura de la mecánica de fluidos es el llamado *factor de fricción de Blasius o de Darcy*, que es $4f$ (cuatro veces el valor del factor de fricción de Fanning f).

$$h_{fs} = \frac{2}{\rho} \frac{\tau_w}{r_w} L = \frac{\Delta p_s}{\rho} = 4f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2} \quad (5.7)$$

de la cual

$$f = \frac{\Delta p_s D}{2L\rho\bar{V}^2} \quad (5.8)$$

$$y \quad \frac{\Delta p_s}{L} = \frac{2f\rho\bar{V}^2}{D} \quad (5.9)$$

La ecuación (5.9) es la ecuación que se emplea generalmente para calcular la pérdida de fricción superficial en la tubería recta. El subíndice s se utiliza en Δp_s y h_{fs} para indicar el hecho de que en las ecuaciones (5.7) a (5.9), las magnitudes mencionadas están asociadas con el factor de fricción de Fanning, y que corresponden *solamente a la fricción sobre la superficie*. Si están presentes otros términos en la ecuación de Bernoulli, o si existe fricción de forma, el valor de $p_a - p_b$ difiere de Δp_s . Si ocurre la separación de capa límite, h_f es mayor que h_{fs} .

Flujo en canales no circulares

En la evaluación de la fricción sobre la superficie en canales de sección transversal no circular, el diámetro en el número de Reynolds y en la ecuación (5.8), la definición del factor de fricción se considera como un *diámetro equivalente* D_{eq} , definido como 4 veces el radio hidráulico. Este radio se representa por r_H y se define como la relación entre área de la sección transversal del canal y su perímetro húmedo (en contacto con el fluido):

$$r_H \equiv \frac{S}{L_p} \quad (5.10)$$

donde S = área de sección transversal del canal

L_p = perímetro del canal en contacto con el fluido

Así, para el caso especial de un tubo circular, el radio hidráulico es

$$r_H = \frac{\pi D^2/4}{\pi D} = \frac{D}{4}$$

El diámetro equivalente es $4r_H$, o simplemente D .

Un caso especial importante es el espacio anular entre dos tuberías concéntricas. Aquí el radio hidráulico es

$$r_H = \frac{\pi D_o^2/4 - \pi D_i^2/4}{\pi D_i + \pi D_o} = \frac{D_o - D_i}{4} \quad (5.11)$$

donde D_i y D_o son los diámetros de entrada y salida de los espacios anulares, respectivamente. El diámetro equivalente de un espacio anular es por lo tanto la diferencia

de los diámetros. Además el diámetro equivalente de un ducto cuadrado con un grosor del lado b es $4(b^2/4b) = b$. Para el flujo entre placas paralelas, cuando la distancia b entre ellas es mucho más pequeña que el grosor de las placas, el diámetro equivalente $D_{eq} = 2b$.

Las ecuaciones que definen el factor de fricción [ecuación (5.7)] y el número de Reynolds [ecuación (3.10)] pueden generalizarse sustituyendo $2r_H$ por r o D_{eq} por D . El radio hidráulico es especialmente útil con flujo turbulento, y mucho menos útil con flujo laminar, pero en muchas situaciones de flujo laminar es posible calcular matemáticamente la relación de flujo de fluidos, como se muestra en la sección siguiente.

FLUJO LAMINAR EN TUBERÍAS Y CANALES

Las ecuaciones (5.1) a (5.9) se aplican tanto al flujo laminar como turbulento, siempre que el fluido sea no compresible y el flujo estacionario y completamente desarrollado. Debido a la simplicidad de la relación del esfuerzo cortante-viscosidad para el flujo laminar, se pueden deducir fácilmente nuevas ecuaciones para este caso.

Flujo laminar de fluidos newtonianos

El tratamiento es especialmente sencillo para un fluido newtoniano, para el cual las cantidades tales como la distribución de velocidad, la velocidad media y factores de corrección de energía cinética y momento se calculan fácilmente.

Distribución de velocidad. La relación entre la velocidad local y su posición en la corriente se encuentra de la siguiente manera. En conducciones circulares, debido a la simetría con respecto al eje del tubo, la velocidad local u depende únicamente del radio r . Por otra parte, considere el elemento de área de sección transversal ds , como un anillo delgado de radio r y espesor dr . Entonces

$$dS = 2\pi r dr \quad (5.12)$$

La distribución de velocidad se determina usando la definición de viscosidad [ecuación (3.3)], escrita como

$$\mu = -\frac{\tau}{du/dr} \quad (5.13)$$

El signo negativo en la ecuación se debe a que en una tubería disminuye u al aumentar r . Eliminando τ de las ecuaciones (5.3) y (5.9) se obtiene la siguiente ecuación diferencial ordinaria que relaciona u y r

$$\frac{du}{dr} = -\frac{\tau_w}{r_w \mu} r \quad (5.14)$$

Integrando la ecuación (5.14) con las condiciones límite de que para $u = 0$, $r = r_w$ se obtiene

$$\int_0^u du = -\frac{\tau_w}{r_w \mu} \int_{r_w}^r r dr$$

$$u = \frac{\tau_w}{2r_w \mu} (r_w^2 - r^2) \quad (5.15)$$

El valor máximo de la velocidad local se representa por $u_{\text{máx}}$ y corresponde al centro de la tubería. El valor de $u_{\text{máx}}$ se determina sustituyendo 0 por r en la ecuación (5.15), de donde se obtiene

$$u_{\text{máx}} = \frac{\tau_w r_w}{2\mu} \quad (5.16)$$

Dividiendo la ecuación (5.15) entre la ecuación (5.16) se obtiene la siguiente expresión para la relación entre la velocidad local y la velocidad máxima:

$$\frac{u}{u_{\text{máx}}} = 1 - \left(\frac{r}{r_w} \right)^2 \quad (5.17)$$

La ecuación (5.17) muestra que en el flujo laminar, la distribución de velocidad con respecto al radio es una parábola, cuyo vértice está situado en el eje de la tubería, tal como se representa en la línea punteada en la figura 5.3.

Velocidad media. Al sustituir en la ecuación (4.11) el valor de dS de la ecuación (5.12), el de u de la ecuación (5.15) y πr_w^2 como valor de S , se obtiene

$$\bar{V} = \frac{\tau_w}{r_w^3 \mu} \int_0^{r_w} (r_w^2 - r^2) r dr = \frac{\tau_w r_w}{4\mu} \quad (5.18)$$

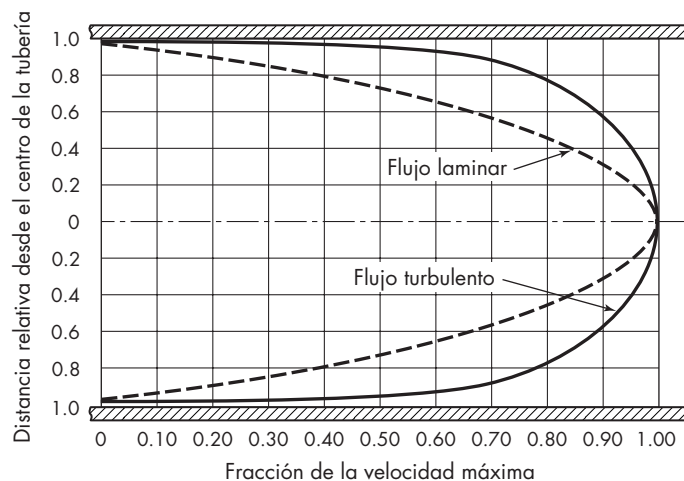


FIGURA 5.3

Distribución de velocidad en una tubería, con flujo totalmente desarrollado de un fluido newtoniano, para flujo laminar y turbulento hasta $Re = 10\,000$.

Comparando las ecuaciones (5.16) y (5.18) resulta

$$\frac{\bar{V}}{u_{\text{máx}}} = 0.5 \quad (5.19)$$

La velocidad media es precisamente la mitad de la velocidad máxima.

Factor de corrección de la energía cinética. El factor de energía cinética α se calcula a partir de la ecuación (4.70), utilizando las ecuaciones (5.8) para dS , (5.15) para u y (5.18) para $\bar{V}$. El resultado final es $\alpha = 2.0$. El término apropiado para la energía cinética en la ecuación de Bernoulli [ecuación (4.71) o (4.74)] para el flujo laminar en una tubería es por lo tanto $\bar{V}^2$.

Factor de corrección de momento. Para obtener el valor de β para el flujo laminar, se emplea de nuevo la ecuación de definición (4.50). El resultado es $\beta = \frac{4}{3}$.

Ecuación de Hagen-Poiseuille

Para efectuar cálculos prácticos, la ecuación (5.18) se suele transformar eliminando τ_w en función de Δp_s mediante la ecuación (5.7) y utilizando el diámetro de la tubería en lugar del radio de la misma. El resultado es el siguiente:

$$\bar{V} = \frac{\Delta p_s}{L} \frac{r_w}{2} \frac{r_w}{4\mu} = \frac{\Delta p_s}{32} \frac{D^2}{L \mu}$$

Despejando Δp_s se obtiene

$$\Delta p_s = \frac{32 L \bar{V} \mu}{D^2} \quad (5.20)$$

y puesto que $\Delta p_s = 4 \tau_w / (DL)$,

$$\tau_w = \frac{8 \bar{V} \mu}{D} \quad (5.21)$$

Sustituyendo de la ecuación (5.21) en la ecuación (5.6) se obtiene

$$f = \frac{16 \mu}{D \bar{V} \rho} = \frac{16}{\text{Re}} \quad (5.22)$$

La ecuación (5.20) es la ecuación de Hagen-Poiseuille. Uno de sus usos es en la determinación experimental de la viscosidad, midiendo la caída de presión y la velocidad volumétrica de flujo a través de un tubo de longitud y diámetro conocidos. A partir de la velocidad de flujo se calcula $\bar{V}$ por medio de la ecuación (4.12) y μ con la ecuación (5.20). En la práctica es necesario hacer correcciones para tener en cuenta la energía cinética y los efectos de entrada.

Flujo laminar de líquidos no newtonianos

Como consecuencia de la diferencia en la relación entre el esfuerzo cortante y el gradiente de velocidad, la forma del perfil de velocidad de líquidos no newtonianos es diferente de

la de un líquido newtoniano. En los casos más complicados de flujo no newtoniano, el perfil de velocidades se determina experimentalmente. Sin embargo, en casos más sencillos, como el modelo de la ley de potencia [ecuación (3.9)] o en el modelo de Bingham [ecuación (3.8)], los mismos métodos utilizados para determinar los parámetros de flujo de un fluido newtoniano, se emplea para fluidos no newtonianos.

Para fluidos que siguen el modelo de la ley de potencia, la variación de velocidad con el radio está dada por la fórmula

$$u = \left(\frac{\tau_w}{r_w K'} \right)^{1/n'} \frac{r_w^{1+1/n'} - r^{1+1/n'}}{1 + 1/n'} \quad (5.23)$$

En la figura 5.4 se representan los perfiles de velocidad definidos por la ecuación (5.23) cuando $n' = 0.5$ (fluido seudoplástico) $n' = 1.0$ (fluido newtoniano) y $n' = 2.0$ (fluido dilatante). Suponiendo que K' es el mismo en todos los casos. La curva de un fluido dilatante es más estrecha y puntiaguda que una parábola; la de un fluido seudoplástico es más ancha y aplanada.

La diferencia de la presión en el flujo de un fluido de la ley de potencia se encuentra por los métodos empleados en la deducción de la ecuación (5.20) para un fluido newtoniano. El resultado es el siguiente:

$$\Delta p_s = 2K' \left(\frac{3n' + 1}{n'} \right)^{n'} \frac{\bar{V}^{n'}}{r_w^{n'+1}} L \quad (5.24)$$

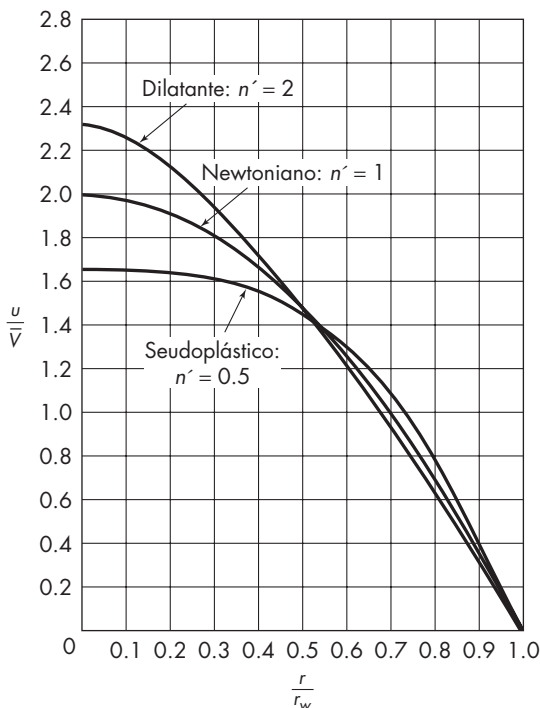


FIGURA 5.4

Perfiles de velocidad para flujo laminar de líquidos newtonianos y no newtonianos.

La ecuación (5.24) es la correspondiente a la ecuación (5.20) para un fluido newtoniano.

El comportamiento de los fluidos que siguen el modelo de flujo del plástico de Bingham es un poco más complicado. En la figura 5.5a se representa la forma general de la curva u en función de r . En la parte central del tubo no hay variación de la velocidad con el radio, y el gradiente de velocidad queda limitado a un espacio anular comprendido entre la parte central y la pared del tubo. La parte central se mueve como una barra sólida y se dice que fluye con flujo pistón (tapón). En esta región, el esfuerzo cortante que se origina con otros tipos de flujo es demasiado pequeño para superar a la tensión de

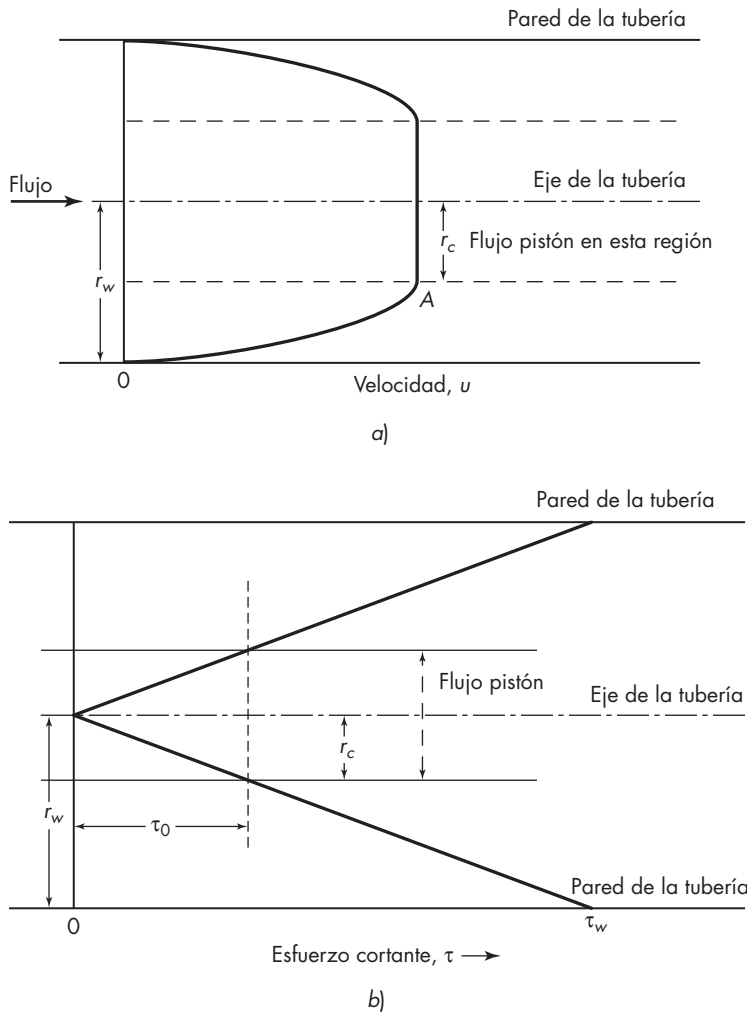


FIGURA 5.5

a) Perfil de velocidad y b) diagrama del esfuerzo cortante para el flujo de un plástico Bingham.

corte límite τ_0 . El diagrama del esfuerzo cortante se representa en la figura 5.5b. Para la variación de la velocidad en el espacio anular comprendido entre la pared del tubo y el flujo pistón, se aplica la ecuación siguiente:

$$u = \frac{1}{K}(r_w - r) \left[\frac{\tau_w}{2} \left(1 + \frac{r}{r_w} \right) - \tau_0 \right] \quad (5.25)$$

donde K es una constante. El límite entre el flujo pistón y el resto del fluido se obtiene diferenciando la ecuación (5.25) e igualando a cero el gradiente de velocidad o, más fácilmente, interpretando el valor en la figura 5.5b. El resultado es

$$r_c = \frac{\tau_0}{\tau_w} r_w \quad (5.26)$$

La velocidad en el núcleo central u_c , que es la velocidad de flujo pistón, se determina sustituyendo el valor de r_c de la ecuación (5.26) en vez de r en la ecuación (5.25) y reordenando, se obtiene

$$u_c = \frac{\tau_0}{2Kr_c} (r_w - r_c)^2 \quad (5.27)$$

Una observación interesante con algunas mezclas no newtonianas⁸ es que a altas tensiones de corte no es válida la condición límite de velocidad cero a la pared. Para fluidos multifase tales como suspensiones y polímeros de fibras llenas, este efecto es considerado el resultado de una capa delgada cerca de la pared que está libre de partículas o fibras, y de esta manera tiene una viscosidad menor que la de la masa global del fluido. Esto da la apariencia de un deslizamiento en la pared. Las fórmulas empíricas se utilizan con frecuencia para explicar tales efectos en la pared.¹³

Flujo laminar en un espacio anular

La relación entre la velocidad local y la posición radial para el flujo laminar de un fluido newtoniano a través de un espacio anular se encuentra por el mismo método que se utilizó para el flujo en una tubería. La ecuación resultante, deducida por Bird, Stewart y Lightfoot,¹ es

$$u = \frac{\Delta p_s r_o^2}{4\mu L} \left[1 - \left(\frac{r}{r_o} \right)^2 + \frac{1 - \kappa^2}{\ln(1/\kappa)} \ln \frac{r}{r_o} \right] \quad (5.28)$$

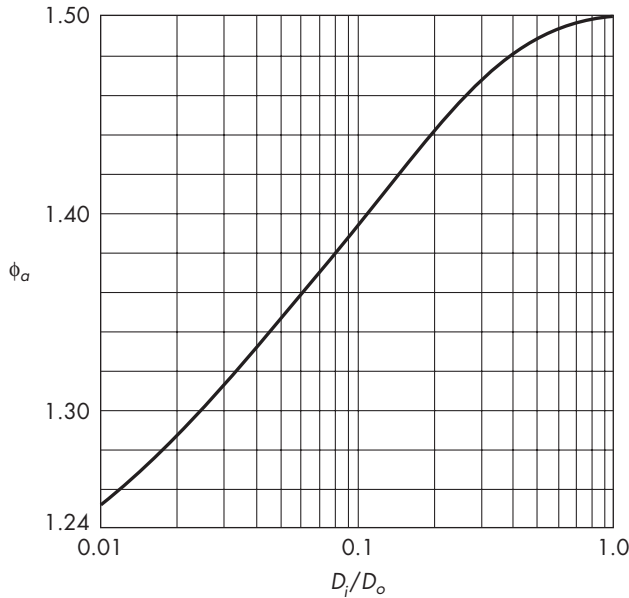
donde r_o = radio de la pared exterior del espacio anular

κ = relación r_i/r_o

r_i = radio de la pared interior del espacio anular

Para flujo anular el número de Reynolds es

$$\text{Re} = \frac{(D_o - D_i) \bar{V} \rho}{\mu} \quad (5.29)$$

**FIGURA 5.6**Valor de ϕ_a en la ecuación (5.30).

donde D_i y D_o son los diámetros interior y exterior del espacio anular, respectivamente. De la ecuación (5.28) se puede calcular el factor de fricción como se hizo la deducción de la ecuación (5.22). El flujo laminar en un espacio anular se relaciona con el número de Reynolds por la ecuación⁵

$$f = \frac{16}{\text{Re}} \phi_a \quad (5.30)$$

donde ϕ_a es la función de D_i/D_o mostrada en la figura 5.6. El valor de ϕ_a es 1 para secciones transversales circulares y 1.5 para planos paralelos. Las ecuaciones para flujo laminar a través de otras secciones transversales se proporcionan en varios textos.⁵ El flujo de líquidos viscosos no newtonianos a través de canales de forma compleja, como en las operaciones de inyección para moldeo inyección, se analiza por métodos de aproximación numérica empleando la ecuación (4.22).

FLUJO TURBULENTO EN TUBERÍAS Y CANALES

En el flujo turbulento de un fluido a través de un canal de conducción cerrado, la velocidad es cero en la interfase a causa de la adherencia del fluido a la pared del sólido, y aunque con frecuencia, no existen componentes normales de la velocidad a la pared. Dentro de un delgado volumen inmediatamente adyacente a la pared, el gradiente de velocidad es esencialmente constante y en su mayor parte el flujo es viscoso. Este volumen recibe el nombre de *subcapa viscosa*. En un principio se supuso que esta subcapa tenía un espesor definido y estaba siempre libre de remolinos, pero medidas experimentales han mostrado que existen fluctuaciones de velocidad en la subcapa causadas por remolinos ocasionales

procedentes del fluido turbulento que circula en esta región. Muy cerca de la pared los remolinos son infrecuentes, pero no existe ninguna región que esté completamente libre de remolinos. Dentro de la subcapa viscosa solamente es importante el esfuerzo cortante viscosa (o esfuerzo cortante), mientras que la difusión de remolino, es en todo caso, menor.

La subcapa viscosa ocupa sólo una muy pequeña fracción de la sección transversal total. No existe un límite nítido superior y es difícil de definir su espesor. Existe una capa de transición inmediatamente adyacente a la subcapa viscosa, en la que hay un esfuerzo cortante debido a la viscosidad y también un esfuerzo cortante debido a la difusión de remolino. La capa de transición, que se llama a veces *capa amortiguadora*, también es relativamente delgada. La masa global de la sección transversal de la corriente está ocupada por flujo enteramente turbulento que recibe el nombre de *núcleo turbulento*. En el núcleo turbulento el esfuerzo cortante viscoso es insignificante en comparación con el de la viscosidad de remolino mismo.

Distribución de velocidad para el flujo turbulento

Debido a la influencia de importantes parámetros de flujo sobre la distribución de velocidad, se han realizado numerosos estudios teóricos y experimentales para determinar la distribución de velocidad en el flujo turbulento. Aunque el problema no ha sido totalmente resuelto, se dispone de relaciones útiles para calcular las características importantes de la turbulencia; y los resultados de los cálculos teóricos concuerdan razonablemente bien con los datos experimentales.

En la figura 5.3 se presenta una distribución de velocidad típica para un fluido newtoniano que circula con flujo turbulento en una tubería lisa con un número de Reynolds de 10000. La figura muestra también la distribución de velocidad para flujo laminar a la misma velocidad máxima en el centro de la tubería. La curva para flujo turbulento es notablemente más aplanada que para flujo laminar, y la diferencia entre la velocidad media y la velocidad máxima es considerablemente menor. Para números de Reynolds aún más elevados, la curva para flujo turbulento será aún más aplanada que la de la figura 5.3.

Tanto en flujo turbulento como en el laminar, el gradiente de velocidad es cero en la línea central. Se sabe que los remolinos en el núcleo turbulento son grandes pero de baja intensidad, mientras que en la zona de transición son pequeños pero intensos. La mayor parte del contenido de energía cinética de los remolinos reside en la zona amortiguadora y en la parte exterior del núcleo turbulento. En la línea central, la turbulencia es isotrópica. En las demás áreas del régimen de flujo turbulento, la turbulencia es anisotrópica; de lo contrario no habría esfuerzo cortante.

Se acostumbra expresar la distribución de velocidad en el flujo turbulento, no como velocidad en función de la distancia sino en términos de parámetros adimensionales definidos por las siguientes ecuaciones:

$$u^* \equiv \bar{V} \sqrt{\frac{f}{2}} = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (5.31)$$

$$u^+ \equiv \frac{u}{u^*} \quad (5.32)$$

$$y^+ \equiv \frac{yu^* \rho}{\mu} = \frac{y}{\mu} \sqrt{\tau_w \rho} \quad (5.33)$$

donde u^* = velocidad por fricción

u^+ = cociente de velocidad, adimensional

y^+ = distancia, adimensional

y = distancia desde la pared del tubo

Observe que y^+ puede ser considerada como un número de Reynolds basado en la velocidad por fricción y en la distancia desde la pared. La relación entre y , r y r_w , el radio del tubo, es

$$r_w = r + y \quad (5.34)$$

Las ecuaciones que relacionan u^+ con y^+ se llaman leyes universales de distribución de velocidad.

Ecuaciones universales de distribución de velocidad

Puesto que la subcapa viscosa es muy delgada, $r \approx r_w$, y sustituyendo $-dy$ por dr , la ecuación (5.14) queda de esta forma

$$\frac{du}{dy} = \frac{\tau_w}{\mu} \quad (5.35)$$

Sustituyendo los valores de u^* de la ecuación (5.31), u^+ de la ecuación (5.32) y y^+ de la ecuación (5.33) en la ecuación (5.35) se obtiene

$$\frac{du^+}{dy^+} = 1$$

Integrando con los límites inferiores $u^+ = y^+ = 0$, se obtiene para la distribución de velocidad en la subcapa laminar,

$$u^+ = y^+ \quad (5.36)$$

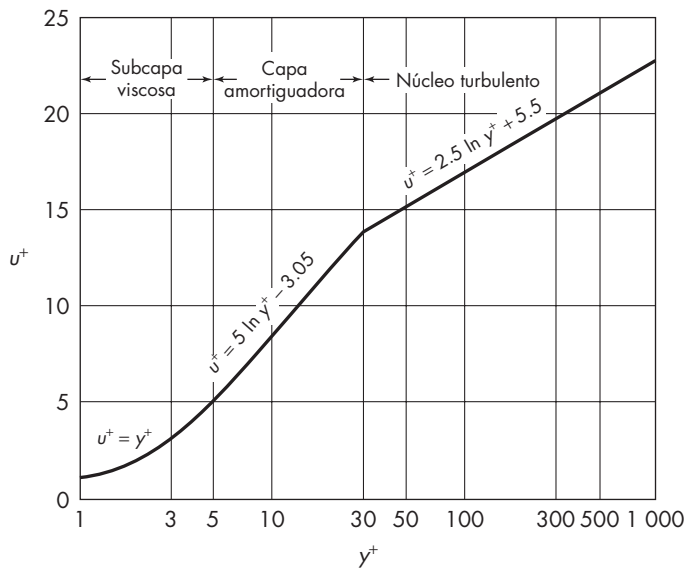
Una ecuación empírica para la llamada capa amortiguadora, es la siguiente:

$$u^+ = 5.00 \ln y^+ - 3.05 \quad (5.37)$$

Se han propuesto numerosas correlaciones para el núcleo turbulento. Una ecuación propuesta por Prandtl,¹⁰ con constantes empíricas, es

$$u^+ = 2.5 \ln y^+ + 5.5 \quad (5.38)$$

La figura 5.7 muestra una gráfica semilogarítmica de las ecuaciones (5.36), (5.37) y (5.38). De acuerdo con las dos intersecciones de las tres líneas que representan las ecuaciones, los intervalos que comprenden las ecuaciones son los siguientes:

**FIGURA 5.7**

Distribución universal de velocidad; flujo turbulento de un fluido newtoniano en un tubo liso.

Ecuación (5.36), para la subcapa viscosa: $y^+ < 5$

Ecuación (5.37), para la zona amortiguadora: $5 < y^+ < 30$

Ecuación (5.38), para el núcleo turbulento: $30 < y^+$

Limitaciones de las leyes universales de distribución de velocidad

Las ecuaciones universales de velocidad tienen numerosas limitaciones. Es cierto que la zona amortiguadora (o de transición) es dependiente y que no hay discontinuidad entre la zona amortiguadora y el núcleo turbulento. Por otra parte, también hay duda sobre la existencia real de la subcapa viscosa. Las ecuaciones no se cumplen demasiado bien para los números de Reynolds desde el crítico hasta 10 000 aproximadamente, y se sabe que la relación sencilla entre y^+ y u^+ , no es adecuada para la zona amortiguadora, ni para el núcleo turbulento próximo a ella. Finalmente, la ecuación (5.38) predice un gradiente finito de velocidad en eje de la tubería, aunque se sabe que en dicho punto el gradiente debe ser cero.

Se ha realizado una gran investigación para mejorar las ecuaciones de distribución de velocidad y eliminar o reducir algunas de sus deficiencias. El trabajo realizado se encuentra en textos más avanzados,^{3, 5, 12} pero está más allá de los objetivos de este libro.

Magnitudes de flujo para el flujo turbulento en tuberías circulares lisas

Si se dispone de una relación para la distribución de velocidad, las magnitudes importantes de flujo se calculan por los métodos comunes. Las magnitudes de interés son la velocidad media en función de la velocidad máxima en el centro de la tubería; las relaciones que

ligan los parámetros de resistencia al flujo τ_w y f con la velocidad media, la velocidad máxima y el número de Reynolds; el factor de corrección de la energía cinética α y el factor de corrección de la cantidad de movimiento (o momento) β .

El cálculo de las magnitudes de flujo requiere una integración a lo largo del radio de la tubería desde el eje de la tubería hasta la pared. Estrictamente, la integración deberá realizarse en tres partes, la primera sobre el intervalo $y^+ = 0$ hasta $y^+ = 5$, utilizando la ecuación (5.36); la segunda desde $y^+ = 5$ hasta $y^+ = 30$, empleando la ecuación (5.37), y la tercera desde $y^+ = 30$ hasta su valor en el centro de la tubería, usando la ecuación (5.38). El tan estrecho espesor de las capas aplicado a las dos primeras integraciones, permite despreciar sus magnitudes resultantes y para cálculos aproximados está justificado utilizar una sola integración basada en la ecuación (5.38) para todo el intervalo $r = 0$ hasta $r = r_w$, aun cuando éste predice un valor finito de la velocidad en la pared de la tubería.

Velocidad media. Para la línea central de la tubería, la ecuación (5.38) puede escribirse de la siguiente manera:

$$u_c^+ = 2.5 \ln y_c^+ + 5.5 \quad (5.39)$$

donde u_c^+ y y_c^+ son los valores de u^+ y y^+ en la línea central, respectivamente. Así como, por las ecuaciones (5.32) y (5.33)

$$u_c^+ = \frac{u_{\text{máx}}}{u^*} \quad (5.40)$$

$$y_c^+ = \frac{r_w u^*}{\nu} \quad (5.41)$$

donde $u_{\text{máx}}$ es la velocidad máxima en la línea central y $\nu = \mu / \rho$.

Restando la ecuación (5.39) de la ecuación (5.38) resulta

$$u^+ = u_c^+ + 2.5 \ln \frac{y^+}{y_c^+} \quad (5.42)$$

A partir de la ecuación (4.11), sustituyendo πr_w^2 por S y $2\pi r dr$ por ds , se obtiene para la velocidad media $\bar{V}$

$$\bar{V} = \frac{2\pi}{\pi r_w^2} \int_0^{r_w} u r dr \quad (5.43)$$

Según la ecuación (5.34) $r = r_w - y$ y $dr = -dy$. Además, cuando $r = 0$, $y = r_w$ y cuando $r = r_w$, $y = 0$. Al eliminar r , la ecuación (5.43) se convierte en

$$\bar{V} = \frac{2}{r_w^2} \int_0^{r_w} u (r_w - y) dy \quad (5.44)$$

La ecuación (5.44) puede escribirse en función de parámetros adimensionales sustituyendo u de la ecuación (5.32), y de la ecuación (5.33) y u^+ de la ecuación (5.42). Con esto se obtiene

$$\bar{V} = \frac{5v^2}{r_w^2 u^*} \int_0^{y_c^+} \left(0.4u_c^+ + \ln \frac{y^+}{y_c^+} \right) (y_c^+ - y^+) dy^+ \quad (5.45)$$

La integración formal de la ecuación (5.45)[†] proporciona

$$\frac{\bar{V}}{u^*} = \frac{1}{\sqrt{f/2}} = u_c^+ - 3.75 \quad (5.46)$$

Sustituyendo u_c^+ de la ecuación (5.40) y u^* de la ecuación (5.31) en la ecuación (5.46) se obtiene

$$\frac{\bar{V}}{u_{\text{máx}}} = \frac{1}{1 + 3.75\sqrt{f/2}} \quad (5.47)$$

La ecuación (5.47) proporciona valores que son demasiado altos en relación a las bajas velocidades del fluido en las capas próximas a la pared, de tal forma que 2% del flujo volumétrico total, no es tomado en cuenta adecuadamente.

Ley de factor de fricción-número de Reynolds para tubos lisos. Es posible utilizar las ecuaciones disponibles con el fin de obtener una importante relación entre Re y f para el flujo turbulento en tubos circulares lisos. Esta ecuación se deduce efectuando las sustituciones adecuadas en la ecuación (5.39). A partir de las ecuaciones de definición de y_c^+ [ecuación (5.41)] y de u^* [ecuación (5.31)]

$$y_c^+ = \frac{r_w \bar{V}}{v} \sqrt{\frac{f}{2}} = \frac{D \bar{V} \sqrt{f/2}}{2v} = \frac{Re}{2} \sqrt{\frac{f}{2}} = Re \sqrt{\frac{f}{8}} \quad (5.48)$$

A partir de la ecuación (5.46)

$$u_c^+ = \frac{1}{\sqrt{f/2}} + 3.75 \quad (5.49)$$

Sustituyendo u_c^+ de la ecuación (5.49) y y_c^+ de la ecuación (5.48) en la ecuación (5.39) queda, después de reorganizarla, la ecuación de Kármán

$$\frac{1}{\sqrt{f/2}} = 2.5 \ln \left(Re \sqrt{\frac{f}{8}} \right) + 1.75 \quad (5.50)$$

La ecuación (5.50) concuerda bien con el experimento. En el intervalo de los números de Reynolds $10^4 < Re < 10^6$ que predicen los factores de fricción dentro de 2% de aquellos indicados en la figura 5.10.

Factores de corrección de la energía cinética y del momento. Los valores de α y β son más próximos a la unidad para flujo turbulento que para flujo laminar. Sin embargo,

[†] La sustitución de $x = y^+/y_c^+$ y el uso de las tablas estándar de integrales son suficientes para efectuar esta integración. Además, para el límite inferior, $x \ln x = 0$, y $x^2 \ln x = 0$ cuando $x = 0$. De la ecuación (5.31), $\bar{V}/u^* = 1/\sqrt{f/2}$.

las ecuaciones para estos factores de corrección se obtiene fácilmente integrando las ecuaciones (4.50) y (4.70) y utilizando la ley logarítmica de velocidad. Las ecuaciones que así se obtienen son

$$\alpha = 1 + 0.78f(15 - 15.9\sqrt{f}) \quad (5.51)$$

$$\beta = 1 + 3.91f \quad (5.52)$$

Para el flujo turbulento el error es generalmente muy pequeño si α y β son tomadas como la unidad. Por ejemplo, para un número de Reynolds de 10^4 , el factor de fricción para un tubo liso es de 0.0079, α es 1.084, y β es 1.031. Para $Re = 10^6$ los valores son $f = 0.0029$, $\alpha = 1.032$ y $\beta = 1.011$.

El factor de corrección de la energía cinética puede ser importante al aplicar el teorema de Bernoulli entre dos puntos en los que en uno el flujo es laminar mientras que en el otro es turbulento. Por otra parte, los factores α y β son de igual importancia en algunos tipos de intercambiadores de calor compactos, donde existen muchos cambios de tamaño en el canal del fluido y los tubos o superficies de transferencia de calor son cortos.⁴ En la mayoría de los casos prácticos, ambos factores se toman como unidad para el flujo turbulento.

Relaciones entre la velocidad máxima y la velocidad media

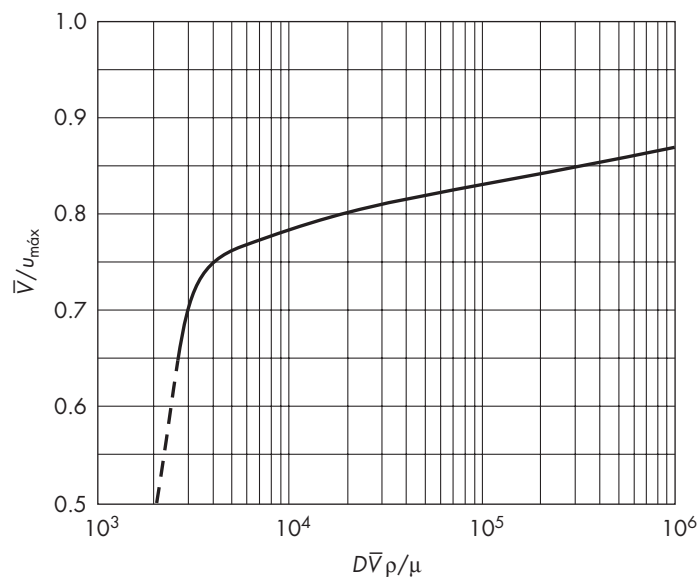
Los términos Re y $\bar{V}/u_{\text{máx}}$ resultan útiles para relacionar la velocidad media y la velocidad máxima en el centro del tubo como una función de las condiciones de flujo; por ejemplo, un importante método de medida del flujo de un fluido es el tubo de pitot (página 252) que se utiliza para medir la $u_{\text{máx}}$ y usar después esta relación para determinar la velocidad media a partir de una sola medida.

En la figura 5.8 se muestran valores experimentales de $\bar{V}/u_{\text{máx}}$ en función del número de Reynolds, para el intervalo desde el flujo laminar hasta el turbulento. Para el flujo laminar, la relación es exactamente 0.5, de acuerdo con la ecuación (5.19). La relación varía rápidamente desde 0.5 hasta cerca de 0.7, cuando el flujo pasa de laminar a turbulento, y después aumenta en forma gradual a 0.87 cuando el $Re = 10^6$.

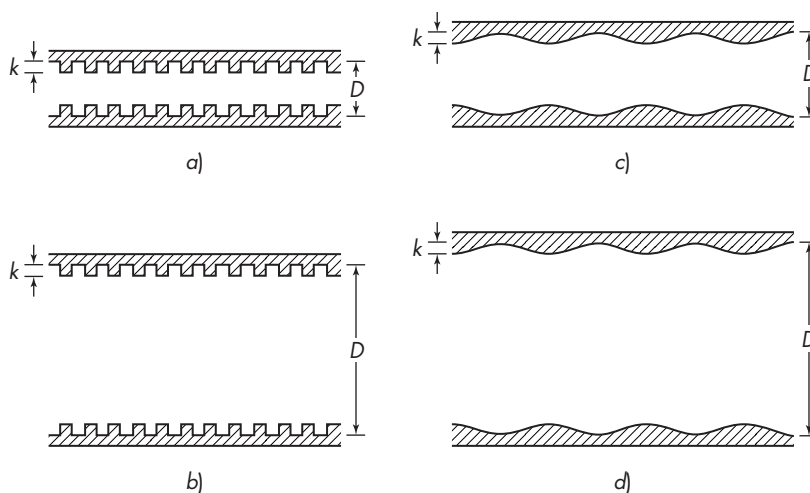
Efecto de la rugosidad

Hasta ahora el tratamiento se ha restringido al caso de los tubos lisos. Se sabe desde hace mucho tiempo que para un flujo turbulento, una tubería rugosa conduce a un factor de fricción mayor que una tubería lisa para un determinado número de Reynolds. Si se pule una tubería rugosa, se reduce el factor de fricción. Cuando un mayor pulido no da lugar a una reducción adicional del factor de fricción para un número de Reynolds dado, se dice que el tubo es *hidrodinámicamente liso*. La ecuación (5.50) se refiere a este tipo de tubos.

La figura 5.9 muestra varios tipos idealizados de rugosidad. La altura de una unidad simple de rugosidad se indica por medio de k y se denomina *parámetro de rugosidad*. Con base en el análisis dimensional, f es tanto función de Re como de la rugosidad relativa k/D , donde D es el diámetro de la tubería. Para un tipo dado de rugosidad, tal como el que se muestra en la figura 5.9a y b, es de esperar que se halle una curva distinta de f versus Re para cada magnitud de la rugosidad relativa, al igual que para otros tipos, como

**FIGURA 5.8** $\bar{V}/u_{\text{máx}}$ contra $Re = D\bar{V}\rho/\mu$.

los que se muestran en la figura 5.9c y d, se encuentre una familia diferente de curvas para cada tipo de rugosidad. Los experimentos realizados sobre tuberías donde se creó la rugosidad artificialmente, han confirmado estas expectativas. También se encontró que las tuberías comerciales nuevas, completamente limpias, parecen tener el mismo tipo de rugosidad y que cada material de construcción tiene su propio parámetro característico de rugosidad. En el capítulo 8 se discuten los tamaños estándar de tuberías y ductos, los cuales se enlistan en los apartados 3 y 4.

**FIGURA 5.9**

Tipos de rugosidad.

Las tuberías usadas, sucias y corroídas suelen ser muy rugosas, y es muy probable que el carácter de la rugosidad sea diferente del de una tubería limpia.

La rugosidad no ejerce un efecto apreciable sobre el factor de fricción para el flujo laminar a menos que k sea tan grande que la medida del diámetro sea incierta.

Carta gráfica del factor de fricción

Para fines de diseño, las características de fricción en tuberías circulares, tanto lisas como rugosas, se resumen en la carta gráfica del factor de fricción (véase figura 5.10), que es una representación del $\log f$ contra el $\log Re$. Para el flujo laminar, la ecuación (5.22) relaciona el factor de fricción con el número de Reynolds. Una gráfica doble logarítmica de la ecuación (5.22) es una línea recta de pendiente -1 . Esta línea se muestra en la figura 5.10 para números de Reynolds menores de 2 100.

Para el flujo turbulento, la línea inferior representa el factor de fricción para tubos lisos y es consistente con la ecuación (5.50). Una ecuación empírica mucho más conveniente para esta línea es la relación

$$f = 0.046 Re^{-0.2} \quad (5.53)$$

Ésta es aplicable dentro de un intervalo de números de Reynolds desde aproximadamente 50 000 hasta 1×10^6 . Otra ecuación, que se aplica sobre un intervalo de números de Reynolds desde 3 000 hasta 3×10^6 , es

$$f = 0.0014 + \frac{0.125}{Re^{0.32}} \quad (5.54)$$

Las demás líneas curvas en el intervalo de flujo turbulento representan los factores de fricción para varios tipos de tuberías comerciales, cada uno de los cuales se caracteriza por tener un valor diferente de k . En la figura se dan los parámetros para algunos metales comunes. Por ejemplo, una tubería limpia de hierro o acero forjado tiene un valor de k de 1.5×10^{-4} ft, sin importar el diámetro de la tubería. Las tuberías estiradas de cobre y latón se consideran hidráulicamente lisas.

Para tuberías de acero y otro tipo de tuberías rugosas, el factor de fricción se vuelve independiente del número de Reynolds para números de Reynolds mayores que 10^6 . Una ecuación empírica para esta región es

$$f = 0.026(k/D)^{0.24} \quad (5.55)$$

Para diferentes regímenes de flujo en un sistema determinado, la variación de la caída de presión con la velocidad de flujo se puede obtener a partir de las ecuaciones (5.9), (5.22), (5.53) y (5.55), para dar:

Para flujo laminar ($Re < 2\,100$)	$\Delta p_s/L \propto \bar{V}$
Para flujo turbulento ($2\,500 < Re < 10^6$)	$\Delta p_s/L \propto \bar{V}^{1.8}$
Para flujo muy turbulento ($Re > 10^6$)	$\Delta p_s/L \propto \bar{V}^2$

La figura 5.10 es útil para calcular h_{fs} cuando se conoce el tamaño de la tubería y la velocidad de flujo, pero no puede utilizarse directamente para determinar la velocidad

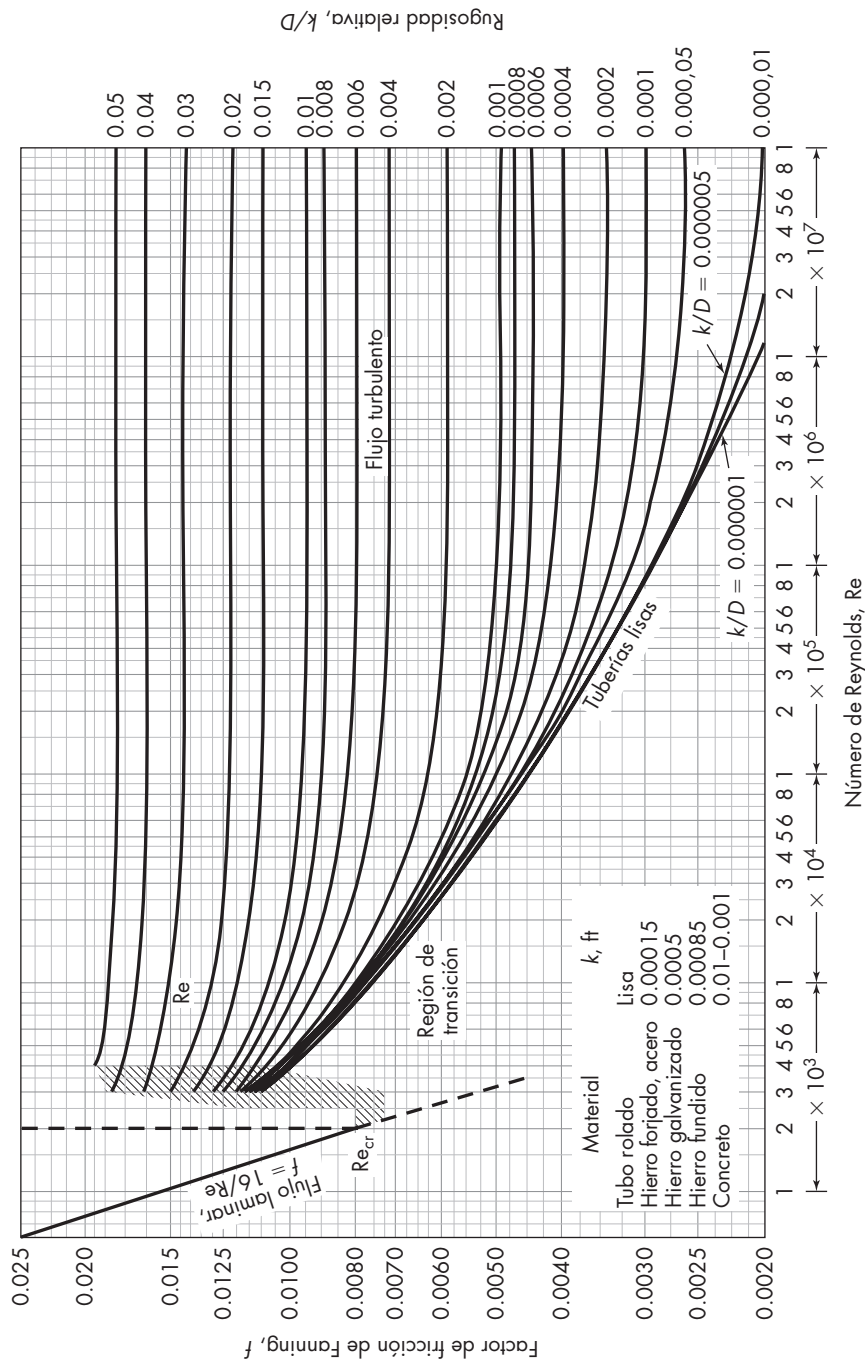


FIGURA 5.10 Gráfica del factor de fricción para tuberías circulares (Adaptado de L. W. Moody, "Friction Factors for Pipe Flow", Trans. ASME 66: 672 [1944]).

de flujo para una caída de presión dada, en virtud de que no se conoce Re mientras no esté determinado el valor de $\bar{V}$. Sin embargo, ya que f varía sólo ligeramente con Re para el flujo turbulento, una solución por prueba y error converge rápidamente, como se muestra en el ejemplo 5.1.

EJEMPLO 5.1 El agua fluye a 50 °F a través de una tubería larga, plástica y horizontal, de 3 in. de diámetro interior, a una velocidad de 8 ft/s. *a)* Calcular la caída de presión en lb_f/in^2 por 100 ft de tubería. *b)* Si la caída de presión se limita a 2 lb_f/in^2 por 100 ft de tubería, ¿cuál es la velocidad máxima permisible del agua?

Solución

a) Utilice la ecuación (5.9), la cual está en unidades *fps*

$$\frac{\Delta p_s}{L} = \frac{2f\rho\bar{V}^2}{Dg_c} \quad (5.56)$$

Las propiedades del agua a 50 °F, del apéndice 6, son $\rho = 62.42 \text{ lb}/\text{ft}^3$ y $\mu = 1.310 \text{ cP}$. Además $D = \frac{3}{12} = 0.25 \text{ ft}$, $\bar{V} = 8 \text{ ft/s}$, y $L = 100 \text{ ft}$.

El número de Reynolds es

$$Re = \frac{0.25 \times 8 \times 62.42}{1.310 \times 6.72 \times 10^{-4}} = 1.4 \times 10^5$$

De la figura 5.10, $f = 0.0041$. Al sustituir en la ecuación (5.56) se obtiene

$$\begin{aligned} \Delta p_s &= \frac{100 \times 2 \times 0.0041 \times 62.42 \times 8^2}{0.25 \times 32.174} \\ &= 407.2 \text{ lb}_f/\text{ft}^2 \text{ o } 2.828 \text{ lb}_f/\text{in}^2 \end{aligned}$$

b) Puesto que $\Delta p_s = 2.828 \text{ lb}_f/\text{in}^2$ a 8 ft/s, y $\Delta p_s \propto \bar{V}^{1.8}$ [asumiendo que se ajusta a la ecuación (5.53)], entonces para $\Delta p_s = 2.0$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\bar{V}}{8}\right)^{1.8} &= \frac{2.0}{2.828} \\ \bar{V} &= 6.60 \text{ ft/s} \end{aligned}$$

Esto da un número de Reynolds de 1.17×10^5 , de modo que si se ajusta a la ecuación (5.53).

Números de Reynolds y factor de fricción para fluidos no newtonianos

La ecuación (5.8), que indica la relación entre el factor de fricción y la caída de presión, y la ecuación (5.24), que expresa la caída de presión por fricción en un fluido que sigue la ley de potencia, pueden utilizarse para calcular el factor de fricción de fluidos pseudoplásticos. Si se elimina Δp_s entre estas dos ecuaciones, resulta la siguiente ecuación para f

$$f = \frac{2^{n'+1} K'}{D^{n'} \rho \bar{V}^{2-n'}} \left(3 + \frac{1}{n'}\right)^{n'} \quad (5.57)$$

A partir de esta ecuación se define el número de Reynolds Re_n para fluidos no newtonianos, con la suposición de que para flujo laminar

$$f = \frac{16}{\text{Re}_n} \quad (5.58)$$

Combinando las ecuaciones (5.57) y (5.58) se obtiene

$$\text{Re}_n = 2^{3-n'} \left(\frac{n'}{3n'+1} \right)^{n'} \frac{D^{n'} \rho \bar{V}^{2-n'}}{K'} \quad (5.59)$$

Ésta es la definición del número de Reynolds Re_n dada en la ecuación (3.11). Dicho número de Reynolds se reduce al número de Reynolds para un fluido newtoniano cuando $n' = 1$, y reproduce la parte lineal de la gráfica logarítmica de f contra Re , con una pendiente -1 , para el flujo laminar de fluidos newtonianos.

La figura 5.11 es una gráfica del factor de fricción en la que se representa f contra Re_n para el flujo en tuberías lisas de fluidos que siguen la ley de potencia. Para el flujo turbulento se requiere una serie de líneas, dependiendo del valor de n' . Para estas líneas se ha sugerido la siguiente ecuación, análoga a la ecuación (5.50) para fluidos newtonianos:³

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{1.74}{(n')^{0.75}} \left(\ln \text{Re}_n f^{1-0.5n'} \right) - \frac{0.4}{(n')^{1.2}} \quad (5.60)$$

La figura 5.11 muestra que para fluidos pseudoplásticos ($n' < 1$), el flujo laminar persiste para números de Reynolds más altos que con fluidos newtonianos.

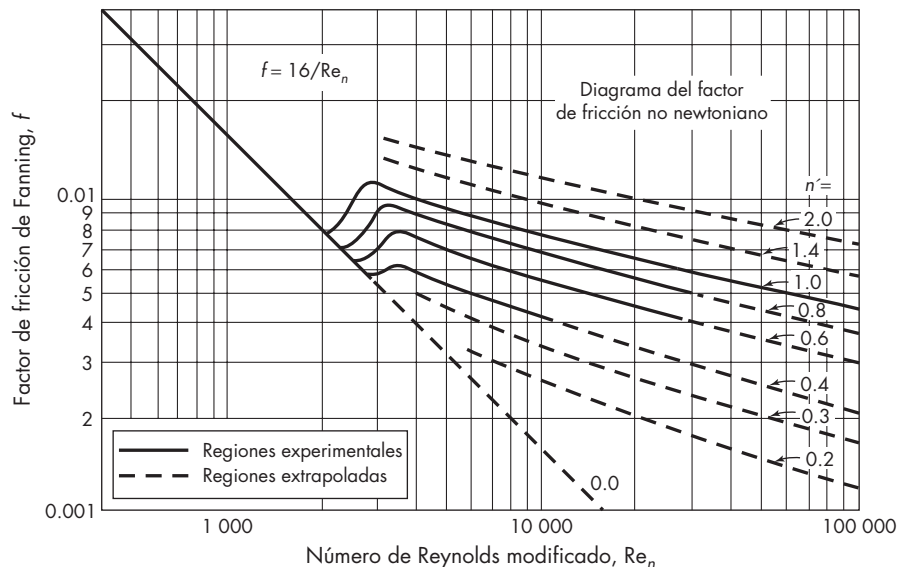


FIGURA 5.11

Gráfica del factor de fricción para un fluido que sigue la ley de potencia. (Según D.W. Dodge y A.B. Metzner.²)

Reducción de la fricción en el flujo turbulento

Las disoluciones diluidas de polímeros, en agua u otros disolventes, producen a veces un efecto peculiar de una reducción de la fricción en el flujo turbulento. El fenómeno fue inicialmente observado por Toms¹³ y ha promovido muchos estudios teóricos y algunas aplicaciones prácticas. Como lo muestra la figura 5.12, el factor de fricción puede ser significativamente inferior al valor normal para flujo turbulento, con sólo unas pocas partes por millón (ppm) de polímero en agua, y para 50 a 100 ppm la reducción de fricción llega a ser hasta de 70%. Se han encontrado efectos similares para algunos polímeros en disolventes orgánicos.

La reducción de fricción se presenta por lo general con disoluciones diluidas de polímeros lineales de elevado peso molecular y se considera que está relacionada con la extensión de estas moléculas flexibles para altos esfuerzos cortantes turbulentos cerca de la pared. Las moléculas extendidas provocan un aumento de la viscosidad local que amortigua los pequeños remolinos y da lugar a un aumento del espesor de la subcapa viscosa.⁶ Con una subcapa de mayor espesor, para el mismo flujo total, se reducen los valores de $(du/dy)_w$ y τ_w , dando lugar a una menor caída de presión. La viscosidad aparente de la disolución, tal como se mide para el flujo laminar, puede ser todavía muy próxima a la del disolvente, con muy ligeras desviaciones del comportamiento newtoniano; sin embargo, si se hacen medidas cuidadosas, se encuentra que el comportamiento es no newtoniano incluyendo efectos viscoelásticos.

Aunque la reducción de la fricción por arrastre puede incrementar la tasa de flujo del líquido en una línea de tamaño fijo, no han existido muchas aplicaciones de este efecto. Una pequeña cantidad de óxido de polietileno puede duplicar la capacidad de una manguera para incendios, pero la solución hace que las superficies se tornen muy resbaladizas, generando una situación de peligro para los bomberos. Los polímeros orgánicos que reducen la fricción por arrastre se añaden al aceite crudo para disminuir la pérdida por fricción en la tubería Alaska.

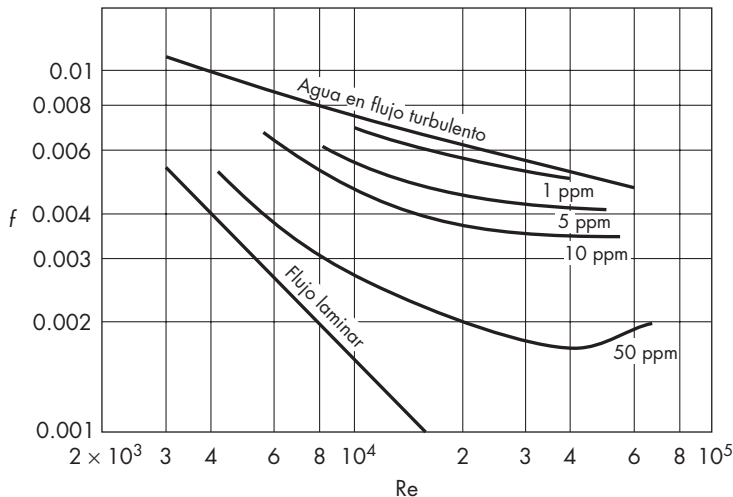


FIGURA 5.12

Factores de fricción para el flujo turbulento de disoluciones diluidas de óxido de polietileno (PM $\approx 10^6$). [Según R.W. Patterson y F.H. Abernathy.⁷]

Flujo no isotérmico

Cuando los líquidos fluyen a través de un tubo liso que se calienta o enfría, el factor de fricción aumenta o disminuye debido al efecto de la temperatura sobre la viscosidad del líquido cercano a la pared. Cuando el líquido se enfría, la viscosidad más elevada cerca de la pared, aumenta el gradiente de velocidad, lo que conduce a un incremento de la fricción en la pared. El efecto es especialmente pronunciado cuando la viscosidad varía fuertemente con la temperatura. Para los gases, debido a que la viscosidad aumenta con la temperatura, lo contrario es cierto. En la práctica de ingeniería ordinaria se justifica, tanto para gases como para líquidos, el empleo del siguiente método empírico.

1. Se calcula el número de Reynolds con la suposición de que la temperatura del fluido es igual a la *temperatura media global*, definida como la media aritmética entre las temperaturas de entrada y salida.
2. El factor de fricción correspondiente a la temperatura media global se divide por un factor ψ , que se calcula a su vez a partir de las siguientes ecuaciones.^{10a}

$$\text{Para } Re > 2\,100: \psi = \begin{cases} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.17} & \text{para calentamiento} \\ \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.11} & \text{para enfriamiento} \end{cases} \quad \begin{matrix} (5.61a) \\ (5.61b) \end{matrix}$$

$$\text{Para } Re < 2\,100: \psi = \begin{cases} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.38} & \text{para calentamiento} \\ \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.23} & \text{para enfriamiento} \end{cases} \quad \begin{matrix} (5.62a) \\ (5.62b) \end{matrix}$$

donde μ = viscosidad del fluido a la temperatura media global
 μ_w = viscosidad a la temperatura de la pared del conducto

Las ecuaciones (5.61) y (5.62) están basadas en datos para valores de μ/μ_w comprendidos entre 0.1 y 10, y no deberán utilizarse fuera de estos límites.

En tuberías comerciales rugosas, más que en tubos lisos, el flujo está usualmente en “turbulencia completa”, donde el factor de fricción es independiente del número de Reynolds. Bajo estas circunstancias puede ser que f no sea correcto para el efecto de la temperatura en la pared.^{10a}

Disipación viscosa. La disipación viscosa o friccional de la energía mecánica puede resultar por el calentamiento de un fluido, en especial cuando se trata líquidos altamente viscosos en canales pequeños. Para flujo incompresible bajo condiciones adiabáticas a través de canales de sección transversal constante, la energía resultante de la disminución de la presión Δp_s se convierte en energía térmica por la relación siguiente:

$$\frac{Q}{V} = c_v \rho \Delta T = \Delta p_s$$

donde Q/V = calor generado por unidad de volumen, J/m³

c_v = calor específico del líquido, J/kg · °C

ρ = densidad del líquido, kg/m³

ΔT = aumento de temperatura, °C

Por lo tanto,

$$\Delta T = \frac{\Delta p_s}{c_v \rho} \quad (5.63)$$

Para el flujo de polímeros, el aumento de temperatura es de alrededor de 4 °C para una caída de presión de 10 MPa; para hidrocarburos es alrededor de 6 °C por MPa.^{10a}

Flujo turbulento en canales no circulares

Como se mencionó antes, la relación para flujo turbulento en tuberías puede aplicarse a canales no circulares sustituyendo el diámetro equivalente D_{eq} (o 4 veces el radio hidráulico r_H) por el diámetro D en las ecuaciones relevantes.

FRICCIÓN DEBIDA A VARIACIONES DE VELOCIDAD O DIRECCIÓN

Siempre que varía la velocidad de un fluido, tanto en dirección como en magnitud, se genera una fricción adicional a la fricción en la superficie, debida al flujo a través de la tubería recta. Esta fricción incluye la fricción de forma, que se produce como consecuencia de los vórtices que se originan cuando se perturban las líneas de corriente normales y cuando tiene lugar la separación de la capa límite. En la mayor parte de los casos estos efectos no se pueden calcular con exactitud y es preciso recurrir a datos empíricos.

Pérdida por fricción debida a la expansión súbita de la sección transversal

Si se expande súbitamente la sección transversal de la tubería de conducción, la corriente de fluido se separa de la pared y se proyecta en forma de torrente (chorro) en la sección expandida. Después, el torrente se expande hasta ocupar por completo la sección transversal de la parte ancha del conducto. El espacio que existe entre el torrente expandido y la pared del conducto está ocupado por el fluido en movimiento de vórtice, característico de la separación de la capa límite, y se produce dentro de este espacio una fricción considerable. En la figura 5.13 se representa este efecto.

La pérdida por fricción h_{fe} , correspondiente a una expansión súbita de la sección transversal, es proporcional a la carga de velocidad del fluido en el conducto estrecho, y está dada por

$$h_{fe} = K_e \frac{\bar{V}_a^2}{2} \quad (5.64)$$

donde K_e es un factor de proporcionalidad llamado *coeficiente de pérdida por expansión* y $\bar{V}_a$ es la velocidad media en la parte estrecha del conducto. En este caso, es posible calcular K_e teóricamente con resultados satisfactorios. Para hacer el cálculo se utiliza la ecuación de continuidad (4.13), la ecuación del balance de momento para flujo estacionario (4.51) y la ecuación de Bernoulli (4.71). Considere un volumen de control definido por las secciones AA y BB y la superficie interna del conducto expandido que existe en estas dos secciones, tal como se muestra en la figura 5.13. Debido a que en la tubería horizontal no existen fuerzas de gravedad y a que la pared es relativamente pequeña, la fricción en ella es insignificante, de manera que prácticamente no hay gradiente de velocidad en la pared comprendida entre las dos secciones. Por lo tanto, las únicas fuerzas que actúan son las fuerzas de presión sobre las secciones AA y BB. La ecuación de momento resulta

$$p_a S_a - p_b S_b = m(\beta_b \bar{V}_b - \beta_a \bar{V}_a) \quad (5.65)$$

Como $Z_a = Z_b$, la ecuación (4.71) se escribe en este caso

$$\frac{p_a - p_b}{\rho} = \frac{\alpha_b \bar{V}_b^2 - \alpha_a \bar{V}_a^2}{2} + h_{fe} \quad (5.66)$$

En las condiciones normales de flujo, $\alpha_a = \alpha_b = 1$, y $\beta_a = \beta_b = 1$, los factores de corrección se ignoran. Además, eliminando $p_a - p_b$ entre las ecuaciones (5.65) y (5.66) puesto que $\dot{m}/S_b = \rho \bar{V}_b$, se obtiene

$$h_{fe} = \frac{(\bar{V}_a - \bar{V}_b)^2}{2} \quad (5.67)$$

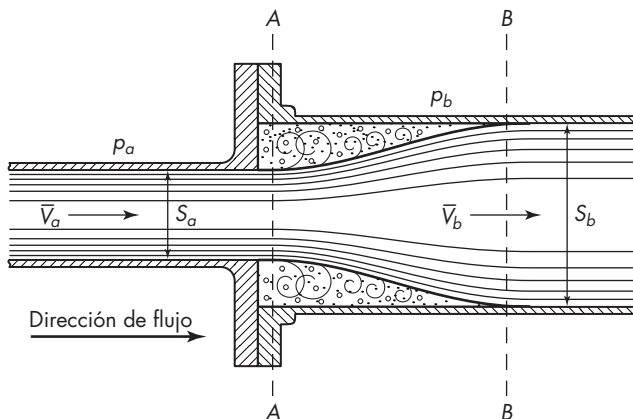


FIGURA 5.13

Flujo en una expansión súbita de la sección transversal.

De acuerdo con la ecuación (4.13), $\bar{V}_b = \bar{V}_a (S_a/S_b)$ como ρ es constante, la ecuación (5.67) queda

$$h_{fe} = \frac{\bar{V}_a^2}{2} \left(1 - \frac{S_a}{S_b} \right)^2 \quad (5.68)$$

Una comparación entre las ecuaciones (5.64) y (5.68) muestra que

$$K_e = \left(1 - \frac{S_a}{S_b} \right)^2 \quad (5.69)$$

Si el tipo de flujo entre las dos secciones es diferente, han de tenerse en cuenta los factores de corrección α y β . Por ejemplo, si el flujo es laminar en la tubería expandida y turbulento en la estrecha, se considera α_b igual a 2 y β_b como $\frac{4}{3}$ en las ecuaciones (5.65) y (5.66).

Pérdida por fricción debida a una contracción súbita de la sección transversal

Cuando se reduce de manera súbita la sección transversal del conducto, la corriente del fluido no puede adaptarse al borde pronunciado y la corriente pierde el contacto con la pared del conducto. Como consecuencia, se forma un torrente (o chorro) que se proyecta en el interior del fluido estancado en la parte estrecha del conducto. El torrente primero se contrae y luego se expande hasta ocupar toda la sección estrecha, reestableciéndose la corriente de salida, desde el punto de contracción a la distribución normal de velocidad. La sección del área mínima en la que el torrente pasa de la contracción a la expansión recibe el nombre de *vena contracta*. En la figura 5.14 se representa el patrón de flujo en una contracción súbita. La sección CC corta a la vena contracta. Como se muestra en la figura, se forman vórtices.

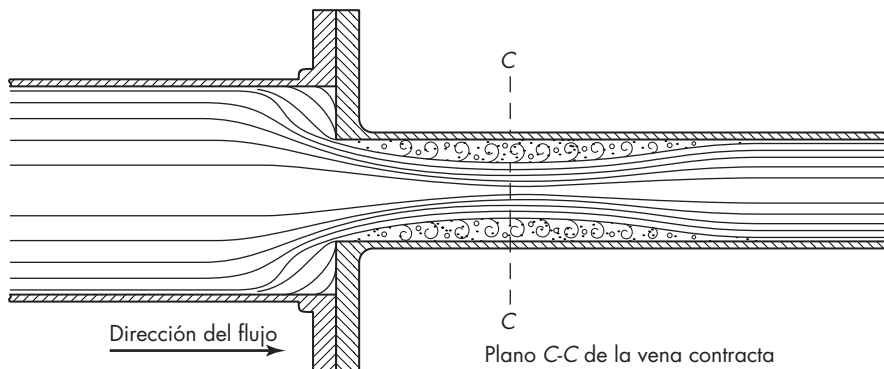


FIGURA 5.14

Flujo en una contracción súbita de la sección transversal.

La pérdida de fricción debida a una contracción súbita, es proporcional a la carga de velocidad en el conducto estrecho y se calcula mediante la ecuación

$$h_{fc} = K_c \frac{\bar{V}_b^2}{2} \quad (5.70)$$

donde K_c es el factor de proporcionalidad, que recibe el nombre de *coeficiente de pérdida por contracción* y $\bar{V}_b$ es la velocidad media de la corriente a la salida de la sección estrecha. En forma experimental, se encuentra que para el flujo laminar, $K_c < 0.1$, y la pérdida de contracción h_{fc} es insignificante. Para el flujo turbulento, el valor de K_c está dado por la ecuación empírica

$$K_c = 0.4 \left(1 - \frac{S_b}{S_a} \right) \quad (5.71)$$

donde S_a y S_b son las áreas de sección transversal de los ductos de la corriente al ingreso y a la salida, respectivamente. Cuando se descarga un líquido a través de una tubería soldada a la pared de un gran tanque, S_b/S_a es casi cero y $K_c \cong 0.4$. El valor de K_c no puede ser predicho con exactitud a partir de la teoría, sino que corresponde al área de una vena contracta de aproximadamente $0.6 S_b$. La velocidad en la vena contracta es entonces de alrededor de $\bar{V}_b/0.6$ y la energía cinética es $(1/0.6)^2$ o 2.8 veces la energía cinética de la corriente final. Sin embargo, de acuerdo con la ecuación (5.68), la fracción de pérdida de energía cuando la corriente se expande más allá de la vena contracta es sólo $(1 - 0.6)^2$, o una pérdida de $0.16 \times 2.8 \times \bar{V}_b^2/2$, que corresponde a $K_c = 0.44$.

Efecto de válvulas y accesorios

Las válvulas y accesorios alteran las líneas normales de flujo y dan lugar a fricción. En conductos de corta longitud con muchos accesorios, las pérdidas por fricción causadas a los mismos llegan a ser mayores que las correspondientes a la longitud recta de la tubería. La pérdida por fricción de flujo h_{ff} debida a los accesorios, se calcula a partir de una ecuación similar a las ecuaciones (5.64) y (5.70):

$$h_{ff} = K_f \frac{\bar{V}_a^2}{2} \quad (5.72)$$

donde K_f = factor de pérdida para el accesorio

$\bar{V}_a$ = velocidad media en la tubería que conduce al accesorio

El factor K_f se determina experimentalmente y es diferente para cada tipo de conexión. En la tabla 5.1 se presenta una pequeña lista de estos factores.

Pérdidas por fricción de forma en la ecuación de Bernoulli. Las pérdidas por fricción de forma se incorporan en el término h_f de la ecuación (4.74). Se combinan con las pérdidas por fricción de superficie de la tubería recta para dar lugar a la pérdida de fricción total. Considere, por ejemplo, el flujo de un fluido no compresible a través de dos cabezales ensanchados, del tubo que los une, y con la válvula de globo abierta que se muestra en la figura 5.15. Sea $\bar{V}$ la velocidad media en el tubo, D el diámetro del tubo y L su longitud. La pérdida por fricción de superficie en el tubo recto, de acuerdo

TABLA 5.1

Coeficientes de pérdida por fricción en accesorios de tubería con cuerda estándar^{9b}

Accesorio	K_f
Codo estándar	
45°	0.35
90°	0.75
T	
En líneas rectas	0.4
Usados como codo	1.0
Retorno, 180°	1.5
Válvula de compuerta	
Semiabierta	4.5
Completamente abierta	0.17
Válvula de ángulo, completamente abierta	2.0
Válvula de globo, completamente abierta	6.0

a la ecuación (5.7), es $4f(L/D)(\bar{V}^2/2)$; la pérdida de contracción a la entrada del tubo, de acuerdo con la ecuación (5.70), es $K_c(\bar{V}^2/2)$; la pérdida por expansión a la salida del tubo, según la ecuación (5.64), es $K_e(\bar{V}^2/2)$; y la pérdida por fricción en la válvula de globo, según la ecuación (5.72), es $K_f(\bar{V}^2/2)$. Si la fricción de superficie en la entrada y salida de los cabezales es insignificante, la fricción total es

$$h_f = \left(4f \frac{L}{D} + K_c + K_e + K_f \right) \frac{\bar{V}^2}{2} \quad (5.73)$$

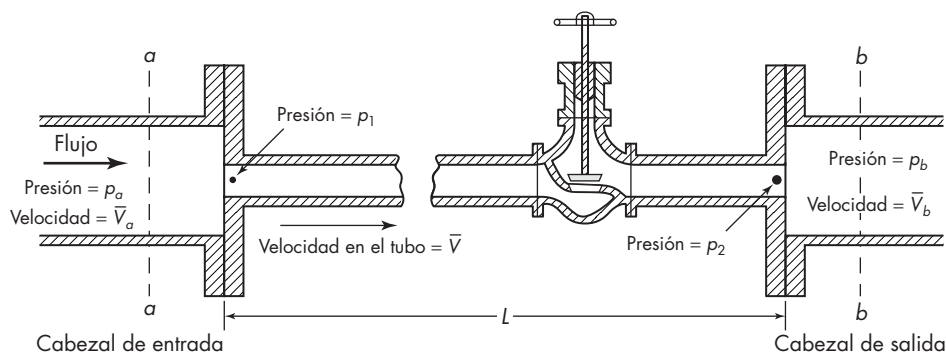


FIGURA 5.15

Flujo de un fluido incompresible a través de una instalación típica.

Para aplicar la ecuación de Bernoulli a este equipo, considere el punto a en la entrada de cabezal y el punto b en la salida del mismo. Ya que no hay bomba entre los puntos a y b , $W_p = 0$; además α_a y α_b pueden tomarse como 1.0, el término de energía cinética se cancela y la ecuación (4.74) se convierte en

$$\frac{p_a - p_b}{\rho} + g(Z_a - Z_b) = \left(4f \frac{L}{D} + K_c + K_e + K_f \right) \frac{\bar{V}^2}{2} \quad (5.74)$$

EJEMPLO 5.2 El petróleo crudo, que tiene una gravedad específica de 0.93 y una viscosidad de 4 cP, se descarga por gravedad desde el fondo de un tanque. La profundidad del líquido sobre la conexión de descarga en el tanque es de 6 m. La línea de descarga es una tubería 3 in. norma 40 para la tubería. Su longitud es de 45 m, y contiene un codo de 90° y dos válvulas de compuerta. El crudo descarga a la atmósfera en un punto situado a 9 m por debajo del punto de conexión al tanque. ¿Qué velocidad de flujo, en metros cúbicos por hora, cabe esperar a través de la línea de descarga?

Solución Los valores que se necesitan son

$$\mu = 0.004 \text{ kg/m} \cdot \text{s} \quad L = 45 \text{ m}$$

$$D = \frac{3.068}{12} = 0.256 \text{ ft (Ap. 3)} = 0.078 \text{ m}$$

$$\rho = 0.93 \times 998 = 928 \text{ kg/m}^3$$

Según la tabla 5.1, para los accesorios

$$\sum K_f = 0.75 + 2 \times 0.17 = 1.09$$

A partir de la ecuación (4.71), suponiendo que $\alpha_b = 1$, y ya que $p_a = p_b$ y $\bar{V}_a = 0$,

$$\frac{\bar{V}_b^2}{2} + h_f = g(Z_a - Z_b) = 9.80665(6 + 9) = 147.1 \text{ m}^2/\text{s}^2 \quad (5.75)$$

Se utiliza la ecuación (5.73). En este caso no hay pérdida de expansión final, ya que la corriente no se expande en la descarga, y $K_c = 0$. Según la ecuación (5.71), como S_a es muy grande, $K_c = 0.4$. Por lo tanto,

$$\begin{aligned} h_f &= \left(4f \frac{L}{D} + K_c + \sum K_f \right) \frac{\bar{V}_b^2}{2} \\ &= \left(\frac{4 \times 45f}{0.078} + 0.4 + 1.09 \right) \frac{\bar{V}_b^2}{2} = (2\,308f + 1.49) \frac{\bar{V}_b^2}{2} \end{aligned}$$

Según la ecuación (5.75)

$$\begin{aligned} \frac{V_b^2}{2} + h_f &= \frac{\bar{V}_b^2}{2} (1 + 2\,308f + 1.49) = 147.1 \\ V_b^2 &= \frac{147.1 \times 2}{2.49 + 2\,308f} = \frac{294.2}{2.49 + 2\,308f} \end{aligned}$$

Se usa la figura 5.10 para obtener f . Para este problema

$$\text{Re} = \frac{0.078 \times 928 \bar{V}_b}{0.004} = 18\,096 \bar{V}_b$$

$$\frac{k}{D} = 0.00015 \times \frac{0.3048}{0.078} = 0.00059$$

Por medio de tanteos se obtiene:

$\bar{V}_{b,\text{est.}}, \text{ m/s}$	$\text{Re} \times 10^{-4}$	f (de la fig. 5.10)	$\bar{V}_{b,\text{cal.}}, \text{ m/s}$
4.00	7.23	0.0056	4.37
4.37	7.91	0.0055	4.40
4.40	7.96	0.0055	4.40

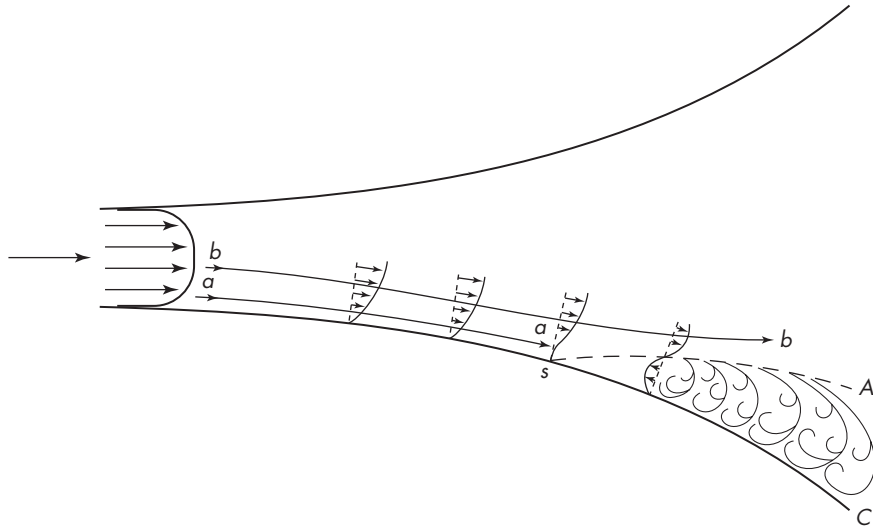
El área de la sección transversal de la tubería es 0.0513 ft^2 , o 0.00477 m^2 (apéndice 3), y la velocidad de flujo es $4.40 \times 3\,600 \times 0.00477 = 75.6 \text{ m}^3/\text{h}$.

Las velocidades de 2 a 4 m/s de los ejemplos 5.1 y 5.2 son características del flujo de líquidos en tuberías de tamaño medio. La velocidad óptima o el tamaño óptimo de tubería para una determinada velocidad de flujo depende de los costos de bombeo y del capital invertido. En el capítulo 8 se da una ecuación empírica para la velocidad óptima. Para flujo de gases, la velocidad óptima es mucho mayor que para los líquidos, debido a la menor densidad de aquéllos.

Cargas (cabezas) de velocidad

Como muestra la ecuación (5.74), la pérdida de fricción en un sistema de flujo complejo se expresa como un número de *cargas de velocidad*, definido como $\bar{V}^2/2$ [o $\bar{V}^2/(2 g_c)$ en unidades fps]. Es una medida de la pérdida de momento resultante del flujo a través de la tubería o accesorios. Por ejemplo, en una T usada como codo, todo el momento en una dirección se pierde cuando la corriente gira 90° , mientras que en un codo estándar de 90° sólo tres cuartos del momento desaparecen. En una válvula de globo abierta, ilustrada en la figura 5.15, el flujo hace dos giros de 90° y pasa a través de una construcción, expandiéndose de nuevo al otro lado. Estos cambios en la velocidad y dirección llevan a una pérdida por fricción de 6 cargas (cabezas) de velocidad.

El siguiente es un método práctico rápido para la estimación de la fricción en una tubería recta. Considerando $4f(L/D) = 1.0$, resulta de la ecuación (5.7) que una longitud igual a un determinado número de diámetros de tubería genera una pérdida por fricción igual a una carga de velocidad. Puesto que para el flujo turbulento f varía desde aproximadamente 0.01 hasta 0.002, el número de diámetros equivalente a una carga de velocidad varía desde $1/(4 \times 0.01) = 25$ hasta $1/(4 \times 0.002) = 125$, dependiendo del número de Reynolds. En la práctica ordinaria se considera para este factor 50 diámetros de tubería. Así, si la tubería del sistema de la figura 5.15 es de acero estándar de 2 in. (DI real = 2.07 in.) y la longitud es de 100 ft, la fricción de superficie es equivalente a $(100 \times 12)/(2 \times 50) = 12$ cargas de velocidad. En este caso, la fricción del único accesorio, así como de la expansión y la contracción son insignificantes en comparación con la que tiene lugar en la tubería. En otros casos, cuando las tuberías son cortas mientras que las pérdidas por

**FIGURA 5.16**

Separación de la capa límite en un canal divergente.

accesorios, las expansiones y las contracciones son numerosas, las pérdidas por fricción en la tubería sola resultan despreciables.

Separación debida a la disminución de velocidad

La separación de la capa límite puede producirse aun cuando no exista cambio brusco de la sección transversal, si ésta aumenta continuamente. Considere, por ejemplo, el flujo de una corriente de fluido a través de un ensanchamiento expandido en forma cónica como se muestra en la figura 5.16. Debido al aumento de la sección transversal en la dirección de flujo, la velocidad de flujo disminuye y, de acuerdo con la ecuación de Bernoulli, la presión debe aumentar. Considere dos filamentos de corriente, uno aa , muy próximo a la pared y otro bb , a corta distancia de la pared. El aumento de presión en una longitud dada del conducto es la misma para ambos filamentos, ya que la presión es uniforme a través de cualquier sección transversal. Entonces, la pérdida de carga de velocidad es la misma para ambos filamentos. La carga inicial de velocidad del filamento aa es, sin embargo, menor que la del filamento bb debido a que el filamento aa está más cerca de la pared. Para una distancia definida a lo largo del conducto, se alcanza un punto, donde la velocidad del filamento aa se vuelve cero y en cambio las velocidades del filamento bb y de los otros filamentos más alejados de la pared que aa son todavía positivas. Éste es el punto s en la figura 5.16. Una vez sobrepasado el punto s , la velocidad junto en la pared cambia de signo, y aparece un flujo de retroceso entre la pared y el filamento aa , separándose la capa límite de la pared. En la figura 5.16 se representan varias curvas de velocidad u en función a la distancia de la pared y, donde se observa cómo la velocidad junto a la pared se hace cero en el punto s y posteriormente cambia de signo. El punto s se llama *punto de separación*. La línea sA recibe el nombre de *línea de velocidad tangencial cero*.

Los vórtices formados entre la pared y la corriente separada del fluido, una vez sobrepasado el punto de separación, dan lugar a grandes pérdidas por fricción de forma. La separación tiene lugar tanto para el flujo laminar como para el turbulento. El punto de separación está más alejado en el conducto para el flujo turbulento que para el laminar. Es posible evitar la separación si el ángulo formado entre la pared y el eje del conducto es suficientemente pequeño. El ángulo máximo tolerable para una expansión cónica sin que se produzca separación es de 7° .

Disminución de las pérdidas por expansión y contracción

Las pérdidas por contracción se eliminan prácticamente reduciendo en forma gradual la sección transversal, en vez de hacerlo súbitamente. Por ejemplo, si la reducción de la sección transversal que se muestra en la figura 5.14 se obtiene por medio de un cono de reducción o una entrada en forma de trompeta a la tubería más pequeña, el coeficiente de contracción K_c se reduce a un valor aproximadamente igual a 0.05 para todos los valores de S_b/S_a . La separación y formación de la vena contracta no se produce a menos que la sección transversal disminuya en forma repentina.

Las pérdidas por expansión también se reducen a un mínimo si se utiliza un cono de expansión en vez de la unión que se representa en la figura 5.13. Sin embargo, es preciso que el ángulo formado entre la pared divergente y el eje del cono sea inferior a 7° , pues de lo contrario se producirá la separación. Para ángulos de 35° o superiores, las pérdidas en un cono de expansión serán mayores que las correspondientes a una expansión súbita de la misma relación de áreas S_a/S_b , a causa de la excesiva fricción de forma que se origina como consecuencia de los vórtices formados en la separación.

SÍMBOLOS

b	Ancho de un ducto cuadrado, m o ft; también espacio entre placas paralelas, m o ft
c_v	Calor específico a volumen constante, J/kg · °C o Btu/lb · °F
D	Diámetro, m o ft; D_{eq} , diámetro equivalente de un canal no circular; D_i , diámetro interior del espacio anular; D_o , diámetro exterior del espacio anular
F	Fuerza, N o lb; F_g , fuerza de gravedad; F_s , fuerza de corte; F_w , fuerza neta de la pared del canal sobre el fluido
f	Factor de fricción de Fanning, adimensional
g_c	Factor de proporcionalidad de la ley de Newton, 32.174 ft · lb/lb · s ²
h_f	Pérdida de fricción, J/kg o ft · lb _f /lb; h_{fc} , en una contracción súbita; h_{fe} , de una expansión súbita; h_{fp} , en flujo a través de accesorios o válvulas; h_{fs} , fricción de superficie
K	Constante en las ecuaciones (5.25) y (5.27)
K_c	Coefficiente de pérdida por contracción, adimensional
K_e	Coefficiente de pérdida por expansión, adimensional
K_f	Factor de pérdida para accesorios o válvulas, adimensional
K'	Índice de consistencia del flujo, kg/m · s ^{2-n'} lb/ft · s ^{2-n'}
k	Parámetro de rugosidad, m o ft
L	Longitud, m o ft
L_p	Perímetro húmedo, m o ft
m	Velocidad de flujo másico kg/s o lb/s

n'	Índice de comportamiento de flujo, adimensional
p	Presión, N/m ² o lb _f /ft ² ; p_a , en el punto a ; p_b , en el punto b
Q	Calor generado por la disipación viscosa, J
Re	Número de Reynolds, adimensional; Re_n , número de Reynolds modificado para fluidos no newtonianos, definido por la ecuación (5.58)
r	Distancia radial desde el eje de la tubería, m o ft; r_c , radio de un cilindro de fluido con flujo pistón; r_w , radio de la tubería
r_H	Radio hidráulico del conducto, m o ft
S	Área de la sección transversal, m ² o ft ² ; S_a , en el punto a ; S_b , en el punto b
T	Temperatura, °C o °F
u	Velocidad neta o local media con respecto al tiempo de un fluido en la dirección x , m/s o ft/s; u_c , velocidad de un cilindro de fluido plástico con flujo pistón; $u_{máx}$, velocidad local máxima
u^*	Velocidad de fricción, $\bar{V}/\sqrt{f/2}$
u^+	Cociente adimensional de velocidad, u/u^* ; u_c^+ , al eje de la tubería
V	Volumen
$\bar{V}$	Velocidad media del fluido en la dirección x ; $\bar{V}_a$, $\bar{V}_b$, en los puntos a y b
W_p	Trabajo de bomba, J/kg o ft · lb _f /lb
y	Distancia radial desde la pared de la tubería, m o ft
y^+	Distancia adimensional, yu^*/ν ; y_c^+ , en el eje de la tubería
Z	Altura sobre el plano de referencia, m o ft; Z_a , en el punto a ; Z_b , en el punto b

Letras griegas

α	Factor de corrección de la energía cinética, adimensional; α_a , en el punto a ; α_b , en el punto b
β	Factor de corrección del momento, adimensional; β_a , en el punto a ; β_b , en el punto b
Δp	Pérdida de presión, $p_a - p_b$; Δp_s , por la fricción de superficie
ΔT	Incremento de la temperatura por la disipación viscosa, °C
κ	Relación r_i/r_o en flujo anular [ecuación (5.28)]
μ	Viscosidad absoluta, P o lb/ft · s; μ_w , a la temperatura de la pared de la tubería
ν	Viscosidad cinemática, μ/ρ , m ² /s o ft ² /s
ρ	Densidad, kg/m ³ o lb/ft ³
τ	Esfuerzo cortante, N/m ² o lb _f /ft ² ; τ_w , en la pared de la tubería; τ_0 , tensión mínima en un fluido plástico
ϕ_a	Factor en la ecuación (5.30) para flujo laminar en el espacio anular, adimensional
ψ	Factor de corrección de la temperatura para la fricción de superficie, adimensional

PROBLEMAS

5.1. Demuestre que el flujo de un líquido en régimen laminar entre placas planas paralelas infinitas está dado por

$$p_a - p_b = \frac{12\mu\bar{V}L}{b^2}$$

donde L = longitud de la placa en la dirección del flujo
 b = distancia entre las placas

Desprecie los efectos finales.

- 5.2.** Para el flujo del agua en una tubería lisa de 60 mm con $Re = 5 \times 10^4$, ¿cuál es el espesor de la subcapa viscosa? ¿Qué fracción representa del área de la seccional transversal de la tubería? ¿Qué fracción aproximada del flujo hay en la subcapa viscosa?
- 5.3.** Por un conducto rectangular, con una elevada relación entre las caras, circula un fluido newtoniano con flujo laminar. Deduzca la relación entre la velocidad local y la máxima, y determine también la relación $u_{\text{máx}}/\bar{V}$.
- 5.4.** Calcule la potencia requerida por metro de ancho de la corriente, para hacer pasar un aceite lubricante a través del espacio que existe entre dos placas planas horizontales bajo las siguientes condiciones:
- Distancia entre las placas, 6 mm
 - Velocidad de flujo de aceite por metro de anchura, 100 m³/h
 - Viscosidad del aceite, 25 cP
 - Densidad del aceite, 0.88 g/cm³
 - Longitud de las placas, 3 m
- Suponga que las placas son muy anchas en comparación con la distancia entre ellos y los efectos finales son despreciables.
- 5.5.** ¿Cuál sería el incremento de la temperatura en el aceite causado por la disipación viscosa bajo las condiciones del problema 5.4 si el calor específico del aceite es 0.5 cal/g · °C y su densidad es de 820 kg/m³?
- 5.6.** Un líquido con una gravedad específica de 2.6 y viscosidad de 2.0 cP fluye a través de una tubería lisa de diámetro desconocido, dando lugar a una caída de presión de 0.183 lb_f/in.² por 1.73 mi. ¿Cuál es el diámetro de la tubería en pulgadas si la velocidad de masa del flujo es de 7000 lb/h?
- 5.7.** A través de una tubería de acero de 8 in. circula agua con una velocidad promedio de 6 ft/s. La corriente a la salida de la tubería se divide en una rama principal de 8 in. y una desviación alterna de 2 in. La longitud equivalente de la desviación es de 22 ft; la longitud de la tubería es de 8 in. y en la sección que comprende la desviación es de 16 ft. Despreciando las pérdidas de entrada y salida, ¿qué fracción del flujo total del agua pasa a través de la desviación?
- 5.8.** Una tubería de acero de 2 ft de diámetro conduce agua a 15 ft/s. Si la tubería tiene una rugosidad de 0.0003 ft, ¿podría aumentarse la capacidad mediante un recubrimiento liso de plástico que reduzca el diámetro interior a 1.9 ft? Calcule la variación de la caída de presión para el mismo flujo y el cambio en la capacidad para una caída de presión dada.
- 5.9.** Se bombea agua a 60 °F desde un recipiente hasta la cima de una montaña a través de una tubería de 6 in. Norma 120, con una velocidad media de 12 ft/s. La tubería descarga a la atmósfera a una altura de 3000 ft sobre el nivel del recipiente. La longitud de la tubería de 4500 ft. Si la eficacia total de la bomba y el motor que la acciona es de 70%, y si el costo de la energía eléctrica es de 4 centavos por kilowatt-hora, ¿cuál es el costo de la energía por hora para el bombeo de esta agua?
- 5.10.** Una unidad de ósmosis inversa para purificación de agua tiene cerca de 900 000 fibras huecas que permiten la difusión del agua pero impiden el paso de la mayor parte de la sal. Las fibras

tienen un diámetro exterior de $85 \mu\text{m}$, un diámetro interior de 42 mm y cerca de 3 ft de longitud. La velocidad promedio del flujo a través de los tubos es de 2000 galones de agua cada 24 horas, cuando la presión de la alimentación es de 400 psig . ¿Cuál es la caída de presión en una fibra individual desde el extremo de la alimentación hasta el extremo de la descarga?

- 5.11.** El cloro gaseoso que sale de un reactor a 200°C y 1.5 atm con un flujo de 4 lb/min , se comprime y recicla hacia el reactor, donde la presión es de 1.6 atm . La longitud de la tubería requerida es aproximadamente de 80 ft , y la línea tendrá seis codos y dos válvulas de globo. Sugiera un tamaño de tubería y calcule la velocidad y caída de presión.
- 5.12.** Los gases de escape de una planta de potencia pasan a través de un ducto rectangular de 15 por 20 ft con una velocidad promedio de 50 ft/s . La longitud total del ducto es de 250 ft , y existen dos codos de 90° . El gas se encuentra a una temperatura de 180°F y aproximadamente a 1 atm de presión, y las propiedades son similares a las del aire. Calcule la caída de presión en el ducto y la potencia requerida para superar las pérdidas de presión.
- 5.13.** Una bomba centrífuga succiona salmuera del fondo de un tanque de suministro y la descarga en el fondo de otro tanque. El nivel de la salmuera en el tanque de descarga está a 150 ft por encima del tanque de suministro. La tubería entre los tanques es de 600 ft de 4 in. , Norma 40. La velocidad de flujo es de 400 gal/min . En la línea de la tubería hay dos válvulas de compuerta, cuatro “tes” estándar y cuatro codos de 90° . ¿Cuál es el costo de la energía para accionar la bomba por 24 horas/día? La gravedad específica de la salmuera es de 1.18 , y su viscosidad es de 1.2 cP , y la energía tiene un costo de $\$400$ por caballo de poder al año, sobre una base de 300 días/año. La eficiencia global de la bomba y el motor es de 60% .
- 5.14.** Se bombea agua enfriada para una planta química desde un río ubicado a 2500 ft del sitio de la planta. Un diseño preliminar indica que se ha de utilizar una tubería de acero de 6 in. , para un flujo de 600 gal/min . Calcule la caída de presión y el costo anual de bombeo si la energía cuesta 3 centavos por kilowatt-hora. ¿Podría reducir el costo de la energía si se usa una tubería de 8 in. , y será suficiente para contrarrestar el incremento en el costo de la tubería? Utilice $\$15/\text{ft}$ de longitud para el costo de la instalación de la tubería de 6 in. y $\$20/\text{ft}$ para la de 8 in. Las cargas anuales representan 20% de los costos de instalación.
- 5.15.** Un ventilador toma aire en reposo y lo envía a través de un ducto rectangular de 200 por 300 mm y 45 m de longitud. El aire entra a 15°C y a una presión absoluta de 750 mm de Hg con una velocidad de $0.6 \text{ m}^3/\text{s}$. ¿Cuál es la potencia teóricamente requerida?
- 5.16.** El flujo laminar de una cierta disolución acuosa de sulfonato de poliestireno se representa mediante el modelo de Ostwald-de Waele utilizando un exponente de 0.500 . La disolución se encuentra en un tanque cilíndrico vertical. Dicha disolución circula a través de un tubo horizontal conectado al fondo del tanque. a) Si el tiempo para disminuir la altura de la disolución en el tanque desde 10.00 hasta 9.90 m es de 30.0 min , ¿cuánto tiempo se requiere para vaciar la mitad del tanque (desde una altura de 10.0 m hasta una de 5.0 m)? b) Si el tanque tiene un diámetro de 2.0 m y la tubería un diámetro de 0.050 m con una longitud de 200 m , ¿cuál es el índice de consistencia del flujo de la disolución? La disolución tiene una densidad de 1200 kg/m^3 .
- 5.17.** Una parte del sistema de protección contra incendios se diseñó como una tubería lisa con un diámetro de 0.12 m , una longitud de 600 m y un desnivel de 12 m . Los efectos finales se desprecian. ¿Cuánto óxido de polietileno deberá añadirse al agua a 25°C para aumentar la velocidad de flujo por un factor de 1.25 ? (Véase figura 5.12.)
- 5.18.** De un tanque de 750 m^3 fluyen aguas negras por gravedad a través de una tubería de acero de 150 mm de diámetro y 1000 m de largo que termina a 15 m debajo del fondo del tanque. Si la profundidad normal del tanque es de 3.5 m , ¿cuál es la velocidad de descarga, en m^3/h ?

- 5.19.** a) ¿Cuál es la velocidad de flujo máximo en gal/min que circula a través de 120 ft de una manguera de incendios de 2.5 in de diámetro, si la presión manométrica de descarga de la bomba es de 125 lb_f/in²? Asuma que la superficie de la manguera es dos veces más rugosa que una tubería de acero; b) ¿cuánto se podría aumentar el flujo si el agua contuviera 50 ppm de óxido de etileno?
- 5.20.** Un dispositivo para el análisis químico de pequeñas porciones de solución acuosa (un “laboratorio en un *chip*”) posee canales de 100 μm de ancho y 10 μm de profundidad. Si la viscosidad de la solución es de 1.3 cP y la densidad, de 1 050 kg/m³, ¿cuáles son el número de Reynolds y la caída de presión por unidad de longitud cuando la velocidad promedio es de 0.1 m/s? Exprese la caída de presión en Pa/m y en bar/cm.
- 5.21.** Para el flujo en un *chip* con canales cuadrados de 300 μm por lado, ¿qué velocidad del fluido, en m/s, corresponde a un número de Reynolds de 10, si el fluido es agua a 20 °C?, ¿cuál es si es aire a 70 °C?
- 5.22.** De un conducto cuadrado de 3 m de lado de un incinerador municipal fluye gas a 800 °C y a aproximadamente 1 atm. La viscosidad y la densidad son cercanas a las del aire a 800 °C. a) Para una velocidad de un gas de 4.0 m/s, ¿cuál es la caída de presión por unidad de longitud?; b) Estime el espesor de la subcapa viscosa y la de la capa amortiguadora (*buffer*); c) ¿Qué fracción del flujo total se encuentra en cada una de estas capas?
- 5.23.** Utilice la distribución de velocidad universal para calcular la relación $\bar{V}/u_{\text{max}}$ para $\text{Re} = 10^4$, 10^5 y 10^6 . Use las propiedades del agua a 20 °C para simplificar el cálculo. Compare sus relaciones con los valores de la figura 5.8.

REFERENCIAS

1. Bird, R.B., W.E. Stewart y E.N. Lightfoot. *Transport Phenomena*. Nueva York: Wiley, 1960, pp. 51-53.
2. Dodge, D.W. y A.B. Metzner. *AIChE J.* **5**: 189 (1959).
3. Garde, R.J. *Turbulent Flow*. Nueva York: Wiley, 1994.
4. Kays, W.M. y A.L. London. *Compact Heat Exchangers*. 2a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1964.
5. Knudsen, J.G. y D.L. Katz. *Fluid Dynamics and Heat Transfer*. Nueva York: McGraw-Hill, 1958, pp. 97, 101-105, 158-171.
6. Lumley, J.A. *Physics of Fluids* **20**(10): S64 (1977).
7. Middleman, S. *An Introduction to Fluid Dynamics*. Nueva York: Wiley, 1998, p. 469.
8. Patterson, R.W. y F.H. Abernathy. *J. Fluid Mech.* **51**: 177 (1972).
9. Pearson, J.R.A. *Mechanics of Polymer Processing*. Londres: Elsevier, 1958, pp. 191-194.
10. Perry, R.H. y D. W. Green, eds. *Perry's Chemical Engineers' Handbook*. 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1997, a) p. 6-12; b) p. 6-18.
11. Prandtl, L. *VDIZ.* **77**: 105 (1933).
12. Schlichting, H. *Boundary Layer Theory*. 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1979.
13. Toms, B.A. *Proc. Intern. Congr. Rheology, Holland*. Amsterdam: North-Holland, 1949, p. II-135.
14. Vinogradov, G.V., G.B. Froishteter, K.K. Trilisky y E.L. Smorodinsky. *Rheologica Acta* **14**: 765 (1975).

CAPÍTULO 6

Flujo de fluidos compresibles

En aplicaciones importantes de la dinámica de fluidos, es necesario tener en cuenta las variaciones de densidad. El campo completo de los fluidos compresibles es muy extenso y comprende intervalos amplios de presión, temperatura y velocidad. En la práctica de la ingeniería química interviene un área relativamente pequeña de este campo. En el flujo de fluidos no compresibles, el parámetro fundamental es el número de Reynolds, el cual es también un parámetro importante en algunas aplicaciones del flujo de fluidos compresibles. En el flujo de fluidos compresibles, a densidades ordinarias y velocidades elevadas, el parámetro fundamental es el número de Mach. A densidades muy bajas, para las que la trayectoria libre media de las moléculas es considerable, en comparación con el tamaño del equipo o de los cuerpos sólidos en contacto con el gas, es preciso considerar otros factores. Este tipo de flujo no se estudia en este libro.

DEFINICIONES Y ECUACIONES BÁSICAS

El número de Mach, que se representa por Ma , se define como la relación entre la velocidad del fluido u y la velocidad del sonido a en el fluido, para las condiciones de flujo

$$Ma \equiv \frac{u}{a} \quad (6.1)$$

Se entiende por velocidad del fluido, la magnitud de la velocidad relativa del fluido con respecto al sólido que lo limita o en el cual está sumergido, bien considerando que el sólido es estacionario y el fluido se mueve sobre él, o bien que el fluido está estacionario y el sólido se mueve a través del fluido. La primera situación es la más común en ingeniería química, mientras que la segunda es de mayor importancia en aeronáutica, para el movimiento de proyectiles, cohetes y otros cuerpos sólidos a través de la atmósfera. Por definición, el número de Mach es igual a la unidad, cuando la velocidad del fluido es igual a la del sonido en el mismo fluido, a la presión y temperatura del fluido. Ya sea que el número de Mach sea menor, igual o mayor que la unidad, el flujo recibe el nombre de *subsónico*, *sónico* o *supersónico*. Los problemas más interesantes del flujo de fluidos

compresibles, se encuentran en el intervalo de velocidades elevadas, para las cuales el número de Mach es próximo a la unidad o cuando el flujo es supersónico.

En este capítulo se hacen las siguientes suposiciones, a fin de simplificar. Aun cuando quizá parezcan restrictivas, muchas situaciones reales en ingeniería pueden representarse adecuadamente por los modelos matemáticos que se obtienen dentro de las limitaciones de dichas suposiciones.

1. El flujo es estacionario.
2. El flujo es unidimensional.
3. Los gradientes de velocidad dentro de una sección transversal son despreciables, de forma que $\alpha = \beta = 1$ y $\bar{V} = u$.
4. La fricción está restringida al esfuerzo cortante sobre la pared.
5. El trabajo de eje es cero.
6. Los efectos de la gravedad son despreciables y se ignora la energía potencial mecánica.
7. El fluido es un gas ideal de calor específico constante.

Se utilizan las siguientes relaciones básicas:

1. La ecuación de continuidad.
2. El balance de energía total para el flujo estacionario.
3. El balance de energía mecánica con fricción en la pared.
4. La ecuación para la velocidad del sonido.
5. La ecuación de estado de los gases ideales.

Cada una de estas ecuaciones se expresa en una forma adecuada.

Ecuación de continuidad

Expresando la ecuación (4.7) en forma logarítmica:

$$\ln \rho + \ln S + \ln u = \text{constante}$$

y diferenciándola, se obtiene

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dS}{S} + \frac{du}{u} = 0 \quad (6.2)$$

Balance de energía total

Considere un fluido a través de un sistema en flujo estacionario que entra en el punto a con una velocidad u_a y una entalpía H_a y lo deja en el punto b con una velocidad u_b y una entalpía H_b . Para el flujo de m kilogramos de material, se aplica calor al fluido en una cantidad Q en Joules a través de los límites del sistema. Dado que la diferencia de altura entre los puntos a y b es despreciable, y no hay intercambios de trabajo en el sistema y el exterior, la ecuación de energía total en flujo estacionario (1.59) se escribe omitiendo los términos para la energía potencial y el trabajo de eje. El calor aplicado al fluido viene dado por la ecuación

$$\frac{Q}{m} = H_b - H_a + \frac{u_b^2}{2} - \frac{u_a^2}{2} \quad (6.3)$$

y expresada en forma diferencial

$$\frac{dQ}{m} = dH + d\left(\frac{u^2}{2}\right) \quad (6.4)$$

Balance de energía mecánica

Para una longitud pequeña de conducto, la ecuación (4.71) se expresa en la forma diferencial siguiente:

$$\frac{dp}{\rho} + d\left(\frac{\alpha \bar{V}^2}{2}\right) + g dZ + dh_f = 0 \quad (6.5)$$

Esta ecuación se simplifica, considerando las suposiciones que se han efectuado, omitiendo los términos de energía potencial, teniendo en cuenta que $\alpha_a = \alpha_b = 1.0$, $u = \bar{V}$, y que sólo hay fricción ocasionada por el esfuerzo cortante sobre la pared. La ecuación (6.5) se transforma entonces en

$$\frac{dp}{\rho} + d\left(\frac{u^2}{2}\right) + dh_{fs} = 0 \quad (6.6)$$

A partir de la ecuación (5.7), con $D = 4r_H$,

$$dh_{fs} = \frac{u^2}{2} \frac{f dL}{r_H} \quad (6.7)$$

Eliminando dh_{fs} de las ecuaciones (6.6) y (6.7), se obtiene la ecuación de la energía mecánica en la forma adecuada para el estudio del flujo de fluidos compresibles:

$$\frac{dp}{\rho} + d\left(\frac{u^2}{2}\right) + \frac{u^2}{2} \frac{f dL}{r_H} = 0 \quad (6.8)$$

Velocidad del sonido

La velocidad del sonido a través de un medio material continuo, llamada también *velocidad acústica*, es la velocidad de una onda muy pequeña de compresión-expansión, que se mueve a través del medio adiabáticamente y sin fricción. El movimiento de una onda sonora es desde el punto de vista termodinámico un proceso a entropía constante o isentrópico. La magnitud de la velocidad acústica en cualquier medio se encuentra en los libros de física, y es la siguiente:

$$a = \sqrt{\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_S} \quad (6.9)$$

donde el subíndice S indica que el proceso es isentrópico.

Ecuaciones de los gases ideales

De acuerdo con las suposiciones 1 a 6, las ecuaciones (6.2) a (6.9) se aplican a cualquier fluido. De hecho, se utilizan en el flujo de fluidos no compresibles suponiendo simple-

mente, que la densidad ρ es constante. Para aplicarlas al flujo de fluidos compresibles, es necesario relacionar la densidad con la temperatura y presión. La relación más sencilla y de gran utilidad en ingeniería, es la ley de los gases ideales [ecuación (1.56)], que en este caso se expresa en la forma siguiente:

$$p = \frac{R}{M} \rho T \quad (6.10)$$

donde R = constante molar de la ley de los gases ideales, en unidades de energía mecánica por mol y por grado de temperatura absoluta

M = peso molecular

El gas puede ser una sustancia pura o una mezcla, pero si no es una sustancia pura su composición no deberá cambiar. La ecuación (6.10) se expresa en forma logarítmica y al diferenciarla se obtiene

$$\frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T} \quad (6.11)$$

Puesto que se supone que el calor específico c_p es independiente de la temperatura, la entalpía del gas a la temperatura T es

$$H = H_0 + c_p(T - T_0) \quad (6.12)$$

donde H = entalpía por unidad de masa a la temperatura T

H_0 = entalpía a una temperatura arbitraria T_0

La ecuación (6.12) en forma diferencial es

$$dH = c_p dT \quad (6.13)$$

Velocidad acústica y número de Mach para un gas ideal. Las ecuaciones de una trayectoria isentrópica para un gas ideal son las siguientes:

$$p\rho^{-\gamma} = \text{constante} \quad (6.14)$$

$$Tp^{-(1-1/\gamma)} = \text{constante} \quad (6.15)$$

donde γ es la relación entre c_p , calor específico a presión constante y c_v , calor específico a volumen constante. Para un gas ideal,

$$\gamma \equiv \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_p}{c_p - R/M} \quad (6.16)$$

Como se ha supuesto que c_p es independiente de la temperatura, también lo serán c_v y γ .

La relación $(dp/d\rho)_s$ se calcula diferenciando la forma logarítmica de la ecuación (6.14), para obtener

$$\frac{dp}{p} - \gamma \frac{d\rho}{\rho} = 0 \quad \text{y} \quad \left(\frac{dp}{d\rho} \right)_s = \gamma \frac{p}{\rho}$$

Al sustituir este valor en la ecuación (6.9), se obtiene

$$a = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma TR}{M}} \quad (6.17)$$

Para establecer la segunda igualdad en la ecuación (6.17) se utiliza la ecuación (6.10), la cual indica que la velocidad acústica de un gas ideal es función únicamente de la temperatura. A partir de las ecuaciones (6.1) y (6.17) se obtiene la siguiente expresión que es el cuadrado del número de Mach de un gas ideal

$$\text{Ma}^2 = \frac{\rho u^2}{\gamma p} = \frac{u^2}{\gamma TR/M} \quad (6.18)$$

La condición asterisco

En algunos procesos de flujo de fluidos compresibles es importante el caso en que el fluido se mueve a su velocidad acústica. La condición para la cual $u = a$ y $\text{Ma} = 1$ recibe el nombre de *condición asterisco*. En este estado la presión, la temperatura, la densidad y la entalpía se representan por p^* , T^* , ρ^* y H^* , respectivamente.

Temperatura de estancamiento

La temperatura de estancamiento de un fluido a alta velocidad, se define como la temperatura que el fluido alcanzaría como si éste hubiese sido conducido adiabáticamente sin producir trabajo de eje. La relación entre la temperatura y la velocidad reales del fluido, y la temperatura de estancamiento se determina mediante la ecuación de la energía total (6.3) y la ecuación de la entalpía (6.12). Se considera el punto a de la ecuación (6.3) como referencia para el estado del gas en movimiento a la temperatura T y entalpía H , y el punto b como el estado de referencia 0 de la ecuación (6.12) para la condición de estancamiento, que se representa por el subíndice s . Entonces $u_a = u$, la velocidad del gas, y $u_b = u_s = 0$. Puesto que el proceso es adiabático y $Q = 0$, la ecuación (6.3) se convierte en

$$H_s - H = \frac{u^2}{2} = H_0 - H \quad (6.19)$$

Eliminando $H_0 - H$ de la ecuación (6.19) usando la ecuación (6.12), se obtiene, para la temperatura de estancamiento T_s ,

$$T_s = T + \frac{u^2}{2c_p} \quad (6.20)$$

La entalpía de estancamiento H_s se define por la ecuación

$$H_s = H + \frac{u^2}{2} \quad (6.21)$$

La ecuación (6.3) queda

$$\frac{Q}{m} = H_{sb} - H_{sa} = (T_{sb} - T_{sa})c_p \quad (6.22)$$

donde H_{sa} y H_{sb} son las entalpías de estancamiento en los estados a y b respectivamente. Para un proceso adiabático, $Q = 0$, $T_{sa} = T_{sb}$, y la temperatura de estancamiento es constante.

PROCESOS DE FLUJO DE FLUIDOS COMPRESIBLES

Los procesos de flujo que se consideran en este capítulo se muestran en forma esquemática en la figura 6.1. Se supone que está disponible un suministro ilimitado de gas a una temperatura y presión específicas, a una velocidad cero y con un número de Mach determinado. La fuente de gas se denomina *estanque* o *depósito*, y la temperatura y presión del mismo reciben el nombre de *condiciones de estanque*. La temperatura del estanque tiene un valor de estancamiento, que no tiene que ser necesariamente aplicable a otros puntos del sistema de flujo.

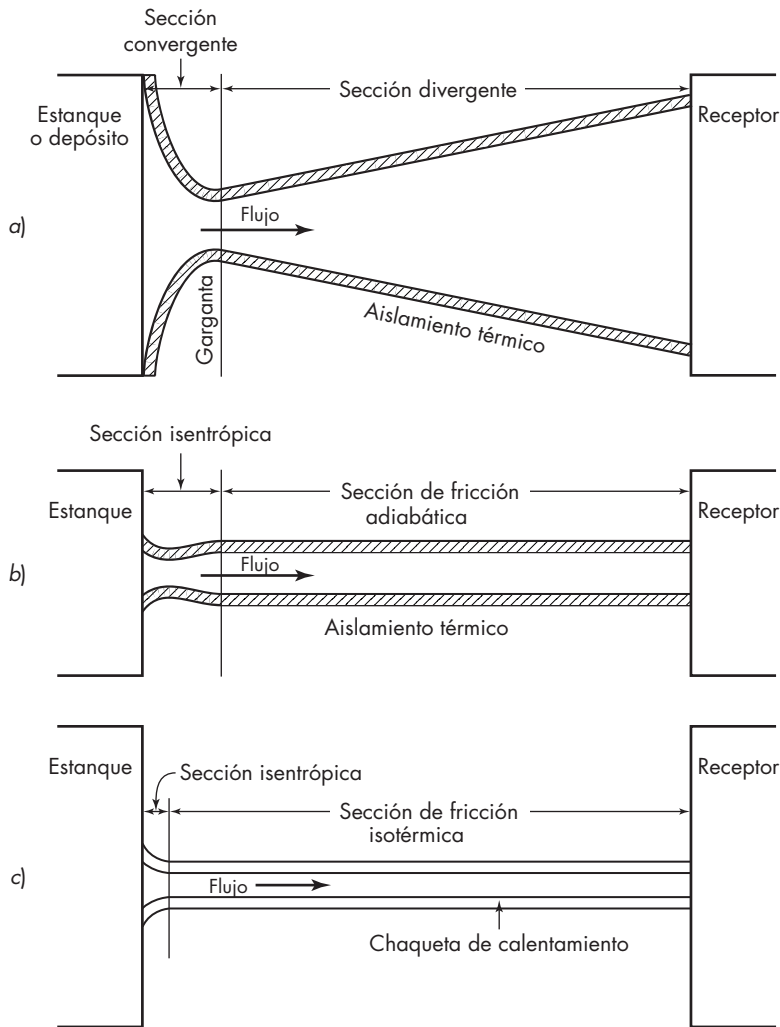
Se supone que el gas fluye desde el estanque a través de una tubería de conducción sin pérdidas por fricción a la entrada. Sale de la tubería a una temperatura, velocidad y presión determinadas y pasa a un recipiente de descarga (o receptor), en el que la presión se mantiene controlada de manera independiente a un valor constante, menor que la presión del estanque.

Dentro de la tubería de conducción aparece cualquiera de los procesos siguientes:

1. Expansión isentrópica. En este proceso el área de la sección transversal del conducto cambia, y se describe como proceso de área variable. Debido a que el proceso es adiabático, la temperatura de estancamiento no cambia dentro del conducto. Un proceso de este tipo se representa de manera esquemática en la figura 6.1a.
2. Flujo adiabático con fricción a través de una tubería de conducción de sección transversal constante. Este proceso es irreversible, y la entropía del gas aumenta; pero puesto que $Q = 0$, como se indica en la ecuación (6.22), la temperatura de estancamiento es constante en todo el conducto. Este proceso se muestra en la figura 6.1b.
3. Flujo isotérmico con fricción a través de una tubería de conducción de área de sección transversal constante, acompañado de flujo de calor a través de la pared de la misma, suficiente para mantener la temperatura constante. Este proceso no es adiabático ni isentrópico; la temperatura de estancamiento cambia durante el proceso, puesto que T es constante, y según la ecuación (6.20), T_s varía con u . El proceso se muestra en la figura 6.1c.

Es posible predecir los cambios en la temperatura, densidad, presión, velocidad y temperatura de estancamiento del gas a partir de las ecuaciones básicas. El propósito de esta sección es demostrar que estos tres procesos se estudian de manera analítica a partir de dichas ecuaciones.[†]

[†]Tratamientos generalizados, que incluyen transferencia de calor hacia y desde el gas, inyección de gas en el conducto, variaciones de calor específico y peso molecular, reacciones químicas, fricción con cuerpos sumergidos y cambio de fase, pueden encontrarse en las referencias bibliográficas 1 y 3.

**FIGURA 6.1**

a) Flujo isentrópico en un boquilla convergente-divergente. b) Flujo adiabático con fricción. c) Flujo isotérmico con fricción.

FLUJO ISENTRÓPICO A TRAVÉS DE BOQUILLAS

Un conducto adecuado para el flujo isentrópico recibe el nombre de boquilla. Como se muestra en la figura 6.1a, una boquilla completa consta de una sección convergente y otra divergente, unidas por una garganta, que es una pequeña longitud en la cual la pared del

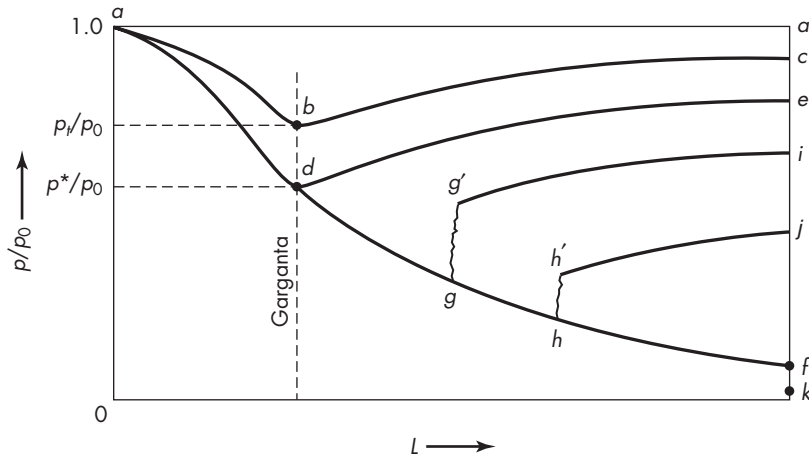
conducto es paralela al eje de la boquilla. Para algunas aplicaciones, una boquilla puede estar formada sólo de una sección divergente, conectada en forma directa al recipiente por la garganta. La configuración de una boquilla real es controlada por el diseñador, que fija la relación entre S , el área de la sección transversal, y L , la longitud de la boquilla medida a partir de la entrada. Las boquillas se diseñan de tal manera que la fricción de pared sea mínima y para prevenir la separación de la capa límite. La sección convergente puede ser redonda y corta, ya que la separación no tiene lugar en un canal de conducción convergente. Para prevenir la separación, el ángulo en la sección divergente ha de ser pequeño, y esta sección es por consiguiente relativamente larga. La entrada de la boquilla es suficientemente grande en relación con la garganta para permitir que la velocidad a la entrada se considere igual a cero, y la temperatura y la presión puedan suponerse iguales a las del estanque.

El objetivo de la sección convergente es aumentar la velocidad y disminuir la presión del gas. Para números de Mach bajos, el proceso cumple esencialmente la relación de Bernoulli para el flujo de fluidos no compresibles [ecuación (4.67)]. En la sección convergente el flujo es siempre subsónico, pero puede llegar a ser sónico en la garganta. En una boquilla convergente no se originan números de Mach mayores que la unidad. En la sección divergente el flujo puede ser subsónico o supersónico. La finalidad de la sección divergente es marcadamente diferente en los dos casos. El objetivo del flujo subsónico en la sección es reducir la velocidad y aumentar la presión, de acuerdo con la ecuación de Bernoulli. Una aplicación importante de estas boquillas es la medida del flujo de fluidos, que se estudia en el capítulo 8. En el flujo supersónico, el objetivo más general de la sección divergente es obtener números de Mach mayores que la unidad para utilizarlos en aparatos experimentales tales como los túneles de viento.

El flujo a través de una boquilla determinada se controla fijando las presiones del estanque y del recipiente de descarga. Para un flujo dado, a través de una boquilla específica, existe una presión única en cada punto a lo largo del eje de la misma. La relación se representa de manera adecuada como una gráfica de p/p_0 contra L , donde p_0 es la presión en el estanque y p la presión en el punto L . La figura 6.2 muestra cómo varía la relación de presión con la distancia, y cómo afectan a la distribución de presión los cambios de presión del recipiente de descarga al tiempo que se mantiene constante la presión del estanque. Las presiones en la garganta y el recipiente de descarga se representan por p_t y p_r respectivamente.

Si p_r y p_0 son iguales, no existe flujo y la distribución de presión se representa por la línea ad' . Si la presión en el recipiente de descarga es ligeramente menor que la del estanque, existe flujo, y se obtiene una distribución de presión como la que muestra la línea abc . La recuperación de presión en la sección convergente se representa por la línea bc . La velocidad máxima se obtiene en la garganta. Si se reduce aún más la presión en el recipiente de descarga, aumenta la velocidad de flujo y la velocidad a través de la boquilla. Un límite se alcanza cuando la velocidad en la garganta se convierte en sónica. Este caso se representa por la línea ade , donde $p_t = p^*$, $u_t = a$ y $Ma = 1$. La relación p^*/p_0 se llama *relación crítica de presión* y se representa por r_c . En todos los demás puntos de la línea ade el flujo es subsónico.

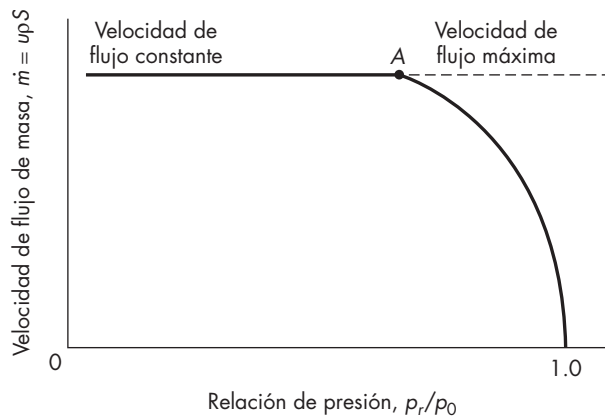
A medida que disminuye la presión en el recipiente de descarga, desde la que existe en el punto a' hasta la que existe en el punto e , aumenta la velocidad de flujo de masa a través de la boquilla. La velocidad de flujo no se modifica al reducir la presión

**FIGURA 6.2**

Variación de la relación de presión con la distancia desde la entrada de la boquilla.

por debajo del valor correspondiente al flujo crítico. En la figura 6.3 se muestra cómo varía la velocidad de flujo de masa con la relación de presiones p_r/p_0 . La velocidad de flujo alcanza su valor máximo en el punto A, cuando la relación de la presión en la garganta se reduce a su valor crítico. Si se reduce aún más la presión p_r , la velocidad de flujo no cambia.

La explicación del fenómeno de la velocidad máxima de flujo es la siguiente: cuando la velocidad en la garganta es igual a la sónica (velocidad del sonido) y el área de la sección transversal del conducto es constante, las ondas sonoras no se pueden mover hacia la corriente en la entrada de la garganta y el gas que está en ella no recibe ninguna señal

**FIGURA 6.3**

Velocidad de flujo de masa a través de una boquilla.

procedente desde la corriente a la salida. Por consiguiente, cualquier reducción ulterior del recipiente de descarga (o receptor) no se transmite a la garganta.

Si la presión del receptor se reduce hasta el nivel que se muestra en el punto f de la figura 6.2, la distribución de presión se representa por la línea continua $adghf$. Esta línea es única para un gas y boquilla determinados. El flujo supersónico sólo es posible a lo largo de la trayectoria $dghf$. Si la presión del receptor se reduce por debajo de la del punto f , por ejemplo, hasta el punto k , la presión a la salida de la boquilla es la misma que la del punto f y el flujo a través de la misma permanece invariable. Al pasar de la boquilla al receptor, el gas experimenta una caída súbita de presión desde la correspondiente al punto f hasta el punto k . El cambio de presión está asociado con fenómenos ondulatorios en el receptor. Si la presión en el receptor se mantiene en un nivel comprendido entre los puntos e y f , se obtienen curvas de distribución de presión de los tipos $dgg'i$ y $dhh'j$. Las secciones dg y dh representan el flujo supersónico isentrópico. Los saltos súbitos de presión gg' y hh' representan ondas de choque, donde el flujo cambia en forma repentina de supersónico a subsónico. Los choques son termodinámicamente irreversibles y van acompañados de un aumento en la entropía, de acuerdo con la segunda ley de la termodinámica. Las curvas $g'i$ y $h'j$ representan flujos subsónicos en los cuales tiene lugar la recuperación de presión.

El área por debajo de la línea $adghf$ no es accesible a ningún tipo de flujo adiabático. El flujo isentrópico está limitado al área subsónica $adea'a$ y a la línea $dghf$.

El estudio cualitativo de las figuras 6.2 y 6.3 se aplica al flujo de cualquier fluido compresible. Las relaciones cuantitativas se obtienen con mayor facilidad para el flujo de gases ideales.

Ecuaciones para el flujo isentrópico

Los fenómenos que tienen lugar en el flujo de un gas ideal a través de una boquilla, se explican mediante ecuaciones derivables a partir de las ecuaciones básicas proporcionadas antes en este capítulo.

Cambio en las propiedades del gas durante el flujo. Los cambios de densidad y temperatura del gas a través de cualquier flujo isentrópico, están dadas por las ecuaciones (6.14) y (6.15). Las constantes se determinan a partir de la condición del estanque. Se obtiene así

$$\frac{P}{\rho^\gamma} = \frac{P_0}{\rho_0^\gamma} \quad (6.23)$$

$$\frac{T}{P^{1-1/\gamma}} = \frac{T_0}{P_0^{1-1/\gamma}} \quad (6.24)$$

Estas ecuaciones se aplican para el flujo sin fricción, tanto subsónico como supersónico, pero no se pueden utilizar a través de un frente de choque.

Velocidad en la boquilla. En ausencia de fricción, el balance de energía mecánica [ecuación (6.6)] se convierte en

$$\frac{dp}{\rho} = -d\left(\frac{u^2}{2}\right) \quad (6.25)$$

Al sustituir en la ecuación (6.25) el valor de ρ deducido a partir de la ecuación (6.23) e integrando desde su límite inferior correspondiente al estanque, donde $p = p_0$, $\rho = \rho_0$, y $u = 0$ se obtiene

$$\int_0^u d\left(\frac{u^2}{2}\right) = -\frac{p_0^{1/\gamma}}{\rho_0} \int_{p_0}^p \frac{dp}{p^{1/\gamma}}$$

Se integra y se sustituyen los límites dados, después se reagrupa para obtener

$$u^2 = \frac{2\gamma p_0}{(\gamma-1)\rho_0} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{1-1/\gamma} \right] \quad (6.26)$$

Es conveniente expresar la ecuación (6.26) en función del número de Mach; para ello se sustituye el valor de u^2 de la ecuación (6.26) en la primera igualdad de la ecuación (6.18) y el de ρ/ρ_0 por su valor deducido de la ecuación (6.23). Se obtiene así

$$\text{Ma}^2 = \frac{2}{\gamma-1} \frac{p_0}{p} \frac{\rho}{\rho_0} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{1-1/\gamma} \right] = \frac{2}{\gamma-1} \left[\left(\frac{p_0}{p} \right)^{1-1/\gamma} - 1 \right] \quad (6.27)$$

Al despejar la relación de presiones, la ecuación (6.27) se convierte en

$$\frac{p}{p_0} = \frac{1}{\left\{ 1 + [(\gamma-1)/2] \text{Ma}^2 \right\}^{1/(1-1/\gamma)}} \quad (6.28)$$

La *relación crítica de presión*, que se representa por r_c , se obtiene a partir de la ecuación (6.28) sustituyendo p^* por p y tomando el valor de 1.0 para Ma se obtiene la ecuación siguiente:

$$r_c = \frac{p^*}{p_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{1/(1-1/\gamma)} \quad (6.29)$$

La *velocidad másica* se obtiene calculando el producto de u por ρ utilizando las ecuaciones (6.23) y (6.26),

$$G = u\rho = \sqrt{\frac{2\gamma p_0 p_0}{\gamma-1} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{1/\gamma}} \sqrt{1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{1-1/\gamma}} \quad (6.30)$$

Efecto del área de la sección transversal

La relación entre la variación del área de la sección transversal, la velocidad y el número de Mach, es útil para correlacionar los diferentes casos de flujo a través de la boquilla. Si se sustituye el valor de ρ de la ecuación (6.25) en la ecuación de continuidad (6.2), se obtiene

$$\frac{du}{u} + \frac{dS}{S} - \left(\frac{d\rho}{\rho} \right)_s u du = 0 \quad (6.31)$$

El subíndice S se utiliza para indicar que el flujo es isentrópico. A partir de la ecuación (6.9)

$$\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_S = a^2 \quad (6.32)$$

Al eliminar $(dp/d\rho)_S$ de las ecuaciones (6.31) y 6.32) se obtiene

$$\frac{du}{u} \left(1 - \frac{u^2}{a^2}\right) + \frac{dS}{S} = 0$$

y sustituyendo el valor de Ma de la ecuación (6.1),

$$\frac{du}{u} (Ma^2 - 1) = \frac{dS}{S} \quad (6.33)$$

La ecuación (6.33) muestra que para el flujo subsónico, donde $Ma < 1$, la velocidad aumenta al disminuir la sección transversal (conducto convergente) y disminuye al aumentar dicha sección (conducto divergente). Esto corresponde al caso habitual del flujo de fluidos no compresibles. Las líneas abc , ade , $g'i$ y $h'j$ de la figura 6.2 representan ejemplos de ello. Para el flujo supersónico, donde $Ma > 1$, la velocidad aumenta al aumentar la sección transversal, como ocurre en la sección divergente de la boquilla, según indica la línea $dghf$ de la figura 6.2. La aparente anomalía, en el caso del flujo supersónico, resulta de la variación en la densidad y la velocidad a lo largo de la trayectoria isentrópica. Puesto que la velocidad de flujo de masa es la misma en todos los puntos de la boquilla, de acuerdo con el principio de continuidad, el área de la sección transversal de la misma varía de forma inversa con la velocidad másica $u\rho$. La velocidad aumenta de manera continua con el número de Mach y la densidad disminuye. Sin embargo, para $Ma = 1$, el valor de G pasa por un máximo. En el régimen subsónico la velocidad aumenta más rápidamente de lo que disminuye la densidad, aumenta la velocidad másica y S disminuye. En el régimen supersónico, el aumento de velocidad es superado por una rápida disminución de la densidad, disminuye la velocidad de masa y S aumenta para ajustarse al flujo de masa total. Este comportamiento de G se demuestra encontrando la primera y segunda derivada de la ecuación (6.30), de acuerdo con el criterio de máximos y mínimos.

EJEMPLO 6.1 A una boquilla convergente-divergente entra aire a una temperatura de 555.6 K (1000 °R) y una presión de 20 atm. El área de la garganta es la mitad de la descarga de la sección divergente. *a)* Suponiendo que el número de Mach en la garganta es igual a 0.8, ¿cuáles serán los valores de las siguientes magnitudes en la garganta: presión, temperatura, velocidad lineal, densidad y velocidad de masa? *b)* ¿Cuáles serán los valores de p^* , T^* , u^* y G^* correspondientes a las condiciones del estanque? *c)* Suponiendo que la boquilla se utiliza de manera supersónica, ¿cuál es el número de Mach máximo en la descarga de la sección divergente? Para el aire: $\gamma = 1.4$ y $M = 29$.

Solución

a) La presión en la garganta se calcula mediante la ecuación (6.28):

$$\frac{p_t}{20} = \frac{1}{\left\{1 + [(1.4 - 1)/2]0.8^2\right\}^{1/(1-1/1.4)}} = 0.656$$

$$p_t = 13.12 \text{ atm}$$

De la ecuación (6.10), puesto que $R = 82.056 \times 10^{-3} \text{ atm} \cdot \text{m}^3/\text{kg mol} \cdot \text{K}$, la densidad en el estanque ρ es

$$\rho_0 = \frac{20 \times 29}{82.056 \times 10^{-3} \times 555.6} = 12.72 \text{ kg/m}^3 (0.795 \text{ lb/ft}^3)$$

Sustituyendo p_0/ρ_0 de la ecuación (6.10) en la ecuación (6.26) se obtiene para la velocidad en la garganta,

$$u_t = \sqrt{\frac{2\gamma RT_0}{M(\gamma - 1)} \left[1 - \left(\frac{p_t}{p_0} \right)^{1-1/\gamma} \right]}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 1.4 \times 82.056 \times 10^{-3} \times 555.6}{29(1.4 - 1)}} \sqrt{1 - 0.656^{1-1/1.4}}$$

$$= 1.1175 (\text{m}^3 \cdot \text{atm/kg})^{1/2}$$

Estas unidades se convierten a metros por segundo de la siguiente manera. Del apéndice 1, $1 \text{ atm} = 1.01325 \times 10^5 \text{ N/m}^2$. Por definición, $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$. Por lo tanto,

$$u_t = 1.1175 \sqrt{1.01325 \times 10^5} = 355.7 \text{ m/s} (1167 \text{ ft/s})$$

De acuerdo con la ecuación (6.23), la densidad en la garganta es igual a,

$$\rho_t = \rho_0 \left(\frac{p_t}{p_0} \right)^{1/\gamma} = 12.72 \times 0.656^{1/1.4} = 9.41 \text{ kg/m}^3 (0.587 \text{ lb/ft}^3)$$

La velocidad másica en la garganta es igual a,

$$G_t = u_t \rho_t = 355.7 \times 9.41 = 3348 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s} (686 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{s})$$

[La velocidad másica también se calcula directamente utilizando la ecuación (6.30).] La temperatura en la garganta, de acuerdo con la ecuación (6.24) es igual a,

$$T_t = T_0 \left(\frac{p_t}{p_0} \right)^{1-1/\gamma} = 555.6 \times 0.656^{1-1/1.4} = 492.5 \text{ K} (886.5^\circ \text{R})$$

b) De la ecuación (6.29)

$$r_c = \frac{p^*}{p_0} = \left(\frac{2}{1.4 + 1} \right)^{1/(1-1/1.4)} = 0.528 \quad p^* = 20 \times 0.528 = 10.56 \text{ atm}$$

De las ecuaciones (6.24) y (6.29)

$$T^* = 555.6 \left(\frac{2}{1.4 + 1} \right) = 463 \text{ K} (833.4^\circ \text{R})$$

De la ecuación (6.23)

$$\left(\frac{\rho_0}{\rho^*}\right)^\gamma = \frac{p_0}{p^*} \quad \frac{p^*}{\rho_0} = \left(\frac{p^*}{p_0}\right)^{1/\gamma}$$

$$\rho^* = 12.72 \times 0.528^{1/1.4} = 8.06 \text{ kg/m}^3 (0.503 \text{ lb/ft}^3)$$

De la ecuación (6.30)

$$G^* = \sqrt{\frac{2 \times 1.4 \times 12.72 \times 20 \times 1.01325 \times 10^5}{1.4 - 1}} 0.528^{1/1.4} \sqrt{1 - 0.528^{1 - 1/1.4}}$$

$$= 3\,476 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s} (712 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{s})$$

$$u^* = \frac{G^*}{\rho^*} = \frac{3\,476}{8.06} = 431 \text{ m/s} (1\,415 \text{ ft/s})$$

c) Puesto que por el principio de continuidad $G \propto 1/S$, la velocidad másica en la descarga es igual a,

$$G_r = \frac{3\,476}{2} = 1\,738 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s} (356 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{s})$$

De la ecuación (6.30)

$$1\,738 = \sqrt{\frac{2 \times 1.4 \times 12.72 \times 20 \times 1.01325 \times 10^5}{0.4} \left[1 - \left(\frac{p_r}{p_0}\right)^{1 - 1/1.4}\right]} \left(\frac{p_r}{p_0}\right)^{1/1.4}$$

$$\left(\frac{p_r}{p_0}\right)^{1/1.4} \sqrt{1 - \left(\frac{p_r}{p_0}\right)^{1 - 1/1.4}} = 0.1294$$

De esta ecuación se despeja p_r/p_0 para obtener

$$\frac{p_r}{p_0} = 0.0939$$

De la ecuación (6.27) el número de Mach en la descarga es

$$\text{Ma}_r = \sqrt{\frac{2}{1.4 - 1} \left(\frac{1}{0.0939^{1 - 1/1.4}} - 1 \right)} = 2.20$$

FLUJO ADIABÁTICO CON FRICCIÓN

El flujo a través de conductos rectos de sección transversal constante, es adiabático cuando es despreciable la transferencia de calor a través de la pared de la tubería. El proceso se muestra en forma esquemática en la figura 6.1b. El caso típico es el de una tubería larga en la cual entra el gas a una cierta presión y temperatura y fluye con una velocidad de-

terminada por la longitud y el diámetro de la tubería, y cuya presión se mantiene hasta la salida. Para líneas de conducción largas y presiones de salida pequeñas, la velocidad del gas puede llegar a ser igual a la velocidad del sonido. Sin embargo, para un gas no es posible atravesar la barrera del sonido tanto en la dirección del flujo subsónico como en la del supersónico; si el gas entra en la tubería a un número de Mach mayor que la unidad, éste disminuirá, pero no llegará a ser menor que 1. Si se intenta que el flujo de gas pase de subsónico a supersónico, o viceversa, al tiempo que se mantiene una presión de descarga constante y se alarga la tubería, se produce una disminución de la velocidad de flujo másico que impide tal cambio. Este efecto recibe el nombre de estrangulamiento.

El parámetro de fricción

La magnitud básica que mide el efecto de la fricción es el parámetro de fricción fL/r_H , que se obtiene integrando la ecuación (6.8). En el flujo adiabático con fricción varía la temperatura y viscosidad del gas, y tanto el número de Reynolds, como el factor de fricción, no son en realidad constantes. Sin embargo, en el flujo de gases, el efecto de la temperatura sobre la viscosidad es pequeño, y todavía es menor la influencia del número de Reynolds sobre el factor de fricción f . Por consiguiente, excepto cuando el número de Mach es cercano a la unidad, la variación de temperatura es pequeña. En los cálculos resulta satisfactorio utilizar un valor promedio constante de f . En caso necesario, se determina f en los extremos del conducto y se emplea como constante el valor de la media aritmética.

Los factores de fricción en el flujo supersónico no están bien establecidos. Al parecer, son aproximadamente la mitad de los correspondientes al flujo subsónico, para el mismo número de Reynolds.²

En todas las ecuaciones integradas en la siguiente sección, se supone que la entrada a la conducción es redonda para formar una boquilla convergente isentrópica. Si se requiere alcanzar un flujo supersónico en el conducto, la entrada de la boquilla debe incluir una sección divergente con el fin de generar un número de Mach mayor que 1.

Ecuaciones para el flujo adiabático con fricción

Al multiplicar la ecuación (6.8) por ρ/p , se obtiene

$$\frac{dp}{p} + \frac{\rho}{p} u du + \frac{\rho u^2}{2p} \frac{f dL}{r_H} = 0 \quad (6.34)$$

Es conveniente obtener una forma integrada de esta ecuación. La forma integrada más útil es una que contiene el número de Mach como variable dependiente y el parámetro de fricción como variable independiente. Para realizarlo, se elimina el factor de densidad de la ecuación (6.34) utilizando la ecuación (6.18), y las relaciones entre Ma , dp/p y du/u se obtienen a partir de las ecuaciones (6.2) y (6.11). Cuando interviene la relación dT/T , se elimina empleando las ecuaciones (6.4), (6.13) y (6.18). Los resultados son

$$\frac{dp}{p} = - \frac{1 + (\gamma - 1) Ma^2}{1 + [(\gamma - 1)/2] Ma^2} \frac{dMa}{Ma} \quad (6.35)$$

Por otra parte

$$\frac{du}{u} = \frac{dp}{p} + 2 \frac{dMa}{Ma} \quad (6.36)$$

Al sustituir las ecuaciones (6.35) y (6.36) en la ecuación (6.34) y reagrupando se obtiene la ecuación diferencial final

$$f \frac{dL}{r_H} = \frac{2(1 - Ma^2) dMa}{\gamma Ma^3 \{1 + [(\gamma - 1)/2] Ma^2\}} \quad (6.37)$$

La integración formal de la ecuación (6.37) entre el punto de entrada a y el punto de salida b proporciona

$$\begin{aligned} \int_{L_a}^{L_b} \frac{f}{r_H} dL &= \int_{Ma_a}^{Ma_b} \frac{2(1 - Ma^2) dMa}{\gamma Ma^3 \{1 + [(\gamma - 1)/2] Ma^2\}} \\ \frac{\bar{f}}{r_H} (L_b - L_a) &= \frac{\bar{f}L}{r_H} \\ &= \frac{1}{\gamma} \left(\frac{1}{Ma_a^2} - \frac{1}{Ma_b^2} - \frac{\gamma + 1}{2} \ln \frac{Ma_b^2 \{1 + [(\gamma - 1)/2] Ma_a^2\}}{Ma_a^2 \{1 + [(\gamma - 1)/2] Ma_b^2\}} \right) \end{aligned} \quad (6.38)$$

donde $\bar{f}$ es el valor de la media aritmética de los factores de fricción en los extremos $(f_a + f_b)/2$, y $L = L_b - L_a$.

Ecuaciones de propiedad. Para calcular los cambios de presión, temperatura y densidad, resultan útiles las ecuaciones que se presentan a continuación.

La relación de las presiones de entrada y salida en un flujo adiabático con fricción, se obtiene por la integración directa de la ecuación (6.35) entre los límites p_a, p_b , y Ma_a, Ma_b ,

$$\frac{p_a}{p_b} = \frac{Ma_b}{Ma_a} \sqrt{\frac{1 + [(\gamma - 1)/2] Ma_b^2}{1 + [(\gamma - 1)/2] Ma_a^2}} \quad (6.39)$$

La relación de temperaturas se calcula a partir de la ecuación (6.20), teniendo en cuenta que $T_{0a} = T_{0b}$; entonces

$$T_a + \frac{u_a^2}{2c_p} = T_b + \frac{u_b^2}{2c_p} \quad (6.40)$$

A partir de la ecuación (6.40) y la forma de la temperatura de la ecuación (6.18), para el número de Mach de un gas ideal se obtiene

$$T_a + \frac{\gamma RT_a Ma_a^2}{2Mc_p} = T_b + \frac{\gamma RT_b Ma_b^2}{2Mc_p} \quad (6.41)$$

A partir de la ecuación (6.16)

$$\frac{c_p M}{R} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \quad (6.42)$$

Al sustituir $c_p M/R$ de la ecuación (6.42) en la ecuación (6.41) y al despejar la relación de temperaturas, se obtiene

$$\frac{T_a}{T_b} = \frac{1 + [(\gamma - 1)/2] \text{Ma}_b^2}{1 + [(\gamma - 1)/2] \text{Ma}_a^2} \quad (6.43)$$

La relación de densidades se calcula a partir de la ecuación de estado de los gases ideales (6.10) y las relaciones de presiones y temperaturas dadas por las ecuaciones (6.39) y (6.43), respectivamente

$$\frac{\rho_a}{\rho_b} = \frac{p_a T_b}{p_b T_a} = \frac{\text{Ma}_b}{\text{Ma}_a} \sqrt{\frac{1 + [(\gamma - 1)/2] \text{Ma}_a^2}{1 + [(\gamma - 1)/2] \text{Ma}_b^2}} \quad (6.44)$$

Longitud máxima del conducto. Para asegurar que las condiciones de un problema no están en contradicción con la imposibilidad de atravesar la barrera del sonido, se necesita una ecuación que dé el valor máximo de $\tilde{f} L/r_H$, consistente con un determinado número de Mach a la entrada. Esta ecuación se obtiene a partir de la ecuación (6.38) eligiendo la entrada del conducto como el punto a e identificando el punto b como la condición asterisco, para la cual $\text{Ma} = 1.0$. Entonces, la longitud $L_b - L_a$ representa la longitud máxima del conducto que es posible utilizar para un valor fijo de Ma_a . Esta longitud se simboliza por $L_{\text{máx}}$. La ecuación (6.38) da entonces

$$\frac{\tilde{f} L_{\text{máx}}}{r_H} = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{1}{\text{Ma}_a^2} - 1 - \frac{\gamma + 1}{2} \ln \frac{2 \{ 1 + [(\gamma - 1)/2] \text{Ma}_a^2 \}}{\text{Ma}_a^2 (\gamma + 1)} \right) \quad (6.45)$$

Las ecuaciones correspondientes para p/p^* , T/T^* , y ρ/ρ^* se obtienen a partir de las ecuaciones (6.39), (6.43) y (6.44).

Velocidad másica

La velocidad másica se necesita para calcular el número de Reynolds, en la evaluación del factor de fricción. A partir de la ecuación (6.18) y de la definición de G ,

$$\text{Ma}^2 = \frac{(\rho u)^2}{\rho^2 \gamma TR/M} = \frac{G^2}{\rho^2 \gamma TR/M} = \frac{G^2}{\rho \gamma p}$$

$$y \quad G = \rho \text{Ma} \sqrt{\frac{\gamma TR}{M}} = \text{Ma} \sqrt{\rho \gamma p} \quad (6.46)$$

Puesto que para el flujo a través de un área constante, G es independiente de la longitud, es posible calcular la velocidad másica en cualquier punto en el que se conozcan las propiedades del gas. Normalmente se utilizan las condiciones a la entrada del conducto.

EJEMPLO 6.2 Considere aire procedente de un depósito o estanque que fluye, a través de una boquilla isentrópica, en una tubería recta de gran longitud. La presión y la temperatura en el depósito o estanque son 20 atm y 1000 °R (555.6 K), respectivamente. El número de Mach a la entrada de la tubería es de 0.05. *a)* ¿Cuál es el valor de $\tilde{f}L_{\text{máx}}/r_H$? *b)* Cuáles son los valores de la presión, la temperatura, la densidad, la velocidad lineal y velocidad másica cuando $L_b = L_{\text{máx}}$? *c)* ¿Cuál es la velocidad másica cuando $\tilde{f}L_{\text{máx}}/r_H = 400$?

Solución

a) Los valores para sustituir en la ecuación (6.45) son $\gamma = 1.4$ y $\text{Ma}_a = 0.05$. Por lo tanto,

$$\frac{\tilde{f}L_{\text{máx}}}{r_H} = \frac{1}{1.4} \left(\frac{1}{0.05^2} - 1 - \frac{1.4+1}{2} \ln \frac{2\{1+[(1.4-1)/2]0.05^2\}}{(1.4+1)0.05^2} \right) = 280$$

b) La presión p_a al final de la boquilla isentrópica está dada por la ecuación (6.28):

$$p_a = \frac{20}{\{1+[(1.4-1)/2]0.05^2\}^{1.4/(1.4-1)}} = \frac{20}{1.0016} \approx 20 \text{ atm}$$

Los cambios en la presión, la temperatura y la densidad en la boquilla son despreciables y, excepto para la velocidad lineal, las condiciones del estanque también están relacionadas con la entrada de la tubería. A partir del ejemplo 6.1, la densidad del aire a 20 atm y 1000 °R es 0.795 lb/ft³. La velocidad acústica es, de la ecuación (6.17), incluyendo g_c en el numerador

$$a_a = \sqrt{1.4 \times 32.174 \times 1000 \left(\frac{1}{29} \right)} = 1550 \text{ ft/s (472.4 m/s)}$$

La velocidad a la entrada de la tubería es

$$u_a = 0.05 \times 1550 = 77.5 \text{ ft/s (23.6 m/s)}$$

Cuando $L_b = L_{\text{máx}}$, el gas sale de la tubería a la condición asterisco, donde $\text{Ma}_b = 1.0$. A partir de la ecuación (6.43)

$$\frac{1000}{T^*} = \frac{24}{2\{1+[(1.4-1)/2]0.05^2\}} = 1.2$$

$$T^* = 834^\circ \text{R (463.3 K)}$$

De la ecuación (6.44)

$$\frac{0.795}{\rho^*} = \frac{1}{0.05} \sqrt{\frac{2\{1+[(1.4-1)/2]0.05^2\}}{2.4}}$$

$$\rho^* = 0.0435 \text{ lb/ft}^3 (0.697 \text{ kg/m}^3)$$

De la ecuación (6.39)

$$\frac{20}{p^*} = \frac{1}{0.05} \sqrt{1.2}$$

$$p^* = 0.913 \text{ atm}$$

La velocidad másica a través de toda la tubería es

$$G = 0.795 \times 77.5 = 0.0435 u^* = 61.61 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{s} \left(300.8 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s} \right)$$

$$a = u^* = 1416 \text{ ft/s} \left(431.6 \text{ m/s} \right)$$

Puesto que la velocidad a la salida es sónica, u^* se calcula también a partir de la ecuación (6.17) utilizando $T = T^* = 834^\circ\text{R}$ (463.3 K):

$$a = u^* = 1550 \sqrt{\frac{834}{1000}} = 1416 \text{ ft/s} \left(431.6 \text{ m/s} \right)$$

c) Utilizando la ecuación (6.45) con $\tilde{f}L_{\text{máx}}/r_H = 400$ se obtiene

$$400 = \frac{1}{1.4} \left(\frac{1}{\text{Ma}_a^2} - 1 - \frac{1.4+1}{2} \ln \frac{2 \left\{ 1 + [(1.4-1)/2] \text{Ma}_a^2 \right\}}{\text{Ma}_a^2 (1.4+1)} \right)$$

A partir de esta ecuación se obtiene Ma_a por prueba y error. El resultado final es $\text{Ma}_a = 0.04194$. Por lo tanto,

$$u_a = \frac{0.04194}{0.05} (77.5) = 65.0 \text{ ft/s} \left(19.8 \text{ m/s} \right)$$

$$G = 65.0 \times 0.795 = 51.7 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{s} \left(252.4 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s} \right)$$

FLUJO ISOTÉRMICO CON FRICCIÓN

La temperatura de un fluido compresible, que circula a través de un conducto de sección transversal uniforme, se mantiene constante por medio de una transferencia de calor a través de la pared del conducto. Las tuberías largas, de pequeña sección y no aisladas, en contacto con el aire, transmiten el calor suficiente para que el flujo sea prácticamente isotérmico. Por otra parte, para números de Mach pequeños, la distribución de presión en el flujo isotérmico es aproximadamente la misma que en el adiabático, para las mismas condiciones de entrada, de tal suerte que es posible utilizar las ecuaciones más sencillas, para flujo isotérmico.

La ecuación básica para el flujo isotérmico es sencilla. Se obtiene al introducir la velocidad másica en el balance de energía mecánica [ecuación (6.8)] e integrando de manera directa.

Al multiplicar por ρ^2 la ecuación (6.8) se obtiene

$$\rho dp + \rho^2 u du + \frac{\rho^2 u^2 f dL}{2r_H} = 0 \quad (6.47)$$

Puesto que $\rho u = G$, $u du = -(G^2 \rho^{-3}) d\rho$, y $\rho = Mp/(RT)$, la ecuación (6.47) se escribe de la forma siguiente:

$$\frac{M}{RT} \rho dp - G^2 \frac{d\rho}{\rho} + \frac{G^2 f dL}{2r_H} = 0 \quad (6.48)$$

Se reordena la ecuación (6.48) y se integra entre los puntos a y b para obtener

$$p_a^2 - p_b^2 = \frac{G^2 RT}{M} \left[2 \ln \frac{\rho_a}{\rho_b} + \frac{f(L_b - L_a)}{r_H} \right] \quad (6.49)$$

donde r_H es el radio hidráulico de la tubería o canal.

En la ecuación (6.49) se utiliza la relación de densidades ρ_a/ρ_b en vez de la de presiones p_a/p_b . La ecuación (6.49) también se emplea cuando es pequeño el cambio de temperatura a lo largo del conducto. Entonces, en lugar de T se utiliza la temperatura promedio aritmética. Por ejemplo, el flujo adiabático para números de Mach pequeños (inferiores de 0.3) cumple estrechamente la ecuación.

EJEMPLO 6.3 El aire a una presión manométrica de 1.7 atm y 15 °C entra en una tubería horizontal de acero de 75 mm de diámetro y 70 m de longitud. La velocidad de flujo a la entrada de la tubería q es 0.265 m³/s. Suponiendo que el flujo es isotérmico, ¿cuál será la presión al extremo de descarga de la tubería?

Solución Utilice la ecuación (6.49). Las cantidades que se requieren son

$$D = 0.075 \text{ m} \quad r_H = \frac{0.075}{4} = 0.01875 \text{ m}$$

$$\mu = 0.0174 \text{ cP (Ap. 8)} = 1.74 \times 10^{-5} \text{ kg/m} \cdot \text{s}$$

$$\rho_a = \frac{29}{22.4} \times \frac{2.7}{1} \times \frac{273}{288} = 3.31 \text{ kg/m}^3$$

$$A = \frac{0.075^2 \pi}{4} = 0.00442 \text{ m}^2$$

Entonces

$$G = \frac{qp_a}{A} = \frac{0.265 \times 3.31}{0.00442} = 198.5 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$$

$$\text{Re} = 0.075 \times \frac{198.5}{1.74 \times 10^{-5}} = 8.56 \times 10^5$$

$$\frac{k}{D} = 0.00015 \times \frac{0.3048}{0.075} = 0.00061$$

$$f = 0.0044 \text{ (figura 5.10)}$$

Se considera que $(p_a + p_b)/2 = \bar{p}$, así

$$p_a^2 - p_b^2 = (p_a - p_b)(p_a + p_b) = 2\bar{p}(p_a - p_b)$$

A partir de la ecuación (6.49)

$$p_a - p_b = \frac{RTG^2}{\bar{p}M} \left(\frac{fL}{2r_H} + \ln \frac{p_a}{p_b} \right)$$

$$\text{donde } p_a = 2.7 \text{ atm} \\ M = 29$$

$$\begin{aligned}
 L &= 70 \text{ m} \\
 R &= 82.056 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{atm/kg mol} \cdot \text{K} \text{ (tabla 1.2)} \\
 T &= 15 + 273 = 288 \text{ K}
 \end{aligned}$$

Por prueba, se determinó $\bar{p} = 1.982 \text{ atm}$ y $p_b = 1.264 \text{ atm}$.

Se revisa: Ya que $1 \text{ atm} = 101\,325 \text{ N/m}^2 = 101\,325 \text{ kg/m} \cdot \text{s}^2$ [ecuaciones (1.14) y (1.15)],

$$\begin{aligned}
 p_b &= 2.7 - \frac{82.056 \times 10^{-3} \times 288 \times 198.6^2}{1.982 \times 29 \times 101\,325} \left(\frac{0.0044 \times 70}{2 \times 0.01875} + \ln \frac{2.7}{1.264} \right) \\
 &= 1.264 \text{ atm abs o } 0.264 \text{ atm manométrica}
 \end{aligned}$$

La presión promedio es

$$\bar{p} = \frac{2.7 + 1.264}{2} = 1.982 \text{ atm}$$

La solución de la ecuación (6.49) para G y la diferenciación con respecto a la presión p_b produce una velocidad másica máxima $G_{\text{máx}} = p_b \sqrt{M/(RT)}$, una velocidad de salida $\bar{V}_{b,\text{máx}} = \sqrt{RT/M}$ y un número de Mach de salida $\text{Ma}_b = 1/\sqrt{\gamma}$. Sin embargo, esta condición de estrangulamiento aparente, no es físicamente significativa para el flujo isotérmico debido a que las condiciones isotérmicas no son posibles a altas velocidades y velocidades de expansión elevadas.²

Transferencia de calor en flujo isotérmico

Al combinar la ecuación de la energía para flujo estacionario (6.22) con la ecuación de la temperatura de estancamiento (6.20), teniendo en cuenta que $T_a = T_b$, se obtiene

$$\frac{Q}{m} = \frac{u_b^2 - u_a^2}{2} \quad (6.50)$$

A partir de la ecuación (6.50) se obtiene la forma de la velocidad másica sustituyendo G/ρ por u ,

$$\frac{Q}{m} = \frac{G^2}{2} \left(\frac{1}{\rho_b^2} - \frac{1}{\rho_a^2} \right) \quad (6.51)$$

En estas ecuaciones Q/m es el flujo de calor que entra en el gas en joules por kilogramo.

Las ecuaciones (6.49) a (6.51) se utilizan sólo para el flujo subsónico.

SÍMBOLOS

A	Área, m^2 o ft^2
a	Velocidad acústica en el fluido, m/s o ft/s ; a_a , a la entrada de la tubería
c	Calor específico, $\text{J/g} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$; c_p , a presión constante; c_v , a volumen constante
D	Diámetro, m o ft

f	Factor de fricción de Fanning, adimensional; f_a , en el punto a ; f_b , en el punto b ; $\bar{f}$, valor promedio
G	Velocidad másica, $\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}$ o $\text{lb/ft}^2 \cdot \text{s}$; G_r , en el receptor; G_p , en la garganta; G^* , valor cuando $\text{Ma} = 1.0$; $G_{\text{máx}}$, valor máximo
g	Aceleración gravitacional, m/s^2 o ft/s^2
g_c	Factor de proporcionalidad de la ley de Newton, $32.174 \text{ ft} \cdot \text{lb/lb}_f \cdot \text{s}^2$
H	Entalpía, J/g o Btu/lb ; H_a , en el punto a ; H_b , en el punto b ; H_s , valor de estancamiento; H_{sa} , H_{sb} , en los puntos a y b ; H_0 , a la temperatura de referencia; H^* , valor cuando $\text{Ma} = 1.0$
h_f	Pérdida por fricción, $\text{N} \cdot \text{m/g}$ o $\text{ft} \cdot \text{lb/lb}_f$; h_{fs} , pérdida por fricción de superficie
k	Parámetro de rugosidad, m o ft
L	Longitud, m o ft , L_a , desde la entrada hasta el punto a ; L_b , hasta el punto b ; $L_{\text{máx}}$, longitud de la tubería cuando $\text{Ma} = 1.0$ a la salida
Ma	Número de Mach, u/a ; Ma_a , en el punto a ; Ma_b , en el punto b ; Ma_p , en la descarga de la boquilla
M	Peso molecular del fluido
m	Masa, kg o lb
$\dot{m}$	Velocidad de flujo másico, kg/s o lb/s
p	Presión, N/m^2 o lb_f/ft^2 ; p_a , en el punto a ; p_b , en el punto b ; p_r , en el receptor; p_p , en la garganta de una boquilla convergente-divergente; p_0 , en el estanque; p^* , valor cuando $\text{Ma} = 1.0$; $\bar{p}$, valor promedio
Q	Cantidad de calor, J o Btu
R	Constante de la ley de los gases, $8.314 \text{ J/g mol} \cdot \text{K}$ o $1545 \text{ ft} \cdot \text{lb}_f/\text{lb mol} \cdot ^\circ\text{R}$
r_c	Relación crítica de presiones, p^*/p_0
r_H	Radio hidráulico del conducto, m o ft
S	Área de la sección transversal del conducto, m^2 o ft^2
T	Temperatura, K o $^\circ\text{R}$; T_a , en el punto a ; T_b , en el punto b ; T_s , valor estacionario; T_p , en la garganta de la boquilla; T_0 , valor de referencia; T^* , valor cuando $\text{Ma} = 1.0$
u	Velocidad del fluido, m/s o ft/s ; u_a , en el punto a ; u_b , en el punto b ; u_s , valor de estancamiento; u_p , en la garganta de la boquilla convergente-divergente; u^* , valor cuando $\text{Ma} = 1.0$
$\bar{V}$	Velocidad promedio de flujo del fluido; $\bar{V}_{b,\text{máx}}$, velocidad máxima de descarga m/s o ft/s
Z	Altura sobre el plano de referencia, m o ft

Letras griegas

α	Factor de corrección para la energía cinética; α_a , en el punto a ; α_b , en el punto b
β	Factor de corrección del momento o cantidad de movimiento
γ	Relación de los calores específicos, c_p/c_v
ρ	Densidad del fluido, kg/m^3 o lb/ft^3 ; ρ_a , ρ_b , en los puntos a y b ; ρ_p , en la garganta de la boquilla convergente-divergente; ρ_0 , en el estanque o depósito; ρ^* , valor cuando $\text{Ma} = 1.0$
μ	Viscosidad absoluta, $\text{kg/m} \cdot \text{s}$ o $\text{lb/ft} \cdot \text{s}$

Subíndices

- a En el punto a
 b En el punto b
 S Flujo isentrópico
 s Valor de estancamiento
 0 Valor de referencia, condiciones del estanque o depósito

PROBLEMAS

- 6.1.** Para las condiciones de entrada del ejemplo 6.2, ¿cuál será la longitud máxima de la tubería que se puede utilizar si ésta mide 2 in. de diámetro? ¿Cuál será para las condiciones de entrada del ejemplo 6.3?
- 6.2.** A través de un gasoducto de 20 in. de diámetro interior DI, situado sobre un terreno plano y horizontal, se transporta gas natural, que está constituido esencialmente por metano. Cada estación de bombeo aumenta la presión hasta 100 lb/in.² abs, y experimenta caídas de presión de 25 lb/in.² abs en la entrada de la siguiente estación de bombeo situada a una distancia de 50 mi. ¿Cuál será la velocidad del flujo de gas en pies cúbicos por hora, medidos a 60 °F y 30 in. de Hg de presión?
- 6.3.** Una boquilla convergente-divergente tiene las dimensiones que se muestran en la tabla 6.1. Entra aire ($\gamma = 1.40$, $M = 29.0$) en la boquilla procedente de un estanque en el que la presión es de 20 atm abs y la temperatura es de 550 K. Grafique la presión, la temperatura y el número de Mach contra la longitud de la boquilla cuando *a*) la velocidad de flujo alcanza un máximo sin choque y con descarga subsónica, *b*) el flujo es isentrópico y la descarga es supersónica.

TABLA 6.1
Datos para el problema 6.3

Longitud	Diámetro	Longitud	Diámetro
Estanque	0	Garganta	0.30
	∞		0.25
	0.025		0.40
	0.875		0.28
	0.050		0.50
	0.700		0.35
	0.075		0.60
	0.575		0.45
	0.100		0.70
	0.500		0.56
	0.150		0.80
	0.375		0.68
	0.200		0.90
	0.300		0.84
		Receptor	1.00
			1.00

- 6.4.** Se utiliza una tubería horizontal de acero de 1 in. Norma 40, para transportar cloro gaseoso. El gas se introduce en la tubería a través de una entrada redondeada a una presión de 6 atm abs, una temperatura de 120 °C y una velocidad de 35 m/s. *a*) ¿Cuál será la longitud máxima posible de la tubería? *b*) ¿Cuáles son la presión y la temperatura de estancamiento del gas en el extremo de la tubería para la longitud máxima? Suponga que el flujo es adiabático. Para el cloro, $\gamma = 1.36$, y $M = 70.91$.

- 6.5. En una tubería de acero de 2 in. Norma 40, entra aire a una temperatura de 25 °C, una presión manométrica de 310 kN/m² y una velocidad de flujo de 1 200 kg/h. Suponiendo que el flujo es isotérmico, ¿cuál es la caída de presión en 60 m de tubería?
- 6.6. Calcule la temperatura del punto de estancamiento para aire fluyendo a 200 °C y 1.5 atm, si la velocidad es 0.9 de la velocidad sónica.
- 6.7. Ingresa aire en una tubería cédula 40 de 25 mm (2 pulgadas) de diámetro a 350 K y $p = 5 \times 10^5$ N/m². La velocidad es de 120 m/s. Asumiendo que el flujo es adiabático, ¿para qué longitud de la cañería debería salir el aire a velocidad sónica?
- 6.8. Calcule la presión que se requiere para suministrar 13×10^6 pies cúbicos estándar (SCDF) de CO a un cliente que se encuentra a 60 millas de distancia. Por contrato, la presión manométrica en el domicilio del cliente debe ser por lo menos de 300 lb/in². La tubería tiene 10 in. de diámetro. Líneas largas de tuberías se pueden considerar isotérmicas a una temperatura de 60 °F a nivel del suelo. Las condiciones estándar son $T = 70$ °F, $p = 1$ atm.

REFERENCIAS

1. Cambel, A.B. *Handbook of Fluids Dynamics*. Ed. V.L. Streeter. Nueva York: McGraw-Hill, 1961, pp. 8-5 a 8-12.
2. Perry, R.H. y D.W. Green, eds. *Perry's Chemical Engineers' Handbook*. 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1997, pp. 6-22.
3. Shapiro, A.H. y W.R. Hawthorne. *J. Appl. Mech.* 14:A-317 (1947).

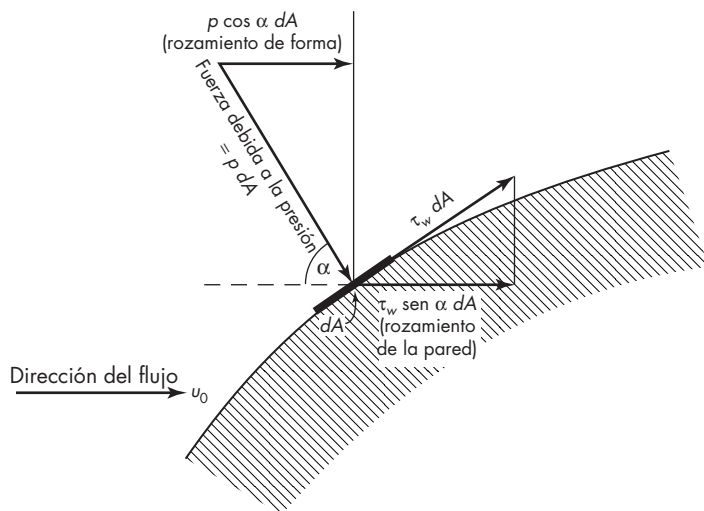
CAPÍTULO 7

Flujo de fluidos alrededor de cuerpos sumergidos

En los capítulos 4 y 5 se estudiaron las leyes del flujo de fluidos y los factores que controlan los cambios de presión y velocidad de fluidos que se mueven sobre superficies sólidas, en especial en casos en que el flujo circula a través de conductos cerrados, como tuberías y canales. Hasta ahora se ha centrado la atención sobre todo en el fluido. Sin embargo, en muchos problemas, interesa el efecto del fluido sobre el sólido. El fluido tal vez esté en reposo y el sólido se mueva a través de él, o bien el sólido se encuentre en reposo mientras el fluido se mueve; o ambos estén en movimiento. En este capítulo se estudia el caso en que el sólido está sumergido y rodeado por el fluido. En términos generales es lo mismo suponer en reposo cualquiera de las fases, sólida o fluida; lo que es importante, es la velocidad relativa entre las dos. Una excepción es cuando la corriente del fluido ha sido influida previamente por paredes del sólido y está en flujo turbulento. La escala e intensidad de la turbulencia son, entonces, parámetros importantes en el proceso.

ROZAMIENTO Y COEFICIENTES DE ROZAMIENTO

Recibe el nombre de *rozamiento* (o arrastre), la fuerza en la dirección del flujo que el fluido ejerce sobre el sólido. De acuerdo con la tercera ley del movimiento de Newton, el cuerpo ejerce sobre el fluido una fuerza neta igual y opuesta. Cuando la pared del cuerpo es paralela a la dirección del flujo, como en el caso de la placa delgada y plana, que se muestra en la figura 3.9a, la única fuerza de rozamiento (o arrastre) es la tensión de corte (o esfuerzo cortante) de la pared τ_w . Sin embargo, lo más común es que la pared de un cuerpo sumergido forme un ángulo con la dirección de flujo. En este caso, el componente del esfuerzo cortante de pared en la dirección de flujo contribuye al rozamiento. Otra contribución proviene de la presión del fluido que actúa en una dirección normal a la pared; el rozamiento (o arrastre) resulta del componente de presión en la dirección del flujo. El rozamiento total sobre un elemento de área es la suma de los dos componentes. Un ejemplo riguroso lo constituye el rozamiento de una placa plana perpendicular al flujo, como se muestra en la figura 3.9b, donde el rozamiento se debe por completo al componente de presión.

**FIGURA 7.1**

Rozamiento de pared y de forma sobre un cuerpo sumergido.

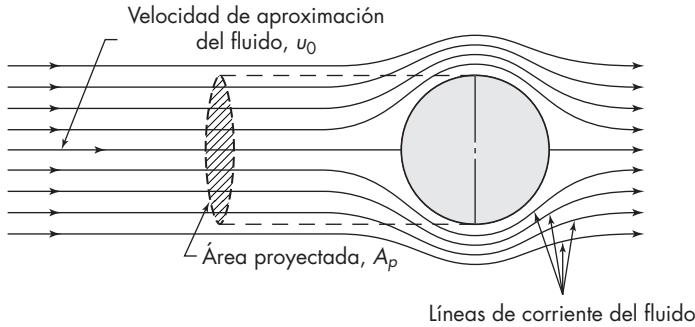
En la figura 7.1 se representan las fuerzas de presión y de cizalla (corte), que actúan sobre un elemento de área dA que forma un ángulo de $90^\circ - \alpha$ respecto a la dirección del flujo. El rozamiento debido al esfuerzo cortante de pared es $\tau_w \text{ sen } \alpha dA$, y el correspondiente a la presión es $p \cos \alpha dA$. El rozamiento total sobre el cuerpo es igual a la suma de las integrales de estos términos, evaluadas cada una de ellas sobre toda la superficie del cuerpo en contacto con el fluido. El rozamiento total integrado, debido al esfuerzo cortante en la pared, se llama *rozamiento de pared* y la magnitud correspondiente debida a la presión recibe el nombre de *rozamiento de forma*.

En el flujo potencial, $\tau_w = 0$ y no existe rozamiento de pared. Por otra parte, el rozamiento debido a la presión, en la dirección de flujo, se equilibra con una fuerza igual y de sentido opuesto, por lo que la integral del rozamiento de forma es igual a cero. Como consecuencia, en el flujo potencial no hay rozamiento neto.

Los fenómenos que dan lugar al rozamiento, tanto de pared como de forma, en fluidos reales, son complicados y, en general, no es posible predecirlos. Para esferas y otras formas regulares a bajas velocidades del fluido, los patrones de flujo y las fuerzas de rozamiento se estiman por métodos numéricos mediante las ecuaciones generales de balance de momento desarrolladas en el capítulo 4.¹⁶ Para formas irregulares y velocidades elevadas es preciso recurrir a medidas experimentales.

Coefficientes de rozamiento

Al estudiar el flujo de fluidos a través de tuberías y canales de conducción, se ha encontrado que resulta útil el factor de fricción, definido como la relación entre el esfuerzo cortante y el producto de la carga de velocidad por la densidad. En el caso de sólidos sumergidos se emplea un factor análogo, llamado coeficiente de rozamiento (o de arrastre). Considere una esfera lisa que se encuentra sumergida en un fluido en movimiento y a una distancia, desde la corriente que toca la superficie del sólido, suficiente para que la corriente que se aproxima lo haga a una velocidad uniforme. El área proyectada por un cuerpo sólido se define como el área que se obtiene al proyectar el cuerpo sobre un

**FIGURA 7.2**

Flujo en movimiento alrededor de una esfera sumergida.

plano perpendicular a la dirección de flujo, tal como se muestra en la figura 7.2. El área proyectada se designa como A_p . Para una esfera, el área proyectada es igual a la de un círculo grande, o sea $(\pi/4)D_p^2$, donde D_p es el diámetro. Si F_D es la fuerza de rozamiento total, la fuerza de rozamiento promedio por unidad de área proyectada es F_D/A_p . De la misma forma que el factor de fricción, f , se define como la relación entre τ_w y el producto de la densidad del fluido por la carga de velocidad, el coeficiente de rozamiento, que se representa por C_D se define como la relación entre F_D/A_p y el producto indicado anteriormente, o sea:

$$C_D \equiv \frac{F_D/A_p}{\rho u_0^2/2} \quad (7.1)$$

donde u_0 es la velocidad de la corriente que se aproxima (se supone que u_0 es constante en el área proyectada).

Para partículas no esféricas es necesario especificar el tamaño y la forma geométrica del cuerpo, así como su orientación con respecto a la dirección del flujo del fluido. Se elige una dimensión principal como la longitud característica y las demás dimensiones importantes se dan con relación a la magnitud elegida. Así, para cilindros, el diámetro D se elige como la dimensión fundamental, y la longitud se expresa como la relación L/D . Ha de especificarse también la orientación entre la partícula y la corriente. En el caso del cilindro, es suficiente con el ángulo formado por el eje del cilindro y la dirección del flujo. El área proyectada queda así determinada y es posible calcularla. En un cilindro orientado de tal forma que su eje sea perpendicular al flujo A_p es igual a LD_p , donde L es la longitud del cilindro. Para un cilindro cuyo eje es paralelo a la dirección del flujo, A_p es igual a $(\pi/4)D_p^2$, que es la misma que para una esfera de igual diámetro.

El análisis dimensional indica que el coeficiente de rozamiento de un sólido liso en un fluido no compresible depende del número de Reynolds, y de las relaciones de forma que sean necesarias. Para una forma determinada

$$C_D = \phi(\text{Re}_p)$$

El número de Reynolds para una partícula en un fluido se define como

$$\text{Re}_p \equiv \frac{G_0 D_p}{\mu} \quad (7.2)$$

donde D_p = longitud característica
 $G_0 = u_0 \rho$

Para cada forma y orientación existe una relación diferente entre C_D contra Re_p . En general, la relación se determina en forma experimental, aunque para esferas lisas y bajos números de Reynolds, existe una ecuación teórica bien establecida.

Los coeficientes de rozamiento en fluidos compresibles se incrementan al aumentar el número de Mach, cuando éste se hace mayor que 0.6. Los coeficientes para el flujo supersónico son por lo general mayores que para el subsónico.

Coeficientes de rozamiento (o arrastre) para formas típicas

En la figura 7.3 se representan curvas típicas de C_D contra Re_p para esferas, cilindros largos y discos. Las curvas se basan en las medidas de rozamiento para objetos que mantienen una posición fija en una corriente que fluye. El eje del cilindro y la cara del disco son perpendiculares a la dirección del flujo; estas curvas se emplean solamente cuando se mantiene esta orientación. Cuando un disco o un cilindro cae por gravedad en un fluido en reposo, oscilarán y girarán como si se movieran libremente a través del fluido, dando diferentes valores para los coeficientes de rozamiento. Es probable que las esferas en caída libre roten y sigan una trayectoria en espiral, dando lugar a pequeñas diferencias en los coeficientes de rozamiento respecto a una esfera en reposo. Por su comportamiento, las gotas y las burbujas pueden cambiar de forma cuando se mueven; esto se analizará en otra sección.

Debido a la naturaleza compleja del rozamiento, no es de extrañar que las variaciones de C_D con respecto a Re_p sean más complicadas en comparación con las de f con respecto a Re . Las variaciones en la pendiente de las curvas de C_D contra Re_p para distintos números de Reynolds, son el resultado de la interrelación de los diferentes factores que controlan el rozamiento, tanto de forma como de pared. Es posible analizar estos efectos estudiando el caso de una esfera.

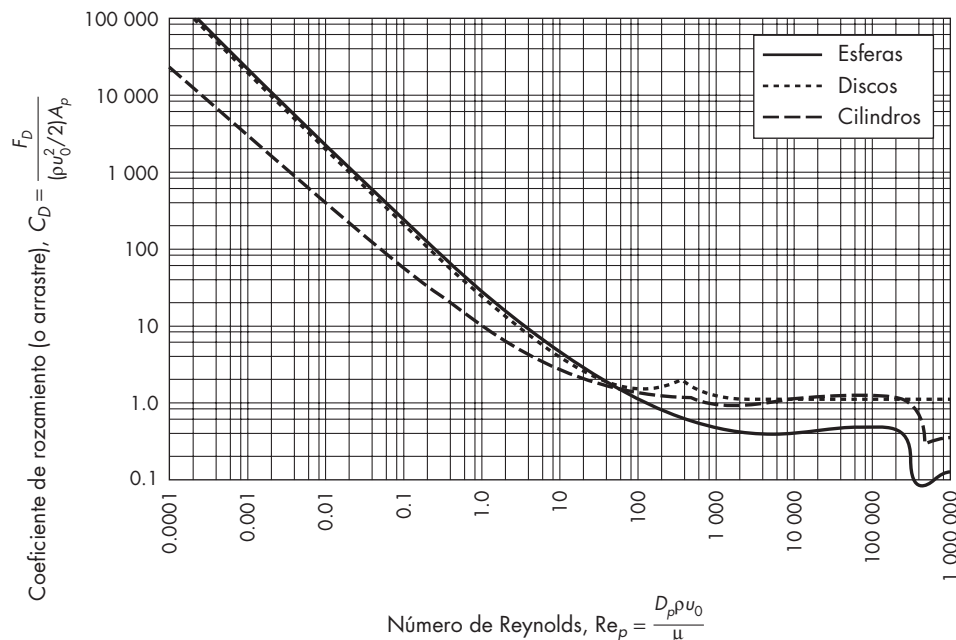
Para números de Reynolds bajos, la fuerza de rozamiento que actúa sobre una esfera cumple la ecuación teórica, llamada *ley de Stokes*, que se escribe

$$F_D = 3\pi\mu u_0 D_p \quad (7.3)$$

La ecuación para la velocidad terminal de una esfera a bajos números de Reynolds, ecuación (7.40), se denomina también ley de Stokes.

De acuerdo con las ecuaciones (7.3) y (7.1), el coeficiente de rozamiento que predice la ley de Stokes es

$$C_D = \frac{24}{\text{Re}_p} \quad (7.4)$$

**FIGURA 7.3**

Coeficientes de rozamiento para esferas, discos y cilindros. [Con autorización de J. H. Perry y D. W. Green (eds.), *Chemical Engineers' Handbook*, 7a. ed., p. 6-51. Copyright, © 1997, McGraw-Hill Book Company.]

En teoría, la ley de Stokes es válida sólo cuando Re_p es considerablemente menor que la unidad. En la práctica, como indica la parte izquierda de la gráfica de la figura 7.3, es posible utilizar las ecuaciones (7.3) y (7.4), con un error pequeño, para números de Reynolds menores que 1. A velocidades más bajas, para las que la ley es válida, la esfera se mueve a través del fluido deformándolo. El esfuerzo cortante de pared es el resultado sólo de las fuerzas viscosas, mientras que las fuerzas de inercia son despreciables. El movimiento de la esfera afecta al fluido a distancias considerables de la misma, y si dentro de una distancia de 20 o 30 diámetros de la esfera existe alguna pared sólida, es preciso corregir la ley de Stokes para tener en cuenta el efecto de dicha pared. El tipo de flujo descrito por esta ley se denomina *flujo reptante*. La ley es útil sobre todo para calcular la resistencia de partículas pequeñas, tales como polvo o niebla, que se mueven a través de gases o líquidos poco viscosos, o bien para el movimiento de partículas más grandes a través de líquidos muy viscosos.

Cuando el número de Reynolds sobrepasa el valor de $Re_p = 1$, el patrón de flujo detrás de la esfera se vuelve diferente en comparación con la parte frontal de la misma, y el coeficiente de rozamiento se vuelve mayor que el límite de la ley de Stokes de $24/Re_p$. En un número de Reynolds de alrededor de 20, una zona de recirculación de flujo se desarrolla cerca de la parte posterior del punto de estancamiento. La zona de recirculación o estela aumenta su tamaño cuando el número de Reynolds se incrementa, y cuando el $Re = 100$ la estela cubre cerca de una mitad de la esfera. Los grandes remolinos o vórtices en la estela disipan en forma considerable la energía mecánica y hacen que la presión

sea mucho menor en la corriente de salida en comparación con la de entrada. Esto ocasiona que el rozamiento de forma sea bastante mayor en relación con el que provoca el esfuerzo cortante de pared.

Para números de Reynolds moderados de 200 a 300, las oscilaciones que se desarrollan en la estela y los vórtices se desprenden de la estela de una manera regular y forman en la corriente de salida del fluido una serie de vórtices en movimiento o “calle de vórtice” ilustrado en la figura 7.4. Una calle de vórtice similar se forma cuando un fluido circula a través de alambres o cilindros largos y es responsable del zumbido de los cables del teléfono por el viento. La frecuencia de vibración se utiliza para valorar las medidas de la velocidad de flujo, como se describe en el capítulo 8.

Para $Re_p = 10^3$ a 10^5 , el coeficiente de rozamiento es constante y cercano al intervalo de 0.40 a 0.45, aunque cambia ligeramente sólo cuando el punto de separación de la capa límite se desplaza con lentitud hacia la parte delantera de la esfera. La figura 7.5a muestra el patrón de flujo para $Re_p \approx 10^5$, donde la capa límite en la parte frontal de la esfera es todavía laminar y el ángulo de separación es de 85° . Cuando la capa límite frontal se vuelve turbulenta a $Re_p \approx 300\,000$, el punto de separación se mueve hacia la parte posterior de la esfera y la estela se contrae, como se muestra en la figura 7.5b. La caída notable en el coeficiente de rozamiento desde 0.45 hasta 0.10 es consecuencia de la disminución en el tamaño de la estela y el correspondiente descenso en el rozamiento de forma.⁹

El número de Reynolds para el cual la capa límite adherida se hace turbulenta recibe el nombre de número de Reynolds crítico para el rozamiento. La curva para esferas, que se muestra en la figura 7.3, se aplica solamente cuando el fluido que se aproxima a la esfera no es turbulento, o bien cuando la esfera se mueve a través de un fluido estático estacionario. Si el fluido que se aproxima es turbulento, el número de Reynolds crítico es afectado por la escala de turbulencia y se hace menor a medida que la turbulencia aumenta. Por ejemplo, si la escala de turbulencia, definida como $100\sqrt{(u')^2}/\mu$, es de 2%, el número¹⁰ de Reynolds crítico es del orden de 140 000. Un método para medir la escala de turbulencia es determinar el número de Reynolds crítico y utilizar una correlación conocida entre dos cantidades.

La curva de C_D contra Re_p , para un cilindro infinitamente largo normal al flujo, es mucho más parecida a la de una esfera, pero para números bajos de Reynolds, C_D no varía inversamente proporcional con Re_p debido al carácter bidimensional del flujo alrededor del

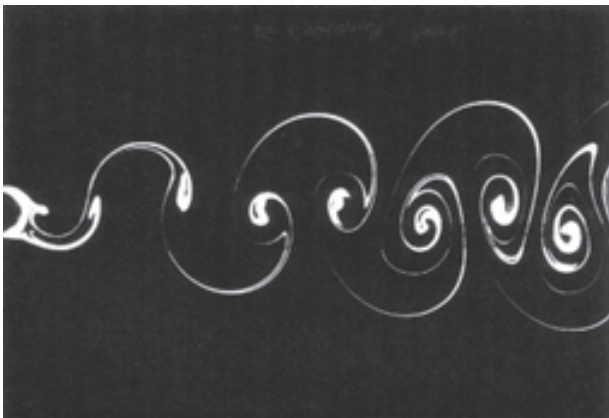
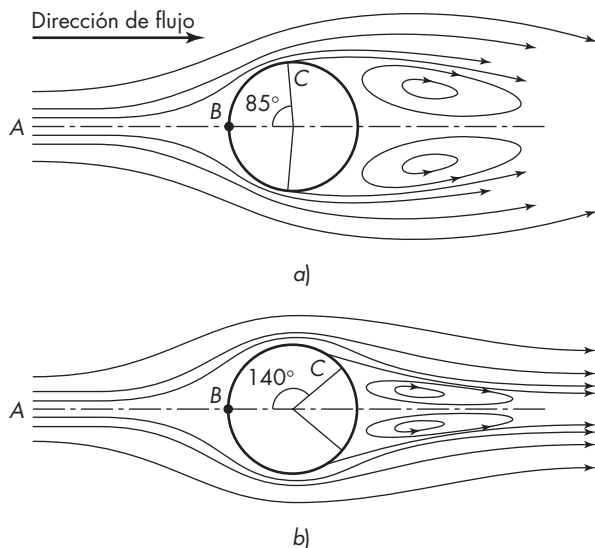


FIGURA 7.4

Serie de vórtices de la corriente de salida de un cilindro vertical (en el borde izquierdo de la figura).

**FIGURA 7.5**

Flujo que pasa alrededor de una sola esfera y que muestra separación y formación de estela: a) flujo laminar en capa límite; b) flujo turbulento en capa límite; B, punto de estancamiento; C, punto de separación. [Con autorización de J. C. Hunsaker y B. G. Rightmire, *Engineering Application of Fluid Mechanics*, pp. 202-203, Copyright, © 1947, McGraw-Hill Book Company.]

cilindro. Para cilindros cortos, tal como *pellets* de catalizador, el coeficiente de rozamiento está comprendido entre los valores de esferas y cilindros largos y varía inversamente con el número de Reynolds para números de Reynolds muy bajos. Los discos no presentan la caída del coeficiente de rozamiento para un número de Reynolds crítico debido a que una vez que se produce la separación en el borde frontal del disco, la corriente separada no retorna a la parte posterior del disco y la estela no se contrae cuando la capa límite se hace turbulenta. Los cuerpos que presentan este tipo de comportamiento reciben el nombre de *cuerpos escarpados*. Para un disco, el coeficiente de rozamiento C_D es aproximadamente la unidad para números de Reynolds superiores a 2000.

Los coeficientes de rozamiento para partículas de formas irregulares, tales como carbón, arena o pedazos de piedra, son mayores que para esferas del mismo tamaño nominal. La información para la piedra caliza en pedazos a $Re_p = 4$ a 400 se muestra en la figura 7.7 de la página 181. Otras pruebas⁵ de sólidos irregulares dan coeficientes de rozamiento de dos a tres veces los de esferas a números de Reynolds de 1 000 a 2000. También se han reportado²⁰ resultados para partículas isométricas tales como cubos y tetraedros.

Rozamiento de forma y de forma aerodinámica

El rozamiento de forma se minimiza forzando la separación hacia la parte posterior del cuerpo. Esto se logra dándole una forma aerodinámica. El método habitual de conseguirlo consiste en darle una forma apropiada a la parte posterior del cuerpo, de modo que al aumentar la presión en la capa límite, que es la causa fundamental de la separación, se produzca gradualmente con el fin de amortiguar la separación. En la figura 7.6 se muestra una forma aerodinámica típica con la parte posterior terminada en punta. Un cuerpo perfectamente aerodinámico no formaría estela y el rozamiento de forma sería nulo o muy pequeño.

Punto de estancamiento. Las líneas de corriente del fluido que pasan alrededor del cuerpo que se representa en la figura 7.6, indican que la corriente de fluido en el plano

de la sección, es separada por el cuerpo en dos partes: una que pasa por la parte superior del cuerpo y otra por la inferior. La línea de corriente AB divide las dos partes y termina en un punto determinado B , situado en la parte frontal del cuerpo. Este punto se llama punto de estancamiento, y la velocidad en el mismo es igual a cero. La ecuación (4.67) se escribe suponiendo que el flujo es horizontal y que la fricción a lo largo de la línea de corriente es despreciable. En la ecuación (4.67), el fluido no perturbado se identifica con el punto a y el punto de estancamiento con el b . Entonces

$$\frac{p_s - p_0}{\rho} = \frac{u_0^2}{2} \quad (7.5)$$

donde p_s = presión sobre el cuerpo en el punto de estancamiento

p_0 = presión en el fluido no perturbado

u_0 = velocidad del fluido no perturbado

ρ = densidad del fluido

El incremento de presión $p_s - p_0$, para la línea de corriente que pasa por el punto de estancamiento, es mayor que para cualquier otra línea de corriente, debido a que en este punto toda la carga de velocidad debido a la corriente que se aproxima se convierte en carga de presión.

Presión de estancamiento

La ecuación (7.5) se utiliza para fluidos compresibles a bajos números de Mach, pero se hace cada vez más inexacta cuando Ma es superior a 0.4. El valor adecuado de la presión p_s , que es la presión de estancamiento isentrópica definida como la presión del gas cuando la corriente pasa isentrópicamente hasta el reposo, se calcula a partir de las ecuaciones del capítulo 6 en la forma que se indica a continuación. A partir de la ecuación (6.24)

$$\left(\frac{p_s}{p_0} \right)^{1-1/\gamma} = \frac{T_s}{T_0} \quad (7.6)$$

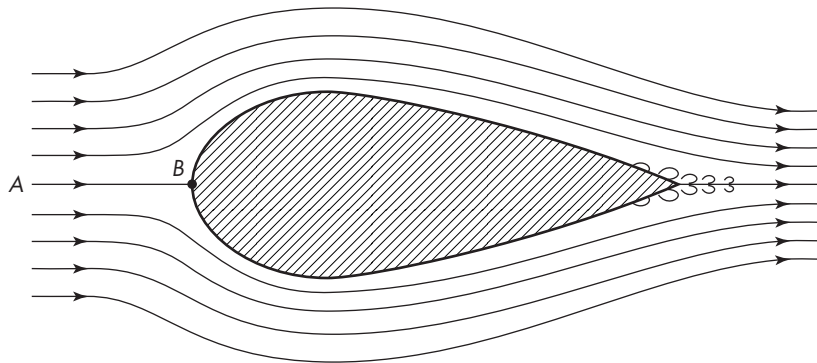


FIGURA 7.6

Cuerpo aerodinámico: AB , línea de corriente para el punto de estancamiento B .

siendo p_s = presión de estancamiento

T_s = temperatura de estancamiento

T_0 = temperatura de la corriente que se aproxima

A partir de la ecuación (6.43), si se considera que $T_a = T_s$, $T_b = T_0$, $Ma_a = 0$ y $Ma_b = Ma_0$,

$$\frac{T_s}{T_0} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma_0^2 \quad (7.7)$$

Al combinar las ecuaciones (7.6) y (7.7) resulta

$$\frac{p_s}{p_0} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma_0^2 \right)^{1/(1-1/\gamma)} \quad (7.8)$$

La ecuación (7.8) se dispone en la misma forma que la ecuación (7.5), se resta la unidad de ambos miembros y se desarrolla el segundo miembro de la ecuación (7.8) por el teorema del binomio. Después de sustituir y simplificar utilizando la relación para Ma dada por la ecuación (6.18), y al multiplicarla por p_0/ρ_0 , se obtiene

$$\frac{p_s - p_0}{\rho_0} = \frac{u_0^2}{2} \left(1 + \frac{Ma_0^2}{4} + \frac{2 - \gamma}{24} Ma_0^4 + \dots \right) \quad (7.9)$$

La comparación de la ecuación (7.9) con la ecuación (7.5) indica que el término entre paréntesis es el factor de corrección para convertir la ecuación (7.5) a una forma adecuada para fluidos compresibles en el intervalo de $0 \leq Ma < 1.0$.

FLUJO A TRAVÉS DE LECHOS DE SÓLIDOS

En numerosos procesos técnicos circulan líquidos o gases a través de lechos de partículas sólidas. Ejemplos importantes de estos procesos son la filtración y el flujo en contracorriente de las dos fases, líquida y gaseosa, a través de torres empacadas. En filtración, el lecho de sólidos está formado por pequeñas partículas que se separan del líquido mediante una tela filtrante o un tamiz fino. En otros procesos, tales como en el intercambio iónico o en reactores catalíticos, un solo fluido (líquido o gas) fluye a través de un lecho de sólidos granulares. La filtración se estudia en el capítulo 29, y las torres empacadas en el capítulo 18. El presente estudio se limita al flujo de una sola fase fluida a través de una columna de partículas sólidas estacionarias.

La resistencia al flujo de un fluido a través de los huecos de un lecho de sólidos, es la resultante del rozamiento total de todas las partículas del lecho. De acuerdo con el número de Reynolds $D_p G_0 / \mu$ el flujo será laminar o turbulento y habrá rozamiento de forma, separación y formación de estela. Igual que en el rozamiento debido a una sola partícula sólida, no hay transición brusca entre el flujo laminar y turbulento, como ocurre para el caso de flujo a través de tuberías y canales de conducción de sección transversal constante.

Los métodos más comunes para calcular la caída de presión a través de lechos de sólidos se basan en estimar el rozamiento total del fluido sobre las superficies sólidas, al pasar por los canales tortuosos formados por el lecho de partículas. Los canales reales son de forma irregular, tienen una sección transversal y orientación variables, y están altamente interconectados. De cualquier manera, para calcular el diámetro de un canal equivalente, se supone que el lecho tiene un conjunto de canales circulares uniformes, los cuales tienen un área total de superficie y un volumen de espacio vacío que concuerda con aquellos del lecho. El área total de la superficie es el área de la superficie de cada partícula por el número de partículas, pero es más conveniente basar el cálculo de acuerdo con las partículas en la fracción de volumen en el lecho y la relación superficie-volumen para las partículas. Esta relación es $6/D_p$ para una esfera, ya que $s_p = \pi D_p^2$ y $v_p = \frac{1}{6}\pi D_p^3$. Para otras formas o partículas irregulares, la ecuación para la relación superficie-volumen incluye una esfericidad Φ_s , definida como la relación superficie-volumen para una esfera de diámetro D_p dividida entre la relación superficie-volumen para la partícula cuyo tamaño nominal es D_p . Por lo tanto,

$$\Phi_s = \frac{6/D_p}{s_p/v_p}$$

o

$$\frac{s_p}{v_p} = \frac{6}{\Phi_s D_p}$$

(7.10)

La fracción de volumen de partículas en el lecho es $1 - \varepsilon$, donde ε es la porosidad o fracción hueca. Si las partículas son porosas, los poros por lo general son muy pequeños para permitir que cualquier flujo significativo pase a través de ellos, así que ε toma como la fracción hueca externa del lecho y no como la porosidad total.

Para determinar el diámetro equivalente D_{eq} del canal, el área de superficie para n canales paralelos de longitud L se establece igual al volumen de la partícula $S_0 L (1 - \varepsilon)$, por la relación superficie-volumen, donde S_0 es el área de la sección transversal del lecho:

TABLA 7.1
Esfericidad de materiales diversos[†]

Material	Esfericidad	Material	Esfericidad
Esferas, cubos, cilindros cortos ($L = D_p$)	1.0	Arena de Ottawa	0.95
Anillos Raschig ($L = D_p$)		Arena redonda	0.83
$L = D_o, D_i = 0.5D_o$	0.58 [‡]	Polvo de carbón	0.73
$L = D_o, D_i = 0.75D_o$	0.33 [‡]	Arena de roca	0.65
Silletas Berl	0.3	Vidrios triturados	0.65
		Hojuelas de mica	0.28

[†] Con autorización de J. H. Perry (ed.), *Chemical Engineers' Handbook*, 6a. ed., pp. 5-54, McGraw-Hill Book Company, Nueva York, 1984.
[‡] Valor calculado.

$$n\pi D_{eq}L = S_0L(1-\varepsilon)\frac{6}{\Phi_s D_p} \quad (7.11)$$

El volumen total de los n canales es igual al volumen hueco en el lecho:

$$S_0L\varepsilon = \frac{1}{4}n\pi D_{eq}^2L \quad (7.12)$$

Al combinar las ecuaciones (7.11) y (7.12) se obtiene una ecuación para D_{eq} :

$$D_{eq} = \frac{2}{3}\Phi_s D_p \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \quad (7.13)$$

Para la fracción hueca típica de 0.4, $D_{eq} = 0.44 \Phi_s D_p$, o el diámetro equivalente es aproximadamente la mitad del tamaño de la partícula.

La caída de presión depende de la velocidad media en los canales $\bar{V}$, que es proporcional a la velocidad superficial o de la torre vacía $\bar{V}_0$ e inversamente proporcional a la porosidad:

$$\bar{V} = \frac{\bar{V}_0}{\varepsilon} \quad (7.14)$$

Con la velocidad media y el tamaño del canal expresados ahora en términos de parámetros medibles $\bar{V}_0$, D_p y ε , la forma de la correlación para la caída de presión se calcula utilizando el modelo del canal. Para flujo con números de Reynolds muy bajos, la caída de presión varía con la primera potencia de la velocidad y de manera inversa con el cuadrado del tamaño del canal, de acuerdo con la ecuación de Hagen-Poiseuille para el flujo laminar en tubos rectos, ecuación (5.20). Las ecuaciones para $\bar{V}$ y D_{eq} se utilizan en la ecuación (5.20), y un factor de corrección λ_1 se adiciona para considerar el hecho de que los canales son en realidad tortuosos y no completamente rectos ni paralelos:

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{32\bar{V}\mu}{D^2} = \frac{32\lambda_1\bar{V}_0\mu}{\frac{4}{9}\varepsilon\Phi_s^2D_p^2} \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^2} \quad (7.15)$$

$$\text{o} \quad \frac{\Delta p}{L} = \frac{72\lambda_1\bar{V}_0\mu}{\Phi_s^2D_p^2} \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \quad (7.16)$$

Varios estudios han mostrado que la forma de la ecuación (7.16) es correcta, y los experimentos proporcionan una constante empírica de 150:

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{150\bar{V}_0\mu}{\Phi_s^2D_p^2} \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \quad (7.17)$$

La ecuación (7.17) se conoce como la ecuación de *Kozeny-Carman* y se aplica para el flujo a través de lechos de partículas con números de Reynolds hasta 1.0. En este número de Reynolds no hay cambios de forma en la transición brusca a un flujo turbulento; pero a números de Reynolds elevados, hay cambios frecuentes en la forma y dirección de los canales en el lecho, los cuales llevan a pérdidas significantes de energía cinética. Un valor

razonable para el factor de tortuosidad es la constante 150 que corresponde a $\lambda_1 = 2.1$. Para un sistema determinado, la ecuación (7.17) indica que el flujo es proporcional a la caída de presión e inversamente proporcional a la viscosidad del fluido. Este enunciado se conoce como la *ley de Darcy*, la cual se utiliza con frecuencia para describir el flujo de líquidos a través de medios porosos.

Cuando la velocidad de flujo a través de lechos empacados aumenta, la pendiente de la gráfica de Δp contra $\bar{V}_0$ aumenta en forma gradual; y a números de Reynolds muy elevados, Δp varía cuando el exponente de la velocidad superficial es de 1.9 o 2.0. Si la ecuación común para el flujo turbulento en tuberías [ecuación (5.7)] se aplica al lecho empacado, el factor de corrección λ_2 considera la tortuosidad y la ecuación esperada es

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{2f\rho\bar{V}^2}{D_{eq}} = 2f\lambda_2\rho\left(\frac{\bar{V}_0}{\varepsilon}\right)^2 \frac{3(1-\varepsilon)}{2\Phi_s D_p \varepsilon} \quad (7.18)$$

$$\text{o} \quad \frac{\Delta p}{L} = \frac{3f\lambda_2\rho\bar{V}_0^2}{\Phi_s D_p} \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \quad (7.19)$$

La ecuación de Burke-Plummer es una correlación empírica para la caída de presión en lechos empacados cuando los números de Reynolds son elevados ($Re_p > 1000$)

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{1.75\rho\bar{V}_0^2}{\Phi_s D_p} \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \quad (7.20)$$

Aunque esta ecuación tiene la misma forma que la ecuación (7.19), la constante 1.75 es mucho más elevada que la esperada, cuando se basa en los factores de fricción para el flujo en la tubería. Si Re_p es 10^4 y el Re basado en D_{eq} es por lo tanto alrededor de 4000, el factor de fricción para la tubería lisa es $f \cong 0.01$ (figura 5.10). Esto significa que el factor de corrección λ_2 es $1.75/0.03 = 58$, esto requiere de una explicación mucho más extensa por la tortuosidad de los canales o la rugosidad de la superficie de la partícula. La principal contribución a la caída de presión la constituyen las pérdidas de energía cinética causadas por cambios en el área de la sección transversal y la dirección del flujo del canal. A medida que el fluido pasa entre las partículas, el canal se vuelve pequeño y en seguida largo, y la velocidad máxima es mucho mayor que la velocidad promedio. La mayoría de la energía cinética del fluido se pierde como una pérdida de expansión [véase ecuación (5.67)], puesto que el área del canal cambia rápidamente.

Para enfatizar la magnitud de las pérdidas de la energía cinética, la caída de presión de la ecuación (7.20) se divide entre $\rho\bar{V}^2/2$ para obtener el número de cargas de velocidad. Utilizando la velocidad promedio $\bar{V}_0/\varepsilon$ para $\bar{V}$ se obtiene

$$\frac{\Delta p}{(\rho/2)(\bar{V}_0/\varepsilon)^2} = 2 \times 1.75 \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right) \frac{L}{\Phi_s D_p} \quad (7.21)$$

Para una fracción hueca típica de 0.4 y un lecho de esferas, la caída de presión corresponde a la pérdida de las cargas de velocidad de 5.25 para cada capa de partículas ($2 \times 1.75 \times 0.6/0.4$). Este número es mayor que 1.0, debido a que la velocidad local en lugares estrechos en los canales de flujo será de 2 a 3 veces la velocidad promedio $\bar{V}$, y mucha de la energía cinética se pierde a medida que el fluido pasa a través de cada capa de partículas.

TABLA 7.2

Fracciones huecas para empaques apilados o rellenos al azar

D_p/D_t	ε para esferas	ε para cilindros
~ 0	0.34	0.34
0.1	0.38	0.35
0.2	0.42	0.39
0.3	0.46	0.45
0.4	0.50	0.53
0.5	0.55	0.60

Una ecuación que abarque todo el intervalo de velocidades de flujo se obtiene suponiendo que las pérdidas de viscosidad y energía cinética son aditivas. El resultado se conoce como la ecuación de *Ergun*:

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{150 \bar{V}_0 \mu}{\Phi_s^2 D_p^2} \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} + \frac{1.75 \rho \bar{V}_0^2}{\Phi_s D_p} \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \quad (7.22)$$

Ergun demostró que la ecuación (7.22) es adecuada para datos obtenidos con esferas, cilindros y sólidos triturados, sobre un intervalo amplio de velocidades de flujo.¹ También varió la densidad de empaque para algunos materiales con la finalidad de verificar el término $(1-\varepsilon)^2/\varepsilon^3$ para la parte de pérdida de viscosidad de la ecuación y el término $(1-\varepsilon)/\varepsilon^3$ para la parte de energía cinética. Observe que un pequeño cambio en ε tiene un efecto muy grande en Δp , lo cual dificulta predecir con exactitud Δp y reproducir los valores experimentales después de que el lecho es reempacado.

En el caso de las fracciones huecas para esferas y empaques granulares, el intervalo por lo general es de 0.3 a 0.6, dependiendo de la relación del tamaño de partícula al tamaño del tubo y del método de empaquetamiento. Algunos datos obtenidos por Leva y Grummer¹³ para empaques apilados se proporcionan en la tabla 7.2. La vibración aplicada al lecho da como resultado en las fracciones huecas un porcentaje un poco menor que los empaques rellenos al azar. Las partículas con una superficie rugosa tienen en las fracciones huecas un porcentaje un poco mayor que las partículas lisas. Para una distribución irregular de tamaño de las partículas, las fracciones huecas son más bajas que para las partículas uniformes.

Para anillos Raschig y silletas Berl, que tienen porosidades entre 0.60 a 0.75, la ecuación (7.22) predice caídas de presión menores que las que se obtienen en forma experimental. Para estos materiales y otros empaques con área de superficie y porosidad elevadas, la caída de presión se obtiene utilizando los factores de empaque que se proporcionan en la tabla 18.1 o con la información del proveedor.

Mezcla de partículas

La ecuación (7.22) se utiliza para lechos formados por una mezcla de partículas de diferente tamaño empleando, en vez de D_p , el diámetro medio superficial $\bar{D}_s$ de la mezcla. Este diámetro se calcula a partir del número de partículas N_i o a partir de la fracción en masa x_i para cada intervalo de tamaños:

$$\bar{D}_s = \frac{\sum_{i=1}^n N_i \bar{D}_{pi}^3}{\sum_{i=1}^n N_i \bar{D}_{pi}^2} \quad (7.23)$$

$$\bar{D}_s = \frac{1}{\sum_{i=1}^n (x_i / \bar{D}_{pi})} \quad (7.24)$$

Fluidos compresibles. Cuando la variación de la densidad del fluido es pequeña —y rara vez la caída de presión es suficientemente grande para que varíe la densidad en forma apreciable— se utiliza la ecuación (7.22) para calcular los valores de $\bar{V}_0$ a la entrada y a la salida, y se emplea la media aritmética para $\bar{V}_0$ en la ecuación.

MOVIMIENTO DE PARTÍCULAS A TRAVÉS DE FLUIDOS

En muchas etapas de los procesos, en especial en separaciones mecánicas, interviene el movimiento de partículas sólidas o gotas líquidas a través de un fluido. El fluido puede ser un gas o un líquido, y es posible que esté en movimiento o en reposo. Son ejemplos la eliminación de polvos y humos del aire o de gases de combustión, la eliminación de sólidos contenidos en líquidos residuales (para poder verterlos en los desagües públicos) y la recuperación de nieblas ácidas a partir de los gases residuales procedentes de plantas industriales.

Mecánica del movimiento de partículas

El movimiento de una partícula a través de un fluido requiere una fuerza externa que actúe sobre la partícula. Esta fuerza puede provenir de la diferencia de densidad entre la partícula y el fluido, o del resultado de campos eléctricos o magnéticos. En esta sección sólo se considerarán fuerzas gravitacionales o centrífugas derivadas de diferencias de densidad.

Sobre una partícula que se mueve a través de un fluido actúan tres fuerzas: 1) la fuerza externa, gravitacional o centrífuga; 2) la fuerza de flotación, que es paralela a la fuerza externa pero de sentido contrario, y 3) la fuerza de rozamiento (o de arrastre) que aparece siempre que hay movimiento relativo entre la partícula y el fluido. La fuerza de rozamiento que se opone al movimiento actúa en la dirección del movimiento pero en sentido contrario.

En el caso general, es posible que la dirección del movimiento de la partícula con relación al fluido no sea paralela a la dirección de las fuerzas externas y de flotación, y entonces la fuerza de rozamiento forma un ángulo con las otras dos. En este caso, que recibe el nombre de *movimiento bidimensional*, es preciso descomponer el rozamiento en sus componentes, lo cual complica el tratamiento de la mecánica de la partícula. Se

dispone de ecuaciones para el movimiento bidimensional,¹² pero en este libro sólo se considerará el movimiento unidimensional en el que las líneas de acción de todas las fuerzas que actúan sobre la partícula son colineales.

Ecuaciones para el movimiento unidimensional de una partícula a través de un fluido

Considere una partícula de masa m que se mueve a través de un fluido bajo la acción de una fuerza externa F_e . Sea u la velocidad de la partícula con relación al fluido, F_b la fuerza de flotación sobre la partícula y F_D el rozamiento. Por lo tanto, la fuerza resultante que actúa sobre la partícula es $F_e - F_b - F_D$, la aceleración de la partícula es du/dt , y según la ecuación (1.33), puesto que m es constante,

$$m \frac{du}{dt} = F_e - F_b - F_D \quad (7.25)$$

La fuerza externa se expresa como el producto de la masa por la aceleración a_e de la partícula debida a esta fuerza, y

$$F_e = ma_e \quad (7.26)$$

Según el principio de Arquímedes, la fuerza de flotación es igual al producto de la masa del fluido desplazada por la partícula y la aceleración debida a la fuerza externa. El volumen de la partícula es m/ρ_p , donde ρ_p es la densidad de la partícula, y la partícula desplaza este mismo volumen de fluido. La masa de fluido desplazado es $(m/\rho_p)\rho$, donde ρ es la densidad del fluido. Por lo tanto, la fuerza de flotación es

$$F_b = \frac{m\rho a_e}{\rho_p} \quad (7.27)$$

Según la ecuación (7.1), la fuerza de rozamiento es

$$F_D = \frac{C_D u_0^2 \rho A_p}{2} \quad (7.28)$$

donde C_D = coeficiente de rozamiento, adimensional

A_p = área proyectada de la partícula, medida en un plano perpendicular a la dirección de movimiento de la partícula

$$u_0 = u$$

Al sustituir las fuerzas de las ecuaciones (7.26) a (7.28) en la ecuación (7.25), se obtiene

$$\frac{du}{dt} = a_e - \frac{\rho a_e}{\rho_p} - \frac{C_D u^2 \rho A_p}{2m} = a_e \frac{\rho_p - \rho}{\rho_p} - \frac{C_D u^2 \rho A_p}{2m} \quad (7.29)$$

Movimiento debido a la fuerza gravitacional. Si la fuerza externa es la de la gravedad, a_e es g , la aceleración de la gravedad, y la ecuación (7.29) se transforma en

$$\frac{du}{dt} = g \frac{\rho_p - \rho}{\rho_p} - \frac{C_D u^2 \rho A_p}{2m} \quad (7.30)$$

Movimiento en un campo centrífugo. Siempre que se varía la dirección del movimiento de una partícula, se origina una fuerza centrífuga. La aceleración producida por una fuerza centrífuga en el movimiento circular es

$$a_e = r\omega^2 \quad (7.31)$$

donde r = radio de la trayectoria de la partícula
 ω = velocidad angular, rad/s

Se sustituye en la ecuación (7.29) y se obtiene

$$\frac{du}{dt} = r\omega^2 \frac{\rho_p - \rho}{\rho_p} - \frac{C_D u^2 \rho A_p}{2m} \quad (7.32)$$

En esta ecuación, u es la velocidad de la partícula con relación al fluido y está dirigida hacia fuera, a lo largo del radio.

Velocidad terminal

En el arreglo o asentamiento de partículas por gravedad, g es constante. Por otra parte, el rozamiento aumenta siempre con la velocidad. La ecuación (7.30) indica que la aceleración disminuye con el tiempo y tiende a cero. La partícula alcanza rápidamente una velocidad constante, que es la máxima alcanzable en estas condiciones y que se denomina *velocidad terminal*. Para el arreglo de partículas por gravedad, se encuentra la ecuación de la velocidad terminal u_t mediante $du/dt = 0$. Se tiene entonces, a partir de la ecuación (7.30),

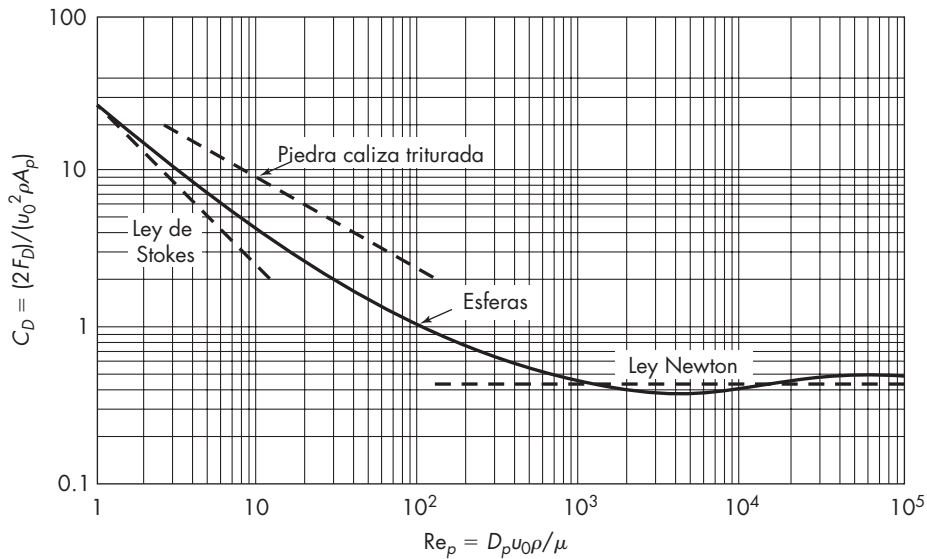
$$u_t = \sqrt{\frac{2g(\rho_p - \rho)m}{A_p \rho_p C_D \rho}} \quad (7.33)$$

En el movimiento debido a una fuerza centrífuga, la velocidad depende del radio y la aceleración no es constante, si la partícula se mueve con respecto al fluido. Sin embargo, en muchos casos prácticos en los que se emplea la fuerza centrífuga, du/dt es pequeño en comparación con los otros términos de la ecuación (7.32); y si du/dt se desprecia, es posible definir, para un radio determinado, una velocidad terminal mediante la ecuación

$$u_t = \omega \sqrt{\frac{2r(\rho_p - \rho)m}{A_p \rho_p C_D \rho}} \quad (7.34)$$

Coefficiente de rozamiento

Para el uso cuantitativo de las ecuaciones (7.29) a (7.34) es necesario disponer de valores numéricos del coeficiente de rozamiento C_D . La figura 7.3, que muestra el coeficiente de rozamiento (o de arrastre) como una función del número de Reynolds, corresponde a esta relación. En la figura 7.7 se reproduce una parte de la curva de C_D contra Re_p para esferas, así como una curva para partículas de piedra caliza trituradas.⁴ Sin embargo, las

**FIGURA 7.7**

Coeficientes de rozamiento para esferas y partículas irregulares.³

curvas solamente se aplican en condiciones restringidas. La partícula ha de ser sólida, estar lejos de otras partículas y de las paredes del recipiente, de forma que no se distorsione el patrón de flujo alrededor de la partícula; además la partícula ha de moverse a su velocidad terminal con respecto al fluido. Los coeficientes de rozamiento (o de arrastre) para partículas aceleradas son considerablemente mayores que los que se muestran en la figura 7.7, de tal forma que una partícula que se deja caer en un fluido tarda más en alcanzar la velocidad terminal que lo que predicen⁸ los valores de C_D para estado estacionario. Por otra parte, cuando se inyectan partículas en una corriente que se mueve rápidamente, las partículas se aceleran menos de lo que cabría esperar, y los coeficientes de rozamiento (o arrastre) son en este caso menores que los valores normales. Sin embargo, para la mayoría de los procesos en los que intervienen pequeñas partículas o gotas, el tiempo de aceleración hasta la velocidad terminal es muy reducido y con frecuencia se ignora en el análisis del proceso.¹⁰

Las variaciones en la forma de la partícula se toman en cuenta obteniendo curvas separadas de C_D contra Re_p para cada forma, como se muestra en la figura 7.3 en el caso de cilindros y discos. Sin embargo, como se ha indicado con anterioridad, las curvas para cilindros y discos de la figura 7.3 sólo son aplicables para una orientación especificada de la partícula. En el movimiento libre de partículas no esféricas a través de un fluido, la orientación cambia de manera constante. Este cambio consume energía y da lugar a un aumento del rozamiento efectivo sobre la partícula; además C_D es mayor que cuando el movimiento del fluido a través una partícula estacionaria. Por ejemplo, los coeficientes de rozamiento (o arrastre) para la piedra caliza triturada, como se muestra en la figura 7.7, son más de dos veces mayores que aquéllos para esferas del mismo

diámetro nominal. Como consecuencia, la velocidad terminal, en especial con discos y otras partículas de forma parecida, es menor que la que cabría predecir a partir de las curvas para una orientación de la partícula determinada.

En el tratamiento que sigue se supondrá que las partículas son esféricas, si bien una vez que se conocen los coeficientes de rozamiento (o arrastre) para el movimiento libre de las partículas, se aplican los mismos principios que a cualquier otra forma.^{5, 20}

Cuando la partícula está a suficiente distancia de los límites del recipiente y de otras partículas, de forma que no afecten a su caída, el proceso recibe el nombre de *arreglo libre*. Si el movimiento de las partículas está obstruido por otras partículas, lo que ocurrirá cuando las partículas estén próximas entre sí, aun cuando no colisionen, el proceso recibe el nombre de *arreglo o asentamiento impedido*. El coeficiente de rozamiento (o de arrastre) en arreglo o asentamiento impedido es mayor que en el arreglo libre.

Si las partículas son muy pequeñas, aparece el movimiento browniano. Éste es un movimiento aleatorio debido a las colisiones de las partículas con las moléculas del fluido que las rodean. Este efecto se hace apreciable para tamaños de partícula del orden de 2 a 3 μm y predomina sobre la fuerza de gravedad para un tamaño de la partícula de 0.1 μm o inferior. El movimiento aleatorio de la partícula tiende a suprimir el efecto de la fuerza de gravedad, de tal manera que no se produce el arreglo o asentamiento de las partículas. La aplicación de una fuerza centrífuga reduce el efecto relativo del movimiento browniano.

Movimiento de partículas esféricas

Si las partículas son esferas de diámetro D_p ,

$$m = \frac{1}{6} \pi D_p^3 \rho_p \quad (7.35)$$

y

$$A_p = \frac{1}{4} \pi D_p^2 \quad (7.36)$$

Al sustituir m y A_p de las ecuaciones (7.35) y (7.36) en la ecuación (7.33), se obtiene la ecuación para el asentamiento de esferas por gravedad

$$u_t = \sqrt{\frac{4g(\rho_p - \rho)D_p}{3C_D\rho}} \quad (7.37)$$

En el caso general, la velocidad terminal se obtiene por prueba ensayo y error después de estimar Re_p para obtener un valor estimativo inicial de C_D . Para los casos límite de números de Reynolds muy elevados o muy bajos, se utilizan ecuaciones para obtener directamente u_t .

Para bajos números de Reynolds, el coeficiente de rozamiento varía inversamente proporcional con Re_p y las ecuaciones para C_D , F_D y u_t son

$$C_D = \frac{24}{\text{Re}_p} \quad (7.38)$$

$$F_D = 3\pi\mu u_t D_p \quad (7.39)$$

$$u_t = \frac{gD_p^2(\rho_p - \rho)}{18\mu} \quad (7.40)$$

La ecuación (7.40), similar a la (7.3), es una forma de la ley de Stokes y se aplica para números de Reynolds de partícula inferiores a 1.0. Para $Re_p = 1.0$, $C_D = 26.5$ en vez de 24, según la ecuación (7.38) y, puesto que la velocidad terminal depende de la raíz cuadrada del coeficiente de rozamiento, la ley de Stokes comete un error de 5% en este punto. La ecuación (7.40) se modifica para predecir la velocidad de asentamiento o arreglo de una pequeña esfera en un campo centrífugo sustituyendo ω^2 por g .

Para $1000 < Re_p < 200000$, el coeficiente de rozamiento (o de arrastre) es casi constante y las ecuaciones son

$$C_D = 0.44 \quad (7.41)$$

$$F_D = 0.055\pi D_p^2 u_t^2 \rho \quad (7.42)$$

$$u_t = 1.75 \sqrt{\frac{gD_p(\rho_p - \rho)}{\rho}} \quad (7.43)$$

La ecuación (7.43) es la ley de Newton y se aplica sólo para partículas relativamente grandes que caen en gases o fluidos de baja viscosidad.

Como muestran las ecuaciones (7.40) y (7.43), la velocidad terminal u_t varía con D_p^2 en el intervalo de la ley de Stokes, mientras que en el intervalo de la ley de Newton ésta varía con $D_p^{0.5}$.

Criterios para el régimen de asentamiento o arreglo de partículas

Para identificar el intervalo en el que está comprendido el movimiento de la partícula, se elimina el término de velocidad del número de Reynolds sustituyendo u_t de la ecuación (7.40) para obtener, en el intervalo de la ley de Stokes,

$$Re_p = \frac{D_p u_t \rho}{\mu} = \frac{D_p^3 g \rho (\rho_p - \rho)}{18\mu^2} \quad (7.44)$$

Para aplicar la ley de Stokes, Re_p ha de ser menor que 1.0. Con el fin de obtener un criterio conveniente K ,

$$K = D_p \left[\frac{g \rho (\rho_p - \rho)}{\mu^2} \right]^{1/3} \quad (7.45)$$

Por lo tanto, a partir de la ecuación (7.44), $Re_p = \frac{1}{18} K^3$. Considerando Re_p igual a 1.0 y resolviendo, se obtiene $K = 18^{1/3} = 2.6$. Si se conoce el tamaño de la partícula es posible calcular K a partir de la ecuación (7.45). Si el valor así calculado de K es menor que 2.6, es aplicable la ley de Stokes.

La sustitución de u_t de la ecuación (7.43) indica que para el intervalo de la ley de Newton $Re_p = 1.75K^{1.5}$. Si se considera esto igual a 1000 y se despeja, se obtiene $K = 68.9$. Por lo tanto, si K es mayor que 68.9 pero menor que 2360, se aplica la ley de Newton. Cuando K es mayor que 2360, el coeficiente de rozamiento (o de arrastre) puede cambiar bruscamente para pequeñas variaciones de la velocidad de flujo. Para estas condiciones, así como para el intervalo comprendido entre la ley de Stokes y la ley de Newton ($2.6 < K < 68.9$), la velocidad límite se calcula a partir de la ecuación (7.37) utilizando un valor C_D obtenido por prueba y error en la figura 7.7.

EJEMPLO 7.1 a) Estime la velocidad terminal para partículas de piedra caliza de 80 a 100 mallas ($\rho_p = 2800 \text{ kg/m}^3$) que sedimentan en agua a 30°C . b) ¿Cuál sería la velocidad en un separador centrífugo en el que la aceleración fuese $50g$?

Solución

a) A partir del apéndice 5,

$$D_p \text{ para 100 mallas} = 0.147 \text{ mm}$$

$$D_p \text{ para 80 mallas} = 0.175 \text{ mm}$$

$$\text{Diámetro medio } \bar{D}_p = 0.161 \text{ mm}$$

A partir del apéndice 6, $\mu = 0.801 \text{ cP}$ y $\rho = 62.16 \text{ lb/ft}^3$ o 995.7 kg/m^3 . Para encontrar la ley de asentamiento que es aplicable, se calcula el criterio K [ecuación (7.45)]:

$$K = 0.161 \times 10^{-3} \left[\frac{9.80665 \times 995.7 (2800 - 995.7)}{(0.801 \times 10^{-3})^2} \right]^{1/3}$$

$$= 4.86$$

Esto es ligeramente superior al intervalo de la ley de Stokes. Suponiendo que $Re_p = 5$; a partir de la figura 7.6, $C_D \cong 14$, y a partir de la ecuación (7.37)

$$u_t = \left[\frac{4 \times 9.80665 (2800 - 995.7) (0.161 \times 10^{-3})}{3 \times 14 \times 995.7} \right]^{1/2}$$

$$= 0.0165 \text{ m/s}$$

Comprobación:

$$Re_p = \frac{0.161 \times 10^{-3} \times 0.0165 \times 995.7}{0.801 \times 10^{-3}} = 3.30$$

Puesto que C_D con $Re_p = 3.30$ es mayor que 14, la u_t y Re_p obtenidas serán menores que los valores anteriores, así que se estima un valor menor de Re_p . Suponiendo

$$Re_p = 2.5 \quad C_D \cong 20$$

$$u_t = 0.0165 \left(\frac{14}{20} \right)^{0.5} = 0.0138 \text{ m/s}$$

$$Re_p = 3.30 \left(\frac{0.0138}{0.0165} \right) = 2.76$$

Éste es un valor más cercano a 2.5, y

$$u_t \cong 0.014 \text{ m/s}$$

b) Se utiliza $a_e = 50g$ en vez de g en la ecuación (7.45), y puesto que sólo cambia la aceleración, $K = 4.86 \times 50^{1/3} = 17.90$, que todavía está comprendido en el intervalo del asentamiento intermedio. Estimando $Re_p = 40$; a partir de la figura 7.7, $C_D = 4.1$ y

$$u_t = \left[\frac{4 \times 9.80665 \times 50 (2800 - 995.7) (0.161 \times 10^{-3})}{3 \times 4.1 \times 995.7} \right]^{1/2}$$

$$= 0.216 \text{ m/s}$$

Comprobación:

$$Re_p = \frac{0.161 \times 10^{-3} \times 0.216 \times 995.7}{0.801 \times 10^{-3}} = 43, \text{ cerrado a } 40$$

$$u_t \cong 0.22 \text{ m/s}$$

Las velocidades terminales calculadas son de 30% menor que las velocidades para una esfera del mismo tamaño, pero sus valores son aproximados porque se desconoce la forma de la partícula.

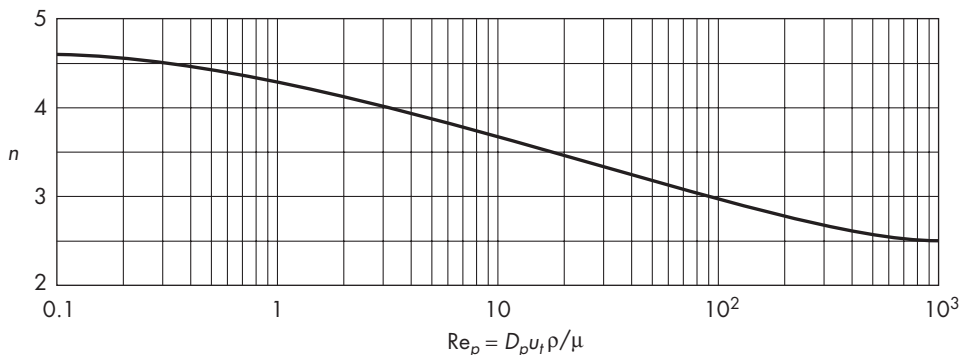
Asentamiento de partícula impedido

En el asentamiento impedido, los gradientes de velocidad alrededor de cada partícula están afectados por la presencia de las partículas más próximas, de tal forma que no son aplicables las correlaciones del rozamiento normal. Por otra parte, las partículas al asentarse desplazan líquido, que fluye hacia arriba y da lugar a que la velocidad de la partícula con relación al fluido sea mayor que la velocidad absoluta de asentamiento. Para una suspensión uniforme, la velocidad de asentamiento u_s se estima a partir de la velocidad terminal para una partícula aislada utilizando la ecuación empírica de Maude y Whitmore¹⁶

$$u_s = u_t (\epsilon)^n \quad (7.46)$$

El exponente n varía desde aproximadamente 4.6 en el intervalo de la ley de Stokes hasta 2.5 en el intervalo de la ley de Newton, tal como se muestra en la figura 7.8. Para partículas muy pequeñas, la relación calculada u_s/u_t es 0.62 para $\epsilon = 0.9$ y 0.095 para $\epsilon = 0.6$. Para partículas grandes, las relaciones correspondientes son $u_s/u_t = 0.77$ y 0.28; el efecto del asentamiento impedido no es tan pronunciado debido a que el espesor de la capa límite es una pequeña fracción del tamaño de la partícula. En cualquier caso, la ecuación (7.46) se utilizará con precaución, puesto que la velocidad de asentamiento también depende de la forma de la partícula y de la distribución de tamaño. Para el diseño riguroso de una cámara de asentamiento es preciso disponer de datos experimentales.

Si partículas de un determinado tamaño que caen a través de una suspensión de sólidos mucho más finos, la velocidad terminal de las partículas más grandes deberá calcularse utilizando la densidad y la viscosidad de la suspensión fina. La ecuación (7.46) se emplea entonces para estimar la velocidad de asentamiento tomando ϵ como la fracción en volumen de la suspensión fina y no la fracción total de vacío (o huecos). Se utilizan

**FIGURA 7.8**

Gráfica del exponente n contra Re_p para la ecuación (7.46).

suspensiones de arena muy finas en agua para separar carbón de minerales pesados, y la densidad de la suspensión se ajusta hasta un valor ligeramente superior a la del carbón con el fin de que las partículas de carbón asciendan hacia la superficie mientras que las del mineral se asientan en el fondo.

EJEMPLO 7.2 Partículas de esfalerita (gravedad específica = 4.00) se asientan por la fuerza de gravedad en tetracloruro de carbono (CCl_4) a 20 °C (gravedad específica = 1.594). El diámetro de las partículas de esfalerita es 0.004 in. (0.10 mm). La fracción en volumen de esfalerita en CCl_4 es 0.20. ¿Cuál será la velocidad de asentamiento de la esfalerita?

Solución La diferencia de las gravedades específicas entre las partículas y el líquido es $4.00 - 1.594 = 2.406$. La diferencia de densidades $\rho_p - \rho$ es $62.37 \times 2.406 = 150.06 \text{ lb/ft}^3$. La densidad del CCl_4 es $62.37 \times 1.594 = 99.42 \text{ lb/ft}^3$. La viscosidad del CCl_4 a 20 °C, a partir del apéndice 9, es 1.03 cP. Según la ecuación (7.45) el criterio K es

$$K = \frac{0.004}{12} \left[\frac{32.174 \times 99.42 \times 150.06}{(1.03 \times 6.72 \times 10^{-4})^2} \right]^{1/3} = 3.34 \quad (7.47)$$

El asentamiento casi transcurre en el intervalo de la ley de Stokes. La velocidad terminal del asentamiento libre de una partícula de esfalerita, según la ecuación (7.40) será

$$u_t = \frac{32.174 \times (0.004/12)^2 \times 150.06}{18 \times 1.03 \times 6.72 \times 10^{-4}} = 0.043 \text{ ft/s}$$

La velocidad terminal de asentamiento impedido se obtiene a partir de la ecuación (7.46). El número de Reynolds de la partícula es

$$Re_p = \frac{0.004 \times 0.043 \times 99.42}{12 \times 1.03 \times 6.72 \times 10^{-4}} = 2.06$$

De la figura 7.8 se obtiene $n = 4.1$. A partir de la ecuación (7.46), $u_s = 0.043 \times 0.8^{4.1} = 0.017 \text{ ft/s}$ (5.2 mm/s).

Asentamiento de partículas y ascenso de gotas y burbujas

Al contrario de lo que ocurre con partículas sólidas, las gotas de un líquido disperso o las burbujas de un gas cambian de forma a medida que se mueven en una fase continua. El rozamiento de forma tiende a aplanar las gotas, pero la tensión superficial se opone a este efecto. Debido a su gran energía de superficie por unidad de volumen, las gotas o burbujas más pequeñas, de aproximadamente 0.5 mm, son casi esféricas y tienen coeficientes de rozamiento (o de arrastre) y velocidades terminales aproximadamente iguales que las esferas sólidas. El coeficiente no es exactamente el mismo debido a que la fricción de superficie tiende a desarrollar patrones de circulación en el interior de la gota que cae, y el movimiento de la interface gas-líquido da lugar a que el rozamiento total sea algo menor que en el caso de una esfera rígida. Sin embargo, las impurezas que se concentran en la interfase inhiben el movimiento de ésta, de tal forma que sólo en sistemas muy puros se encuentran coeficientes de rozamiento menores.

Las gotas de uno a unos pocos milímetros de diámetro, como las gotas de lluvia, están algo aplanadas en la dirección de flujo y caen más lentamente que una esfera del mismo volumen. (La forma familiar de las lágrimas de los caricaturistas es totalmente imaginaria.) Al aumentar más el tamaño, las gotas se transforman en elipsoides aplanados o adquieren formas achatadas en los polos o esferoides. El coeficiente de rozamiento aumenta con el número de Reynolds, ya que la velocidad terminal puede pasar por un máximo al aumentar el tamaño de la gota. Esto se muestra en la figura 7.9 para burbujas de aire que se mueven

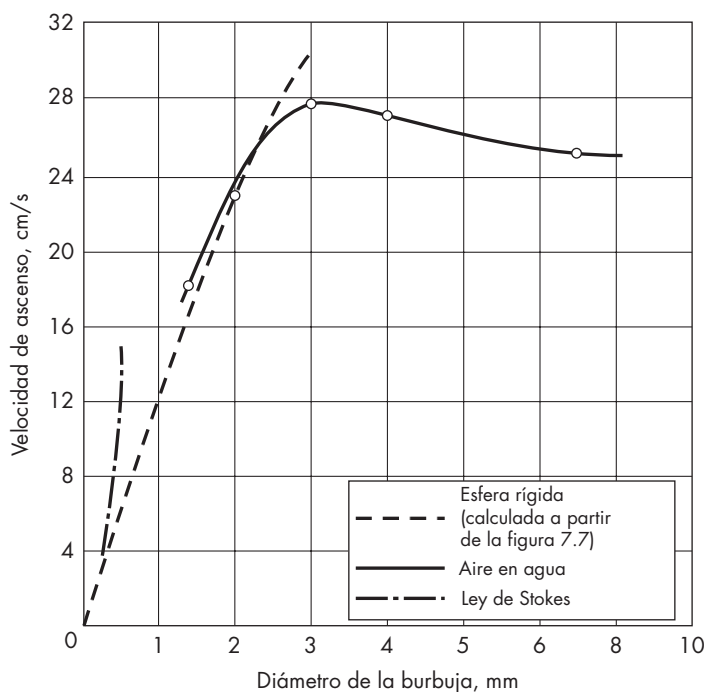


FIGURA 7.9

Velocidad de ascenso de burbujas de aire en agua a 70 °F. [Con autorización de J. L. L. Baker y B. T. Chao, *AIChE J.*, **11**:268 (1965).]

con relación al agua que circula con flujo turbulento, y las velocidades relativas son ligeramente superiores que las correspondientes para el líquido en reposo. Sin embargo, los resultados publicados para burbujas aisladas de aire en agua no concuerdan bien entre sí, debido tal vez a diferencias en la pureza del agua, a los efectos de la pared y a las técnicas de medición utilizada. Una corriente de burbujas formadas en rápida sucesión en una boquilla central ascienden más rápidamente que una sola burbuja, debido a que las burbujas provocan un flujo ascendente del líquido en la región central. Un efecto semejante se presenta con burbujas formadas en un electrodo vertical de una celda de electrólisis. Una multitud de burbujas distribuidas de manera uniforme sobre la sección transversal del aparato ascienden en general más lento que burbujas aisladas, debido al efecto del asentamiento impedido. En algunos casos se han encontrado velocidades promedio más altas para un conjunto de burbujas en una pequeña columna, pero esto es consecuencia de la presencia ocasional de grandes burbujas o masas de gas que ascienden por el centro.⁷ En Tavlarides y colaboradores²² se encuentra más información sobre fenómenos de burbujas y gotas.

Para líquidos que se elevan o descienden dentro de un líquido no miscible, la velocidad terminal atraviesa por un máximo conforme aumenta el diámetro de la esfera equivalente. En la figura 7.10¹ se muestran los datos para algunos líquidos. La velocidad terminal aumenta con el incremento de la diferencia de densidades o con la disminución de la viscosidad de la fase continua. La velocidad también varía con los esfuerzos de interfase y la viscosidad de la fase dispersa, pero no se dispone de una correlación general.

Las gotas muy pequeñas son esféricas y se elevan un poco más lentamente que lo predicho por la ley de Stokes. Las gotas más grandes, aún aproximadamente esféricas, se elevan más rápidamente que las gotas diminutas, pero cada vez más lentamente que lo previsto. Gotas aún mayores se aplanan y tienden a oscilar, de modo que aquellas que son mayores que 5 o 6 mm se mueven más lentamente que las gotas más pequeñas. Las que son mayores que aproximadamente 10 mm de diámetro generalmente se parten.

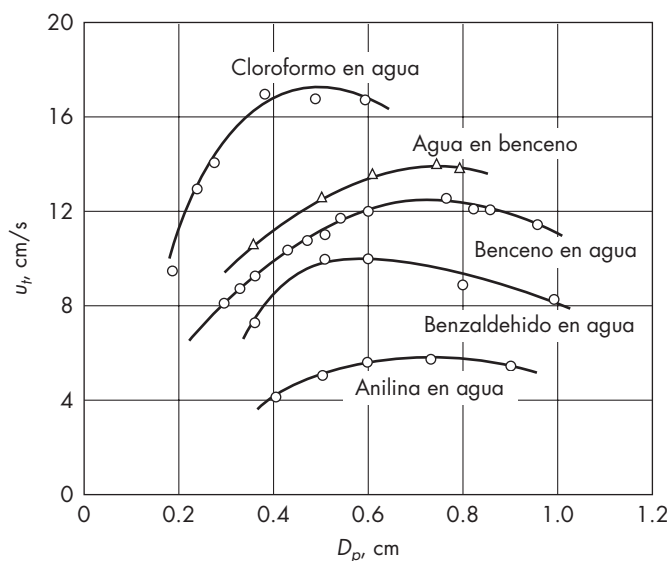


FIGURA 7.10

Velocidad terminal de gotas en sistemas líquido-líquido.

FLUIDIZACIÓN

Cuando un líquido o un gas pasan a muy baja velocidad a través de un lecho de partículas sólidas, las partículas no se mueven y la caída de presión se determina por la ecuación de Ergun (7.22). Si la velocidad del fluido se aumenta de manera progresiva, aumenta la caída de presión y el rozamiento sobre las partículas individuales y, eventualmente, las partículas comienzan a moverse y quedan suspendidas en el fluido. Las expresiones *fluidización* y *lecho fluidizado* se utilizan para describir la condición de las partículas completamente suspendidas, toda vez que la suspensión se comporta como un fluido denso. Si el lecho está inclinado, la superficie superior permanece horizontal y los objetos grandes flotarán o descenderán en el lecho, dependiendo de su densidad en relación con la de la suspensión. Es factible descargar los sólidos fluidizados del lecho a través de tuberías y válvulas como si se tratara de un líquido. Esta fluidez es la principal ventaja del uso de la fluidización para el manejo de sólidos.

Condiciones para la fluidización

Considere un tubo vertical parcialmente lleno con un fino material granular tal como un catalizador de craqueo semejante al que se muestra en forma esquemática en la figura 7.11. El tubo está abierto por la parte superior y tiene una placa porosa en el fondo para soportar el lecho de catalizador y para distribuir uniformemente el flujo en toda la sección transversal. El aire entra por debajo de la placa distribuidora con una baja velocidad de flujo y asciende a través del lecho sin dar lugar a ningún movimiento de las partículas. Si las partículas son muy pequeñas, el flujo en los canales existentes entre ellas será laminar y la caída de presión a través del lecho será proporcional a la velocidad superficial $\bar{V}_0$ [ecuación (7.17)]. A medida que aumenta la velocidad, aumenta la caída de presión, pero las partículas no se mueven y la altura del lecho permanece invariable. Para una cierta

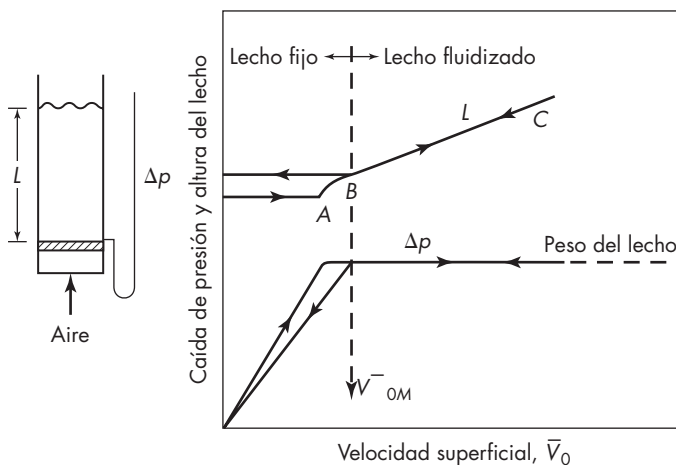


FIGURA 7.11

Caída de presión y altura de lecho contra la velocidad superficial para un lecho de sólidos.

velocidad, la caída de presión a través del lecho equilibra, ya sea la fuerza de gravedad sobre las partículas o bien el peso del lecho, y un posterior aumento de la velocidad provoca el movimiento de las partículas. Esto corresponde al punto *A* de la gráfica. En ocasiones, el lecho se expande ligeramente manteniendo las partículas todavía en contacto, debido a que un ligero aumento de ε contrarresta el incremento de $\bar{V}_0$ en algún porcentaje y mantiene Δp constante. Al aumentar aún más la velocidad, las partículas están suficientemente separadas entre sí como para poder moverse en el lecho y entonces comienza la verdadera fluidización (punto *B*).

Una vez que el lecho está fluidizado, la caída de presión a través del lecho permanece constante, pero la altura del lecho continúa aumentando al aumentar el flujo. El lecho puede operar con grandes velocidades y con muy poca o ninguna pérdida de sólidos, toda vez que la velocidad superficial que se requiere para soportar el lecho de partículas es mucho menor que la velocidad terminal para partículas individuales, como se verá más adelante.

Si se reduce en forma gradual la velocidad de flujo en el lecho fluidizado, la caída de presión permanece constante y la altura del lecho disminuye, siguiendo la línea *BC* que se observa al aumentar las velocidades. Sin embargo, la altura final del lecho será mayor que la inicial para el lecho fijo, debido a que los sólidos vertidos en el tubo tienden a empaquetarse mejor que los sólidos que se asientan lentamente a partir de un estado fluidizado. La caída de presión para bajas velocidades es menor que en el lecho fijo original. Al iniciar de nuevo, la caída de presión contrarresta el peso del lecho en un punto *B*, y este punto en vez del *A* deberá considerarse como el correspondiente a la velocidad mínima de fluidización, $\bar{V}_{0M}$. Para determinar $\bar{V}_{0M}$ deberá fluidizarse vigorosamente el lecho, dejarlo asentarse interrumpiendo el flujo de gas y aumentar después de manera gradual el flujo hasta que el lecho comience a expandirse. A veces se obtienen valores más reproducibles de $\bar{V}_{0M}$ a partir de la intersección en la gráfica de las líneas de caída de presión en el lecho fijo y en el lecho fluidizado.

Velocidad mínima de fluidización

Es posible obtener una ecuación para la velocidad mínima de fluidización considerando la caída de presión a través del lecho igual al peso del lecho por unidad de área de la sección transversal, teniendo en cuenta la fuerza de flotación del fluido desplazado:

$$\Delta p = g(1 - \varepsilon)(\rho_p - \rho)L \quad (7.48)$$

Para la fluidización incipiente, ε es la porosidad mínima ε_M . (Si a su vez las partículas son porosas, ε es la fracción externa de huecos del lecho.) Por lo tanto,

$$\frac{\Delta p}{L} = g(1 - \varepsilon_M)(\rho_p - \rho) \quad (7.49)$$

Usando la ecuación (7.49) y la ecuación de Ergun [ecuación (7.22)] para $\Delta p/L$ en el punto de fluidización incipiente, se obtiene una ecuación cuadrática para la velocidad de fluidización mínima $\bar{V}_{0M}$:

$$\frac{150\mu\bar{V}_{0M}}{\Phi_s^2 D_p^2} \frac{(1 - \varepsilon_M)}{\varepsilon_M^3} + \frac{1.75\rho\bar{V}_{0M}^2}{\Phi_s D_p} \frac{1}{\varepsilon_M^3} = g(\rho_p - \rho) \quad (7.50)$$

Para partículas muy pequeñas, sólo es importante el término de flujo laminar en la ecuación de Ergun. Para $Re_p < 1$, la ecuación de la velocidad mínima de fluidización se transforma en

$$\bar{V}_{0M} \approx \frac{g(\rho_p - \rho)}{150\mu} \frac{\epsilon_M^3}{1 - \epsilon_M} \Phi_s^2 D_p^2 \quad (7.51)$$

Muchas ecuaciones empíricas establecen que $\bar{V}_{0M}$ varía con una potencia algo inferior a 2.0 del tamaño de la partícula y no inversamente proporcional a la viscosidad. Se producen ligeras desviaciones con respecto a los valores previstos para los exponentes debido a que se comete algún error al despreciar el segundo término de la ecuación de Ergun y a que la fracción hueca ϵ_M es posible que cambie con el tamaño de la partícula. Para partículas casi esféricas, ϵ_M está generalmente comprendida entre 0.40 y 0.45, aumentando ligeramente al disminuir el diámetro de la partícula. Para sólidos irregulares la incertidumbre de ϵ_M es probablemente el principal error en la predicción de $\bar{V}_{0M}$ a partir de la ecuación (7.51) o (7.52).

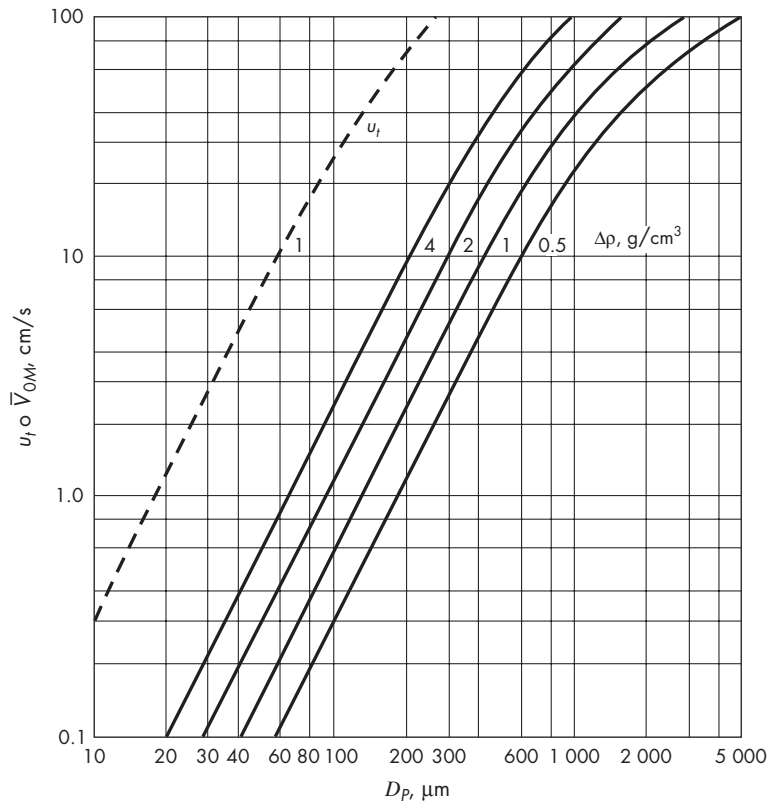
Las velocidades mínimas de fluidización para partículas en el aire, calculadas a partir de la ecuación (7.50), se muestran en la figura 7.12. Observe que la variación con D_p^2 se mantiene hasta un tamaño de partículas del orden de $300 \mu\text{m}$. En muchas aplicaciones de fluidización, el tamaño de las partículas está comprendido en el intervalo de 30 a $300 \mu\text{m}$. Sin embargo, también se utiliza la fluidización para partículas mayores de 1 mm , tal como ocurre en la combustión de lecho fluidizado del carbón. En el caso límite de tamaños muy grandes, el término de flujo laminar se hace despreciable y $\bar{V}_{0M}$ varía con la raíz cuadrada del tamaño de la partícula. La ecuación, para $Re_p > 10^3$ es

$$\bar{V}_{0M} \approx \left[\frac{\Phi_s D_p g(\rho_p - \rho) \epsilon_M^3}{1.75\rho} \right]^{1/2} \quad (7.52)$$

La velocidad terminal para partículas individuales que caen en aire puro también se muestra en la figura 7.12. Para bajos números de Reynolds, u_t y $\bar{V}_{0M}$ varían ambos con D_p^2 , $\rho_p - \rho$ y $1/\mu$, de tal forma que la relación $u_t/\bar{V}_{0M}$ depende principalmente de la fracción de huecos para la fluidización mínima. A partir de las ecuaciones (7.40) y (7.51),

$$\begin{aligned} \frac{u_t}{\bar{V}_{0M}} &= \frac{g D_p^2 (\rho_p - \rho)}{18\mu} \frac{150\mu}{g(\rho_p - \rho) \Phi_s^2 D_p^2} \frac{1 - \epsilon_M}{\epsilon_M^3} \\ &= \frac{8.33(1 - \epsilon_M)}{\Phi_s^2 \epsilon_M^3} \end{aligned} \quad (7.53)$$

Para esferas, con $\epsilon_M \approx 0.45$, la velocidad terminal es 50 veces la velocidad de fluidización mínima, de modo que un lecho que fluidiza a 10 mm/s se podría operar probablemente con velocidades de hasta 0.5 m/s con unas pocas partículas expulsadas con el gas de salida. Con una distribución de tamaños de partículas más amplia, habría un mayor transporte o arrastre de partículas finas que de tamaño promedio, pero la mayoría de las partículas finas se pueden recuperar con filtros o separadores ciclónicos (véase capítulo 29) y regresarlas al lecho. Algunos de los lechos fluidizados se operan a velocidades de 100 veces la $\bar{V}_{0M}$, con un alto arrastre pero una recuperación casi completa de los sólidos arrastrados.

**FIGURA 7.12**

Velocidad mínima de fluidización y velocidad terminal con aire a 20 °C y 1 atm ($\varepsilon_M = 0.50$, $\phi_s = 0.8$, $\Delta\rho = \rho_p - \rho$).

Para partículas no esféricas, Φ_s es menor que 1 y la ecuación (7.53) parece indicar que existe un mayor intervalo de fluidización sin arrastre. Sin embargo, el valor de ε_M es generalmente mayor para partículas irregulares que para esferas, y para $\Phi_s = 0.8$ y $\varepsilon_M = 0.5$, la relación $u_t/\bar{V}_{0M}$ es 52, o sea del mismo orden que la estimada para esferas.

En el caso de partículas grandes, la velocidad terminal está determinada por la ley de Newton [ecuación (7.43)], y puede compararse con $\bar{V}_{0M}$ de la ecuación (7.52). En el caso de esferas, con Re_p mayor que 10^3 ,

$$\begin{aligned} \frac{u_t}{\bar{V}_{0M}} &= 1.75 \left[\frac{gD_p(\rho_p - \rho)}{\rho} \right]^{1/2} \left[\frac{1.75\rho}{gD_p(\rho_p - \rho)\varepsilon_M^3} \right]^{1/2} \\ &= \frac{2.32}{\varepsilon_M^{3/2}} \end{aligned} \quad (7.54)$$

Para $\varepsilon_M = 0.45$, $u_t/\bar{V}_{0M} = 7.7$, que es una relación mucho menor que para partículas finas, y es probable que el arrastre sea más severo cuando la operación es varias veces la velocidad mínima de fluidización. Esto constituye una ligera desventaja en el uso de

partículas rugosas en un lecho fluidizado, aunque el tamaño óptimo de partícula depende por lo general de otros factores tales como la eficiencia del reactor químico, velocidades de transferencia de calor y de masa, costo de molienda y velocidad deseada del gas.

Tipos de fluidización

Las ecuaciones obtenidas para la velocidad mínima de fluidización son aplicables tanto a líquidos como a gases, pero por encima de $\bar{V}_{0M}$ la apariencia de los lechos fluidizados difiere bastante para líquidos o gases. Cuando se fluidiza arena con agua, las partículas se encuentran más separadas y su movimiento es más vigoroso a medida que aumenta la velocidad de fluidización, aunque la densidad media del lecho a una velocidad dada es la misma que en todas sus secciones. Ésta se denomina *fluidización particulada* y se caracteriza por una expansión grande pero uniforme del lecho a velocidades elevadas.

Los lechos de sólidos fluidizados con aire presentan lo que se denomina fluidización agregativa o de burbujeo. A velocidades superficiales mucho mayores que $\bar{V}_{0M}$, la mayor parte del gas pasa a través del lecho en forma de burbujas o huecos que están casi exentos de sólidos, y solamente una pequeña fracción del gas fluye por los canales existentes entre las partículas. Las partículas se mueven en forma errática y están soportadas por el fluido, pero en el espacio entre las burbujas, la fracción de huecos es aproximadamente la misma que en la fluidización incipiente (inicial). La naturaleza no uniforme del lecho fue inicialmente atribuida a la agregación de las partículas, y se aplicó el término *fluidización agregativa*; sin embargo, no existe evidencia de que las partículas estén adheridas entre ellas, de forma que el término *fluidización de burbujeo* constituye una mejor descripción del fenómeno. Las burbujas que se forman se comportan como las burbujas de aire en agua o a las de un vapor en un líquido en ebullición, y a veces se aplica el término *lecho en ebullición* a este tipo de fluidización. Los estudios que tienen en cuenta las velocidades de transferencia de calor o masa, o de reacción química en un lecho de burbujeo, se citan a veces como *teoría de fluidización en dos fases*, donde las burbujas son una de las fases y el lecho denso de partículas suspendidas es la segunda fase.

El comportamiento de un lecho fluidizado de burbujeo depende en gran medida del número y tamaño de las burbujas del gas, que con frecuencia son difíciles de predecir. El tamaño medio de las burbujas depende de la naturaleza y distribución de tamaños de las partículas, del tipo de la placa distribuidora, de la velocidad superficial y del espesor del lecho. Las burbujas tienden a coalescer y crecer a medida que ascienden por el lecho fluidizado, y el tamaño máximo para burbujas estables es desde unas pocas pulgadas hasta algunos pies de diámetro. Si se utiliza una columna de pequeño diámetro con un lecho profundo de sólidos, las burbujas pueden crecer hasta que ocupen toda la sección transversal. Las burbujas se desplazan entonces a través de la columna en forma de masas separadas de los sólidos. Este hecho recibe el nombre de *segregación* y es generalmente indeseable debido a las fluctuaciones de presión en el lecho, el aumento del arrastre y las dificultades que se presentan para el escalamiento en unidades mayores.

Cuando la velocidad superficial del gas aumenta a valores muy por encima de $\bar{V}_{0M}$ hay una transición de fluidización de burbujeo a la que se llama *fluidización turbulenta* o fluidización rápida. La transición ocurre cuando el lecho se ha expandido tanto que no es posible una mayor fase de burbujeo. La fase gaseosa es continua, y hay pequeñas

regiones de alta o baja densidad del lecho, con una rápida fluctuación de densidad en todos los puntos del lecho. La velocidad para la transición a fluidización turbulenta está generalmente en el intervalo de 0.3 a 0.6 m/s (1 a 2 ft/s), pero es difícil de predecir la velocidad de transición porque depende de las propiedades de la partícula y del tamaño medio de la burbuja.

A velocidades de gas mucho más altas, todas las partículas de alimentación son rápidamente arrastradas con el gas, pero es posible recuperarlas con un ciclón y regresarlas al fondo para mantener los sólidos en la unidad. Este tipo de sistema recibe el nombre de *lecho de fluido circulante*, aunque de todas maneras no es un lecho de sólidos distinto. La fricción en volumen de los sólidos en la suspensión es muy bajo, apenas en un porcentaje pequeño. Tal sistema es semejante al de un ejemplo del transporte neumático que se estudiará más adelante.

La generalización de que los líquidos dan fluidización particulada de sólidos, mientras que los gases producen fluidización de burbujeo no es del todo válida. La diferencia de densidad es un parámetro importante, y los sólidos muy pesados pueden presentar fluidización de burbujeo con agua, mientras que los gases a presiones elevadas son capaces de producir fluidización particulada de sólidos finos. Por otra parte, los sólidos finos de densidad moderada, como los catalizadores de craqueo, presentan fluidización particulada para un intervalo limitado de velocidades y después fluidización de burbujeo a velocidades elevadas.

Expansión de lechos fluidizados

Con ambos tipos de fluidización, el lecho se expande a medida que aumenta la velocidad superficial y, puesto que la caída de presión total permanece constante, la caída de presión por unidad de longitud disminuye al aumentar ε . Al reordenar la ecuación (7.48) se obtiene

$$\frac{\Delta p}{L} = g(1 - \varepsilon)(\rho_p - \rho) \quad (7.55)$$

Fluidización particulada. En la fluidización particulada, la expansión es uniforme, y la ecuación de Ergun, que es aplicable al lecho fijo, es de esperar que se siga cumpliendo de forma aproximada para el lecho ligeramente expandido. Si se supone que el flujo entre las partículas es laminar, y se utiliza el primer término de la ecuación (7.22), se obtiene la siguiente ecuación para el lecho expandido:

$$\frac{\varepsilon^3}{1 - \varepsilon} = \frac{150 \bar{V}_0 \mu}{g(\rho_p - \rho) \Phi_s^2 D_p^2} \quad (7.56)$$

Observe que esta ecuación es semejante a la ecuación (7.51) para la velocidad mínima de fluidización, pero ahora $\bar{V}_0$ es la variable independiente y ε es la variable dependiente. La ecuación (7.56) predice que $\varepsilon^3/(1 - \varepsilon)$ es proporcional a $\bar{V}_0$ para valores superiores a $\bar{V}_{0M}$. La altura del lecho expandido se obtiene a partir de ε y los valores de L para la fluidización incipiente (inicial) utilizando la ecuación siguiente:

$$L = L_M \frac{1 - \varepsilon_M}{1 - \varepsilon} \quad (7.57)$$

En la figura 7.13 se muestran datos de fluidización para pequeñas perlas de vidrio (510 μm) en agua.²³ El punto del primer dato es para $\varepsilon_M = 0.384$ y $\bar{V}_{0M} = 1.67$ mm/s, y la línea teórica es una recta que pasa por este punto y por el origen de coordenadas. La expansión real es ligeramente menor que la predecible para la mayor parte del intervalo, quizá debido a que las variaciones locales de la fracción de huecos provocan una disminución de la resistencia hidráulica. Observe que la altura del lecho aumenta de una forma aproximadamente lineal con respecto a la velocidad y que la altura del lecho se duplica a $\bar{V}_0 = 10 \bar{V}_{0M}$.

Para la fluidización particulada de partículas grandes en agua es de esperar que la expansión del lecho sea mayor que la correspondiente a la ecuación (7.56), puesto que la caída de presión depende parcialmente de la energía cinética del fluido y se requiere un mayor aumento de ε para compensar un determinado porcentaje de incremento de $\bar{V}_0$. Los datos de expansión se correlacionan mediante la ecuación empírica propuesta por Lewis, Gilliland y Bauer¹⁵

$$\bar{V}_0 = \varepsilon^m \quad (7.58)$$

En la figura 7.14 se representan datos para dos tamaños de perlas²³ de vidrio, y aun cuando los datos no se ajustan exactamente a la ecuación (7.58), una línea recta resulta adecuada para estimaciones de ingeniería de la expansión del lecho. Los datos de numerosas investigaciones indican que las pendientes de tales representaciones gráficas

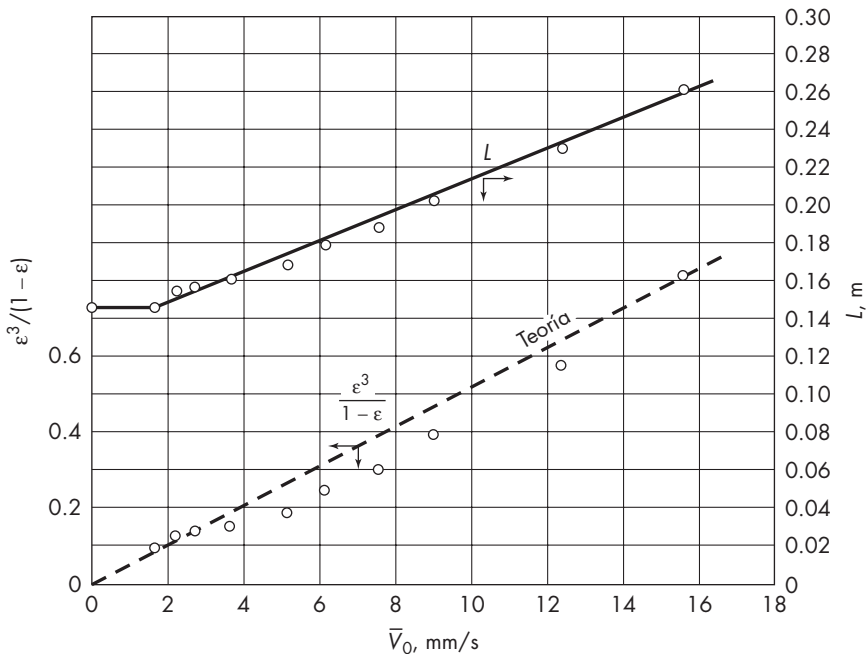
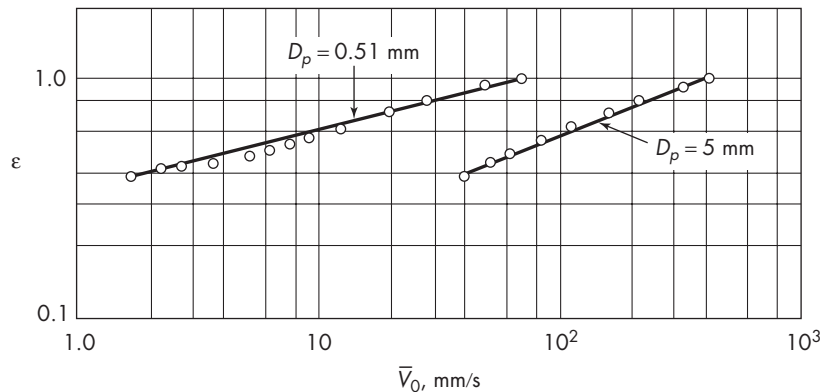


FIGURA 7.13

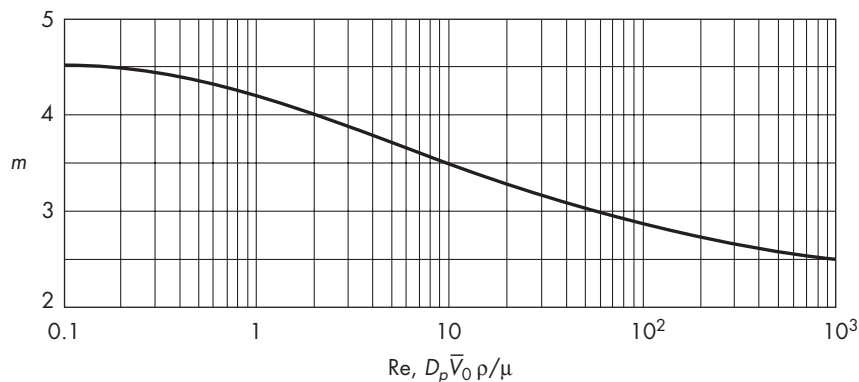
Expansión del lecho en la fluidización particulada. [Con autorización de R. H. Wilhelm y M. Kwauk, *Chem. Eng. Prog.*, **44**:201 (1948).]

**FIGURA 7.14**

Variación de la porosidad con la velocidad del fluido en un lecho fluidizado. [Con autorización de R. H. Wilhelm y M. Kwauk, *Chem. Eng. Prog.*, **44**:201 (1948).]

varían desde 0.22 en la región laminar, hasta 0.4 para elevados números de Reynolds. Estas pendientes son iguales a $1/m$. En la figura 7.15 se presenta una correlación para m propuesta por Leva.¹³ Para predecir la expansión del lecho, se estima m utilizando el número de Reynolds para la velocidad mínima de fluidización y se aplica la ecuación (7.58), ya sea de manera directa o en forma de relación. Un método alternativo consiste en determinar $\bar{V}_{0M}$ y u_f , y trazar una línea recta en una gráfica como la de la figura 7.14.

EJEMPLO 7.3 Un lecho de partículas de intercambio de iones de 8 ft de profundidad, se lava con flujo ascendente de agua con el fin de eliminar la suciedad. Las partículas tienen una densidad de 1.24 g/cm^3 y un tamaño medio de 1.1 mm. ¿Cuál es la velocidad mínima de fluidización si se utiliza agua a 20°C , y qué velocidad se requiere para expandir el lecho 25%? Se supone que los lechos tienen partículas esféricas ($\Phi_s = 1$) y ε_M se toma como 0.40.

**FIGURA 7.15**

Exponente m de la correlación para la expansión del lecho [ecuación (7.59)]. (Con autorización de M. Leva, *Fluidization*, p. 89, Copyright, © 1959, McGraw-Hill Book Company.)

Solución Las magnitudes que se necesitan son

$$\mu = 0.01 \text{ P}$$

$$\Delta\rho = 0.24 \text{ g/cm}^3$$

A partir de la ecuación (7.50),

$$\frac{150(0.01)\bar{V}_{0M}}{(0.11)^2} \frac{0.6}{0.4^3} + \frac{1.75(1.0)(\bar{V}_{0M})^2}{0.11} \frac{1}{0.4^3} = 980(0.24)$$

$$1 \quad 162\bar{V}_{0M} + 248.6\bar{V}_{0M}^2 = 235.2$$

A partir de la fórmula cuadrática, $\bar{V}_{0M} = 0.194 \text{ cm/s}$ o 1.94 mm/s . Para este valor de $\bar{V}_{0M}$,

$$\text{Re}_p = \frac{0.11(0.194)(1.24)}{0.01} = 2.65$$

A partir de la figura 7.15, $m \approx 3.9$. Según la ecuación (7.58)

$$\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_M} \right)^{3.9} = \frac{\bar{V}_0}{\bar{V}_{0M}}$$

Para una expansión de 25%, $L = 1.25L_M$ o $1 - \varepsilon = (1 - \varepsilon_M)/1.25 = 0.48$. A partir de este valor, $\varepsilon = 0.52$, y $\bar{V}_0 = 1.94(0.52/0.40)^{3.9} = 5.40 \text{ mm/s}$.

Fluidización de burbujeo. Para la fluidización de burbujeo, la expansión del lecho se deriva principalmente del espacio ocupado por las burbujas de gas, puesto que la fase densa no se expande en forma significativa al aumentar el flujo total. En la deducción que sigue, se supone que el flujo de gas a través de la fase densa es $\bar{V}_{0M}$ veces la fracción de lecho ocupada por la fase densa y que el resto del flujo de gas es transportado por las burbujas. Por lo tanto,

$$\bar{V}_0 = f_b u_b + (1 - f_b) \bar{V}_{0M} \quad (7.59)$$

donde f_b = fracción del lecho ocupada por las burbujas

u_b = velocidad media de la burbuja

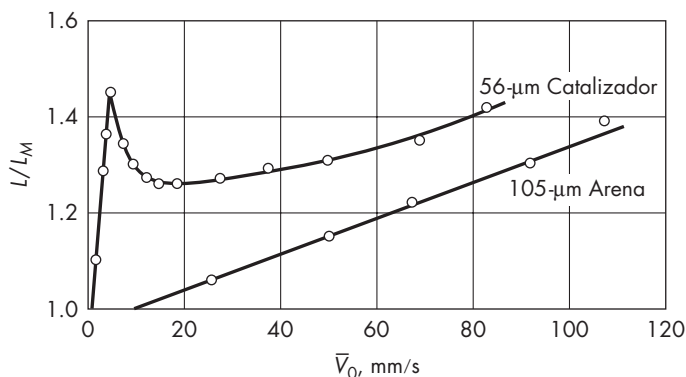
Puesto que todo el sólido está en la fase densa, la altura del lecho expandido multiplicada por la fracción de la fase densa tiene que ser igual a la altura del lecho para la fluidización incipiente (inicial):

$$L_M = L(1 - f_b) \quad (7.60)$$

Al combinar las ecuaciones (7.59) y (7.60) se obtiene

$$\frac{L}{L_M} = \frac{u_b - \bar{V}_{0M}}{u_b - \bar{V}_0} \quad (7.61)$$

Cuando u_b es mucho mayor que $\bar{V}_0$, el lecho sólo se expande ligeramente, aun cuando $\bar{V}_0$ puede ser varias veces $\bar{V}_{0M}$.

**FIGURA 7.16**

Expansión de lechos fluidizados de arena y de un catalizador de craqueo.

Una ecuación empírica para la velocidad de una burbuja en un lecho fluidizado es²¹

$$u_b \approx 0.7\sqrt{gD_b} \quad (7.62)$$

El efecto del tamaño y la forma de las partículas sobre el coeficiente de la ecuación (7.62) es pequeño, y aun cuando las burbujas grandes tienen forma de hongo en vez de esfera, la ecuación cumple bastante bien tomando D_b como el diámetro esférico equivalente. Para $D_b = 100$ mm, u_b es 700 mm/s, y si $\bar{V}_{0M} = 10$ mm/s, y $\bar{V}_0 = 100$ mm/s, L/L_M será 1.15. Al duplicar la velocidad L/L_M aumentaría hasta 1.38, si el tamaño de la burbuja fuese constante, pero generalmente el tamaño de la burbuja aumenta con la velocidad del gas debido a la coalescencia, y la altura del lecho con frecuencia aumenta de forma casi lineal con la velocidad. La expansión del lecho está comprendida por lo general en el intervalo de 20 a 50%, aun a velocidades de hasta 50 veces $\bar{V}_{0M}$, en contraste con las grandes expansiones que se encuentran en la fluidización particulada.

Algunos polvos finos fluidizados con un gas presentan fluidización particulada en un intervalo limitado de velocidades próximas al punto de fluidización mínima. Al aumentar la velocidad, el lecho se expande de manera uniforme hasta que comienzan a formarse burbujas, se colapsa gradualmente hasta alcanzar una altura mínima a medida que aumenta la velocidad por encima del punto de burbuja, para finalmente expandirse de nuevo al hacerse predominante el flujo de burbuja. El catalizador utilizado en el craqueo de sílice-alúmina presenta este comportamiento anómalo. En la figura 7.16 se muestran datos de la expansión del lecho para un catalizador comercial y para un lecho de arena fina. La región de fluidización particulada se encuentra solamente con partículas pequeñas o de baja densidad. Geldart³ establece una clasificación de sólidos basada en estas propiedades.

Aplicaciones de la fluidización

La utilización amplia de la fluidización comienza en la industria del petróleo con el desarrollo del *cracking* (craqueo) catalítico en el lecho fluidizado. Aunque en la actualidad

la industria utiliza reactores de transporte para el craqueo catalítico en vez de lechos fluidizados, la regeneración del catalizador todavía se realiza en reactores de lecho fluidizado que tienen hasta 10 m de diámetro. La fluidización se emplea en otros procesos catalíticos, tales como la síntesis de acrilonitrilo, y para llevar a cabo reacciones gas-sólido. Existe mucho interés en la combustión de carbón en lecho fluidizado con el fin de reducir el costo de las calderas y disminuir la emisión de contaminantes. Los lechos fluidizados se utilizan también para el curtido de minerales, secado de sólidos finos y absorción de gases.

Las principales ventajas de la fluidización consisten en que el fluido que circula a través del lecho agita en forma vigorosa el sólido, y la mezcla de los sólidos asegura que prácticamente no existen gradientes de temperatura en el lecho aun con reacciones fuertemente exotérmicas o endotérmicas. El movimiento violento de los sólidos también da lugar a elevadas velocidades de transferencia de calor hacia la pared o los tubos de enfriamiento sumergidos en el lecho. Debido a la fluidez de los sólidos resulta sencillo pasarlos de un recipiente a otro.

La principal desventaja de la fluidización gas-sólido consiste en el desigual contacto del gas y el sólido. La mayor parte del gas pasa a través del lecho en forma de burbujas y sólo hace contacto directamente con una pequeña cantidad de sólido en una delgada envoltura, conocida como la nube de burbuja, ubicada alrededor de la burbuja. Una pequeña fracción del gas pasa a través de la fase densa, la cual contiene casi todo el sólido. Existe algo de intercambio de gas entre las burbujas y la fase densa por difusión y por procesos turbulentos tales como la división y coalescencia de burbujas; pero la conversión global de un reactante gaseoso es en general mucho menor que la que tiene lugar en el contacto uniforme a la misma temperatura, como en un reactor ideal con flujo pistón. En la fluidización turbulenta la densidad media de lecho es más baja que en la fluidización de burbujeo, pero hay una mejor transferencia de masa entre el gas y los sólidos, lo cual puede mejorar el funcionamiento de la unidad como un reactor químico. Incluso el escalamiento de reactores fluidizados es a menudo incierto.

Otras desventajas de los lechos fluidizados que se resuelven más fácilmente mediante un diseño adecuado, incluyen la erosión de las partes internas del recipiente y la trituración de los sólidos, elevando la pérdida de partículas finas. La mayor parte de los reactores de lecho fluidizado tienen ciclones externos o internos para la recuperación de las partículas finas, pero con frecuencia se necesitan también filtros y depuradores.

Fluidización continua; transporte neumático y en suspensión

Cuando la velocidad del fluido a través de los sólidos se vuelve suficientemente grande, todas las partículas son arrastradas por el fluido y transportadas con él, para dar lugar a una *fluidización continua*. Como se indicó antes, algunos reactores gas-sólido operan de esta forma, pero las principales aplicaciones de la fluidización continua son el transporte de sólidos de un punto a otro.

Transporte hidráulico o en suspensión. Las partículas menores de 50 μm de diámetro se asientan muy lentamente y se suspenden con facilidad en un líquido en movimiento. Las partículas grandes son más difíciles de poner en suspensión, y cuando el diámetro es de 0.25 mm o más, se requiere una velocidad elevada del líquido para mantener todas las

partículas en movimiento, especialmente en tuberías horizontales. La velocidad crítica $\bar{V}_c$, por debajo de la cual las partículas se asientan, se encuentra típicamente entre 1 y 5 m/s, dependiendo de la diferencia de densidad entre los sólidos y el líquido, del diámetro de las partículas, de la concentración de la suspensión, y del tamaño de la tubería. La velocidad crítica es mayor en tubería grande que en tubería pequeña. Una ecuación general semiteórica para predecir $\bar{V}_c$ ha sido propuesta por Oroskar y Turian.¹⁸

La caída de presión en suspensiones de partículas que no se asientan se calcula a partir de las ecuaciones para un líquido homogéneo, teniendo en cuenta la mayor densidad y la viscosidad aparente. Para “suspensiones que se asientan fácilmente” no existe una sola correlación satisfactoria; la caída de presión en una tubería horizontal es mayor que en el caso de un fluido de una sola fase de la misma densidad y viscosidad que la de la suspensión, especialmente cerca de la velocidad crítica, pero se aproxima a la del líquido de una sola fase al aumentar la velocidad. Cuando la velocidad es $3 \bar{V}_c$ o mayor, la caída de presión en la suspensión y en el líquido equivalente de una sola fase son iguales. La velocidad de suspensión en una tubería larga es típicamente de 1.5 a 2 veces $\bar{V}_c$.

Transporte neumático. En un transportador neumático el fluido en suspensión es un gas, generalmente aire, que fluye a velocidades de entre 15 a 30 m/s en tuberías con diámetros comprendidos desde los 50 hasta 400 mm. Los principales tipos de sistemas son: 1) sistemas de presión negativa (vacío), útiles en la transferencia de sólidos desde múltiples puntos de entrada (ferrocarriles, autos, barcos, etcétera) a un solo punto de entrega; 2) sistemas de presión positiva, adecuados para un punto de entrada y uno o más puntos de entrega; 3) sistemas de presión-vacío, que combinan las ventajas de los dos primeros, y 4) sistemas prefluidizados, los cuales requieren menos aire y, consecuentemente, menor potencia que cualquiera de los otros métodos.

El intervalo para el manejo de materiales con respecto al tamaño de la partícula va desde polvos finos hasta gránulos de 6.5 mm, y una densidad global desde 16 hasta más de 3 200 kg/m³. Los sistemas de vacío por lo general están limitados para velocidades de flujo de sólidos menores que 6 800 kg/h y longitudes equivalentes de transporte menores a 300 m. Los sistemas de presión operan de 1 a 5 atm manométricas y se utilizan para los sólidos que fluyen libremente y que comprenden partículas de un tamaño menor a 6.5 mm, donde se necesitan que las velocidades de flujo sean mayores que 9 000 kg/h. En términos generales, la pérdida de presión a través del sistema es alrededor de 0.5 atm.

La mayoría de los sistemas de transporte neumático son probados desde la fabricación; para diseños preliminares, Perry¹⁹ proporciona nomogramas útiles.

SÍMBOLOS

A	Área m ² o ft ² ; A_p , área proyectada de la partícula
a_e	Aceleración de la partícula desde la fuerza externa, m/s ² o ft/s ²
C_D	Coficiente de rozamiento (o de arrastre), $2F_D/(u_0^2 \rho A_p)$, adimensional
D	Diámetro, m o ft; D_{eq} , diámetro equivalente de canales en lechos empacados; D_p , diámetro de la partícula esférica; también tamaño nominal o longitud característica de una partícula; $\bar{D}_{pi}$, diámetro medio de la partícula en la fracción i ; $\bar{D}_s$, diámetro medio efectivo para la mezcla de partículas

F	Fuerza, N o lb; F_D , fuerza de rozamiento total; F_b , fuerza de flotación; F_e , fuerza externa
f	Factor de fricción de Fanning, adimensional
f_b	Fracción de volumen del lecho fluidizado ocupado por burbujas de gas
G_0	Velocidad másica del fluido que se acerca a la partícula, $\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}$ o $\text{lb/ft}^2 \cdot \text{s}$; también velocidad de masa superficial en un lecho empacado
g	Aceleración gravitacional, m/s^2 o ft/s^2
K	Criterio para asentamiento, definido por la ecuación (7.45), adimensional
L	Longitud de la partícula cilíndrica, m o ft; además longitud de los canales en el lecho empacado; también altura total del empaque o lecho fluidizado; L_M , altura del lecho en la fluidización incipiente (inicial)
Ma	Número de Mach, adimensional; Ma_a , Ma_b , en los puntos a y b ; Ma_0 , del fluido que se aproxima
m	Masa, kg o lb; también exponente en la ecuación (7.58)
N_i	Número de partículas en cada intervalo de tamaño
n	Número de canales en lechos empacados; también exponente en la ecuación (7.46)
p	Presión, N/m^2 o lb_f/ft^2 ; p_s , en el punto de estancamiento; p_0 , en fluido no perturbado
Re	Número de Reynolds, adimensional; Re_p , número de partículas de Reynolds, $D_p G_0 / \mu$
r	Radio de la trayectoria de la partícula, m o ft
S	Área de sección transversal, m^2 o ft^2 ; S_0 , de torre vacía
s_p	Área de la superficie de una sola partícula, m^2 o ft^2
T	Temperatura, K, °C, °F o °R; T_a , T_b , en los puntos a y b ; T_s , en el punto de estancamiento; T_0 , de corriente que se aproxima
t	Tiempo, s
u	Velocidad del fluido o partícula, m/s o ft/s ; u_b , velocidad media de burbuja en el lecho fluidizado; u_s , velocidad de asentamiento de la suspensión uniforme; u_t , velocidad terminal de la partícula; u_0 , velocidad de la corriente que se aproxima; u' , componente fluctuante
$\bar{V}$	Velocidad media volumétrica del fluido, m/s o ft/s ; $\bar{V}_c$, velocidad crítica en el transporte hidráulico; $\bar{V}_0$, velocidad superficial o de torre vacía; $\bar{V}_{0M}$, velocidad mínima superficial para la fluidización
v_p	Volumen de una sola partícula, ft^3 o m^3
x_i	Fracción en volumen de partículas de tamaño i en un lecho de partículas mezcladas

Letras griegas

α	Ángulo con dirección perpendicular al flujo
γ	Relación de calores específicos, c_p/c_v
Δp	Caída de presión en empaques o en lecho fluidizado
$\Delta \rho$	Diferencia de densidad $\rho_p - \rho$
ε	Porosidad o fracción de volumen de huecos en un lecho de sólidos; ε_M , porosidad mínima de fluidización

λ_1	Constante en las ecuaciones (7.15) y (7.16)
λ_2	Constante en las ecuaciones (7.18) y (7.19)
μ	Viscosidad absoluta, cP o lb/ft · s; μ_s , viscosidad efectiva de la suspensión
ρ	Densidad, kg/m ³ o lb/ft ³ ; ρ_p , de partícula; ρ_0 , de la corriente que se aproxima
τ_w	Esfuerzo cortante en el límite del canal, N/m ² o lb _f /ft ²
Φ_s	Esfericidad, definida por la ecuación (7.10)
ϕ	Función
ω	Velocidad angular, rad/s

PROBLEMAS

- 7.1. Se realiza una oxidación parcial pasando aire con 1.2 por ciento mol (% mol) de un hidrocarburo a través de tubos de 40 mm empacados con 2 m de gránulos (pellets) cilíndricos de catalizador de 3 mm por 3 mm. El aire entra a 350 °C y 2.0 atm con una velocidad superficial de 1 m/s. ¿Cuál es la caída de presión a través de los tubos empacados? ¿Cuánto se reduciría la caída de presión utilizando gránulos de 4 mm? Suponga que $\varepsilon = 0.40$.
- 7.2. Una torre catalítica de 40 ft de altura y 18 ft de diámetro se empaca con esferas de 1 in. de diámetro. El gas entra por la parte superior del lecho a una temperatura de 450 °F y sale a la misma temperatura. La presión en el fondo del lecho catalítico es de 30 lb_f/in.² abs. La porosidad del lecho es de 0.40. Si el gas tiene unas propiedades medias similares a las del propano y el tiempo de contacto (basado en el flujo de los espacios huecos) entre el gas y el catalizador es de 8 s, ¿cuál es la presión de entrada?
- 7.3. La caída de presión para el aire que fluye a través de la columna empacada con anillos Raschig de cerámica de 1 in. es de 0.01 in. de agua por pie cuando $G_0 = 80$ lb/ft² · h y 0.9 in./ft de agua cuando $G_0 = 800$ lb/ft² · h, todos para una velocidad másica de un líquido que fluye a contracorriente de 645 lb/ft² · h. Puesto que el cambio en la caída de presión con la velocidad del líquido es ligero en el intervalo de las velocidades másicas del líquido está entre 645 y 1 980 lb/ft² · h, ignore la retención del líquido y estime la fracción hueca si los anillos tienen un espesor de pared de $\frac{1}{8}$ in. Use esta fracción de huecos y la ecuación de Ergun para predecir la caída de presión y analice la diferencia entre los valores predichos y los experimentales.
- 7.4. Los siguientes datos están reportados para el flujo de aire a través de lechos de carbono granular activado. Compare la caída de presión con los valores predichos usando la ecuación de Ergun y pronostique la caída de presión para ambos tamaños a las velocidades del aire de 100 y 200 ft/min.

$\bar{V}_0$, ft/min	4 × 6 Malla, Δp , in. H ₂ O/ft	4 × 8 Malla, Δp , in. H ₂ O/ft
10	0.25	0.32
40	1.40	1.80

- 7.5. La caída de presión a través de un lecho de partículas se utiliza para determinar el área de la superficie externa y el tamaño medio de las partículas. Datos para un lecho de partículas de un mineral triturado muestran que $\Delta p/L = 84$ (lb_f/in²)/ft para aire que fluye con una velocidad superficial de 0.015 ft/s. La fracción hueca medida es de 0.47, y la esfericidad estimada Φ

- es 0.7. Calcule el tamaño medio de la partícula y el área de la superficie por unidad de masa si el sólido tiene una densidad de 4.1 g/cm^3 . ¿Qué sensibilidad tiene la respuesta a un error de 0.01 en ε ?
- 7.6. Un cojín limpiador de 150 mm de espesor que remueve finas gotitas de H_2SO_4 de una corriente de vapor, está hecho de fibras de $50 \text{ }\mu\text{m}$ orientadas aleatoriamente en el plano perpendicular al flujo de gas. La porosidad media es 0.90. Calcule la caída de presión para velocidades de gas de 0.3 y 0.9 m/s a 90°C y 1 atm usando los coeficientes de rozamiento (o arrastre) para fibras individuales.
- 7.7. ¿Qué tiempo se necesita para que se asienten las partículas esféricas de la tabla 7.3, a sus velocidades terminales y en condiciones de asentamiento libre, a través de 2 m de agua a 20°C ?
- 7.8. Se utiliza un separador de ciclón para separar granos de arena de una corriente de aire a 150°C . Si el cuerpo del ciclón tiene 0.6 m de diámetro y la velocidad tangencial media es de 16 m/s, ¿cuál es la velocidad radial cerca de la pared para partículas de 20 y $40 \text{ }\mu\text{m}$ de tamaño? ¿Cuántas veces son estos valores mayores que la velocidad terminal en el asentamiento por gravedad?

TABLA 7.3

Datos para el problema 7.7

Sustancia	Gravedad específica	Diámetro, mm
Galena	7.5	0.25
		0.025
Cuarzo	2.65	0.25
		0.025
Carbón	1.3	6
Acero	7.7	25

- 7.9. Se fabrican gránulos de urea pulverizando gotas de urea fundida en un gas frío en la parte superior de una torre alta y dejando solidificar el material a medida que cae. Se producen gránulos (pellets) de 6 mm de diámetro en una torre de 25 m de altura que contiene aire a 20°C . La densidad de la urea es 1330 kg/m^3 . a) ¿Cuál será la velocidad terminal de los gránulos suponiendo condiciones de asentamiento libre? b) ¿Alcanzarán los gránulos 99% de esta velocidad antes de llegar al fondo de la torre?
- 7.10. Partículas esféricas de 1 mm de diámetro se fluidizan con agua a una velocidad doble del valor mínimo. Las partículas tienen una porosidad interna de 40%, un diámetro medio de los poros de $10 \text{ }\mu\text{m}$ y la densidad de las partículas es de 1.5 g/cm^3 . Demuestre que el flujo a través de los poros internos es muy pequeño comparado con el flujo entre las partículas y que la porosidad interna es despreciable al predecir el comportamiento de la fluidización.
- 7.11. Los gránulos (pellets) catalíticos de 5 mm de diámetro son fluidizados con $45\,000 \text{ kg/h}$ de aire a 1 atm y 80°C en un recipiente cilíndrico vertical. La densidad de las partículas catalíticas es de 960 kg/m^3 ; su esfericidad es de 0.86. Si la cantidad dada de aire sólo es suficiente para fluidizar los sólidos, ¿cuál es el diámetro del recipiente?
- 7.12. De acuerdo al folleto de la Dow Chemical Company, la caída de presión para el agua que fluye a través de un lecho de resina Dowex 50-X8 de 20 a 50 mallas, indica que es proporcional a la velocidad de flujo y tiene un valor de $0.80 \text{ (lb}_f\text{/in.}^2\text{)/ft}$ a una velocidad de flujo de

10 gal/min · ft². *a)* Predecir la caída de presión, usando un promedio aritmético de tamaño de partícula y una fracción hueca de 0.35. *b)* ¿Cuál es el tamaño medio de la partícula o el valor alterno de la fracción de huecos que se requiere para coincidir con la caída de presión publicada?

- 7.13.** En los remolinos de un lecho resina Dowex 50-X8 de 20 a 50 mallas, el lecho comienza a expandirse cuando la velocidad de flujo alcanza 0.4 gal/min · ft² y tiende a expandirse a 45% a 6 gal/min · ft². ¿Son estos valores consistentes con las teorías de fluidización?
- 7.14.** A partir de los siguientes datos,¹ calcule los coeficientes de arrastre para gotas de benceno que se elevan a través de agua. Grafique los datos contra número de Reynolds y compárelos con los coeficientes de arrastre para esferas sólidas.

D_p , mm	u_p , mm/s
3.17	82.2
4.27	105
4.76	107
5.40	117
8.20	121
9.61	113

- 7.15.** En un proceso para extraer SO₂ del gas de la chimenea de una caldera, se hace pasar gas a 410 °C y a 1.2 atm a través, y en dirección ascendente, por un lecho fluidizado que contiene partículas de 1.5 mm de diámetro de Al₂O₃ impregnado con cobre. La densidad de las partículas es de 2300 kg/m³ y la densidad del gas y su viscosidad son casi iguales a las del aire. *a)* Prediga la velocidad de fluidización mínima; *b)* para una altura inicial del lecho de 1 m, la altura del lecho expandida no debería ser mayor que 1.5 m. Explique por qué es difícil predecir la velocidad del gas que causará esta magnitud de expansión.
- 7.16.** El aire saliendo de un lecho fluidizado a 150 °C contiene una pequeña cantidad de polvo con tamaños de partícula de entre 2 y 20 μm. La densidad de las partículas es de 3400 kg/m³. *a)* Calcule la velocidad terminal para las partículas más pequeñas y las más grandes; *b)* si se le permitiera al polvo asentarse en una gran cámara rectangular con una profundidad de 1 m, ¿qué tiempo de residencia se necesitaría para completar la remoción completa del polvo?
- 7.17.** Las pruebas de un catalizador nuevo en una columna de laboratorio de 10 × 50 cm mostraron una velocidad mínima de fluidización de 6.5 mm/s al usarse aire a 20 °C y 1 atm. Prediga la $\bar{V}_{OM}$ para este catalizador en un reactor de 0.8 m de diámetro y 2 m de altura, cuando el gas es cloro a 300 °C y 5 atm.
- 7.18.** Se hace pasar agua a través de una columna cromatográfica llena de esferas de 50 μm de diámetro, la columna tiene 5 mm de diámetro y una longitud empacada de 1.5 m, la velocidad superficial es de 3 m/h. *a)* Prediga la caída de presión en Pa, atm y lb/in.², asumiendo que la fracción de espacios vacíos es de 0.4; *b)* ¿qué tan sensible es su respuesta para el valor de la fracción de espacios vacíos asumido?
- 7.19.** ¿Cómo se esperaría que la caída de viscosidad y el esfuerzo intersticial influyeran la velocidad terminal de gotas en un líquido no miscible?

REFERENCIAS

1. Burgess, W., y P. Harriot. *Senior Project Report*, Ithaca, N.Y.: Cornell University, 1949.
2. Ergun, S. *Chem. Eng. Prog.* **48**: 89 (1952).
3. Geldart, D. *Powder Technology* **7**: 285 (1973).
4. Hartman, M., O. Trnka y K. Svoboda. *Ind. Eng. Chem. Res.* **33**: 1979 (1994).
5. Heiss, J.F. y J. Coull. *Chem. Eng. Prog.* **48**: 133 (1952).
6. Hottovy, J.D. y N.D. Sylvester. *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.* **18**: 433 (1979).
7. Houghton, G., A.M. McLean y P.D. Ritchie. *Chem. Eng. Sci.* **7**: 26 (1957).
8. Hughes, R.R. y E.R. Gilliland. *Chem. Eng. Prog.* **48**: 497 (1952).
9. Hunsaker, J.C. y B.G. Rightmire. *Engineering Applications of Fluid Mechanics*. Nueva York: McGraw-Hill, 1947, pp. 202-203.
10. Ingebo, R.D. NACA Tech. Nota 3762 (1956).
11. Knudsen, J.G. y D.L. Katz. *Fluid Mechanics and Heat Transfer*. Nueva York: McGraw-Hill, 1958, p. 317.
12. Lapple, C.E. y C.B. Shepherd. *Ind. Eng. Chem.* **32**: 605 (1940).
13. Leva, M. *Fluidization*. Nueva York: McGraw-Hill, 1959.
14. Leva, M. y M. Grummer. *Chem. Eng. Prog.* **43**: 713 (1947).
15. Lewis, W.K., E.R. Gilliland y W.C. Bauer. *Ind. Eng. Chem.* **41**: 1104 (1949).
16. Masliyah, J.H. y N. Epstein. *J. Fluid Mech.* **44**: 493 (1970).
17. Maude, A.D. y R.L. Whitmore. *Br. J. Appl. Phys.* **9**: 477 (1958).
18. Oroskar, A.R. y R.M. Turian. *AIChE J.* **26**: 550 (1980).
19. Perry, J.H. y D.W. Green (eds.). *Chemical Engineers' Handbook*. 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1997, pp. 21-19 a 21-27.
20. Pettyjohn, E.S. y E.B. Christiansen. *Chem. Eng. Prog.* **44**: 157 (1948).
21. Rowe, P.N. *Fluidization*. Eds. J.F. Davidson y D. Harrison. Nueva York: Academic, 1971, p. 145.
22. Tavlarides, L.L., C.A. Coulaloglou, M.A. Zeitlin, G.E. Klinzing y B. Gal-Or. *Ind. Eng. Chem.* **62**(11): 6 (1970).
23. Wilhelm, R.H. y M. Kwauk. *Chem. Eng. Prog.* **44**: 201 (1948).

CAPÍTULO 8

Transporte y medición de fluidos

En los capítulos anteriores se ha tratado con aspectos teóricos del flujo de fluidos. Además, el ingeniero también trata con problemas de transporte de fluidos de un lugar a otro y con frecuencia debe medir las velocidades de flujo. Tales problemas son el tema de este capítulo.

La primera parte del capítulo trata del transporte de fluidos, tanto líquidos como gases. A veces los sólidos se manejan con métodos similares suspendiéndolos en un líquido para formar un lodo o suspensión bombeable o transportándolos en una corriente de gas a alta velocidad. Es más económico mover fluidos que sólidos, y siempre que es posible los materiales son transportados como fluidos. En los procesos industriales, los fluidos casi siempre se transportan en canales cerrados, a veces de sección transversal cuadrada, rectangular o circular, siendo esta última la más frecuente. La segunda parte del capítulo se ocupa de los métodos comunes de medición de la velocidad de flujo.

TUBERÍAS, ACCESORIOS Y VÁLVULAS

Tubería y tubo

Los fluidos se transportan por lo general en tuberías o tubos, los cuales tienen una sección transversal disponible en una variedad de tamaños, espesores de pared y materiales de construcción. No existe una clara distinción entre los términos *tubería* y *tubo*. En general, las tuberías tienen pared gruesa y diámetros relativamente grandes y vienen en longitudes moderadas de 20 a 40 ft (6 a 12 m); el tubo tiene una pared delgada y generalmente viene en rollos de varios cientos de pies de longitud. A las tuberías metálicas se les puede hacer una cuerda para enroscar, mientras que a los tubos no. Las paredes de las tuberías son por lo general ligeramente rugosas; los tubos tienen paredes muy lisas. Los tramos de las tuberías se unen por collarines (bridas), tornillos roscas o accesorios soldados; las piezas de los tubos están conectadas por accesorios de compresión, accesorios avellanados o soldados. Por último, los tubos se fabrican por extrusión o laminación en frío, mientras que las tuberías metálicas se hacen por soldadura, fundición, o mediante molduras o prensas.

Las tuberías y los tubos están hechos de diversos materiales, incluyendo metales y aleaciones, madera, cerámica, vidrio y plásticos variados. El cloruro de polivinilo, o PVC, es ampliamente utilizado como tubería en las conducciones de agua residual. En las plantas de proceso, el material más común es el acero de bajo contenido de carbono, con el que se fabrica la llamada tubería de hierro negro. Con frecuencia se utilizan también las tuberías de hierro forjado y de fundición para propósitos especiales.

Tamaños. Las tuberías y tubos se clasifican en función de su diámetro y de su espesor de pared. En las tuberías de acero, los diámetros nominales estándar, en Estados Unidos, están comprendidos en un intervalo de $\frac{1}{8}$ a 30 pulgadas. Para tuberías con diámetros mayores de 12 pulgadas, los diámetros nominales son los diámetros externos reales; para las tuberías pequeñas el diámetro nominal no corresponde a ninguna dimensión real. Para tuberías de 3 a 12 pulgadas el valor nominal es cercano al diámetro interno real, pero para tuberías demasiado pequeñas esto no es cierto. Sin tener en cuenta el espesor de la pared, el diámetro externo de todas las tuberías de un tamaño nominal dado es el mismo, con el fin de intercambiar los accesorios. Las dimensiones estándar de tuberías de acero se presentan en el apéndice 3. Las tuberías de otros materiales también se fabrican con los mismos diámetros externos que las tuberías de acero, para permitir el intercambio de partes en un sistema de tuberías. Estos tamaños estándar para las tuberías de acero se conocen como IPS (*iron pipe size*) o NPS (*normal pipe size*). Así por ejemplo, la nomenclatura de “tubería IPS de níquel de 2 pulgadas” significa que se trata de una tubería de níquel, que tiene el mismo diámetro exterior que una tubería de acero estándar de 2 pulgadas.

El espesor de la pared de una tubería está indicado por el *número de norma*, el cual aumenta con el espesor. Se utilizan diez números de norma — 10, 20, 30, 40, 60, 80, 100, 120, 140 y 160 — pero para tuberías de diámetro menor a 8 pulgadas sólo son comunes los números 40, 80, 120 y 160. En el apéndice 3 se presentan los espesores reales de pared correspondientes a los diferentes números de norma para tuberías de acero; para otras aleaciones, el espesor de la pared será mayor o menor que el de la tubería de acero, dependiendo de la resistencia de la aleación. Para el acero a una temperatura ordinaria, la tensión permitida es una cuarta parte de la resistencia máxima del metal.

El tamaño del tubo está indicado por el diámetro exterior. El valor nominal es el diámetro exterior real, dentro de tolerancias muy estrechas. El espesor de la pared está indicado generalmente por el número BWG (*Birmingham wire gauge*), el cual varía desde 24 (muy ligero) hasta 7 (muy pesado). En el apéndice 4 se presentan los tamaños y los espesores de pared para tubos de intercambiadores de calor.

Selección de tamaños de tubería. El tamaño seleccionado de tubería para una instalación particular, depende sobre todo de los costos de la tubería y accesorios, así como de la energía requerida para el bombeo del fluido. El costo de la tubería y del capital anual de la carga se incrementa con el diámetro de la tubería elevado a una potencia aproximada de 1.5, mientras que el costo para el flujo turbulento varía con el diámetro elevado a la potencia de -4.8 . Existen ecuaciones para calcular el diámetro óptimo de la tubería en función de la velocidad de flujo y de la densidad del fluido,⁸ pero éstas pueden transformarse para determinar la velocidad óptima, la cual es casi independiente de la velocidad de flujo. Para el flujo turbulento de líquidos en tuberías de acero mayores de 1 pulgada (25 mm) de diámetro, la velocidad óptima es

$$\bar{V}_{\text{opt}} = \frac{12 \dot{m}^{0.1}}{\rho^{0.36}} \quad (8.1)$$

donde $\bar{V}_{\text{opt}}$ = velocidad óptima, ft/s
 $\dot{m}$ = velocidad masiva de flujo, lb/s
 ρ = densidad del fluido, lb/ft³

Para el agua y fluidos similares $\bar{V}_{\text{opt}}$ es de 3 a 6 ft/s (0.9 a 1.8 m/s); para el aire o el vapor a presiones de bajas a moderadas $\bar{V}_{\text{opt}}$ es de 20 a 80 ft/s (6 a 24 m/s). Para el flujo en tubos intercambiadores de calor, la velocidad máxima diseñada es con frecuencia mayor que la indicada en la ecuación (8.1) debido al aumento de la transferencia de calor a velocidades elevadas del fluido.

Cuando el flujo es por gravedad desde los tanques elevados o cuando se bombea un líquido viscoso, se favorecen las velocidades bajas, en el intervalo de 0.2 a 0.8 ft/s (0.06 a 0.24 m/s). En el apéndice 3 se muestran las relaciones entre el tamaño de la tubería, la velocidad volumétrica de flujo y la velocidad de fluido.

Para grandes sistemas de tubería compleja, es factible que el costo de la tubería sea una fracción sustancial de la inversión total y, en ese caso, se justifican los métodos elaborados por computadora para optimizar el tamaño de la tubería.

Conexiones y accesorios

Los métodos utilizados para unir las piezas de tuberías o tubos, dependen en parte de las propiedades del material, pero sobre todo del espesor de la pared. Los productos tubulares de pared gruesa se conectan generalmente por medio de accesorios de rosca, por collarines o por soldadura. Las piezas de tubo de pared delgada se unen por soldadura o compresión o accesorios flameados. Las tuberías hechas de materiales frágiles tales como vidrio, carbono o hierro fundido se conectan por medio de bridas (o collarines) o uniones de enchufe y campana.

Cuando se usan accesorios roscados, se hace una rosca externa a los extremos del tubo usando una herramienta adecuada para hacer la cuerda de la rosca. La cuerda es fina, y las escasas cuerdas que están más alejadas del extremo de la tubería son imperfectas, así que se forma una unión hermética cuando la tubería se enrosca en el accesorio. La cinta de politetrafluorotileno se enrolla alrededor del extremo de la rosca para asegurar un buen sello. La rosca debilita la pared de la tubería y, en general, los accesorios son más frágiles que la tubería misma; entonces, cuando se utilizan accesorios roscados, se requiere un número de catálogo mayor que con los otros tipos de uniones. Los accesorios roscados están estandarizados para tuberías hasta de 12 pulgadas (300 mm), pero debido a la dificultad del roscado y del manejo de tuberías grandes, rara vez se emplean en esta área con tuberías mayores de 3 pulgadas (75 mm).

Tamos de tubería mayores de 2 pulgadas (50 mm) se conectan por medio de collarines o soldadura. Los collarines (o bridas) son dos discos o anillos de metal que se complementan unidos por pernos y que comprimen una junta entre sus caras. Las bridas se unen a la tubería atornillándolas, mediante soldadura o por bronceado. Una brida sin abertura, usada para cerrar la tubería, se llama *brida ciega* o *brida vacía*. Para unir las diferentes piezas de una tubería grande de acero, sobre todo en procesos donde la presión

es elevada, la soldadura es el método estándar. La soldadura hace uniones más fuertes que los accesorios atornillados; además, no debilita la pared de la tubería, de manera que para una determinada presión, es posible emplear tuberías más ligeras. Las uniones hechas por soldadura son herméticas, mientras que otros tipos de uniones no lo son. La legislación de protección al ambiente considera a las bridas y las uniones roscadas como una fuente de emisión de materiales volátiles. Por otra parte, la única desventaja de una unión soldada es que no es posible abrirla sin destruirla.

Dispositivos para expansión

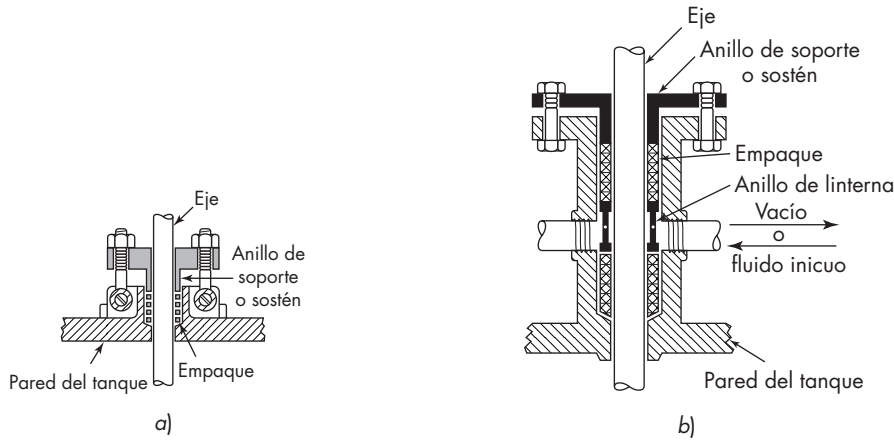
Casi todas las tuberías están sometidas a variaciones de temperatura. En algunas ocasiones, los cambios son muy grandes. Tales cambios provocan que la tubería se expanda o se contraiga. Si la tubería está fijada de manera rígida a sus soportes, puede desprenderse, doblarse o hasta romperse. De esta forma, en tuberías muy grandes no se emplean soportes fijos; en vez de eso, la tubería descansa libremente sobre rodillos o cuelga de cadenas o barras. También se toman precauciones en todas las conducciones de altas temperaturas para permitir la expansión, de esta manera los accesorios y las válvulas no son sometidos a esfuerzos o tensiones. Esto se hace por medio de las curvas o vueltas en la tubería, por uniones de expansión empacadas, o sin empaquetar y, a veces, por mangos de metal flexible.

Prevención de las fugas alrededor de partes móviles

En muchos tipos de equipo de procesamiento es necesario que una parte del equipo se mueva en relación con otra, sin que existan fugas excesivas de fluido alrededor de la pieza móvil. Esto ocurre en uniones de expansión empacadas y en válvulas donde el vástago debe entrar en el cuerpo de la válvula y tener libertad de giro sin permitir escapes de fluido en la válvula. Esto también ocurre cuando el eje de una bomba o compresor penetra en la coraza, donde el eje de un agitador pasa a través de la pared del recipiente de presión, y en otros lugares similares.

Los dispositivos más comunes para minimizar las fugas, al mismo tiempo que permiten el movimiento, son los prensaestopas y los sellos mecánicos. Ninguno de ellos detiene la fuga por completo, pero si no hay fuga, cualesquiera de los fluidos procesados pueden ser tolerados y es posible, incluso, modificar el dispositivo para asegurar que sólo el fluido inícuo se infiltre o escape del equipo. El movimiento de la pieza móvil puede ser reciprocante o rotacional, o ambos a la vez; puede ser pequeño y ocasional, como en una unión de expansión empacada, o virtualmente continuo, como en el proceso de bombeo.

Cajas prensaestopas. Una caja prensaestopas sirve de sello alrededor de un eje rotatorio y además alrededor de un eje que se mueve axialmente. En esto difiere de los sellos mecánicos, los cuales sólo son útiles en partes rotatorias. La “caja” es una cámara dentro del miembro estacionario, que rodea el eje o tubería, como se muestra en la figura 8.1a. Con frecuencia se forma una protuberancia en la cubierta o pared del recipiente para formar una cámara profunda. El espacio anular entre el eje y la pared de la cámara se llena mediante un *empaque*, que consiste en una cuerda o en anillos de un material inerte que contiene un lubricante como el grafito. Al comprimir el empaque fuertemente alrededor del eje, se evita que el fluido salga a través de la caja prensaestopas permitiendo

**FIGURA 8.1**

Cajas prensaestopas: a) forma sencilla; b) con casquillo de linterna.

así que el eje gire hacia atrás y hacia delante. El empaque se comprime por medio de un anillo de soporte, o casquillo, que comprime la caja mediante la tapa embrizada o tuerca empacada. El eje debe tener una superficie lisa de forma que no arrastre el empaque; inclusive, la presión del empaque aumenta en forma considerable la fuerza requerida para mover al eje. Aunque una caja prensaestopas, aun bajo condiciones ideales, no detiene por completo las fugas del fluido; de hecho, cuando la caja opera apropiadamente, las pérdidas son menores. Por otra parte, el uso del empaquetamiento y la pérdida de potencia en la caja prensaestopas sin el lubricante son excesivos.

Cuando el fluido es tóxico o corrosivo, es necesario prevenir escapes desde el equipo por medios adicionales. Esto se consigue mediante un *casquillo de linterna* (figura 8.1b), el cual se considera como dos cajas prensaestopas sobre el mismo eje, con dos juegos de empaques separados por un anillo de linterna. El anillo tiene una sección transversal en forma de H, con orificios que atraviesan la barra de la H con dirección perpendicular al eje. La pared de la cámara de la caja prensaestopas conduce a una tubería que introduce o saca fluido del anillo de linterna. Al aplicarle vacío a la tubería, cualquier fluido peligroso que pase a través de un conjunto de anillos de empaque es extraído a un lugar seguro antes de que llegue al segundo conjunto. Es posible asegurar que no hay fugas de fluidos peligrosos al exterior de la caja prensaestopas, haciendo circular un fluido inícuo, tal como el agua, a alta presión dentro del casquillo de linterna.

Sellos mecánicos. En un sello rotatorio o mecánico, el contacto deslizante está entre un anillo de grafito y una cara de metal pulido, generalmente acero al carbono. En la figura 8.2 se representa un sello típico. El anillo estacionario de grafito, que se mantiene en contacto con el collar rotatorio de metal, por medio de resortes, evita que el fluido en la zona de alta presión salga alrededor del eje. En el espacio que existe entre el cuerpo del sello y la cámara que lo mantiene alrededor del eje, se coloca un empaque estacionario envolvente en forma de U de goma o de plástico; éste evita las fugas del fluido a través

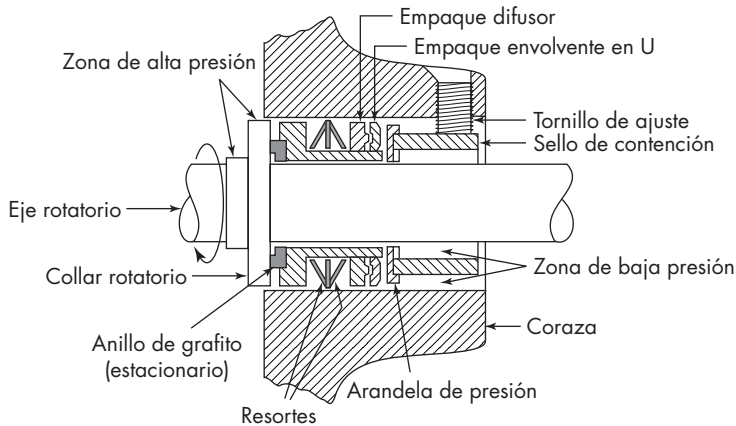


FIGURA 8.2
Sello mecánico.

de las partes del sello que no giran y permite que el anillo de grafito se mueva libremente en forma axial, de tal manera que presione con fuerza sobre el collar. Los sellos rotatorios requieren menos mantenimiento que las cajas prensaestopas y se utilizan bastante en equipos en los que se manejan fluidos altamente corrosivos.

Válvulas

Una planta de procesamiento típica contiene miles de válvulas de diferentes tamaños y formas. Sin embargo, a pesar de la amplia variedad de diseños, todas las válvulas tienen un propósito principal: disminuir o detener el flujo de un fluido. Algunas válvulas funcionan mejor en servicio de cerrado-abierto prendido-apagado, es decir, abiertas o cerradas por completo. Otras están diseñadas para suprimir o reducir la presión y la velocidad de flujo de un fluido. Existen otras que permiten el flujo sólo en una dirección o bajo ciertas condiciones de temperatura y presión. Una trampa de vapor, que es una forma especial de válvula, permite al agua y al gas inerte pasar a través de ella mientras que retiene vapor. Finalmente, mediante el uso de sensores y sistemas de control automático para ajustar la posición de la válvula y por consiguiente el flujo a través de la válvula, es posible controlar desde puntos alejados de la válvula, la temperatura, la presión, el nivel del líquido y otras propiedades del fluido.

No obstante, en todos los casos, la válvula inicialmente detiene o controla el flujo. Esto se realiza colocando un obstáculo en la trayectoria del fluido, el cual es posible moverlo a voluntad dentro de la tubería, sin que prácticamente existan fugas del fluido hacia el exterior de la misma. Cuando la resistencia al flujo que provoca una válvula abierta es pequeña, el acercamiento entre la obstrucción y la abertura es grande. Para el control preciso de la velocidad de flujo, se obtiene por lo general a costa de una gran caída de presión, se reduce en forma drástica el área de la sección transversal del canal de conducción, de manera que pueda introducirse una pequeña obstrucción en la abertura pequeña.

Las válvulas que contienen sello de fuelle se utilizan a menudo en procesos que implican materiales peligrosos o tóxicos para asegurarse contra las fugas. En estas válvulas, el vástago superior hace subir o bajar la parte superior de un fuelle expandible, moviendo

un vástago inferior que está acoplado dentro del fuelle. Este vástago inferior eleva o hace descender el disco de la válvula. El vástago superior puede girar, el inferior, no. El extremo inferior del fuelle está sellado al cuerpo de la válvula por medio de una junta o una soldadura. Las válvulas de fuelle se encuentran disponibles en varias aleaciones y en tamaños que varían desde $\frac{1}{2}$ in (12 mm) hasta 12 in (300 mm).

Válvulas de compuerta y válvulas de globo. En la figura 8.3 se representan los dos tipos más comunes de válvulas: las de compuerta y las de globo. En una válvula de compuerta, el diámetro de la abertura a través de la cual pasa el fluido es casi el mismo que el de la tubería, y la dirección del flujo no cambia. Como resultado, una válvula de

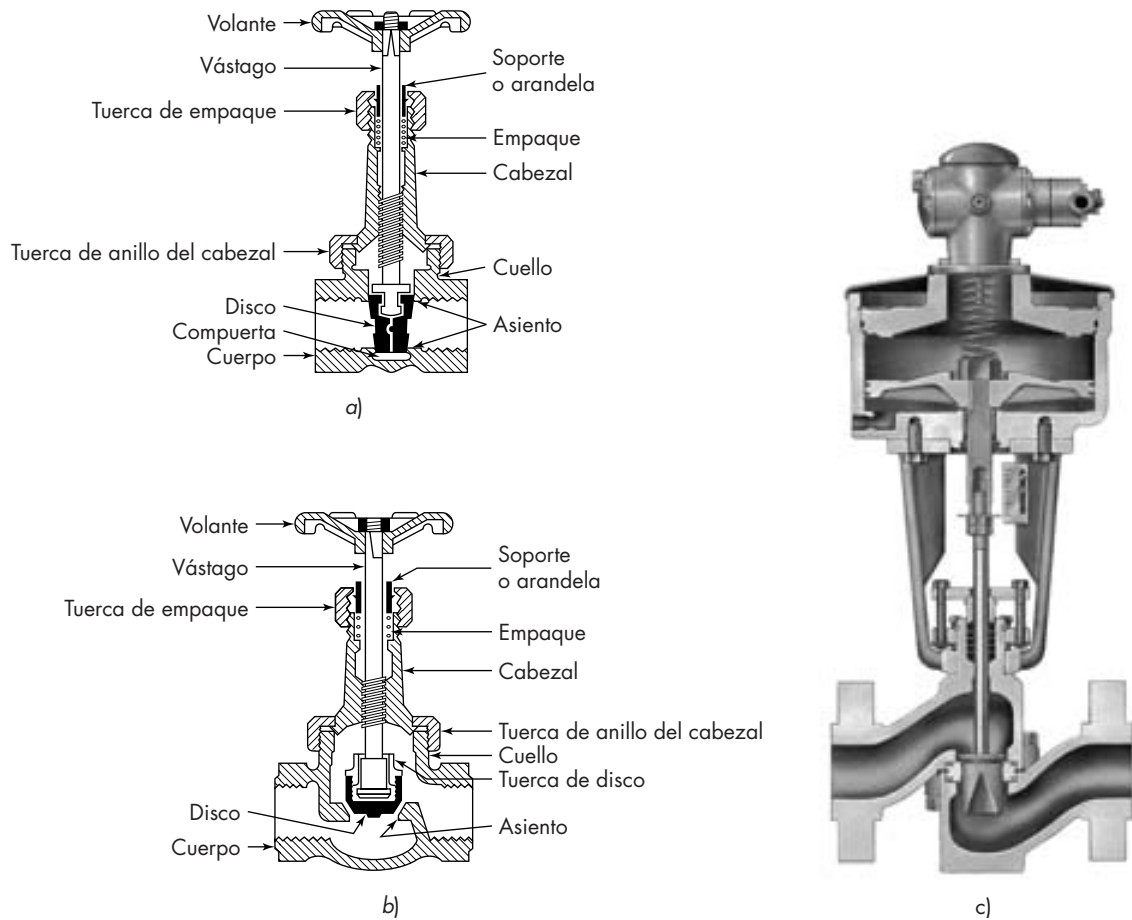


FIGURA 8.3

Válvulas comunes: a) válvula de compuerta; b) válvula de globo; c) válvula de control con activador neumático.

compuerta completamente abierta introduce sólo una pequeña caída de presión. El disco tiene forma de cuña y se adapta a un asiento que tiene la misma forma; cuando se abre la válvula, el disco se eleva dentro del cabezal, hasta que queda completamente fuera de la trayectoria del fluido. Las válvulas de compuerta no son recomendables para el control del flujo y, en general, se dejan abiertas o cerradas por completo.

Las válvulas de globo (llamadas así debido a que en los primeros diseños el cuerpo de la válvula era esférico) se utilizan con frecuencia para controlar la velocidad de flujo de un fluido. Además, la abertura aumenta en forma lineal con respecto a la posición del vástago, y su uso es uniformemente distribuido alrededor del disco. El fluido pasa a través de una abertura limitada y cambia varias veces de dirección, como se observa al imaginar el flujo a través de la válvula representada en la figura 8.3*b*. Como resultado, la caída de presión en este tipo de válvula es importante.

La mayoría de las válvulas de control automático son similares a las válvulas de globo, pero el volante manual es reemplazado por un activador neumático de resorte de diafragma o un motor eléctrico, y la posición de la válvula depende de una señal del controlador. El disco sencillo que se muestra en la figura 8.3*b* puede reemplazarse por un tapón afilado o de otra forma (figura 8.3*c*), diseñado para dar ciertas características al flujo.

Válvulas de pistón y de bola. Las válvulas metálicas de pistón son útiles en las tuberías de procesos químicos, para temperaturas inferiores a 250 °C. Como en una llave de paso en un laboratorio, un cuarto de giro del vástago hace que la válvula pase de estar abierta en su totalidad a un cerrado total; y cuando está por completo abierta, el canal a través del tapón puede ser tan ancho como el interior de la tubería y la caída de presión es mínima. En una válvula de bola, el elemento del sello es esférico, y los problemas de alineamiento y “congelación” del elemento son menores que con una válvula de pistón. Tanto en las válvulas de pistón como en las válvulas de bola, el área de contacto entre el elemento móvil y el sello es grande, y por consiguiente, ambas pueden usarse como válvulas de regulación. Ocasionalmente las válvulas de bola encuentran aplicaciones en el control de flujo.

Válvulas de retención. Una válvula de retención permite el flujo sólo en una dirección. Se abre debido a la presión del fluido en una determinada dirección; cuando el flujo se detiene o tiende a invertirse, la válvula se cierra automáticamente por la gravedad o por medio de un resorte que hace presión de nuevo sobre el disco. En la figura 8.4 se muestran los tipos comunes de válvulas de retención. El disco móvil está sombreado.

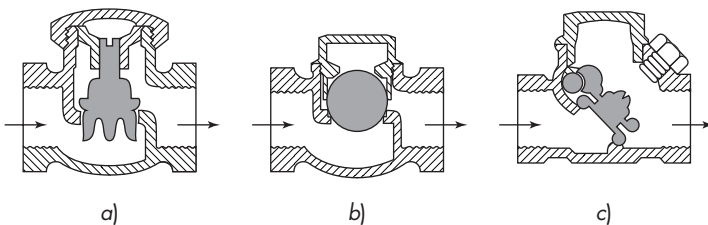


FIGURA 8.4

Válvulas de retención: a) retención por elevación; b) retención de bola; c) retención por bisagra.

Recomendaciones prácticas

En el diseño e instalación de un sistema de tubería, hay que cuidar muchos detalles, ya que el buen funcionamiento de una planta depende del hecho, aparentemente insignificante, de la instalación de tuberías. Se mencionarán algunos principios generales de gran importancia en relación con este hecho. En la instalación de tuberías, por ejemplo, las líneas de conducción deben ser paralelas y han de evitarse, siempre que sea posible, los codos en ángulo recto. En los sistemas donde las líneas de conducción del proceso pueden obstruirse, deben tomarse precauciones para que las conducciones se abran a fin de limpiarlas con facilidad. Esto lleva consigo la necesidad de instalar un gran número de uniones y bridas, y tes o cruces con su abertura extra cerrada por un tapón en vez de codos que se situarán en lugares clave. Con materiales peligrosos, en especial los volátiles, las bridas y accesorios roscados (de tornillo) se utilizan con moderación.

En los sistemas de flujo por gravedad, la tubería debe tener un diámetro superior al necesario y contener un mínimo de codos. El ensuciamiento de las conducciones es problemático sobre todo cuando el flujo es por gravedad, ya que al no aumentar la carga de presión del fluido, es probable que no se alcance la velocidad deseada si la tubería está restringida.

También cabe esperar fugas a través de las válvulas. Cuando sea necesario hay que detener totalmente el flujo, ya sea porque la fuga a través de una válvula contamine un producto valioso o porque ponga en peligro a los operadores del equipo. En esos casos resulta inadecuado utilizar una válvula de retención. En esta situación una brida ciega colocada entre las dos bridas ordinarias, detendrá todo el flujo; o también es factible romper la conducción en una unión o un par de bridas y cerrar las aberturas con una tapadera o tapón.

Siempre que sea posible, las válvulas deben montarse con sus vástagos hacia arriba. Deben ser accesibles y soportadas sin esfuerzo, con tolerancia conveniente para permitir la expansión térmica de la tubería adyacente. Debe dejarse espacio suficiente para que sea posible abrirla por completo y para reemplazar la caja prensaestopas.

BOMBAS

Esta sección trata acerca del transporte de líquidos a través de tuberías y canales de conducción. Los líquidos a veces se mueven por gravedad desde tanques elevados, o desde un “soplador” (recipiente de almacenamiento presurizado por una fuente externa de gas comprimido), aunque los aparatos más comunes para este propósito son las bombas.

Las bombas incrementan la energía mecánica del líquido, aumentando su velocidad, presión o elevación, o las tres anteriores. Las dos clases principales son las bombas de desplazamiento positivo y las bombas centrífugas. Las unidades de desplazamiento positivo aplican presión directamente al líquido por un pistón recíprocante, o por miembros rotatorios, los cuales forman cámaras alternadamente llenas o vacías del líquido. Las bombas centrífugas generan altas velocidades de rotación, entonces convierten la energía cinética resultante del líquido en energía de presión.

En las bombas la densidad del líquido no cambia en forma apreciable y es posible considerarla constante.

Carga desarrollada

En la figura 8.5 se muestra un diagrama en forma esquemática de la aplicación de una bomba típica. La bomba se instala en una tubería de conducción y suministra la energía necesaria para succionar líquido de un tanque de almacenamiento, y descargarlo con una velocidad volumétrica de flujo constante a la salida de la tubería, situada a Z_b m o ft arriba del nivel del líquido en el tanque. El líquido entra a la bomba por una conexión de succión situada en el punto a y sale por el punto b donde se encuentra la conexión de descarga. Es posible aplicar la ecuación de Bernoulli entre los puntos a y b . La ecuación (4.65) sirve para este propósito. Puesto que la única fricción que existe es la que se produce en la bomba misma y ésta se incluye en la eficiencia mecánica η , $h_f = 0$. La ecuación (4.65) se escribe entonces de la manera siguiente:

$$\eta W_p = \left(\frac{p_b}{\rho} + gZ_b + \frac{\alpha_b \bar{V}_b^2}{2} \right) - \left(\frac{p_a}{\rho} + gZ_a + \frac{\alpha_a \bar{V}_a^2}{2} \right) \quad (8.2a)$$

o en unidades fps,

$$\eta W_p = \left(\frac{p_b}{\rho} + \frac{gZ_b}{g_c} + \frac{\alpha_b \bar{V}_b^2}{2g_c} \right) - \left(\frac{p_a}{\rho} + \frac{gZ_a}{g_c} + \frac{\alpha_a \bar{V}_a^2}{2g_c} \right) \quad (8.2b)$$

Las magnitudes dentro de los paréntesis reciben el nombre de *cargas totales* y se representan por H , o

$$H = \frac{p}{\rho} + gZ + \frac{\alpha \bar{V}^2}{2} \quad (8.3a)$$

y

$$H = \frac{p}{\rho} + \frac{gZ}{g_c} + \frac{\alpha \bar{V}^2}{2g_c} \quad (8.3b)$$

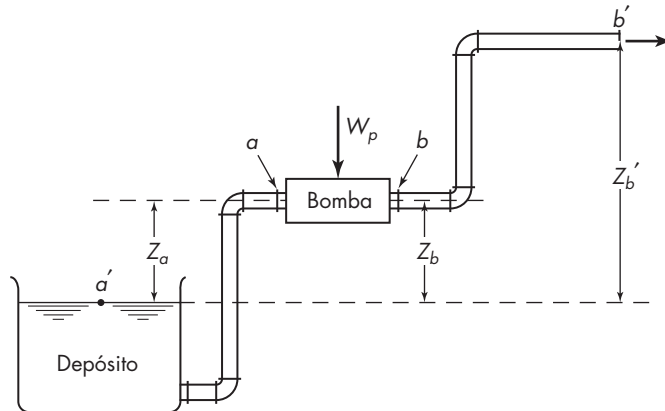


FIGURA 8.5

Sistema de flujo con bomba.

En las bombas la diferencia de altura entre las conexiones de succión y de descarga es generalmente despreciable, y es posible eliminar Z_a y Z_b de la ecuación (8.2). Si H_a es la carga total de la succión, H_b es la carga total de la descarga y $\Delta H = H_b - H_a$, la ecuación (8.2) se expresa de la forma siguiente:

$$W_p = \frac{H_b - H_a}{\eta} = \frac{\Delta H}{\eta} \quad (8.4)$$

La carga H en la ecuación (8.3) tiene las dimensiones del trabajo por unidad de masa (o, su equivalente, longitud al cuadrado por tiempo al cuadrado). Al multiplicar por $1/g$ (o g_c/g en unidades fps), se obtiene

$$\frac{H}{g} = \frac{p}{\rho g} + Z + \frac{\alpha \bar{V}^2}{2g} \quad (8.5a)$$

y

$$\frac{Hg_c}{g} = \frac{pg_c}{\rho g} + Z + \frac{\alpha \bar{V}^2}{2g} \quad (8.5b)$$

En las ecuaciones (8.5a) y (8.5b) cada término tiene la dimensión de longitud. Con frecuencia la carga desarrollada por una bomba se expresa en metros o pies de fluido, aunque aquí el término *carga* se refiere a $\Delta H/g$ o $\Delta Hg_c/g$. Observe que en unidades fps, ΔH y $\Delta Hg_c/g$ son virtualmente el mismo número.

Potencia requerida

La potencia suministrada a la bomba desde una fuente externa se representa por P_B . Y se calcula a partir de W_p

$$P_B = \dot{m}W_p = \frac{\dot{m}\Delta H}{\eta} \quad (8.6)$$

donde $\dot{m}$ es la velocidad de flujo másico.

La potencia distribuida al fluido se calcula a partir de la velocidad de flujo másico y la carga desarrollada por la bomba. Se representa por P_f y está definida por

$$P_f = \dot{m}\Delta H \quad (8.7)$$

A partir de las ecuaciones (8.6) y (8.7)

$$P_B = \frac{P_f}{\eta} \quad (8.8)$$

Las ecuaciones (8.2) a (8.8) se aplican también a ventiladores utilizando una densidad media $\bar{\rho} = (\rho_a + \rho_b)/2$ para ρ .

Elevación de succión y cavitación

La potencia calculada mediante la ecuación (8.6) depende de la diferencia de presión entre la descarga y la succión, y es independiente del nivel de presión. A partir de consi-

deraciones de energía, es irrelevante que la presión de succión sea inferior o superior a la presión atmosférica, siempre que el fluido permanezca en estado líquido. Sin embargo, si la presión de succión es sólo ligeramente mayor que la presión del vapor, es posible que algo del líquido se evapore súbitamente dentro de la bomba, dando lugar a un proceso llamado cavitación, el que reduce de manera importante la capacidad de la bomba y causa una severa erosión. Si la presión de succión es en realidad menor que la presión del vapor, se producirá vaporización en la línea de succión, y el líquido no puede entrar en la bomba.

Para evitar la cavitación, es preciso que la presión a la entrada de la bomba exceda a la presión de vapor en un cierto valor, llamado *carga neta de succión positiva* (NPSH, *net positive suction head*). El valor requerido de la NPSH es alrededor de 2 a 3 m (5 a 10 ft) para bombas centrífugas pequeñas; pero el valor aumenta con la capacidad de la bomba, la velocidad del rotor y la presión de descarga. Valores hasta de 15 m (50 ft) se recomiendan para bombas muy grandes. Para una bomba que succiona desde un reservorio (depósito), como el que se muestra en la figura 8.5, la NPSH disponible se calcula comúnmente como

$$\text{NPSH} = \frac{1}{g} \left(\frac{p_{a'} - p_v}{\rho} - h_{fs} \right) - Z_a \quad (8.9a)$$

o en unidades fps,

$$\text{NPSH} = \frac{g_c}{g} \left(\frac{p_{a'} - p_v}{\rho} - h_{fs} \right) - Z_a \quad (8.9b)$$

donde $p_{a'}$ = presión absoluta en la superficie del depósito

p_v = presión de vapor

h_{fs} = fricción en la línea de succión

La carga de velocidad en la entrada de la bomba $\alpha_a \bar{V}_a^2/2$ habrá de restarse al resultado de la ecuación (8.9) para obtener un valor teóricamente más correcto de la NPSH disponible; pero este término por lo general sólo representa 30 a 60 cm (1 o 2 ft) y se tiene en cuenta en los valores de la carga neta de succión positiva mínima requerida (NPSHR) especificada por los fabricantes de la bomba. Debido a que existen variaciones cíclicas en la velocidad de flujo, la carga de la velocidad (o más apropiado para este caso, carga de la aceleración) resulta importante en la especificación de bombas de desplazamiento positivo.⁶

Para el caso especial donde el líquido sea no volátil ($p_v = 0$), la fricción es despreciable ($h_{fs} = 0$) y donde la presión en el punto a sea la atmosférica, la elevación de succión máxima posible se obtiene restando la NPSH requerida de la carga barométrica. Para el agua fría, la elevación de succión máxima es alrededor de 10.4 m (34 ft); que en la práctica se reduce alrededor de 7.6 m (25 ft).

EJEMPLO 8.1 El benceno a 100 °F (37.8 °C) se bombea a través del sistema de la figura 8.5 a una velocidad de 40 gal/min (9.09 m³/h). El depósito está a la presión atmosférica. La presión manométrica al extremo de la línea de descarga es de 50 lb_f/in.² (345 kN/m²). La descarga está a una altura de 10 ft, y la bomba de succión está 4 ft arriba del nivel del depósito. La línea de descarga es 1½ in. Norma 40 de tubería. Se sabe que la fricción en la línea de succión es

de 0.5 lb/in.^2 (3.45 kN/m^2), y que en la línea de descarga es de 5.5 lb/in.^2 (37.9 kN/m^2). La eficiencia mecánica de la bomba es de 0.60 (60%). La densidad del benceno es de 54 lb/ft^3 (865 kg/m^3), y su presión del vapor a 100°F (37.8°C) es 3.8 lb/in.^2 (26.2 kN/m^2). Calcule: *a*) la carga desarrollada por la bomba y *b*) la potencia total a la entrada. *c*) Si el fabricante de la bomba especifica que requiere una NPSHR de 10 ft (3.05 m), ¿será conveniente esa bomba para este servicio?

Solución

a) El trabajo de la bomba W_p se obtiene utilizando la ecuación (4.65). El punto a' en la corriente a la entrada está al nivel del líquido en el depósito, y el punto b' corriente a la salida está al final de la línea de descarga, como se muestra en la figura 8.5. Cuando se elige el nivel del líquido en el tanque como referencia de alturas y se tiene en cuenta que $\bar{V}_{a'} = 0$, la ecuación (4.65) queda

$$W_p \eta = \frac{p_{b'}}{\rho} + \frac{gZ_{b'}}{g_c} + \frac{\alpha_{b'} \bar{V}_{b'}^2}{2g_c} + h_f - \frac{p_{a'}}{\rho}$$

La velocidad de salida $\bar{V}_{b'}$ se obtiene utilizando los datos del apéndice 3. Para una tubería de $1\frac{1}{2} \text{ in.}$ Norma 40, una velocidad de 1 ft/s corresponde a una velocidad de flujo de 6.34 gal/min , y

$$\bar{V}_{b'} = \frac{40}{6.34} = 6.31 \text{ ft/s}$$

Con $\alpha_{b'} = 1.0$, la ecuación (4.65) da

$$\begin{aligned} W_p \eta &= \frac{(14.7 + 50)(144)}{54} + \frac{g}{g_c}(10) + \frac{6.31^2}{2 \times 32.17} + \frac{(5.5 + 0.5)(144)}{54} - \frac{14.7 \times 144}{54} \\ &= 159.9 \text{ ft} \cdot \text{lb}_f/\text{lb} \end{aligned}$$

Según la ecuación (8.4) $W_p \eta$ es también la carga desarrollada, y

$$\Delta H = H_b - H_a = 159.9 \text{ ft} \cdot \text{lb}_f/\text{lb} \quad (477.9 \text{ J/kg})$$

b) La velocidad de flujo de masa es

$$\dot{m} = \frac{40 \times 54}{7.48 \times 60} = 4.81 \text{ lb/s} \quad (2.18 \text{ kg/s})$$

La potencia a la entrada es, según la ecuación (8.6),

$$P_B = \frac{4.81 \times 159.9}{550 \times 0.60} = 2.33 \text{ hp} \quad (1.74 \text{ kW})$$

c) De acuerdo con la ecuación (8.9), $pa'/\rho = 14.7 \times 144/54 = 39.2 \text{ ft} \cdot \text{lb}_f/\text{lb}$. La presión del vapor corresponde a una carga de

$$\frac{3.8 \times 144}{54} = 10.1 \text{ ft} \cdot \text{lb}_f/\text{lb} \quad (30.2 \text{ J/kg})$$

La fricción en la línea de succión es

$$h_f = \frac{0.5 \times 144}{54} = 1.33 \text{ ft} \cdot \text{lb}_f/\text{lb} \text{ (3.98 J/kg)}$$

El valor de la NPSH disponible, a partir de la ecuación (8.9), asumiendo que $g/g_c = 1$, es

$$\text{NPSH} = 39.2 - 10.1 - 1.33 - 4 = 23.77 \text{ ft (7.25 m)}$$

El valor de la NPSH disponible es considerablemente mayor que el valor mínimo requerido que es de 10 ft, por consiguiente la bomba es adecuada para los propósitos de servicio.

Bombas de desplazamiento positivo

En la primera clase más importante de bombas, un volumen determinado de líquido es encerrado en una cámara, la cual se llena alternativamente desde la entrada y se vacía a una presión más alta a través de la descarga. Existen dos subclases de bombas de desplazamiento positivo. En las bombas reciprocantes, la cámara es un cilindro estacionario que contiene un pistón o émbolo, mientras que en las bombas rotatorias la cámara se mueve desde la entrada hasta la descarga y regresa de nuevo a la entrada.

Bombas reciprocantes

Las bombas de pistón, de émbolo y de diafragma son ejemplos de bombas reciprocantes. En una bomba de pistón, el líquido pasa a través de una válvula de retención de entrada al interior del cilindro mediante la acción de un pistón y entonces es forzado hacia afuera a través de una válvula de retención de descarga en el recorrido de regreso. La mayor parte de las bombas de pistón son de doble acción, es decir, el líquido es admitido alternadamente a cada lado del pistón, de manera que una parte del cilindro se está llenando mientras que la otra se vacía. Con frecuencia se usan dos o más cilindros en paralelo con cabezales de succión y descarga comunes, y la configuración de los pistones se ajusta para minimizar las fluctuaciones en la velocidad de descarga. El pistón se acciona mediante un motor a través de una caja reductora, o bien se utiliza una conexión directa a un cilindro accionado por vapor. La presión máxima de descarga para bombas de pistón comerciales es de alrededor de 50 atm.

Para presiones más elevadas se utilizan bombas de émbolo. Un cilindro de pared gruesa y diámetro pequeño contiene un émbolo reciprocante perfectamente ajustado, que es una extensión de la barra del pistón. Al final del recorrido el émbolo llena prácticamente todo el espacio en el cilindro. Las bombas de émbolo son de simple efecto y por lo general son accionadas por un motor. Pueden descargarse frente a presiones de 1 500 atm o más.

En una bomba de diafragma, el elemento reciprocante es un diafragma flexible de metal, plástico o hule. Esto elimina la necesidad de empaques o cierres expuestos al líquido bombeado, lo que constituye una gran ventaja cuando se manipulan líquidos tóxicos o corrosivos. Las bombas de diafragma manejan de pequeñas a moderadas cantidades de líquido, hasta alrededor de 100 gal/min, y pueden desarrollar presiones superiores a 100 atm.

La eficiencia mecánica de las bombas reciprocantes varía entre 40 y 50% para bombas pequeñas y de 70 a 90% para las grandes. Es casi independiente de la velocidad dentro de los límites normales de operación y disminuye ligeramente con el aumento en la presión de descarga debido a la fricción adicional y a las fugas.

Eficiencia volumétrica. La relación entre el volumen del fluido descargado y el volumen barrido por el pistón o émbolo se llama *eficiencia volumétrica*. En las bombas de desplazamiento positivo la eficiencia volumétrica se mantiene casi constante al aumentar la presión de descarga, si bien disminuye algo como consecuencia de las fugas. Debido a la constancia del flujo de volumen, las bombas de émbolo y diafragma son ampliamente utilizadas como “bombas de medición”, que inyectan líquido en un sistema de proceso con velocidades de flujo volumétrico controlado y ajustable.

Bombas rotatorias

Una gran variedad de bombas rotatorias de desplazamiento positivo están disponibles. Tienen nombres como bombas de engranaje, de lóbulo, de tornillo, de leva y de aspa. En la figura 8.6 se muestran dos ejemplos de bombas de engranaje. A diferencia de las bombas reciprocantes, las bombas rotatorias no contienen válvulas de retención. Cuanto menor sea la tolerancia entre las partes móviles y las estacionarias, las fugas se minimizan desde el espacio de la descarga hacia el espacio de la succión; pero esto también limita la velocidad de operación. Las bombas rotatorias operan mejor en fluidos limpios y moderadamente viscosos, tales como el aceite lubricante ligero. Se operan con presiones de descarga superiores a 200 atm.

En las bombas de engranaje cilíndrico (figura 8.6a), los engranajes giran con buen ajuste dentro de la coraza. El líquido entra a la línea de succión por la parte inferior de la coraza, es atrapado en los espacios que existen entre los dientes y la coraza y circula

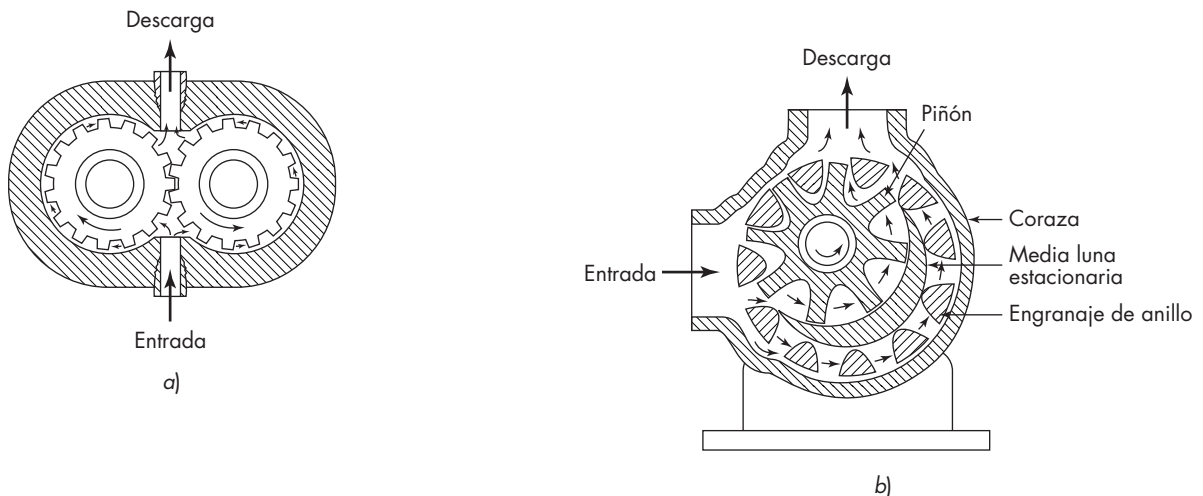


FIGURA 8.6

Bombas de engranaje: a) bomba de engranaje cilíndrico; b) bomba de engranaje interno.

hacia la parte superior de la misma, y finalmente es lanzado hacia la línea de descarga. El líquido no puede volver a la cámara de succión debido al estrecho ajuste de los engranajes en el centro de la bomba.

La bomba de engranaje interno (figura 8.6b) consta de una coraza, dentro de la cual hay un engranaje cilíndrico o piñón que engrana o ajusta con un engranaje de anillo. El engranaje de anillo es coaxial con el interior de la coraza, pero el piñón, que es movido desde el exterior, está montado excéntricamente con respecto al centro de la coraza. Una media luna metálica estacionaria llena el espacio que existe entre los dos engranajes. El líquido es transportado desde la entrada hasta la descarga por ambos engranajes, en los espacios que hay entre los dientes del engranaje y la media luna.

Bombas peristálticas

En la producción de sustancias bioquímicas, a menudo se utilizan pequeñas bombas peristálticas a prueba de fugas. Éstas comprenden un tramo de tubería flexible que es comprimida por una sucesión de rodillos móviles que atrapan el líquido y lo hacen mover a lo largo de la tubería. La descarga es casi constante, a diferencia de la bomba de diafragma. Las bombas peristálticas se pueden usar sólo para flujos pequeños, pero frecuentemente constituyen la mejor elección cuando se deben extraer mover líquidos sin posibilidad de derrame o exposición al aire.

Bombas centrífugas

En la segunda clase más importante de bombas, la energía mecánica del líquido se aumenta por la acción centrífuga. En la figura 8.7 se muestra un ejemplo sencillo pero muy común de bomba centrífuga. El líquido entra a través de la conexión de succión concéntrica al eje del elemento giratorio de alta velocidad llamado *impulsor* (o *rotor*), el cual está provisto de aspas radiales inherentes con el mismo. El líquido fluye hacia fuera por el interior de los espacios que existen entre las aspas y deja el impulsor a una velocidad considerablemente mayor con respecto a la de la entrada del mismo. En una bomba que funciona en forma apropiada, el espacio entre las aspas está por completo lleno de líquido que fluye sin cavitación. El líquido que sale del perímetro del impulsor se recoge en una coraza de espiral *voluta* y sale de la bomba a través de una conexión tangencial de descarga. En la voluta, la carga de velocidad del líquido procedente del impulsor se convierte en carga de presión. El fluido recibe energía del impulsor, que a su vez se transmite al mismo por un par de fuerzas del eje motor, el que por lo general es accionado mediante la conexión directa a un motor de velocidad constante, comúnmente del orden de 1 750 o 3 450 r/min.

En condiciones ideales de flujo sin fricción, la eficiencia mecánica de una bomba centrífuga es, por supuesto, de 100% y $\eta = 1$. Una bomba ideal que opera a una velocidad determinada, genera una velocidad de descarga constante para cada carga específica desarrollada. Las bombas reales, debido a la fricción y otras características, tienen una eficiencia algo menor del caso ideal.

En la práctica ordinaria, las bombas centrífugas constituyen el tipo más común de máquina de bombeo en una planta. Existen muchos otros tipos de bombas, además de la sencilla máquina de voluta mostrada en la figura 8.7. Un tipo muy común emplea un

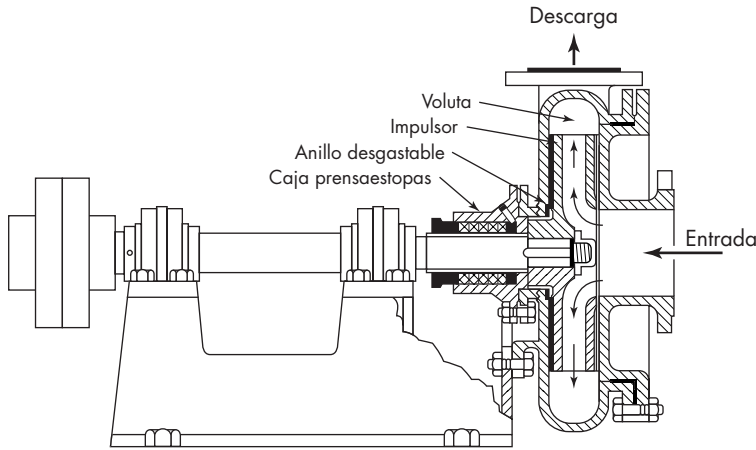


FIGURA 8.7
Bomba centrífuga de succión sencilla.

impulsor de doble succión, el cual acepta el líquido por ambos lados. El impulsor puede ser un retículo simple abierto, o estar cerrado o reforzado. En los manuales, textos sobre bombas y sobre todo en los catálogos de los fabricantes de bombas, se muestran muchos tipos, tamaños y diseños de bombas centrífugas.

Teoría de la bomba centrífuga

Las ecuaciones básicas que interrelacionan la potencia, la carga desarrollada y la capacidad de una bomba centrífuga se derivan para una bomba ideal a partir de los principios fundamentales de la dinámica de fluidos. Puesto que el funcionamiento de una bomba real difiere de forma considerable del de una ideal, las bombas reales se diseñan aplicando correcciones a la situación ideal mediante medidas experimentales.

La figura 8.8 muestra de forma esquemática cómo fluye el líquido a través de una bomba centrífuga. El líquido entra de forma axial por la conexión de succión, en el punto *a*. En el centro giratorio del impulsor, el líquido se dispersa de manera radial y entra en los canales limitados por las aspas, en el punto 1. El líquido fluye a través del impulsor y sale por la periferia del mismo, en el punto 2; se recolecta en la voluta y se descarga de la bomba por el punto *b*.

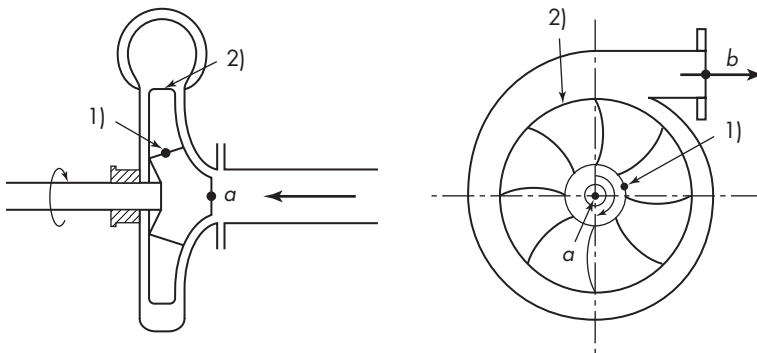


FIGURA 8.8
Bomba centrífuga que muestra los puntos en los que se aplica la ecuación de Bernoulli.

Bomba ideal

En una bomba ideal, se asume que el líquido fluye a través de la unidad sin fricción, y que en una determinada sección transversal todo el líquido fluye a la misma velocidad. Como se muestra en el diagrama de vectores para una sola aspa (figura 8.9), el líquido abandona el impulsor a una velocidad V_2 en un ángulo α tangente al impulsor. La velocidad V_2 tiene una componente tangencial u_2 y una componente radial V_{r2} . Se asume que la componente radial u_2 es igual a la velocidad radial en el extremo de las paletas; V_{r2} es igual al flujo volumétrico q dividido por el área periférica del impulsor A_p . Para un observador que se moviera juntamente con el impulsor, el líquido aparecería dejando el impulsor a un ángulo β y con una velocidad V_2 . Con estas suposiciones, la cabeza desarrollada está dada por

$$\Delta H_r = u_2 \left(u_2 - \frac{q}{A_p \tan \beta} \right) \quad (8.10)$$

El subíndice r indica una bomba ideal. Como u_2 , A_p , y la tangente de β son constantes, la ecuación (8.10) muestra que la cabeza desarrollada varía linealmente con el flujo volumétrico.

Las ecuaciones de Bernoulli escritas entre los puntos 1 y 2 de la figura 8.8, y también entre los puntos a y 1, y b y 2, llevan a la ecuación

$$\frac{p_a}{\rho} + \frac{\alpha_a \bar{V}_a^2}{2} = \frac{p_b}{\rho} + \frac{\alpha_b \bar{V}_b^2}{2} + \omega r_2 \left(u_2 - \frac{q}{A_p \tan \beta} \right) \quad (8.11)$$

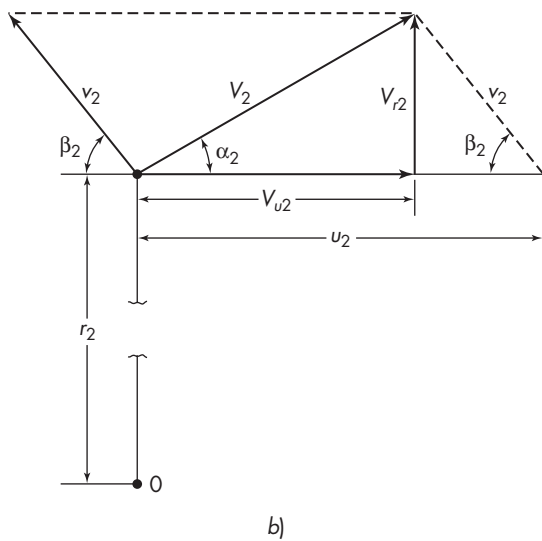
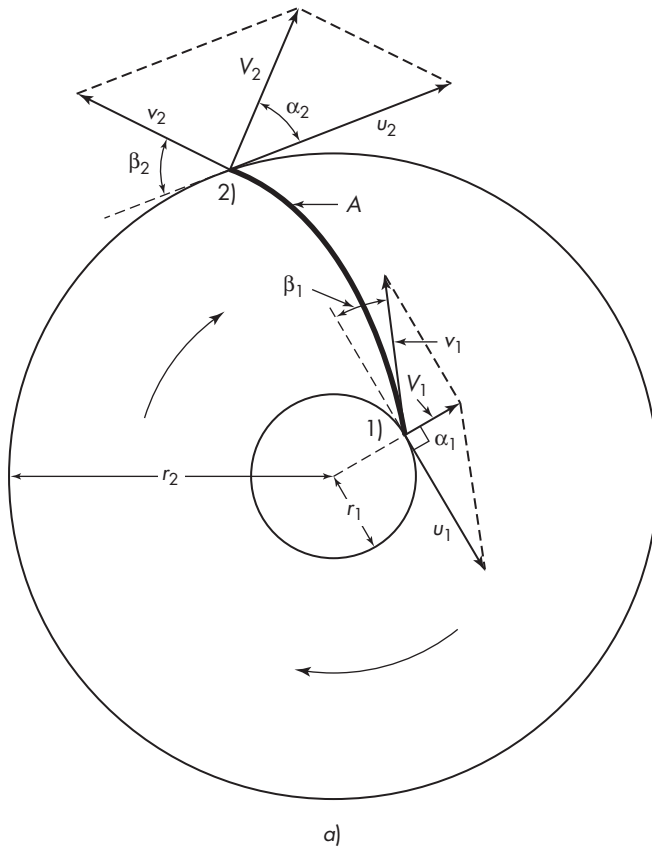
donde $\bar{V}$ es la velocidad promedio del líquido en el punto indicado, ω es la velocidad angular del impulsor y r_2 es el radio del impulsor. La comparación entre las ecuaciones (8.3) y (8.4) muestra que el trabajo realizado por unidad de masa de líquido que fluye a través de una bomba ideal es igual a la cabeza desarrollada, o

$$W_p = \omega r_2 \left(u_2 - \frac{q}{A_p \tan \beta} \right) = \Delta H_r \quad (8.12)$$

Rendimiento real de la bomba

En una bomba real, hay fricción y pérdidas por impacto originadas por el súbito cambio de dirección del líquido que abandona el impulsor. La velocidad en una determinada sección transversal dista de ser uniforme, resultando un flujo que circula de extremo a extremo dentro de los canales del impulsor. Entonces, el líquido abandona las aspas del impulsor en un ángulo considerablemente menor que β . Como resultado, la cabeza desarrollada es considerablemente menor que la calculada a partir de la ecuación (8.11). Además, la eficiencia es menor que la unidad y la potencia requerida es mayor que la teórica.

El comportamiento de una determinada bomba se ilustra comúnmente mediante gráficas de cabeza real, consumo de potencia y eficiencia *versus* el flujo volumétrico. La relación teórica entre la cabeza y el flujo (generalmente llamada *cabeza de la bomba*) es una línea recta, de acuerdo con la ecuación (8.10); la cabeza real de operación a determinados flujos es considerablemente menor y cae de modo precipitado hasta cero cuando el flujo se incrementa hasta cierto valor. Esto, que se denomina *flujo a cabeza cero*, es el máximo flujo que puede suministrar la bomba bajo cualquier tipo de condiciones. La tasa de flujo nominal

**FIGURA 8.9**

Velocidades de entrada y de descarga en las aspas de una bomba centrífuga. a) vectores y aspa; b) diagrama vectorial en el extremo de la aspa.

u óptima es, por supuesto, menor que esto. La cabeza máxima se obtiene con flujo igual a cero, con la línea de descarga bloqueada (una bomba centrífuga no debería operarse bajo tal condición por más de un corto tiempo; una bomba de desplazamiento positivo, jamás).

La diferencia entre el rendimiento real y el teórico es causada inicialmente por el flujo de recirculación. La fricción del fluido y las pérdidas por impacto contribuyen a la pérdida de cabeza. La fricción es mayor cuando el flujo es máximo; las pérdidas por impacto se encuentran en un mínimo en las condiciones nominales de operación de la bomba y se magnifican en la medida en que el flujo se incrementa o decrece a partir del valor nominal.

Consumo de potencia. Cuando la potencia del fluido P_f aumenta con la velocidad de flujo a un valor máximo o cercano a la capacidad estipulada, entonces cae ligeramente. La potencia total o real requerida P_B aumenta a través de la mayoría de los intervalos de las velocidades de flujo. La diferencia entre éstas representa la pérdida de potencia en la bomba, que se debe a la fricción del fluido y a las pérdidas de choque (que convierten la energía mecánica en calor), y a pérdidas por fugas, por fricción de disco y en los cojinetes. Las fugas representan un flujo invertido inevitable desde la descarga del impulsor pasando por el anillo desgastado hasta el orificio de succión; esto da lugar a una reducción del volumen de la descarga real de una bomba por unidad de potencia consumida. La fricción del disco es la fricción que tiene lugar entre la superficie exterior del impulsor y el líquido que ocupa el espacio comprendido entre el impulsor y la parte interior de la coraza. Las pérdidas en los cojinetes constituyen la potencia requerida para vencer la fricción mecánica en los cojinetes y las cajas prensaestopas o sellos de la bomba.

Eficiencia. Como se indica en la ecuación (8.8), la eficiencia de la bomba es la relación entre la potencia del fluido y la potencia total consumida. La eficiencia aumenta rápidamente con la velocidad de flujo para velocidades bajas, alcanza un máximo cerca de la región de la capacidad estipulada de la bomba, y disminuye después a medida que la velocidad de flujo se aproxima al valor de carga cero.

Curvas características. La curva de la capacidad de carga se conoce como *curva característica* de la bomba. Tales curvas se muestran en la figura 8.10, para una bomba centrífuga con un impulsor de 5 in. (125 mm). A la velocidad estipulada de 3 450 r/min, la capacidad estipulada es de 200 gal/min (45.4 m³/h) para una carga total de fluido de 88 ft (27 m). La potencia requerida es de 5.5 hp (4.1 kW); la eficiencia es de 80%. Si la velocidad de flujo se reduce a 150 gal/min o aumenta a 240 gal/min, la eficiencia disminuye a 77%. A velocidades de impulsor más bajas, la carga desarrollada, la potencia requerida y la eficiencia son menores que aquellas a 3 450 r/min. Por ejemplo, a 1 750 r/min, la eficiencia máxima es sólo de 77% a 105 gal/min y una carga de 22 ft; la potencia requerida para esta velocidad de flujo es de alrededor de 0.7 hp. Un pequeño impulsor a la misma velocidad también da velocidades de flujo, requerimientos de potencia y eficiencia más bajos.

Leyes de afinidad. Cuando no se dispone de un conjunto completo de curvas de comportamiento, las características de una determinada bomba se pueden predecir a partir de una bomba similar y de las ecuaciones teóricas de una bomba ideal. Las relaciones del tamaño del impulsor con la capacidad, la cabeza y la potencia se denominan *leyes de afinidad*. Éstas aparecen en la tabla 8.1, donde D es el diámetro del impulsor de la bomba y n la velocidad del mismo.

TABLA 8.1

Leyes de afinidad para bombas

Características	Constante D	Constante n
Capacidad	$q \propto n$	$q \propto D$
Carga	$\Delta H \propto n^2$	$\Delta H \propto D^2$
Potencia	$P \propto n^3$	$P \propto D^3$

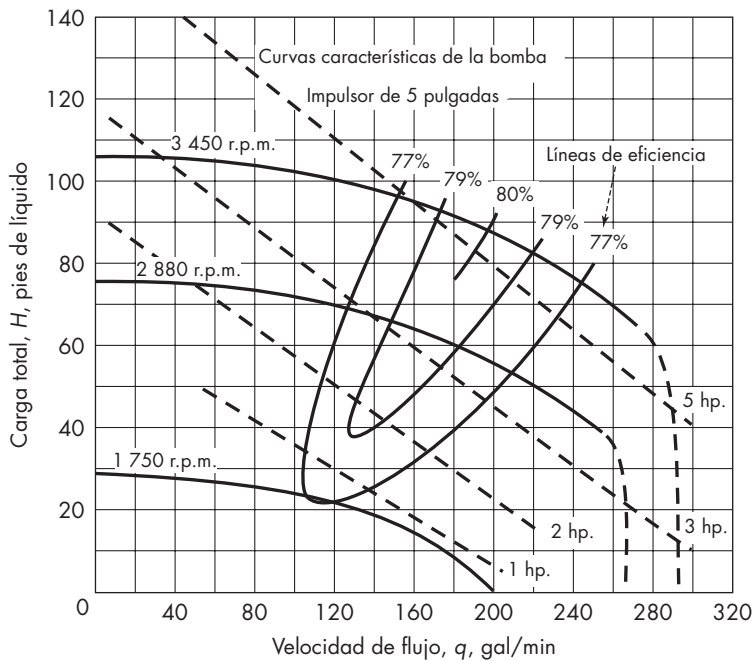


FIGURA 8.10

Curvas características de una bomba centrífuga que opera a varias velocidades. (Con autorización de Perry's Chemical Engineers' Handbook, 7a. ed., pp. 10-25. Copyright © 1997, McGraw-Hill.)

Las leyes de afinidad son útiles cuando se debe modificar una bomba existente para darle una mayor o menor cabeza o para una capacidad diferente. A menudo es menos caro cambiar el tamaño del impulsor o su velocidad que comprar una bomba nueva.

Bombas centrífugas de etapa múltiple

La máxima carga que es posible generar con un solo impulsor está limitada por la velocidad periférica que razonablemente puede alcanzarse. Una bomba centrífuga de alta energía es capaz de desarrollar una carga mayor de 650 ft (200 m) en una sola etapa; pero

en general cuando se necesita una carga superior a los 200 ft (60 m), conviene acoplar en serie dos o más impulsores sobre un solo eje para formar una bomba de etapa múltiple. La descarga procedente de la primer etapa constituye la succión de la segunda; la descarga de la segunda, la succión de la tercera, y así sucesivamente. Las cargas desarrolladas por cada una de las etapas se suman para dar lugar a una carga total que es varias veces la de una sola etapa.

Bombas herméticas

Debido a consideraciones ambientales, las bombas centrífugas herméticas se utilizan cada vez más para el manejo de líquidos peligrosos. Existen dos tipos principales, de los cuales ninguno contiene sellos o cajas prensaestopas. En las bombas de rotor enlatado, un recinto similar a lata de acero inoxidable alrededor del rotor motor mantiene el fluido bombeado fuera del motor. En las bombas de impulsor magnético, el impulsor, que contiene imanes, es conducido por un disco transportador magnético del otro lado de la pared de la coraza. Ambos tipos son menos eficientes que las bombas convencionales, pero a menudo es preferible una baja eficiencia que la instalación de complicados sellos mecánicos y sistemas de sellos de descarga.

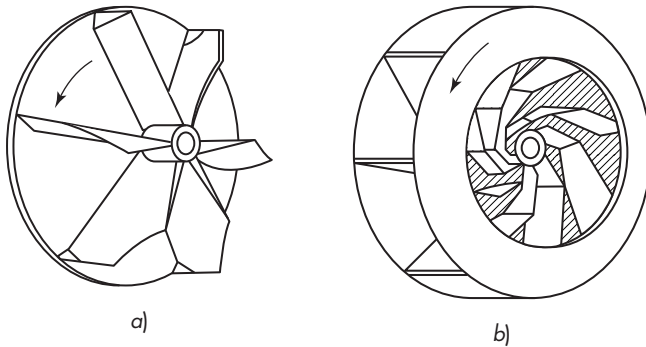
Bombas de cebado

La ecuación (8.23) muestra que la carga teórica desarrollada por una bomba centrífuga depende de la velocidad del impulsor, el radio del mismo y de la velocidad del fluido que sale del impulsor. Si estos factores son constantes, la carga desarrollada es la misma para los fluidos de todas las densidades y es igual para líquidos y gases. Sin embargo, el aumento de presión es igual al producto de la carga desarrollada por la densidad del fluido. Si una bomba, por ejemplo, desarrolla una carga de 100 ft y está llena de agua, el aumento de presión es igual a $100 \times 62.3/144 = 43 \text{ lb/in.}^2$ (2.9 atm). Si la bomba está llena con aire a densidad ordinaria, la presión aumenta aproximadamente a 0.05 lb/in.^2 (0.0035 atm). Una bomba centrífuga que opere con aire no podría elevar el líquido desde una línea de succión inicialmente vacía, ni hacerlo circular a través de la línea de descarga llena de líquido. Una bomba con aire en su coraza, está *taponada con aire* y no puede funcionar hasta que el aire haya sido reemplazado completamente por un líquido. El aire se desaloja al cebar la bomba desde un tanque auxiliar de cebado, conectado a la tubería de succión o bien al introducir líquido en la misma mediante un dispositivo de vacío independiente. Existen, por otra parte, varios tipos de bomba de autocebado.

Las bombas de desplazamiento positivo comprimen el gas hasta una presión de descarga deseada y no están sometidas a taponamientos con aire.

VENTILADORES, SOPLADORES Y COMPRESORES

Éstas son máquinas que mueven y comprimen gases. Los ventiladores descargan grandes volúmenes de gas (normalmente aire) dentro de los espacios abiertos o ductos grandes. Son máquinas de baja velocidad que generan presiones muy bajas, del orden de 0.04 atm. Los sopladores son aparatos rotatorios de alta velocidad (que usan el desplazamiento po-

**FIGURA 8.11**

Impulsores para ventiladores centrífugos.

sitivo o la fuerza centrífuga) que desarrollan una presión máxima de cerca de 2 atm. Los compresores, los cuales también son de desplazamiento positivo o máquinas centrífugas, descargan a presiones desde 2 hasta varios miles de atmósferas. Observe que mientras la *bomba* se refiere en general a un aparato para el movimiento de un líquido, los términos *bomba de aire* y *bomba de vacío* designan máquinas para la compresión de un gas.

En los ventiladores, la densidad del fluido no cambia de manera apreciable y por lo tanto se considera como constante. Sin embargo, en los sopladores y compresores, el cambio en la densidad es demasiado grande para justificar esta suposición. Para el estudio de estos aparatos de flujo compresible se requiere de la teoría.

Ventiladores

Los ventiladores de gran tamaño por lo general son centrífugos y operan exactamente sobre el mismo principio que las bombas centrífugas. Sin embargo, es posible que las aspas del impulsor sean curvadas hacia adelante; esto puede llevar a la inestabilidad en la bomba, pero no en un ventilador. En la figura 8.11 se presentan los impulsores típicos de ventiladores; éstos se montan dentro de una coraza construida con una lámina de metal ligero. Las holguras son grandes y las cargas de salida pequeñas, desde 5 hasta 60 in. (130 a 1 500 mm) de H_2O . A veces, como ocurre en los aparatos de ventilación, casi toda la energía suministrada se convierte en energía de velocidad y casi nada en carga de presión. De cualquier modo, el aumento de la velocidad absorbe una cantidad apreciable de energía suministrada y debe incluirse al estimar la eficiencia y la potencia. La eficiencia total, donde la potencia de salida recibe influencia tanto de la carga de presión como de la velocidad, es de alrededor de 70%.

Debido a que la variación de la densidad en un ventilador es pequeña, resultan adecuadas las ecuaciones utilizadas al estudiar el funcionamiento de las bombas centrífugas con fluidos no compresibles. Una diferencia entre bombas y aparatos para el flujo de gases radica en el efecto de la presión y la temperatura sobre la densidad del gas que entra en la máquina. El equipo para gases se clasifica con frecuencia en términos de *pies cúbicos estándar*. El volumen en pies cúbicos estándar se mide a presión y temperatura determinadas, independientemente de la temperatura y presión reales del gas que llega a la máquina. En la industria se emplean diferentes estándares, pero uno de los más frecuentes se basa en una presión de 30 in. de Hg y una temperatura de 60 °F (520 °R). Esto corresponde a un volumen molar de 378.7 ft³/lb mol.

EJEMPLO 8.2 Para extraer de la chimenea de una caldera gas en reposo a una presión de 29.0 in. (737 mm) de Hg y una temperatura de 200 °F (93.3 °C) y descargarlo a una presión de 30.1 in. (765 mm) de Hg y una velocidad de 150 ft/s (45.7 m/s) se utiliza un ventilador centrífugo (extractor). Calcule la potencia necesaria para mover 10 000 std ft/m³ (16 990 m³/h) del gas, utilizando condiciones estándar de 29.92 in. de Hg y 32 °F. La eficiencia del extractor es de 65% y el peso molecular del gas es de 31.3.

Solución. La densidad real de succión es

$$\rho_a = \frac{31.3 \times 29.0(460 + 32)}{359 \times 29.92(460 + 200)} = 0.0630 \text{ lb/ft}^3$$

y la densidad de descarga es

$$\rho_b = 0.0630 \left(\frac{30.1}{29.0} \right) = 0.0654 \text{ lb/ft}^3$$

La densidad promedio del gas que fluye es

$$\bar{\rho} = \frac{1}{2}(0.0630 + 0.0654) = 0.0642 \text{ lb/ft}^3$$

El flujo másico es

$$\dot{m} = \frac{10000 \times 31.3}{359 \times 60} = 14.53 \text{ lb/s}$$

La presión desarrollada es

$$\frac{p_b - p_a}{\bar{\rho}} = \frac{(30.1 - 29)(144)(14.7)}{29.92 \times 0.0642} = 1212 \text{ ft} \cdot \text{lb}_f/\text{lb}$$

La cabeza de velocidad es

$$\frac{\bar{V}_b^2}{2g_c} = \frac{150^2}{2 \times 32.17} = 349.7 \text{ ft} \cdot \text{lb}_f/\text{lb}$$

De la ecuación (8.2b), llamando $\alpha_a = \alpha_b = 1.0$, $\bar{V}_a = 0$, y $Z_a = Z_b$,

$$W_p = \frac{1}{\eta} \left(\frac{p_b - p_a}{\bar{\rho}} + \frac{\bar{V}_b^2}{2g_c} \right) = \frac{1212 + 349.7}{0.65} = 2402 \text{ ft} \cdot \text{lb}_f/\text{lb}$$

De la ecuación (8.6)

$$P_B = \frac{\dot{m} W_p}{550} = \frac{14.53 \times 2402}{550} = 63.5 \text{ hp (47.4 kW)}$$

Sopladores y compresores

Cuando aumenta adiabáticamente la presión de un fluido compresible, aumenta también la temperatura del mismo. Este aumento de temperatura tiene varias desventajas. Debido a que el volumen específico del fluido se incrementa con la temperatura, el trabajo requerido para comprimir una libra de fluido es mayor que si la compresión fuera isotérmica. Las

temperaturas excesivas ocasionan problemas con los lubricantes, cajas prensaestopas y materiales de construcción. El fluido puede ser tal que no tolere temperaturas elevadas sin descomponerse.

Para el cambio isentrópico de presión (adiabático y sin fricción) de un gas ideal, la relación de temperatura, de acuerdo con la ecuación (6.24), es

$$\frac{T_b}{T_a} = \left(\frac{p_b}{p_a} \right)^{1-1/\gamma} \quad (8.13)$$

donde T_a, T_b = temperaturas absolutas de entrada y salida, respectivamente

p_a, p_b = presiones correspondientes a la entrada y salida

γ = relación de calores específicos c_p/c_v

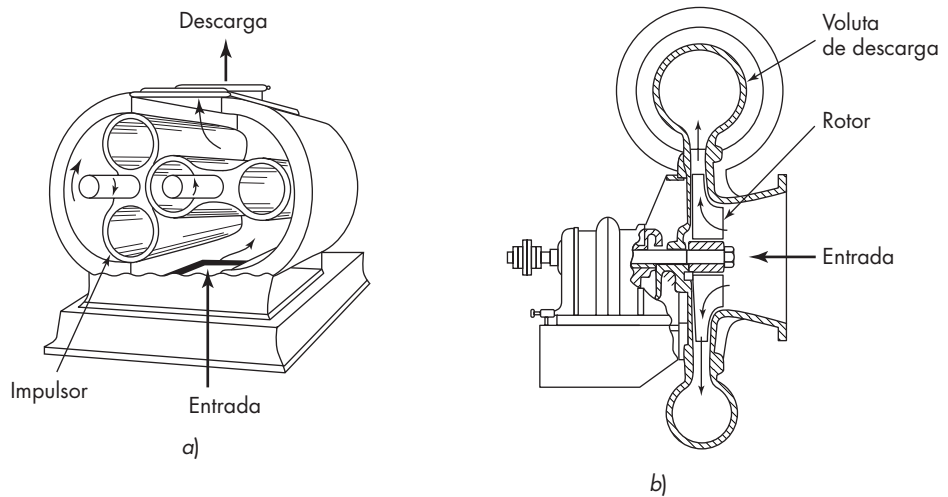
Para un gas dado, la relación de temperatura aumenta con la relación de compresión p_b/p_a . Esta relación es un parámetro básico en la ingeniería de sopladores y compresores. En los sopladores con una relación de compresión por debajo de aproximadamente 3 o 4, el incremento adiabático en la temperatura no es grande, y no se toman medidas especiales para reducirlo. Sin embargo, en los compresores, donde la relación de compresión puede ser tan grande como de 10 o más, la temperatura isentrópica es excesivamente elevada. Además, como los compresores reales carecen de fricción, el calor que se genera en la fricción también es absorbido por el gas, y se alcanzan temperaturas más altas que la temperatura isentrópica. Por lo tanto, los compresores se enfrían mediante chaquetas a través de las cuales circula agua fría o refrigerante. En compresores pequeños enfriados, la temperatura del gas a la salida se aproxima a la de la entrada, hasta alcanzar una compresión esencialmente isotérmica. En unidades muy pequeñas es suficiente utilizar aletas externas integradas con el cilindro y que intercambian aire enfriado. En las unidades grandes, donde la capacidad de enfriamiento es limitada, se sigue una trayectoria diferente de flujo isotérmico o compresión adiabática, llamada compresión politrópica.

Soplador de desplazamiento positivo

En la figura 8.12a se presenta un soplador de desplazamiento positivo. Estas máquinas operan como las bombas de engranaje, excepto que, debido al diseño especial de los “dientes”, la holgura es de sólo unas pocas milésimas de pulgada. La posición relativa de los impulsores se mantiene precisamente por engranajes pesados externos. Un soplador de etapa simple descarga gas de 0.4 a 1 atm manométrica, un soplador de etapa doble a 2 atm. El soplador mostrado en la figura 8.12a tiene dos lóbulos. También son comunes las máquinas de tres lóbulos.

Sopladores centrífugos

En la figura 8.12b se muestra un soplador centrífugo de una sola etapa. En apariencia es como una bomba centrífuga, excepto que la coraza es más estrecha y el diámetro de la misma y la voluta de descarga son relativamente más grandes que en la bomba centrífuga. La velocidad de operación es elevada, pues alcanza 3 600 r/min o más. Se requiere de altas velocidades y de un impulsor de gran diámetro, debido a que se necesitan cargas

**FIGURA 8.12**

Sopladores típicos: a) soplador de desplazamiento positivo bilobular; b) soplador centrífugo de succión simple.

muy altas, en metros o pies de fluido de baja densidad, para generar sencillas relaciones de presión. Por lo tanto, las velocidades como las que aparecen en el diagrama de la figura 8.9, son para un soplador centrífugo, aproximadamente 10 veces mayor que en el caso de la bomba centrífuga.

Compresores de desplazamiento positivo

Los compresores rotatorios de desplazamiento positivo se utilizan para presiones de descarga hasta de aproximadamente 6 atm. Estos equipos incluyen aspas móviles, tipo tornillo, y compresores líquido-pistón. (Véase referencia 7.) Para presiones de descarga elevadas a muy elevadas y velocidades de flujo moderadas, los compresores reciprocantes son el tipo más común. En la figura 8.13 se da un ejemplo de un compresor de etapa sencilla. Estas máquinas operan mecánicamente de la misma manera que lo hacen las bombas reciprocantes, con la diferencia de que la prevención de fugas es más difícil y el aumento de la temperatura es importante. Las paredes y los cabezales del cilindro están provistos de chaquetas para enfriamiento mediante agua o refrigerante. Los compresores reciprocantes son accionados generalmente por un motor y casi siempre son de doble acción.

Cuando la relación de compresión que se requiere es mayor que la que se alcanza en un solo cilindro, se utilizan compresores de etapa múltiple. Entre cada etapa hay enfriadores, los cuales son intercambiadores de calor tubulares enfriados por agua o refrigerante. Los sistemas de enfriamiento entre las etapas tienen suficiente capacidad de transferencia de calor para llevar las corrientes gaseosas a la temperatura inicial de succión. Con frecuencia se utiliza un enfriador terminal para enfriar el gas a presión elevada que sale de la última etapa.

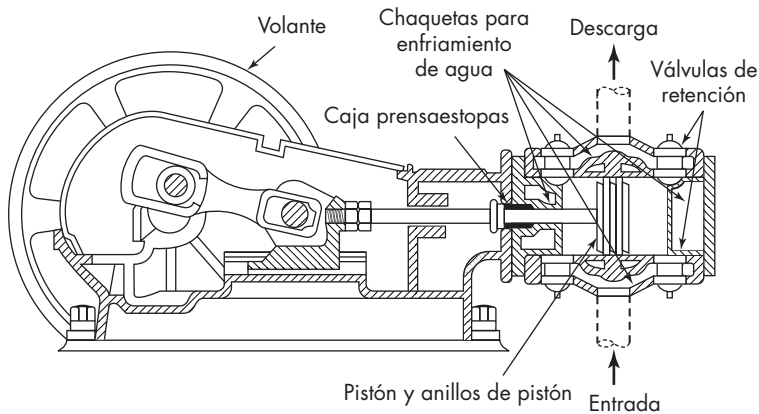


FIGURA 8.13
Compresor recíprocante.

Compresores centrífugos

Los compresores centrífugos son unidades de múltiple etapa que contienen una serie de impulsores en un solo eje que gira a velocidades altas en una coraza maciza.^{1,4} Los canales interiores conducen al fluido desde la descarga de un impulsor hasta la entrada del siguiente. Estas máquinas comprimen volúmenes enormes de aire o gas procesado —hasta 200 000 ft³/min (340 000 m³/h) a la entrada— hasta una presión de salida de 20 atm. Las máquinas de menor capacidad descargan a presiones de hasta varios cientos de atmósferas. Las unidades que operan a alta presión requieren de enfriamiento entre las etapas. La figura 8.14 muestra un compresor centrífugo típico.



FIGURA 8.14
Interior de un compresor centrífugo (MAN Turbomachinery Inc. Estados Unidos).

Las máquinas con flujo axial manejan incluso mayores volúmenes de gas, hasta 600 000 ft³/min (1×10^6 m³/h), pero con presiones de descarga menores de 2 a 10 o 12 atm. En estas unidades, las aspas del rotor impulsan el gas de forma axial desde un conjunto de aspas directamente al siguiente. En general no se requiere de enfriamiento entre las etapas.

Ecuaciones para sopladores y compresores

Debido al cambio en la densidad durante el paso del flujo en el compresor, resulta inadecuada la forma integrada de la ecuación de Bernoulli. Sin embargo, es posible escribir la ecuación (4.65) en forma diferencial y utilizarla para relacionar el trabajo de eje con el cambio diferencial de la carga de presión. En sopladores y compresores, las energías mecánica, cinética y potencial no varían en forma apreciable, y se ignoran los términos de la carga estática y la velocidad. Además, suponiendo que el compresor carece de fricción, $\eta = 1.0$ y $h_f = 0$. Con estas simplificaciones, la ecuación (4.74) se convierte en

$$dW_{pr} = \frac{dp}{\rho}$$

La integración entre la presión de succión p_a y la presión de descarga p_b conduce al trabajo de compresión de un gas ideal sin fricción

$$W_{pr} = \int_{p_a}^{p_b} \frac{dp}{\rho} \quad (8.14)$$

Para usar la ecuación (8.14), hay que evaluar la integral, lo cual requiere información sobre la trayectoria seguida por el fluido en el equipo desde la succión hasta la descarga. El procedimiento es el mismo si el compresor es una unidad reciprocante, una unidad rotatoria de desplazamiento positivo, o una unidad centrífuga, con la única condición de que el flujo no tenga fricción y de que en una máquina reciprocante la ecuación se aplique sobre un número integral de ciclos, así que no debe haber acumulación ni disminución del fluido en los cilindros. De ser así, la suposición básica del flujo estacionario en la que se basa la ecuación (4.74) no se cumpliría.

Compresión adiabática. Para unidades sin enfriamiento, el fluido sigue una trayectoria isentrópica. Para gases ideales, la relación entre p y ρ está dada por la ecuación (6.14), la cual se escribe de la manera siguiente:

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = \frac{p_a}{\rho_a^\gamma}$$

$$\rho = \frac{\rho_a}{p_a^{1/\gamma}} p^{1/\gamma} \quad (8.15)$$

Al sustituir ρ de la ecuación (8.26) en la ecuación (8.25) y luego de integrarla queda

$$W_{pr} = \frac{p_a^{1/\gamma}}{\rho_a} \int_{p_a}^{p_b} \frac{dp}{p^{1/\gamma}} = \frac{p_a^{1/\gamma}}{(1 - 1/\gamma)\rho_a} (p_b^{1-1/\gamma} - p_a^{1-1/\gamma})$$

Multiplicando el coeficiente por $p_a^{1-1/\gamma}$ y dividiendo los términos dentro de los paréntesis por la misma cantidad, la ecuación se transforma en

$$W_{pr} = \frac{P_a \gamma}{(\gamma - 1) \rho_a} \left[\left(\frac{p_b}{p_a} \right)^{1-1/\gamma} - 1 \right] \quad (8.16)$$

La ecuación (8.16) muestra la importancia de la relación de compresión p_b/p_a .

Compresión isotérmica. Cuando el enfriamiento durante la compresión es completo, la temperatura permanece constante y el proceso es isotérmico. La relación entre p y ρ es simplemente

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_a}{\rho_a} \quad (8.17)$$

Al eliminar ρ de las ecuaciones (8.14) y (8.17) y al integrar se obtiene

$$W_{pr} = \frac{p_a}{\rho_a} \int_{p_a}^{p_b} \frac{dp}{p} = \frac{p_a}{\rho_a} \ln \frac{p_b}{p_a} = \frac{RT_a}{M} \ln \frac{p_b}{p_a} \quad (8.18)$$

Para una relación de compresión y condición de succión dadas, el trabajo requerido en una compresión isotérmica es menor que en una compresión adiabática. Ésta es la razón por la que resulta útil el enfriamiento en los compresores.

Existe una estrecha relación entre los casos adiabático e isotérmico. Si se comparan los términos de la integral en la ecuación anterior, queda claro que si $\gamma = 1$, las ecuaciones para la compresión adiabática e isotérmica son idénticas.

Compresión politrópica. En los compresores de gran tamaño, la trayectoria del fluido no es isotérmica ni adiabática. Sin embargo, el proceso permanece suponiendo que no tiene fricción. Se acostumbra considerar que la relación entre la presión y la densidad está dada por la ecuación

$$\frac{p}{\rho^n} = \frac{p_a}{\rho_a^n} \quad (8.19)$$

cuando n es una constante. Al utilizar esta ecuación en lugar de la ecuación (8.26) se obtiene la ecuación (8.16) con el reemplazamiento de γ por n .

El valor de n se encuentra en forma experimental, al medir la densidad y la presión en dos puntos en la trayectoria del proceso, por ejemplo, en la succión y descarga. El valor de n se calcula con la ecuación

$$n = \frac{\ln(p_b/p_a)}{\ln(\rho_b/\rho_a)}$$

Esta ecuación se deriva sustituyendo en la ecuación (8.30) p_b por p y ρ_b por ρ y tomando los logaritmos.

Eficiencia del compresor. La relación entre el trabajo teórico (o potencia del fluido) y el trabajo real (o entrada de potencia total) es la eficiencia y se representa por η . La eficiencia máxima de los compresores recíprocos es alrededor de 80 a 85%; inclusive alcanza 90% en compresores centrífugos.

Ecuación de la potencia. La potencia que requiere un compresor adiabático se calcula fácilmente mediante la ecuación (8.16). La fórmula *dimensional* es

$$P_B = \frac{0.371 T_a q_0}{(\gamma - 1) \eta} \left[\left(\frac{p_b}{p_a} \right)^{1-1/\gamma} - 1 \right] \quad (8.20a)$$

donde P_B = potencia, kW

q_0 = volumen del gas comprimido, m³/s std, evaluado a 0°C y 760 mm Hg

T_a = temperatura de entrada, K

Para la compresión isotérmica

$$P_B = \frac{1.97 T_a q_0}{\eta} \ln \frac{p_b}{p_a} \quad (8.21a)$$

La ecuación correspondiente para la compresión adiabática en unidades fps, usando la temperatura estándar de 32 °F, es

$$P_B = \frac{1.304 \times 10^{-4} T_a q_0}{\eta} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left[\left(\frac{p_b}{p_a} \right)^{(1-1/\gamma)} - 1 \right] \quad (8.20b)$$

donde P_B = potencia al freno en caballos de fuerza

q_0 = volumen estándar de gas comprimido, std ft³/min

T_a = temperatura de entrada, °R

Para la compresión isotérmica, en unidades fps

$$P_B = \frac{1.304 \times 10^{-4} T_a q_0}{\eta} \ln \left(\frac{p_b}{p_a} \right) \quad (8.21b)$$

EJEMPLO 8.3 Un compresor recíproco de triple etapa comprime 180 ft³/min std (306 m³/h) de metano desde 14 hasta 900 lb/in.² (0.95 a 61.3 atm) abs. La temperatura a la entrada es de 80 °F (26.7 °C). Para el intervalo de temperatura que cabe esperar las propiedades medias del metano son:

$$C_p = 9.3 \text{ Btu/lb mol} \cdot ^\circ\text{F} \left(38.9 \text{ J/g mol} \cdot ^\circ\text{C} \right) \quad \gamma = 1.31$$

a) ¿Cuál es la potencia de freno si la eficiencia mecánica es de 80%? b) ¿Cuál es la temperatura de descarga en la primera etapa? c) Si la temperatura del agua de enfriamiento se eleva a 20 °F (11.1 °C), ¿cuánta agua se necesita en los enfriadores entre las capas y el enfriador final para que el gas comprimido deje el enfriador a 80 °F (26.7 °C)? Suponga que la chaqueta de enfriamiento es suficiente para absorber el calor de fricción.

Solución

a) Para un compresor de etapa múltiple es posible demostrar que la potencia total es mínima si cada etapa realiza la misma cantidad de trabajo. De acuerdo con la ecuación (8.16) esto equivale a usar la misma relación de compresión en cada etapa. Por lo tanto, para una máquina de triple etapa, la relación de compresión de una etapa debe ser la raíz cúbica de la relación de compresión global, 900/14. Para una etapa

$$\frac{p_b}{p_a} = \left(\frac{900}{14} \right)^{1/3} = 4$$

La potencia requerida para cada etapa es, por la ecuación (8.20b),

$$P_B = \frac{(80 + 460)(1.304 \times 10^{-4}) \times 1.31 \times 180}{(1.31 - 1)(0.80)} (4^{1-1/1.31} - 1) = 26.0 \text{ hp}$$

La potencia total para todas las etapas es $3 \times 26.0 = 78.0 \text{ hp}$ (58.2 kW).

b) De la ecuación (8.13), la temperatura a la salida de cada etapa es

$$T_b = (80 + 460)4^{1-1/1.31} = 750^\circ\text{R} = 290^\circ\text{F} (143.3^\circ\text{C})$$

c) Dado que 1 lb mol = 359 std ft³ (véase pág. 13), el flujo molar es

$$\frac{180 \times 60}{359} = 30.1 \text{ lb mol/h} (13.6 \text{ kg mol/h})$$

La carga térmica en cada enfriador es

$$30.1 (290 - 80) (9.3) = 58\,795 \text{ Btu/h}$$

La carga térmica total es $3 \times 58\,795 = 176\,385 \text{ Btu/h}$. El requerimiento de agua para enfriamiento es

$$\frac{176\,385}{20} = 8\,819 \text{ lb/h} = 17.6 \text{ gal/min} (3.99 \text{ m}^3/\text{h})$$

Bombas de vacío

Un compresor que succiona a una presión por debajo de la atmosférica y descarga a la presión atmosférica se conoce como *bomba de vacío*. Cualquier tipo de soplador o compresor —reciprocante, rotatorio o centrífugo— puede adaptarse para hacer vacío, modificando el diseño de forma que entre gas a densidad baja por la succión y se alcance la relación de la compresión necesaria. A medida que disminuye la presión absoluta en la succión, la eficiencia volumétrica disminuye y se aproxima a cero a la presión absoluta más baja que llega a alcanzar la bomba. Por otra parte, la eficiencia mecánica, es en general menor que para los compresores. El desplazamiento requerido aumenta rápidamente al disminuir la caída de presión de succión, ya que se necesita un equipo muy grande para mover una gran cantidad de gas. La relación de compresión que se utiliza en las bombas de vacío, es mayor que en la de los compresores y tiene un intervalo de 100 o más, con la correspondiente temperatura de descarga adiabática alta. Sin embargo, en realidad, la compresión es casi isotérmica debido a la baja velocidad de flujo másica y la transferencia de calor efectiva desde el área de metal expuesto relativamente grande.

Eyectores de chorro. Un tipo importante de bomba de vacío en las que no se utilizan partes móviles es la del eyector de chorro, mostrado en la figura 8.15, en el cual el fluido que ha de moverse es arrastrado en una corriente de alta velocidad de un segundo fluido. El fluido en movimiento y el fluido que ha de ser movido pueden ser el mismo, tal como cuando el aire comprimido se emplea para mover el aire; pero normalmente esto no ocurre. En la industria se utilizan mucho los eyectores de chorro de vapor, que resultan útiles para producir un vacío relativamente alto. Como se muestra en la figura 8.15, el vapor de agua entra con una presión aproximada de 7 atm, en una boquilla convergente-divergente, de la cual pasa a velocidad supersónica en un cono difusor. El aire u otro gas que se tiene que mover se mezcla con el vapor de agua en la primera parte del difusor, disminuyendo la velocidad hasta que se hace acústica o inferior; en la sección divergente del difusor, la energía cinética de los gases mezclados, se convierte en energía de presión, así que la mezcla se descarga directamente a la atmósfera. Con frecuencia se envía a un condensador enfriado por agua, en especial cuando se utiliza más de una etapa. De lo contrario, cada etapa tendría que manejar todo el vapor admitido en las etapas anteriores. En los procesos industriales se emplean hasta cinco etapas.

Los eyectores de chorro requieren muy poca atención y mantenimiento y son especialmente útiles en el manejo de gases corrosivos que podrían dañar las bombas mecánicas de vacío. Para problemas difíciles, las boquillas y los difusores se hacen de metal resistente a la corrosión, grafito u otros materiales inertes. Los eyectores, en especial los de múltiple etapa, usan grandes cantidades de vapor y de agua. Rara vez son empleados para producir presiones absolutas por debajo de 1 mm Hg. Los eyectores de vapor ya no son tan populares como antes debido al aumento drástico del costo del vapor del agua. En numerosas situaciones donde la corrosión no es un problema serio, se han reemplazado por bombas mecánicas de vacío, las cuales utilizan mucho menos energía para el mismo propósito.

Comparación de equipos para el movimiento de fluidos

En todos los tipos de equipo de movimiento de fluidos, la capacidad del flujo, los requerimientos de potencia y la eficiencia mecánica son de suma importancia. La confiabilidad y facilidad del mantenimiento también son altamente deseables, con frecuencia esenciales. En unidades pequeñas, la simplicidad y la operación libre de problemas son por lo general más importantes que la alta eficiencia mecánica con su ahorro de unos pocos kilowatts de potencia.

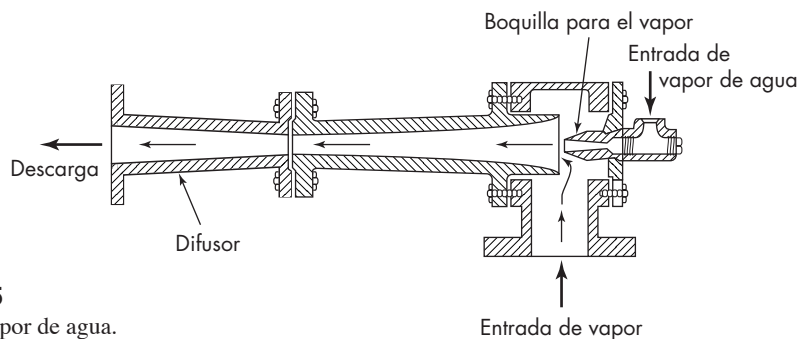


FIGURA 8.15

Eyector de vapor de agua.

Máquinas de desplazamiento positivo. En general, las máquinas de desplazamiento positivo manejan cantidades más pequeñas de fluido, para presiones de descarga más elevadas que las máquinas centrífugas. Las bombas de desplazamiento positivo no están sujetas al taponamiento del aire y son normalmente autocebables. La velocidad de descarga, tanto en las máquinas de desplazamiento positivo como en los sopladores, es casi independiente de la presión de descarga, de manera que estos equipos se utilizan a menudo para el control y medida del flujo. Los equipos reciprocantes tienen grandes exigencias de mantenimiento, pero producen presiones más altas. El fluido descarga en una corriente pulsante. Las bombas rotatorias trabajan mejor con fluidos lubricantes viscosos, produciendo una corriente constante desde presiones moderadas hasta muy altas. No se pueden emplear para bombear suspensiones. Los sopladores rotatorios descargan el gas a una presión máxima de 2 atm, cuando son de una sola etapa. La línea de descarga de las bombas de desplazamiento positivo no se puede cerrar sin peligro de deteriorar la bomba, de modo que se necesita una conducción lateral con una válvula de escape.

Máquinas centrífugas. Las bombas centrífugas, sopladores y compresores descargan el fluido con una presión uniforme sin choques ni pulsaciones. Se mueven a velocidades mayores que las máquinas de desplazamiento positivo y se conectan directamente al motor en vez de una caja reductora. Es posible cerrar por completo la línea de descarga sin que se produzcan averías. Las bombas centrífugas permiten manejar una gran variedad de líquidos corrosivos y suspensiones. Para una capacidad determinada, los sopladores y compresores centrífugos son mucho más pequeños que los compresores reciprocantes y requieren menos mantenimiento.

Equipos de vacío. Las máquinas reciprocantes son efectivas para producir el vacío, con presiones absolutas por debajo de 10 mm Hg. Las bombas de vacío rotatorias pueden disminuir la presión absoluta hasta 0.01 mm Hg y, para un amplio intervalo de bajas presiones, dan lugar a una operación más económica que los eyectores de vapor de agua de etapa múltiple. Para vacíos muy elevados se necesitan equipos especiales, tales como bombas de difusión.

MEDICIÓN DEL FLUJO DE FLUIDOS

Para el control de los procesos industriales, es esencial conocer la cantidad de material que entra y sale del proceso. Puesto que los materiales se transportan en forma fluida, siempre que sea posible, se requiere medir la velocidad con la que un fluido circula a través de una tubería u otra conducción. En la industria se utilizan muchos tipos diferentes de medidores. La selección de un medidor se basa en la aplicabilidad del instrumento a un problema específico, su costo de instalación y de operación, el intervalo de la velocidad de flujo a la que puede adaptarse (su *capacidad de alcance*), y su exactitud inherente. A veces una indicación aproximada de la velocidad de flujo es todo lo que se necesita; otras veces una medición sumamente exacta, normalmente de la velocidad de masa de flujo, se requiere para propósitos como controlar la alimentación de un reactor o transferir el resguardo del fluido de un propietario a otro.

Algunos tipos de medidores de flujo miden la velocidad volumétrica másica de flujo directamente, pero la mayoría mide esta velocidad o la velocidad media del fluido, a partir de la cual puede calcularse la velocidad volumétrica de flujo. Para convertir la velocidad volumétrica a la velocidad de flujo másica se necesita que la densidad del fluido bajo las condiciones de operación sea conocida. Muchos medidores operan sobre todo el fluido dentro de la tubería o conducto y se conocen como *medidores de perforación total*. Otros, llamados *medidores de inserción*, miden la velocidad de flujo, o más común la velocidad del fluido, en un solo punto. Sin embargo, la velocidad total de flujo a menudo se infiere con exactitud considerable a partir de un solo punto de medición.

Descripciones detalladas de medidores de flujo comerciales, incluidas sus ventajas y limitaciones, están disponibles en la bibliografía.³

Medidores de perforación total

Los tipos más comunes de medidores de perforación total son los medidores venturi, los de orificio y los de área variable tales como los rotámetros. Otros aparatos de medición de perforación total incluyen los medidores de elemento-V, magnético, vórtice de derramamiento, turbina y de desplazamiento positivo; medidores ultrasónicos; y equipos de flujo másico tales como medidores de flujo Coriolis.

Medidor venturi

En la figura 8.16 se muestra un medidor venturi. Una pequeña sección de entrada cónica conduce a una sección de garganta, y ésta a un largo cono de descarga. Las tomas de presión al inicio de la sección de entrada y en la garganta están conectadas a un manómetro o transmisor de presión diferencial.

En el cono de corriente de entrada, la velocidad del fluido aumenta y disminuye su presión. La caída de presión en este cono se utiliza para medir la velocidad de flujo. En el cono de descarga la velocidad disminuye y la presión original se recupera ampliamente. El ángulo del cono de descarga se hace pequeño, entre 5 y 15°, para evitar la separación de

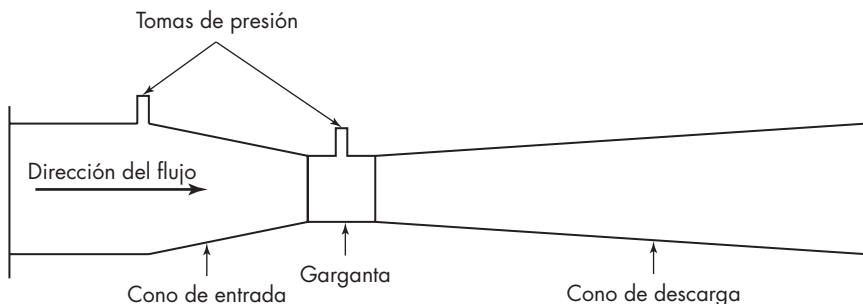


FIGURA 8.16
Medidor venturi.

la capa límite y minimizar la fricción. Debido a que no existe separación en una sección transversal contractante, el cono de corriente de entrada puede hacerse más corto que el cono de corriente de salida. En general, 90% de la pérdida de presión en el cono de corriente de entrada se recupera.

Aunque los medidores venturi pueden utilizarse para la medición de las velocidades de flujo del gas, éstos son más comúnmente empleados para líquidos, en especial cuando se trata de flujos grandes de agua, donde debido a las grandes presiones recuperadas, el venturi requiere menos potencia que otros tipos de medidores.

La ecuación básica de un medidor venturi se obtiene a partir de la ecuación de Bernoulli para fluidos no compresibles a través del cono de corriente de entrada. Si $\bar{V}_a$ y $\bar{V}_b$ son las velocidades medias de corriente a la entrada y de corriente a la salida, respectivamente, y ρ es la densidad del fluido, la ecuación (4.65) se convierte en

$$\alpha_b \bar{V}_b^2 - \alpha_a \bar{V}_a^2 = \frac{2(p_a - p_b)}{\rho} \quad (8.22)$$

Puesto que la densidad es constante, la relación de continuidad, ecuación (4.14), se escribe como

$$\bar{V}_a = \left(\frac{D_b}{D_a} \right)^2 \bar{V}_b = \beta^2 \bar{V}_b \quad (8.23)$$

donde D_a = diámetro de la tubería

D_b = diámetro de la garganta del medidor

β = relación de diámetros D_b/D_a

Si se elimina $\bar{V}_a$ de las ecuaciones (8.22) y (8.23), el resultado es

$$\bar{V}_b = \frac{1}{\sqrt{\alpha_b - \beta^4 \alpha_a}} \sqrt{\frac{2(p_a - p_b)}{\rho}} \quad (8.24)$$

Coefficiente de venturi. La ecuación (8.35) se aplica estrictamente al flujo sin fricción de fluidos no compresibles. Para tener en cuenta la pequeña pérdida por fricción entre los puntos a y b , la ecuación (8.35) se corrige por la introducción de un nuevo factor empírico C_v y se obtiene

$$\bar{V}_b = \frac{C_v}{\sqrt{1 - \beta^4}} \sqrt{\frac{2(p_a - p_b)}{\rho}} \quad (8.25)$$

En la definición de C_v se tienen en cuenta también los pequeños efectos de los factores de energía cinética α_a y α_b . El coeficiente C_v se determina experimentalmente y se denomina *coeficiente de venturi, velocidad de aproximación no incluida*. El efecto de la velocidad de aproximación $\bar{V}_a$ se considera en el término $1/\sqrt{1 - \beta^4}$. Cuando D_b es menor que $\frac{1}{4}D_a$, la velocidad de aproximación y el término β se consideran despreciables, ya que el error resultante es menor de 0.2%.

Para medidores venturi bien diseñados, la constante C_v es alrededor de 0.98 para tuberías con diámetro de 2 a 8 in. y alrededor de 0.99 para tuberías de tamaños mayores.⁵

Velocidades de flujo volumétrico y de masa. Generalmente no es la velocidad a través de la garganta del medidor venturi $\bar{V}_b$ lo que se desea conocer. Las velocidades de flujo que tienen interés práctico son las velocidades de flujo volumétrico y másico. La velocidad de flujo volumétrica se calcula sustituyendo $\bar{V}_b$ de la ecuación (8.25) en la ecuación (4.12) para obtener

$$q = \bar{V}_b S_b = \frac{C_v S_b}{\sqrt{1 - \beta^4}} \sqrt{\frac{2(p_a - p_b)}{\rho}} \quad (8.26)$$

donde q = velocidad volumétrica de flujo

S_b = área de la garganta

La velocidad másica de flujo se obtiene multiplicando la velocidad volumétrica de flujo por la densidad, o

$$\dot{m} = q\rho = \frac{C_v S_b}{\sqrt{1 - \beta^4}} \sqrt{2(p_a - p_b)}\rho \quad (8.27)$$

donde $\dot{m}$ es la velocidad de flujo másico.

Medidores de orificio

El medidor venturi tiene ciertas desventajas prácticas en las operaciones industriales ordinarias. Es caro, ocupa un espacio considerable y no se puede variar la relación entre el diámetro de la garganta y el diámetro de la tubería. Para un cierto medidor y un determinado sistema monométrico, la velocidad máxima de flujo medible está fijada, de forma que si varía el intervalo de flujo, el diámetro de la garganta resulta demasiado grande para obtener una lectura exacta o demasiado pequeña para acomodarse a la nueva velocidad máxima de flujo. El medidor de orificio elimina estos inconvenientes, pero en cambio origina un mayor consumo de potencia.

En la figura 8.17 se presenta un medidor de orificio de bordes delgados. Consiste de una placa perfectamente taladrada y maquinada, montada entre dos bridas con un orificio concéntrico con la tubería en la que está instalada. (En ocasiones también se utiliza fuera del centro u orificio segmental.) El orificio en la placa puede estar biselado por la parte inferior. Se instalan las tomas de presión, una antes y otra después del orificio de la placa, y se conectan a un manómetro o transmisor de presión diferencial. La posición de las tomas es arbitraria, y el coeficiente del medidor depende de las posiciones de las tomas. En la tabla 8.2 se detallan tres métodos reconocidos para la localización de las tomas de presión. Las tomas de collarín son las más comunes. Las tomas mostradas en la figura 8.17 son tomas de vena contracta.

El fundamento del medidor de orificio es idéntico al del medidor venturi. La reducción de la sección transversal de la corriente en movimiento, al pasar a través del orificio, aumenta la carga de velocidad a expensas de la carga de presión, y la reducción de presión entre las tomas se mide con un manómetro. La ecuación de Bernoulli proporciona las bases para correlacionar el aumento en la carga de velocidad con la disminución de la carga de presión.

El medidor de orificio presenta una complicación importante que no se encuentra en el medidor de venturi. Debido a la nitidez del orificio, la corriente del fluido se separa

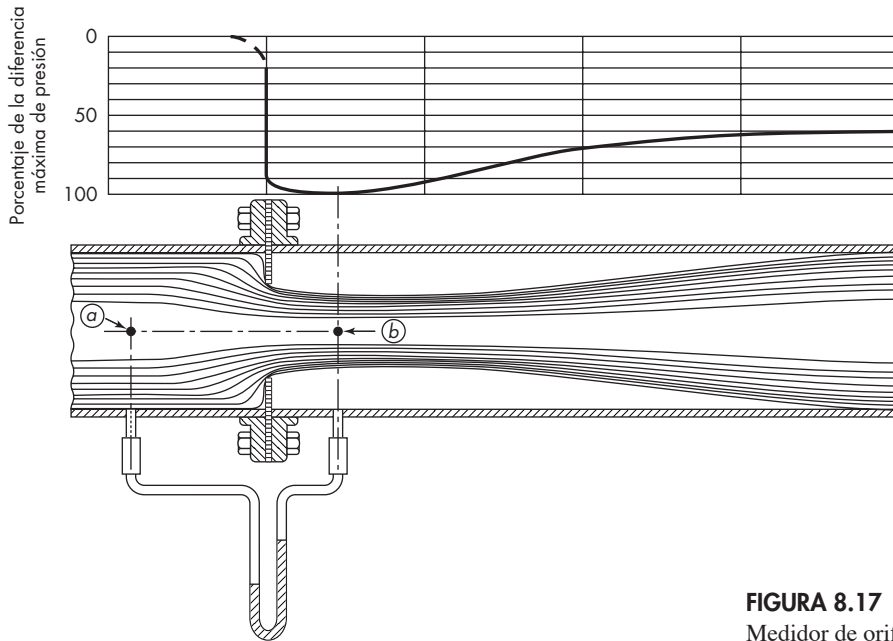


FIGURA 8.17
Medidor de orificio.

en el lado posterior de la placa del mismo y forma un chorro libre, apareciendo una vena contracta, tal como se indica en la figura 8.17. El chorro no está bajo el control de paredes sólidas, como en el caso del medidor de venturi, y el área del chorro está comprendida entre la abertura del orificio y la de la vena contracta. El área en un punto determinado, por ejemplo en la toma de presión posterior, no se puede determinar fácilmente, de forma que no es fácil relacionar la velocidad del chorro en la toma posterior con el diámetro del orificio. Los coeficientes de orificio son más pequeños y más variables que el de venturi, y el tratamiento cuantitativo del medidor de orificio, en consecuencia, se modifica.

En la bibliografía están disponibles extensos y detallados diseños estándar para los medidores de orificio.² Éstos deben seguirse exactamente si se ha de utilizar el medidor sin calibrado previo. Sin embargo, para un diseño aproximado o preliminar, se emplea satisfactoriamente una ecuación semejante a la ecuación (8.25) como sigue:

TABLA 8.2

Datos de las tomas de presión en el medidor de orificio

Tipo de toma	Distancia a la toma anterior desde la cara anterior del orificio	Distancia a la toma posterior desde la cara posterior del orificio
Brida	1 in. (25 mm)	1 in. (25 mm)
Vena contracta	1 diámetro de la tubería (interior real)	0.3-0.8 diámetros de la tubería, dependiendo de β
Tubería	$2\frac{1}{2}$ diámetros nominales de la tubería	8 diámetros nominales de la tubería

$$u_o = \frac{C_o}{\sqrt{1-\beta^4}} \sqrt{\frac{2(p_a - p_b)}{\rho}} \quad (8.28)$$

donde u_o = velocidad a través del orificio
 β = relación entre el diámetro del orificio y el diámetro de tubería
 p_a, p_b = presiones en los puntos a y b de la figura 8.17.

En la ecuación (8.28), C_o es el *coeficiente de orificio, velocidad de aproximación no incluida*. Este coeficiente corrige la contracción del chorro del fluido entre el orificio y la vena contracta, por fricción, y por α_a y α_b . El coeficiente C_o se determina siempre experimentalmente, y también varía en forma considerable en función de los cambios en β y con el número de Reynolds en el orificio Re_o . Este número de Reynolds se define por

$$Re_o = \frac{D_o u_o \rho}{\mu} = \frac{4\dot{m}}{\pi D_o \mu} \quad (8.29)$$

donde D_o es el diámetro del orificio.

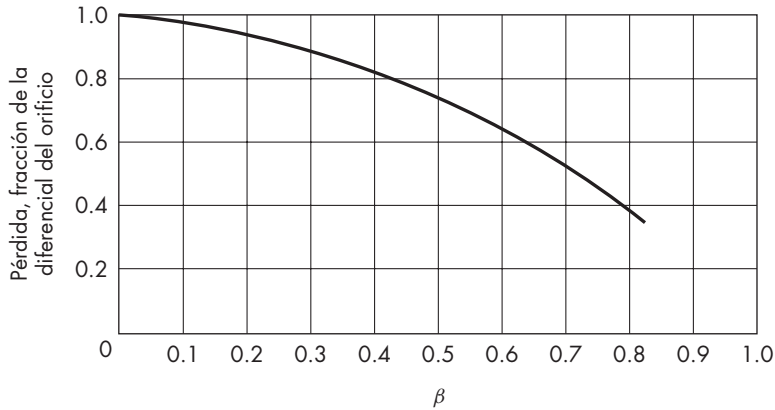
La ecuación (8.28) es útil para el diseño porque C_o es prácticamente constante e independiente de β cuando Re_o es mayor que 30 000. Bajo estas condiciones C_o se toma como 0.61 para tomas tanto de brida como de vena contracta. Para la aplicación de los procesos, β debe estar entre 0.20 y 0.75. Si β es menor que 0.25, el término $\sqrt{1-\beta^4}$ difiere en forma no significativa de la unidad. Si se sustituye C_o por C_v , u_o por $\bar{V}_v$, y S_o , el área de sección transversal del orificio, por S_b , las ecuaciones (8.26) y (8.27) para medidores de venturi se utilizan para los medidores de orificio.

Es muy importante que antes y después del orificio exista suficiente longitud de tubería recta con el fin de que el patrón de flujo sea normal y no esté distorsionado por accesorios, válvulas u otro equipo. Si no ocurre así, la distribución de la velocidad es anormal y el coeficiente del orificio es afectado de una forma impredecible. Se dispone de datos para la longitud mínima de tubería recta que debe existir antes y después del orificio, para asegurar una distribución normal de la velocidad.² Conviene utilizar placas de enderezamiento de venas en la corriente de aproximación si no se dispone de la longitud de la tubería necesaria corriente anterior del orificio.

Recuperación de la presión. Debido a las grandes pérdidas de fricción, causadas por los remolinos que se generan en la reexpansión del chorro, por debajo de la vena contracta, la recuperación de presión en un medidor de orificio es escasa. La pérdida de potencia resultante es una desventaja del medidor de orificio. La fracción de la presión diferencial de orificio que se pierde permanentemente depende del valor de β , y la relación entre la pérdida fraccional y β , se muestra en la figura 8.18. Para un valor de β de 0.5, la pérdida de carga es aproximadamente de 73% de la diferencial del orificio.

Cuando la toma de la corriente posterior está a ocho diámetros de tubería después del orificio, la diferencia de presión que se mide entre las tomas de tubería es realmente una medida de la pérdida permanente, en vez de la diferencial en el orificio.

EJEMPLO 8.4 Un medidor de orificio con tomas de bridas se instala en una conducción de 100 mm para medir el flujo del agua. La velocidad máxima de flujo que se espera es de 50 m³/h a 15 °C. Para medir la presión diferencial se utiliza un manómetro que contiene

**FIGURA 8.18**

Pérdida de presión global en medidores de orificio. (Según la *American Society of Mechanical Engineers*.²⁾)

mercurio, y el agua llena la conducción arriba de la superficie del mercurio. La temperatura del agua a través de la conducción es de 15 °C. *a)* Si la máxima lectura del manómetro es de 1.25 m, ¿qué diámetro (en mm) del estrechamiento deberá especificarse para el orificio? *b)* ¿Cuál será la potencia para operar el medidor a carga total?

Solución

a) La ecuación (8.27) se usa para calcular el diámetro del orificio. Los valores sustituidos son

$$q = \frac{50}{3 \cdot 600} = 0.0139 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\rho = 62.37 \times 16.018 = 999 \text{ kg/m}^3 \quad (\text{Ap. } 6)$$

$$C_o = 0.61 \quad g = 9.80665 \text{ m/s}^2$$

De la ecuación (2.10),

$$\begin{aligned} p_a - p_b &= 9.80665 \times 1.25 \times (13.6 - 1.0)(999) \\ &= 154 \, 300 \text{ N/m}^2 \end{aligned}$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación (8.27) se obtiene

$$0.0139 = \frac{0.61 S_o}{\sqrt{1 - \beta^4}} \sqrt{\frac{2 \times 154 \, 300}{999}}$$

de la cual

$$\frac{S_o}{\sqrt{1 - \beta^4}} = 1.296 \times 10^{-3} = \frac{\pi D_o^2}{4 \sqrt{1 - \beta^4}}$$

Como primera aproximación, se toma $\sqrt{1 - \beta^4} = 1.0$. Entonces

$$D_o = 40.6 \text{ mm} \quad \beta = \frac{40.6}{100} = 0.406$$

$$y \quad \sqrt{1-\beta^4} = \sqrt{1-0.406^4} = 0.986$$

El efecto de este término es despreciable en vista de la precisión deseada para el resultado final. El diámetro del estrechamiento debe ser de 41 mm.

Revise el número de Reynolds. La viscosidad del agua a 15 °C, de acuerdo con el apéndice 6, es 1.147 cP o 0.001147 kg/m · s

$$S_o = \frac{\pi D_o^2}{4} = \frac{\pi \times 0.041^2}{4} = 0.00132 \text{ m}^2$$

$$u_o = \frac{q}{S_o} = \frac{0.0139}{0.00132} = 10.53 \text{ m/s}$$

El número de Reynolds, de la ecuación (8.29), es

$$\text{Re}_o = \frac{0.041 \times 10.53 \times 999}{0.001147} = 376\,000$$

El número de Reynolds es suficientemente grande para justificar el valor de 0.61 para C_o .

b) De la figura 8.18, para $\beta = 0.406$, la pérdida de presión permanente es de 81% de la diferencial. Ya que la máxima velocidad volumétrica de flujo es 0.0139 m³/s, la potencia requerida para operar el medidor de orificio a un flujo total es

$$P = 0.81q(p_a - p_b) = \frac{0.81 \times 0.0139 \times 154\,300}{1\,000} = 1.737 \text{ kW}$$

Flujo de fluidos compresibles a través de venturis y orificios

La discusión anterior de los medidores de fluidos fue relacionada únicamente al flujo de fluidos de densidad constante. Cuando los fluidos son compresibles se utilizan ecuaciones y coeficientes de descarga similares para los distintos medidores. La ecuación (8.27) para medidores de venturi se modifica a la forma

$$\dot{m} = \frac{C_v Y S_b}{\sqrt{1-\beta^4}} \sqrt{2(p_a - p_b) \rho_a} \quad (8.30)$$

Para los medidores de orificio, cuando β es pequeña, la ecuación es

$$\dot{m} = 0.61 Y S_o \sqrt{2(p_a - p_b) \rho_a} \quad (8.31)$$

En las ecuaciones (8.30) y (8.31), Y es el factor de expansión adimensional, y ρ_a es la densidad del fluido para las condiciones existentes en la corriente de entrada. Para el flujo isentrópico de un gas ideal a través de un venturi, Y se calcula teóricamente integrando la ecuación (6.25) entre los puntos a y b y combinando el resultado con la definición implícita en la ecuación (8.30). El resultado es

$$Y = \left(\frac{p_b}{p_a} \right)^{1/\gamma} \left\{ \frac{\gamma(1-\beta^4) \left[1 - (p_b/p_a)^{1-1/\gamma} \right]}{(\gamma-1)(1-p_b/p_a) \left[1 - \beta^4 (p_b/p_a)^{2/\gamma} \right]} \right\}^{1/2} \quad (8.32)$$

La ecuación (8.32) muestra que Y es una función de p_b/p_a , β y γ . Esta ecuación no puede utilizarse para orificios debido a la vena contracta. Una ecuación empírica para p_b/p_a , β y γ para orificios estándar de bordes afilados es²

$$Y = 1 - \frac{0.41 + 0.35\beta^4}{\gamma} \left(1 - \frac{p_b}{p_a} \right) \quad (8.33)$$

Las ecuaciones (8.32) y (8.33) no deben aplicarse cuando p_b/p_a es menor que aproximadamente 0.53, que es la relación crítica de la presión a la cual el flujo del aire se vuelve sónico.

Medidores de elemento V

Como se muestra en la figura 8.19, en estos medidores el flujo está restringido por una hendidura en forma de V en un lado de la tubería o por una cuña de metal insertada en la tubería. Éstos son equipos relativamente caros, pero su exactitud es alta, alrededor de $\pm 0.5\%$ de la velocidad medida. Estos equipos miden velocidades de flujo de fluidos difíciles de manejar, tales como los líquidos que contienen partículas sólidas o gases no disueltos o que contengan gotas de condensado. El coeficiente de flujo es aproximadamente de 0.8; a diferencia de los medidores de orificio, que es esencialmente constante a bajas velocidades de flujo y bajos números de Reynolds, del orden de 500.

Medidores de área: rotámetros

En los medidores de orificio, de boquilla y de venturi, la variación de la velocidad de flujo a través de un área constante genera una caída de presión variable, que está relacionada con la velocidad de flujo. Otro tipo de medidores, llamados *medidores de área*, son equipos en los que la caída de presión es constante, o casi, mientras que el área a través de la cual circula el fluido varía con la velocidad de flujo. Mediante una adecuada calibración, se relaciona el área con la velocidad de flujo.

El medidor de área más importante es el *rotámetro*, que se muestra en la figura 8.20. Consta de un tubo cónico de vidrio, que se instala verticalmente con el extremo más ancho hacia arriba. El fluido asciende a través del tubo cónico y mantiene libremente suspendido a un flotador (que en realidad no flota sino que está sumergido por completo en el fluido). El flotador es el elemento indicador, y cuanto mayor es la velocidad de flujo, mayor es la altura que alcanza en el tubo. Toda la corriente del fluido tiene que circular a través del espacio anular que existe entre el flotador y la pared del tubo. El tubo está graduado y la lectura del medidor se obtiene de la escala con el borde de lectura del flotador, que corresponde a la mayor sección transversal del mismo. Se requiere de una curva de calibración para convertir la lectura de la escala en velocidad de flujo. Los rotámetros se utilizan tanto para la medida del flujo de líquidos, como para gases.

El interior del tubo es un espacio cónico liso o bien un espacio con tres rebordes o pliegues paralelos al eje del tubo. El tubo que se muestra en la figura 8.20 es un tubo cónico. El flotador puede presentar diversas formas: la que se muestra en la figura 8.20 es típica. Para flujos pequeños, el flotador es a menudo esférico. Para líquidos opacos, para altas temperaturas o presiones o para otras condiciones donde el uso del vidrio no es posible, se utilizan tubos de metal. Éstos son cónicos. Como en un tubo de metal,

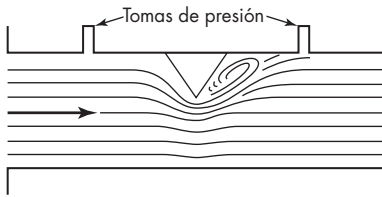


FIGURA 8.19
Medidor de elemento V.

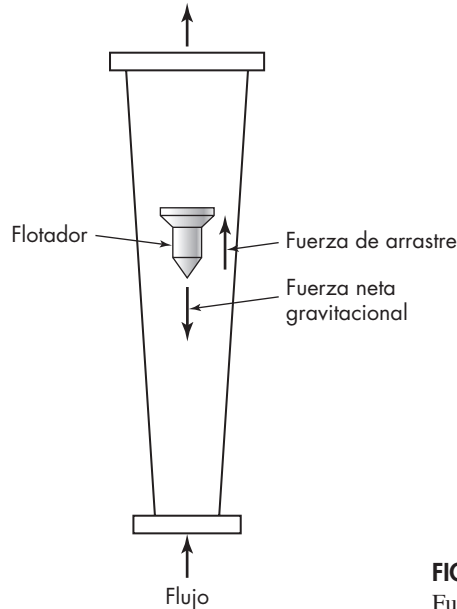


FIGURA 8.20
Fundamento de un rotámetro.

el flotador no es visible, se deben proporcionar los medios para indicar o transmitir de la lectura de éste, lo cual se logra acoplando una varilla, llamada *extensión*, a la parte superior o al fondo del flotador y usando la extensión como armadura. La extensión se encuentra dentro de un tubo ajustado el cual contiene un fluido y está montado en una de las terminales del rotámetro. En virtud de que el interior del tubo comunica directamente con la parte interna del rotámetro, no se necesita ningún sello para la extensión. El tubo está rodeado externamente por una bobina de inducción. La longitud de la extensión expuesta a la bobina varía con la posición del flotador. Esto, a su vez, modifica la inductancia de la bobina, y la variación de ésta se mide eléctricamente para operar una válvula de control o para dar una lectura en el registrador. También se puede emplear un sistema

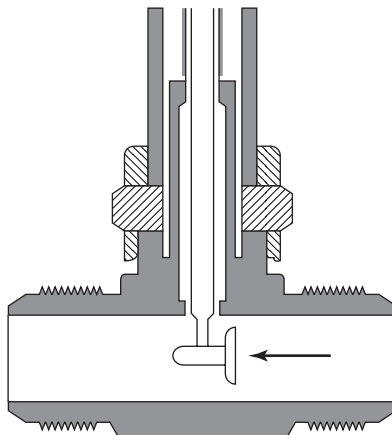


FIGURA 8.21
Medidor objetivo.

magnético, montado por fuera del tubo de la extensión y adyacente a una escala vertical, como indicador visual en la parte superior de la extensión. Con estas modificaciones, el rotámetro se ha transformado de un simple instrumento de indicación visual que utiliza sólo tubos de vidrio, en un versátil dispositivo de registro y control.

Los flotadores se construyen de metales de diferentes densidades desde metal pesado hasta aluminio, o de vidrio o plástico. Son comunes los flotadores de acero inoxidable. La forma y las dimensiones de los flotadores son muy variadas, dependiendo de las diferentes aplicaciones.

Los rotámetros tienen una relación casi lineal entre el flujo y la posición del flotador, comparado con una curva de calibración para el medidor de orificio, para el cual la velocidad de flujo es proporcional a la raíz cuadrada de la lectura. La calibración de un rotámetro es distinta a la del medidor de orificio, no es sensible a la distribución de velocidad en la corriente que se aproxima, ni tampoco a la longitud; no son necesarias aproximaciones rectas ni aspas de enderezamiento.

Medidores objetivo

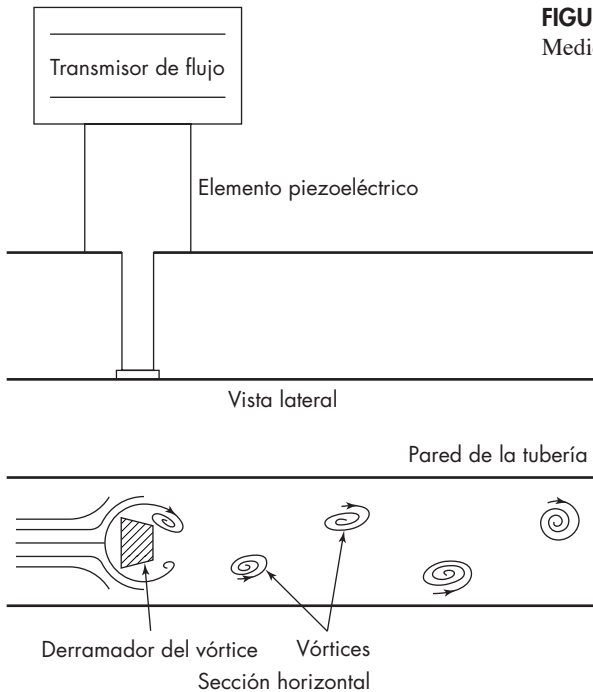
Como se muestra en la figura 8.21, en un medidor objetivo se coloca un disco de borde afilado en ángulo recto a la dirección del flujo, y se mide la fuerza de arrastre ejercida por el fluido sobre el disco. La velocidad de flujo es proporcional a la raíz cuadrada de esta fuerza y a la densidad del fluido. Los medidores objetivo son resistentes y económicos y pueden utilizarse con una variedad de fluidos, inclusive líquidos viscosos y suspensiones. Sin embargo, el mecanismo de la barra tiende a atorarse si los sólidos contenidos en la suspensión son muchos.

Medidores de desbordamiento de vórtice

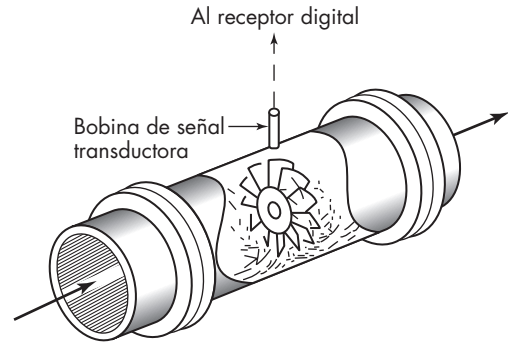
En un medidor de desbordamiento de vórtice el “objetivo” es un cuerpo escarpado (afilado), a menudo en forma de trapecioide en la sección transversal (véase figura 8.22). Este cuerpo está diseñado para crear, cuando el flujo es turbulento, un “camino de vórtice” en su estela. (Véase capítulo 7, p. 165.) Los sensores cercanos al cuerpo escarpado miden las fluctuaciones de presión y por lo tanto la frecuencia de desbordamiento del vórtice, a partir de la cual se infiere la velocidad volumétrica de flujo. Estos medidores son aplicables a muchos tipos de fluidos, incluyendo gas y vapor a temperaturas elevadas. El número mínimo de Reynolds requerido para dar una respuesta lineal es bastante alto, así que la velocidad de flujo de los líquidos altamente viscosos no puede medirse por este tipo de instrumento.

Medidores de turbina

En el medidor de turbina mostrado en la figura 8.23, un rotor de aspa está suspendido axialmente en la corriente del flujo y gira a una velocidad proporcional a la velocidad del fluido. En muchos modelos, las aspas del motor están hechas de un material magnético que induce un voltaje alternado en la bobina de señal transductora. En otros diseños la velocidad de rotación se detecta por un transductor de frecuencia de radio, con un transportador de señal de alta frecuencia modulada por las aspas girantes. Los medidores de turbina son excepcionalmente exactos cuando se utilizan en las condiciones adecuadas, pero tienden a ser frágiles y sus costos de mantenimiento son elevados.

**FIGURA 8.22**

Medidor de desbordamiento de vórtice.

**FIGURA 8.23**

Medidor de turbina.

Medidores de desplazamiento positivo

Muchos de los sopladores y las bombas de desplazamiento positivo descritos anteriormente pueden hacerse funcionar como medidores de flujo, esencialmente contando el número de veces que el compartimiento móvil se llena y vacía. Las pérdidas por fricción son sustituidas por las pérdidas de presión en el fluido. Aunque algunos modelos indican una velocidad de flujo, muchos de estos medidores miden el volumen total del fluido que pasa a través de la unidad. Los medidores de disco nutante, de pistón oscilante, de aspa móvil y otros tipos de medidores de desplazamiento positivo están disponibles. Éstos son muy exactos y aplicables a gases y líquidos limpios, inclusive los viscosos; de hecho, a viscosidades más altas, el funcionamiento mejora. Estos medidores no manejan líquidos sucios o suspensiones. Son relativamente caros y su operación resulta costosa.

Medidores magnéticos; medidores ultrasónicos

Estos medidores son no intrusivos; esto es, no existe un lugar obstruido en la corriente del fluido y no hay reducción del canal de flujo. No crean caídas de presión en el fluido. La velocidad de flujo es medida desde el exterior del tubo.

En un medidor magnético, el tubo del flujo se alinea con un material no conductor con dos o más electrodos de metal instalados a lo largo de la pared. Las bobinas electromagnéticas alrededor del tubo generan un campo magnético uniforme dentro de éste. Por la ley de Faraday de la inducción electromagnética, el movimiento de un fluido conductor a través del campo magnético induce un voltaje que es directo y linealmente proporcional a la velocidad del fluido en movimiento. Medidores de flujo magnéticos comerciales son capaces de medir la velocidad de casi todos los líquidos a excepción

de los hidrocarburos, los cuales tienen una conductividad eléctrica demasiado pequeña. Puesto que el voltaje inducido depende sólo de la velocidad, los cambios en la viscosidad o densidad del líquido no tienen efecto en la lectura del medidor.

Los medidores ultrasónicos son de dos tipos: tiempo de propagación y desplazamiento Doppler. En el primer tipo, una onda de presión de alta frecuencia es radiada en un ángulo determinado a través de la tubería. La velocidad de la onda se determina a partir de su tiempo de propagación. Cuando la onda se transmite en la dirección del flujo, esta velocidad aumenta y viceversa. A partir del cambio en el tiempo de propagación de un fluido estático, se determina la velocidad del fluido. Los medidores de tiempo de propagación son aplicables solamente para fluidos limpios.

Por otra parte, los medidores de desplazamiento Doppler dependen de las reflexiones de la onda de presión de las partículas suspendidas o burbujas en la corriente, las cuales se supone que se mueven a la velocidad de la corriente. La onda de presión se proyecta dentro del fluido en un ángulo a la dirección del flujo. La diferencia entre la frecuencia de la onda proyectada y la onda reflectada es proporcional a la velocidad del fluido.

Aunque no son muy exactos, los medidores ultrasónicos son útiles en muchos tipos de servicio, incluyendo la medición de la velocidad de flujo de fluidos corrosivos.

Medidores Coriolis

Un objeto que se mueve en un sistema rotatorio experimenta una fuerza Coriolis proporcional a su masa y la velocidad de avance y a la velocidad angular del sistema. Esta fuerza es perpendicular a la dirección del recorrido del objeto y a la dirección de la velocidad angular del sistema. En un medidor de Coriolis (figura 8.24), el fluido pasa a través de dos tubos curvados con forma de U que vibran a sus frecuencias naturales. Esto crea una fuerza de Coriolis alternativa que produce pequeñas deformaciones elásticas en los tubos. A partir de la magnitud de las deformaciones es posible calcular la velocidad de flujo másico.

Los medidores de tubo dual de Coriolis son sumamente precisos y miden directamente el flujo másico. Utilizados mayormente con tuberías de diámetro pequeño, son costosos en instalación y operación; en consecuencia, sus aplicaciones se limitan generalmente a fluidos difíciles o a situaciones donde su alta exactitud justifica su mayor costo. Un tipo similar y más simple de medidor de Coriolis usa una sola tubería recta, fijada en ambos extremos, la cual se hace vibrar por medio de una fuerza aplicada a la mitad del tubo.

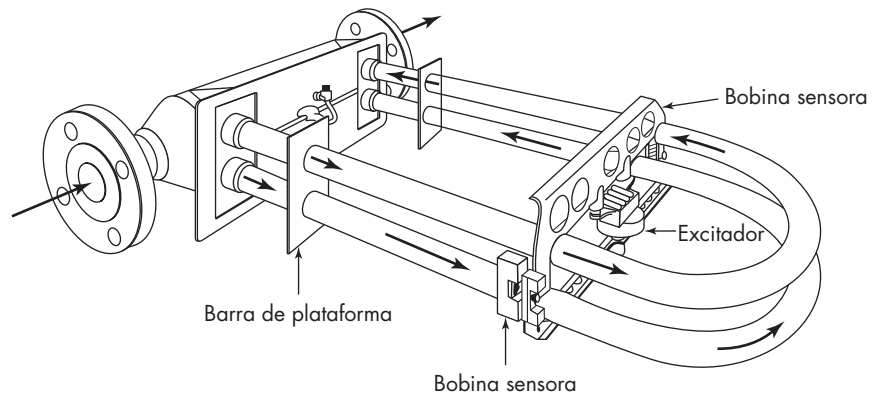


FIGURA 8.24

Geometría del sensor de flujo de masa Coriolis típico.

Medidores de inserción

En este tipo de medidor, el elemento sensible es pequeño comparado con el tamaño del canal del flujo, por lo que se inserta dentro del flujo de la corriente. Pocos medidores de inserción miden la velocidad media de flujo, pero la mayoría miden la velocidad local en un solo punto. Por lo tanto, el posicionamiento del elemento sensible es importante si se determina la velocidad total del flujo. La velocidad local medida debe cumplir una relación constante y conocida de la velocidad media del fluido.

El punto de medición debe estar en la línea central del canal, y la velocidad media debe encontrarse a partir de la relación de la velocidad media y la velocidad máxima. (Véase capítulo 5.) Alternativamente, el sensor se localiza en el *punto crítico* en el canal donde la velocidad local es igual a la velocidad media. En cada caso se deben tomar precauciones; generalmente hay que proveer secciones antes del medidor, de gran calma para asegurar que el perfil de la velocidad se desarrolle por completo y no se distorsione.

Tubo de pitot

El tubo de pitot es un aparato usado para medir la velocidad local a lo largo de una línea de corriente. El fundamento de este aparato se muestra en la figura 8.25. La abertura del tubo de impacto a es perpendicular a la dirección del flujo. La abertura del tubo estático b es en cambio paralela a la dirección del flujo. Los dos tubos están conectados a las ramas de un manómetro u otro sistema equivalente de medida de pequeñas diferencias de presión. El tubo estático mide la presión estática p_0 , ya que no existe componente de velocidad perpendicular a la abertura. La abertura de impacto contiene un punto de estancamiento B en el cual la corriente AB termina.

La presión p_s , medida en el tubo de impacto, es la presión de estancamiento del fluido, determinada para el caso de gases ideales por la ecuación (7.8). Por lo tanto, se aplica la ecuación (7.9), donde p_0 es la presión estática medida en el tubo b . Resolviendo la ecuación (7.9) para u_0 se obtiene

$$u_0 = \left(\frac{2(p_s - p_0)}{\rho_0 \left\{ 1 + \text{Ma}^2/4 + [(2 - \gamma)/24]\text{Ma}^4 + \dots \right\}} \right)^{1/2} \quad (8.34)$$

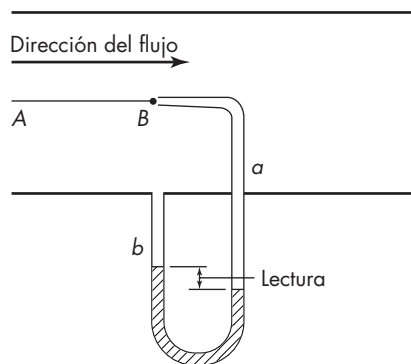


FIGURA 8.25

Principios del tubo de pitot.

Debido a que el manómetro del tubo de pitot mide la diferencia de presión $p_s - p_0$, la ecuación (8.34) da la velocidad local en el punto donde se ha situado el tubo de impacto. Normalmente, en la ecuación anterior sólo es significativo el primer término, que contiene el número de Mach.

Para fluidos no compresibles, el factor de corrección del número de Mach, es igual a la unidad y la ecuación (8.34) se transforma sencillamente en

$$u_0 = \sqrt{\frac{2(p_s - p_0)}{\rho}} \quad (8.35)$$

La velocidad medida por un tubo de pitot ideal debería cumplir exactamente la ecuación (8.34). En los instrumentos bien diseñados, el valor concuerda con el teórico con un error no superior a 1%, pero cuando han de realizarse medidas precisas, el tubo de pitot debe calibrarse y aplicar un factor de corrección adecuado. Este factor se utiliza como coeficiente que multiplica al segundo miembro (entre corchetes) de la ecuación (8.34) y es prácticamente igual a la unidad para tubos de pitot bien diseñados.

Las desventajas del tubo de pitot son: 1) la mayoría de los diseños no dan directamente la velocidad media, y 2) sus lecturas para gases son extremadamente pequeñas. Cuando se utiliza para medir gases a baja presión, debe emplearse algún tipo de medidor de presión multiplicador, como el que se muestra en la figura 2.4.

EJEMPLO 8.5 Se hace circular aire a 200 °F (93.3 °C) a través de una larga chimenea circular de 36 in. (914 mm) de diámetro. Se toma una medida con un tubo de pitot situado en el centro de la chimenea a suficiente distancia de las perturbaciones del flujo para que exista una distribución normal de velocidad. La lectura del pitot es 0.54 in. (13.7 mm) de H₂O y la presión estática en el punto de medida es 15.25 in. (387 mm) de H₂O. El coeficiente del tubo de pitot es 0.98.

Calcule el flujo de aire, en pies cúbicos por minuto, medido a 60 °F (15.6 °C) y una presión barométrica de 29.92 in. (760 mm) Hg.

Solución Suponga que la corrección del número de Mach es despreciable. La velocidad al centro de la chimenea, la cual es medida por el tubo de pitot, se calcula mediante la ecuación (8.35) usando unidades fps y un coeficiente de 0.98. La ecuación (8.35) se convierte en

$$u_0 = 0.98 \sqrt{\frac{2g_c(p_s - p_0)}{\rho}} \quad (8.36)$$

Los valores necesarios son los siguientes. La presión absoluta en el instrumento es

$$p = 29.92 + \frac{15.25}{13.6} = 31.04 \text{ in. Hg}$$

Ya que 1 lb mol ocupa 359 ft³ a 32 °F y 1 atm, la densidad del aire es

$$\rho = \frac{29 \times 492 \times 31.04}{359(460 + 200)(29.92)} = 0.0625 \text{ lb/ft}^3$$

A partir de la lectura del manómetro

$$p_s - p_0 = \frac{0.54}{12} (62.37) = 2.81 \text{ lb}_f/\text{ft}^2$$

Según la ecuación (8.36), la velocidad máxima es

$$u_{\text{máx}} = 0.98 \sqrt{2 \times 32.174 \left(\frac{2.81}{0.0625} \right)} = 52.7 \text{ ft/s}$$

Esta velocidad es suficientemente baja como para despreciar la corrección del número de Mach. Para obtener la velocidad media a partir de la velocidad máxima se utiliza la figura 5.8. El número de Reynolds, basado en la velocidad máxima, se calcula como sigue. Del apéndice 8, la viscosidad del aire a 200 °F es 0.022 cP, y

$$\text{Re}_{\text{máx}} = \frac{(36/12)(52.7)(0.0625)}{0.022(0.000672)} = 670\,000$$

La relación $\bar{V}/u_{\text{máx}}$, de la figura 5.8, es un poco mayor que 0.86. Usando 0.86 como un valor estimado queda

$$\bar{V} = 0.86 \times 52.7 = 45.3 \text{ ft/s}$$

El número de Reynolds Re es $670\,000 \times 0.86 = 576\,000$, y $\bar{V}/u_{\text{máx}}$ es exactamente 0.86 como se estimó. La velocidad volumétrica de flujo es

$$q = 45.3 \left(\frac{36}{12} \right)^2 \left(\frac{\pi}{4} \right) \left(\frac{520}{660} \right) \left(\frac{31.04}{29.92} \right) (60) = 15\,704 \text{ ft}^3/\text{min} \left(7.41 \text{ m}^3/\text{s} \right)$$

Medidores térmicos

Estos medidores miden directamente la velocidad de flujo mediante el aumento de la temperatura en el fluido cuando pasa sobre un elemento caliente, o la velocidad de transferencia de calor hacia la corriente desde una superficie calentada. Los medidores térmicos son comunmente medidores de inserción usados para medir flujo de gas en ductos largos.

Una unidad típica consta de un tubo de acero inoxidable calentado eléctricamente adyacente a un tubo similar que contiene un termómetro de resistencia, y un tubo sin calentar separado, también adyacente al tubo con una resistencia igual a la del termómetro. El gas pasa transversalmente sobre los tubos, y el gas que se encuentra cerca del elemento de calentamiento se vuelve más caliente que el resto. La diferencia de temperatura entre los tubos es inversamente proporcional a la velocidad másica del flujo del gas: es más grande cuando no existe flujo y se vuelve más pequeña cuando la velocidad de flujo aumenta. Las velocidades de flujo entre 0.08 y 46 m/s (0.25 y 150 ft/s), que son de uso común, pueden medirse con una exactitud de $\pm 1\%$. Mientras una medición en un solo punto es suficiente cuando el perfil de la velocidad es simétrico, se proporcionan ocho puntos en un solo instrumento para obtener velocidades de flujo exactas con un perfil de velocidad asimétrico. Los medidores térmicos especiales son capaces de resistir temperaturas superiores hasta de 455 °C (850 °F), altos niveles de radiación, o fuertes vibraciones del conducto.

Otros medidores de inserción

Formas modificadas de medidores magnéticos, medidores de turbinas, medidores ultrasónicos y otros tipos están disponibles como medidores de inserción. Todos tienen desventajas para ciertos servicios. Los medidores de inserción son por lo general más económicos que los medidores de perforación total y son los métodos efectividad-costo más utilizados para la medición de flujo de fluidos en tuberías grandes.

SÍMBOLOS

A	Área, m^2 o ft^2 ; A_p , área de sección transversal de los canales en la periferia del impulsor de la bomba
C_o	Coefficiente de orificio, velocidad de aproximación no incluida
C_p	Calor específico molal a la presión constante, $\text{J/g mol} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/lb mol} \cdot ^\circ\text{F}$
C_v	Coefficiente de venturi, velocidad de aproximación no incluida
c_p	Calor específico a presión constante, $\text{J/g} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$
c_v	Calor específico a volumen constante, $\text{J/g} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$
D	Diámetro, m o ft ; D_a , de la tubería; D_b , de la garganta del venturi; D_o , del orificio
g	Aceleración gravitacional, m/s^2 o ft/s^2
g_c	Factor de proporcionalidad de la ley de Newton, $32.174 \text{ ft} \cdot \text{lb/lb}_f \cdot \text{s}^2$
H	Carga total, J/kg o $\text{ft} \cdot \text{lb}_f/\text{lb}$; H_a , en el punto a ; H_b , en el punto b
h_f	Pérdida de fricción, J/kg o $\text{ft} \cdot \text{lb}_f/\text{lb}$; h_{fs} , en líneas de succión de bomba
IPS	Tamaño de la tubería de hierro (<i>iron pipe size</i>) tubería estándar de acero
M	Peso molecular
Ma	número de Mach, adimensional
m	Masa, kg o lb
$\dot{m}$	Velocidad de flujo másico, kg/s o lb/s
NPS	Tamaño normal de la tubería (<i>Normal pipe size</i>), tubería estándar de acero
NPSH	Carga de succión neta positiva (<i>Net positive suction head</i>); NPSHR, valor mínimo requerido
n	Velocidad de rotación, r/s ; también exponente en la ecuación (8.19)
P	Potencia, W o $\text{ft} \cdot \text{lb}_f/\text{s}$; P_B , potencia suministrada a la bomba, kW o hp ; P_f , potencia de fluido en la bomba; P_{fr} , en una bomba ideal
p	Presión, atm o lb_f/ft^2 ; p_a , al punto a ; $p_{a'}$, al punto a' ; p_b , en el punto b ; $p_{b'}$, en el punto b' ; p_s , presión de impacto; p_v , presión de vapor; p_0 , presión estática; p_1 , p_2 , en los puntos 1 y 2
q	Velocidad volumétrica de flujo, m^3/s o ft^3/s ; q_r , a través de una bomba ideal; q_o , capacidad del compresor, $\text{ft}^3/\text{min std}$
R	Constante de la ley de gases ideales, $8.314 \text{ N} \cdot \text{m/g mol} \cdot \text{K}$ o $1545 \text{ ft} \cdot \text{lb}_f/\text{lb mol} \cdot ^\circ\text{R}$
r	Radio, m o ft ; r_1 , en la succión del impulsor; r_2 , en la descarga del impulsor
Re	Número de Reynolds en la tubería, $D\bar{V}\rho/\mu$
$\text{Re}_{\text{máx}}$	Número de Reynolds local máximo en una tubería, $Du_{\text{máx}}\rho/\mu$
Re_o	Número de Reynolds en el orificio, $D_o u_o \rho/\mu$
S	Área de sección transversal, m^2 o ft^2 ; S_b , de la garganta del venturi; S_o , del orificio
T	Temperatura absoluta, K o $^\circ\text{R}$; T_a , en la entrada del compresor; T_b , en la descarga del compresor; también torque, J o $\text{ft} \cdot \text{lb}_f$

u	Velocidad local del fluido, m/s o ft/s; $u_{\text{máx}}$, máxima velocidad en la tubería; u_o , en el orificio; u_o , en el punto de impacto del tubo pitot; u_1 , velocidad periférica en la entrada del impulsor de la bomba; u_2 , en la descarga del impulsor; u_θ , componente de la velocidad tangencial; $u_{\theta 1}$, $u_{\theta 2}$, en los puntos 1 y 2
V	Velocidad resultante, absoluta, en la bomba del impulsor, m/s o ft/s; V_{r2} , componente radial de velocidad V_2 ; V_u , componente tangencial; V_{u1} , de velocidad V_1 ; V_{u2} , de velocidad V_2 ; V_1 , en la succión; V_2 , en la descarga; V'_2 , V'_{u2} , velocidades reales en la bomba
$\bar{V}$	Velocidad media del fluido, m/s o ft/s; $\bar{V}_a$, al punto a ; $\bar{V}_{a'}$, en el punto a' ; $\bar{V}_b$, en el punto b ; $\bar{V}_{b'}$, en el punto b' ; $\bar{V}_{\text{opt}}$, velocidad óptima en la tubería
v	Velocidad relativa del fluido en el impulsor de la bomba, m/s o ft/s; v_1 , en la succión; v_2 , en la descarga
W_p	Trabajo de la bomba, J/kg o ft · lb _f /lb; W_{pr} , por una bomba ideal
Y^p	Factor de expansión, medidor de flujo
Z	Altura sobre el plano de referencia, m o ft; Z_a , en el punto a , Z_b , en el punto b

Letras griegas

α	Factor de corrección para la energía cinética; α_a , en el punto a ; α_b , en el punto b ; $\alpha_{b'}$, en el punto b' ; también ángulo entre las velocidades periféricas y absolutas en el impulsor de la bomba; α_1 , en la succión; α_2 , en la descarga
β	Ángulo del aspa en el impulsor de la bomba; β_1 , en la succión; β_2 , en la descarga; además β'_2 , ángulo real en la bomba; también relación del diámetro del orificio o la garganta del venturi el diámetro de la tubería
γ	Relación de los calores específicos c_p/c_v
ΔH	Calor desarrollado por la bomba; ΔH_p , en una bomba ideal o sin fricción
η	Eficiencia mecánica global de la bomba, ventilador o soplador
μ	Viscosidad absoluta, cP o lb/ft · s
ρ	Densidad, kg/m ³ o lb/ft ³ ; ρ_a , en el punto a ; ρ_b , en el punto b ; $\bar{\rho}$, densidad media $(\rho_a + \rho_b)/2$
ω	Velocidad angular, rad/s

PROBLEMAS

- 8.1.** Efectúe una estimación preliminar del tamaño aproximado de la tubería que se requiere para los siguientes servicios: *a*) un gasoducto transcontinental que maneje 10 000 m³/h std de gas natural a una presión media de 3 atm abs y a una temperatura media de 20 °C; *b*) el alimentador de una suspensión de cristales de *p*-nitrofenol en agua hasta un separador centrífugo continuo a velocidad de 1 t (tonelada métrica)/h de sólidos. La suspensión transporta 45% del peso en sólidos. Para el *p*-nitrofenol $\rho = 1475$ kg/m³.
- 8.2.** Se quiere bombear 10 000 kg/h de tolueno a 114 °C y 1.1 atm abs de presión desde la caldera de la torre de destilación a una segunda unidad de destilación sin enfriar el tolueno antes de que entre en la bomba. Si la pérdida de fricción en la línea que une a la caldera con la bomba es de 7 kN/m² y la densidad del tolueno es de 866 kg/m³, ¿a qué distancia sobre el nivel del

líquido en la caldera debe mantenerse la bomba para producir una carga neta de succión positiva de 2.5 m?

- 8.3. Calcule la potencia requerida de la bomba para el problema 8.2 si la bomba eleva el tolueno a 10 m, la presión en la segunda unidad es la atmosférica y las pérdidas por fricción en la línea de descarga son 35 kN/m^2 . La velocidad en la línea de descarga de la bomba es 2 m/s.
- 8.4. Entra aire a 70°F a presión atmosférica y se comprime a $4000 \text{ lb}_f/\text{in}^2$ manométricas en un compresor reciprocante, a una velocidad de $125 \text{ ft}^3/\text{min}$ std. Si la relación de compresión es la misma en cada etapa, ¿cuántas etapas se deben usar? ¿Cuál es el trabajo teórico del eje por pie cúbico estándar para la compresión adiabática sin fricción? ¿Cuál es la potencia de freno si la eficiencia de cada etapa está a 85%? Para el aire, $\gamma = 1.40$.
- 8.5. ¿Cuál es la temperatura de descarga del aire a la salida de la primera etapa del problema 8.4?
- 8.6. Después de la instalación del medidor de orificio del problema 8.4, la lectura del manómetro a una determinada velocidad de flujo constante es de 45 mm. Calcule el flujo a través de la línea en m^3/h medidos a 15°C .
- 8.7. Gas natural, con una gravedad específica relativa al aire de 0.60 y una viscosidad de 0.011 cP fluye a través de una tubería de 6 in. Norma (cédula) 40, en la cual se instala un medidor de orificio estándar equipado con brida. En la toma de presión situada antes del orificio, el gas está a 100°F y $20 \text{ lb}_f/\text{in}^2$ abs. La lectura del manómetro es 46.3 in. de agua a 60°F . La relación del calor específico para el gas natural es 1.30. El diámetro del orificio es de 2.00 in. Calcule la velocidad de flujo del gas a través de la tubería, en pies cúbicos por minuto, para una presión de $14.4 \text{ lb}_f/\text{in}^2$ y a una temperatura de 60°F .
- 8.8. Un medidor de venturi horizontal, cuyo diámetro de la garganta es 20 mm está colocado en una tubería de 75 mm de diámetro interior. A través de la línea circula agua a 15°C . Un manómetro, que contiene mercurio como elemento de medición, mide la presión diferencial del instrumento. Cuando la lectura del manómetro es 500 mm, ¿cuál es la velocidad de flujo en m^3/h ? Si el por ciento de la diferencial es pérdida permanente, ¿cuál es la potencia consumida por el medidor?
- 8.9. Un medidor de elemento V se usa para medir el flujo de 15% de suspensión de perlas de intercambio iónico en agua. La suspensión se transporta en una tubería de 3 in. Norma (cédula) 40, y el intervalo esperado de flujo es de 30 a 150 gal/min. La densidad de las partículas es 1250 kg/m^3 , y el tamaño medio de la partícula es de $250 \mu\text{m}$. a) ¿Cuál es la caída de presión esperada al flujo máximo si el elemento V o cuña se extiende a través de dos terceras partes del diámetro de la tubería? b) Si el transmisor de la presión diferencial tiene una exactitud de $0.05 \text{ lb}_f/\text{in}^2$, ¿cuál es la exactitud del flujo medido en el flujo máximo y en el mínimo?
- 8.10. La velocidad másica del flujo del gas de chimenea en un ducto rectangular de 1.2 m por 2 m se mide con un medidor térmico. La composición normal del gas es de 76% de N_2 , 3% de O_2 , 14% de CO_2 , y 7% de H_2O ; la velocidad media es 12 m/s a las condiciones del ducto de 150°C y 1 atm. a) Si un elemento calentador de 5000 W es colocado en el centro del ducto, ¿cuál es el aumento de la temperatura después de que el gas calentado se mezcla con el resto del gas? ¿Cuál es la exactitud de la medida del flujo si las temperaturas medidas antes y después del medidor se determinan a $\pm 0.01^\circ\text{C}$? b) Si el medidor se calibra para la composición normal del gas, ¿cuál es el efecto de un cambio a 12% de CO_2 ?
- 8.11. Se comprime amoníaco a 10°C y 1 atm en un compresor adiabático de una sola etapa. El flujo es de 50 kg/h . a) Calcule la temperatura de salida y la potencia requerida por un compresor ideal; b) si el compresor tiene una eficiencia de 80%, ¿cuál será la potencia y la temperatura de salida?

- 8.12.** Un gas con un calor específico de $9.2 \text{ cal/mol} \cdot ^\circ\text{C}$ se comprime desde 25°C y 1 atm hasta 8 atm en un compresor adiabático de una sola etapa, que tiene una eficiencia de 75% . *a)* ¿Cuál es el trabajo realizado por mol de gas? *b)* Si se usa un compresor de dos etapas con interenfriamiento a 20°C , ¿cómo se compara el trabajo total con el realizado por una compresión de una sola etapa?
- 8.13.** Demuestre que la ecuación de la potencia para la compresión adiabática se reduce en el caso de la ecuación para compresión isotérmica cuando la relación de presión p_b/p_a se aproxima a 1.0 .
- 8.14.** Se instala un tubo pitot en el centro de un ducto largo con el objeto de medir el flujo de un gas que contiene alrededor de 20% de CO_2 y 80% de aire a 250°C y 1.1 atm . *a)* ¿Cuál es la velocidad del gas en el centro del ducto cuando la lectura del manómetro es de 15 mm de H_2O ? *b)* ¿Cuál es el máximo porcentaje de error en la velocidad calculada, considerando el siguiente posible rango de condiciones: $20 \pm 5\%$ de CO_2 , $250 \pm 1^\circ\text{C}$, $1.1 \pm 0.05 \text{ atm}$?
- 8.15.** Un rotámetro tiene una conicidad lineal, con un diámetro en el fondo igual al diámetro del flotador. Asuma un coeficiente de arrastre constante e infiera la relación que muestra por qué el flujo es casi una función lineal de la altura del flotador en el tubo.

REFERENCIAS

1. Dwyer, J.J. *Chem. Eng. Prog.* **70**(10): 71 (1974).
2. *Fluid Meters: Their Theory and Applications*. 6a. ed. Nueva York: American Society of Mechanical Engineers, 1971, pp. 58-65.
3. Ginesi, D. y G. Grebe. *Chem. Eng.* **94**(9): 102 (1987).
4. Haden, R.C. *Chem. Eng. Prog.* **70**(3): 69 (1974).
5. Jorissen, A.L. *Trans. ASME* **74**: 905 (1952).
6. Neerken, R.F. *Chem. Eng.* **94**(12): 76 (1987).
7. Perry, R.H. y D.W. Green (eds.). *Chemical Engineers' Handbook*. 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1997, p. 10-50.
8. Peters, M.S. y K.D. Timmerhaus. *Plant Design and Economics for Chemical Engineers*. 3a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1980.

CAPÍTULO 9

Agitación y mezcla de líquidos

El éxito de muchas operaciones industriales depende de la efectiva agitación y mezcla de fluidos. Aunque con frecuencia se les confunde, la agitación y mezcla no son sinónimos. La agitación se refiere al movimiento inducido de un material en una manera específica, normalmente en un patrón circulatorio dentro de algún tipo de contenedor. La mezcla es una distribución aleatoria, dentro y a través una de otra, de dos o más fases inicialmente separadas. Un material homogéneo simple, tal como un tanque lleno con agua fría, puede ser agitado, pero no puede ser mezclado mientras se le adhiere algún otro material (tal como una cantidad de agua caliente o un sólido en polvo).

El término *mezcla* se aplica a una variedad de operaciones, que difieren ampliamente en el grado de homogeneidad del material “mezclado”. Considere, en un caso, dos gases que se ponen juntos y que han de mezclarse totalmente, y un segundo caso donde arena, grava, cemento y agua fluyen muy rápido en un tambor rotatorio durante un largo periodo. En ambos casos se dice que el producto final está mezclado. Aunque es obvio que los productos no son igualmente homogéneos. Las muestras de gases mezclados —incluso cuando las muestras son muy pequeñas— tienen todas la misma composición. Por otra parte, muestras pequeñas de concreto mezclado difieren mucho en su composición.

Este capítulo trata de la agitación y mezcla de líquidos, la dispersión de líquidos y gases dentro de otros líquidos, y la suspensión de sólidos en líquidos. La mezcla de pastas densas, elastómeros y polvos sólidos secos se estudiará en el capítulo 28.

Propósitos de la agitación

Los líquidos se agitan con numerosos propósitos, dependiendo de los objetivos de la etapa del proceso. Dichos propósitos incluyen:

1. Suspensión de partículas sólidas.
2. Mezclado de líquidos miscibles, por ejemplo, alcohol metílico y agua.
3. Dispersión de un gas a través de un líquido en forma de pequeñas burbujas.
4. Dispersión de un segundo líquido, inmiscible con el primero, para formar una emulsión o suspensión de gotas finas.
5. Promoción de la transferencia de calor entre el líquido y un serpentín o encamisado.

A menudo un agitador cumple con varios propósitos al mismo tiempo, como en la hidrogenación catalítica de un líquido. En un envase de hidrogenación, el gas hidrógeno se dispersa a través del líquido en el cual se suspenden las partículas sólidas del catalizador, promoviendo la transferencia de masa entre el líquido y las partículas suspendidas. El calor que genera la reacción se extrae simultáneamente por medio de un serpentín interno de enfriamiento o por las paredes a través de una camisa exterior. La transferencia de calor en envases agitados se discute en el capítulo 15 y la transferencia de masa a gotas, burbujas y partículas sólidas en el capítulo 17.

TANQUES AGITADOS

Los líquidos se agitan con más frecuencia en algún tipo de tanque o recipiente, por lo general de forma cilíndrica y provisto de un eje vertical. La parte superior del tanque puede estar abierta al aire; pero generalmente está cerrada. Las proporciones del tanque varían bastante, dependiendo de la naturaleza del problema de agitación. Sin embargo, en muchas situaciones se utiliza un diseño estandarizado como el que se muestra en la figura 9.1. El fondo del tanque es redondeado, no plano, para eliminar las esquinas o regiones agudas en las que no penetrarían las corrientes de fluido. La profundidad (o altura) del líquido es aproximadamente igual al diámetro del tanque. Un agitador va instalado sobre un eje suspendido, es decir, un eje sostenido en la parte superior. El eje es accionado por un motor, a veces directamente conectado al eje, pero es más común que se encuentre conectado a éste, a través de una caja reductora de velocidad. Por lo general también lleva incorporados accesorios tales como líneas de entrada y salida, serpentines, encamisados y pozo para termómetros u otros equipos de medición de la temperatura.

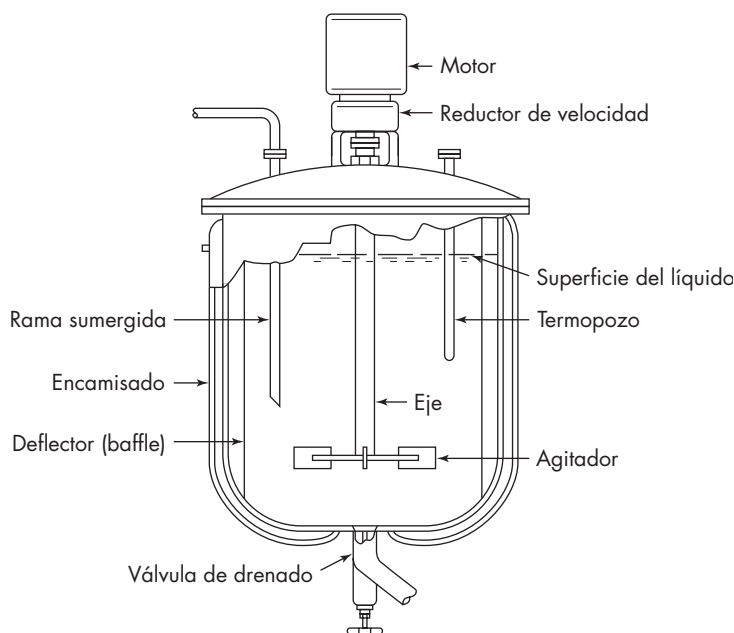


FIGURA 9.1

Tanque típico del proceso con agitación.

El agitador provoca que el líquido circule a través del tanque y eventualmente regrese él mismo. Los deflectores con frecuencia se incluyen para reducir el movimiento tangencial. Más adelante, en este capítulo, se trata con detalle el tema de los patrones de flujo en tanques agitados.

Impulsores (agitadores)

Los agitadores de impulsor o rodete se dividen en dos clases. Los que generan corrientes paralelas al eje del impulsor se llaman *impulsores de flujo axial*; y aquellos que generan corrientes en dirección radial o tangencial se llaman *impulsores de flujo radial*.

Los tres principales tipos de impulsores para líquidos de baja a moderada viscosidad son las hélices, turbinas e impulsores de alta eficiencia. Cada uno de ellos comprende muchas variantes y subtipos que no se considerarán aquí. Para líquidos muy viscosos, los impulsores más adecuados son los de hélice y agitadores de anclaje.

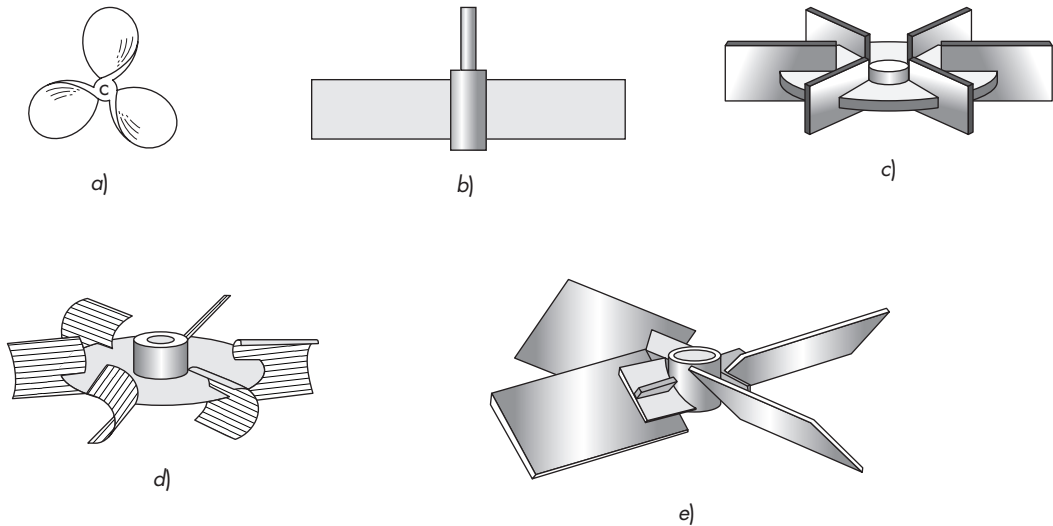
Hélices (propulsor). Una hélice es un impulsor de flujo axial y alta velocidad que se utiliza para líquidos de baja viscosidad. Las hélices pequeñas giran con la misma velocidad que el motor, ya sea a 1 150 o 1 750 rpm; las grandes giran de 400 a 800 rpm. La dirección de la rotación se elige generalmente para impulsar el líquido a descender, y las corrientes de flujo que salen del impulsor continúan a través del líquido en una dirección determinada hasta que chocan con el fondo del tanque. La columna altamente turbulenta de remolinos de líquido que abandona el agitador, arrastra al moverse el líquido estancado, probablemente en mayor proporción que una columna equivalente de una boquilla estacionaria. Las palas de la hélice cortan o cizallan vigorosamente el líquido. Debido a la persistencia de las corrientes de flujo, los agitadores de hélice son eficaces en tanques muy grandes.

Una hélice rotatoria traza una hélice en el fluido, y si no hubiera deslizamiento entre el líquido y el agitador, una revolución completa provocaría el desplazamiento longitudinal del líquido a una distancia fija, dependiendo del ángulo de inclinación de las palas de la hélice. La relación entre esta distancia y el diámetro de la hélice se conoce como *paso* de hélice. Una hélice con un paso de 1.0 se conoce como *paso cuadrado*.

En la figura 9.2a se ilustra una hélice típica. Las más comunes son las hélices marinas de tres palas con paso cuadrado; para propósitos especiales a veces se emplean hélices de cuatro palas, dentadas y otros diseños.

Las hélices rara vez superan las 18 in. de diámetro, independiente del tamaño del tanque. En tanque profundo es posible instalar dos o más hélices en el mismo eje, generalmente dirigiendo el líquido en la misma dirección.

Turbinas. En la figura 9.2 se representan cuatro tipos de agitadores de turbina. En la figura 9.2b se muestra la turbina sencilla de palas rectas, que empuja al líquido en forma radial y tangencial, casi sin movimiento vertical al agitador. Las corrientes que genera se desplazan hacia fuera hasta la pared del tanque y entonces fluyen hacia arriba o hacia abajo. Tales agitadores son llamados a veces paletas. En los tanques de proceso, los agitadores industriales típicos de paletas giran a velocidades comprendidas entre 20 y 150 rpm. La turbina de disco, con palas múltiples rectas instaladas en un disco horizontal (figura 9.2c), como el agitador de pala recta, crea zonas de alta velocidad de corte. Esta turbina es especialmente útil para la dispersión de un gas en un líquido. La turbina de

**FIGURA 9.2**

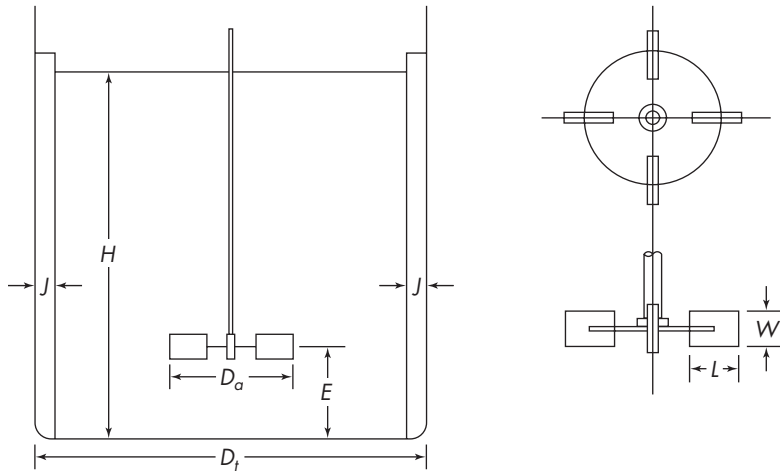
Agitadores para líquidos de viscosidad moderada: *a)* agitador marino de tres palas; *b)* turbina simple de pala recta; *c)* turbina de disco; *d)* agitador de pala cóncava CD-6 (*Chemineer, Inc.*); *e)* turbina de pala inclinada.

disco de pala cóncava CD-6 mostrada en la figura 9.2*d* también se utiliza con frecuencia para la dispersión de gas. Una turbina de pala inclinada (figura 9.2*e*) se emplea cuando la circulación global es importante.

Diseño “estándar” de turbina. El diseñador de un tanque agitado dispone de un gran e inusual número de elecciones sobre el tipo y localización del agitador, las proporciones del tanque, el número y las proporciones de los deflectores y otros factores. Cada una de estas decisiones afecta la velocidad de circulación del líquido, los patrones de velocidad y el consumo de potencia. Como punto de partida para el diseño de los problemas ordinarios de agitación, generalmente se utiliza un agitador de turbina como el que se observa en la figura 9.3. Las proporciones típicas son

$$\begin{array}{lll} \frac{D_a}{D_t} = \frac{1}{3} & \frac{H}{D_t} = 1 & \frac{j}{D_t} = \frac{1}{12} \\ \frac{E}{D_t} = \frac{1}{3} & \frac{W}{D_a} = \frac{1}{5} & \frac{L}{D_a} = \frac{1}{4} \end{array}$$

Por lo general, el número de deflectores es 4; el número de palas del agitador varía entre 4 y 16, pero generalmente son 6 u 8. Situaciones especiales pueden, por supuesto, considerar proporciones diferentes de las que se acaban de indicar; por ejemplo, quizá resulte ventajoso colocar el agitador más alto o más bajo en el tanque, o tal vez sea necesario utilizar un tanque más profundo para lograr el resultado deseado. No obstante, las proporciones “estándar” listadas son ampliamente aceptadas y son la base de muchas correlaciones publicadas sobre el funcionamiento de los agitadores.

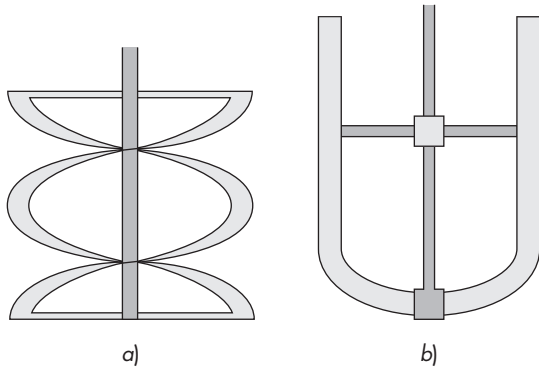
**FIGURA 9.3**

Mediciones de turbina. (Según Rushton et al.⁴⁵)

**FIGURA 9.4**

Impulsor fluidfoil A310 (*Lightnin*—una operación en equipo de proceso SPX). (De Perry y Green.⁴⁰).

Impulsores de alta eficiencia. Se han desarrollado variantes de las turbinas de paletas inclinadas para proporcionar un flujo axial más uniforme y un mejor mezclado, además de reducir la potencia requerida para determinado flujo. El impulsor de alta eficiencia HE-3 tiene tres paletas inclinadas que están plegadas por dentro para disminuir el ángulo

**FIGURA 9.5**

Agitadores para líquidos de alta velocidad: *a)* agitador de cinta de doble trayectoria helicoidal; *b)* agitador de ancla.

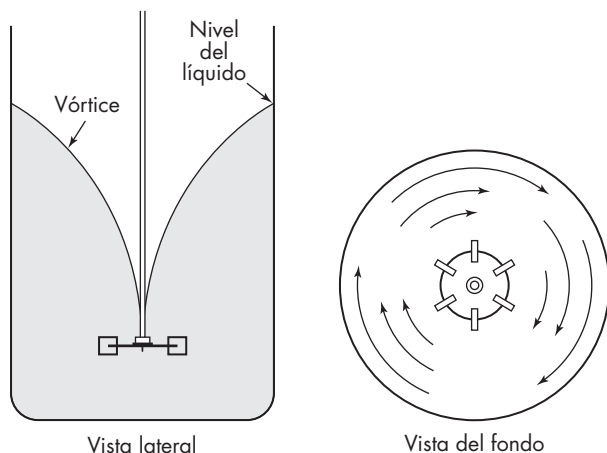
de cada aspa cerca del extremo. El agitador fluidfoil A310 (figura 9.4) usa aspas de forma aerodinámica, las cuales se van adelgazando, de modo que son más estrechas en el extremo que en su base. Estos impulsores o agitadores son ampliamente usados para mezclar líquidos de baja —o moderada— viscosidad, pero no se recomiendan para líquidos muy viscosos o para dispersar gases.

Agitadores para líquidos altamente viscosos. Los sistemas agitadores de turbina bien diseñados son recomendables para líquidos que presenten viscosidades de hasta $50 \text{ Pa} \cdot \text{s}$. Sin embargo, para viscosidades superiores a $20 \text{ Pa} \cdot \text{s}$, el agitador de cinta helicoidal representado en la figura 9.5a es mucho más efectivo. El diámetro de la hélice es muy cercano al diámetro interior del tanque, lo que garantiza el movimiento del líquido en todas las direcciones a la pared del tanque aun con materiales muy viscosos. Las cintas helicoidales se han utilizado con éxito con viscosidades de hasta $25\,000 \text{ Pa} \cdot \text{s}$.

Para proporcionar una agitación adecuada cerca del fondo del tanque, se utiliza un agitador de ancla (figura 9.5b). Debido a que no crea movimiento vertical, es un mezclador menos efectivo que el de cinta helicoidal, pero promueve buena transferencia de calor hacia o desde la pared del tanque. Para este propósito, las anclas y las cintas helicoidales se equipan con raspadores que remuevan físicamente el líquido desde la pared del tanque.

Patrones de flujo

La forma en que se mueve un líquido en un tanque agitado depende de muchas cosas: del tipo de impulsor, de las características del líquido, especialmente su viscosidad; así como del tamaño y las proporciones del tanque, deflectores y el agitador. La velocidad del líquido en cualquier punto del tanque tiene tres componentes, y el patrón de flujo global en el mismo depende de las variaciones en estos tres componentes de velocidad de un punto a otro. El primer componente de la velocidad es radial y actúa en dirección perpendicular al eje del impulsor. El segundo componente es longitudinal y actúa en dirección paralela al eje. El tercer componente es tangencial o rotacional, y actúa en dirección tangente a la trayectoria circular alrededor del eje. En el caso usual de un eje vertical, los componentes radial y tangencial están en un plano horizontal, mientras que el componente longitudinal es vertical. Los componentes radial y longitudinal son útiles y proveen el flujo necesario para la acción de mezclado. Cuando el eje es vertical y se localiza al centro del tanque, el componente tangencial es generalmente desventajoso

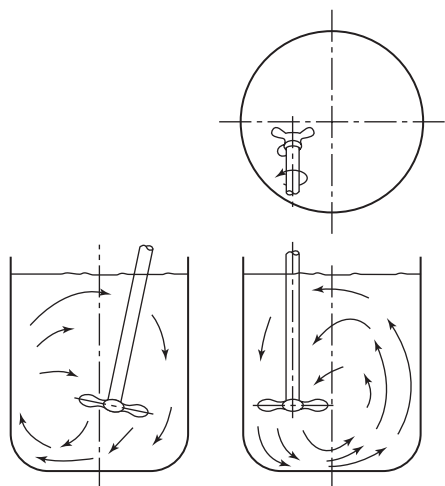
**FIGURA 9.6**

Patrón de flujo turbulento con una turbina de flujo radial en un tanque sin deflectores. (Según Oldshue.³⁷)

para la mezcla. El flujo tangencial sigue una trayectoria circular alrededor del eje y crea un vórtice en el líquido, como se ilustra en la figura 9.6 para una turbina de palas planas. Exactamente el mismo patrón de flujo se observa con un agitador o turbina de pala inclinada. La turbulencia perpetúa la estratificación en varios niveles sin que exista flujo longitudinal entre ellos. Si están presentes partículas sólidas, las corrientes circulatorias tienden a lanzar las partículas contra la pared del tanque, debido a la fuerza centrífuga; desde ahí caen acumulándose en la parte central del fondo del tanque. Por consiguiente, en vez de mezcla se produce la acción contraria, o sea, concentración. Debido a que en el flujo circulatorio el líquido fluye en dirección del movimiento de las palas del impulsor y por consiguiente, disminuye la velocidad relativa que existe entre las palas y el líquido, se limita la potencia que puede ser absorbida por el líquido. En un tanque sin deflectores, el flujo circulatorio es inducido por todos los tipos de impulsores, tanto si el flujo es axial como radial. Si la turbulencia es intensa, el patrón de flujo en el tanque es en esencia el mismo, independientemente del diseño del impulsor. Para velocidades de giro del impulsor elevadas, la profundidad del vórtice puede ser tan grande que alcance al impulsor, dando lugar a que en el líquido se introduzca el gas que está encima de él. Generalmente esto es indeseable.

Prevención del vórtice. El flujo circulatorio y el vórtice pueden prevenirse por cualquiera de estos tres métodos. En tanques de pequeño tamaño, se dispone el impulsor separado del centro del tanque, como se indica en la figura 9.7. El eje se mueve así alejado de la línea central del tanque, inclinándose después en un plano perpendicular a la dirección del movimiento. En tanques de mayor tamaño, el agitador se instala en un lado del tanque, con el eje en un plano horizontal, pero formando un cierto ángulo con el radio.

En tanques de gran tamaño, con agitadores verticales, el método más conveniente para reducir el vórtice es instalar deflectores, que impiden el flujo rotacional sin interferir con el flujo radial o longitudinal. Un método sencillo y eficaz de reducir la turbulencia, se consigue instalando placas deflectoras verticales perpendiculares a la pared del tanque. En la figura 9.1 se muestran placas deflectoras de este tipo. Excepto en tanques muy grandes, son suficientes cuatro deflectores, para evitar el vórtice y la formación del vórtice. Incluso uno o dos deflectores, si no es posible usar más, tienen un fuerte efecto en los

**FIGURA 9.7**

Patrón de flujo con agitador no centrado. (Según Bissell *et al.*⁵)

patrones de circulación. Para agitadores de turbina, no es necesario que la anchura del deflector sea mayor de la doceava parte del diámetro del tanque; para agitadores de hélice, basta con un dieciochoavo.⁵ Para líquidos viscosos, por lo general se utilizan deflectores más estrechos, y los deflectores no son necesarios cuando $\mu > 10 \text{ Pa} \cdot \text{s}$. Los deflectores tampoco son necesarios con agitadores de entrada lateral, inclinados o no centrados.

Una vez que el flujo turbulento ha cesado, el patrón específico de flujo en el tanque depende del tipo de impulsor. Los agitadores de hélice por lo general dirigen el líquido hacia el fondo del tanque, donde la corriente se esparce radialmente en todas las direcciones hacia la pared, asciende a lo largo de la pared y retorna desde la parte superior hasta el punto de succión del impulsor. Cuando se desean fuertes corrientes verticales, se utilizan agitadores de hélice; por ejemplo, cuando han de mantenerse partículas de sólidos en suspensión. No se utilizan, en cambio, cuando la viscosidad del líquido es superior a $5 \text{ Pa} \cdot \text{s}$. Con el fin de obtener un fuerte flujo axial para la suspensión de sólidos, también se utiliza turbinas de palas inclinadas con un ángulo de 45° . Sin embargo, los impulsores de flujo axial tienden a cambiar su patrón de flujo de descarga desde el flujo axial a viscosidades bajas del líquido hasta flujo radial cuando la viscosidad es muy alta.³⁸

Las turbinas de palas planas producen un buen flujo radial en el plano del impulsor (o rodete), dividiendo el flujo hacia la pared para formar dos patrones distintos de circulación. Una parte fluye hacia abajo a lo largo de la pared y retorna hacia el centro del rodete desde el fondo, mientras que otra asciende hacia la superficie y retorna al rodete desde la parte superior. En un tanque sin deflectores, hay un fuerte flujo tangencial así como la formación de vórtices para velocidades moderadas de giro del agitador. Cuando se instalan deflectores, aumenta el flujo vertical y se produce una mezcla más rápida del líquido.

En un tanque cilíndrico vertical, la profundidad del líquido deberá ser igual, o algo mayor que el diámetro del tanque. Si se desea una mayor profundidad de líquido, conviene instalar dos o más rodetes (impulsores) sobre el mismo eje. El rodete inferior es comúnmente una unidad de flujo radial, tal como una turbina de palas rectas; el superior es por lo general un rodete de flujo axial. El rodete inferior se coloca alrededor del diámetro del impulsor por encima del fondo del tanque.

Tubos de aspiración. El flujo de retorno hacia un impulsor de cualquier tipo llega al rodete desde todas las direcciones, ya que no está bajo el control de superficies sólidas. Por ejemplo, el flujo hacia y desde un rodete es esencialmente similar al flujo de aire hacia y desde un ventilador que opera en una habitación. En la mayor parte de las aplicaciones de los mezcladores de rodete (impulsor), esto no constituye una limitación, pero cuando es preciso controlar la dirección y velocidad de flujo en la succión del rodete (hélice o impulsor), se utilizan tubos de aspiración como los que se ilustran en la figura 9.8. Estos dispositivos resultan útiles cuando se desea un elevado esfuerzo constante en el impulsor, tal como ocurre en la preparación de ciertas emulsiones, o cuando es preciso dispersar en el líquido partículas sólidas que tienden a flotar sobre la superficie del líquido en el tanque. Los tubos de aspiración para impulsores se montan alrededor de los mismos, mientras que en el caso de turbinas se montan inmediatamente encima, tal como se observa en la figura 9.8. Los tubos de aspiración aumentan la fricción del fluido en el sistema; y para una potencia de entrada determinada, reducen la velocidad de flujo, de forma que no se usan si no son absolutamente necesarios.

Velocidades de circulación

Para que un tanque de proceso sea eficaz, independientemente del problema de agitación, el volumen de fluido movido por el agitador debe ser suficiente para llevar las corrientes a todo el tanque en un tiempo razonable. Además, la velocidad de la corriente que sale del impulsor debe ser suficiente para transportar las corrientes a las partes más alejadas del tanque. En las operaciones de mezcla y dispersión, la velocidad de circulación no es el único factor, ni siquiera el más importante; sino que con frecuencia la turbulencia de la corriente controla la efectividad de la operación. La turbulencia es una consecuencia de que las corrientes estén adecuadamente dirigidas y de que se generen considerables gradientes de velocidad en el líquido. Tanto la circulación como la generación de turbulencia consumen energía; más adelante se estudiarán las relaciones entre el consumo de potencia y los parámetros de diseño de tanques agitados. Según se verá, algunos problemas de agitación requieren grandes flujos o elevadas velocidades medias, mientras que otros necesitan una elevada turbulencia o disipación local de potencia. Aunque tanto la velocidad de flujo como la disipación de potencia aumentan con la velocidad del agitador, la selección del

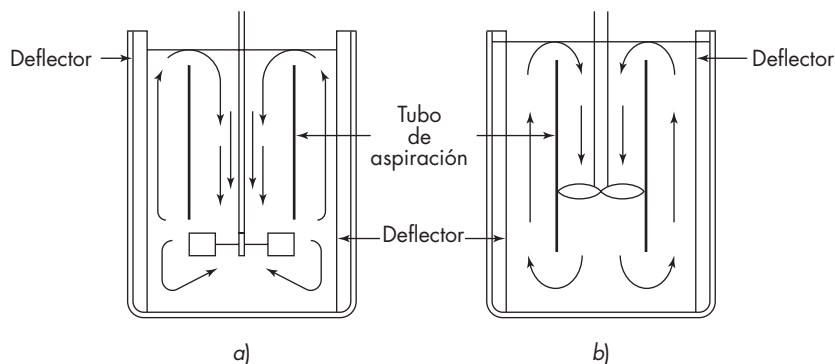


FIGURA 9.8

Tubos de aspiración en un tanque con deflectores: a) turbina; b) hélice. (Según Bissell et al.⁵)

tipo y tamaño del agitador influye sobre los valores relativos de la velocidad de flujo y la disipación de potencia. En general, se utilizan grandes agitadores que se mueven a velocidades medias para promover el flujo, y se emplean agitadores más pequeños a velocidad elevada cuando lo que se requiere es una elevada turbulencia.

Número de flujo. Un agitador de turbina o de hélice es, en esencia, un impulsor de bomba que funciona sin carcasa y con flujos de entrada y salida no dirigidos. Las relaciones que controlan el funcionamiento de las turbinas son similares a las de las bombas centrífugas que se discutieron en el capítulo 8.^{19a} Considere el impulsor de turbina de aspas planas que se muestra en la figura 9.9. La nomenclatura es similar a la utilizada en la figura 8.9, excepto que los términos se refieren a velocidades y ángulos reales, no ideales: u_2 es la velocidad en los extremos de las aspas; V'_{u2} y V'_{r2} son las velocidades tangencial y radial reales del líquido que abandona los extremos de las aspas, respectivamente; y V'_2 es la velocidad total del líquido en ese mismo punto. Asuma que la velocidad tangencial del líquido es cierta fracción k de la velocidad en el extremo del aspa, o

$$V'_{u2} = ku_2 = k\pi D_a n \quad (9.1)$$

ya que $u_2 = \pi D_a n$. La velocidad volumétrica de flujo a través del impulsor es

$$q = V'_{r2} A_p \quad (9.2)$$

Aquí A_p es el área del cilindro barrido por los puntos de las palas del impulsor, o

$$A_p = \pi D_a W \quad (9.3)$$

donde D_a = diámetro del impulsor

W = anchura de las palas

Según la geometría de la figura 9.9

$$V'_{r2} = (u_2 - V'_{u2}) \tan \beta'_2 \quad (9.4)$$

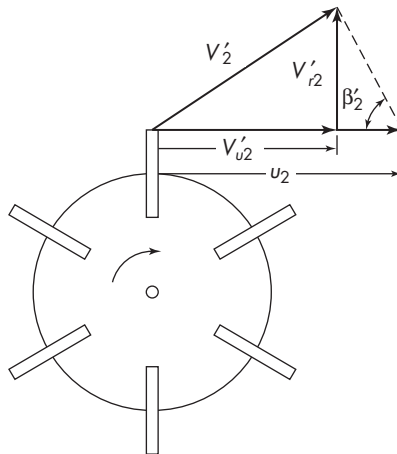


FIGURA 9.9

Vectores de velocidad en la punta de la pala de un impulsor o rodete de turbina.

Sustituyendo V'_{u2} de la ecuación (9.1), se obtiene

$$V'_{r2} = \pi D_a n (1 - k) \tan \beta'_2 \quad (9.5)$$

La figura 9.10 muestra el perfil de velocidad del líquido que fluye radialmente desde la pala de una turbina estándar. Las velocidades mostradas son las de la punta de la pala. La velocidad radial es la máxima en el plano de la mitad de la pala y es mucho más pequeña en el borde superior e inferior. Como se verá más tarde, el patrón de la velocidad cambia con la distancia desde la punta del impulsor. La velocidad volumétrica de flujo q es el flujo total que sale del impulsor, medida en la punta de las palas. Por lo tanto, la velocidad volumétrica de flujo, según las ecuaciones (9.2) a la (9.4), es

$$q = K \pi^2 D_a^2 n W (1 - k) \tan \beta'_2 \quad (9.6)$$

donde K es una constante que admite el hecho de que la velocidad radial no es constante en realidad sobre el ancho de la pala. Para impulsores geoméricamente similares, W es proporcional a D_a y K , k y β'_2 son aproximadamente constantes. Por lo tanto

$$q \propto n D_a^3 \quad (9.7)$$

La relación de estas dos magnitudes recibe el nombre de *número de flujo* N_Q , que está definido por

$$N_Q \equiv \frac{q}{n D_a^3} \quad (9.8)$$

Las ecuaciones (9.6) a la (9.8) indican que N_Q es constante para cada tipo de impulsor. Para una turbina estándar de pala plana²³ en un tanque con deflectores, N_Q puede tomarse como 1.3. Esto permite calcular el flujo de descarga desde la punta del impulsor y no el flujo total generado. La corriente de alta velocidad del líquido que abandona la punta del impulsor arrastra algo del líquido global que se mueve con lentitud y que desacelera

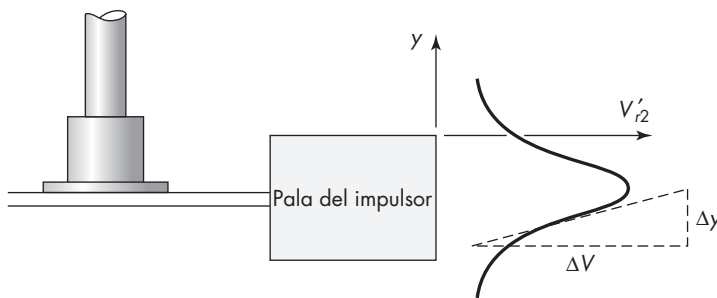


FIGURA 9.10

Perfil típico de la velocidad de flujo desde una turbina de palas rectas, que muestra la definición de velocidad de corte. (Según Oldshue.³⁷)

el chorro, pero en cambio aumenta la velocidad de flujo total. Para turbinas de palas planas el flujo total, estimado a partir del tiempo medio de circulación de las partículas o trazadores de disolución,²³ es

$$q_T = 0.92nD_a^3 \frac{D_t}{D_a} \quad (9.9)$$

Para una relación típica $D_t/D_a = 3$, q_T es $2.76 nD_a^3$, o 2.1 veces el valor para el impulsor ($N_Q = 1.3$). La ecuación (9.9) deberá utilizarse sólo para las relaciones D_t/D_a comprendidas entre 2 y 4.

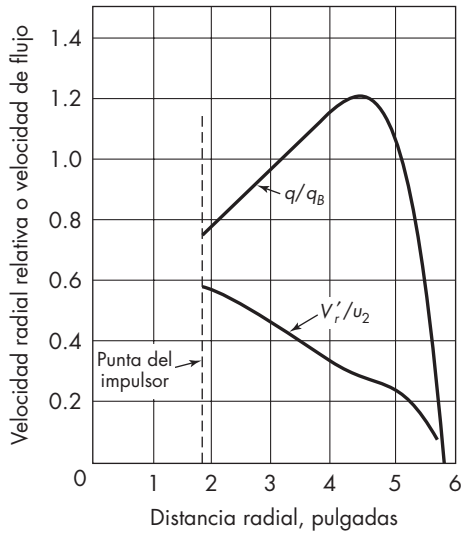
Para impulsores de flujo axial, tales como las turbinas de palas inclinadas, hélices marinas o turbinas de palas afiladas, q es la velocidad de descarga en dirección vertical medida inmediatamente debajo del impulsor. El número de flujo N_Q se considera constante. Para el diseño de tanques agitados con deflectores se recomiendan los siguientes valores:

Para hélices marinas ^{19b} (paso cuadrado)	$N_Q = 0.5$
Para una turbina de cuatro palas con 45° ^{19b} $\left(\frac{W}{D_a} = \frac{1}{6}\right)$	$N_Q = 0.87$
Para una turbina de disco	$N_Q = 1.3$
Para impulsor de alta eficiencia HE-3	$N_Q = 0.47$

Patrones de velocidad y gradientes de velocidad

Más detalles acerca de los patrones de flujo, de las velocidades locales y del flujo total generado por el impulsor se han obtenido utilizando pequeñas sondas de velocidad²³ o mediante medidas fotográficas de partículas trazadoras.¹³ En la figura 9.11 se presentan algunos de los resultados¹³ de Cutter para una turbina de 4 in. de palas planas en un tanque de 11.5 in. Cuando el fluido sale de las palas del impulsor, la componente radial de la velocidad del fluido V'_r en la línea central del impulsor es aproximadamente 0.6 veces la velocidad u_2 en la punta. La velocidad radial disminuye con la distancia vertical desde la línea central, pero como se muestra en la figura 9.10, el chorro se extiende más allá del borde de las palas a causa del arrastre, y la integración conduce a un flujo total de $0.75 q_B$, donde q_B es el flujo que existiría si todo el fluido se moviese con una velocidad u_2 a través de las paredes del cilindro barrido por las palas. El arrastre del flujo en este punto es entonces de 25% del flujo que viene directamente de las palas.

A medida que el chorro se desplaza hacia fuera del impulsor, se va retardando debido a que aumenta el área disponible para el flujo y a que hay más arrastre de líquido. A lo largo de la línea central del impulsor, la velocidad cae más o menos linealmente con la distancia radial y, tal como ha sido demostrado por otros estudios,²³ el producto $V'_r r$ es casi constante. El flujo volumétrico total aumenta con el radio hasta aproximadamente $1.2q_B$ debido al arrastre adicional, y después cae cerca de la pared del tanque debido a que el flujo comienza a dividirse en corrientes de circulación ascendente y descendente. El flujo máximo de $1.2q_B$ comparado con la velocidad radial de descarga de $0.6 u_2$, indica que el flujo total duplica a la descarga directa del impulsor, que concuerda con el factor 2.1 calculado a partir de la ecuación (9.9).

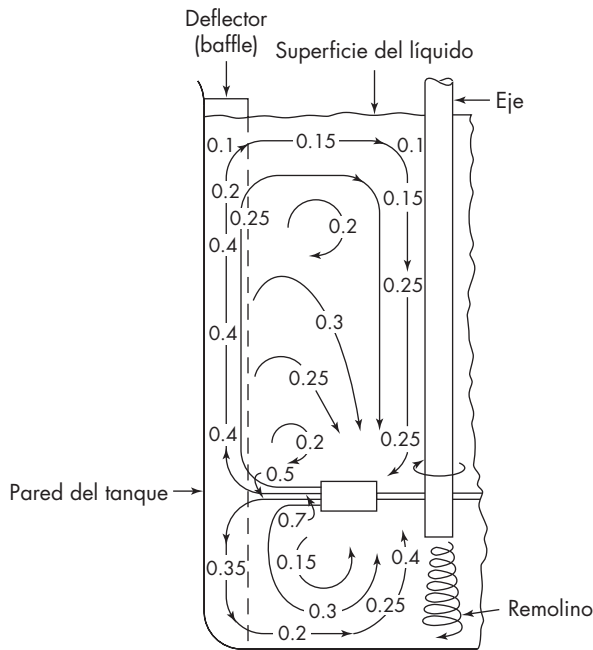
**FIGURA 9.11**

Velocidad radial V'_r/u_2 y velocidad volumétrica de flujo q/q_B en un tanque agitado con una turbina. (Según Cutter.¹³)

Los gradientes de velocidad en un tanque agitado varían ampliamente de un punto a otro en el fluido. El gradiente es igual a $\Delta V/\Delta y$, como se muestra en la figura 9.10. El gradiente será muy grande cerca del borde del chorro que sale del impulsor, debido a que la velocidad es elevada y el chorro es relativamente estrecho. El gradiente de velocidad en la punta de la pala, basado en el perfil de velocidad vertical en dicho punto, es aproximadamente $0.9u/0.75W$, donde $0.9u$ es la resultante de las velocidades radial y tangencial, y $0.75W$ es la mitad de la anchura del chorro que sale del impulsor. Puesto que $u = \pi n D_a$ y $W = D_a/5$ para una turbina estándar, esto corresponde a un gradiente de velocidad de $19n$, que puede servir como una estimación de la máxima velocidad de cizalla en la región próxima al impulsor de la turbina. A medida que el chorro se desplaza hacia fuera del impulsor, éste se retarda y el gradiente de velocidad en el borde del chorro disminuye. Detrás de las palas de turbina hay vórtices intensos, donde la tensión de cizalla local puede ser tan elevada como $50n$.⁴⁸

La figura 9.12 muestra las corrientes de fluido en una turbina de seis palas de 6 in. de diámetro, que gira a 200 rpm en un tanque de 12 in. que contiene agua fría.³³ El plano de observación pasa a través del eje vertical del impulsor e inmediatamente delante de un deflector radial. El fluido sale del impulsor en dirección radial, se separa en corrientes longitudinales que fluyen hacia arriba y hacia abajo sobre el deflector, luego fluyen hacia dentro del eje del impulsor y, por último, retornan a la entrada del impulsor. En el fondo del tanque, inmediatamente debajo del eje, el fluido circula con un movimiento de remolino; en todas partes las corrientes son fundamentalmente radiales o longitudinales.

Los números en la figura 9.12 indican la magnitud escalar de la velocidad del fluido en distintos puntos, como fracciones de la velocidad de la punta de las palas del rodete. Bajo las condiciones utilizadas, la velocidad de dicha punta es de 4.8 ft/s (1.46 m/s). La velocidad en el chorro cae bruscamente desde la velocidad en la punta de la pala hasta aproximadamente 0.4 veces dicha velocidad cerca de la pared del tanque. Las velocidades en otras localizaciones del tanque son del orden de 0.25 veces la velocidad en la punta, aunque hay dos regiones toroidales de fluido casi estancado, una encima y otra debajo del impulsor, donde la velocidad es sólo de 0.10 a 0.15 veces la velocidad en la punta de la pala.

**FIGURA 9.12**

Patrones de velocidad de un agitador de turbina. (Según Morrison *et al.*³³)

Al aumentar la velocidad del impulsor aumenta la velocidad de la punta de las palas, así como la velocidad de circulación. Sin embargo, esto no da lugar a que la velocidad del fluido en una determinada localización aumente en la misma proporción; un chorro que se mueve rápidamente arrastra mucho más material desde la masa global del líquido que un chorro que se mueve con mayor lentitud, y la velocidad del chorro disminuye rápidamente al aumentar la distancia del impulsor.

Con el adelgazamiento de corte o líquidos pseudoplásticos, una turbina puede dar una región local de velocidad de corte alta alrededor del impulsor; pero cerca de la pared, la velocidad de corte es mucho más baja y la viscosidad aparente puede ser mucho mayor. Entonces, la velocidad cerca de la pared será mucho menor que la indicada en la figura 9.12. Se necesitará un impulsor de flujo axial o cinta helicoidal para evitar la formación de regiones de estancamiento en el tanque.

Consumo de potencia

Una consideración importante en el diseño de los tanques agitados es la potencia que se requiere para mover el impulsor. Cuando el flujo en el tanque es turbulento, la potencia necesaria se estima a partir del producto del flujo q generado por el impulsor y la energía cinética E_k por unidad de volumen de fluido. Esto es

$$q = nD_a^3 N_Q$$

y

$$E_k = \frac{\rho(V_2')^2}{2}$$

La velocidad V'_2 es ligeramente menor que la velocidad en la punta u_2 . Si la relación V'_2/u_2 se representa por α , $V'_2 = \alpha \pi n D_a$ y la potencia necesaria es

$$\begin{aligned} P &= n D_a^3 N_Q \frac{\rho}{2} (\alpha \pi n D_a)^2 \\ &= \rho n^3 D_a^5 \left(\frac{\alpha^2 \pi^2}{2} N_Q \right) \end{aligned} \quad (9.10)$$

En forma adimensional,

$$\frac{P}{n^3 D_a^5 \rho} = \frac{\alpha^2 \pi^2}{2} N_Q \quad (9.11)$$

El miembro izquierdo de la ecuación (9.11) recibe el nombre de número de potencia N_p , definido por

$$N_p \equiv \frac{P}{n^3 D_a^5 \rho} \quad (9.12a)$$

En unidades fps,

$$N_p \equiv \frac{P g_c}{n^3 D_a^5 \rho} \quad (9.12b)$$

Para una turbina estándar de seis palas, $N_Q = 1.3$; y si α se toma como 0.95, entonces $N_p = 5.8$. Como se verá más adelante, este resultado concuerda con el valor observado.

Correlaciones de potencia. Para estimar la potencia que se requiere para hacer girar un impulsor dado con una velocidad determinada, es preciso disponer de correlaciones empíricas de la potencia (o del número de potencia) en función de otras variables del sistema. La forma de tales correlaciones se encuentra por análisis dimensional, en función de las medidas importantes del tanque y del impulsor, la distancia del impulsor desde el fondo del tanque, la profundidad del líquido, así como las dimensiones de las placas deflectoras cuando se utilizan. El número y disposición de las placas deflectoras y el número de palas del impulsor deben ser fijados. Las variables que intervienen en el análisis son las medidas importantes del tanque y del impulsor, la viscosidad μ y la densidad ρ del líquido y la velocidad n . Por otra parte, salvo que se tomen precauciones para evitarlo, se formará un vórtice en la superficie del líquido. Algo de líquido se elevará por encima del nivel medio o nivel sin agitación de la superficie del líquido, y esta elevación tiene que vencer la fuerza de gravedad. Por lo tanto, hay que considerar la aceleración de la gravedad g como un factor en el análisis.

Es posible convertir todas las distintas medidas lineales en relaciones adimensionales, llamadas *factores de forma*, dividiendo cada uno de los términos por uno de ellos que se toma arbitrariamente como base. El diámetro del impulsor D_a y el del tanque D_t son elecciones adecuadas para esta medida base, y los factores de forma se calculan dividiendo cada una de las mediciones restantes entre el valor de D_a o D_t . Suponga que los factores de forma, así definidos, se representan por $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$. El diámetro del impulsor D_a se toma también como una medida del tamaño del equipo

y se utiliza como una variable en el análisis, de la misma forma que se hizo con el diámetro de la tubería en el análisis adimensional de la fricción en las tuberías. Dos mezcladores que tienen las mismas proporciones geométricas, pero diferentes tamaños, tendrán idénticos factores de forma, pero diferirán en la magnitud de D_a . Se dice que los diseños que cumplen este requerimiento son geoméricamente semejantes, o que poseen semejanza geométrica.

Cuando se ignoran temporalmente los factores de forma y se supone que el líquido es newtoniano, la potencia P es una función de las variables restantes, o

$$P = \psi(n, D_a, \mu, g, \rho) \quad (9.13)$$

Al aplicar el método de análisis dimensional, resulta⁴⁵

$$\frac{P}{n^3 D_a^5 \rho} = \psi\left(\frac{n D_a^2 \rho}{\mu}, \frac{n^2 D_a}{g}\right) \quad (9.14)$$

Tomando en cuenta los factores de forma, la ecuación (9.14) se escribe como

$$\frac{P}{n^3 D_a^5 \rho} = \psi\left(\frac{n D_a^2 \rho}{\mu}, \frac{n^2 D_a}{g}, S_1, S_2, \dots, S_n\right) \quad (9.15)$$

El primer grupo adimensional de la ecuación (9.14), $P/n^3 D_a^5 \rho$, es el número de potencia N_p . El segundo, $n D_a^2 \rho / \mu$, es el número de Reynolds Re ; el tercero, $n^2 D_a / g$, es el número de Froude Fr . La ecuación (9.15) se escribe entonces

$$N_p = \psi(Re, Fr, S_1, S_2, \dots, S_n) \quad (9.16)$$

Los tres grupos adimensionales de la ecuación (9.14) se interpretan de una forma sencilla.⁶ Considere el grupo $n D_a^2 \rho / \mu$. Puesto que la velocidad de la punta del impulsor u_2 es igual a $\pi D_a n$,

$$Re = \frac{n D_a^2 \rho}{\mu} = \frac{(n D_a) D_a \rho}{\mu} \propto \frac{u_2 D_a \rho}{\mu} \quad (9.17)$$

Este grupo es proporcional al número de Reynolds calculado a partir del diámetro y de la velocidad periférica del impulsor. Ésta es la razón del nombre del grupo. A bajos números de Reynolds ($Re < 10$), el flujo viscoso prevalece en el tanque, y a $Re > 10^4$ el flujo es turbulento en todas partes. Existe una región de transición en los números de Reynolds intermedios.

El número de potencia N_p es análogo al factor de fricción o al coeficiente de arrastre. Es proporcional a la relación entre la fuerza de arrastre que actúa sobre una unidad de área del impulsor y la fuerza inercial. La fuerza inercial, a su vez, está asociada con el flujo de cantidad de movimiento correspondiente al movimiento global del fluido.

El número de Froude Fr es una medida de la relación entre la fuerza inercial y la fuerza gravitacional por unidad de área que actúa sobre el fluido. Interviene en situaciones fluidodinámicas donde hay un movimiento de ondas significativo sobre la superficie del líquido. Es especialmente importante en el diseño de barcos. No es importante cuando se usan deflectores o cuando $Re < 300$. Los tanques sin deflectores rara vez se utilizan con bajos números de Reynolds, y entonces el número de Froude no se incluye en las siguientes correlaciones.

Correlaciones de potencia (energía) para impulsores específicos. En la figura 9.13 se muestran las gráficas típicas del N_p en función del Re para tanques con deflectores ajustados con impulsores localizados centralmente. El extremo de la curva es para una turbina de disco de seis palas con los factores de forma de una turbina estándar que se presentan en la página 262. A altos números de Reynolds, los niveles fuera de la curva a un número de potencia de 5.8, están de acuerdo con los valores antes calculados. La curva para la turbina de pala cóncava CD-6 es similar pero los niveles están en un valor de 2.9. La turbina inclinada con cuatro palas colocadas en un ángulo de 45° de inclinación registra aproximadamente 70% de la potencia que la turbina estándar a bajos números de Reynolds, pero solamente alrededor de 20% a altos números de Reynolds. Los impulsores de alta eficiencia A310 y HE-3 tienen números de potencia mucho más bajos que los de las turbinas, pero además tienen bajos números de flujo y son generalmente operados a velocidades altas. El número de potencia para los cinco impulsores es constante cuando $Re > 10^4$, y varía inversamente con el número de Reynolds cuando $Re < 10$.

En la figura 9.14 se muestran los números de potencia para una hélice marina y una cinta helicoidal. Para la hélice, el número de potencia cuando $Re = 10^4$ es aproximadamente 50% más grande en un tanque con deflectores que en uno sin ellos, pero a bajos números de Reynolds no existe diferencia. Los deflectores no son usados con los impulsores helicoidales, y N_p disminuye rápidamente cuando aumenta Re . No hay datos disponibles para los impulsores helicoidales para $Re > 10^4$, pero estos impulsores son comúnmente usados sólo con números de Reynolds bajos. Los números de potencia para un agitador de ancla (no mostrado en la gráfica) son ligeramente mayores que para los impulsores helicoidales por encima del intervalo completo del número de Reynolds.

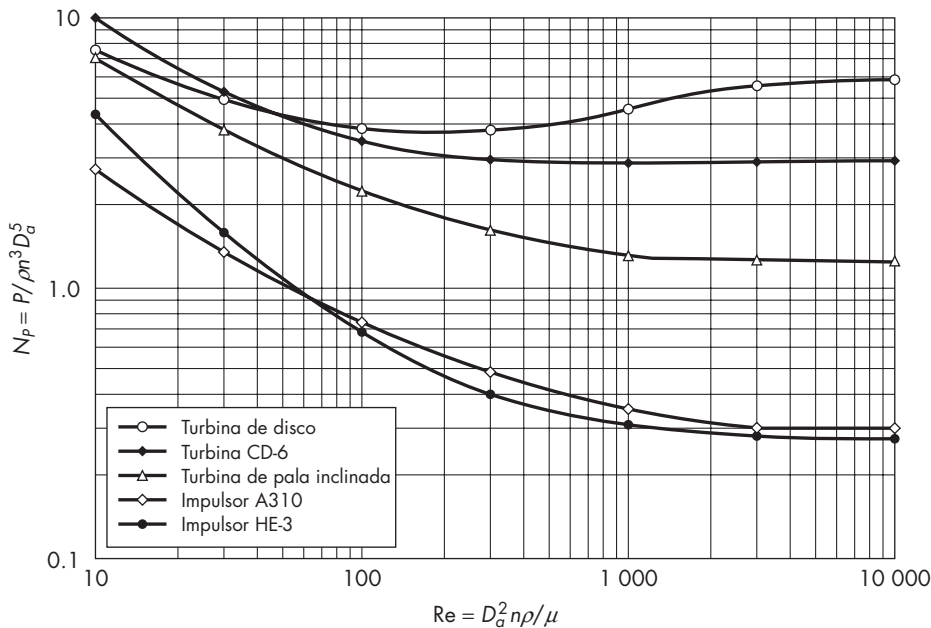
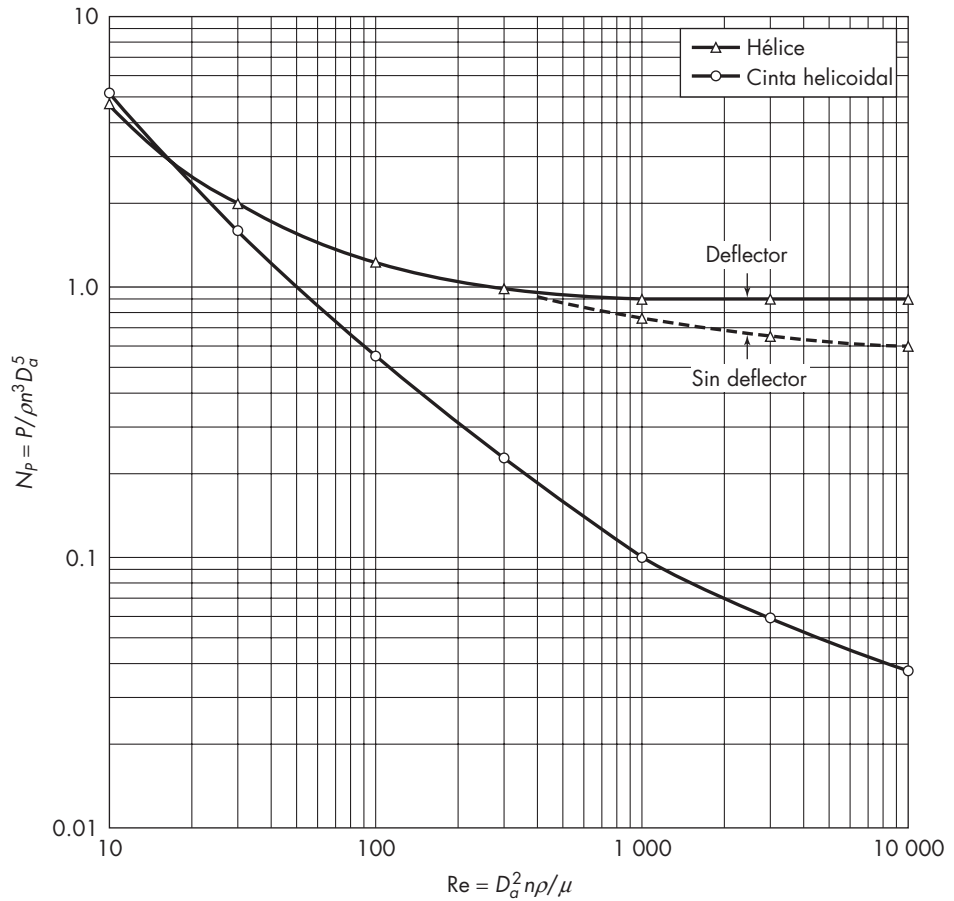


FIGURA 9.13

Número de potencia N_p en función del número de Reynolds Re para turbinas e impulsores de alta eficiencia.

**FIGURA 9.14**

Número de potencia N_p contra el número de Reynolds Re para hélices marinas (paso = 1.5:1) y cintas helicoidales.

Efecto de la geometría del sistema. Los efectos de los factores de forma $S_1, S_2, \dots, S_n$ sobre N_p en la ecuación (9.16) son algunas veces pequeños y otras muy grandes. A veces, dos o más factores están relacionados entre sí; es decir, el efecto de variar S_1 puede depender de la magnitud de S_2 o S_3 . Con una turbina de palas planas que opera a elevados números de Reynolds en un tanque con deflectores, los efectos de modificar la geometría del sistema se resumen como sigue.³

1. Al disminuir S_1 , la relación entre el diámetro del impulsor y el diámetro del tanque, N_p aumenta cuando las placas deflectoras son pocas y estrechas, mientras que N_p disminuye cuando las placas son muchas y anchas. Por lo tanto, los factores de forma S_1 y S_5 están interrelacionados. Con cuatro placas deflectoras y S_5 igual a $\frac{1}{16}$, como ocurre frecuentemente en la práctica industrial, una modificación de S_1 casi no tiene efecto sobre N_p .

- El efecto de modificar S_2 , la holgura, depende del diseño de la turbina. Al aumentar S_2 aumenta N_p para una turbina de disco del tipo que se muestra en la figura 9.3. En una turbina de palas inclinadas, al aumentar S_2 disminuye considerablemente N_p , como se muestra en la tabla 9.1; mientras que para una turbina abierta de palas rectas N_p disminuye ligeramente.
- Con una turbina abierta de palas rectas, el efecto que produce la variación de S_4 , la relación entre la anchura de las palas y el diámetro del impulsor, depende del número de palas. Para una turbina de seis palas, N_p es directamente proporcional a S_4 ; mientras que para una turbina de cuatro palas, N_p aumenta con $S_4^{1.25}$. Para turbinas de palas inclinadas, el efecto de la anchura de la pala sobre el consumo de potencia es mucho menor que para turbinas de palas rectas (véase tabla 9.1).
- Dos turbinas de palas rectas instaladas sobre el mismo eje consumen del orden de 1.9 veces la potencia de una sola turbina, siempre que el espacio entre los dos impulsores sea al menos igual al diámetro del impulsor. Dos turbinas poco separadas entre sí pueden consumir hasta 2.4 veces la potencia de una sola turbina.
- La forma del tanque tiene relativamente poca influencia sobre N_p . La potencia consumida en un tanque cilíndrico horizontal, con placas deflectoras, o no, o en un tanque vertical de sección transversal cuadrada provisto de placas deflectoras es la misma que en un tanque cilíndrico vertical. En un tanque de sección cuadrada sin placas deflectoras, el número de potencia es aproximadamente 0.75 veces el de un tanque cilíndrico con placas deflectoras. Los patrones de circulación están, por supuesto, afectados por la forma del tanque, pero no por el consumo de potencia.

Cálculo del consumo de potencia (energía). La potencia comunicada al líquido se calcula combinando la ecuación (9.12) según una relación para N_p específica. Arreglando la ecuación (9.12) se obtiene

$$P = N_p n^3 D_a^5 \rho \quad (9.18)$$

Para números de Reynolds bajos, las líneas de N_p contra Re coinciden para un tanque con o sin placas deflectoras, y la pendiente de la línea en coordenadas logarítmicas es -1. Por lo tanto,

$$N_p = \frac{K_L}{\text{Re}} \quad (9.19)$$

TABLA 9.1

Efecto de la anchura y la holgura sobre el consumo de potencia de turbinas de seis palas de 45°^{10,42}

$W/D_a, S_4$	Holgura (espacio libre entre las palas), S_2		K_T
0.3	0.33		2.0
0.2	0.33		1.63
0.2	0.25		1.74
0.2	0.17		1.91

Esto conduce a

$$P = K_L n^2 D_a^3 \mu \quad (9.20)$$

El flujo es laminar en este intervalo, y la densidad no es más un factor. Las ecuaciones (9.19) y (9.20) se utilizan cuando Re es menor de 10.

En tanques con placas deflectoras, para números de Reynolds superiores a aproximadamente 10000, el número de potencia es independiente del número de Reynolds y la viscosidad ya no influye. En este intervalo, el flujo es totalmente turbulento y la ecuación (9.16) se transforma en

$$N_P = K_T \quad (9.21)$$

de la cual

$$P = K_T n^3 D_a^5 \rho \quad (9.22)$$

En la tabla 9.2 se dan los valores de las constantes K_L y K_T para varios tipos de impulsores y tanques.

EJEMPLO 9.1 Una turbina de disco con seis palas planas se instala centralmente en un tanque vertical con deflectores con un diámetro de 2 m. La turbina tiene 0.67 m de diámetro y está situada a 0.67 m por encima del fondo del tanque. Las palas de la turbina tienen 134 mm de ancho. El tanque está lleno hasta una altura de 2 m de solución acuosa de NaOH al 50% a 65 °C, que tiene una viscosidad de 12 cP y una densidad de 1500 kg/m³. La turbina del agitador gira a 90 rpm. ¿Qué potencia requerirá?

TABLA 9.2

Valores de las constantes K_L y K_T en las ecuaciones (9.19) y (9.21) para tanques que tienen cuatro deflectores en la pared del tanque, cuya anchura es igual a 10% del diámetro del tanque

Tipo de impulsor	K_L	K_T
Impulsor hélice, tres palas		
Paso 1.0 ⁴³	41	0.32
Paso 1.5 ³⁷	48	0.87
Turbina		
Disco de seis palas ³⁷ ($S_3 = 0.25$, $S_4 = 0.2$)	65	5.75
Seis palas inclinadas ⁴² (45°, $S_4 = 0.2$)	—	1.63
Cuatro palas inclinadas ³⁷ (45°, $S_4 = 0.2$)	44.5	1.27
Paleta plana, dos palas ⁴³ ($S_4 = 0.2$)	36.5	1.70
Impulsor HE-3	43	0.28
Cinta helicoidal	52	—
Ancla ³⁷	300	0.35

Solución Primero hay que calcular el número de Reynolds. Los valores requeridos son

$$D_a = 0.67 \text{ m} \quad n = \frac{90}{60} = 1.5 \text{ r/s}$$

$$\mu = 0.012 \text{ Pa} \cdot \text{s} \quad \rho = 1\,500 \text{ kg/m}^3$$

Por lo tanto,

$$\text{Re} = \frac{D_a^2 n \rho}{\mu} = \frac{0.67^2 \times 1.5 \times 1\,500}{0.012} = 84\,169$$

Ya que $\text{Re} > 10^4$, $N_p = K_T$. De la tabla 9.2, $K_T = N_p = 5.8$, y de la ecuación (9.24)

$$P = 5.8 \times 1.5^3 \times 0.67^5 \times 1\,500 = 3\,964 \text{ W, o } 3.96 \text{ kW}$$

EJEMPLO 9.2 El sistema de agitación del ejemplo 9.1 se utiliza para mezclar un compuesto de látex de caucho que tiene una viscosidad de $120 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ y una densidad de $1\,120 \text{ kg/m}^3$. ¿Cuál será la potencia requerida?

Solución El número de Reynolds ahora es

$$\text{Re} = \frac{0.67^2 \times 1.5 \times 1\,120}{120} = 6.3$$

Esto está dentro del intervalo del flujo laminar. De la tabla 9.2, $K_L = 65$, y de la ecuación (9.20)

$$P = 65 \times 1.5^2 \times 0.67^3 \times 120 = 5\,278 \text{ W, o } 5.28 \text{ kW}$$

Este requerimiento de potencia (energía) es independiente de que el tanque tenga placas deflectoras o no. No existe razón para colocar placas deflectoras en un tanque operado a tan bajo número de Reynolds, toda vez que en estas condiciones no se forme un vórtice.

Observe que el aumento de unas 10 000 veces en la viscosidad, aumenta la potencia sólo 33% sobre lo que requiere para el tanque con placas deflectoras que opera con el líquido de baja viscosidad.

Consumo de potencia (energía) con líquidos no newtonianos. En las correlaciones de datos de potencia (energía) para líquidos no newtonianos, el número de potencia $P/n^3 D_a^5 \rho$ se define de la misma forma que para fluidos newtonianos. El número de Reynolds no se define fácilmente, ya que la viscosidad aparente del fluido varía con la velocidad de corte (gradiente de velocidad), y ésta varía considerablemente de un punto a otro en el tanque. Sin embargo, se han obtenido correlaciones útiles, con un número de Reynolds definido de acuerdo con la ecuación (9.17), utilizando una viscosidad media aparente μ_a calculada a partir del gradiente promedio de la velocidad de corte $(du/dy)_{\text{promedio}}$. El número de Reynolds es entonces

$$\text{Re}_n = \frac{n D_a^2 \rho}{\mu_a} \quad (9.23)$$

Para un fluido newtoniano que sigue la ley de potencia, de acuerdo con la ecuación (3.9), la viscosidad media aparente está relacionada con el gradiente promedio de velocidad de corte, por la ecuación

$$\mu_a = K' \left(\frac{du}{dy} \right)_{\text{promedio}}^{n'-1} \quad (9.24)$$

Al sustituir en la ecuación (9.23) se obtiene

$$\text{Re}_n = \frac{nD_a^2 \rho}{K' \left(du/dy \right)_{\text{promedio}}^{n'-1}} \quad (9.25)$$

Para líquidos pseudoplásticos, se ha demostrado que la deformaciones efectiva promedio en el interior de un recipiente está directamente relacionada con la velocidad del impulsor. Para muchos líquidos pseudoplásticos, la relación que satisface esto es

$$\left(\frac{du}{dy} \right)_{\text{promedio}} = k_s n \quad (9.26)$$

donde k_s es una constante para el tipo específico de impulsor. Varios investigadores^{9, 18, 27} reportan que para turbinas de aspas rectas $k_s = 11$, dando un promedio de deformaciones algo superior a la mitad del valor máximo estimado de $19n$ (véase pág. 262). En la tabla 9.3¹ se dan valores para otros impulsores. La deformación volumétrica promedio en el vaso es probablemente mucho menor que $k_s n$, pero el valor del consumo de potencia depende fundamentalmente de las deformaciones en la región del impulsor.

Al combinar las ecuaciones (9.25) y (9.26) y reordenando, se obtiene

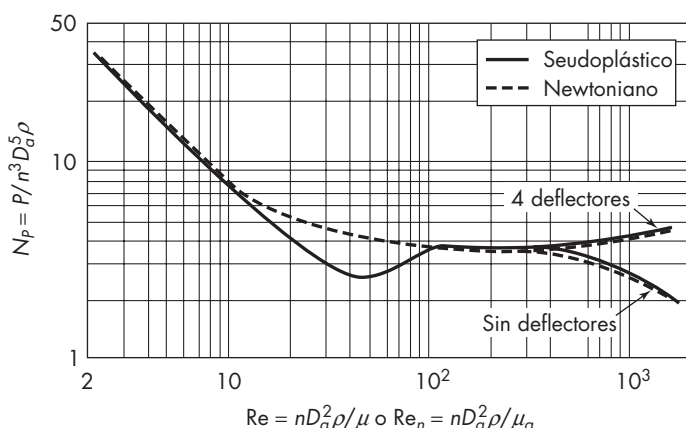
$$\text{Re}_n = \frac{n^{2-n'} D_a^2 \rho}{11^{n'-1} K'} \quad (9.27)$$

En la figura 9.15 se representa la correlación de número de potencia con el número de Reynolds, para un impulsor de turbina de seis palas con fluidos pseudoplásticos. La línea de trazos discontinuos está tomada de la figura 9.13 y se aplica a fluidos newtonianos, en los cuales $\text{Re} = nD_a^2 \rho / \mu$. La curva continua corresponde a líquidos pseudoplásticos, en los cuales Re está dado por las ecuaciones (9.23) y (9.27). Para números de Reynolds menores que 10 y mayores que 100, los resultados que se obtienen para líquidos pseudoplásticos son los mismos que para los líquidos newtonianos. En el intervalo intermedio de números de Reynolds entre 10 y 100, los líquidos pseudoplásticos consumen una potencia menor que los líquidos newtonianos. La transición de flujo laminar a turbulento en líquidos pseudoplásticos no tiene lugar hasta que el número de Reynolds alcanza aproximadamente 40, en vez de 10 como ocurre con los líquidos newtonianos.

TABLA 9.3

Valores de K_s para la deformación efectiva (ecuación 9.26)¹

Tipo de impulsor	K_s
Alta eficiencia	10
Aspa inclinada	11
Aspa recta	11
Turbina de disco	11.5

**FIGURA 9.15**

Correlación de potencia para una turbina de seis palas con líquidos seudoplásticos.

Los patrones de flujo en un líquido seudoplástico agitado difieren considerablemente de los de un líquido newtoniano. En las proximidades del impulsor, los gradientes de velocidad son elevados y la viscosidad aparente es pequeña, para un líquido seudoplástico. A medida que el líquido se aleja del impulsor, el gradiente de velocidad disminuye y aumenta la viscosidad aparente del líquido. La velocidad del líquido cae rápidamente, los gradientes de velocidad disminuyen aún con mayor rapidez y la viscosidad aparente aumenta, por consiguiente, todavía más. Incluso cuando existe una turbulencia elevada en las proximidades del impulsor, la masa global de líquido puede moverse con flujo laminar lento y consumir relativamente poca potencia. Los anillos toroidales (en forma de bucle) de líquido que se mueve muy lentamente como se indican en la figura 9.12, son muy marcados cuando el líquido que se agita es seudoplástico.

MEZCLA Y MEZCLADO

La operación de mezclado es mucho más difícil de estudiar y describir que la agitación. Los patrones del flujo de fluidos y la velocidad de un fluido en un tanque agitado, aunque complejos, son bastante definidos y reproducibles. El consumo de potencia (energía) se mide fácilmente. Por otro lado, los resultados de los estudios de mezclado son difíciles de reproducir y dependen en gran medida de cómo se defina el mezclado por el experimentador. Con frecuencia el criterio de un buen mezclado es visual, como ocurre en la utilización de fenómenos de interferencia para seguir la mezcla de gases en un conducto³⁰ o en el cambio de color de un indicador ácido-base, para la determinación el tiempo de mezcla de líquidos.^{17, 35} Otros criterios utilizados incluyen la velocidad de caída de las fluctuaciones de concentración o temperatura,²⁵ la variación de composición de pequeñas muestras tomadas al azar en distintos puntos de la mezcla, la velocidad de transferencia de un soluto de fase líquida a otra, y en mezclas sólido-líquido, la uniformidad que se observa visualmente en la suspensión.

Mezcla de líquidos miscibles

La mezcla de líquidos miscibles en un tanque es un proceso relativamente corto en propulsores (hélices), turbinas o impulsor de alta eficiencia, generalmente colocados en el centro, en grandes tanques de almacenamiento y tratamiento de desechos por propulsores de entrada lateral o mezcladores de chorro. En un tanque de proceso, todo el líquido generalmente es bien agitado y se mezcla con bastante rapidez. En un gran tanque de almacenamiento, el agitador puede reposar mucho tiempo y ser encendido solamente para mezclar las capas estratificadas del líquido que se forman cuando se está llenando dicho tanque. La mezcla de los estratificados es frecuentemente muy lento.

Mezcla en tanques de proceso. El impulsor en un tanque de proceso produce una corriente de alta velocidad, y el fluido se mezcla con rapidez en la región próxima al impulsor debido a la intensa turbulencia. A medida que la corriente se modera, arrastrando otro líquido y fluyendo a lo largo de la pared, hay algo de mezcla radial debido a que los grandes remolinos se rompen en otros más pequeños, pero probablemente hay poco mezclado en la dirección del flujo. El fluido completa un lazo de circulación y retorna a la entrada del impulsor, donde ocurre de nuevo una mezcla vigorosa. Los cálculos basados en este modelo muestran que debería alcanzarse una mezcla esencialmente completa (99%) si el contenido del tanque circulase alrededor de cinco veces. El tiempo de mezclado puede, por lo tanto, predecirse a partir de las correlaciones para el flujo total producido por distintos impulsores. Para una turbina estándar de seis palas, de la ecuación (9.9)

$$q_T = 0.92nD_a^3 \frac{D_t}{D_a} \quad (9.28)$$

$$t_T \approx \frac{5V}{q_T} = 5 \frac{\pi D_t^2 H}{4} \frac{1}{0.92nD_a^2 D_t} \quad (9.29)$$

$$\text{o} \quad nt_T \left(\frac{D_a}{D_t} \right)^2 \left(\frac{D_t}{H} \right) = \text{const} = 4.3 \quad (9.30)$$

Para un tanque y agitador dados, o para sistemas geoméricamente semejantes, el tiempo de mezclado predicho es inversamente proporcional a la velocidad del agitador, lo cual se confirma mediante estudios experimentales, con tal que el número de Reynolds sea alto.^{13,32} En la figura 9.16 se presentan los resultados para varios sistemas, graficando nt_T contra Re. Para una turbina en un tanque con placas deflectoras, con $D_a/D_t = \frac{1}{3}$ y $D_t/H = 1$, el valor de nt_T para $Re > 2\,000$ es 36, comparado con el valor predicho de la ecuación (9.30) de $9 \times 4.3 = 38.7$.

Los tiempos de mezcla son apreciablemente mayores cuando los números de Reynolds están comprendidos en el intervalo de 10 a 1 000, aunque el consumo de potencia no es muy diferente que el correspondiente al intervalo de flujo turbulento. Tal como indica la figura 9.16, el tiempo de mezclado utilizando las turbinas con placas deflectoras varía aproximadamente con la potencia de -1.5 de la velocidad del agitador en esta región, y después aumenta más bruscamente a medida que se reduce todavía más

el número de Reynolds. Los datos de la figura 9.16 son para ciertas relaciones entre los tamaños del impulsor y del tanque. En la figura 9.17 se muestra una correlación general para turbinas propuesta por Norwood y Metzner.³⁵ Su factor del tiempo de mezclado puede reordenarse para ver cómo difiere de la predicción para el régimen turbulento de la ecuación (9.30):

$$f_t = \frac{t_T (n D_a^2)^{2/3} g^{1/6} D_a^{1/2}}{H^{1/2} D_t^{3/2}} = n t_T \left(\frac{D_a}{D_t} \right)^2 \left(\frac{D_t}{H} \right)^{1/2} \left(\frac{g}{n^2 D_a} \right)^{1/6} \quad (9.31)$$

El número de Froude en la ecuación (9.31) implica que hay algo de efecto vórtice, que puede existir a bajos números de Reynolds, pero es dudoso si este término debe incluirse o no para un tanque con placas deflectoras a elevados números de Reynolds. Cuando $Re > 10^3$, f_t es casi constante a un valor de 5. Para $D_a/D_t = \frac{1}{3}$, $D_a/H = 1$, y si ignoramos el número de Froude, $n t_T$ es aproximadamente 5, un tanto mayor que lo predicho por la ecuación (9.30).

Para los impulsores de alta eficiencia HE-3, los factores de tiempo de mezclado mostrados en la figura 9.16 se basan en la siguiente correlación empírica¹⁶ para el régimen turbulento y un factor de correlación para bajos números de Reynolds.

$$n t_T = 16.9 \left(\frac{D_t}{D_a} \right)^{1.67} \left(\frac{H}{D_t} \right)^{0.5} \quad (9.32)$$

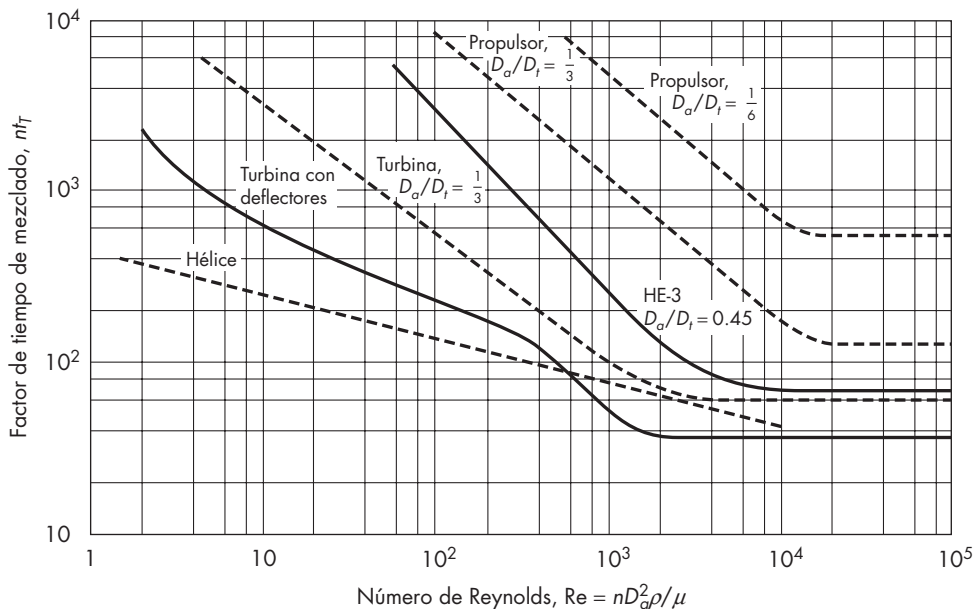
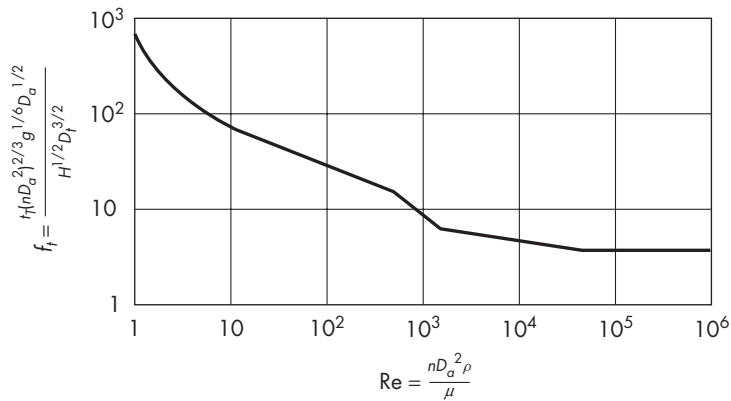


FIGURA 9.16

Tiempos de mezclado en tanques agitados. Las líneas discontinuas son para tanques sin deflectores; la línea continua es para tanques con placas deflectores.

**FIGURA 9.17**

Correlación de tiempos de mezcla para líquidos miscibles en un tanque con deflectores agitado con una turbina. (Según Norwood y Metzner.³⁵)

Los tiempos de mezclado a altos números de Reynolds son un poco mayores que con una turbina estándar, pero la potencia requerida es mucho menor (véase figura 9.13). En consecuencia, los impulsores de alta eficiencia son operados por lo general a altas velocidades y con altos valores de la relación D_a/D_t comparado con las turbinas. A la misma potencia de entrada por unidad de volumen, el mezclado es ligeramente más rápida que con las turbinas en el régimen de mezcla turbulenta.

Un agitador de cinta helicoidal da lugar a tiempos de mezclado mucho más cortos para la misma potencia de entrada con líquidos muy viscosos,³² pero es más lento que la turbina para líquidos poco viscosos. Los tiempos de mezclado con propulsores son altos en comparación con las turbinas, pero el consumo de potencia es más de un orden de magnitud inferior para la misma velocidad del agitador. Los datos de propulsores de la figura 9.16 están tomados de una correlación general de Fox y Gex,¹⁷ cuya función del tiempo de mezclado difiere tanto de la ecuación (9.30) como de la (9.31):

$$f'_t = \frac{t_T (n D_a^2)^{2/3} g^{1/6}}{H^{1/2} D_t} = n t_T \left(\frac{D_a}{D_t} \right)^{3/2} \left(\frac{D_t}{H} \right)^{1/2} \left(\frac{g}{n^2 D_a} \right)^{1/6} \quad (9.33)$$

Sus datos fueron para D_a/D_t de 0.07 a 0.18; la extrapolación de $D_a/D_t = \frac{1}{3}$ para la figura 9.16 es un tanto incierta. Debido a los vórtices que se forman con frecuencia en los tanques sin deflectores, la inclusión del número de Froude (9.33) es probablemente justificada.

En un líquido pseudoplástico, los tiempos de mezcla, para números de Reynolds inferiores a 1000, son mucho mayores que en líquidos newtonianos para las mismas condiciones del impulsor.^{18,32} En las regiones de bajo esfuerzo cortante, lejos del impulsor, la viscosidad aparente del líquido pseudoplástico es mayor que en las proximidades del mismo. En estas regiones remotas los remolinos turbulentos se amortiguan rápidamente y con frecuencia se forman zonas de líquido casi estancado. Ambos efectos conducen a un mezclado deficiente y a largos tiempos de mezcla. Es posible usar un impulsor de flujo axial con un tubo de succión para promover la buena circulación a través del tanque. A elevados números de Reynolds, hay poca diferencia entre las características del mezclado de líquidos newtonianos y pseudoplásticos.

Cuando se dispersan en un líquido burbujas de gas, gotas de líquido o partículas sólidas, aumenta el tiempo de mezcla para la fase continua, aun cuando la comparación se realice para la misma entrada de potencia específica.¹⁵ El efecto aumenta con la viscosidad, y para líquidos viscosos el tiempo de mezcla puede aumentar hasta el doble del valor normal cuando la retención de gas es sólo de 10%.

EJEMPLO 9.3 Un tanque agitado de 6 ft (1.83 m) de diámetro contiene una turbina de seis palas rectas de 2 ft (0.61 m) de diámetro, situada a un diámetro del impulsor por encima del fondo del tanque, y que gira a 80 rpm. Se ha propuesto este tanque para neutralizar una solución acuosa diluida de NaOH a 70 °F con una cantidad estequiométricamente equivalente de ácido nítrico concentrado (HNO₃). La altura final del líquido en el tanque ha de ser de 6 ft (1.83 m). Suponiendo que todo el ácido se añade al tanque de una vez, ¿cuánto tiempo se requiere para que la neutralización sea completa?

Solución Se utiliza la figura 9.16. Las cantidades requeridas son

$$D_t = 6 \text{ ft} \quad D_a = 2 \text{ ft} \quad E = 2 \text{ ft}$$

$$n = \frac{80}{60} = 1.333 \text{ r/s}$$

Densidad del líquido: $\rho = 62.3 \text{ lb/ft}^3$ (apéndice 6)

Viscosidad del líquido: $\mu = 6.6 \times 10^{-4} \text{ lb/ft} \cdot \text{s}$ (apéndice 6)

El número de Reynolds es

$$\text{Re} = \frac{nD_a^2\rho}{\mu} = \frac{1.333 \times 2^2 \times 62.3}{6.60 \times 10^{-4}} = 503\,000$$

A partir de la figura 9.16, para $\text{Re} = 503\,000$, $nt_T = 36$. Por lo tanto,

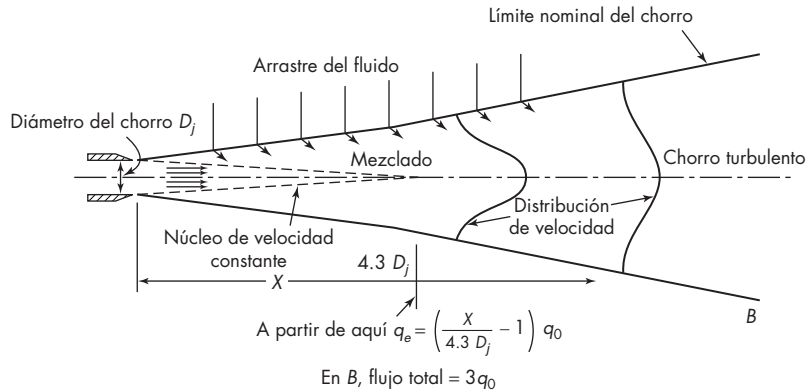
$$t_T = \frac{36}{1.333} = 27 \text{ s}$$

Mezcla estratificada en tanques de almacenamiento

Para una mezcla efectiva en un tanque grande, un impulsor de colocación lateral se debe orientar en forma precisa respecto tanto a su ángulo con la horizontal (para una circulación desde la parte superior hasta la base) y en el plano horizontal, el ángulo que forma con el diámetro del tanque. Con el fin de conseguir resultados óptimos,³⁷ el impulsor debe encontrarse en posición exactamente horizontal y formar un ángulo de entre 7 y 10° con el diámetro. El tiempo que se requiere para una mezcla estratificada depende de la velocidad de circulación, aunque, de manera más importante, de la rapidez de erosión de la interfase entre las capas de líquido estratificado. No existen correlaciones generales disponibles para mezclas estratificadas.

Mezcladores en chorro

La circulación en grandes tanques puede ser inducida por uno o más chorros de líquido. Algunas veces los chorros se colocan en grupo en varios puntos en el tanque. La corriente que sale de un chorro sencillo mantiene su identidad durante una distancia considerable, tal

**FIGURA 9.18**

Flujo de un chorro circular sumergido. (Según Rushton y Oldshue.⁴⁶)

como se observa en la figura 9.18, que muestra el comportamiento de un chorro circular de líquido que sale de una boquilla y fluye a alta velocidad dentro de una masa estancada del mismo líquido. La velocidad en el chorro a la salida de la boquilla es uniforme y constante. Permanece de esta manera en el núcleo, cuya área disminuye con la distancia partiendo de la boquilla. El núcleo está rodeado por un chorro turbulento que se expande, en el cual la velocidad radial disminuye con la distancia a la línea central del chorro. El núcleo que se va estrechando desaparece a una distancia de la boquilla de $4.3D_j$, donde D_j es el diámetro de la boquilla. El chorro turbulento mantiene su integridad bastante más allá del punto en el que desaparece el núcleo, pero su velocidad disminuye de manera paulatina. La disminución radial de la velocidad en el chorro va acompañada de un aumento de la presión de acuerdo con el principio de Bernoulli. El fluido circula hacia el interior del chorro y es absorbido, acelerado y se mezcla dentro del chorro aumentado. Este proceso recibe el nombre de *arrastre*. Una ecuación aplicable para distancias superiores a $4.3D_j$ es

$$q_e = \left(\frac{X}{4.3D_j} - 1 \right) q_0 \quad (9.34)$$

donde q_e = volumen de líquido arrastrado por unidad de tiempo para la distancia X partiendo de la boquilla

q_0 = volumen de líquido que sale de la boquilla por unidad de tiempo

Además de arrastre, en el líquido entre el chorro y el líquido que lo rodea, existen intensos esfuerzos cortantes. Estos esfuerzos cortantes arrancan remolinos en los bordes y generan considerable turbulencia que también contribuye a la acción de mezclado.

Un gran flujo de líquido, por sí solo, no logra un mezclado satisfactorio. Se debe dar suficiente espacio y tiempo a la corriente para que se mezcle con la masa del fluido por la acción del mecanismo de arrastre.

Se dispone de correlaciones para el tiempo de mezcla con un chorro que entra en forma lateral en tanques de proceso relativamente pequeños.¹⁷

Mezcladores estáticos

Los gases o los fluidos de baja viscosidad con frecuencia se mezclan satisfactoriamente, haciéndolos circular juntos a través de una determinada longitud de tubería de conducción abierta o de una tubería que contiene placas con orificios o placas deflectoras segmentadas. En condiciones adecuadas, la longitud de la tubería puede ser tan corta como 5 a 10 diámetros de tubería, aunque se recomiendan tuberías de 50 a 100 diámetros.²⁴

Las operaciones más difíciles de mezclado se llevan a cabo mediante mezcladores estáticos, que son equipos comerciales que consisten de una serie de metales insertados en la tubería. Uno de los principales tipos de mezclador es el de elemento helicoidal (figura 9.19a) que se utiliza principalmente con líquidos viscosos y pastas. Cada uno de los elementos, que ocupa de 1 a 1.5 diámetros de longitud en la tubería, divide la corriente en dos, al hacerlo girar un ángulo de 180° y lo descarga en el elemento siguiente, el cual está colocado formando un ángulo de 90° con el borde trasero del primer elemento. El segundo elemento divide de nuevo la corriente ya dividida y la gira 180° en sentido contrario. Sucesivamente los otros elementos subdividen la corriente hasta las estrificaciones más delgadas que el proceso de mezcla puede realizar por difusión molecular.

El número recomendado de elementos helicoidales es de 6 para $Re = 100$ hasta 1000, de 12 para $Re = 10$ hasta 100, y de 18 para $Re < 10$. Se requieren muchos elementos para los líquidos muy viscosos debido a la baja difusividad molecular. La caída de presión por unidad de longitud es aproximadamente seis veces más que en las tuberías vacías cuando $Re < 10$, pero aumenta hasta aproximadamente 50 o 100 veces más que en las tuberías vacías cuando $Re = 2000$.³⁴

Otro tipo de mezclador estático, usado para gases y líquidos de baja viscosidad, es el mezclador de vórtice turbulento que aparece en la figura 9.19b. Cada elemento en este mezclador tiene cuatro orejetas salientes en cada ángulo dentro de la tubería. Los vórtices longitudinales contrarrotantes están formados en las estelas de las orejetas, proporcionando una mezcla eficiente de los líquidos o gases después de sólo dos o cuatro elementos. La caída de presión por unidad de longitud es de 25 a 40 veces el valor para las tuberías vacías cuando el $Re = 10^4$ hasta 10^5 , pero ya que sólo son requeridos unos pocos elementos, la caída de presión global no es grande.

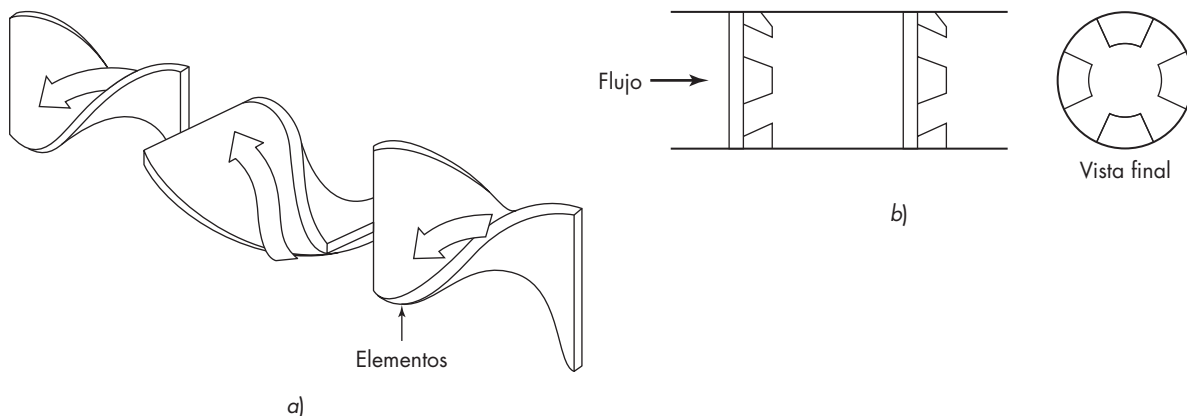


FIGURA 9.19

Mezcladores estáticos: a) elementos de un mezclador con elemento helicoidal; b) mezclador de vórtice turbulento.

SUSPENSIÓN DE PARTÍCULAS SÓLIDAS

Las partículas sólidas se suspenden en líquidos con muchos fines, tales como producir una mezcla homogénea para alimentación a una unidad de proceso, para disolver los sólidos, para catalizar una reacción química o para promover el crecimiento de un producto cristalino en una solución sobresaturada. La suspensión de sólidos en un tanque agitado es en cierto modo análoga a la fluidización de sólidos con líquidos, que se estudió en el capítulo 7, donde las partículas se separan y mantienen en movimiento por medio del fluido que pasa sobre ellas. Sin embargo, el patrón del flujo de fluidos creado por el agitador tiene regiones de flujo horizontal, ascendente y descendente, y para mantener los sólidos en suspensión en el tanque, generalmente se requieren velocidades medias del fluido mucho mayores que las que harían falta para fluidizar los sólidos en una columna vertical.

Grados de suspensión

Cuando los sólidos están suspendidos en un tanque agitado, existen diferentes formas para definir la condición de suspensión. Diferentes procesos requieren distintos grados de suspensión, y es importante utilizar la definición y correlación apropiadas en los problemas de diseño o escalamiento. A continuación, se presentan los grados de suspensión atendiendo al aumento tanto de la uniformidad de la suspensión como del consumo de potencia inicial.

Suspensión prácticamente completa con fileteado. La mayor parte del sólido está suspendido en el líquido, con un pequeño porcentaje de partes fileteadas estacionarias de sólido en la periferia exterior del fondo o de otras partes del tanque. La existencia de una pequeña cantidad de sólidos que no están en movimiento puede permitirse en un tanque de alimentación de una unidad de proceso, toda vez que estas partes fileteadas de sólidos no crecen de espesor ni se aglomeran.³⁶ La presencia de fileteado es indeseable para la cristalización o para una reacción química.

Movimiento completo de las partículas. Todas las partículas o bien están suspendidas, o se mueven a lo largo del fondo del tanque. Las partículas que se mueven a lo largo del fondo del tanque tienen un coeficiente de transferencia de masa mucho menor que las partículas suspendidas, lo cual afecta el funcionamiento de la unidad.²⁰

Suspensión completa o suspensión completa fuera del fondo. Todas las partículas están suspendidas fuera del fondo del tanque o bien no permanecen sobre el fondo más que uno o dos segundos. Cuando se alcanza justamente esta condición, en general habrá gradientes de concentración en la suspensión y puede existir una región de líquido sin alta concentración de sólido (líquido claro) cerca de la parte superior del tanque. El gradiente en la concentración de sólido tendrá poco efecto sobre el funcionamiento de una unidad, tal como un tanque de disolución o un reactor químico, y el coeficiente de transferencia de masa no aumentará mucho más al aumentar la velocidad de giro del agitador.

Suspensión uniforme. Para velocidades del agitador considerablemente superiores a las que se requieren para obtener una suspensión completa, ya no hay líquido claro cerca

de la parte superior del tanque y la suspensión se hace uniforme. Sin embargo, todavía puede haber gradientes verticales de concentración, en especial si los sólidos tienen una amplia distribución de tamaños, y es preciso tener cuidado al tomar una muestra representativa del tanque.

Correlaciones para la suspensión

La suspensión completa de sólidos será conveniente para muchos fines, y las correlaciones desarrolladas para predecir las condiciones de suspensión han utilizado por lo general este criterio. Algunas de estas correlaciones se consideran aquí en conjunto con directrices para el escalamiento. Tenga presente que estas correlaciones proporcionan la condición de agitación mínima para la suspensión, y que los requerimientos para la dispersión de un gas, o buena transferencia de calor hacia un serpentín o un encamisado, conducen en algunos casos a mayor consumo de potencia inicial.

La facilidad con la que los sólidos se suspenden en un líquido depende de las propiedades físicas de las partículas y del líquido, así como de los patrones de circulación en el tanque. La velocidad límite de sedimentación libre de partículas se calcula utilizando la curva del coeficiente de arrastre (véase figura 7.3), como se mostró antes. Es más difícil suspender partículas que tienen una alta velocidad de sedimentación, pero no existen correlaciones sencillas entre esta velocidad y una velocidad característica en el tanque, tal como la velocidad en la punta del impulsor. El factor limitante es la velocidad del líquido cerca del fondo, donde el flujo es casi horizontal; y para obtener una suspensión completa, la velocidad en esta región debe ser, por lo general, muchas veces mayor que la velocidad de sedimentación. Debido a que es difícil medir o predecir la velocidad de distribución, los investigadores en general han medido la velocidad crítica de agitación para una suspensión completa y desarrollan ecuaciones empíricas para los diferentes agitadores.

La correlación de Zwietering⁵² se basa en los datos para cinco tipos de impulsores en seis tanques desde 6 in. hasta 2 ft de diámetro. La velocidad crítica de agitación se obtiene por la ecuación adimensional

$$n_c D_a^{0.85} = S v^{0.1} D_p^{0.2} \left(g \frac{\Delta \rho}{\rho} \right)^{0.45} B^{0.13} \quad (9.35)$$

donde n_c = velocidad crítica del agitador

D_a = diámetro del agitador

S = factor de forma

v = viscosidad cinemática

D_p = tamaño medio de la partícula

g = aceleración de la gravedad

$\Delta \rho$ = diferencia de la densidad

ρ = densidad del líquido

B = $100 \times$ peso del sólido/peso del líquido

En la tabla 9.4 se dan los valores típicos de S . Observe que para la misma relación de tamaño del impulsor y la relación de holgura (distancia entre los impulsores), la velocidad crítica es aproximadamente la misma para la turbina estándar y la paleta plana, y para el propulsor o hélice, S es ligeramente menor. Sin embargo, debido a las grandes

TABLA 9.4**Factor de forma S en la ecuación (9.35) para la velocidad crítica de agitación**

Tipo de impulsor	D_i/D_a	D_i/E	S
Turbina de seis palas	2	4	4.1
$D_a/W = 5$	3	4	7.5
$N_p = 6.2$	4	4	11.5
Paleta de dos palas	2	4	4.8
$D_a/W = 4$	3	4	8
$N_p = 2.5$	4	4	12.5
Hélice (propulsor) de tres palas	3	4	6.5
$N_p = 0.5$	4	4	8.5
	4	2.5	9.5

diferencias en el número de potencia N_p , la turbina toma aproximadamente el doble de la potencia que la paleta y de 15 hasta 20 veces la potencia del propulsor para alcanzar la suspensión completa de los sólidos. Con la turbina en posición normal, ligeramente menos de la mitad del flujo producido por el impulsor desciende a la pared (véase figura 9.12), y la velocidad media a lo largo del fondo del tanque es relativamente baja. El flujo total producido por un propulsor del mismo tamaño no es tan grande, pero está totalmente dirigido hacia abajo, dando grandes velocidades y velocidades de corte elevadas cerca del fondo. Si el único propósito de los agitadores es suspender los sólidos, conviene elegir un propulsor u otro impulsor de flujo axial tal como la turbina de pala inclinada, en vez de un impulsor de flujo radial. Sin embargo, tal vez se necesita una turbina estándar para una buena dispersión de gas o para alcanzar una velocidad de corte alta, y las correlaciones como la de la ecuación (9.35) se utilizan para revisar las condiciones requeridas para la suspensión de sólidos.

El exponente positivo para la viscosidad en la ecuación (9.35) es cuestionable, ya que la velocidad terminal es menor en fluidos más viscosos, y la velocidad no varía independientemente de las pruebas de Zwietering. Otros estudios^{7, 50} han mostrado una ligera disminución en la velocidad crítica, cuando la viscosidad se aumentó. Una ecuación teórica para la velocidad de agitación propuesta por Wichterle⁵⁰ predice que el exponente para la viscosidad, el tamaño de partícula y la diferencia de densidad cambian totalmente con el tamaño de la partícula e incluso pueden cambiar de signo. Su modelo se basa en comparar la velocidad terminal de la partícula y el producto del tamaño de la partícula y la velocidad de corte cerca del fondo del tanque. El modelo no toma en cuenta aún los efectos de la concentración de sólidos, y requiere medirse independientemente de las velocidades de corte, pero resulta útil en la interpretación de los datos existentes en el escalamiento.

Consumo de potencia (energía)

En el estudio de los procedimientos de escalamiento, todos los trabajadores reportan que a bajas velocidades de agitación se requiere suspender los sólidos en tanques grandes

si la similitud geométrica se mantiene. De cualquier manera, pequeñas diferencias en los exponentes para D_a en la ecuación para n_c puede conducir a grandes diferencias en los requerimientos de potencia, ya que la potencia por unidad de volumen P/V varía con $n^3 D_a^2$. En la figura 9.20 se dan algunos datos para las partículas de arena suspendidas en agua usando unas turbinas de pala inclinada de 45° (bombeo descendente). Algunos de los puntos mostrados se derivaron de observaciones directas, y otros fueron calculados a partir de correlaciones de otros autores para $D_p = 200 \mu\text{m}$, $D_a/D_t = \frac{1}{3}$, y $E/D_t = \frac{1}{4}$. Las líneas continuas muestran el intervalo de tamaños de los tanques utilizados, y las líneas punteadas son extrapolaciones. Las grandes diferencias en P/V pueden deberse parcialmente al criterio diferente para la suspensión completa o a las ligeras diferencias en la geometría.

En el estudio de Rao y colaboradores,⁴² n_c varía con $D_a^{-0.85}$, de acuerdo con Zwietering, y esto indica variaciones de P/V con $D_a^{-0.55}$ [el exponente es igual a $3 \times (-0.85) + 2]$. Se utilizó una turbina de seis palas con $W/D_a = 0.30$, y la suspensión se consideró completa si las partículas no permanecieron estacionarias sobre el fondo plano por más de dos segundos. Chudacek¹⁰ usó turbinas estrechas ($W/D_a = 0.20$) pero el mismo criterio de suspensión, y su correlación indica que P/V aumenta un poco con D_a . Sin embargo, también reportó condiciones para otros criterios, y para 98% de la suspensión completa, P/V era de 30 a 50% menos que los valores de la figura 9.20, y P/V disminuyó ligeramente a medida que D_a aumentaba. Las pruebas de Buurman y colaboradores⁸ se hicieron en

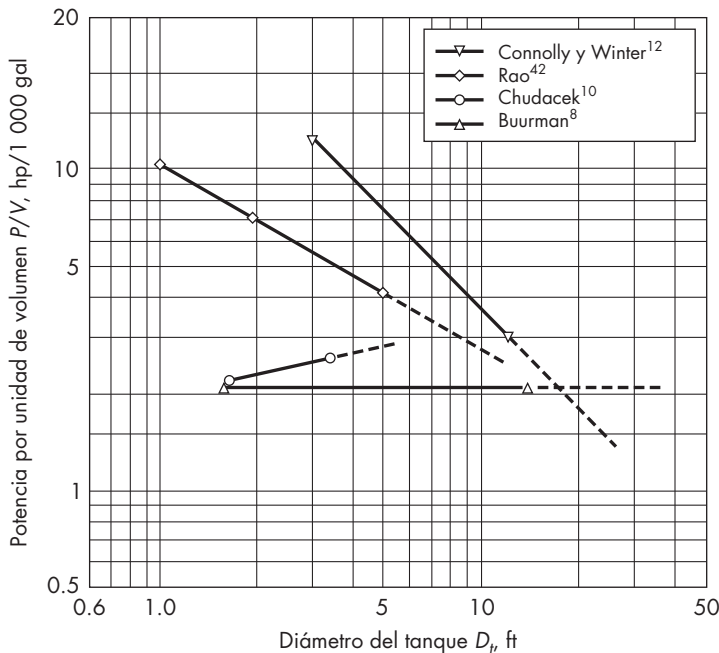


FIGURA 9.20

Potencia requerida para la suspensión completa de sólidos en tanques agitados utilizando turbinas de palas inclinadas.

tanques de fondo parabólico usando agitadores de cuatro palas con $W/D_a = 0.25$. Para medir la velocidad cercana al fondo, se utilizó un medidor ultrasónico Doppler, y la transición en la velocidad marcó suspensión completa. Estas pruebas mostraron que n_c varió con $D_a^{-2/3}$ y que P/V era independiente de D_a . La mayoría de los exponentes negativos para D_a en otros estudios fueron atribuidos a una escala incorrecta del espesor de la pala del agitador.

La dependencia más fuerte de P/V sobre D_a y los altos consumos de potencia fueron reportados por Connolly y Winter,¹² quienes recomendaban aplicar un torque (par de torsión) constante por unidad de volumen, lo cual es equivalente a hacer que nD_a sea constante y P/V proporcional a D_a^{-1} . Sin embargo, ellos no midieron la velocidad mínima del agitador, sólo mostraron que su criterio condujo a la suspensión casi uniforme en cada tanque. La potencia requerida para la suspensión uniforme es mayor que para una suspensión completa fuera del fondo, y la relación es mayor para tanques de tamaño pequeño. Buurman encontró la suspensión casi homogénea a $1.2n_c$ en un tanque de 14 ft, pero necesitaba de $1.9n_c$ para la uniformidad comparable en el tanque de 1.5 ft.

Si se obtiene la suspensión satisfactoria en un tanque pequeño, ya sea que se juzgue por observaciones visuales, las velocidades de las partículas, o las velocidades de transferencia de masa, la regla de escalamiento segura consiste en mantener la similitud geométrica y la potencia constante por unidad de volumen. Son frecuentemente recomendadas las relaciones $D_a/D_t = \frac{1}{3}$ y $E/D_t = \frac{1}{4}$, aunque algunos prefieren $D_a/D_t = 0.4$ para la suspensión de sólidos. La velocidad crítica puede reducirse por la disminución de la holgura, pero tal vez resulte difícil echar a andar el agitador si éste se encuentra en una capa de sólidos muy cerca del fondo.

EJEMPLO 9.4 Un tanque agitado de 6 ft (1.8 m) de diámetro que opera con una profundidad de líquido de 8 ft (2.44 m) se utiliza para preparar una suspensión de espatoflúor de malla 150 en agua a 70 °F. El sólido tiene una gravedad específica de 3.18, y la suspensión contiene 25% en peso de sólidos. El impulsor es una turbina de cuatro palas inclinadas de 2 ft (0.61 m) de diámetro colocado a 1.5 ft sobre el fondo del tanque. a) ¿Cuál es la potencia requerida para la suspensión completa? b) ¿Cuál es la velocidad crítica de agitación?

Solución

a) Utilice los datos de la figura 9.20 de Buurman *et al.*, corrigiendo las diferencias en las propiedades físicas y concentraciones de sólidos. Suponga que los exponentes de la ecuación (9.35) se aplican y que n_c varía con $D_p^{0.2} \Delta\rho^{0.45} B^{0.13}$:

	Arena	Espatoflúor
$D_p, \mu\text{m}$	200	104
$\Delta\rho, \text{g/cm}^3$	1.59	2.18
B	11.1	33.3

Cambiando en n_c :

$$\left(\frac{104}{200}\right)^{0.2} \left(\frac{2.18}{1.59}\right)^{0.45} \left(\frac{33.3}{11.1}\right)^{0.13} = 1.157$$

Cambiando en P :

$$(1.157)^3 = 1.55$$

De la figura 9.20, $P/V = 2.1$ hp/1 000 gal para arena. Para espatoflúor, $P/V = 2.1 \times 1.55 = 3.3$ hp/1 000 gal:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{4} \pi \times 6^2 \times 8 = 226.2 \text{ ft}^3 \\ 226.2 \times 7.48 &= 1\,692 \text{ gal} \\ P &= 3.3 \times \frac{1\,692}{1\,000} = 5.58 \text{ hp (4.16 kW)} \end{aligned}$$

b) $D_a = 2$ ft. De la tabla 9.2, para una turbina de cuatro palas, $K_T = N_p = 1.27$

$$\rho_m = \text{Densidad de la suspensión} = \frac{1}{0.25/3.18 + 0.75} = 1.207 \text{ g/cm}^3 = 75.2 \text{ lb/ft}^3$$

De la ecuación (9.12b)

$$\begin{aligned} n_c^3 &= \frac{Pg_c}{N_p \rho D_a^5} = \frac{5.58 \times 550 \times 32.17}{1.27 \times 75.2 \times 2^5} = 32.3 \\ n_c &= 3.18 \text{ r/s} \end{aligned}$$

OPERACIONES DE DISPERSIÓN

Cuando los sólidos están suspendidos en un líquido, tanto el tamaño como el área superficial de las partículas sólidas expuestas al líquido se fijan, así como el volumen total de los sólidos suspendidos. Sin embargo, a altas velocidades de corte, los aglomerados pueden romperse y con materiales frágiles o sensibles las mismas partículas se degradan, se reducen sus diámetros y se crea una nueva área superficial. Esto es especialmente importante en las fermentaciones y operaciones similares, en las cuales las células biológicas llegan a destruirse si las velocidades locales de corte en el tanque son demasiado altas.⁴⁰

En las operaciones de dispersión líquido-líquido y gas-líquido, el tamaño de las gotas o de las burbujas y el área de la superficie de contacto total entre las fases dispersa y continua varían con las condiciones y el grado de agitación. Consecuentemente es preciso crear un área nueva venciendo a las fuerzas de tensión de la superficie de contacto. Las gotas y las burbujas coalescen y se redispersan constantemente. En la mayor parte de las operaciones de dispersión gas-líquido, las burbujas ascienden a través de la masa global de líquido y escapan por la superficie, debiendo ser reemplazadas por otras nuevas.

En esta situación dinámica, el volumen de la fase dispersa que está retenida en la masa global de líquido es variable, dependiendo de la velocidad de ascenso de las burbujas y del flujo volumétrico de la alimentación. En la dispersión líquido-líquido, es posible que la retención dependa del aumento o disminución de la velocidad de las gotas dispersas, o es posible fijar la retención por la relación de dos fases en la alimentación. En las dispersiones gas-líquido y líquido-líquido, se utilizan promedios estadísticos para caracterizar el sistema, ya que la distribución de las gotas o el tamaño de las burbujas es el esperado, y la retención y el área de la superficie de contacto varían con la posición del tanque.

Características de la fase dispersa; diámetro medio

A pesar de estas variaciones, existe una relación básica entre la retención Ψ (la fracción de volumen de la fase dispersa existente en el sistema), el área de la superficie de contacto a por unidad de volumen, y el diámetro de las burbujas o gotas D_p . Si el volumen total de la dispersión se toma como la unidad, el volumen de la fase dispersa es, por definición, Ψ . Sea N el número de gotas o burbujas en este volumen. Si todas las gotas o burbujas fuesen esferas de diámetro D_p , su volumen total estaría dado por

$$\frac{\pi N D_p^3}{6} = \Psi \quad (9.36)$$

El área superficial total de las gotas o burbujas contenidas en este volumen sería

$$\pi N D_p^2 = a \quad (9.37)$$

Dividiendo la ecuación (9.37) entre la ecuación (9.36) y reordenando se obtiene

$$a = \frac{6\Psi}{D_p} \quad (9.38)$$

El área de la superficie de contacto por unidad de dispersión es proporcional a la retención e inversamente proporcional al tamaño de la gota. Por lo general, se desea una gran área para proporcionar altas velocidades de transferencia de masa o reacción. Para contar con una distribución de los tamaños de las gotas, se utiliza un diámetro medio equivalente $\bar{D}_s$ basado en el volumen total y el área total de la fase dispersa. El diámetro $\bar{D}_s$ es el diámetro medio de superficie-volumen (diámetro medio Sauter), y se calcula a partir de la ecuación (7.23) si se conoce la distribución del tamaño de la gota. Si el área de la superficie de contacto y la retención se miden independientemente, el tamaño medio de la gota puede determinarse empleando la ecuación (9.39).

$$\bar{D}_s = \frac{6\Psi}{a} \quad (9.39)$$

Dispersiones líquido-líquido

Se pueden usar varios tipos de equipos para dispersar un líquido, por ejemplo, benceno, en un líquido no miscible tal como el agua. Un tanque de agitación, o un mezclador en línea, puede producir gotas de un rango de tamaños desde 0.05 a 1.0 mm. Estas dispersiones líquido-líquido presentan una gran área interfasial, pero no son estables, pues las gotas se asentarán (o elevarán) y aglutinarán en ausencia de agitación. Se pueden formar emulsiones estables de gotas muy pequeñas en molinos coloidales u otros dispositivos de alto esfuerzo cortante cuando se halla presente un surfactante que evita la aglutinación (véase capítulo 28).

En un tanque agitado, el tamaño medio de la gota depende del balance entre el rompimiento de grandes gotas en regiones de altos esfuerzos y gotas coalescentes en regiones de bajos esfuerzos. El esfuerzo cortante en la superficie de la gota tiende a deformar a la misma, y la deformación se resiste por la tensión en la superficie de contacto y la viscosidad de la fase dispersa. Un importante grupo adimensional es el número de Weber, representado por We , el cual para un tanque agitado es la relación de la energía cinética del fluido en la punta del impulsor a un esfuerzo de tensión de superficie basada en D_a

$$We = \frac{\rho_c (nD_a)^2}{\sigma/D_a} = \frac{\rho_c n^2 D_a^3}{\sigma} \quad (9.40)$$

donde ρ_c = densidad de la fase continua

σ = tensión en la superficie de contacto

Otras definiciones del número de Weber han sido utilizadas en otras situaciones.

Una de varias correlaciones propuestas para la dispersión de los líquidos en turbinas estándar de seis palas es³¹

$$\frac{\bar{D}_s}{D_a} = 0.058(1 + 5.4\Psi)We^{-0.6} \quad (9.41)$$

El término $1 + 5.4\Psi$ refleja el aumento en la frecuencia de la coalescencia con el aumento de la concentración de las gotas. La ecuación (9.41) se basa en los datos para la dispersión de los líquidos de baja viscosidad en tanques pequeños. Cuando la fase dispersa es bastante viscosa, produce grandes gotas, debido a que la gota viscosa resiste la deformación. Un factor de corrección $(\mu_d/\mu_c)^{0.1}$ puede ser añadido a la ecuación (9.41) para una estimación aproximada de este efecto viscoso. No existen datos para tanques grandes, pero se deben esperar tamaños medios de gota más grandes, ya que el aumento de tiempo de circulación podría causar grandes oportunidades de coalescencia.

Los mezcladores estáticos pueden además utilizarse para hacer dispersiones líquido-líquido, y aproximadamente de 10 a 20 elementos en serie producen una dispersión en equilibrio. Considerando la energía de superficie de una gota y la energía disruptiva debida a las fluctuaciones de la velocidad turbulenta, $\bar{D}_s$ se predice para variar con una potencia fraccional del número de Weber y el factor de fricción²⁹

$$\frac{\bar{D}_s}{D} = CWe^{-0.6}f^{-0.4} \quad (9.42)$$

donde $We = \frac{\rho_c \bar{V}^2 D}{\sigma}$

D = diámetro de la tubería

$\bar{V}$ = velocidad promedio

f = factor de fricción = $\frac{D\Delta P}{2\rho_c \bar{V}^2 L}$

Los datos para las gotas de baja viscosidad dispersas en agua en pequeños mezcladores Kenics ($D = 0.5$ hasta 1.0 in.) pueden ajustarse a la ecuación (9.42) con $C = 0.35$.^{4,29} El factor de fricción era 0.42 para $Re = 10\,000$ hasta $20\,000$. Se formaron muchas gotas grandes cuando la viscosidad de la gota era de 20 hasta 200 cP, pero los datos están dispersos y los efectos del Re y Ψ son algo inciertos. Las pruebas en tuberías vacías dieron muchas veces valores para $\bar{D}_s$ para los mezcladores estáticos, lo que es consistente con la mayoría de los valores más bajos de f . Las distribuciones de tamaño de las gotas de los mezcladores son casi normales, y el tamaño máximo es aproximadamente $1.5 \bar{D}_s$.

En algunos casos, se requieren gotas casi uniformes de tamaño moderado, tales como cuando las gotas deben aumentar de nuevo el flujo del agua en una columna de extracción de rocío a contracorriente. Las gotas pueden formarse una a la vez desde los orificios o formarse por el rompimiento de un chorro de líquido. Para la formación lenta de una gota

desde un orificio circular sumergido, el diámetro de la gota se predice por la ecuación de la fuerza flotante neta sobre la gota al arrastre opuesto en el borde del orificio, el cual es proporcional a la tensión en la superficie de contacto.

$$F_b - F_g = g \frac{\pi D_o^3 \rho}{6} (\rho_c - \rho_d) = \pi D_o \sigma \quad (9.43)$$

donde F_b = fuerza flotante total
 F_g = fuerza de la gravedad
 D_o = diámetro del orificio
 ρ_d = densidad de la fase dispersa

Al reordenar la ecuación (9.43) se obtiene

$$\frac{D_p}{D_o} = \left(\frac{6\sigma}{g D_o^2 (\rho_c - \rho_d)} \right)^{1/3} \quad (9.44)$$

A velocidades muy bajas, las gotas formadas son ligeramente menores que lo predicho por la ecuación (9.44), debido a la pequeña cantidad de líquido que se queda atrás cuando la gota se separa.¹¹ A altas velocidades de flujo se forma un chorro, y el rompimiento de las gotas alrededor del diámetro del chorro se produce debido a la inestabilidad de Rayleigh. Los tamaños de las gotas bajo condiciones de chorro dependen de muchos factores y sólo es posible predecirlas de forma aproximada.^{26, 47}

EJEMPLO 9.5 Se dispersa ciclohexano en agua a 25 °C en un tanque con deflectores de 30 cm de diámetro con una profundidad normal de 35 cm. El agitador es una turbina estándar de seis palas de 10 cm de diámetro. a) Si la velocidad del agitador es de 6 r/s y la suspensión es de 8% en volumen de ciclohexano, calcule el consumo de potencia y la potencia por unidad de volumen, y estime el tamaño medio de las gotas. b) Si la mezcla de líquido se bombea a 1.2 m/s a través de mezcladores Kenics de elemento helicoidal de 2 cm de diámetro y que tiene 20 elementos, cada uno de 3 cm de largo, calcule el tamaño medio de las gotas y el consumo de potencia. El factor de fricción se considera como 0.42.

Solución

a) Para el ciclohexano,

$$\rho = 760 \text{ kg/m}^3$$

$$\sigma = 46 \text{ dina/cm} = 46 \times 10^{-3} \text{ N/m}$$

Para la mezcla,

$$\rho = 0.08(760) + 0.92(1000) = 981 \text{ kg/m}^3$$

$$D_a = 0.1 \text{ m}$$

$$n = 6 \text{ s}^{-1}$$

Suponga que la viscosidad del agua a 25 °C = 0.09 cP = $9 \times 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}$.

$$\text{Re} = \frac{D_a^2 n \rho}{\mu} = \frac{0.1 \times 6 \times 981}{9 \times 10^{-4}} = 6.54 \times 10^5$$

De la tabla 9.2 $N_p = 5.75$, y de la ecuación (9.22),

$$P = 5.75 \times 6^3 \times 0.1^5 \times 981 = 12.2 \text{ W}$$

El volumen del tanque $V = \pi \times 0.3^2 \times 0.35/4 = 2.47 \times 10^{-2} \text{ m}^3$, y

$$\frac{P}{V} = \frac{12.2 \times 10^{-3}}{2.47 \times 10^{-2}} = 0.494 \text{ kW/m}^3 \text{ o } 2.50 \text{ hp/1 000 gal}$$

Esto es una agitación moderadamente vigorosa. Para encontrar el tamaño de la gota,

$$\text{We} = \frac{\rho_c n^2 D_a^3}{\sigma} = \frac{1000 \times 6^2 \times 0.1^3}{46 \times 10^{-3}} = 783$$

De la ecuación (9.41), para $\psi = 0.08$,

$$\frac{\bar{D}_s}{D_a} = \frac{0.058[1 + (5.4 \times 0.08)]}{783^{0.6}} = 1.52 \times 10^{-3}$$

Entonces $\bar{D}_s = 1.5 \times 10^{-4} \text{ m}$, o 0.15 mm

b) Para los mezcladores Kenics, $\bar{V} = 1.2 \text{ m/s}$ y $f = 0.42$. Entonces

$$\text{We} = \frac{1000 \times 1.2^2 \times 0.02}{46 \times 10^{-3}} = 626$$

De la ecuación (9.42),

$$\frac{\bar{D}_s}{D} = \frac{0.35}{626^{0.6} \times 0.42^{0.4}} = 1.04 \times 10^{-2}$$

$$\bar{D}_s = 1.04 \times 10^{-2} \times 0.02 = 2.1 \times 10^{-4} \text{ m o } 0.21 \text{ mm}$$

El volumen real de $\bar{D}_s$ puede ser mayor debido al efecto de ψ que no se toma en cuenta.

Para los mezcladores Kenics, la longitud $L = 20 \times 0.03 = 0.6 \text{ m}$. La caída de presión, de la ecuación (5.9), es

$$\Delta p = \frac{2 \times 0.42 \times 1.2^2 \times 981 \times 0.6}{0.02} = 3.56 \times 10^4 \text{ Pa o } 5.16 \text{ lb}_f/\text{in.}^2$$

La pérdida de energía (potencia consumida) es igual a la velocidad de flujo volumétrico q por la caída de presión.

$$P = q\Delta p = \frac{\pi \times 1.2 \times 0.2^2}{4} \times 3.56 \times 10^4 = 13.4 \text{ W o } 0.0134 \text{ kW}$$

El volumen del mezclador es

$$V = \frac{\pi \times 0.2^2 \times 0.6}{4} = 1.884 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

La potencia consumida por unidad de volumen es entonces

$$\frac{P}{V} = \frac{0.0134}{1.884 \times 10^{-4}} = 71.1 \text{ kW/m}^3 \text{ o } 360 \text{ hp/1 000 gal}$$

Aunque la potencia total requerida no es alta, la potencia consumida por unidad de volumen en el mezclador Kenics es mucho mayor que el valor medio para el tanque agitado. Sin embargo, la velocidad de disipación de la energía local cerca del impulsor en el tanque, es mucho mayor que la media para el tanque.

Dispersiones gas-líquido

Un gas se dispersa en un líquido pasando a través de un distribuidor con múltiples orificios, una cerámica porosa o placa de metal, o una tubería abierta que descarga gas directamente debajo del impulsor de una turbina. A velocidades del gas muy bajas, las burbujas pueden formarse una a la vez en un orificio en las cercanías del líquido estacionario, y el tamaño de la burbuja puede predecirse a partir de la ecuación (9.44). Sin embargo, para muchas aplicaciones, se utilizan velocidades de gas de moderadas a altas para aumentar la retención y el área de la superficie de contacto del gas. Las burbujas entonces interactúan, y el tamaño medio y el área dependen de las velocidades de coalescencia y redispersión, las cuales están influidas por el nivel de turbulencia, así como por las propiedades físicas del sistema.

Cuando un gas se dispersa dentro de un líquido puro en un tanque agitado, se forman pequeñas burbujas en la región de corte elevado cerca de la punta del impulsor, pero coalescen rápidamente en regiones de corte bajo, lejos del impulsor. El tamaño medio de la burbuja para el aire en agua está por lo general en el intervalo de 2 a 5 mm, mucho mayor que los que se proporcionan en la ecuación (9.41) para las dispersiones líquido-líquido. El área de la superficie de contacto a (la cual es más importante que el tamaño medio) aumenta con la potencia friccional de la velocidad de disipación de la energía y la velocidad superficial, y es mayor para sistemas con baja tensión en la superficie de contacto. Muchas ecuaciones de los siguientes tipos se han propuesto, pero no existe un acuerdo sobre los exponentes y las constantes, y la ecuación (9.45) se proyecta para mostrar sólo los efectos aproximados de esas variables:

$$a = \frac{C(P/V)^{0.4} \bar{V}_s^{0.5}}{\sigma^{0.6}} \quad (9.45)$$

En soluciones electrolíticas, soluciones de multicomponentes no iónicos y soluciones con inclusive una pequeña cantidad de impureza de superficie activa, la coalescencia de burbujas puede ser muy retardada. El tamaño medio de la burbuja en un tanque agitado es entonces más pequeño que el que existe en los líquidos puros, y la diferencia en el área de superficie puede ser amplia. Para sistemas particulares, tales como el aire con soluciones de sulfito de sodio, las correlaciones semejantes a la ecuación (9.45) se han presentado, pero en general no existen correlaciones satisfactorias. Es posible obtener datos experimentales para cada nuevo sistema, y las ecuaciones tales como la ecuación (9.45) se utiliza como guía para el escalamiento. Algunas generalizaciones que pueden hacerse son que los efectos de P/V y $\bar{V}_s$ con sistemas coalescentes son mayores que con los líquidos puros, y que el área a una velocidad de disipación de potencia dada es aproximadamente la misma si se utiliza una tubería de admisión, un distribuidor o un disco sinterizado para introducir el gas.

Efecto de flujo de gas sobre el consumo de potencia. La potencia consumida por un impulsor de turbina que dispersa un gas es menor que el correspondiente a la figura 9.13 sólo para la agitación de líquidos. La relación entre la potencia requerida cuando el gas está presente y la del líquido cuando está solo, depende principalmente de la velocidad superficial del gas y, en cierto grado, de la velocidad del impulsor el tamaño del tanque, diseño y diámetro del impulsor, y de las propiedades del líquido.²¹ En la figura 9.21 se

muestran algunos datos para la dispersión del aire en el agua con turbinas estándar de seis palas $D_a/D_t = \frac{1}{3}$. La potencia relativa P_g/P_0 cae rápidamente hasta 0.5 o 0.6 a una velocidad de 10 mm/s y entonces disminuye lentamente hasta menos de 0.3 a una velocidad de 90 mm/s. El trabajo de Pharamond y colaboradores⁴¹ muestra que la potencia relativa es casi independiente de la velocidad de agitación en la región de baja velocidad donde $P_g/P_0 > 0.5$. La potencia relativa es aproximadamente de 10 a 15% mayor para $D_t = 1.0$ m que para D_t de 0.48 o 0.29 m, pero no existen datos que muestren si esto tiende a continuar para tanques más grandes.

El estudio de Dickey¹⁴ cubre los altos intervalos de las velocidades de los gases, y en esta región la potencia relativa generalmente disminuye con el aumento de la velocidad de agitación, así como con el aumento de la velocidad del gas. Este trabajo y otros^{6, 28, 41} muestran que P_g varía con la velocidad del agitador elevada a una potencia de aproximadamente 2.1 a 2.9 comparada con la potencia de 3.0 para los líquidos. El exponente para la velocidad del agitador depende de la velocidad del gas y otras variables, y no están disponibles correlaciones simples. En esta región de altas velocidades del gas, P_g/P_0 también depende de la relación del diámetro del impulsor al tamaño del tanque. Para $D_a/D_t = 0.4$ (los datos no se muestran aquí), los valores de P_g/P_0 son más bajos en aproximadamente 0.03 a 0.10 que aquéllos para $D_a/D_t = 0.33$. El efecto principal de usar un impulsor grande es que grandes volúmenes de gas pueden dispersarse a una velocidad de agitación dada.

Los resultados para el consumo de potencia relativa con frecuencia se presentan como una función de un número de aireación adimensional $N_{Ae} = q_g/nD_a^3$, donde q_g es el flujo total de gas y nD_a^3 es una medida de la velocidad de flujo del líquido desde el impulsor. Los datos de la figura 9.21 se regrafican de esta forma en la figura 9.22. Las curvas en la figura 9.22 son más anchas porque el aumento de N_{Ae} debido al incremento del flujo de gas q_g conduce a bajos valores de P_g/P_0 ; pero incrementan N_{Ae} disminuyendo la velocidad del impulsor, n tiene el efecto opuesto. Este tipo de gráfico permite la inclusión de

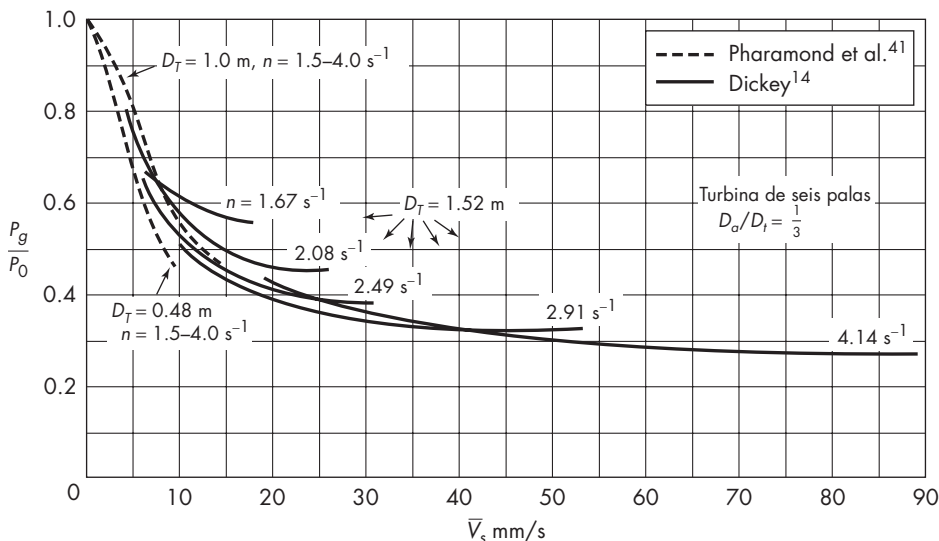


FIGURA 9.21

Consumo de potencia en tanques agitados con turbinas.

datos publicados para los cuales los valores de n , D_a y V_s no están disponibles. La línea punteada en la figura 9.22 es para el impulsor CD-6 que tiene seis fuertes palas curvadas con el lado cóncavo hacia delante. Las condiciones de la prueba no están especificadas, pero es evidente que el impulsor CD-6 da una caída pequeña en el consumo de potencia sobre la gasificación que producen las turbinas estándar.

Los datos que se presentan en las figuras 9.21 y 9.22 son para aire y agua pero es posible utilizarlos para otros sistemas si el cambio en las propiedades físicas no es muy grande. Un aumento cuádruple en la viscosidad y una reducción de 40% en la tensión de superficie no tuvieron un efecto significativo sobre P_g/P_0 , pero la potencia relativa fue de 10 a 20% más baja con una solución de Na_2SO_4 , en la cual las burbujas eran más pequeñas debido a la coalescencia reducida.²¹

La disminución de la potencia con gasificación no sólo afecta a la densidad media más baja de la dispersión gas-líquido, puesto que la retención del gas es generalmente de 10% o menor cuando P_g/P_0 se reduce hasta 0.5. La disminución en la potencia se asocia con la formación de bolsas de gas atrás de las palas de las turbinas.⁴⁷ Las burbujas se capturan en el campo centrífugo de los vórtices que se forman detrás de los bordes horizontales de las palas, y la coalescencia conduce a grandes cavidades que interfieren con el flujo normal del líquido.

El cambio en la disipación de la potencia con gasificación debe permitirse en el diseño de unidades grandes. El uso de un agitador elegido para manejar el torque (par de torsión) para un sistema gaseoso, puede sobrecargarse si el sistema opera ocasionalmente sin flujo de gas, y es probable que se requiera de un impulsor de doble velocidad. Además, un buen funcionamiento a veces requiere de una disipación de potencia constante por unidad de volumen, y el escalamiento puede conducir a diferentes valores de $\bar{V}_s$ y P_g/P_0 .

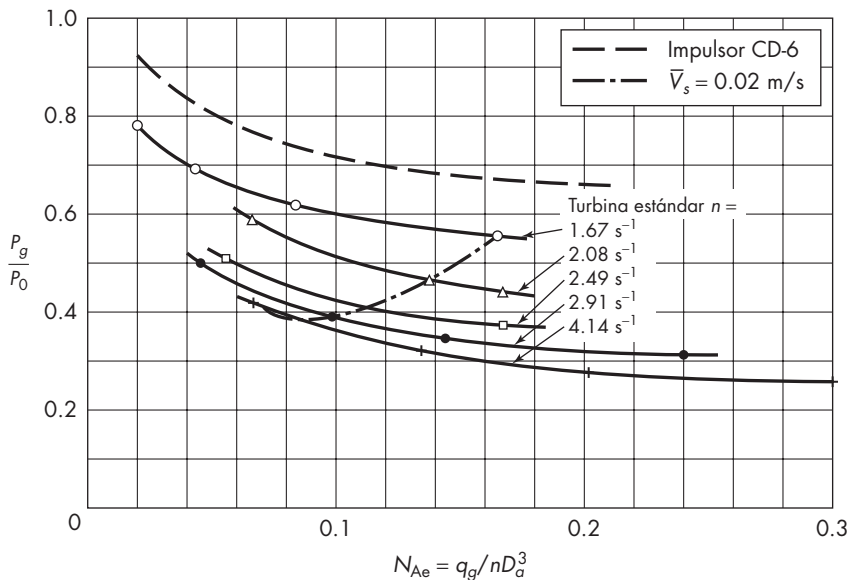


FIGURA 9.22

Consumo relativo de potencia en tanques agitados contra el número de aireación N_{Ae} .

Capacidad de manejo del gas e inundación de impulsores de turbina. Si la entrada de gas en un tanque agitado con turbina aumenta de manera progresiva, el impulsor eventualmente se inunda y no dispersa el gas de manera efectiva. El punto de inundación no es una transición distinta de la que existe en una columna empacada, y se han propuesto varios criterios para la inundación. Una definición de inundación basada en la inspección visual es que ésta ocurre cuando la mayoría de las burbujas aumentan verticalmente entre las palas de la turbina en lugar de las que están dispersas radialmente desde las puntas de las palas.¹⁴ La velocidad crítica del gas para la transición de $\bar{V}_{s,c}$ resultó proporcional a la potencia por unidad de volumen disipada por el agitador, con un ligero efecto en el tamaño del tanque. Las siguientes ecuaciones adimensionales se obtuvieron de los datos para tanques de 1.54 y 0.29 m de diámetro y velocidades hasta de 75 mm/s:

$$\bar{V}_{s,c} = 0.114 \left(\frac{P_g}{V} \right) \left(\frac{D_t}{1.5} \right)^{0.17} \quad (9.46)$$

En la ecuación (9.46), P_g/V está en kW/m³, D_t en m, y $\bar{V}_{s,c}$ en m/s. Si $\bar{V}_{s,c}$ se fija por el diseño de los requerimientos de escalamiento, esta ecuación se utiliza para predecir el consumo inicial de potencia, ya que la transición a la inundación ocurrirá cuando la velocidad del agitador se reduzca por debajo del valor crítico.

Una correlación alterna para las turbinas estándar especifica el número de aireación al cual ocurre la inundación²

$$N_{Ae,f} = 30 \text{ Fr} \left(\frac{D_a}{D_t} \right)^{3.5} \quad (9.47)$$

donde $\text{Fr} = n^2 D_a / g$. Utilizando la definición de N_{Ae} , la ecuación (9.47) se reordena para quedar

$$\bar{V}_{s,c} = \frac{120}{\pi g} \left(n^3 D_a^2 \right) \left(\frac{D_a}{D_t} \right)^{5.5} \quad (9.48)$$

Puesto que la potencia por unidad de volumen para tanques geoméricamente similares es proporcional a $n^3 D_a^2$, el efecto del consumo de potencia sobre $\bar{V}_{s,c}$ es acorde con la ecuación (9.46). Sin embargo, la ecuación (9.48) indica una ventaja de utilizar impulsores grandes. Cuando D_a/D_t es $\frac{1}{2}$ en vez que $\frac{1}{3}$, existe un aumento predicho de 2.76 veces en $\bar{V}_{s,c}$ a P_g/V constante.

Incluso altos valores de $\bar{V}_{s,c}$ (o bajos valores de P_g/V para un $\bar{V}_{s,c}$ dado) pueden obtenerse utilizando turbinas de disco cóncavo. Para las turbinas CD-6, la capacidad de inundación² se calcula empleando la ecuación (9.47) con una constante de 70, o la ecuación (9.48) con una constante de 280.

Otro estudio de la dispersión del gas con turbinas de disco cóncavo cubrió un intervalo de 10^4 de volúmenes de tanques y mostró que la potencia requerida para evitar la inundación disminuye con el volumen del tanque elevado a una potencia de $\frac{1}{12}$ o con el diámetro del tanque elevado a una potencia de -0.25 .⁴⁹ Esto está razonablemente de acuerdo con la potencia de -0.17 indicada en la ecuación (9.46) y señala que la ecuación (9.48), no muestra efecto por el tamaño del tanque, puede ser bastante conservadora para escalamientos mayores.

SELECCIÓN DEL AGITADOR Y ESCALAMIENTO

Selección del mezclador

No existe necesariamente una relación directa entre el consumo de potencia y la cantidad o grado de mezclado. Cuando un líquido de baja viscosidad se arremolina alrededor de un tanque con deflectores, las partículas pueden seguir trayectorias circulares indefinidamente y mezclarse poco o nada. Casi nada de la energía suministrada se utiliza para el mezclado. Si se añaden los deflectores, el mezclado se vuelve rápido; una fracción grande de la energía se emplea para el mezclado y relativamente menos para la circulación.

Cuando el tiempo de mezclado es un factor importante, el mejor mezclador es aquel que mezcle en el tiempo requerido con la menor cantidad de potencia. En muchos casos un corto tiempo de mezclado es deseable, pero no esencial, y el tiempo de mezclado es un factor que hay que considerar en el costo de energía para el mezclado y el costo capital del mezclador. Para mezclar reactivos en un tanque de alimentación o una mezcla de producto a partir de diferentes lotes en un tanque de almacenamiento, se podría utilizar un mezclador relativamente pequeño, incluso si se requiere de varios minutos para el mezclado completo.

Escalamiento

El principal problema en el diseño de un agitador es el escalamiento a partir de un agitador de laboratorio o planta piloto hasta una unidad de escalamiento completa. El escalamiento de los tanques para la suspensión de sólidos ya se ha considerado. Para el escalamiento en algunos otros problemas se dispone de correlaciones generalizadas como las que se muestran en las figuras 9.13 a 9.17. En muchos otros problemas no se dispone de correlaciones adecuadas; para estas situaciones se han propuesto varios métodos de escalamiento, todos ellos basados en la semejanza geométrica entre el equipo de laboratorio y la planta de proceso. Sin embargo, no siempre es posible tener tanques grandes y pequeños semejantes geométricamente. Además, incluso cuando se obtenga semejanza geométrica, no ocurre lo mismo con la semejanza dinámica y cinemática, de forma que los resultados para el escalamiento no siempre son predecibles por completo. Como ocurre en la mayoría de los problemas de ingeniería, el diseñador debe apoyarse en su criterio y experiencia.

El consumo de potencia en tanques grandes puede predecirse con exactitud a partir de las curvas de N_p contra Re , como las que se presentan en las figuras 9.13 y 9.14. Tales curvas están disponibles en la bibliografía publicada, o pueden desarrollarse a partir de estudios en planta piloto utilizando tanques pequeños del diseño propuesto. Con líquidos de baja viscosidad, la cantidad de potencia consumida del impulsor por unidad de volumen del líquido se ha utilizado como una medida de la efectividad del mezclado, con base en el razonamiento de que un incremento en la cantidad de potencia conduce a un grado más alto de turbulencia y, esto en consecuencia, conduce a un mejor mezclado. Los estudios experimentales han puesto de manifiesto que esto, por lo menos de forma aproximada, se cumple. Para un determinado mezclador, la potencia consumida se relaciona directamente con la velocidad de solución del gas o con la velocidad de ciertas reacciones, tales como las oxidaciones, que dependen del contacto íntimo de ambas fases. En una forma cualitativa aproximada, puede decirse que de $\frac{1}{2}$ a 1 hp por cada 1 000 gal

de un líquido poco viscoso da una agitación “moderada”; de 2 a 3 hp por 1 000 gal producen una agitación “vigorosa”, y de 4 a 10 hp por 1 000 gal provocan una agitación “intensa”. Estas cifras se refieren a la potencia comunicada en realidad al líquido y no incluyen la potencia utilizada en las unidades de reducción de un engranaje impulsor o en hacer girar el eje del agitador en los cojinetes y las cajas prensaestopas. El diseño del agitador en el ejemplo 9.3 necesitaría aproximadamente $1\frac{1}{2}$ hp por 1 000 gal de líquido y será capaz de proveer una agitación más bien moderada. (Observe que 5 hp por 1 000 gal es equivalente a 1.0 kW/m^3 .)

La relación óptima del diámetro del impulsor con el diámetro del tanque para una potencia inicial dada, es un factor importante en el escalamiento. La naturaleza del problema de la agitación influye muy fuerte en esta relación: para algunos propósitos el impulsor deberá ser pequeño en comparación con el tamaño del tanque; mientras que para otros deberá ser grande. Por ejemplo, para dispersar un gas en un líquido, la relación óptima⁴⁴ es aproximadamente 0.25; para poner dos líquidos inmiscibles en contacto, como en el caso de tanques de extracción líquido-líquido, la relación óptima³⁹ es 0.40. Para algunas operaciones de mezcla la relación será de 0.6 o incluso superior. En cualquier operación dada, ya que la potencia inicial se mantiene constante, cuanto menor sea el impulsor mayor será su velocidad. En general, las operaciones que dependen de grandes gradientes de velocidad, en vez de elevadas velocidades de circulación, se realizan mejor utilizando impulsores pequeños de alta velocidad, como es el caso de la dispersión de gases. Para las operaciones que dependen de altas velocidades de circulación más que de pronunciados gradientes de velocidad, conviene utilizar un impulsor grande que gira lentamente.

Cuando la potencia por unidad de volumen es constante y se mantiene la semejanza geométrica en el escalamiento, la velocidad del impulsor cambia con $D_a^{-2/3}$, como se muestra a continuación. Los términos dentro de los corchetes son todos constantes, así que $n^3 D_a^2$ debe ser constante. La potencia por unidad de volumen es

$$\frac{P}{V} = \frac{N_P n^3 D_a^5 \rho}{(\pi/4) D_t^2 H} = \left[\frac{4 N_P \rho}{\pi} \left(\frac{D_a}{D_t} \right)^2 \left(\frac{D_a}{H} \right) \right] n^3 D_a^2 \quad (9.49)$$

Entonces

$$\frac{n_2}{n_1} = \left(\frac{D_{a1}}{D_{a2}} \right)^{2/3} \quad (9.50)$$

La disminución de la velocidad del impulsor en el escalamiento a P/V constante conduce a mayor tiempo de mezclado en tanques grandes. Por lo general es impráctico tratar de mantener un tiempo de mezclado constante, como se muestra en el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 9.6 Un recipiente en una planta piloto de 0.3 m de diámetro es agitado por medio de un impulsor tipo turbina de seis aspas de 0.1 m de diámetro. Cuando el número de Reynolds del impulsor es 10^4 , se halló que el tiempo de mezclado de dos líquidos miscibles es de 15 s. La potencia requerida es de 0.4 kW/m^3 de líquido. *a)* ¿Qué potencia se requerirá proporcionar al impulsor para obtener el mismo tiempo de mezclado en un recipiente de 1.9 m de diámetro?; *b)* ¿cuál sería el tiempo de mezclado en ese recipiente de 1.8 m de diámetro si la potencia alimentada por unidad de volumen fuera la misma de la del recipiente de la planta piloto?

Solución

a) Debido a que el número de Reynolds en el tanque de la planta piloto es grande, el término del número de Froude en la ecuación (9.31) puede no aplicarse, y la correlación en la figura 9.16 se utilizará en lugar de la complicada relación de la figura 9.17. De la figura 9.16, para números de Reynolds de 10^4 y superiores, el factor del tiempo de mezclado nt_T es constante; y ya que el tiempo t_T se considera constante, la velocidad n será la misma en ambos tanques.

En tanques geoméricamente semejantes, la potencia de entrada por unidad de volumen es proporcional a P/D_a^3 . Para elevados números de Reynolds, a partir de la ecuación (9.22)

$$\frac{P}{D_a^3} = K_T n^3 D_a^2 \rho$$

Para un líquido de densidad dada esto se convierte en

$$\frac{P}{D_a^3} = c_2 n^3 D_a^2$$

donde c_2 es una constante. A partir de esta relación potencia inicial por unidad de volumen en los dos tanques es

$$\frac{P_6/D_{a6}^3}{P_1/D_{a1}^3} = \left(\frac{n_6}{n_1}\right)^3 \left(\frac{D_{a6}}{D_{a1}}\right)^2 \quad (9.51)$$

Ya que $n_1 = n_6$,

$$\frac{P_6/D_{a6}^3}{P_1/D_{a1}^3} = \left(\frac{D_{a6}}{D_{a1}}\right)^2 = 6^2 = 36$$

La potencia por unidad de volumen requerida en el tanque de 6 ft es entonces $2 \times 36 = 72$ hp por 1 000 gal (14.4 kW/m^3). Esto es una cantidad de potencia imprácticamente grande para cederla en un líquido de baja viscosidad en un tanque agitado.

b) Si la potencia inicial por unidad de volumen es la misma en los dos tanques, ecuación (9.50)

$$\frac{n_6}{n_1} = \left(\frac{D_{a1}}{D_{a6}}\right)^{2/3}$$

Ya que nt_T es constante, $n_6/n_1 = t_{T1}/t_{T6}$, y

$$\frac{t_{T6}}{t_{T1}} = \left(\frac{D_{a6}}{D_{a1}}\right)^{2/3} = 6^{2/3} = 3.30$$

El tiempo de mezcla en el tanque de 6 ft sería $3.30 \times 15 = 49.5 \text{ s}$.

Aunque es impráctico alcanzar el mismo tiempo de mezcla en la unidad de escala completa como en el tanque de la planta piloto, un aumento moderado en el tiempo de mezcla en un tanque grande reduce los requerimientos de potencia en un nivel razonable. Tales cambios son con frecuencia necesarios en el escalamiento de equipos de agitación.

Escalamiento de líquidos no newtonianos. El aumento progresivo o escalamiento para líquidos no newtonianos es más complicado que para los newtonianos, pues la viscosidad aparente está afectada por la relación de deformaciones, que puede variar considerablemente de una región a otra del recipiente de mezclado. Con fluidos que se adelgazan al incrementar el esfuerzo cortante, tal como mezclas de polímeros y líquidos

biológicos, la viscosidad aparente es la menor cerca del impulsor, y más alta —a veces mucho más— cerca de la pared del recipiente, donde la velocidad del líquido puede ser baja o incluso despreciable. Esto ha llevado a usar el término “caverna” para designar a la región turbulenta, bien mezclada, alrededor del impulsor.

Wilkens *et al.*⁵¹ proporcionan una ecuación para predecir el diámetro de la caverna. También describen procedimientos de escalamiento progresivo para líquidos que cumplen la ley de la potencia, ya sean pseudoplásticos o dilatantes, basándose en el uso de números de Reynolds iguales, diámetros relativos iguales de la caverna, igual velocidad en el extremo de la propela, igual torque por unidad de volumen, igual velocidad en el seno del líquido, igual potencia por unidad de volumen, números de Froude iguales, e iguales tiempos de mezclado. Ante la falta de cualquier otro criterio obvio, ellos recomiendan que el escalamiento se base en igual potencia por unidad de volumen.

Escalamiento descendente

Tal como se vio en el ejemplo 9.6, sería impráctico mantener un tiempo de mezcla constante al escalar para un envase mucho más grande. Si el tiempo de mezclado es crítico, tal como a menudo lo es cuando tienen lugar reacciones muy rápidas, se debería usar un enfoque de escalamiento descendente.²¹ Se predice el tiempo de mezclado en el recipiente grande para una potencia de alimentación práctica; luego se efectúan pruebas en la pequeña unidad con una velocidad del agitador que dé el mismo tiempo de mezclado.

El enfoque de escalamiento descendente también se recomienda cuando la velocidad de transferencia de masa a gotas, burbujas o partículas sólidas suspendidas influye sobre la velocidad de reacción global o la selectividad en un sistema complejo. Los pequeños reactores de laboratorio se pueden operar de 100 a 200 hp/1 000 gal (20 a 40 kW/m³) para obtener velocidades de transferencia de masa muy altas, pero escalar la de potencia de alimentación constante por unidad de volumen (P/V) no sería práctico. Las condiciones de agitación en el reactor grande deberían elegirse tentativamente para dar una potencia de alimentación razonable y hacer pruebas en el reactor pequeño con una velocidad del agitador que dé el mismo P/V . Aun cuando esto puede dar una velocidad global de reacción más baja, es menos probable que se produzca un cambio en el comportamiento al escalar.

SÍMBOLOS

A_p	Área del cilindro barrido por las puntas de las palas del impulsor rodete, m ² o ft ²
a	Área de la superficie de contacto por unidad de volumen, m ⁻¹ o ft ⁻¹
B	Concentración de sólidos en suspensión [ecuación (9.35)]
C	Constante en la ecuación (9.42)
D	Diámetro de la tubería, m o ft; D_a , diámetro del impulsor; D_j , diámetro del chorro y de la boquilla; D_o , diámetro del orificio; D_p , diámetro de las partículas, gotas o burbujas; D_r , diámetro del tanque
$\bar{D}_s$	Diámetro medio volumen-superficie de gotas o burbujas, m o ft
E	Altura del impulsor por encima del fondo del tanque, m o ft
E_k	Energía cinética del fluido, J/m ³ o ft · lb _f /ft ³
Fr	Número de Froude, $n^2 D_a / g$
f	Factor de fricción, adimensional

f_t	Factor de tiempo de mezcla, adimensional, definido por la ecuación (9.31); f'_t , por la ecuación (9.33)
g	Aceleración de la gravedad, m/s ² o ft/s ²
g_c	Factor de proporcionalidad de la ley de Newton, 32.174 ft · lb/lb _f · s ²
H	Profundidad (o altura) del líquido en el tanque, m o ft
J	Anchura de los deflectores, m o ft
K	Constante en la ecuación (9.19)
K_L, K_T	Constantes en las ecuaciones (9.19) y (9.21), respectivamente
K'	Índice de consistencia del flujo de fluidos no newtonianos
k	Relación entre la velocidad tangencial del líquido en la punta de las palas y la velocidad de dicha punta
L	Longitud de las palas del impulsor o del mezclador estático, m o ft
N	Número de gotas o burbujas por unidad de volumen
N_{Ae}	Número de aireación, q_g/nD_a^3 ; $N_{Ae,f}$, en la inundación
N_P	Número de potencia, $P/n^3D_a^5\rho$; $N_{P,g}$, en el punto de redispersión del gas
N_Q	Número de flujo, q/nD_a^3 ; $N_{Q,g}$, en el punto de redispersión del gas
n	Velocidad de giro, r/s; velocidad crítica para la suspensión completa de sólidos
n'	Índice de comportamiento de flujo para fluidos no newtonianos
P	Potencia, kW o ft · lb _f /s; P_g , en la dispersión de un gas o en el punto de redispersión de un gas; P_0 , consumo de potencia en un líquido sin gas
p	Presión, N/m ² o lb _f /ft ²
q	Velocidad volumétrica de flujo, m ³ /s o ft ³ /s; q_B , flujo teórico que abandonan las palas del impulsor; q_T , velocidad del flujo total del líquido; q_e , arrastrado en el chorro; q_g , velocidad del flujo total del gas; q_0 , chorro que abandona la boquilla
Re	Número de Reynolds del agitador, nD_a^2P/μ ; Re_n , para líquido pseudoplástico, definido por la ecuación (9.25)
r	Distancia radial desde el eje del impulsor, m o ft
S	Factor de forma; $S_1 = D_a/D_i$; $S_2 = E/D_i$; $S_3 = L/D_a$; $S_4 = W/D_a$; $S_5 = J/D_i$; $S_6 = H/D_i$; también factor en la ecuación (9.35)
t_T	Tiempo de mezcla, s
u	Velocidad, m/s o ft/s; u_2 , velocidad en la punta de la pala del impulsor
V	Volumen, m ³ o ft ³
V'	Velocidad resultante, absoluta, en el impulsor, m/s o ft/s; V'_r , componente radial; V'_{r2} , componente radial de velocidad; V'_2 ; V'_{u2} , componente tangencial de velocidad; V'_2 ; V'_2 , velocidad real en las puntas de las palas del impulsor
$\bar{V}$	Velocidad media del líquido en la tubería, m/s o ft/s; $\bar{V}_s$, velocidad superficial del gas en el tanque agitado; $\bar{V}_{s,c}$, velocidad crítica en la inundación
W	Anchura del rodete, m o ft
We	Número de Weber, $D\rho\bar{V}^2/\sigma$ o $D_a^3n^2\rho_c/\sigma$
X	Distancia a partir de la boquilla del chorro, m o ft
y	Coordenada normal a la dirección de flujo

Letras griegas

α	Relación V'_2/u_2
β_2	Ángulo entre las puntas de las palas del impulsor y la tangente a la circunferencia

	trazada por fuera de la punta de las palas del impulsor; β'_2 , ángulo entre el vector de la velocidad relativa real del líquido y la tangente
Δp	Caída de presión, N/m ² o lb/ft ²
$\Delta \rho$	Diferencia de densidad, kg/m ³ o lb/ft ³
μ	Viscosidad absoluta, P o lb/ft · s; μ_a , viscosidad aparente del fluido no newtoniano; μ_c , viscosidad de la fase continua en la dispersión líquido-líquido; μ_d , de la fase dispersa
ν	Viscosidad cinemática, m ² /s o ft ² /s
ρ	Densidad, kg/m ³ o lb/ft ³ ; ρ_c , de la fase continua en la dispersión líquido-líquido; ρ_d , de la fase dispersa; ρ_m , de la suspensión líquido-sólido
σ	Tensión en la superficie de contacto, din/cm o lb/ft
Ψ	Fracción volumétrica de gas o retención de líquido en la dispersión, adimensional
ψ	Función

PROBLEMAS

- 9.1. Un tanque de 1.2 m de diámetro y 2 m de altura se llena hasta una altura de 1.2 m con un látex que tiene una viscosidad de 10 P y una densidad de 800 kg/m³. El tanque no tiene deflectores. Una hélice de tres palas de 360 mm de diámetro se instala en el tanque a 360 mm del fondo. El paso es 1:1 (diámetro de igual paso). El motor disponible desarrolla 8 kW. ¿Es el motor adecuado para mover este agitador a una velocidad de 800 rpm?
- 9.2. ¿Cuál es la máxima velocidad con la que el agitador del tanque descrito en el problema 9.1 puede girar si el líquido se sustituye por otro que tiene una viscosidad de 1 P y la misma densidad?
- 9.3. ¿Qué potencia se requiere para la operación de mezclado del problema 9.1 si se utiliza una hélice de 360 mm de diámetro girando a 15 r/s y se instalan cuatro placas deflectoras, cada una con 120 mm de ancho?
- 9.4. La hélice del problema 9.1 se sustituye por una turbina de seis palas de 400 mm de diámetro, y el fluido que se agita es un líquido pseudoplástico que sigue la ley de potencia con una viscosidad aparente de 15 P cuando el gradiente de velocidad es 10 s⁻¹. ¿A qué velocidad debe girar la turbina para proporcionar 1 kW/m³ de líquido? Para este fluido $n' = 0.75$ y $\rho = 950$ kg/m³.
- 9.5. Para un tanque de 4.5 ft provisto de placas deflectoras y una turbina de seis palas de 1.5 ft y una profundidad de líquido de 4.8 ft, se ha medido un tiempo de mezclado de 29 s. La velocidad de la turbina es de 75 rpm, y el fluido tiene una viscosidad de 3 cP y una densidad de 65 lb/ft³. Estime los tiempos de mezcla si un impulsor de un cuarto o de la mitad del diámetro del tanque se utilizarán con las velocidades elegidas para dar la misma potencia por unidad de volumen.
- 9.6. Un reactor de planta piloto, que es un modelo a escala de una unidad de producción, tiene un tamaño tal que 1 g cargado en el reactor de planta piloto equivale a 500 g del mismo material cargado en la unidad de producción. La unidad de producción tiene 2 m de diámetro y 2 m de altura y contiene un agitador de turbina de seis palas de 0.6 m de diámetro. Experimentalmente se encuentra la velocidad óptima del agitador en el reactor de la planta piloto a 330 rpm. a) ¿Cuáles son las dimensiones significativas de un reactor de planta piloto? b) Si la masa de reacción tiene las propiedades físicas del agua a 70 °C y la potencia inicial por

unidad de volumen ha de permanecer constante, ¿a qué velocidad deberá girar el impulsor en el reactor grande? c) ¿A qué velocidad puede girar si el tiempo de mezcla se mantiene constante? d) ¿A qué velocidad deberá girar si el número de Reynolds se mantiene constante? e) ¿Qué bases se recomiendan para el escalamiento? ¿Por qué?

- 9.7.** Un reactor de tanque agitado de 3 ft de diámetro con una turbina de palas rectas de 12 in. se ha utilizado en un reactor por lotes (batch) en el que el tiempo de mezcla de los reactantes que se cargan se considera crítico. Se han obtenido resultados satisfactorios con una velocidad del agitador de 400 rpm. La misma reacción se utiliza en un tanque de 7 ft de diámetro, para el cual se dispone de una turbina estándar de 3 ft. a) ¿Qué condiciones darían el mismo tiempo de mezcla en el tanque grande? b) ¿Cuál sería la variación porcentual de la potencia por unidad de volumen? Densidad $\rho = 60 \text{ lb/ft}^3$; viscosidad $\mu = 5 \text{ cP}$.
- 9.8.** Se utiliza una turbina de disco de seis palas ($D_a = 3 \text{ ft}$) para dispersar gas hidrógeno dentro de un reactor de suspensión que contiene linoleato de metilo a 90°C y $60 \text{ lb}_f/\text{in.}^2$ manométricas con 1% de partículas de catalizador suspendidas ($\bar{D}_s = 50 \mu\text{m}$, $\rho_p = 4 \text{ g/cm}^3$). El diámetro del reactor es de 9 ft y la altura es de 12 ft. La velocidad del flujo de gas es $1800 \text{ std ft}^3/\text{min}$. La viscosidad del aceite es 1.6 cP , y la densidad es 0.84 g/cm^3 a 90°C . El reactor está lleno de placas deflectoras. a) ¿Qué velocidad requiere el agitador para dar 5 hp/1000 gal durante la reacción? b) ¿Cuál es el consumo de potencia con flujo de gas sobre y sin flujo de gas?
- 9.9.** Para las condiciones del problema 9.8, calcule la potencia requerida para la suspensión completa del catalizador.
- 9.10.** Una suspensión al 15% de 20 a 28 mallas de piedra caliza en agua se mantiene en suspensión en un tanque de 20 ft de diámetro usando una turbina de seis palas de 45° . a) Si $D_a/D_t = \frac{1}{3}$ y $W/D_a = 0.2$, ¿cuál es la velocidad de agitación requerida? b) Calcule la velocidad de agitación y el requerimiento de potencia si $D_a/D_t = 0.4$.
- 9.11.** Una reacción en la cual el producto forma un sólido cristalino se ha estudiado en un reactor de planta piloto de 1 ft de diámetro equipado con una turbina de seis palas de 4 in. con palas curvadas. La velocidad del agitador es menor de 600 rpm, un depósito sólido se forma algunas veces en el fondo, y esta condición debe evitarse en el reactor comercial. La densidad del líquido es de 70 lb/ft^3 ; la viscosidad es de 3 cP . a) ¿Cuál es el consumo de potencia en el reactor pequeño, y cuál se recomienda para un reactor de 8000 gal si se conserva la semejanza geométrica? b) ¿Cuánta potencia se requiere para disminuir por el uso de un agitador de tipo diferente o geometría diferente?
- 9.12.** Se dispersa en agua etileno gaseoso (C_2H_4) en un tanque agitado por turbina a 110°C y con una presión absoluta de 3 atm. El tanque mide 3 m de diámetro con una altura máxima de líquido de 3 m. Para una velocidad de flujo de $800 \text{ m}^3/\text{h}$ de etileno, medido en condiciones de proceso, especifique: a) el diámetro y la velocidad del impulsor de la turbina y b) la potencia de arrastre por el agitador. c) ¿Cuál sería la velocidad de flujo del gas en una inundación incipiente bajo estas condiciones?
- 9.13.** a) Si el tanque descrito en el ejemplo 9.6 se equipa con un impulsor grande ($D_a/D_t = \frac{2}{3}$ en lugar de $\frac{1}{3}$), ¿cuál será la velocidad del impulsor requerida para dar la misma potencia de entrada de 2 hp por 1000 gal? b) ¿Cuál es el tiempo de mezclado predicho comparado con los del rodete más pequeño en el mismo tanque?
- 9.14.** El proceso de escalamiento de un tanque agitado implica una suspensión sensible al corte, que es importante para mantener la máxima velocidad de corte por debajo de un valor crítico. a) Si el escalamiento requiere de un aumento de 10 veces en el diámetro del tanque y si la

potencia por unidad de volumen y las relaciones geométricas se mantienen constantes, ¿qué factor cambiaría la velocidad de corte? b) ¿Cuál será la máxima velocidad de corte mantenida sin cambio?

- 9.15.** Para un mezclador helicoidal estático con flujo de número de Reynolds bajo, a) ¿Qué incremento en la caída de presión se esperaría a lo largo de él para una tubería recta provocado por el descenso del diámetro efectivo?, ¿podrían tener el trayecto tortuoso del flujo o las pérdidas de energía cinética un efecto significativo sobre la caída de presión?
- 9.16.** Repita el problema 9.15 para $Re > 2000$.
- 9.17.** Un tanque cilíndrico de 2.4 m de diámetro, con una profundidad normal del líquido de 3.5 m, se equipa con un agitador HE-3 de 0.8 m. La densidad del líquido es de 980 kg/m^3 y la viscosidad es de 25 P. Cuando la velocidad del agitador es de 30 r/m, ¿cuáles son la potencia entregada por el agitador y la potencia por unidad de volumen, en kW/m^3 ?
- 9.18.** Estime el tiempo de mezclado en un reactor 2-L, con una turbina de seis aspas trabajando a 2000 r/m, cuando el líquido en el reactor es clorobenceno a 50°C . Los parámetros de la turbina son $D_a/D_t = 1/3$ y $H/D_t = 1.2$.
- 9.19.** ¿Cuál sería la forma de la correlación para la velocidad crítica de un agitador para partículas en suspensión si se asume que la velocidad del impulsor es un múltiplo, o una función exponencial, de la velocidad terminal de las partículas? Considere partículas muy pequeñas y medianas, y compare la correlación con la ecuación empírica de Zwietering [9.35].
- 9.20.** Se lleva a cabo una oxidación parcial burbujeando aire a través de una solución orgánica en un reactor con deflectores de laboratorio de 12 cm de diámetro con una profundidad del líquido de 15 cm. El agitador es una turbina de 6 aspas con un diámetro de 6 cm, trabajando a 1500 r/m. La densidad de la solución es de 850 kg/m^3 ; la viscosidad es de 1.2 cP. a) Estime P_o/V para el reactor de laboratorio; b) si la potencia real alimentada máxima para un reactor grande es de 2 kW/m^3 , ¿qué velocidad del agitador se debería usar para pruebas de escalamiento descendente en el reactor de laboratorio? c) ¿Cambiaría P_g/P_o en un escalamiento si P_g/V se mantiene igual?
- 9.21.** Un reactor de hidrogenación agitado de 1.5 m de diámetro, con una profundidad del líquido de 1.8 m se equipa con una turbina de 6 aspas de 0.5 m. La viscosidad del líquido es de 2.3 cP y la densidad de 950 kg/m^3 . El catalizador es de níquel Raney con un promedio de tamaño de partícula de $20 \mu\text{m}$. Las partículas presentan una porosidad de 55%. a) ¿Cuál es la velocidad terminal de las partículas del catalizador?, y b) ¿qué potencia por unidad de volumen se necesita para obtener la suspensión total de los sólidos?

REFERENCIAS

1. Bakker, A. y L.E. Gates. *Chem. Eng. Prog.*, **91**(12): 25 (1995).
2. Bakker, A., J.M. Smith y K.J. Myers. *Chem. Eng.*, **101**(12): 98 (1994).
3. Bates, R.L., P.L. Fondy y R.R. Corpstein. *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.*, **2**(4): 310 (1963).
4. Berkman, P.D. y R.V. Calabrese. *AIChEJ.*, **34**: 602 (1988).
5. Bissell, E.S., H.C. Hesse, H.J. Everett y J.H. Rushton. *Chem. Eng. Prog.*, **43**: 649 (1947).
6. Botton, R., D. Cosserat y J.C. Charpentier. *Chem. Eng. Sci.*, **35**: 82 (1980).
7. Bowen, R.L., Jr. *AIChE J.*, **35**: 1575 (1989).

8. Buurman, C., G. Resoort y A. Plaschkes. *Chem. Eng. Sci.*, **41**: 2865 (1986).
9. Calderbank, P.H. y M.B. Moo-Young. *Trans. Inst. Chem. Eng. Lond.*, **37**: 26 (1959).
10. Chudacek, M.W. *Ind. Eng. Chem. Fund.*, **35**: 391 (1986).
11. Clift, R., J.R. Grace y M.E. Weber. *Bubbles, Drops, and Particles*. Nueva York: Academic Press, 1978.
12. Connolly, J.R. y R.L. Winter. *Chem. Eng. Prog.*, **65**(8): 70 (1969).
13. Cutter, L.A. *AIChE J.*, **12**: 35 (1966).
14. Dickey, D.S., en M. Moo-Young (ed.). *Advances in Biotechnology*, vol. 1. Nueva York: Pergamon Press, 1981, p. 483.
15. Einsele, A. y R.K. Finn. *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.*, **19**: 600 (1980).
16. Fasano, J.B., A. Bakker y W. R. Penney. *Chem. Eng.*, **101**(8): 110 (1994).
17. Fox, E.A. y V.E. Gex. *AIChE J.*, **2**: 539 (1956).
18. Godleski, E.S. y J.C. Smith. *AIChE J.*, **8**: 617 (1962).
19. Gray, J.B., en V.W. Uhl y J.B. Gray (eds.). *Mixing: Theory and Practice*, vol. 1. Nueva York: Academic, 1969; a) pp. 181-4, (b) pp. 207-8.
20. Harriott, P. *AIChE J.*, **8**: 93 (1962).
21. Harriot, P. *Chemical Reactor Design*. Nueva York: Marcel Dekker, 2003.
22. Hassan, I.T.M. y C.W. Robinson. *AIChE J.*, **23**: 48 (1977).
23. Holmes, D.B., R.M. Voncken y J. A. Dekker. *Chem. Eng. Sci.*, **19**: 201 (1964).
24. Jacobs, L.J. Trabajo presentado en *Eng. Found. Mixing Res. Conf.*, South Berwick, ME, agosto 12-17, 1973.
25. Khang, S.J. y O. Levenspiel. *Chem. Eng.*, **83**(21): 141 (1976).
26. Meister, B.J. y G.F. Scheele. *AIChE J.*, **15**: 689 (1969).
27. Metzner, A.B., R.H. Feehs, H.L. Ramos, R.E. Otto y J.D. Tuthill. *AIChE J.*, **7**: 3 (1961).
28. Michel, B.J. y S.A. Miller. *AIChE J.*, **8**: 262 (1962).
29. Middleman, S. *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.*, **13**: 78 (1974).
30. Miller, E., S.P. Foster, R.W. Ross y K. Wohl. *AIChE J.*, **3**: 395 (1957).
31. Mlynek, Y. y W. Resnick. *ASChE J.*, **18**: 122 (1972).
32. Moo-Young, M., K. Tichar y F.A.L. Dullien. *AIChE J.*, **18**: 178 (1972).
33. Morrison, P.P., H. Olin y G. Rappe. Chemical Engineering. Research Report, Cornell University, junio 1962 (sin publicar).
34. Myers, K. J., A. Bakker y D. Ryan. *Chem. Eng. Prog.*, **93**(6): 28 (1997).
35. Norwood, K.W. y A.B. Metzner. *AIChE J.*, **6**: 432 (1960).
36. Oldshue, J.Y. *Ind. Eng. Chem.*, **61**(9): 79 (1969).
37. Oldshue, J.Y. *Fluid Mixing Technology*, Chemical Engineering. Nueva York: McGraw-Hill, 1983, p.32.
38. Oldshue, J.Y. *Chem. Eng. Prog.*, **85**(5): 33 (1989).
39. Overcashier, R.H., H.A. Kingsley, Jr. y R.B. Olney. *AIChE J.*, **2**: 529 (1956).
40. Perry, R.H. y D.W. Green (eds.). *Perry's Chemical Engineers, Handbook*, 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1997, p.18-16.
41. Pharamond, J.C., M. Roustan y H. Roques. *Chem. Eng. Sci.*, **30**: 907 (1975).
42. Rao, K.S.M.S.R., V.B. Rewatkar y J.B. Joshi. *AIChE J.*, **34**: 1332 (1988).
43. Rushton, J.H. *Ind. Eng. Chem.*, **44**: 2931 (1952).
44. Rushton, J.H. *Chem. Eng. Prog.*, **50**: 587 (1954).
45. Rushton, J.H., E.W. Costich y H.J. Everett. *Chem. Eng. Prog.*, **46**: 395, 467 (1950).
46. Rushton, J.H. y J.Y. Oldshue. *Chem. Eng. Prog.*, **49**(4): 165 (1953).
47. Scheele, G.F. y B.J. Meister. *AIChE J.*, **14**: 9 (1968).
48. Van't Riet, K. y John M. Smith. *Chem. Eng. Sci.*, **28**: 1031 (1973).
49. Von Essen, J. *Chem. Eng.*, **105**(8): 80 (1998).
50. Wichterle, K. *Chem Eng. Sci.*, **43**: 467 (1988).
51. Zwietering, Th. N. *Chem. Eng. Sci.*, **8**: 244 (1957).

SECCIÓN III

Transferencia de calor y sus aplicaciones

Prácticamente en todas las operaciones que realiza el ingeniero químico interviene la producción o absorción de energía en forma de calor. Por lo tanto, las leyes que rigen la transferencia de calor y el tipo de aparatos, cuyo fin principal es el control del flujo de calor, tienen una gran importancia. Esta sección del libro está dedicada a la transferencia de calor y sus aplicaciones en los procesos de ingeniería.

Naturaleza del flujo de calor

Cuando dos objetos que están a temperaturas diferentes se ponen en contacto térmico, el calor fluye desde el objeto de temperatura más elevada hacia el de temperatura más baja. El flujo neto se produce siempre en el sentido de la temperatura decreciente. Los mecanismos por los que fluye el calor son tres: conducción, convección y radiación.

Conducción. Si existe un gradiente de temperatura en una sustancia, el calor fluye sin que tenga lugar un movimiento observable de la materia. El flujo de calor de este tipo recibe el nombre de conducción, y de acuerdo con la ley de Fourier, el flujo de calor es proporcional al gradiente de la temperatura y de signo opuesto. Para el flujo de calor en una dimensión, la ley de Fourier es

$$\frac{dq}{dA} = -k \frac{dT}{dx} \quad (\text{III.1})$$

donde q = velocidad del flujo de calor en dirección normal a la superficie

A = área de la superficie

T = temperatura

x = distancia normal a la superficie

k = constante de proporcionalidad o conductividad térmica

En los metales, la conducción térmica resulta del movimiento de los electrones libres; existe una estrecha relación entre la conductividad térmica y la conductividad eléctrica.

En los sólidos que son malos conductores de la electricidad, y en la mayor parte de los líquidos, la conducción térmica se debe a la transferencia de la cantidad de movimiento entre las moléculas o átomos adyacentes que vibran. En gases, la conducción se produce por el movimiento al azar de las moléculas, de forma que el calor se “difunde” desde regiones más calientes hacia otras más frías. El ejemplo más común de conducción pura es el flujo de calor en sólidos opacos, tales como la pared de ladrillo de un horno o la pared metálica de un tubo intercambiador de calor. Con frecuencia, la conducción de calor en líquidos o gases se ve influida por el flujo de los fluidos, y los procesos conductivo y convectivo están enlazados bajo el término de convección o transferencia de calor convectiva.

Convección. La convección se refiere al flujo de calor asociado con el movimiento de un fluido, tal como cuando el aire caliente de un horno entra a una habitación, o a la transferencia de calor de una superficie caliente a un fluido en movimiento. El segundo significado es más importante para las operaciones unitarias, de forma que incluye la transferencia de calor a partir de paredes metálicas, partículas sólidas y superficies líquidas. Por lo general, el flujo convectivo por unidad de aire es proporcional a la diferencia entre la temperatura de la superficie y la temperatura del fluido, como se establece en la ley de Newton de enfriamiento

$$\frac{q}{A} = h(T_s - T_f) \quad (\text{III.2})$$

donde T_s = temperatura de la superficie

T_f = temperatura global del fluido, más allá de la superficie

h = coeficiente de transferencia de calor

Observe que la dependencia lineal de la fuerza impulsora de la temperatura $T_s - T_f$ es la misma que para la conducción pura en un sólido con conductividad térmica constante, tal como se observa a partir de la integración de la ecuación (III.1). A diferencia de la conductividad térmica, el coeficiente de transferencia de calor no es una propiedad intrínseca del fluido, sino que depende tanto de los patrones de flujo determinados por la mecánica de fluidos como de las propiedades térmicas del fluido. Si $T_f - T_s > 0$, el calor será transferido del fluido a la superficie.

Convección natural y forzada. Cuando las corrientes en un fluido son consecuencia de las fuerzas de flotación generadas por diferencias de densidad, que a su vez se originan por gradientes de temperatura en la masa del fluido, la acción recibe el nombre de convección natural. Cuando las corrientes se deben a un dispositivo mecánico, tal como una bomba o un agitador, el flujo es independiente de las diferencias de densidad y recibe el nombre de convección forzada. Las fuerzas de flotación también existen en la convección forzada, pero por lo general sólo tienen un pequeño efecto.

Radiación. Radiación es el término que se emplea para designar a la transferencia de energía a través del espacio por medio de ondas electromagnéticas. Si la radiación pasa a través de un espacio vacío, no se transforma en calor ni en otra forma de energía, ni se desvía de su trayectoria. Sin embargo, si en su trayectoria encuentra algún material, la

radiación se transferirá, reflejará o absorberá. Sólo la energía absorbida es la que aparece como calor y esta transformación es cuantitativa. Por ejemplo, el cuarzo fundido transfiere prácticamente toda la radiación que incide sobre él; una superficie opaca pulida o un espejo reflejan la mayor parte de la radiación incidente; una superficie negra o mate absorbe la mayor parte de la radiación que recibe y la energía absorbida es transformada cuantitativamente en calor.

La energía emitida por un cuerpo negro es proporcional a la temperatura absoluta elevada a la cuarta potencia

$$W_b = \sigma T^4 \quad \text{(III.3)}$$

donde W_b = velocidad de emisión de la energía radiante por unidad de área

σ = constante de Stefan-Boltzmann

T = temperatura absoluta

Los gases monoatómicos y la mayoría de los diatómicos son transparentes a la radiación térmica, y es muy frecuente encontrarse con que el calor fluye a través de las masas de tales gases por radiación y por conducción-convección. Ejemplos de ello son las pérdidas de calor desde un radiador o una tubería no aislada que conduce vapor de agua hacia el aire de una habitación, así como la transferencia de calor en hornos y otros equipos que operan con gases calentados a temperaturas elevadas. Los dos mecanismos son mutuamente independientes y transcurren en forma paralela, de modo que un tipo de flujo de calor puede ser controlado o variado independientemente del otro. Es posible estudiar de manera separada la conducción-convección y la radiación, y sumar sus efectos separados en casos donde ambos son importantes. En términos muy generales, la radiación se hace importante a temperaturas elevadas y es independiente de las circunstancias del flujo del fluido. La conducción-convección es sensible a las condiciones de flujo y no se afecta relativamente por el nivel de temperatura.

El capítulo 10 trata de la conducción en sólidos, los capítulos 11 a 13 de la transferencia de calor en fluidos por conducción y convección, y el capítulo 14 de la transferencia de calor por radiación. En los capítulos 15 y 16, los fundamentos estudiados en los capítulos precedentes se aplican al diseño del equipo para calentamiento, enfriamiento, condensación y evaporación.

CAPÍTULO 10

Transferencia de calor por conducción

La conducción se comprende con mayor facilidad si se considera el flujo de calor en sólidos homogéneos isotrópicos, ya que en ellos no hay convección y el efecto de la radiación es despreciable, a menos que el sólido sea translúcido a las ondas electromagnéticas. En primer lugar se estudiará la ley general de la conducción; posteriormente, se expondrán varios casos de conducción de calor en estado estacionario, donde la distribución de temperatura en el interior del sólido no cambia con el tiempo; y, por último, se explicarán algunos casos sencillos de conducción en estado no estacionario, donde la distribución de temperatura cambia con el tiempo.

LEY BÁSICA DE CONDUCCIÓN

La relación básica de flujo de calor por conducción es la proporcionalidad existente entre el flujo de calor y el gradiente de temperatura. Esto se conoce como la *ley de Fourier*,³ la cual se utiliza para flujo estacionario unidimensional en la dirección x que ya se ha dado en la ecuación (III.1). Cabe ahora recordarla,

$$\frac{dq}{dA} = -k \frac{dT}{dx} \quad (10.1)$$

siendo q = velocidad de flujo de calor en dirección normal a la superficie

A = área de la superficie

T = temperatura

x = distancia medida en dirección normal a la superficie

k = conductividad térmica

Las expresiones generales de la ley de Fourier para flujo en las tres direcciones en un material isotrópico[†] son

[†]En un material isotrópico la conductividad térmica k es la misma en todas las direcciones. Esto es cierto para fluidos y para muchos sólidos homogéneos; los principales materiales no isotrópicos son cristales no cúbicos y laminados o sólidos fibrosos tales como la madera.¹

$$\frac{dq}{dA} = -k \left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial T}{\partial z} \right) = -k \nabla T \quad (10.2)$$

La ecuación (10.2) establece que el vector del flux dq/dA es proporcional al gradiente de temperatura ∇T y está dirigido en sentido opuesto. Por lo tanto, en un material isotrópico, el calor fluye por conducción en la dirección del descenso de temperatura más pronunciado.

En coordenadas cilíndricas, la ecuación (10.2) se transforma en

$$\frac{\partial q}{\partial A} = -k \left(\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{\partial T}{\partial z} \right) = -k \nabla T \quad (10.3)$$

En coordenadas esféricas es

$$\frac{\partial q}{\partial A} = -k \left(\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) = -k \nabla T \quad (10.4)$$

Conductividad térmica

La constante de proporcionalidad k es una propiedad física de la sustancia que se denomina *conductividad térmica*. Al igual que la viscosidad newtoniana μ , es una de las propiedades de transporte del material. Esta terminología se basa en la analogía entre las ecuaciones (3.4) y (10.1). En la ecuación (3.4) la magnitud τ es la velocidad de flujo de momento por unidad de área, la magnitud du/dy es el gradiente de velocidad, y μ es el factor de proporcionalidad requerido. En la ecuación (10.1), q/A es la velocidad de flujo de calor por unidad de área, dT/dx es el gradiente de temperatura, y k es el factor de proporcionalidad. Se omite el signo de menos en la ecuación (3.4) debido al convenio en la elección de la dirección del vector fuerza.

En unidades de ingeniería, q se mide en watts o Btu/h y dT/Dx en $^{\circ}\text{C}/\text{m}$ o $^{\circ}\text{F}/\text{ft}$. Entonces las unidades de k son $\text{W}/\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}$ o $\text{Btu}/\text{ft}^2 \cdot \text{h} \cdot (^{\circ}\text{F}/\text{ft})$, lo cual puede escribirse como $\text{Btu}/\text{ft} \cdot \text{h} \cdot ^{\circ}\text{F}$.

La ley de Fourier establece que k es independiente del gradiente de temperatura, pero no necesariamente de la temperatura misma. El experimento confirma la independencia de k en un amplio intervalo de gradientes de temperatura, excepto para sólidos porosos, donde la radiación entre las partículas, que no siguen una ley lineal con la temperatura, es responsable de una parte importante del flujo total de calor. Por otra parte, k es una función de la temperatura, pero no fuertemente. Para pequeños intervalos de temperatura, k se considera constante. Para intervalos de temperatura mayores, la conductividad térmica generalmente se calcula de manera aproximada por medio de una ecuación de la forma

$$k = a + bT \quad (10.5)$$

donde a y b son constantes empíricas.

Las conductividades térmicas de los metales cubren un amplio intervalo de valores, desde aproximadamente $17 \text{ W}/\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}$ ($10 \text{ Btu}/\text{ft} \cdot \text{h} \cdot ^{\circ}\text{F}$) para el acero inoxidable y $45 \text{ W}/\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}$ ($26 \text{ Btu}/\text{ft} \cdot \text{h} \cdot ^{\circ}\text{F}$) para el acero bajo en carbono, hasta $380 \text{ W}/\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}$ ($220 \text{ Btu}/\text{ft} \cdot \text{h} \cdot ^{\circ}\text{F}$) para el cobre y $415 \text{ W}/\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}$ ($240 \text{ Btu}/\text{ft} \cdot \text{h} \cdot ^{\circ}\text{F}$) para la plata. En general, la conductividad térmica de los metales es casi constante o disminuye ligeramente

conforme la temperatura aumenta, y la conductividad de las aleaciones es menor que la de los metales puros. Para el vidrio y la mayoría de los materiales no porosos, las conductividades térmicas son mucho menores, desde aproximadamente 0.35 hasta $3.5 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ (0.2 hasta $2 \text{ Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$); para estos materiales, k puede aumentar o disminuir conforme la temperatura aumente.

Para la mayoría de los líquidos, k es menor que para los sólidos, con los valores típicos de aproximadamente $0.17 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ ($0.1 \text{ Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$); k disminuye de 3 a 4% para un aumento de 10°C en la temperatura. El agua es una excepción, con $k = 0.5$ hasta $0.7 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ (0.3 hasta $0.4 \text{ Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$), y k alcanza un máximo cuando la temperatura se incrementa.

Los gases tienen conductividades térmicas de un orden de magnitud menor que las de los líquidos. Para un gas ideal, k es proporcional a la velocidad molecular promedio, a la trayectoria libre media y a la capacidad calorífica molar. Para gases monoatómicos, un modelo de esfera dura da la ecuación teórica:

$$k = \frac{0.0832}{\sigma^2} \left(\frac{T}{M} \right)^{1/2} \quad (10.6)$$

donde T = temperatura, K

M = peso molecular

σ = diámetro efectivo de colisión, Å

K = conductividad térmica, $\text{W/m} \cdot \text{K}$

Obsérvese la similitud de la ecuación (10.6) con la ecuación (3.5) para estimar la viscosidad de gases simples. Ambas ecuaciones contienen el término $T^{1/2}/\sigma^2$, pero la transferencia de momentum, tal como lo muestra la ecuación (3.5), varía con $M^{1/2}$, mientras que la conductividad térmica depende de $M^{-1/2}$.

La ecuación (10.6) generalmente subestima la conductividad térmica de gases poli-atómicos que tienen mayor capacidad calorífica que los gases monoatómicos, debido a los grados de libertad rotacionales y vibratorios. La más alta capacidad calorífica también puede hacer que k se incremente bastante rápido con la temperatura. Un cambio de 300 a 600 K puede incrementar la conductividad térmica de 3 a 4 veces. Reid *et al.*⁸ estudiaron varios métodos para predecir k para gases y mezclas gaseosas. La conductividad térmica de los gases es casi independiente de la presión hasta cerca de los 10 bares; a presiones mayores, k aumenta levemente con la presión. En los apéndices 6 y del 10 al 13 se dan valores de k para algunos sólidos, líquidos y gases. En la bibliografía se pueden encontrar tablas más completas.⁸

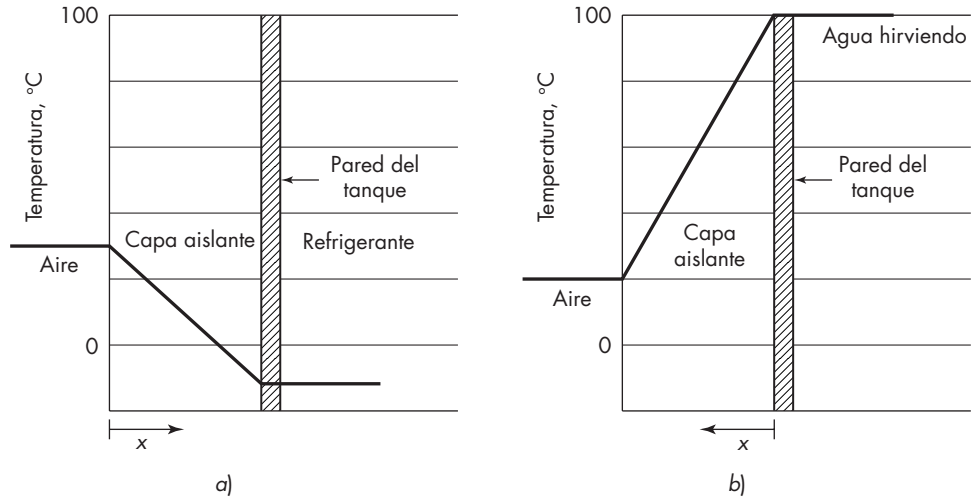
Los sólidos que tienen bajas conductividades térmicas se usan para el aislamiento en tuberías, recipientes y edificios. Los materiales porosos como las placas de fibra de vidrio o espumas de polímeros actúan atrapando el aire y eliminando la convección. Sus valores de k pueden ser casi tan bajos como los del propio aire, y si un gas de alto peso molecular queda atrapado en una espuma de celdas cerradas, k puede ser menor que el del aire.

CONDUCCIÓN EN ESTADO ESTACIONARIO

Ejemplos sencillos de conducción en estado estacionario se muestran en la figura 10.1. En la figura 10.1a un tanque aislado de pared plana contiene un refrigerante a quizá unos

FIGURA 10.1

Gradientes de temperatura en el exterior de los tanques aislados: a) flujo de calor hacia el tanque; b) flujo de calor desde el tanque.



-10°C , mientras que el aire fuera del tanque está a 28°C . La temperatura cae linealmente con la distancia a través de la capa aislante al mismo tiempo que fluye el calor del aire al refrigerante. Como se verá más adelante en otro capítulo, esto representa en realidad una caída de temperatura entre la masa de aire y la superficie externa de la capa aislante, pero se supone despreciable en la figura 10.1a. La figura 10.1b muestra un tanque similar que contiene agua hirviendo a 100°C , perdiendo calor hacia el aire a 20°C . Como antes, el perfil de la temperatura en la capa aislante es lineal, pero el calor fluye en la dirección opuesta y x en la ecuación (10.1) debe medirse fuera de la superficie interna. De nuevo, existe un cambio de temperatura en el aire cercano a la pared del tanque; una vez más se considera despreciable.

La velocidad del flujo de calor se encuentra como sigue, asumiendo que k es independiente de la temperatura. Debido a que en el estado estacionario no existe acumulación ni pérdida de calor dentro del bloque, q es constante a lo largo del trayecto del flujo de calor. Si x es la distancia desde el lado caliente, la ecuación (10.1) se escribe

$$dT = -\frac{q}{kA} dx$$

Puesto que las únicas variables en la ecuación son x y T , al integrarlas directamente da

$$\frac{q}{A} = k \frac{T_1 - T_2}{x_2 - x_1} = k \frac{\Delta T}{B} \quad (10.7)$$

donde $x_2 - x_1 = B =$ espesor de la capa aislante

$T_1 - T_2 = \Delta T =$ caída de temperatura a lo largo de la capa

Cuando la conductividad térmica k varía linealmente con la temperatura según la ecuación (10.6), la (10.7) es rigurosamente aplicable utilizando en vez de k un valor medio $\bar{k}$, que se puede obtener tomando la media aritmética de los valores individuales de k para las temperaturas de las dos superficies, T_1 y T_2 , o bien calculando la media aritmética de las temperaturas y evaluando k a dicha temperatura media.

La ecuación (10.7) se escribe entonces de la forma

$$\frac{q}{A} = \frac{\Delta T}{R} \quad (10.8)$$

donde R es la resistencia térmica del sólido entre los puntos 1 y 2. La ecuación (10.8) es un caso particular del principio general de flujo, según el cual una velocidad es igual a la relación de una fuerza impulsora y una resistencia. En la conducción del calor, q es el flujo y ΔT es la fuerza impulsora. La resistencia R , de acuerdo con la ecuación (10.8), y utilizando $\bar{k}$ en vez de k para tener en cuenta una variación lineal de k con la temperatura, es $B/\bar{k}$. El inverso de la resistencia recibe el nombre de coeficiente de transferencia de calor h , como en la ley de Newton [ecuación (III.2)]. Entonces, para la conducción de calor $h = \bar{k}/B$. Tanto R y h dependen de las dimensiones del sólido y de la conductividad térmica k , la cual es una propiedad del material.

EJEMPLO 10.1 Una capa de corcho pulverizado de 6 in. (152 mm) de grosor, se utiliza como aislamiento térmico de una pared plana. La temperatura del lado frío del corcho es 40 °F (4.4 °C), y la del lado caliente es 180 °F (82.2 °C). La conductividad térmica del corcho a 32 °F (0 °C) es 0.021 Btu/ft · h · °F (0.036 W/m · °C), y a 200 °F (93.3 °C) es 0.032 (0.055). El área de la pared es 25 ft² (2.32 m²). ¿Cuál es la velocidad de flujo de calor a través de la pared, en Btu por hora (watts)?

Solución La temperatura media aritmética de la capa de corcho es $(40 + 180)/2 = 110$ °F. Interpolando linealmente, la conductividad térmica a 110 °F es

$$\begin{aligned} \bar{k} &= 0.021 + \frac{(110 - 32)(0.032 - 0.021)}{200 - 32} \\ &= 0.021 + 0.005 = 0.026 \text{ Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F} \end{aligned}$$

$$\text{También,} \quad A = 25 \text{ ft}^2 \quad \Delta T = 180 - 40 = 140^\circ\text{F} \quad B = \frac{6}{12} = 0.5 \text{ ft}$$

Sustituyendo en la ecuación (10.7) se obtiene

$$q = \frac{0.026 \times 25 \times 140}{0.5} = 182 \text{ Btu/h (53.3 W)}$$

Resistencias compuestas en serie

Considere una pared plana formada por una serie de capas, tal como se indica en la figura 10.2. Sean B_A , B_B y B_C los espesores de las capas, y $\bar{k}_A$, $\bar{k}_B$ y $\bar{k}_C$ las conductividades térmicas medias de los materiales de que están formadas dichas capas, respectivamente. Por otra parte, sea A el área de la pared compuesta, en dirección normal a los ángulos rectos al plano de la ilustración. ΔT_A , ΔT_B y ΔT_C son las caídas de las temperaturas a través de las capas A , B y C , respectivamente. Suponga que las capas están en excelente contacto térmico y que no existen diferencias de temperatura a través de las interfaces entre las capas. Por consiguiente, si ΔT es la caída total de temperatura a través de toda la pared,

$$\Delta T = \Delta T_A + \Delta T_B + \Delta T_C \quad (10.9)$$

Se desea, en primer término, derivar una ecuación para calcular la velocidad del flujo del calor a través de la serie de resistencias y, posteriormente, demostrar que es posible calcular la velocidad mediante la relación entre la caída total de temperatura y la resistencia total de la pared.

La ecuación (10.7) se escribe por separado para cada capa utilizando $\bar{k}$ en vez de k ,

$$\Delta T_A = q_A \frac{B_A}{k_A A} \quad \Delta T_B = q_B \frac{B_B}{k_B A} \quad \Delta T_C = q_C \frac{B_C}{k_C A} \quad (10.10)$$

Sumando las ecuaciones (10.10) se obtiene

$$\Delta T_A + \Delta T_B + \Delta T_C = \frac{q_A B_A}{A k_A} + \frac{q_B B_B}{A k_B} + \frac{q_C B_C}{A k_C} = \Delta T$$

Debido a que en el flujo de calor estacionario, todo el calor que atraviesa la primera resistencia, tiene que atravesar la segunda y tercera; q_A , q_B y q_C son todos iguales y se representan por q . Se tiene en cuenta este hecho y al despejar q/A queda

$$\frac{q}{A} = \frac{\Delta T}{B_A/\bar{k}_A + B_B/\bar{k}_B + B_C/\bar{k}_C} = \frac{\Delta T}{R_A + R_B + R_C} = \frac{\Delta T}{R} \quad (10.11)$$

donde R_A , R_B , R_C = resistencia de las capas individuales

R = resistencia global o total

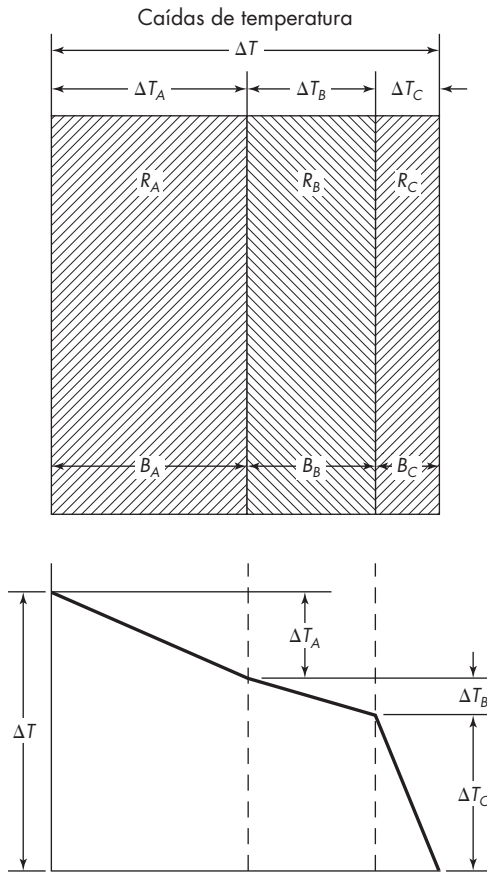
La ecuación (10.11) expresa que en el flujo de calor a través de una serie de capas, la resistencia térmica global es igual a la suma de las resistencias individuales.

Es evidente que la velocidad de flujo de calor a través de varias resistencias en serie es análoga a la corriente que se mueve a través de varias resistencias eléctricas en serie. En un circuito eléctrico, la caída de potencial sobre cualquiera de las resistencias corresponde a la caída total de potencial en el circuito; así, las resistencias individuales corresponden a la resistencia total. Lo mismo ocurre en un circuito térmico con las caídas de potencial, que en este caso son las diferencias de temperatura, corresponden a la caída total de temperatura, así las resistencias térmicas individuales corresponden a la resistencia térmica total. Esto se expresa matemáticamente como

$$\frac{\Delta T}{R} = \frac{\Delta T_A}{R_A} = \frac{\Delta T_B}{R_B} = \frac{\Delta T_C}{R_C} \quad (10.12)$$

La figura 10.2 muestra también el patrón de los gradientes de temperatura. Dependiendo del espesor y de la conductividad térmica de la capa, la caída de temperatura en la capa puede ser una fracción grande o pequeña de la caída total de temperatura; una capa delgada de baja conductividad puede dar lugar a una caída de temperatura mayor y a un gradiente de temperatura mucho más brusco que una capa gruesa de conductividad elevada.

EJEMPLO 10.2 Una pared plana de un horno está construida con una capa de ladrillo Sil-o-cel de 4.5 in. (114 mm), cuya conductividad térmica es 0.08 Btu/ft · h · °F (0.138 W/m · °C), y que está recubierta exteriormente por una capa de ladrillo común de 9 in. (229 mm), de conductividad térmica 0.8 Btu/ft · h · °F (1.38 W/m · °C). La temperatura de la cara interna de la pared es 1 400 °F (760 °C), y la de la cara externa es 170 °F (76.6 °C). a) ¿Cuál

**FIGURA 10.2**

Resistencias térmicas en serie.

es la pérdida de calor a través de la pared? b) ¿Cuál es la temperatura de la interface entre el ladrillo refractario y el ladrillo común? c) Suponiendo que el contacto entre las dos paredes de ladrillo es deficiente y que existe una “resistencia de contacto” de $0.50 \text{ }^\circ\text{F} \cdot \text{h} \cdot \text{ft}^2/\text{Btu}$ ($0.088 \text{ }^\circ\text{C} \cdot \text{m}^2/\text{W}$), ¿cuál será la pérdida de calor?

Solución

a) Considere 1 ft^2 de pared ($A = 1 \text{ ft}^2$). La resistencia térmica de la capa de Sil-o-cel es

$$R_A = \frac{4.5/12}{0.08} = 4.687$$

y la del ladrillo común es

$$R_B = \frac{9/12}{0.8} = 0.938$$

La resistencia total es

$$R = R_A + R_B = 4.687 + 0.938 = 5.625 \text{ }^\circ\text{F} \cdot \text{h} \cdot \text{ft}^2/\text{Btu}$$

La caída total de temperatura es

$$\Delta T = 1\,400 - 170 = 1\,230\text{ }^{\circ}\text{F}$$

Al sustituir en la ecuación (10.11) se obtiene, para la pérdida de calor en 1 ft² de la pared,

$$q = \frac{1\,230}{5.625} = 219\text{ Btu/h (64.2 W)}$$

b) La caída de temperatura en una de una serie de resistencias corresponde a la resistencia individual, así la caída global de la temperatura corresponde a la resistencia total, o

$$\frac{\Delta T_A}{4.687} = \frac{1\,230}{5.625}$$

de donde

$$\Delta T_A = 1\,025\text{ }^{\circ}\text{F}$$

La temperatura en la interface es $1\,400 - 1\,025 = 375\text{ }^{\circ}\text{F}$ (190.6 °C).

c) La resistencia total, que ahora incluye la resistencia de contacto, es

$$R = 5.625 + 0.500 = 6.125$$

La pérdida de calor desde 1 ft² es

$$q = \frac{1\,230}{6.125} = 201\text{ Btu/h (58.9 W)}$$

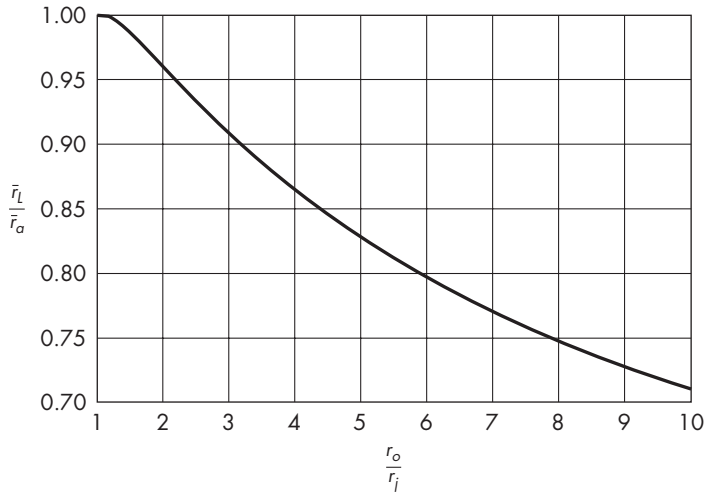
Flujo de calor a través de un cilindro

Considérese un cilindro hueco de longitud L con un radio interno de r_i y un radio exterior r_o . El cilindro está hecho de un material con una conductividad térmica k . La temperatura de la superficie exterior es T_o ; la de la superficie interna es T_i , con $T_i > T_o$. En el radio r a partir del centro, el flujo de calor es q y el área a través de la que fluye es A . El área es función del radio; en estado estacionario, el flujo de calor es constante. La ecuación (10.3) se transforma, pues el calor sólo fluye en la dirección r .

$$\frac{q}{A} = \frac{q}{2\pi r L} = -k \frac{dT}{dr} \quad (10.13)$$

Rearreglando la ecuación (10.13) e integrando entre los límites, resulta

$$\begin{aligned} \int_{r_i}^{r_o} \frac{dr}{r} &= \frac{2\pi L k}{q} \int_{T_o}^{T_i} dT \\ \ln r_o - \ln r_i &= \frac{2\pi L k}{q} (T_i - T_o) \\ q &= \frac{k(2\pi L)(T_i - T_o)}{\ln(r_o/r_i)} \end{aligned} \quad (10.14)$$

**FIGURA 10.3**

Relación entre las medias logarítmica y aritmética.

La ecuación (10.14) se puede usar para calcular el flujo de calor a través de un cilindro de pared gruesa. Se puede poner en una forma más conveniente expresando el flujo de calor como

$$q = \frac{k \bar{A}_L (T_i - T_o)}{r_o - r_i} \quad (10.15)$$

Ésta tiene la misma forma general que la ecuación (10.7) para flujo de calor a través de una pared plana, con excepción de $\bar{A}_L$, que debe seleccionarse para que la ecuación sea correcta. El término $\bar{A}_L$ se puede determinar igualando los lados derechos de las ecuaciones (10.14) y (10.15) y resolviendo para $\bar{A}_L$:

$$\bar{A}_L = \frac{2\pi L (r_o - r_i)}{\ln(r_o/r_i)} \quad (10.16)$$

Obsérvese en la ecuación (10.16) que $\bar{A}_L$ es el área de un cilindro de longitud L y radio $\bar{r}_L$, donde

$$\bar{r}_L = \frac{r_o - r_i}{\ln(r_o/r_i)} \quad (10.17)$$

La forma del lado derecho de la ecuación (10.17) es lo suficientemente importante como para volver a memorizarla. Se conoce como la *media logarítmica*, y en el caso particular de la ecuación (10.17), $\bar{r}_L$ se denomina *media logarítmica del radio*. Es el radio que, cuando se aplique a una ecuación integrada para una pared plana, dará el valor correcto del flujo de calor a través de un cilindro de pared gruesa.

La media logarítmica es menos conveniente que la media aritmética, y la segunda se puede usar sin error considerable para tubos de paredes delgadas, donde r_o/r_i es casi 1. La relación de la media logarítmica $\bar{r}_L$ con la media aritmética $\bar{r}_a$ es una función de

r_o/r_i , tal como se muestra en la figura 10.3. De este modo, cuando $r_o/r_i = 2$, la media logarítmica es $0.96 \bar{r}_a$ y el error en el uso de la media aritmética es de 4%. El error es de 1% cuando $r_o/r_i = 1.4$.

EJEMPLO 10.3 Un tubo de 60 mm (2.36 in.) de diámetro externo (OD) está aislado con una capa de espuma de sílica de 50 mm (1.97 in.) de espesor, cuya conductividad es $0.055 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ ($0.032 \text{ Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$), seguida de una capa de corcho de 40 mm (1.57 in.) con una conductividad de $0.05 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ ($0.03 \text{ Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$). Si la temperatura de la superficie exterior de la tubería es 150°C (302°F) y la temperatura de la superficie exterior del corcho es 30°C (86°F), calcule la pérdida de calor en watts por metro de tubería.

Solución Estas capas son demasiado gruesas para utilizar el radio aritmético medio; debe emplearse un radio logarítmico medio. Para la capa de sílica

$$\bar{r}_L = \frac{80 - 30}{\ln(80/30)} = 50.97 \text{ mm}$$

y para la capa de corcho

$$\bar{r}_L = \frac{120 - 80}{\ln(120/80)} = 98.64 \text{ mm}$$

A la sílica se le llama sustancia *A* y al corcho sustancia *B*. De la ecuación (10.16)

$$q_A = \frac{k_A \bar{A}_A (T_i - T_x)}{x_A} \quad q_B = \frac{k_B \bar{A}_B (T_x - T_o)}{x_B}$$

donde T_x es la temperatura en la interface entre la sílica y el corcho. De las ecuaciones (10.16) y (10.17),

$$\bar{A}_A = 2\pi(0.05097)L = 0.3203L \quad \bar{A}_B = 2\pi(0.09864)L = 0.6198L$$

Entonces

$$q_A = \frac{0.055 \times 0.3203L(T_i - T_x)}{0.050} = 0.3522L(T_i - T_x)$$

$$q_B = \frac{0.05 \times 0.6198L(T_x - T_o)}{0.040} = 0.7748L(T_x - T_o)$$

Por lo tanto,
$$\frac{2.839q_A}{L} = T_i - T_x \quad \frac{1.291q_B}{L} = T_x - T_o$$

Puesto que $q_A = q_B = q$, sumando estas ecuaciones se obtiene

$$\frac{4.13q}{L} = T_i - T_o = 150 - 30 = 120$$

$$\frac{q}{L} = 29.1 \text{ W/m} \quad (30.3 \text{ Btu/ft} \cdot \text{h})$$

CONDUCCIÓN DE CALOR EN ESTADO NO ESTACIONARIO

Un tratamiento completo de la conducción de calor en estado no estacionario está fuera del objetivo de este libro; está disponible en las referencias 2, 6, 7 y 9. Sólo la derivación de las ecuaciones diferenciales parciales para el flujo de calor unidimensional, con o sin superficie a temperaturas constantes y los resultados de la integración de las ecuaciones para algunas formas simples se cubren en esta sección. Se admite en todos los casos que k es independiente de la temperatura.

Flujo de calor unidimensional con superficie a temperatura constante

La figura 10.4 representa una sección a través de un gran bloque de material de espesor $2s$, inicialmente a una temperatura uniforme T_a . Al inicio del calentamiento, las temperaturas de la superficie se incrementan rápidamente y después mantienen una temperatura T_s . El perfil de temperatura que se muestra en la figura 10.4 refleja las condiciones después de un relativamente corto periodo t_f transcurrido desde el comienzo del calentamiento.

La atención se centra en la capa delgada de espesor dx situada a una distancia x del lado izquierdo del bloque. Los dos lados del elemento son superficies isotérmicas. El gradiente de temperatura en x es, en un instante de tiempo definido, $\partial T/\partial x$, y el calor que entra en el intervalo de tiempo dt en x es $-kA (\partial T/\partial x) dt$, donde A es el área de la capa perpendicular al flujo de calor y k es la conductividad térmica del sólido. El gradiente a la distancia $x + dx$ es ligeramente diferente de x y se representa como

$$\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} dx$$

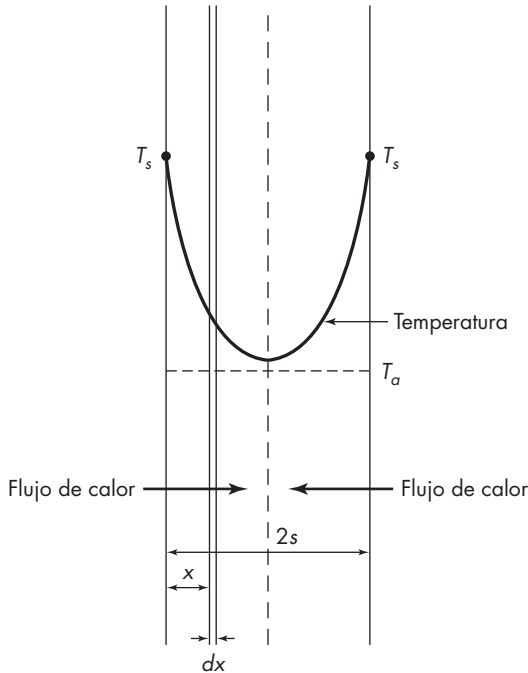


FIGURA 10.4

Conducción en estado no estacionario en un bloque sólido.

Entonces, el flujo de calor que sale de la capa a la distancia $x + dx$ es,

$$-kA \left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} dx \right) dt$$

El exceso de calor que entra y que sale, correspondiente a la acumulación de calor en la capa dx , es

$$-kA \frac{\partial T}{\partial x} dt + kA \left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx \right) dt = kA \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx dt$$

La acumulación de calor en la capa provoca un aumento de temperatura de la misma. Si el calor específico y la densidad de la capa son c_p y ρ , respectivamente, la acumulación es igual al producto de la masa (volumen por densidad) por el calor específico y por el incremento de temperatura, o $(\rho A dx) c_p (\partial T / \partial t) dt$. Aplicando un balance de calor,

$$kA \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx dt = \rho c_p A dx \frac{\partial T}{\partial t} dt$$

o, dividiendo entre $\rho c_p A dx dt$,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (10.18)$$

El término α en la ecuación (10.18) recibe el nombre de *difusividad térmica* del sólido y es una propiedad del material. Sus dimensiones son las del área dividida entre tiempo.

Existen soluciones generales de las ecuaciones de conducción en estado no estacionario para algunas formas geométricas sencillas, tales como un bloque infinito, un cilindro de longitud infinita y una esfera. Así por ejemplo, la integración de la ecuación (10.18) para el calentamiento o enfriamiento, por ambos lados, de un bloque infinito de espesor conocido, mediante una temperatura constante de las superficies, da

$$\frac{T_s - T}{T_s - T_a} = \frac{4}{\pi} \left[e^{-a_1 Fo} \operatorname{sen} \frac{\pi x}{2s} + \frac{1}{3} e^{-9a_1 Fo} \operatorname{sen} \frac{3\pi x}{2s} + \frac{1}{5} e^{-25a_1 Fo} \operatorname{sen} \frac{5\pi x}{2s} + \dots \right] \quad (10.19)$$

donde T_s = temperatura constante media de la superficie del bloque

T_a = temperatura inicial del bloque

T_b = temperatura local en el sitio x y en el tiempo t_T

Fo = número de Fourier, definido como $\alpha t_T / s^2$

α = difusividad térmica

t_T = tiempo de calentamiento o enfriamiento

s = mitad del espesor del bloque

$a_1 = (\pi/2)^2$

La ecuación (10.19) se puede usar para determinar la temperatura del plano medio T_c fijando $x = s$. La temperatura promedio se obtiene integrando la ecuación (10.19) para dar

$$\frac{T_s - \bar{T}_b}{T_s - T_a} = \frac{8}{\pi^2} \left[e^{-a_1 Fo} + \frac{1}{9} e^{-9a_1 Fo} + \frac{1}{25} e^{-25a_1 Fo} + \dots \right] \quad (10.20)$$

donde $\bar{T}_b$ = temperatura promedio de la placa en el tiempo t_T .

Las ecuaciones (10.19) y (10.20) también pueden utilizarse para una placa calentada por un solo lado, dado que no se transfiere calor en el otro lado y $\partial T/\partial x = 0$ en esa superficie. Aquí s es el espesor total de la placa.

Para un cilindro sólido infinitamente largo, de radio r_m , la temperatura promedio r_m está dada por la ecuación⁶

$$\frac{T_s - \bar{T}_b}{T_s - T_a} = 0.692e^{-5.78Fo} + 0.131e^{-30.5Fo} + 0.0534e^{-74.9Fo} + \dots \quad (10.21)$$

donde $Fo = \alpha t_T / r_m^2$. Para una esfera de radio r_m , la correspondiente ecuación es²

$$\frac{T_s - \bar{T}_b}{T_s - T_a} = 0.608e^{-9.87Fo} + 0.152e^{-39.5Fo} + 0.0676e^{-88.8Fo} + \dots \quad (10.22)$$

Cuando Fo es mayor que 0.1, sólo es importante el primer término de la serie de las ecuaciones (10.20) a la (10.22), y los otros términos son despreciables. Bajo estas condiciones, el tiempo que se requiere para que la temperatura varíe desde T_a hasta $\bar{T}_b$ se obtiene, para el caso del bloque, reordenando la ecuación (10.20), omitiendo todos los términos de la serie a excepción del primero,

$$t_T = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{2s}{\pi} \right)^2 \ln \frac{8(T_s - T_a)}{\pi^2(T_s - \bar{T}_b)} \quad (10.23)$$

La ecuación correspondiente para un cilindro infinito, que se obtiene a partir de la ecuación (10.21), es

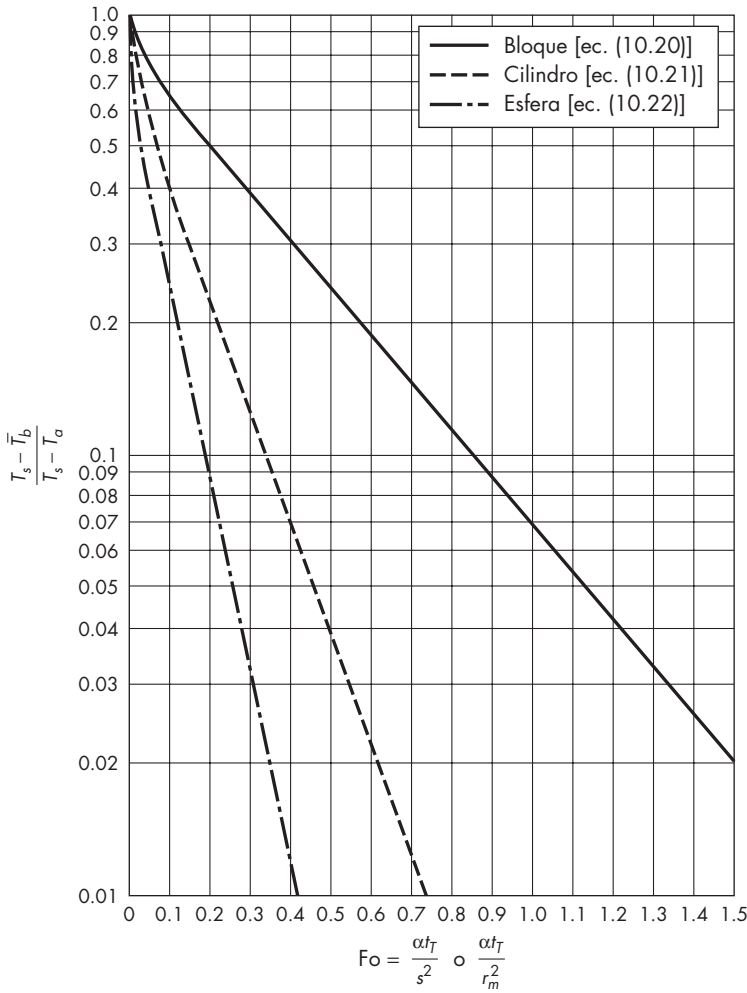
$$t_T = \frac{r_m^2}{5.78\alpha} \ln \frac{0.692(T_s - T_a)}{T_s - \bar{T}_b} \quad (10.24)$$

Para una esfera, a partir de la ecuación (10.22),

$$t_T = \frac{r_m^2}{9.87\alpha} \ln \frac{0.608(T_s - T_a)}{T_s - \bar{T}_b} \quad (10.25)$$

La figura 10.5 es una representación gráfica de las ecuaciones (10.21) a la (10.23). La ordenada de esta figura se conoce con el nombre de *cambio de temperatura no efectuada*, es decir, la fracción del cambio total posible de temperatura que queda sin alcanzar en un determinado tiempo. Excepto para valores muy bajos de Fo , se cumplen las ecuaciones (10.23) a la (10.25), y las representaciones gráficas semilogarítmicas son, en los tres casos, líneas rectas.

EJEMPLO 10.4 Una placa cerámica porosa de 8 cm de espesor, inicialmente a 90 °C, se enfría por ambos lados por medio de aspersión con agua que baja la temperatura de la superficie hasta 30 °C. Las propiedades del sólido son: $\rho = 1050 \text{ kg/m}^3$, $c_p = 800 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$, y $k = 1.8 \text{ W/m} \cdot \text{K}$. a) ¿Cuáles son las temperaturas en el centro y a la mitad del trayecto de la superficie al centro después de 3 minutos?; b) ¿Cuál es la temperatura promedio después de 3 minutos?

**FIGURA 10.5**

Temperaturas medias durante el calentamiento o enfriamiento en estado no estacionario de un bloque largo, un cilindro infinitamente largo o una esfera.

Solución

$$\begin{aligned}
 a) \quad \alpha &= \frac{k}{\rho c_p} = \frac{1.8}{1050 \times 800} = 2.14 \times 10^{-6} \\
 s &= 0.08/2 = 0.04 \\
 a_1 &= (\pi/2)^2 = 2.467
 \end{aligned}$$

A los 3 minutos o 180 s,

$$\begin{aligned}
 Fo &= \alpha t_T / s^2 = \frac{2.14 \times 10^{-6}(180)}{0.04^2} = 0.2408 \\
 a_1 Fo &= 0.594
 \end{aligned}$$

De la ecuación (10.19), para $x = s$,

$$\begin{aligned}\frac{T_s - T}{T_s - T_a} &= \frac{4}{\pi} \left[e^{-0.594} \sin \frac{\pi}{2} + \frac{1}{3} e^{-9(0.594)} \sin \frac{3\pi}{2} \right] \\ &= \frac{4}{\pi} (0.552 - 1.58 \times 10^{-3}) = 0.701 \\ T_s - T &= 0.701(30 - 90) = -42 \\ T &= 30 + 42 = 72^\circ\text{C}\end{aligned}$$

Para $x = 0.5$ s,

$$\begin{aligned}\frac{T_s - T}{T_s - T_a} &= \frac{4}{\pi} \left[e^{-0.594} \sin \frac{\pi(0.5)}{2} + \frac{1}{3} e^{-9(0.594)} \sin \frac{3\pi(0.5)}{2} \right] \\ &= \frac{4}{\pi} [0.390 + 1.12 \times 10^{-3}] = 0.498 \\ T_s - T &= 0.498(-60) = -29.9 \\ T &= 59.9^\circ\text{C}\end{aligned}$$

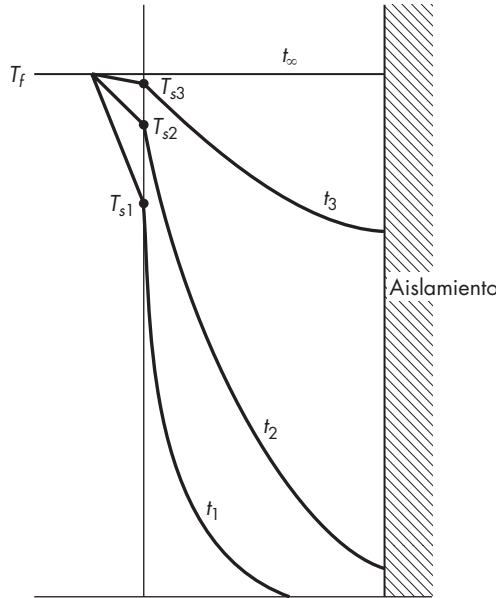
b) Usando la figura 10.5 para $Fo = 0.241$,

$$\begin{aligned}\frac{T_s - \bar{T}_b}{T_s - T_a} &= 0.45 \\ \bar{T}_b &= 57^\circ\text{C}\end{aligned}$$

Flujo de calor con temperatura variable en la superficie

Las ecuaciones (10.19) a (10.25) sólo se aplican cuando la temperatura superficial es constante, lo cual es prácticamente cierto cuando la fuente o receptor de calor es un metal de alta conductividad. Cuando un sólido se expone a un líquido o a un gas caliente, la resistencia a la transferencia de calor en el fluido es generalmente significativa y la temperatura de la superficie cambia con el paso del tiempo, tal como se indica en la figura 10.6. El gradiente de temperaturas en el fluido cerca de la superficie es mostrado como una línea recta, lo que implica una transferencia de calor por conducción a través de una capa delgada estacionada y un fluido perfectamente mezclado fuera de esta capa. Con el fluido transitando a lo largo de la superficie, el gradiente real es ligeramente curvo, pero, por conveniencia, se muestra un gradiente lineal, y esto no afecta las derivaciones subsiguientes. No existe acumulación de energía en la superficie, de modo que el flujo de calor hacia la superficie iguala al flujo dentro del sólido, y el cambio en forma de gradiente en la interface refleja la diferencia de las conductividades.

En este ejemplo, la conductividad térmica del sólido se supone menor que la del fluido, así que la temperatura del gradiente es más pronunciada en el sólido que en el fluido. Con el incremento del tiempo, el gradiente y el flujo de calor en el sólido disminuyen, y la temperatura de la superficie aumenta, ya que se requiere una fuerza impulsora menor para transferir calor a través de una capa de fluido.

**FIGURA 10.6**

Gradientes de temperatura en y cerca de un bloque que se calienta desde un lado.

Cuando existe una resistencia externa, la ecuación (10.18) para la conducción en los sólidos aún se aplica, pero se necesita una nueva condición frontera. El flujo de calor dentro del sólido es igualado a la velocidad de transferencia de calor a través de la capa de fluido, como se da por la ley de Newton para la transferencia de calor convectiva

$$\frac{q}{A} = h(T_f - T_s) = -k \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} \quad (10.26)$$

Las ecuaciones (10.26) y (10.18) se usan para obtener la distribución de temperatura en el sólido y luego la temperatura media del sólido y la transferencia total de calor. Estos resultados se representan con frecuencia en gráficas o tablas con el número de Fourier y el número de Biot como parámetros. El número de Fourier es adimensional, y el número de Biot, representado por Bi, es una medida de la importancia relativa de las resistencias externa e interna.

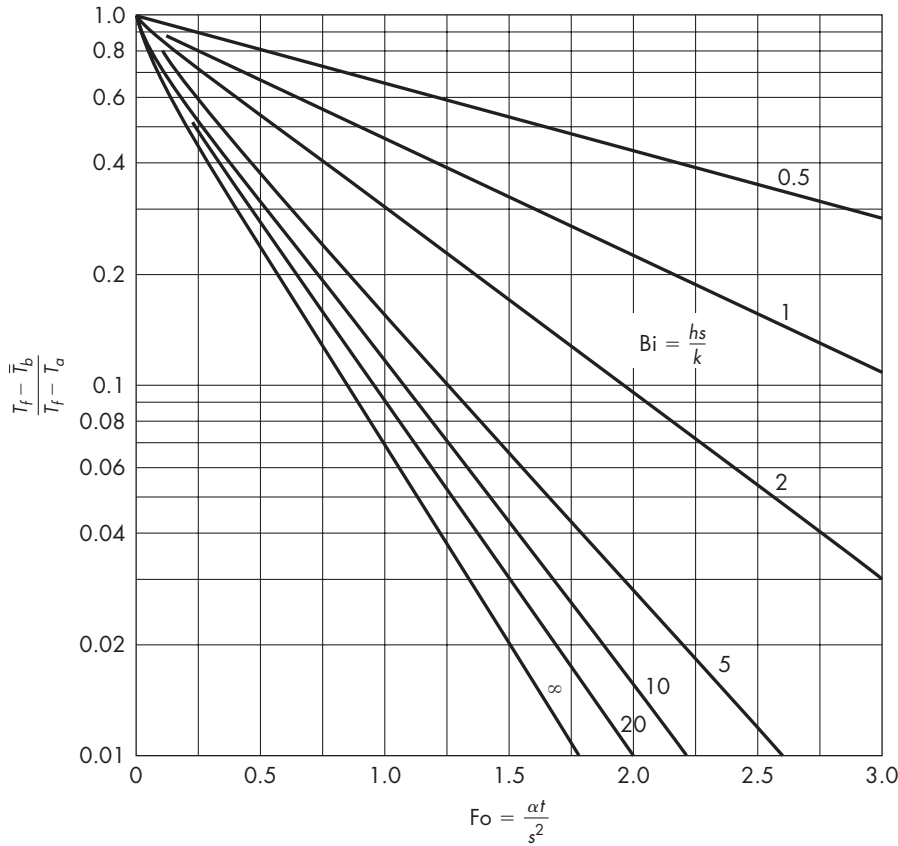
Para un bloque plano

$$\text{Bi} = \frac{hs}{k} \quad (10.27)$$

Para una esfera o cilindro

$$\text{Bi} = \frac{hr_m}{k} \quad (10.28)$$

Las gráficas muestran temperaturas locales y medias en bloques, cilindros y esferas desarrolladas por M.P. Heisler⁵ y otros⁴ y están disponibles en libros y manuales sobre la transferencia de calor.^{6,7,9} La figura 10.7 muestra el cambio de la temperatura media con el tiempo para una esfera con valores intermedios del número de Biot. Cuando el número de Biot es muy grande, la resistencia externa es despreciable, y entonces se aplican las ecuaciones para la temperatura de superficie constante.

**FIGURA 10.7**

Cambio a través del tiempo de la temperatura media de una placa, con resistencia térmica externa.

Cuando el número de Biot es muy pequeño, la resistencia interna se puede despreciar y se puede asumir que todo el sólido se encuentra a la misma temperatura, permitiendo una solución más sencilla para los problemas de transferencia de calor. Este enfoque se llama *método de la capacitancia agrupada*.

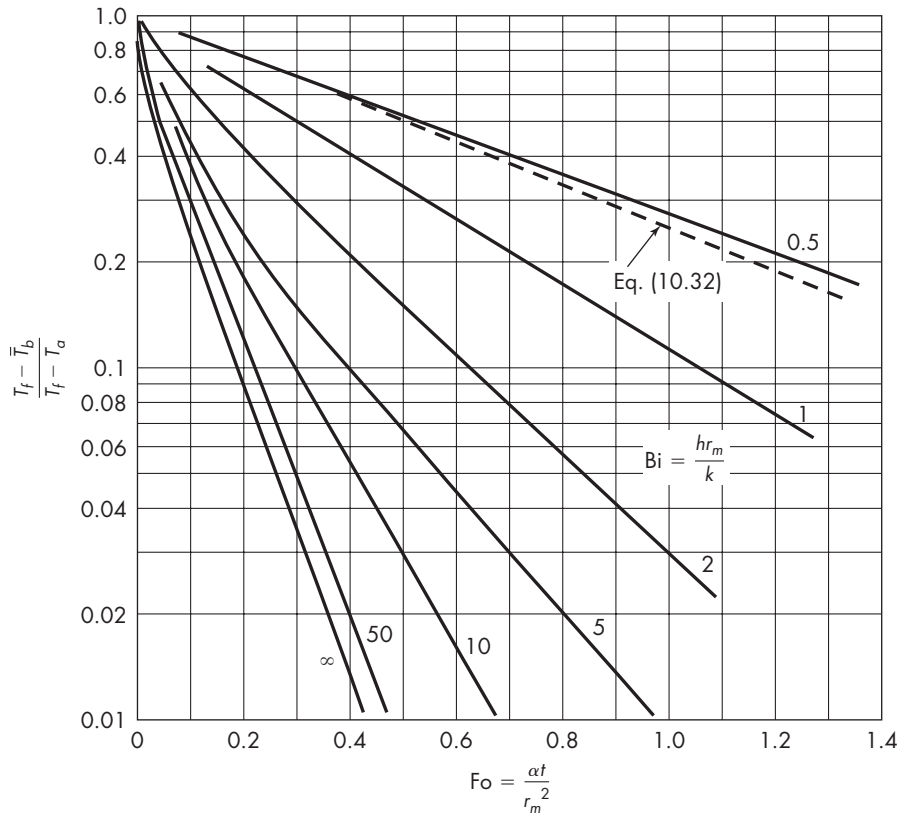
Para valores del número de Biot intermedios pero bajos (entre 0.1 y 1.0) la resistencia interna no es despreciable, pero la velocidad de transferencia de calor se puede aproximar agrupando la capacitancia del sólido y usando un coeficiente de transferencia de calor efectivo para la fase sólida. El coeficiente se combina con el coeficiente externo para dar una resistencia global y un coeficiente global para ser usado en un balance de calor simplificado. Para una placa, el coeficiente efectivo es $2k/s$, que corresponde a una distancia de conducción promedio de un cuarto del espesor de la placa. Para un cilindro largo, el coeficiente efectivo es $3k/r_m$; para una esfera es $5k/r_m$, lo cual corresponde a una distancia de conducción promedio de $r_m/5$ (una coraza esférica de este espesor tiene la mitad de volumen de la esfera).

Para ilustrar el método del coeficiente efectivo, considérese conducción transiente en una esfera para un bajo número de Biot. El balance de calor de un estado inestable es

$$\rho c_p \left(\frac{4}{3} \pi r_m^3 \right) \frac{d\bar{T}_b}{dt} = U (4\pi r_m^2) (T_f - \bar{T}_b) \quad (10.29)$$

FIGURA 10.8

Cambio en el tiempo de la temperatura promedio de una esfera, con resistencia térmica externa.



donde
$$\frac{1}{U} \cong \frac{1}{h} + \frac{r_m}{5k} \quad (10.30)$$

Reordenando la ecuación (10.29) se obtiene

$$\frac{d\bar{T}_b}{T_f - \bar{T}_b} = \frac{3U dt}{\rho c_p r_m} \quad (10.31)$$

La integración conduce a

$$\ln \frac{T_f - \bar{T}_b}{T_f - T_a} = \frac{-3U t}{\rho c_p r_m} \quad (10.32)$$

La ecuación (10.32) se grafica como línea punteada en la figura 10.8 para $Bi = 0.5$. El cambio de temperaturas incompleto es sólo levemente inferior al de la solución exacta, pero para números de Biot mayores, el error al aproximar la solución puede llegar a ser significativo, tal como se ve en el ejemplo 10.5.

Se pueden desarrollar ecuaciones similares a la (10.33) para aproximar la transferencia de calor a otras formas con números de Biot bajos. Para un cilindro largo el 3 en la ecuación (10.32) se reemplaza por 2, y para una placa, el $3/r_m$ en la ecuación (10.32) se transforma en $1/s$.

EJEMPLO 10.5 Esferas de plástico de 5 mm de tamaño y originalmente a 80 °C se enfrían en un lecho fluidizado donde la temperatura del aire es de 30 °C. La densidad del sólido es de 1 100 kg/m³, la conductividad es de 0.13 W/m²·°C, y el calor específico es de 1 700 J/kg·°C. El coeficiente de transferencia de calor externo es de 50 W/m²·°C. *a)* ¿Cuánto tiempo le llevará a la temperatura promedio del sólido alcanzar 35 °C?; *b)* ¿qué fracción de la resistencia a la transferencia de calor se encuentra en la película externa?, y *c)* repita la parte *a)* para una temperatura de superficie constante de 30 °C.

Solución

a) De la ecuación (10.30), la resistencia global es

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{50} + \frac{2.5 \times 10^{-3}}{5 \times 0.13} = 0.0238$$

$$U = 41.9 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

De la ecuación (10.28),

$$\text{Bi} = \frac{50(2.5 \times 10^{-3})}{0.13} = 0.96$$

$$\frac{T_f - \bar{T}_b}{T_f - T_a} = \frac{30 - 35}{30 - 80} = 0.1$$

Por interpolación de la figura 10.8,

$$\text{Fo} \cong 1.06 = \frac{\alpha t}{r_m^2}$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} = \frac{0.13}{1100 \times 1700} = 6.95 \times 10^{-8}$$

$$t = \frac{1.06(2.5 \times 10^{-3})^2}{6.95 \times 10^{-8}} = 95 \text{ s}$$

Se puede obtener una solución aproximada usando la ecuación (10.32), reacomodándola para el enfriamiento

$$\ln \frac{\bar{T}_b - T_f}{T_a - T_f} = \frac{-3Ut}{\rho c_p r_m}$$

De la ecuación (10.30),

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{50} + \frac{2.5 \times 10^{-3}}{5(0.13)} = 0.0238$$

$$U = 41.9 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$t = -\ln\left(\frac{5}{50}\right) \frac{1100(1.7 \times 10^3)(2.5 \times 10^{-3})}{3 \times 41.9} = 86 \text{ s}$$

b) Fracción de la resistencia externa:

$$\frac{U}{h} = \frac{41.9}{50} = 0.84$$

c) De la figura 10.5 o la figura 10.8, para $Bi = \infty$ y $Fo = 0.19$,

$$t = \frac{0.19(2.5 \times 10^{-3})^2}{6.95 \times 10^{-8}} = 17 \text{ s}$$

Calor total transferido

Con frecuencia se tiene interés en conocer la cantidad total de calor Q_T que se transfiere al sólido en el tiempo t_T a través de una unidad de superficie. De acuerdo con la definición de temperatura media, el calor que se necesita para aumentar la temperatura de una unidad de masa de sólido desde T_a hasta $\bar{T}_b$ es $c_p(\bar{T}_b - T_a)$. Para un bloque de espesor $2s$ y densidad ρ , el área de la superficie total (ambos lados) correspondiente a la unidad de masa es $1/s\rho$. La cantidad total de calor transferido por unidad de área está dada por

$$\frac{Q_T}{A} = s\rho c_p(\bar{T}_b - T_a) \quad (10.33)$$

La ecuación correspondiente a un cilindro de longitud infinita es

$$\frac{Q_T}{A} = \frac{r_m \rho c_p (\bar{T}_b - T_a)}{2} \quad (10.34)$$

Para una esfera la ecuación es

$$\frac{Q_T}{A} = \frac{r_m \rho c_p (\bar{T}_b - T_a)}{3} \quad (10.35)$$

EJEMPLO 10.6 Un bloque plano de plástico, con una temperatura inicial de 70°F (21.1°C), se coloca entre dos placas metálicas a la temperatura de 250°F (121.1°C). El espesor de bloque es de 1.0 in. (2.54 cm). a) ¿Cuánto tiempo tardará el bloque en alcanzar una temperatura media de 210°F (98.9°C)? b) ¿Cuánto calor, en Btu, se transferirá al plástico por pie cuadrado de superficie, durante este tiempo? La densidad del sólido es de 56.2 lb/ft^3 (900 kg/m^3), la conductividad térmica es de $0.075 \text{ Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$ ($0.13 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$), y el calor específico es $0.40 \text{ Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$ ($1.67 \text{ J/g} \cdot ^\circ\text{C}$).

Solución

a) Los valores que se requieren para utilizar con la figura 10.6 son

$$k = 0.075 \text{ Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F} \quad \rho = 56.2 \text{ lb/ft}^3 \quad c_p = 0.40 \text{ Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$$

$$s = \frac{0.5}{12} = 0.0417 \text{ ft} \quad T_s = 250^\circ\text{F} \quad T_a = 70^\circ\text{F} \quad \bar{T}_b = 210^\circ\text{F}$$

Por lo tanto,

$$\frac{T_s - \bar{T}_b}{T_s - T_a} = \frac{250 - 210}{250 - 70} = 0.222 \quad \alpha = \frac{k}{\rho c_p} = \frac{0.075}{56.2 \times 0.40} = 0.00335$$

A partir de la figura 10.6, para una relación de diferencia de temperatura de 0.222,

$$Fo = 0.52 = \frac{0.00335 t_T}{0.0417^2} \quad t_T = 0.27 \text{ h} = 16 \text{ min}$$

b) Al sustituir en la ecuación (10.33) se obtiene el flujo de calor por unidad de área de la superficie total

$$\frac{Q_T}{A} = 0.0417 \times 56.2 \times 0.40(210 - 70) = 131 \text{ Btu/ft}^2 \quad (1487 \text{ kJ/m}^2)$$

Sólido semiinfinito

A veces los sólidos se calientan o se enfrían de tal manera que las variaciones de temperatura del material se producen casi exclusivamente en la región inmediata a la superficie. Considere, por ejemplo, una pared plana muy gruesa de una chimenea, que inicialmente está toda ella a la temperatura uniforme T_a . Suponga que la superficie interior de la pared se calienta en forma brusca, manteniéndola a una temperatura elevada T_s , por ejemplo, mediante el paso brusco de gases de combustión por la chimenea. La temperatura de la pared interior de la chimenea variará con el tiempo, muy rápido junto a la superficie caliente, más lento a medida que aumenta la distancia desde la superficie. Si la pared es lo bastante gruesa, aun al cabo de un tiempo relativamente grande, no se producirá una variación apreciable de la temperatura de la superficie exterior. En estas condiciones se considera que el calor “penetra” en un sólido de espesor casi infinito. La figura 10.9 representa los perfiles de temperatura en una pared de este tipo, para distintos tiempos después de exponerla al gas caliente, indicando que la temperatura de la superficie caliente presenta una brusca discontinuidad inmediatamente después de la exposición, mientras que la temperatura de los puntos interiores varía de manera progresiva a medida que transcurre el tiempo.

Se se integra la ecuación (10.19) con las condiciones límite adecuadas para este caso, y se representa por T la temperatura de un punto cualquiera situado a una distancia x desde la superficie caliente, se obtiene la ecuación

$$\frac{T_s - T}{T_s - T_a} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^Z e^{-Z^2} dZ \quad (10.36)$$

donde $Z = x/\sqrt{4\alpha t}$, adimensional

α = difusividad térmica

x = distancia desde la superficie

t = tiempo posterior al cambio en la temperatura de la superficie, h

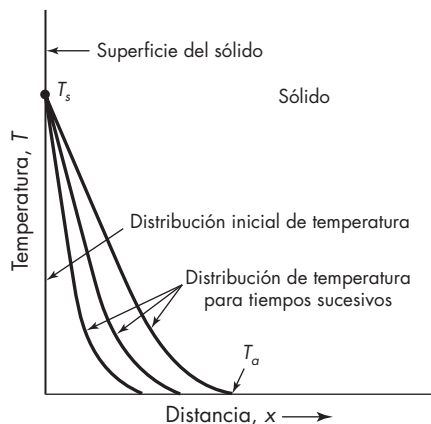


FIGURA 10.9

Distribuciones de temperatura durante el calentamiento en estado no estacionario de un sólido semiinfinito.

La función en la ecuación (10.36) se conoce con el nombre de *integral de error de Gauss* o *integral de la probabilidad*. La ecuación (10.36) se grafica en la figura 10.10.

La ecuación (10.36) indica que en un tiempo cualquiera después que se ha modificado la temperatura de la superficie, se producirá alguna variación en todos los puntos del sólido por muy alejados que estén de la superficie caliente. Sin embargo, la variación real que tiene lugar en los puntos distantes, es muy pequeña y puede despreciarse. Más allá de una cierta distancia de la superficie caliente no penetra la suficiente cantidad de calor para modificar la temperatura en una forma apreciable. Esta *distancia de penetración* x_p se define arbitrariamente como la distancia desde la superficie para la cual la variación de temperatura es 1% de la variación inicial de la temperatura de la superficie. Es decir, $(T - T_a)/(T_s - T_a) = 0.01$ o $(T_s - T)/(T_s - T_a) = 0.99$. La figura 10.10 indica que la integral de probabilidad alcanza el valor de 0.99 cuando $Z = 1.82$ de forma que

$$x_p = 3.64\sqrt{\alpha t} \quad (10.37)$$

EJEMPLO 10.7 Una ola de frío repentina hace descender la temperatura a -20°C (-4°F) durante 48 h. a) Si el suelo se encontraba inicialmente a 5°C (41°F), ¿a qué profundidad se debería enterrar una tubería de agua para no correr peligro de congelarse? b) ¿cuál es la distancia de penetración en estas condiciones? La conductividad térmica del suelo es de $0.0011 \text{ m}^2/\text{h}$ ($0.0118 \text{ ft}^2/\text{h}$).

Solución

a) Asíumase que la superficie del suelo rápidamente alcanza y mantiene los -20°C . Si la temperatura en el lugar de emplazamiento de la tubería no se encuentra por debajo de 0°C , no existe riesgo de congelamiento. Las cantidades requeridas para usarse con la figura 10.10, por lo tanto son

$$T_s = -20^\circ\text{C} \quad T_a = 5^\circ\text{C} \quad T = 0^\circ\text{C}$$

$$t = 48 \text{ h} \quad \alpha = 0.0011 \text{ m}^2/\text{h}$$

$$\frac{T_s - T}{T_s - T_a} = \frac{-20 - 0}{-20 - 5} = 0.80$$

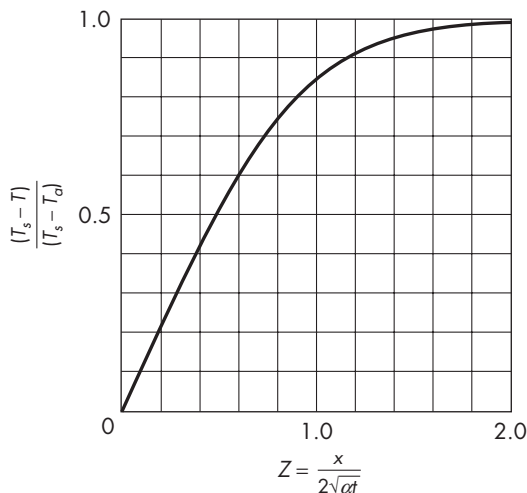


FIGURA 10.10

Calentamiento o enfriamiento, en estado no estacionario, de un sólido semiinfinito.

De la figura 10.10, $Z = 0.91$. La profundidad x , por lo tanto es

$$x = 0.91 \times 2\sqrt{\alpha t} = 0.91 \times 2\sqrt{0.0011 \times 48} = 0.42 \text{ m (1.38 ft)}$$

b) De la ecuación (10.37), la distancia de penetración es

$$x_p = 3.64\sqrt{0.0011 \times 48} = 0.838 \text{ m (2.74 ft)}$$

Para encontrar la cantidad de calor total transferido a un sólido semiinfinito en un determinado tiempo es preciso calcular el gradiente de temperatura y el flujo de calor en la superficie caliente en función del tiempo. El gradiente de temperatura en la superficie se obtiene diferenciando la ecuación (10.36) para obtener

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0} = -\frac{T_s - T_a}{\sqrt{\pi\alpha t}} \quad (10.38)$$

La velocidad de flujo de calor en la superficie es entonces

$$\left(\frac{q}{A}\right)_{x=0} = -k\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0} = \frac{k(T_s - T_a)}{\sqrt{\pi\alpha t}} \quad (10.39)$$

Teniendo en cuenta que q es igual a dQ/dt , es posible integrar la ecuación (10.39) para obtener la cantidad total de calor transferido por unidad de área Q_T/A durante el tiempo t_r , como sigue:

$$\frac{Q_T}{A} = \frac{k(T_s - T_a)}{\sqrt{\pi\alpha}} \int_0^{t_r} \frac{dt}{\sqrt{t}} = 2k(T_s - T_a)\sqrt{\frac{t_r}{\pi\alpha}} \quad (10.40)$$

SÍMBOLOS

A	Área, m^2 o ft^2 ; $\bar{A}_L$, media logarítmica
a	Constante en la ecuación (10.6)
a_1	$(\pi/2)^2$
B	Espesor del bloque, m o ft; B_A, B_B, B_C , de las capas A, B, C, respectivamente
Bi	Número de Biot, adimensional; hs/k para el bloque; hr_m/k para cilindro o esfera
b	Constante en la ecuación (10.6)
c_p	Calor específico a presión constante, $\text{J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$
e^p	Base de los logaritmos neperianos, 2.71828...
Fo	Número de Fourier, adimensional; $\alpha t_r/s^2$ para el bloque; $\alpha t_r/r_m^2$ para cilindro o esfera
h	Coefficiente de transferencia de calor individual o de superficie, $\text{W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$
k	Conductividad térmica, $\text{W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$; k_A, k_B, k_C , de las capas A, B, C, respectivamente; $\bar{k}$, valor medio
L	Longitud del cilindro, m o ft
Q	Cantidad de calor, J o Btu; Q_T , cantidad total transferida
q	Velocidad de flujo de calor, W o Btu/h ; q_A, q_B, q_C , en las capas A, B, C, respectivamente
R	Resistencia térmica, $\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C/W}$ o $\text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F} \cdot \text{h/Btu}$; R_A, R_B, R_C , en las capas A, B, C, respectivamente

r	Distancia radial o radio, m o ft; r_i , radio interior; r_m , radio del cilindro sólido o esfera; r_o , radio exterior; $\bar{r}_L$, medio logarítmico; $\bar{r}_a$, medio aritmético
s	mitad del espesor del bloque, m o ft
T	Temperatura, °C o °F; T_a , temperatura inicial; $\bar{T}_b$, temperatura media a un tiempo final t_f ; T_f , de la masa del fluido; T_i , de la superficie interior; T_o , de la superficie exterior; T_s , de la superficie; T_x , en la interface sólido-sólido; T_1 , T_2 , en los puntos 1, 2, respectivamente
t	Tiempo, s o h; t_r , tiempo requerido para calentar o enfriar
U	Coefficiente global de transferencia de calor, W/m · °C o Btu/ft² · h · °F
x	Distancia desde la superficie, m o ft; x_1 , x_2 , en los puntos 1, 2, respectivamente; x_p , distancia de penetración de un sólido semiinfinito
y	Distancia, m o ft
Z	$x/2\sqrt{\alpha t}$, adimensional

Letras griegas

α	Difusividad térmica, $k/\rho c_p$, m²/s o ft²/h
ΔT	Caída de temperatura global; ΔT_A , ΔT_B , ΔT_C , en las capas A, B, C, respectivamente
ρ	Densidad, kg/m³ o lb/ft³

PROBLEMAS

- 10.1. La pared de un horno consta de 200 mm de un ladrillo refractario de arcilla, 100 mm de ladrillo caolín y 6 mm de placa de acero. La superficie del refractario en contacto con el fuego está a 1150 °C, y la superficie exterior del acero está a 30 °C. Un balance de calor exacto aplicado al horno indica que la pérdida de calor desde la pared es de 300 W/m². Se sabe que existen delgadas capas de aire entre las superficies del ladrillo y el acero. ¿A cuántos milímetros del ladrillo caolín equivalen estas capas de aire? Véase el apéndice 11 para las conductividades térmicas.
- 10.2. Una tubería estándar de acero de 1 in., Norma (cédula) 40, conduce vapor de agua saturado a 250 °F. La tubería está aislada con una capa de 2 in. de magnesita a 85%, y sobre la magnesita lleva una capa de corcho de $\frac{1}{2}$ in. de espesor. La temperatura de la pared interior de la tubería es 249 °F, y la del exterior del corcho es 90 °F. Las conductividades térmicas, en Btu/ft · h · °F, son: para el acero, 26; para la magnesita, 0.034; para el corcho, 0.03. Calcular a) la pérdida de calor en 100 ft de tubería en Btu por hora; b) las temperaturas de los límites comprendidos entre el metal y la magnesita y entre la magnesita y el corcho.
- 10.3. Derive la ecuación en estado estacionario para la transferencia de calor a través de una capa esférica de radio interior r_i y radio exterior r_o . Ordene los resultados para su fácil comparación con la solución para un cilindro de pared gruesa.
- 10.4. Una lámina de plástico, de gran longitud y anchura, de 4 mm de espesor, que está inicialmente a 20 °C se expone bruscamente por ambas caras a una atmósfera de vapor de agua a 102 °C. a) Si la resistencia térmica entre el vapor y las superficies de plástico es despreciable, ¿cuánto tiempo tardará en variar en forma apreciable la temperatura en la línea central de la lámina? b) ¿Cuál sería la temperatura media de la masa total del plástico al cabo de este tiempo? Para el plástico, $k = 0.138$ W/m · °C y $\alpha = 0.00035$ m²/h.

- 10.5.** Una larga varilla de acero, de 1 in. de diámetro, está inicialmente a una temperatura uniforme de 1 200 °F. Se sumerge bruscamente en un baño de aceite templado que está a 150 °F. Al cabo de 4 minutos su temperatura media desciende hasta 250 °F. ¿Cuánto tiempo tardaría en descender la temperatura desde 1 200 hasta 250 °F *a)* si la barra tuviera $2\frac{1}{2}$ in. de diámetro, *b)* si tuviera 5 in. de diámetro? Para el acero, $k = 26 \text{ Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$; $\rho = 486 \text{ lb/ft}^3$; $c_p = 0.11 \text{ Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$.
- 10.6.** Esferas de acero de 3 in. de diámetro que se calientan a 700 °F son enfriadas por inmersión en un baño de aceite que está a 125 °F. Si la resistencia térmica entre las superficies del aceite y del acero es despreciable, *a)* calcular la temperatura media de las esferas 10 s así como 1 minuto y 6 minutos después de la inmersión. *b)* ¿Cuánto tiempo tardaría la variación de temperatura no alcanzada en reducirse hasta 1% de la diferencia inicial de temperatura? Las propiedades del acero son las mismas que para el problema 10.5.
- 10.7.** Bajo las condiciones descritas en el ejemplo 10.6, ¿cuál es la velocidad media de pérdida de calor por unidad de área, desde el suelo hacia el aire durante un periodo de 12 h? La conductividad térmica del suelo es $0.7 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$.
- 10.8.** Para las mismas temperaturas iniciales T_s y T_a y el mismo número de Fourier, ¿podría la temperatura media de una esfera ser mayor o menor que la de un cilindro o un bloque? (Véase figura 10.6.) ¿Cuáles son las razones físicas que podrían conducir a la explicación de esto?
- 10.9.** La velocidad de transferencia de calor hacia el encamisado de un tanque agitado de polimerización es 7.4 kW/m^2 cuando la temperatura de polimerización es 50°C y el agua en el encamisado está a 20°C . El tanque está hecho de acero inoxidable con una pared de 12 mm de espesor, y existe una capa delgada de polímero ($k = 0.16 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$) depositada sobre la pared interior de previas corridas. *a)* ¿Cuál es la caída de temperatura a través de la pared metálica? *b)* ¿Cuál tendría que ser el espesor del depósito de polímero para tener en cuenta el resto de la diferencia de temperatura? *c)* ¿En qué factor se aumentaría el flujo de calor al utilizarse un reactor de acero inoxidable de 3 mm cubierto de una capa de 9 mm de acero de bajo carbono?
- 10.10.** *a)* Compare las conductividades térmicas y las difusividades térmicas del aire y el agua a 100°F . *b)* Calcule las distancias de penetración en una masa de aire y una de agua estancadas, a 50°F y 1 atm, cada una de las cuales se expone durante 10 s a una superficie metálica caliente que se encuentra a 100°F . Comentar la diferencia.
- 10.11.** Un tanque de almacenamiento de aceite tiene una pared de acero de 20 mm cubierta con 50 mm de aislamiento de fibra de vidrio. Si la temperatura del aceite se mantiene a 150°C , *a)* ¿cuál es la velocidad de pérdida de calor cuando la temperatura exterior es de 20°C y el coeficiente del aire exterior es $20 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$? *b)* ¿Cuánto podría reducirse la pérdida de calor si se duplica el espesor de la aislación?
- 10.12.** Un incinerador con paredes de $\frac{1}{2}$ in. de acero tiene ladrillo refractario de 4 in. para proteger el acero y tiene 3 in. de aislante de magnesita en el exterior. Cuando la temperatura del gas es 1400°F , la pared interior del ladrillo refractario está a 1200°F , de acuerdo con el dato medido por medio de un pirómetro óptico. *a)* ¿Cuál es la temperatura de la pared de acero? *b)* ¿Cuánto más de aislante se requiere para aumentar la temperatura interior de la pared a 1300°F ?
- 10.13.** Partículas de carbón de aproximadamente 50 micrómetros (μm) de tamaño son inyectadas dentro de la corriente de aire a 300°C que los transporta a la caldera. ¿Cuánto tiempo tomará calentar las partículas desde 25°C hasta 5°C de la temperatura del aire? Suponga que el coeficiente externo h está dado por $hD_p/k = 2.0$, donde D_p es el diámetro de la partícula.

- 10.14.** Una placa de polímero de 1.6 cm de espesor, originalmente a 30 °C, se calienta entre platos de acero con una temperatura de superficie de 70 °C. La densidad de del sólido es de 950 kg/m³, su conductividad térmica es de 0.12 W/m · K, y su calor específico es de 1600 J/kg · K. a) ¿Cuánto tiempo le tomará a la temperatura de la línea central alcanzar los 60 °C?, y b) ¿cuál es la temperatura promedio de la placa en ese momento?
- 10.15.** Una ventana térmica tiene dos paneles de cristal de 3 mm, separados por un espacio de 1 cm. ¿Qué diferencia se produciría en el coeficiente global de transferencia de calor si el espacio se llenara con argón en lugar de nitrógeno? Asuma que los coeficientes de las películas interna y externa son 10 W/m² · K para cada una, y se desprecia la convección en el espacio gaseoso. La conductividad térmica del argón a 10 °C es de 1.68×10^{-2} W/m · K y la del cristal es 0.7 W/m · K.
- 10.16.** Demuestre que para un determinado número de Biot, el cambio incompleto de temperatura aproximado expresado por la ecuación (10.32) se puede indicar como función de Fo y Bi. Compare los valores hallados a partir de la ecuación para Bi = 0.5 y Bi = 1.0 con los valores de la figura 10.8.
- 10.17.** La temperatura de un gas que fluye se mide usando un termocople sin aislamiento, en forma de una pequeña esfera de metal de 1.2 mm de diámetro. Las propiedades del metal son: $\rho = 8000$ kg/m³, $c_p = 450$ J/kg · K, y $k = 25$ W/m · K. El coeficiente de la película entre el gas y el metal es 310 W/m² · K. Si la temperatura del gas cambia repentinamente de 200 a 210 °C, ¿cuánto tiempo le tomará al termocople alcanzar los 209 °C?
- 10.18.** Realice un esquema de los gradientes de temperatura en y cerca de una placa que se está enfriando por inmersión en un líquido que fluye, cuando la conductividad térmica del sólido es dos veces la del líquido. Muestre gradientes típicos para un corto tiempo posterior al inicio del proceso y para el momento en que el sólido está a medio camino del equilibrio térmico. Asuma que toda la placa presenta inicialmente la misma temperatura.

REFERENCIAS

1. Bird, R.B., W.E. Stewart y E.N. Lightfoot. *Transport Phenomena*. Nueva York: Wiley, 1960, p. 245.
2. Carslaw, H.S. y J.C. Jaeger. *Conduction of Heat in Solids*. Nueva York: Wiley, 1969.
3. Fourier, J. *The Analytical Theory of Heat*, trad. A. Freeman. Nueva York: Dover, 1955.
4. Grober H., S. Erk y U. Grigull. *Fundamentals of Heat Transfer*. Nueva York: McGraw-Hill, 1961.
5. Heisler, M.P. *Trans. ASME*, **68**: 493 (1946); **69**: 227 (1947).
6. McAdams, W.H. *Heat Transmission*, 3a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1954.
7. Mills, A.F. *Heat Transfer*. Homewood, IL: Irwin, 1992.
8. Reid, R.C., J.M. Prausnitz y B.E. Poling. *The properties of Gases and Liquids*, 4a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1987.
9. Thomas, L.C. *Heat Transfer*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1992.

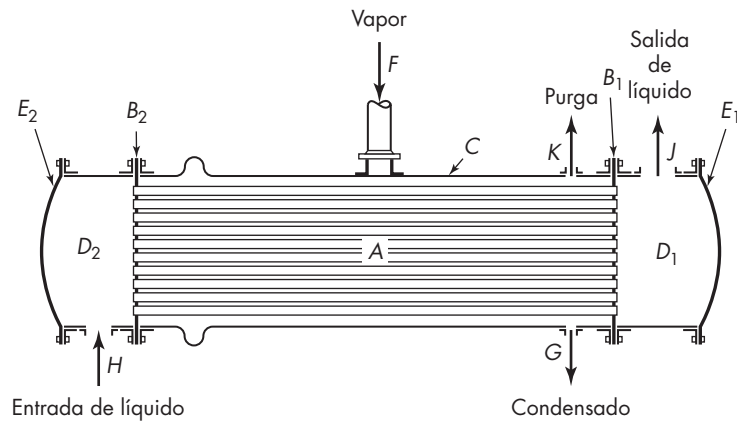
CAPÍTULO 11

Fundamentos del flujo de calor en fluidos

La transferencia de calor desde un fluido más caliente a uno más frío, generalmente a través de una pared sólida que separa los dos fluidos, es un caso que se encuentra con frecuencia en la práctica de la ingeniería química. El calor transferido puede ser calor latente, que va acompañado de un cambio de fase tal como la condensación o evaporación, o bien tratarse de calor sensible procedente del aumento o disminución de la temperatura de un fluido sin cambio de fase. Ejemplos típicos son la disminución de temperatura de un fluido por transferencia de calor sensible hacia un fluido más frío, cuya temperatura aumenta por este hecho; condensación de vapor de agua utilizando agua de enfriamiento, y evaporación de agua a partir de una disolución a una determinada presión mediante condensación de vapor a una presión más alta. Todos estos casos implican transferencia de calor por conducción y convección.

EQUIPO TÍPICO PARA INTERCAMBIO DE CALOR

Con el fin de establecer una base adecuada para el tratamiento de la transferencia de calor desde y hacia fluidos en movimiento, se considera un condensador tubular simple como el de la figura 11.1. Consiste esencialmente en un conjunto de tubos paralelos A , cuyos extremos terminan en las placas tubulares B_1 y B_2 . El conjunto de tubos se encuentra dentro de una coraza cilíndrica C y está provista de dos canalizaciones D_1 y D_2 , una en cada extremo, y dos tapaderas E_1 y E_2 . Vapor de agua, u otro vapor, se introduce a través de la boquilla F en el espacio del lado de la coraza que rodea a los tubos, el condensado es retirado a través de la conexión G , y cualquier gas no condensable que pudiese estar presente al echar a andar el equipo o que pudiese entrar con el vapor condensable se retira del sistema a través de la purga K . La conexión G conduce a una trampa de vapor, que es un dispositivo que permite que el líquido fluya pero en cambio retiene el vapor. El fluido que ha de calentarse se bombea a través de la conexión H hacia el interior del canal D_2 . Fluye a través de los tubos hasta el canal D_1 y finalmente descarga por la conexión J . Los dos fluidos están físicamente separados pero están en contacto térmico con las delgadas paredes metálicas de los tubos que los separan. El calor fluye a través de las paredes de los tubos desde el vapor condensante hasta el fluido más frío que circula por los tubos.

**FIGURA 11.1**

Condensador tubular de un solo paso (o paso simple): A, tubos; B_1 , B_2 , placas tubulares; C, carcasa; D_1 , D_2 , canales; E_1 , E_2 , tapaderas; F, entrada de vapor; G, salida del condensado; H, entrada de líquido frío; J, salida de líquido caliente; K, purga de gas no condensado.

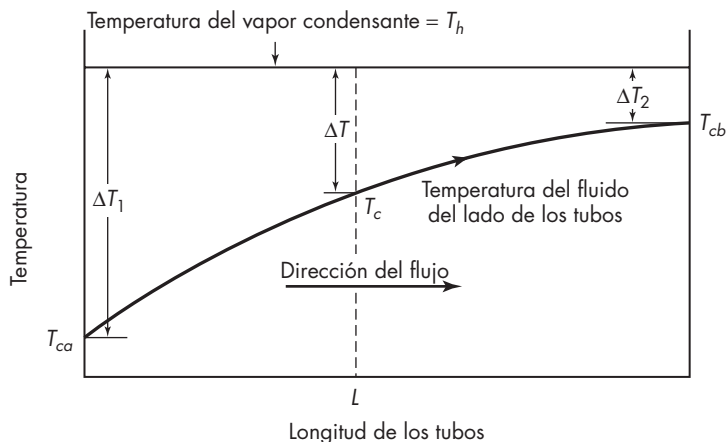
Si el vapor que entra en el condensador es un solo componente, no una mezcla, y no está sobrecalentado, y si el condensado no se enfría por debajo de su temperatura de condensación, entonces la temperatura en todo el lado de la carcasa del condensador es constante. La razón de este hecho es que la temperatura del vapor condensante está fijada por la presión en el espacio del lado de la coraza, y la presión en dicho espacio es constante. La temperatura del fluido que circula por los tubos aumenta en forma continua a medida que avanza por los mismos.

En la figura 11.2 se grafican las temperaturas del vapor condensante y del líquido en función de la longitud de los tubos. La línea horizontal representa la temperatura del vapor condensante y la línea curva inferior representa el aumento de temperatura del fluido del lado de los tubos. En la figura 11.2, las temperaturas del fluido a la entrada y a la salida son T_{ca} y T_{cb} , respectivamente, y la temperatura constante del vapor es T_h . A una longitud L partiendo del extremo de entrada en los tubos, la temperatura del fluido es T_c , y la diferencia local entre las temperaturas del vapor y del fluido es $T_h - T_c$. Esta diferencia de temperatura recibe el nombre de *diferencia puntual de temperatura* y se representa por ΔT . La diferencia puntual de temperatura en la entrada de los tubos es $T_h - T_{ca}$, que se representa por ΔT_1 , y a la salida de los mismos es $T_h - T_{cb}$, y se representa por ΔT_2 . Las diferencias puntuales de temperaturas en los extremos ΔT_1 y ΔT_2 reciben el nombre de *gradientes de temperatura aproximados*.

La variación de temperatura del fluido, $T_{cb} - T_{ca}$, recibe el nombre de *rango de temperatura* o simplemente *rango*. En un condensador sólo hay un rango, que es el del fluido frío que se calienta.

En este texto el símbolo ΔT se usa exclusivamente para indicar una *diferencia* entre dos objetos o fluidos. Para indicar el cambio de temperatura en un fluido dado *no* se emplea.

Un segundo ejemplo de un equipo sencillo de transferencia de calor es el intercambiador de doble tubo que se representa en la figura 11.3. Está formado por un tubo estándar de metal y unos codos y cabezales de retorno estándar equipados con cajas prensaestopas. Un fluido

**FIGURA 11.2**

Curvas temperatura-longitud para el condensador.

circula por el interior del tubo, y el segundo por el espacio anular comprendido entre el tubo interior y exterior. La función de un intercambiador de calor es aumentar la temperatura de un fluido más frío y disminuir la del más caliente. En un intercambiador típico el tubo interior puede ser de $1\frac{1}{4}$ in. y la exterior de $2\frac{1}{2}$ in., ambas IPS. El intercambiador puede constar de varios pasos arreglados en forma vertical. Los intercambiadores de doble tubo son útiles cuando no se requieren más de 100 a 150 ft² de superficie. Para capacidades más grandes se utilizan intercambiadores de tubo y coraza más elaborados; llegan a tener hasta varios millares de pies cuadrados de superficie, y se describen en las páginas 466 a la 471.

Flujos paralelo y contracorriente

En el intercambiador de la figura 11.3, los dos fluidos entran por diferentes extremos del mismo y circulan a través de la unidad en sentidos opuestos. Este tipo de flujo es el que se utiliza comúnmente y recibe el nombre de *flujo en contracorriente* o simplemente *contraflujo*. Las curvas de temperatura-longitud para este caso se muestran en la figura 11.4a. Las cuatro temperaturas extremas se representan por:

Temperatura del fluido caliente a la entrada T_{ha}

Temperatura del fluido caliente a la salida T_{hb}

Temperatura del fluido frío a la entrada T_{ca}

Temperatura del fluido frío a la salida T_{cb}

Las aproximaciones son

$$T_{ha} - T_{cb} = \Delta T_2 \quad \text{y} \quad T_{hb} - T_{ca} = \Delta T_1 \quad (11.1)$$

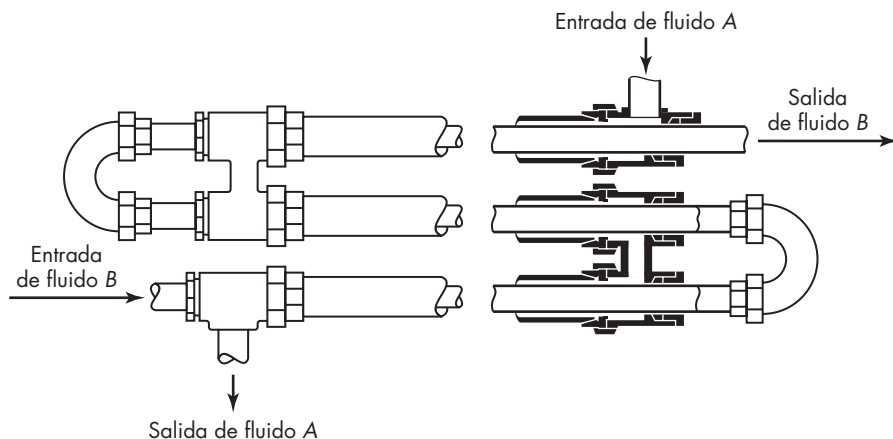
Los rangos del fluido caliente y del fluido frío son $T_{ha} - T_{hb}$ y $T_{cb} - T_{ca}$, respectivamente.

Si los dos fluidos entran por el mismo extremo del intercambiador y fluyen en el mismo sentido hasta otro extremo, el flujo recibe el nombre de *en paralelo*. En la figura 11.4b se presentan las curvas temperatura-longitud para el flujo de corrientes paralelas. De nuevo el subíndice *a* se refiere a los fluidos que entran y *b* a los fluidos que salen. Los gradientes aproximados son $\Delta T_1 = T_{ha} - T_{ca}$ y $\Delta T_2 = T_{hb} - T_{cb}$.

Como se muestra en la figura 11.3 rara vez se utiliza el flujo en corrientes paralelas en los intercambiadores de calor de un solo paso debido a que, tal como se observa en

FIGURA 11.3

Intercambiador de calor de doble tubo.



la figura 11.4a y b, no es posible con esta modalidad de flujo llevar la temperatura de salida de uno de los fluidos cerca de la temperatura de entrada del otro, y el calor que es posible transferir es menor que en el caso del flujo a contracorriente. En los intercambiadores de tubo y coraza de paso múltiple, que se describen en las páginas 466 y 467, se desea normalmente el contraflujo, pero el flujo paralelo es usado en algunos pasos. El flujo en corrientes paralelas se utiliza en situaciones especiales donde es necesario limitar la temperatura máxima del fluido más frío o cuando es importante cambiar la temperatura de uno de los fluidos muy rápido, tal como cuando se requiere moderar el calor de un fluido en un reactor químico para evitar subsecuentes reacciones.

En algunos intercambiadores, un fluido se mueve a través de bancos de tubos en ángulos rectos al eje de los tubos. Esto se conoce como *flujo transversal*. Un radiador de automóvil y el condensador de un refrigerador casero son ejemplos de intercambiadores de calor de flujo transversal.

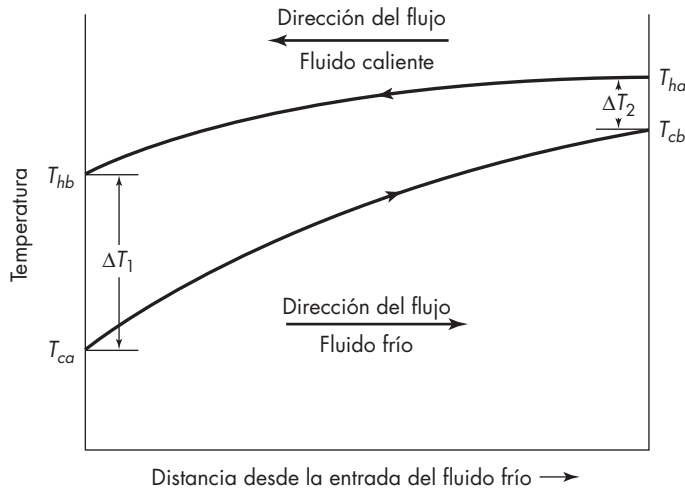
BALANCES DE ENERGÍA

El tratamiento cuantitativo de los problemas de transferencia de calor se basa en los balances de energía y en las estimaciones de las velocidades de transferencia de calor. Las velocidades de transferencia se discutirán más tarde en este capítulo. Muchos dispositivos de transferencia de calor, tal vez la mayoría de ellos, funcionan bajo condiciones de estado estacionario, y aquí sólo se considerará ese tipo de operación. Los procesos transientes tales como el calentamiento de líquidos en tanques, se verán en el capítulo 15.

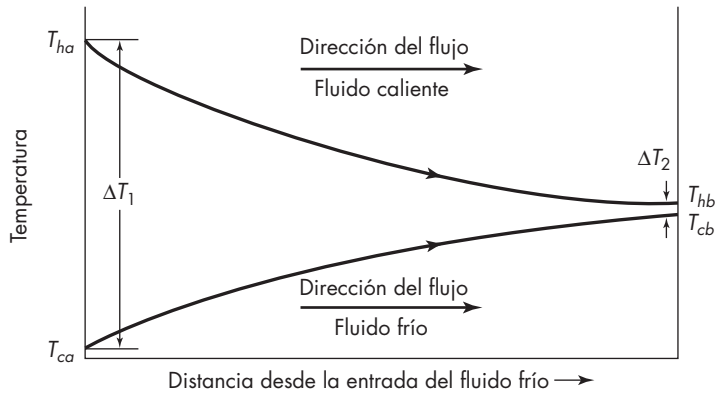
Balances de entalpía en intercambiadores de calor

En los intercambiadores de calor no hay trabajo de eje (flecha) y, además, las energías mecánica, potencial y cinética son pequeñas en comparación con los otros términos de la ecuación del balance de energía. Por lo tanto, para una corriente que circula a través de un intercambiador

$$\dot{m}(H_b - H_a) = q \quad (11.2)$$



a)



b)

FIGURA 11.4

Temperaturas para: a) flujo en contra-corriente y b) flujo paralelo.

donde $\dot{m}$ = velocidad de flujo de la corriente

$q = Q/t$ = velocidad de transferencia de calor dentro de la corriente

H_a, H_b = entalpías por unidad de masa de las corrientes de entrada y salida, respectivamente

La ecuación (11.2) puede plantearse para cada una de las corrientes que fluyen a través del intercambiador.

Una simplificación adicional en el uso de la velocidad de transferencia de calor q está justificada. Es posible que una de las dos corrientes de fluido, que sale de los tubos, gane o pierda calor por transferencia con el aire del ambiente si el fluido está más frío o más caliente que el medio ambiente. Por lo general, en la práctica no se desea intercambiar calor con el medio ambiente y con frecuencia se reduce a un pequeño valor mediante un aislamiento adecuado. Se acostumbra despreciar este intercambio de calor en comparación

con el que se transfiere a través de las paredes de los tubos desde el fluido caliente hacia el fluido frío, y así se interpreta q .

Si se aceptan las suposiciones anteriores, la ecuación (11.2) para el fluido caliente se escribe como

$$\dot{m}_h(H_{hb} - H_{ha}) = q_h \quad (11.3)$$

y para el fluido frío

$$\dot{m}_c(H_{cb} - H_{ca}) = q_c \quad (11.4)$$

donde $\dot{m}_c, \dot{m}_h$ = velocidades de flujo másico de los fluidos frío y caliente, respectivamente

H_{ca}, H_{ha} = entalpía por unidad de masa de los fluidos frío y caliente a la entrada, respectivamente

H_{cb}, H_{hb} = entalpía por unidad de masa de los fluidos frío y caliente a la salida, respectivamente

q_c, q_h = velocidades de transferencia de calor en el fluido frío y caliente, respectivamente

El signo q_c es positivo, pero el q_h es negativo debido a que el fluido caliente pierde calor en vez de ganarlo. El calor perdido por el fluido caliente es ganado por el frío, y

$$q_c = -q_h$$

Por lo tanto, a partir de las ecuaciones (11.3) y (11.4),

$$\dot{m}_h(H_{ha} - H_{hb}) = \dot{m}_c(H_{cb} - H_{ca}) = q \quad (11.5)$$

La ecuación (11.5) recibe el nombre de *balance global de entalpía*.

Si se admite que los calores específicos son constantes y sólo se transfiere el calor sensible, el balance global de entalpía para un intercambiador de calor se transforma en

$$\dot{m}_h c_{ph}(T_{ha} - T_{hb}) = \dot{m}_c c_{pc}(T_{cb} - T_{ca}) = q \quad (11.6)$$

donde c_{pc} = calor específico del fluido frío

c_{ph} = calor específico del fluido caliente

Balances de entalpía en condensados totales

Para un condensador

$$\dot{m}_h \lambda = \dot{m}_c c_{pc}(T_{cb} - T_{ca}) = q \quad (11.7)$$

donde $\dot{m}_h$ = velocidad de condensación de vapor

λ = calor latente de evaporación del vapor

La ecuación (11.7) se basa en la suposición de que el vapor entra en el condensador como vapor saturado (no sobrecalentado) y que el condensado sale a la temperatura de condensación sin enfriamiento posterior. Si alguno de estos efectos de calor sensible es importante, hay que tenerlo en cuenta adicionando un término al miembro izquierdo de la ecuación (11.7). Por ejemplo, si el condensado sale a una temperatura T_{hb} que es inferior a T_h , la temperatura de condensación del vapor, la ecuación (11.7) debe escribirse

$$\dot{m}_h [\lambda + c_{ph}(T_h - T_{hb})] = \dot{m}_c c_{pc}(T_{cb} - T_{ca}) \quad (11.8)$$

donde c_{ph} es ahora el calor específico del condensado.

COEFICIENTES DE TRANSFERENCIA DE CALOR Y FLUJO DE CALOR

Los cálculos de transferencia de calor se basan en el área de la superficie de calentamiento y se expresan en watts por metro cuadrado o Btu por hora por pie cuadrado de la superficie a través de la cual fluye el calor. La velocidad de transferencia de calor por unidad de área recibe el nombre de *flujo de calor* (*flux de calor*). En muchos tipos de equipos de transferencia de calor, las superficies de transferencia se construyen con tubos o tuberías. Los flujos de calor podrán entonces estar basados en cualquiera de las dos superficies, interior o exterior de los tubos. Aunque la elección es arbitraria, es preciso especificarla con claridad, ya que el valor numérico de los flujos de calor no es el mismo para ambos casos.

Temperatura media de la corriente del fluido

Cuando un fluido se calienta o se enfría, la temperatura variará a lo largo de la sección transversal de la corriente. Si el fluido se calienta, su temperatura es máxima en la pared de la superficie de calentamiento y disminuye hacia el centro de la corriente. Si el fluido se está enfriando, la temperatura es mínima en la pared y aumenta hacia el centro. Debido a estos gradientes de temperatura en la sección transversal de la corriente, es necesario concretar qué es lo que se entiende por temperatura de la corriente. Se ha convenido que sea la temperatura que se alcanzaría si toda la corriente del fluido que circula a través de la sección en cuestión se retirase y se mezclase adiabáticamente hasta una temperatura uniforme. La temperatura así definida recibe el nombre de *temperatura media* o *temperatura de corriente mezclada*. Las temperaturas que se grafican en la figura 11.4 son temperaturas medias de la corriente.

Coeficiente global de la transferencia de calor

Como se muestra en el capítulo 10, en las ecuaciones (10.7) y (10.11), el flujo de calor a través de las capas de sólidos en serie es proporcional a la fuerza impulsora y a la diferencia de temperatura global ΔT . Esto se aplica también al flujo de calor a través de capas líquidas y sólidas en serie. En un intercambiador de calor la fuerza impulsora se toma como $T_h - T_c$, donde T_h es la temperatura media del fluido caliente y T_c la del fluido frío. El término $T_h - T_c$ es la *diferencia global de temperatura local* ΔT . Según la figura 11.4 es evidente que ΔT puede variar en forma considerable de un punto a otro a lo largo del tubo; y por lo tanto, ya que el flujo de calor es proporcional a ΔT , el flujo varía también con la longitud. Es necesario partir de una ecuación diferencial, enfocando la atención en un área diferencial dA a través de la cual se transmite un flujo de calor diferencial dq bajo la acción de una fuerza impulsora local con un valor de ΔT . El flujo local es entonces dq/dA y está relacionado con el valor local de ΔT mediante la ecuación

$$\frac{dq}{dA} = U\Delta T = U(T_h - T_c) \quad (11.9)$$

El término U , definido por la ecuación (11.9) como un factor de proporcionalidad entre dq/dA y ΔT , recibe el nombre de *coeficiente global local de transferencia de calor*.

Para completar la definición de U en un intercambiador tubular, es necesario especificar el área. Si A se toma como el área del tubo exterior A_o , entonces U se transforma en un coeficiente basado sobre tal área y se expresa como U_o . De manera análoga, si se elige el área interna A_i , el coeficiente también estará basado sobre dicha área y se representa por U_i . Puesto que ΔT y dq son independientes de la elección del área, se deduce que

$$\frac{U_o}{U_i} = \frac{dA_i}{dA_o} = \frac{D_i}{D_o} \quad (11.10)$$

donde D_i y D_o son los diámetros interior y exterior del tubo, respectivamente.

En un intercambiador de calor tipo placa, las áreas sobre ambos lados son las mismas y existe sólo un valor de U .

Integración sobre la superficie total; diferencia de temperatura media logarítmica

Para aplicar la ecuación (11.9) a toda el área de un intercambiador de calor, es preciso integrar la ecuación. Esto se realiza formalmente cuando se aceptan ciertas suposiciones simplificadas. Dichas suposiciones son: 1) el coeficiente global U es constante, 2) los calores específicos de los fluidos frío y caliente son constantes, 3) el intercambio de calor con el medio ambiente es despreciable y 4) que, tal como se muestra en la figura 11.4, el flujo es estacionario, tanto para flujo en contracorriente como en paralelo.

La más cuestionable de estas suposiciones es la de un coeficiente global constante. De hecho el coeficiente varía con las temperaturas de los fluidos, pero su variación es gradual, de forma que cuando los intervalos de temperatura son moderados, la suposición de que U es constante no está sometida a un error importante.

Las suposiciones 2 y 4 implican que si T_c y T_h se grafican en función de q , como se muestra en la figura 11.5, se obtienen líneas rectas. Ya que T_c y T_h varían linealmente con q , lo haría también ΔT , de forma que $d(\Delta T)/dq$, la pendiente de la gráfica de ΔT en función de q , será constante. Por lo tanto,

$$\frac{d(\Delta T)}{dq} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{q_T} \quad (11.11)$$

donde ΔT_1 , ΔT_2 = gradientes de temperatura aproximados

q_T = velocidad de transferencia de calor en todo el intercambiador

Eliminando dq de las ecuaciones (11.9) y (11.11) queda

$$\frac{d(\Delta T)}{U\Delta T dA} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{q_T} \quad (11.12)$$

Las variables ΔT y A pueden separarse, y si U es constante, la ecuación se integra entre los límites A_T y 0 para A y ΔT_2 y ΔT_1 , donde A_T es el área total de la superficie de transferencia de calor. Entonces

$$\int_{\Delta T_1}^{\Delta T_2} \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = \frac{U(\Delta T_2 - \Delta T_1)}{q_T} \int_0^{A_T} dA$$

$$\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = \frac{U(\Delta T_2 - \Delta T_1)}{q_T} A_T \quad (11.13)$$

La ecuación (11.13) se escribe

$$q_T = UA_T \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln(\Delta T_2/\Delta T_1)} = UA_T \overline{\Delta T_L} \quad (11.14)$$

$$\text{donde} \quad \overline{\Delta T_L} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln(\Delta T_2/\Delta T_1)} \quad (11.15)$$

La ecuación (11.15) define la *media logarítmica de las diferencias de temperatura* (LMTD por las siglas en inglés de *logarithmic mean temperature difference*). Ésta es la misma forma de la de la ecuación (10.18) para el promedio logarítmico del radio de un tubo de pared gruesa. Cuando ΔT_1 y ΔT_2 son casi iguales, se puede usar la media aritmética ΔT_L dentro de los mismos límites de exactitud dados por la ecuación (10.17), tal como se muestra en la figura 10.3. Si uno de los fluidos se encuentra a temperatura constante, como en un condensador, no existe diferencia entre el flujo de contracorriente, el flujo paralelo, o el flujo en múltiples pasos, y la ecuación (11.15) se aplica para todos ellos. En el flujo de contracorriente, con cambios de temperatura en ambos lados, ΔT_2 , el gradiente de la parte caliente, puede ser menor que ΔT_1 , el gradiente de la parte fría. En este caso y para eliminar números y logaritmos negativos, se intercambian los subíndices de la ecuación (11.15) para obtener

$$\overline{\Delta T_L} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)} \quad (11.15a)$$

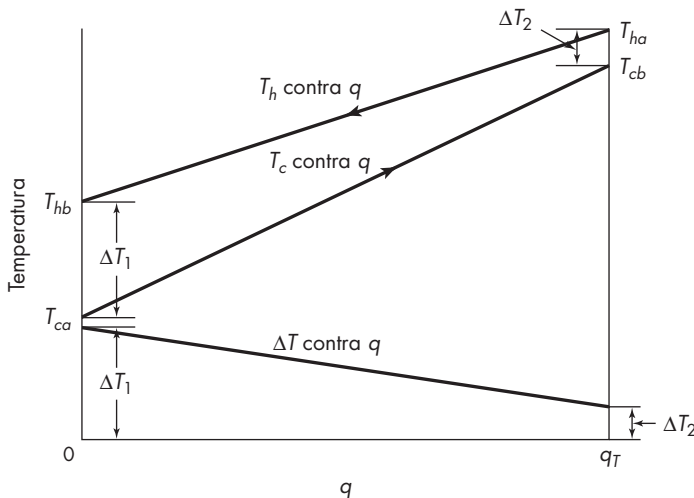


FIGURA 11.5

Temperatura en función de la velocidad de flujo de calor para flujo en contracorriente.

La ecuación (11.14) es una de las ecuaciones más importantes para la transferencia de calor hacia y desde los fluidos. Se emplea para predecir el funcionamiento de ciertos intercambiadores de calor, los cuales requieren de cálculos por tanteo ya que no se conoce $\overline{\Delta T}_L$. También se utiliza para calcular el área requerida para un nuevo intercambiador cuando los flujos y las temperaturas aproximadas son especificadas. Finalmente, se utiliza en la siguiente forma para determinar el coeficiente global a partir de los valores medidos de q_T y $\overline{\Delta T}_L$:

$$U = \frac{q_T}{A_T \overline{\Delta T}_L} \quad (11.16)$$

Coeficiente global variable

Cuando el coeficiente global varía en forma regular, es posible predecir la velocidad de transferencia de calor a partir de la ecuación (11.17), la cual se basa en la suposición de que U varía linealmente con la caída de temperatura en toda la superficie de calentamiento:¹

$$q_T = A_T \frac{U_2 \Delta T_1 - U_1 \Delta T_2}{\ln(U_2 \Delta T_1 / U_1 \Delta T_2)} \quad (11.17)$$

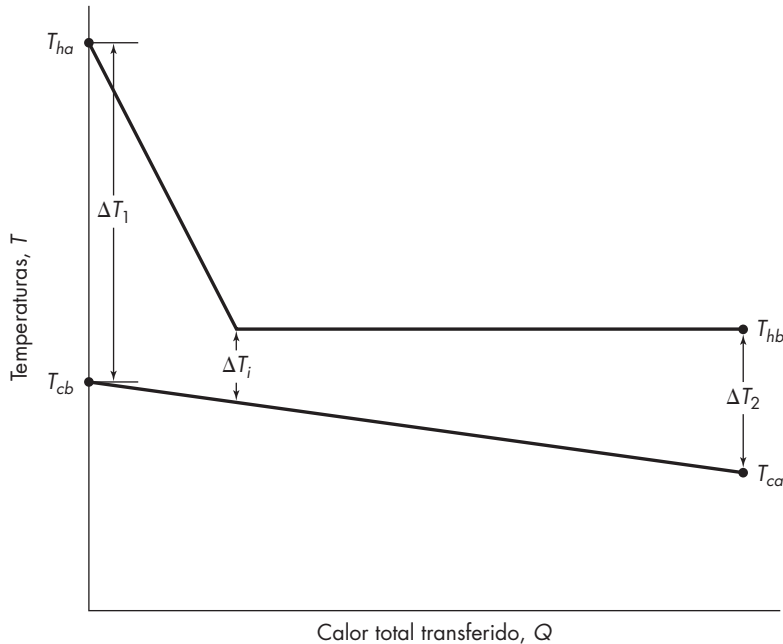
donde U_1, U_2 = coeficientes globales locales en los extremos del intercambiador
 $\Delta T_1, \Delta T_2$ = gradientes de temperatura aproximadas en los extremos correspondientes del intercambiador

La ecuación (11.17) indica el uso de un valor medio logarítmico del producto cruzado $U \Delta T$, donde el coeficiente global en un extremo del intercambiador se multiplica por la temperatura aproximada en el otro extremo. La deducción de esta ecuación implica la aceptación de las suposiciones 2, 3 y 4 que se expusieron en la página 348.

LMTD no siempre válido

La LMTD no es siempre la diferencia de temperatura media correcta para usarse. No se utiliza cuando U cambia apreciablemente o cuando ΔT no es una función lineal de q . Como un ejemplo, considere un intercambiador usado para enfriar y condensar un vapor sobrecalentado, con el diagrama de la temperatura mostrado en la figura 11.6. La fuerza de impulso ΔT es una función lineal de q mientras el vapor se está enfriando, pero ΔT es una función lineal diferente de q en la sección condensante del intercambiador. Además, U no es el mismo en las dos partes del intercambiador. Las secciones de enfriamiento y de condensación deben separarse por tamaños usando los valores correctos de q , U , y la LMTD más que otros tipos de U media y de LMTD global.

La LMTD es también incorrecta cuando el calor se transfiere a o desde un fluido reactante en un reactor enchaquetado. La figura 11.7 muestra los perfiles de temperatura para una reacción exotérmica en un reactor enfriado con agua: la línea más baja muestra la temperatura del refrigerante, la línea superior la mezcla reactante. Debido al calor generado por la reacción, la temperatura de la reacción aumenta rápidamente cerca de la entrada del reactor, y entonces, como la reacción se hace lenta, la temperatura de reacción cae. Las ΔT en la entrada y salida del reactor son relativamente pequeñas. Resulta claro que la caída de

**FIGURA 11.6**

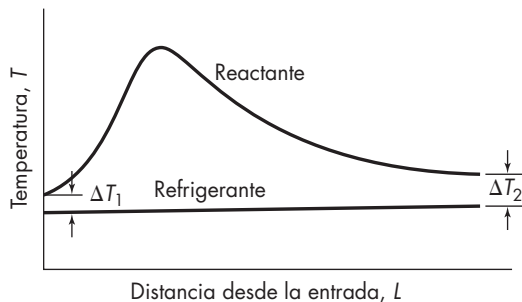
Perfiles de temperatura en el enfriamiento y condensación de vapor sobrecalentado.

la temperatura media es mucho más grande que la caída en cualquiera de los extremos del reactor y no puede encontrarse a partir de la media logarítmica de las ΔT terminales.

Para el ejemplo del reactor, o para otros casos donde una o más de las cuatro suposiciones enlistadas en la página 348 no son válidas, la ecuación (11.9) se integra evaluando los valores locales de U , ΔT y q en varios puntos intermedios en el intercambiador. La evaluación gráfica o numérica del área bajo la curva de la gráfica de $1/U \Delta T$ contra q , entre los límites de cero y q_T , dará el área A_T de la superficie de transferencia de calor requerida.

Intercambiadores de paso múltiple

En los intercambiadores de tubo y coraza de paso múltiple, el modelo de flujo es complejo, ya que están presentes los flujos en corrientes paralelas, contracorriente y transversal. En estas condiciones, aun cuando el coeficiente global U sea constante, no se utiliza la LMTD. En el capítulo 15 se consideran los procedimientos de cálculo para intercambiadores de paso múltiple.

**FIGURA 11.7**

Modelos de temperatura en un reactor tubular enchaquetado.

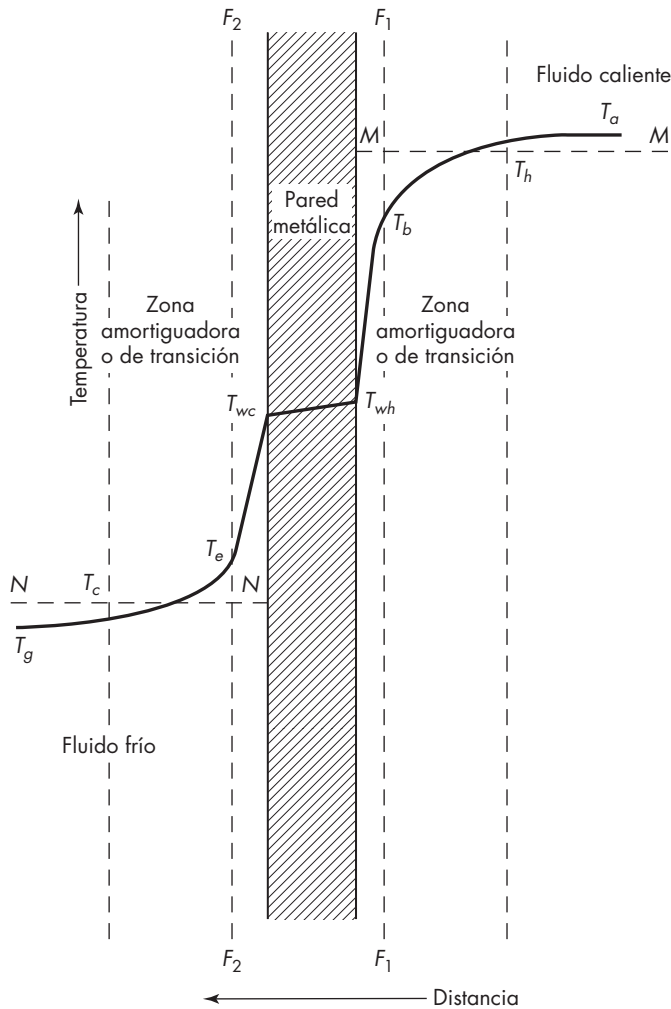
Coeficientes individuales de transferencia de calor

El coeficiente global depende de muchas variables incluyendo las propiedades físicas de los fluidos y de la pared sólida, las velocidades de flujo y las dimensiones del intercambiador. La única forma lógica de predecir el coeficiente global es usar las correlaciones para las resistencias individuales del sólido y las capas de fluido, y añadir estas resistencias para encontrar la resistencia global, la cual es recíproca al coeficiente global. Considere el coeficiente global local para un punto específico del intercambiador de doble tubo como el que se muestra en la figura 11.3. Suponga que el fluido caliente circula por el interior de la tubería y que el fluido frío lo hace por el espacio anular. Suponga también que el número de Reynolds de los dos fluidos es suficientemente grande para asegurar la existencia de flujo turbulento y que ambas superficies del tubo interior están exentas de suciedad o de costras. Si se construye una representación gráfica como la de la figura 11.8, con la temperatura en la ordenada y la distancia perpendicular a la pared como abscisa, se hacen evidentes diversos factores importantes. En la figura, la pared metálica del tubo separa el fluido caliente situado a la derecha del fluido frío que se encuentra a la izquierda. La variación de temperatura con la distancia se muestra por medio de la línea $T_a T_b T_{wh} T_{wc} T_e T_g$. El perfil de la temperatura se divide en tres partes separadas, una de ellas a través de cada uno de los dos fluidos y la tercera a través de la pared metálica. El efecto global deberá estudiarse, por lo tanto, en función de estas partes individuales.

En el capítulo 5 se estudió que en el flujo turbulento a través de conducciones existen tres zonas, incluso para el caso de un solo fluido, de forma que el estudio de un fluido es, por sí mismo, complicado. En cada uno de los fluidos de la figura 11.8, hay una delgada subcapa junto a la pared, un núcleo turbulento que ocupa la mayor parte de la sección transversal de la corriente y una zona amortiguadora entre ambos. Los gradientes de velocidad se describieron en el capítulo 5. El gradiente de velocidad es grande cerca de la pared, pequeño en el núcleo turbulento y varía rápidamente en la zona amortiguadora o de transición. Se ha encontrado que el gradiente de temperatura en un fluido que se calienta o enfría sigue un modelo muy parecido cuando circula con flujo turbulento. El gradiente de temperatura es grande en la pared y a través de la subcapa viscosa, pequeño en el núcleo turbulento y varía rápidamente en la zona de transición. Básicamente, la razón de este hecho reside en que el calor tiene que fluir a través de la subcapa viscosa por conducción, que da lugar a un brusco gradiente de temperatura para la mayor parte de los fluidos a causa de su baja conductividad térmica, mientras que los remolinos que se mueven rápidamente en el núcleo turbulento provocan una eficaz homogeneización de temperatura. En la figura 11.8 las líneas discontinuas $F_1 F_1$ y $F_2 F_2$ representan los límites de las subcapas viscosas y la zona de amortiguación.

La temperatura media de la corriente caliente es algo menor que la temperatura máxima T_a y se representa por la línea horizontal MM , que está trazada para la temperatura T_h . De manera análoga, la línea NN , trazada para la temperatura T_c , representa la temperatura media del fluido frío.

La resistencia global al flujo de calor desde el fluido caliente hasta el fluido frío es el resultado de tres resistencias separadas que operan en serie. En general, tal como se muestra en la figura 11.8, la resistencia de la pared es pequeña en comparación con la de los fluidos. Las resistencias del fluido se calculan por lo general usando las correlaciones para los coeficientes individuales de transferencia de calor o coeficientes de película, los cuales son recíprocos a las resistencias.

**FIGURA 11.8**

Gradientes de temperatura para convección forzada.

El coeficiente de película para el fluido caliente se define por la ecuación

$$h = \frac{dq/dA}{T_h - T_{wh}} \quad (11.18)$$

Para el fluido frío los términos en el denominador se invierten para volver positivo a h

$$h = \frac{dq/dA}{T_{wc} - T_c} \quad (11.19)$$

donde dq/dA = flujo local de calor, basada en el área de contacto con el fluido

T_h = temperatura media local del fluido caliente

T_c = temperatura media local del fluido frío

T_w = temperatura de la pared en contacto con el fluido frío

T_{wh} = temperatura de la pared en contacto con el fluido caliente

Frecuentemente $T_{wh} - T_{wc}$ es pequeño y T_w se emplea para la temperatura en la pared en ambos lados.

Los recíprocos de estos coeficientes, $1/h_h$ y $1/h_c$, son las resistencias térmicas. Para la conducción a través de un sólido, tal como una pared metálica de espesor x_w con conductividad térmica k , la resistencia térmica es igual a x_w/k . Con las correcciones pertinentes para cambios en el área, las resistencias individuales pueden ser añadidas para dar la resistencia global $1/U$.

Una segunda expresión para h se deduce a partir de la suposición de que la transferencia de calor muy cerca de la pared ocurre sólo por conducción y el flujo de calor está dado por la ecuación (10.1). Observe que la distancia normal x puede reemplazarse por y , la distancia normal a la pared en la figura 11.8. Por lo tanto,

$$\frac{dq}{dA} = -k \left(\frac{dT}{dy} \right)_w \quad (11.20)$$

El subíndice w llama la atención sobre el hecho de que el gradiente ha de evaluarse en la pared. Eliminando dq/dA de las ecuaciones (11.19) y (11.20) queda

$$h = -k \frac{(dT/dy)_w}{T - T_w} \quad (11.21)$$

En la ecuación (11.21), T es la temperatura promedio del fluido, la cual es T_h para el lado caliente y T_c para el lado frío. El denominador se cambia a $T_w - T$ para el lado frío hasta volver positivo a h .

La ecuación (11.21) se expresa de una forma adimensional multiplicándola por la relación entre la longitud arbitraria y la conductividad térmica. La elección de la longitud depende de la situación. Para la transferencia de calor en la superficie interna de un tubo, el diámetro del tubo D es la elección común. Multiplicando la ecuación (11.21) por D/k se obtiene

$$\text{Nu} = \frac{hD}{k} = -D \frac{(dT/dy)_w}{T - T_w} \quad (11.22)$$

En el lado de fluido frío de la pared del tubo $T < T_w$, y el denominador en las ecuaciones (11.21) y (11.22) se convierte en $T_w - T$. El grupo adimensional hD/k recibe el nombre de número de Nusselt Nu . Esto muestra que la ecuación (11.22) es un número local de Nusselt basado en el diámetro. El significado físico del número de Nusselt se interpreta mediante la inspección del miembro derecho de la ecuación (11.22). El numerador $(dT/dy)_w$ es, por supuesto, el gradiente en la pared. El factor $(T - T_w)/D$ se considera como el gradiente medio de la temperatura a través de toda la tubería, y el número de Nusselt es la relación entre estos dos gradientes.

Otra interpretación del número de Nusselt se obtiene considerando el gradiente que existiría si toda la resistencia a la transferencia de calor estuviera en una capa laminar de espesor x , en la que la transferencia de calor fuera exclusivamente por conducción. La velocidad de transferencia de calor y el coeficiente se deducen de las ecuaciones (10.1) y (11.18)

$$\frac{dq}{dA} = \frac{k(T - T_w)}{x} \quad (11.23)$$

$$h = \frac{k}{x} \quad (11.24)$$

A partir de la definición del número de Nusselt,

$$\frac{hD}{k} = \text{Nu} = \frac{k}{x} \frac{D}{k} = \frac{D}{x} \quad (11.25)$$

El número de Nusselt es la relación entre el diámetro del tubo y el espesor equivalente a la capa laminar. A veces x recibe el nombre de espesor de película, y por lo general es ligeramente superior al espesor de la capa laminar límite debido a que hay algo de resistencia a la transferencia de calor en la zona amortiguadora.

Cuando la ecuación (11.18) se aplica a los dos fluidos de la figura 11.8, para el interior del tubo (el lado caliente de la figura 11.8), se transforma en

$$h_i = \frac{dq/dA_i}{T_h - T_{wh}} \quad (11.26)$$

y para el exterior del tubo (el lado frío), a partir de la ecuación (11.19)

$$h_o = \frac{dq/dA_o}{T_{wc} - T_c} \quad (11.27)$$

donde A_i y A_o son las áreas interior y exterior del tubo, respectivamente.

El fluido frío podría, por supuesto, estar en el interior de los tubos y el fluido caliente en el exterior. Los coeficientes h_i y h_o se refieren al *interior* y *exterior* del tubo, respectivamente, y no a un fluido específico.

Cálculo de coeficientes globales a partir de coeficientes individuales

El coeficiente global se obtiene a partir de los coeficientes individuales y de la resistencia de la pared del tubo de la siguiente manera. La velocidad de transferencia de calor a través de la pared del tubo viene dada por la forma diferencial de la ecuación (10.15),

$$\frac{dq}{d\bar{A}_L} = \frac{k_m(T_{wh} - T_{wc})}{x_w} \quad (11.28)$$

donde $T_{wh} - T_{wc}$ = diferencia de temperatura a través de la pared del tubo

k_m = conductividad térmica de la pared

x_w = espesor de la pared del tubo

$dq/d\bar{A}_L$ = flujo de calor local, basada en la media logarítmica de las áreas interior y exterior del tubo

Si se despejan las diferencias de temperatura en las ecuaciones (11.26) a la (11.28) y se suman, el resultado es

$$\begin{aligned} (T_h - T_{wh}) + (T_{wh} - T_{wc}) + (T_{wc} - T_c) &= T_h - T_c = \Delta T \\ &= dq \left(\frac{1}{dA_i h_i} + \frac{x_w}{d\bar{A}_L k_m} + \frac{1}{dA_o h_o} \right) \end{aligned} \quad (11.29)$$

Suponga que la velocidad de transferencia de calor está basada arbitrariamente en el área exterior. Si se despeja dq de la ecuación (11.29) y si ambos miembros de la ecuación resultante se dividen entre dA_o , el resultado es

$$\frac{dq}{dA_o} = \frac{T_h - T_c}{\frac{1}{h_i} \left(\frac{dA_o}{dA_i} \right) + \frac{x_w}{k_m} \left(\frac{dA_o}{d\bar{A}_L} \right) + \frac{1}{h_o}} \quad (11.30)$$

Ahora
$$\frac{dA_o}{dA_i} = \frac{D_o}{D_i} \quad \text{y} \quad \frac{dA_o}{d\bar{A}_L} = \frac{D_o}{\bar{D}_L}$$

donde D_o , D_i y $\bar{D}_L$ son los diámetros exterior, interior y medio logarítmico del tubo, respectivamente. Por lo tanto,

$$\frac{dq}{dA_o} = \frac{T_h - T_c}{\frac{1}{h_i} \left(\frac{D_o}{D_i} \right) + \frac{x_w}{k_m} \left(\frac{D_o}{\bar{D}_L} \right) + \frac{1}{h_o}} \quad (11.31)$$

Comparando la ecuación (11.9) con la ecuación (11.31) se deduce que

$$U_o = \frac{1}{\frac{1}{h_i} \left(\frac{D_o}{D_i} \right) + \frac{x_w}{k_m} \left(\frac{D_o}{\bar{D}_L} \right) + \frac{1}{h_o}} \quad (11.32)$$

Si se toma como área base el área interior A_i , al dividir la ecuación (11.29) entre dA_i se obtiene para el coeficiente global

$$U_i = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{x_w}{k_m} \left(\frac{D_i}{\bar{D}_L} \right) + \frac{1}{h_o} \left(\frac{D_i}{D_o} \right)} \quad (11.33)$$

Forma de resistencia del coeficiente global

Una comparación de las ecuaciones (10.12) y (11.32) sugiere que el recíproco de un coeficiente global puede considerarse como una resistencia global compuesta de tres resistencias en serie. La resistencia total, o global, está dada por la ecuación

$$R_o = \frac{1}{U_o} = \frac{D_o}{D_i h_i} + \frac{x_w}{k_m} \frac{D_o}{\bar{D}_L} + \frac{1}{h_o} \quad (11.34)$$

Los términos individuales del miembro derecho de la ecuación (11.34) representan las resistencias individuales de los fluidos y de la pared metálica. La caída de la temperatura global es proporcional a $1/U$, y las caídas de temperatura en los dos fluidos y en la pared son proporcionales a las resistencias individuales, o, para el caso de la ecuación (11.34),

$$\frac{\Delta T}{1/U_o} = \frac{\Delta T_i}{D_o/D_i h_i} = \frac{\Delta T_w}{(x_w/k_m)(D_o/\bar{D}_L)} = \frac{\Delta T_o}{1/h_o} \quad (11.35)$$

donde ΔT = caída de temperatura global

ΔT_i = caída de temperatura a través del fluido interior

ΔT_w = caída de temperatura a través de la pared metálica

ΔT_o = caída de temperatura a través del fluido exterior

La ecuación (11.35) se utiliza para determinar las temperaturas de la pared T_{wh} y T_{wc} calculando ΔT_i o ΔT_o y sumando estos valores a, o sustrayéndolos de, T_i o T_o .

Factores de ensuciamiento

Durante el funcionamiento normal, las superficies de transferencia de calor no permanecen limpias. A uno o ambos lados de los tubos se forman costras, se deposita suciedad y otras formas de materiales sólidos que provocan resistencias adicionales al flujo de calor y reducen el coeficiente global. El efecto de tales depósitos se tiene en cuenta adicionando un término $1/(dAh_d)$ al término entre paréntesis de la ecuación (11.29) para cada una de las capas depositadas. Así, suponiendo que se depositan costras a ambos lados, interior y exterior, de los tubos, después de corregir los efectos de las costras, la ecuación (11.29) se convierte en,

$$\Delta T = dq \left(\frac{1}{dA_i h_{di}} + \frac{1}{dA_i h_i} + \frac{x_w}{dA_L k_m} + \frac{1}{dA_o h_o} + \frac{1}{dA_o h_{do}} \right) \quad (11.36)$$

donde h_{di} y h_{do} son los *factores de ensuciamiento* correspondientes a las costras depositadas en las superficies interior y exterior de los tubos, respectivamente. A partir de la ecuación (11.36) se obtienen las siguientes ecuaciones para los coeficientes globales basados en las áreas interna y externa, respectivamente:

$$U_o = \frac{1}{D_o/D_i h_{di} + D_o/D_i h_i + (x_w/k_m)(D_o/\bar{D}_L) + 1/h_o + 1/h_{do}} \quad (11.37)$$

$$y \quad U_i = \frac{1}{1/h_{di} + 1/h_i + (x_w/k_m)(D_i/\bar{D}_L) + D_i/D_o h_o + D_i/D_o h_{do}} \quad (11.38)$$

Los espesores reales de los depósitos se desprecian en las ecuaciones (11.37) y (11.38).

Se recomiendan valores numéricos para factores de ensuciamiento en la referencia 3, correspondientes a un funcionamiento satisfactorio durante la operación normal, con un tiempo razonable de servicio entre las limpiezas. Cubren un intervalo aproximado de 600 a 11000 W/m² · °C (100 a 2000 Btu/ft² · h · °F). Los factores de ensuciamiento para líquidos industriales ordinarios están comprendidos en el intervalo de 1700 a 6000 W/m² · °C (300 a 1000 Btu/ft² · h · °F). Normalmente, los factores de ensuciamiento se toman como valores que proporcionan también un factor de seguridad para el diseño.

EJEMPLO 11.1 Por el interior de una tubería de un intercambiador de doble tubo circula metanol, que se enfría con agua que circula por el enchaquetado. La tubería interior es de acero de 1 in. (25 mm), Norma (cédula) 40. La conductividad térmica del acero es 26 Btu/ft · h · °F (45 W/m · °C). Los coeficientes individuales y los factores de ensuciamiento se presentan en la tabla 11.1. ¿Cuál es el coeficiente global basado en el área exterior de la tubería interna?

TABLA 11.1

Datos para el ejemplo 11.1

	Coeficiente	
	Btu/ft ² · h · °F	W/m ² · °C
Coeficiente del alcohol h_i	180	1 020
Coeficiente del agua h_o	600	1 700
Factor de ensuciamiento interior h_{di}	1 000	5 680
Factor de ensuciamiento exterior h_{do}	500	2 840

Solución Los diámetros y los espesores de pared de una tubería de 1 in. Norma 40, de acuerdo con el apéndice 3, son

$$D_i = \frac{1.049}{12} = 0.0874 \text{ ft} \quad D_o = \frac{1.315}{12} = 0.1096 \text{ ft} \quad x_w = \frac{0.133}{12} = 0.0111 \text{ ft}$$

El diámetro medio logarítmico $\bar{D}_L$ se calcula como en la ecuación (10.17), utilizando el diámetro en lugar del radio:

$$\bar{D}_L = \frac{D_o - D_i}{\ln(D_o/D_i)} = \frac{0.1096 - 0.0874}{\ln(0.1096/0.0874)} = 0.0983 \text{ ft}$$

El coeficiente global se obtiene a partir de la ecuación (11.37):

$$U_o = \frac{1}{\frac{0.1096}{0.0874 \times 1\,000} + \frac{0.1096}{0.0874 \times 180} + \frac{0.0111 \times 0.1096}{26 \times 0.0983} + \frac{1}{600} + \frac{1}{500}}$$

$$= 80.9 \text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F} \left(459 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \right)$$

Casos especiales del coeficiente global

Aunque la elección del área a utilizar como base de un coeficiente global es arbitraria, a veces resulta más conveniente un área en particular que otras. Suponga, por ejemplo, que un coeficiente individual, h_i , es numéricamente grande en comparación con el otro, h_o , y que los efectos de ensuciamiento son despreciables. Además, suponiendo que el término representativo de la resistencia de la pared metálica es pequeño en comparación con $1/h_o$, las relaciones D_o/D_i y $D_o/\bar{D}_L$ tienen tan poca importancia que se consideran despreciables, y la ecuación (11.32) puede sustituirse por la forma más sencilla

$$U_o = \frac{1}{1/h_o + x_w/k_m + 1/h_i} \quad (11.39)$$

En tal caso, resulta ventajoso basar el coeficiente global en el área a la que corresponde la mayor resistencia, o el menor valor de h .

Para tubos de pared delgada y gran diámetro, láminas planas, o cualquier otro caso donde se comete un error despreciable por usar un área común para A_i , $\bar{A}_L$ y A_o , se utiliza la ecuación (11.39) para el coeficiente global, y U_i y U_o son idénticos.

A veces un coeficiente, tal como h_o , es muy pequeño en comparación tanto con x_w/k como con el otro coeficiente h_i , de forma que el término $1/h_o$ es muy grande en comparación con los demás términos en la suma de las resistencias. Cuando esto ocurre, la resistencia más grande recibe el nombre de *resistencia controlante*, y es suficientemente exacto igualar el coeficiente global al coeficiente individual más pequeño, o en este caso, $h_o = U_o$.

Clasificación de coeficientes individuales de transferencia de calor

El problema de predecir la velocidad de flujo de calor desde un fluido a otro a través de una pared de separación, se reduce a la predicción de los valores numéricos de los coeficientes individuales de los fluidos que intervienen en el proceso global. En la práctica se presenta una gran variedad de casos individuales y es preciso considerar en forma separada cada tipo de fenómeno. En este libro se seguirá la siguiente clasificación:

1. Flujo de calor hacia o desde fluidos en el interior de tubos, sin cambio de fase
2. Flujo de calor hacia o desde fluidos en el exterior de tubos, sin cambio de fase
3. Flujo de calor a partir de fluidos condensables
4. Flujo de calor a líquidos en ebullición

Valores de los coeficientes de la transferencia de calor

Los intervalos de los valores del coeficiente h varían mucho, dependiendo del carácter del proceso.² En la tabla 11.2 se presentan algunos intervalos típicos.

TABLA 11.2

Valores de los coeficientes de la transferencia de calor

Tipo de procesos	Rango de valores de h	
	$\text{W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$	$\text{Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$
Vapor de agua (condensación en gotas)	30 000-100 000	5 000-20 000
Vapor de agua (condensación en película)	6 000-20 000	1 000-3 000
Ebullición de agua	1 700-50 000	300-9 000
Vapores orgánicos condensables	1 000-2 000	200-400
Agua (calentamiento o enfriamiento)	300-20 000	50-3 000
Aceites (calentamiento o enfriamiento)	50-1 500	10-300
Vapor de agua (sobrecalentamiento)	30-100	5-20
Aire (calentamiento o enfriamiento)	1-50	0.2-10

Para convertir de $\text{Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$ a $\text{W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$, multiplicar por 5.6783.

Fuente: con autorización del autor y editor de W. H. McAdams, *Heat Transmission*, 3a. ed., p. 5. Derechos de autor, 1954, McGraw-Hill Book Company.

SÍMBOLOS

A	Área m^2 o ft^2 ; A_T , área total de la superficie de transferencia de calor; A_i , del interior del tubo; A_o , del exterior del tubo; $\bar{A}_L$, media logarítmica
c_p	Calor específico a presión constante, $\text{J/g} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$; c_{pc} , de fluido frío; C_{ph} , de fluido caliente
D	Díámetro, m o ft; D_i , diámetro interior del tubo; D_o , diámetro exterior del tubo; $\bar{D}_L$, media logarítmica
H	Entalpía, J/g o Btu/lb ; H_a , en la entrada; H_b , en la salida; H_{ca} , H_{cb} , del fluido frío; H_{ha} , H_{hb} , del fluido caliente
h	Coefficiente de transferencia de calor individual o de superficie, $\text{W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$; h_i , para el interior del tubo; h_o , para el exterior del tubo
h_d	Factor de ensuciamiento, $\text{W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$; h_{di} , tubo interior; h_{do} , tubo exterior
k	Conductividad térmica, $\text{W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$; k_m , de la pared del tubo
L	Longitud, m o ft
LMTD	Diferencia de temperatura media logarítmica
$\dot{m}$	Velocidad del flujo másico, kg/h o lb/h ; $\dot{m}_c$, de fluido frío; $\dot{m}_h$, de fluido caliente
Nu	Número de Nusselt, hD/k , adimensional
Q	Cantidad de calor, J o Btu
q	Velocidad de flujo de calor, W o Btu/h; q_T , total en un intercambiador; q_c , hacia el fluido frío, q_h , hacia el fluido caliente
R	Resistencia térmica global, $1/U$, $\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C/W}$ o $\text{ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F/Btu}$; R_o , basada sobre el área de la superficie exterior
r_m	Radio de la partícula esférica, m o ft
T	Temperatura, $^\circ\text{F}$ o $^\circ\text{C}$; T_a , en la entrada, o en el valor inicial; T_b , a la salida; T_c , del fluido frío; T_{ca} , para el fluido frío a la entrada; T_{cb} , para el fluido frío a la salida; T_h , del fluido caliente; T_{ha} , para el fluido caliente a la entrada; T_{hb} , fluido caliente a la salida; T_s , de la superficie; T_w , de la pared del tubo; T_{wc} , del lado del fluido frío; T_{wh} , del lado del fluido caliente; $\bar{T}_b$, temperatura media del volumen de la esfera sólida
t	Tiempo, h o s
U	Coefficiente global de transferencia de calor W/m^2 o $\text{Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$; U_i , con base en el área de la superficie interior; U_o , con base en el área de la superficie exterior; U_1 , U_2 , en los extremos del intercambiador
x	Espesor de la película, m o ft [ecuaciones (11.23) a la (11.25)]
x_w	Espesor de la pared del tubo, m o ft
y	Distancia dentro del fluido normal a la pared del tubo, m o ft, medida en dirección del flujo de calor

Letras griegas

α	Difusividad térmica, $k/\rho c_p$, m^2/s o ft^2/h
ΔT	Diferencia global de temperatura, $T_h - T_c$, $^\circ\text{C}$ o $^\circ\text{F}$; ΔT_i , entre la pared del tubo y el fluido del tubo interior; ΔT_o , entre la pared del tubo y el fluido del tubo exterior; ΔT_w , a través de la pared del tubo; ΔT_1 , ΔT_2 , en los extremos del intercambiador; $\bar{\Delta T}_L$, media logarítmica

λ	Calor latente de evaporación, J/g o Btu/lb
ρ	Densidad de la partícula esférica, kg/m ³ o lb/ft ³

PROBLEMAS

- 11.1.** Calcule los coeficientes globales de transferencia de calor basados en las áreas interior y exterior para los siguientes casos.

Caso 1 Agua a 10 °C que fluye en un tubo de condensador de $\frac{3}{4}$ in. 16 BWG y vapor de agua saturado a 105 °C condensado en el exterior. $h_i = 12 \text{ kW/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$. $h_o = 14 \text{ kW/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$. $k_m = 120 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$.

Caso 2 Benceno que condensa a la presión atmosférica sobre el exterior de una tubería de acero de 25 mm y aire a 15 °C que circula por el interior a 6 m/s. El espesor de la pared de la tubería es de 3.5 mm. $h_i = 20 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$. $h_o = 1\,200 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$. $k_m = 45 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$.

Caso 3 Condensación por goteo de vapor de agua saturado a la presión manométrica de 50 lb_f/in.² sobre una tubería de acero de 1 in. Norma (cédula) 40, por la que circula petróleo a 100 °F. $h_o = 14\,000 \text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$. $h_i = 130 \text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$. $k_m = 26 \text{ Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$.

- 11.2.** Calcule las temperaturas de las superficies interior y exterior de la tubería metálica o entubado en los casos 1 al 3 del problema 11.1.

- 11.3.** Se desea enfriar anilina desde 200 hasta 150 °F en un intercambiador de calor de doble tubo que tiene un área total exterior de 70 ft². Para el enfriamiento se dispone de una corriente de tolueno de 8 600 lb/h a la temperatura de 100 °F. El intercambiador consta de una tubería de $1\frac{1}{4}$ in. y otra de 2 in., ambas de Norma (cédula) 40. La velocidad de flujo de la anilina es de 10 000 lb/h. a) Si el flujo es a contracorriente, ¿cuáles son la temperatura del tolueno a la salida, la LMTD y el coeficiente global de transferencia de calor? b) ¿Cuáles son si el flujo es paralelo?

- 11.4.** En el intercambiador descrito en el problema 11.3, ¿cuánta anilina puede enfriarse si el coeficiente global de transferencia de calor es 70 Btu/ft² · h · °F?

- 11.5.** Tetracloruro de carbono que fluye a 19 000 kg/h se enfría de 85 a 40 °C usando 13 500 kg/h de agua de enfriamiento a 20 °C. El coeficiente de película para el tetracloruro de carbono, en el tubo exterior es 1700 W/m² · °C. La resistencia de la pared es despreciable, pero h_i , sobre el lado del agua, incluyendo los factores de ensuciamiento, es 11 000 W/m² · °C. a) ¿Cuál es el área requerida para un intercambiador a contracorriente? b) ¿En qué factor podría incrementarse el área si el flujo paralelo fuera usado para obtener un enfriamiento inicial más rápido del tetracloruro de carbono?

- 11.6.** En un intercambiador de calor de doble tubo usado para enfriar una suspensión, el coeficiente global U_i es 1.84 kW/m² · °C. El agua fluye en la tubería interior, la cual es de acero y mide 1 in., Norma (cédula) 40; la suspensión fluye en la tubería exterior de 2 in. El coeficiente interior se estima a 4.8 kW/m² · °C basado en una correlación publicada para el flujo turbulento. a) Calcule el coeficiente exterior y el porcentaje de la resistencia total de la película exterior, de la pared y de la película interior. b) Si la correlación para h_i tiene un posible error de $\pm 10\%$ y U_i es exacto sólo para 10%, ¿cuál es el máximo error posible en h_o ?

- 11.7.** Un condensador tubular con $120\frac{3}{4}$ in. BWG en 16 tubos de cobre de 8 ft de largo condensa 22 100 lb/h de vapor saturado a 120 °C usando 870 gal/min de agua de enfriamiento. Las temperaturas del agua medidas en la entrada y salida están a 20 y 46 °C. a) ¿Qué tan correcto es el balance de calor? b) ¿Cuál es el coeficiente global de transferencia de calor basado en el área exterior de los tubos?

- 11.8.** En un intercambiador de calor a contracorriente, la corriente caliente se enfría desde 120 hasta 30 °C, mientras la corriente fría cambia de temperatura desde 20 hasta 60 °C. Si el mismo intercambiador opera en flujo paralelo, ¿cuáles serían las temperaturas de salida de las dos corrientes?
- 11.9.** Un vapor orgánico se condensa a 80 °C y 1.2 atm en un condensador de agua de enfriamiento, y el líquido orgánico condensado se enfrió a 35 °C en el mismo condensador. El agua de enfriamiento está disponible a 25 °C, y la temperatura de salida del agua es de 45 °C. Describa los perfiles de temperatura en el condensador enfriador y explique cómo calcular el área requerida.
- 11.10.** Un intercambiador de tubos y coraza con flujos a contracorriente se usa para enfriar 2 500 kg/h de aceite desde 160 °C hasta una temperatura inferior a los 80 °C. El agua de enfriamiento ingresa a los tubos a 20 °C con un flujo de 4 000 kg/h. El coeficiente global estimado para un intercambiador limpio es de $960 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$, y el área exterior de los tubos es de 4.1 m^2 . El calor específico del aceite es de $0.72 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$. ¿Cuáles son las temperaturas de salida del aceite y el agua en un intercambiador limpio?
- 11.11.** En las condiciones del problema 11.10, estime las temperaturas de salida permitiendo factores de ensuciamiento de $4000 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ a ambos lados de los tubos.
- 11.12.** Una corriente caliente se enfría desde 200 °C hasta 60 °C en un intercambiador a contracorriente utilizando agua que ingresa a 20 °C y sale a 55 °C. El coeficiente global en el extremo caliente del intercambiador es de $800 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ y en el extremo frío es de $600 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$. El flujo de calor es $1.2 \times 10^6 \text{ W}$. Compare el área requerida obtenida usando la ecuación (11.17) con aquella basada en la media logarítmica de las diferencias de temperaturas, ΔT_L .
- 11.13.** Una solución acuosa con un punto de ebullición 3 °C superior al del agua se calienta y evapora parcialmente en un intercambiador de tubos y coraza. El vapor en el lado de la coraza se encuentra a 1.70 atm manométricas, y la solución ingresa a 28 °C. Asumiendo una presión promedio de 1 atm en los tubos (desprecie cualquier tipo de caída de presión debida a la fricción) y 50% de evaporación del líquido, realice un diagrama de los perfiles de temperaturas para el intercambiador. ¿Cuál es la media logarítmica de las diferencias de temperaturas?
- 11.14.** Se enfría y condensa vapor de benceno a presión atmosférica en un intercambiador de tubos y coraza. El agua de enfriamiento ingresa a 20 °C y sale a 45 °C. Para un flujo en contracorriente, calcule ΔT_L para las secciones de enfriamiento y condensación del intercambiador. ¿Qué fracción del calor total se transfiere en cada sección? El calor específico del benceno es de $0.35 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$, y el calor de evaporación es de 165 cal/g .
- 11.15.** Repita el problema 11.14 para un flujo en paralelo en el intercambiador y analice las diferencias entre flujo en paralelo y a contracorriente.

REFERENCIAS

1. Colburn, A.P. *Ind. Eng. Chem.*, **25**: 873 (1933).
2. McAdams, W.H. *Heat Transmission*, 3a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1954, p. 5.
3. Perry, J.H. (ed.). *Chemical Engineers, Handbook*. 6a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1984, p. 10-43.

CAPÍTULO 12

Transferencia de calor en fluidos sin cambio de fase

Existen numerosas aplicaciones de intercambio de calor en las que el calor se transfiere entre fluidos sin que éstos cambien de fase. Esto es especialmente importante en las operaciones de recuperación de calor, como por ejemplo, cuando el efluente caliente de un reactor exotérmico se utiliza para precalentar la alimentación fría que entra al reactor. Otros ejemplos incluyen la transferencia de calor desde una corriente de gas caliente hasta agua de enfriamiento, y el enfriamiento de una corriente de líquido caliente usando aire. En todos estos casos las dos corrientes están separadas por una pared metálica que constituye la superficie de transferencia de calor. La superficie puede estar formada por tubos u otros conductos de sección transversal constante, de láminas planas, o aparatos como máquinas de potencia avanzada o formas especialmente diseñadas para conseguir una superficie máxima de transferencia de calor con un pequeño volumen.

En la mayor parte de los casos, la transferencia de calor fluido-fluido se realiza en equipos que operan en estado estacionario; pero los regeneradores térmicos, en los cuales un lecho de partículas sólidas se calienta alternadamente por un fluido caliente y las partículas calientes se usan también para calentar un fluido frío, especialmente en la transferencia de calor a altas temperaturas. El funcionamiento de los regeneradores se estudiará en el capítulo 15.

CAPAS LÍMITE

Regímenes de la transferencia de calor

Un fluido que se calienta o enfría puede circular con flujo laminar, turbulento o en el intervalo de transición comprendido entre el flujo laminar y turbulento. Por otra parte, es posible que el fluido se mueva por convección natural o forzada. En algunos casos se encuentra más de un tipo de flujo en la misma corriente; por ejemplo, en el flujo laminar a bajas velocidades puede existir convección natural superpuesta sobre el flujo laminar forzado.

Es probable que la dirección del flujo del fluido sea paralela a la superficie de calentamiento, en cuyo caso no se produce separación de la capa límite; o tal vez la dirección de flujo sea perpendicular o forme un ángulo con respecto a la superficie de calentamiento, y entonces ocurre la separación de capa límite.

A velocidades comunes, el calor generado por la fricción del fluido es generalmente despreciable en comparación con el que se transfiere entre los fluidos. En la mayoría de los casos, el calentamiento por fricción se puede despreciar. Sin embargo, puede ser importante en operaciones que incluyan líquidos muy viscosos, como es el moldeado por inyección de polímeros. El calor por fricción del petróleo crudo en las tuberías de Alaska ayuda a mantener el petróleo por encima de la temperatura ambiente. Esto reduce la viscosidad y baja el costo de bombeo. En el flujo gaseoso a altas velocidades, con números de Mach que se aproximan a 1.0, el calor por fricción se vuelve considerable y no se puede ignorar. A velocidades muy altas puede ser de fundamental importancia, tal como en el reingreso de naves espaciales a la atmósfera terrestre.

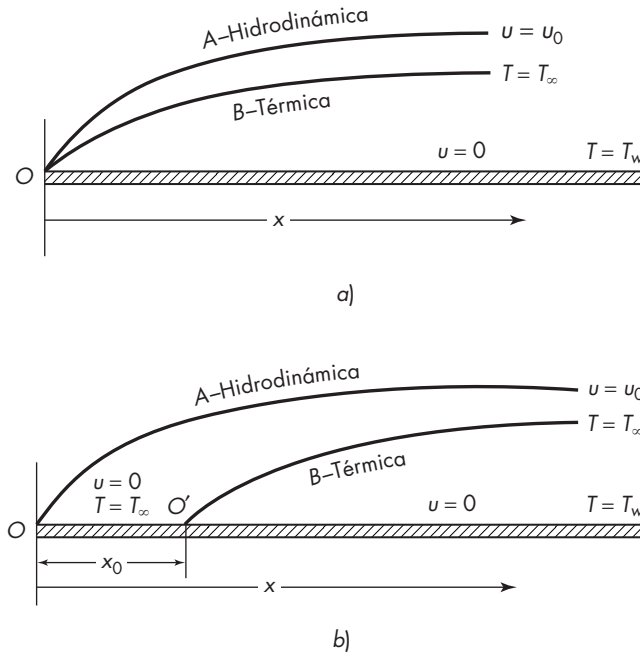
Teniendo en cuenta que las condiciones de flujo a la entrada de un tubo son distintas de las que existen a la salida, el campo de la velocidad y el campo de temperatura asociada a él, dependen de la distancia desde la entrada del tubo. En algunos casos, el flujo circula sin calentarse ni enfriarse a través de una longitud preliminar de una tubería, de forma que se establece el campo de velocidad totalmente desarrollado antes de que se transfiera calor al fluido, y el campo de temperatura se crea en el interior de un campo de velocidad ya existente.

Finalmente, las propiedades del fluido —viscosidad, conductividad térmica, calor específico y densidad— son parámetros importantes en la transferencia de calor. Todos ellos, en especial la viscosidad, son dependientes de la temperatura. Puesto que en una corriente que experimenta transferencia de calor hay un campo de temperatura, en el que esta magnitud varía de un punto a otro, se presenta el problema de elegir la temperatura a la cual deben evaluarse las propiedades del fluido. Para pequeñas diferencias de temperatura entre el fluido y la pared, y para fluidos cuya viscosidad no varíe apreciablemente con la temperatura, el problema no es muy agudo. Pero en el caso de fluidos muy viscosos, como en el caso de aceites pesados de petróleo, o cuando la diferencia de temperatura entre la pared del tubo y la del fluido es grande, existen grandes variaciones de las propiedades del fluido en el interior de la corriente; entonces resulta más difícil calcular la velocidad de transferencia de calor.

Debido a los diferentes efectos que se menciona hasta aquí, el tema de la transferencia de calor en fluidos sin cambio de fase es complejo, y en la práctica se trata como una serie de casos especiales en vez de seguir una teoría general. Sin embargo, todos los casos considerados en este capítulo presentan siempre un fenómeno común: la formación en todos ellos de una capa límite térmica, que es análoga a la capa hidrodinámica de Prandtl descrita en el capítulo 3. Este hecho ejerce una gran influencia sobre el campo de temperatura y también controla la velocidad de flujo de calor.

Capa límite térmica

Considere una placa o lámina plana sumergida en una corriente de fluido que circula en flujo estacionario y orientado paralelamente a la lámina, tal como se representa en la figura 12.1a. Suponga que la corriente que se acerca a la lámina lo hace con una velocidad u_0 y una temperatura T_∞ y que la superficie de la lámina se mantiene a una temperatura cons-

**FIGURA 12.1**

Capas límite térmica e hidrodinámica sobre una lámina plana: *a)* toda la placa está caliente; *b)* longitud no calentada = x_0 .

tante T_w . Suponga que T_w es mayor que T_∞ , de forma tal que la lámina caliente al fluido. Tal como se ha visto en el capítulo 3, se desarrolla una capa límite, dentro de la cual la velocidad varía desde $u = 0$ en la pared hasta $u = u_0$ en el borde exterior de la capa límite. Esta capa límite, llamada *capa límite hidrodinámica*, se representa en la figura 12.1a mediante la línea OA . La penetración de calor por la transferencia desde la lámina hasta el fluido cambia la temperatura del fluido cerca de la superficie de la lámina, y se genera un gradiente de temperatura. El gradiente de temperatura se confina a una capa cercana a la pared, y dentro de la capa la temperatura varía desde T_w en la pared hasta T_∞ en el límite exterior. Esta capa llamada *capa límite térmica*, se representa por la línea OB en la figura 12.1a. En la figura se observa que las líneas OA y OB indican que la capa límite térmica es más delgada que la capa hidrodinámica para todos los valores de x , siendo x la distancia desde el borde de la lámina donde se inicia la capa límite.

Número de Prandtl

La relación entre el espesor de las dos capas límite para un punto dado a lo largo de la lámina depende del número adimensional de Prandtl, el cual es la relación del momento de difusividad ν o μ/ρ y la difusividad térmica α o $k/\rho c_p$. Entonces

$$\text{Pr} \equiv \frac{v}{\alpha} = \frac{c_p \mu}{k} \quad (12.1)$$

Cuando el número de Prandtl es superior a la unidad, lo que ocurre para la mayoría de los líquidos, la capa térmica es más delgada que la capa hidrodinámica, debido a la relativamente baja velocidad de calor de conducción. Esto se ilustra en la figura 12.1a.

El número de Prandtl para el agua a 70 °C está aproximadamente a 2.5; para líquidos viscosos y disoluciones concentradas llega a ser tan grande como 600. Los números de Prandtl para los líquidos cambian apreciablemente con la temperatura debido a los cambios en la viscosidad. Con un fluido de alta viscosidad, la capa límite hidrodinámica se extiende más allá de la superficie de la lámina, la cual tal vez se entienda mejor de manera intuitiva. Imagine una lámina plana moviéndose a través de un líquido muy viscoso tal como el glicerol: el fluido se pondrá en movimiento a una distancia considerable de la lámina, lo que pone de manifiesto la existencia de una gruesa capa límite.

El número de Prandtl para un gas es por lo general cercano a 1.0 (0.69 para el aire, 1.06 para el vapor de agua), y las dos capas límite son aproximadamente del mismo espesor. El número de Prandtl para gases es casi independiente de la temperatura debido a que tanto viscosidad como la conductividad térmica aumentan con la temperatura a aproximadamente la misma velocidad. Los números de Prandtl para gases y líquidos se dan en los apéndices 16 y 17.

Los metales líquidos tienen números de Prandtl muy bajos, en el intervalo de 0.01 a 0.04, debido a la elevada conductividad térmica. Los gradientes de temperatura se extienden mucho más allá de la capa límite hidrodinámica, y se requieren correlaciones especiales para predecir la velocidad de transferencia de calor.

En la figura 12.1a se supone que toda la lámina está caliente y que ambas capas límite comienzan en el borde de la lámina. Si la primera sección de la lámina no está caliente y la superficie de transferencia de calor comienza a una distancia definida x_0 desde el borde de inicio, tal como se muestra en la línea $O'B$ de la figura 12.1b, existe ya una capa límite hidrodinámica en x_0 , donde comienza a formarse la capa límite térmica.

Para mayor claridad, en la figura 12.1 se ha exagerado el espesor de las capas límite. Los espesores reales son generalmente un pequeño porcentaje de la distancia medida desde el borde de inicio de la lámina.

Para el flujo a través de un tubo, se ha visto en el capítulo 3 que la capa límite hidrodinámica aumenta de espesor a medida que progresa la distancia desde la entrada del tubo, para finalmente alcanzar el centro del tubo. El perfil de la velocidad así desarrollado, que recibe el nombre de *flujo totalmente desarrollado*, establece una distribución de la velocidad que ya no varía a lo largo de la longitud del tubo. La capa límite térmica en un tubo calentado o enfriado alcanza también el centro del tubo para una longitud definida desde la entrada de la longitud caliente del tubo, y el perfil de temperatura está totalmente desarrollado en este punto puesto que cubre el tubo entero. Sin embargo, contrariamente a lo que ocurre con el perfil de la velocidad, el perfil de la temperatura se aplan a medida que aumenta la longitud del tubo; en tuberías muy largas toda la corriente de fluido alcanza la temperatura de la pared del tubo, desaparece el gradiente de temperatura y cesa la transferencia de calor.

TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN FORZADA EN FLUJO LAMINAR

En el flujo laminar, sólo hay transferencia de calor por conducción, puesto que no existen remolinos que lleven calor a la superficie isotérmica. El problema se puede abordar mediante el análisis matemático basado en las ecuaciones diferenciales parciales correspondientes a continuidad, cantidad de movimiento y de energía. Tales tratamientos van más allá de los objetivos de este libro y se estudian en tratados sobre transferencia del calor.^{6a} Las soluciones matemáticas dependen de las condiciones límite que se establecen para fijar las condiciones de flujo del fluido y de la transferencia del calor. Cuando el fluido se acerca a la superficie de calentamiento, es posible que tenga ya una capa límite hidrodinámica total o parcialmente desarrollada. O quizá se acerque a la superficie de calentamiento a una velocidad uniforme y las dos capas comiencen a formarse al mismo tiempo. Un caso sencillo de flujo, donde la velocidad se supone constante en toda la sección transversal y cualquier longitud del tubo, recibe el nombre de *flujo pistón* o *émbolo*. Independientemente de las condiciones del flujo, 1) la superficie de calentamiento puede ser isotérmica; o 2) el flujo de calor puede ser igual en todos los puntos de la superficie de calentamiento, en cuyo caso la temperatura promedio del fluido varíe linealmente con la longitud del tubo. Otras combinaciones de las condiciones límite son posibles.^{6a} La ecuación diferencial básica para los distintos casos especiales es la misma, pero las relaciones integradas finales son diferentes.

La mayor parte de las deducciones matemáticas más sencillas se basan en las suposiciones de que las propiedades del fluido son constantes e independientes de la temperatura, y de que el flujo es puramente laminar sin que existan corrientes cruzadas o remolinos. Estas suposiciones son válidas cuando los gradientes y las variaciones de temperatura son pequeñas, pero para grandes variaciones de temperatura, el modelo sencillo no concuerda con la realidad física por dos razones. En primer lugar, las variaciones de viscosidad a través del tubo distorsionan el habitual perfil parabólico de distribución de velocidad del flujo laminar. Así, si el fluido es un líquido que se calienta, la capa próxima a la pared tiene una viscosidad menor que las capas cercanas al centro y el gradiente de velocidad en la pared aumenta, generándose un flujo cruzado de líquido hacia la pared. Si el líquido se enfría se produce el fenómeno inverso. En segundo lugar, puesto que el campo de temperaturas genera gradientes de densidad, se establece convección natural que a su vez distorsiona las líneas de flujo del fluido. El efecto de la convección natural puede ser pequeño o grande, dependiendo de numerosos factores que se tratarán en la sección de convección natural.

En esta sección se consideran tres tipos de transferencia de calor en flujo laminar: 1) transferencia de calor hacia un fluido que circula sobre una lámina plana; 2) transferencia de calor en tubos con flujo pistón, y 3) transferencia de calor hacia una corriente de fluido con perfil de velocidad totalmente desarrollado a la entrada del tubo. En todos los casos la temperatura de la longitud de la lámina calentada o del tubo caliente se supone que es constante y se ignora el efecto de la convección natural.

Transferencia de calor con flujo laminar hacia una lámina plana

Considere el flujo de calor desde la lámina plana que se representa en la figura 12.1*b*. Las condiciones asumidas son las siguientes:

Velocidad del fluido que se acerca a la lámina, así como más allá del borde de la capa límite OA : u_0 .

Temperatura del fluido que se acerca a la lámina, así como más allá del borde de la capa límite térmica $O'B$: T_∞ .

Temperatura de la lámina: desde $x = 0$ hasta $x = x_0$, $T = T_\infty$; para $x > x_0$, $T = T_w$, donde $T_w > T_\infty$.

Las siguientes propiedades de los fluidos son constantes e independientes de la temperatura: densidad ρ , conductividad k , calor específico c_p y viscosidad μ .

Mediante un análisis detallado de esta situación se llega a la ecuación²

$$\left(\frac{dT}{dy}\right)_w = \frac{0.332(T_w - T_\infty)}{\sqrt[3]{1 - (x_0/x)^{3/4}}} \sqrt[3]{\frac{c_p \mu}{k}} \sqrt{\frac{u_0 \rho}{\mu x}} \quad (12.2)$$

donde $(dT/dy)_w$ es el gradiente de temperatura en la pared. De acuerdo con la ecuación (11.21), la relación entre el coeficiente individual de transferencia de calor h_x , a cualquier distancia x del borde de inicio de la capa límite, y el gradiente de temperatura en la pared, viene dado por

$$h_x = \frac{k}{T_w - T_\infty} \left(\frac{dT}{dy}\right)_w \quad (12.3)$$

Eliminando $(dT/dy)_w$ queda

$$h_x = \frac{0.332k}{\sqrt[3]{1 - (x_0/x)^{3/4}}} \sqrt[3]{\frac{c_p \mu}{k}} \sqrt{\frac{u_0 \rho}{\mu x}}$$

Esta ecuación se pone en forma adimensional multiplicándola por x/k , y se obtiene

$$\frac{h_x x}{k} = \frac{0.332}{\sqrt[3]{1 - (x_0/x)^{3/4}}} \sqrt[3]{\frac{c_p \mu}{k}} \sqrt{\frac{u_0 x \rho}{\mu}} \quad (12.4)$$

El miembro izquierdo de esta ecuación es, de acuerdo con la ecuación (11.22), un número de Nusselt correspondiente a la distancia x , o Nu_x . El segundo grupo del lado derecho es el número de Prandtl Pr , y el tercer grupo es un número de Reynolds correspondiente a la distancia x , representado por Re_x . La ecuación (12.4) se escribe entonces

$$Nu_x = \frac{0.332}{\sqrt[3]{1 - (x_0/x)^{3/4}}} \sqrt[3]{Pr} \sqrt{Re_x} \quad (12.5)$$

El número de Nusselt local se interpreta como la relación entre la distancia x y el espesor de la capa límite térmica, ya que la conducción a través de una capa de espesor y daría un coeficiente k/y . Entonces

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = \frac{k}{y} \frac{x}{k} = \frac{x}{y} \quad (12.6)$$

Cuando la lámina se calienta en toda su longitud, como se representa en la figura 12.1a, $x_0 = 0$ y la ecuación (12.5) se convierte

$$\text{Nu}_x = 0.332 \sqrt[3]{\text{Pr}} \sqrt{\text{Re}_x} \quad (12.7)$$

La ecuación (12.7) expresa el valor local del número de Nusselt para la distancia x desde el borde de inicio. En la práctica es más importante el valor medio de Nu para toda la longitud de la lámina que se calienta, x_1 , definida como

$$\text{Nu} = \frac{hx_1}{k} \quad (12.8)$$

donde

$$h = \frac{1}{x_1} \int_0^{x_1} h_x dx$$

La ecuación (12.4) para una lámina que se calienta en toda su longitud, ya que $x_0 = 0$, se escribe como

$$h_x = \frac{C}{\sqrt{x}}$$

donde C es una constante que contiene todos los factores diferentes de h_x y x . Por lo tanto,

$$h = \frac{C}{x_1} \int_0^{x_1} \frac{dx}{\sqrt{x}} = \frac{2C}{x_1} \sqrt{x_1} = \frac{2C}{\sqrt{x_1}} = 2h_{x_1} \quad (12.9)$$

El coeficiente promedio es igual al doble del coeficiente local en el extremo final de la lámina, y la ecuación (12.7) se transforma en

$$\text{Nu} = 0.664 \sqrt[3]{\text{Pr}} \sqrt{\text{Re}_{x_1}} \quad (12.10)$$

Estas ecuaciones son válidas solamente para números de Prandtl de 1.0 o mayores, ya que en la deducción se supone una capa límite térmica de espesor no mayor a la capa hidrodinámica. Sin embargo, pueden utilizarse con poco error, para gases con $\text{Pr} \approx 0.7$. Las ecuaciones están también restringidas para los casos en los que el número de Nusselt es considerablemente grande, digamos 10 o mayor, debido a que la conducción axial, que se ha despreciado en la deducción, y que tiene un efecto significativo para capas límite gruesas.

Transferencia de calor en tubos con flujo laminar

La situación más sencilla de transferencia de calor en tubos con flujo laminar está definida por las condiciones que se indican a continuación. La velocidad del fluido a través del tubo y en todos los puntos de una sección transversal cualquiera de la corriente es constante, de forma que $u = u_0 = \bar{V}$, esto es, flujo tapón; la temperatura de la pared es constante, y las propiedades del fluido son independientes de la temperatura. Matemáticamente este modelo es idéntico al de flujo de calor por conducción en una varilla sólida con temperatura de la superficie constante, utilizando como tiempo de calentamiento en el periodo de paso de una sección transversal de la corriente de fluido con una velocidad $\bar{V}$ a través de una longitud de tubo L . Este periodo es $t_T = L/\bar{V}$. Puede, por lo tanto, utilizarse la ecuación (10.21), para flujo tapón de un fluido sustituyendo $L/\bar{V}$ por t_T en el número de Fourier, que se transforma en

$$Fo = \frac{\alpha t_T}{r_m^2} = \frac{4kt_T}{c_p \rho D^2} = \frac{4kL}{c_p \rho D^2 \bar{V}} \quad (12.11)$$

Números de Graetz y Peclet

En el tratamiento de transferencia de calor en fluidos se utilizan por lo común dos grupos adimensionales en vez del número de Fourier. El *número de Graetz* está definido por la ecuación

$$Gz \equiv \frac{\dot{m} c_p}{kL} \quad (12.12)$$

donde $\dot{m}$ es la velocidad de flujo másico. Puesto que $\dot{m} = (\pi/4)\rho \bar{V} D^2$,

$$Gz = \frac{\pi}{4} \frac{\rho \bar{V} c_p D^2}{kL} \quad (12.13)$$

El número de Graetz puede calcularse también a partir de los números de Reynolds y Prandtl y la relación $D/L^\dagger$

$$Gz = \frac{\pi}{4} \rho \bar{V} D^2 \frac{c_p}{kL} \frac{\mu}{\mu} = \frac{\pi}{4} \text{Re Pr} \frac{D}{L} \quad (12.14)$$

El *número de Peclet* Pe se define como el producto del número de Reynolds por el número de Prandtl, o

$$Pe \equiv \text{Re Pr} = \frac{D \bar{V} \rho}{\mu} \frac{c_p \mu}{k} = \frac{\rho \bar{V} c_p D}{k} = \frac{D \bar{V}}{\alpha} \quad (12.15)$$

La elección entre estos grupos es arbitraria y su relación está determinada por las ecuaciones

$$Gz = \frac{\pi D}{4L} Pe = \frac{\pi}{Fo} \quad (12.16)$$

En el tratamiento que sigue se utiliza el número de Graetz.

Temperatura de salida en flujo tapón

Para flujo tapón, la ecuación (10.21) se transforma en,

$$\frac{T_w - \bar{T}_b}{T_w - T_a} = 0.692e^{-5.78\pi/Gz} + 0.131e^{-30.5\pi/Gz} + 0.0534e^{-74.9\pi/Gz} + \dots \quad (12.17)$$

Aquí, T_a y $\bar{T}_b$ son las temperaturas de entrada y el promedio del fluido a la entrada y a la salida, respectivamente.

[†] En algunas referencias, el número de Graetz se define como $Gz = (D/L)Pe$ sin el factor $\pi/4$, así que la definición deberá revisarse usando las correlaciones publicadas.

El flujo tapón (pistón) no es un modelo realista para fluidos newtonianos, pero es aplicable a líquidos altamente pseudoplásticos ($n' \approx 0$) o a líquidos plásticos que tienen un elevado esfuerzo cortante τ_0 .

Flujo totalmente desarrollado

Para un fluido newtoniano con flujo completamente desarrollado, tanto la distribución real de velocidad a la entrada de la sección calentada como la distribución teórica en el tubo, son parabólicas. Las condiciones límite adecuadas para esta situación conducen al desarrollo de otra ecuación teórica, de la misma forma que la ecuación (12.17). Esto es^{7d}

$$\frac{T_w - \bar{T}_b}{T_w - T_a} = 0.81904e^{-3.657\pi/Gz} + 0.09760e^{-22.31\pi/Gz} + 0.01896e^{-53\pi/Gz} + \dots \quad (12.18)$$

Debido a las distorsiones del campo de flujo a causa de los efectos de la temperatura sobre la viscosidad y densidad, la ecuación (12.18) no da resultados exactos. Las velocidades de transferencia de calor son generalmente mayores que las predichas por la ecuación (12.18), y se han desarrollado correlaciones empíricas con fines de diseño. Estas correlaciones están basadas en el número de Graetz, pero dan el coeficiente de película o el número de Nusselt en vez de la variación de temperatura, ya que esto permite combinar la resistencia del fluido con otras resistencias para determinar un coeficiente global de transferencia de calor.

El número de Nusselt para la transferencia de calor hacia un fluido que circula por el interior de una tubería es igual al coeficiente de película multiplicado por D/k :

$$\text{Nu} \equiv \frac{h_i D}{k} \quad (12.19)$$

El coeficiente de película h_i es el valor promedio sobre la longitud de la tubería, y se calcula como se indica a continuación para el caso de la temperatura constante de pared:

$$h_i = \frac{\dot{m}c_p(\bar{T}_b - T_a)}{\pi DL \Delta \bar{T}_L} \quad (12.20)$$

Ya que

$$\Delta \bar{T}_L = \frac{(T_w - T_a) - (T_w - \bar{T}_b)}{\ln[(T_w - T_a)/(T_w - \bar{T}_b)]} \quad (12.21)$$

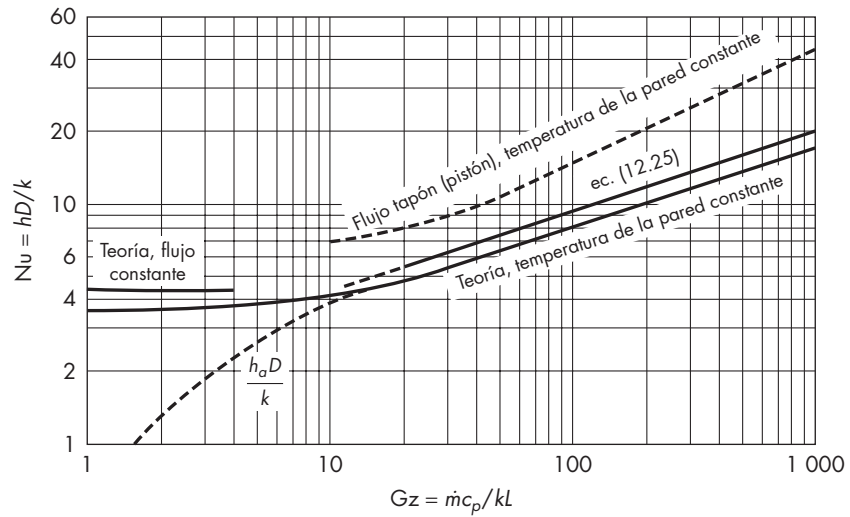
$$h_i = \frac{\dot{m}c_p}{\pi DL} \ln[(T_w - T_a)/(T_w - \bar{T}_b)] \quad (12.22)$$

y

$$\text{Nu} = \frac{\dot{m}c_p}{\pi kL} \ln[(T_w - T_a)/(T_w - \bar{T}_b)] \quad (12.23)$$

o

$$\text{Nu} = \frac{Gz}{\pi} \ln[(T_w - T_a)/(T_w - \bar{T}_b)] \quad (12.24)$$

**FIGURA 12.2**

Transferencia de calor para flujo laminar en tubos con un perfil parabólico de velocidad. (No incluye los efectos de convección natural ni de los gradientes de la viscosidad.)

Utilizando las ecuaciones (12.24) y (12.18) se obtienen valores teóricos del número de Nusselt para flujos parabólicos; estos valores se presentan en la figura 12.2. Para bajos números de Graetz sólo es significativo el primer término de la ecuación (12.18), y el número de Nusselt se acerca al valor límite de 3.66. Resulta difícil realizar medidas exactas del coeficiente de transferencia de calor a bajos números de Graetz, debido a que la diferencia final de temperatura es muy pequeña. Por ejemplo, para $Gz = 1.0$, la relación entre las fuerzas impulsoras a la salida y a la entrada es solamente 8.3×10^{-6} .

Para números de Graetz superiores a 20, el número de Nusselt teórico crece aproximadamente con Gz elevado a la potencia un tercio. Los datos para aire y para líquidos de viscosidad moderada siguen una tendencia semejante, pero los coeficientes son 20% superiores a los predichos por la teoría. Una ecuación empírica para números de Graetz moderados (mayores que 20) es

$$Nu \approx 2.0 Gz^{1/3} \quad (12.25)$$

El aumento del coeficiente de película al aumentar el número de Graetz o disminuir la longitud, es una consecuencia de la variación de la forma del perfil de temperatura. Para longitudes cortas, la capa límite térmica es muy delgada y los gradientes de temperatura bruscos dan lugar a un elevado coeficiente local. Al aumentar la distancia desde la entrada, la capa límite se hace más gruesa y eventualmente alcanza el centro de la tubería, dando un perfil de temperatura casi parabólico. El coeficiente local es aproximadamente constante a partir de este punto, pero el coeficiente promedio continúa decreciendo al aumentar la longitud hasta que el efecto del elevado coeficiente inicial resulta despreciable. En la práctica, por lo general no se calcula la variación del coeficiente local con la

longitud, sino que para obtener el coeficiente global se emplea el coeficiente de película para la longitud media.

Corrección para calentamiento o enfriamiento

En el caso de los líquidos viscosos con grandes caídas de temperatura, es necesario modificar la ecuación (12.25) para tener en cuenta las diferencias entre calentamiento y enfriamiento. Cuando un líquido se calienta, la viscosidad más baja, cerca de la pared hace que el perfil de velocidad sea más parecido al de flujo pistón, con un gradiente muy brusco cerca de la pared y muy suave cerca del centro. Esto da lugar a una mayor velocidad de transferencia de calor, tal como se observa al comparar los acercamientos de temperatura calculados a partir de las ecuaciones (12.17) y (12.18). Cuando se enfría un líquido viscoso, el gradiente de velocidad en la pared disminuye, dando lugar a una menor velocidad de transferencia de calor. Mediante un factor de corrección adimensional, aunque empírico ϕ_v , se tiene en cuenta la diferencia entre calentamiento y enfriamiento:

$$\phi_v \equiv \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad (12.26)$$

Este factor se añade a la ecuación (12.25) para obtener la ecuación final para la transferencia de calor con flujo laminar:

$$\text{Nu} = 2 \left(\frac{\dot{m} c_p}{kL} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} = 2 \text{Gz}^{1/3} \phi_v \quad (12.27)$$

En las ecuaciones (12.26) y (12.27), μ es la viscosidad a la temperatura media aritmética del fluido, $(T_a + T_b)/2$, y μ_w es la viscosidad a la temperatura de la pared T_w . Para líquidos $\mu_w < \mu$ y $\phi_v > 1.0$ cuando el líquido se calienta, y $\mu_w > \mu$ y $\phi_v < 1.0$ cuando se enfría el líquido.

Los coeficientes que aparecen en las ecuaciones (12.19) a la (12.27) se basan en una fuerza impulsora media logarítmica $\Delta \bar{T}_L$. Algunos investigadores han presentado correlaciones para un coeficiente h_a basado sobre la fuerza impulsora media aritmética $\Delta \bar{T}_a$. Cuando el número de Graetz es 10 o mayor, la relación entre las fuerzas impulsoras a la entrada y salida es inferior a 2.0, y existe poca diferencia entre $\Delta \bar{T}_L$ y $\Delta \bar{T}_a$ o entre h y h_a . Sin embargo, para bajos números de Graetz, el acercamiento de temperatura se hace muy pequeño y, como se indica en la figura 12.2, el coeficiente h_a es inversamente proporcional al número de Graetz. No hay una ventaja aparente en utilizar h_a , de forma que con fines de diseño se recomienda h .

Las ecuaciones y resultados experimentales considerados hasta aquí son para temperatura de la pared constante y deberán aplicarse para el calentamiento de un fluido con vapor condensante. Si se utiliza un intercambiador con flujo en contracorriente, la temperatura de la pared variará a lo largo de la longitud del intercambiador, lo cual afectará al coeficiente de película para flujo laminar. Si las dos corrientes tienen aproximadamente las mismas velocidades de flujo y capacidades caloríficas, tanto la fuerza impulsora, temperatura, como la densidad de flujo de calor serán aproximadamente constantes. La ecuación teórica para densidad de flujo de calor constante y flujo parabólico conduce a un valor límite del número de Nusselt de 4.36, en vez de 3.66 para T_w constante. Con elevados números de Graetz, el coeficiente predicho para densidad de flujo constante

también es mayor que para temperatura constante de la pared, pero no se dispone de suficientes datos experimentales que permitan desarrollar una ecuación separada para este caso de densidad de flujo constante.

Efectos de insertos sobre la transferencia de calor

Insertos tales como cintas torcidas, semejantes a aquellas en el mezclador estático que aparece en la figura 9.19a, se utilizan frecuentemente para mejorar la transferencia de calor hacia y desde soluciones viscosas. Con flujo laminar, tales equipos pueden aumentar el coeficiente de la transferencia de calor cuatro veces o más, a medida que el líquido calentado cerca de la pared del tubo se mueve con relación al centro y se mezcla con el fluido frío. El líquido que fluye a través de los tubos en flujo turbulento por lo general está totalmente mezclado; por lo tanto, insertar cintas torcidas es mucho menos efectivo con flujo turbulento que con flujo laminar.¹⁰

Transferencia de calor en líquidos no newtonianos con flujo laminar

Para la transferencia de calor hacia y desde líquidos que siguen la relación de la ley de potencia [ecuación (3.9)], la ecuación (12.27) se modifica así¹¹

$$\frac{h_i D}{k} = 2\delta^{1/3} \left(\frac{\dot{m} c_p}{kL} \right)^{1/3} \left(\frac{m}{m_w} \right)^{0.14} \quad (12.28)$$

donde $\delta = (3n' + 1)/4n'$

$m = K' 8^{n'-1}$, para la temperatura media aritmética

m_w = valor de m a T_w

K' = índice de consistencia del flujo

n' = índice de comportamiento del flujo

Para fluidos con esfuerzo cortante decreciente ($n' < 1$) el comportamiento no newtoniano da lugar a que el perfil de velocidad sea más parecido al de flujo pistón y aumenta el coeficiente de transferencia de calor. Cuando $n' = 0.1$, el coeficiente para números de Graetz elevados es del orden de 1.5 veces el correspondiente al flujo parabólico ($n' = 1.0$). El límite $n' = 0$ corresponde al verdadero flujo de tapón (pistón) y los coeficientes pueden ser el doble que para el flujo parabólico. La figura 12.2 muestra el número de Nusselt para flujo en pistón mediante una línea punteada, cuya pendiente tiende a 0.5 para altos números de Graetz.

TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN FORZADA EN FLUJO TURBULENTO

Uno de los casos más importantes de transferencia de calor es el flujo de calor hacia o desde una corriente de fluido que circula con flujo turbulento por una conducción cerrada, en especial en tubos. La turbulencia se presenta para números de Reynolds superiores a aproximadamente 2100 y, como la velocidad de transferencia de calor es mayor para flujo turbulento que para flujo laminar, la mayoría de los equipos operan en el intervalo de turbulencia.

Los primeros estudios sobre este caso estaban basados en correlaciones empíricas por prueba de datos, tomando como guía el análisis adimensional. Las ecuaciones así obtenidas todavía se utilizan mucho en el diseño. Subsecuentemente, se han hecho estudios teóricos del problema. Se ha alcanzado un profundo conocimiento del mecanismo de la transferencia de calor con flujo turbulento, a la vez que se han mejorado las ecuaciones aplicables a intervalos de condiciones más amplios.

Método del análisis dimensional

El análisis dimensional del flujo de calor hacia un fluido turbulento a través de una larga tubería recta conduce a dos relaciones adimensionales

$$\frac{hD}{k} = \Phi\left(\frac{D\bar{V}\rho}{\mu}, \frac{c_p\mu}{k}\right) = \Phi\left(\frac{DG}{\mu}, \frac{c_p\mu}{k}\right) \quad (12.29)$$

Aquí la velocidad de masa G se usa en lugar de su equivalente $\bar{V}\rho$. Dividiendo ambos lados de la ecuación (12.29) entre el producto $(DG/\mu)(c_p\mu/k)$ se obtiene una relación alternativa

$$\frac{h}{c_p G} = \Phi_1\left(\frac{DG}{\mu}, \frac{c_p\mu}{k}\right) \quad (12.30)$$

Los tres grupos en la ecuación (12.29) son los números de Nusselt, Reynolds y Prandtl, respectivamente. El grupo del miembro izquierdo de la ecuación (12.30) recibe el nombre de *número de Stanton St*. Los cuatro grupos están relacionados por la ecuación

$$St Re Pr = Nu \quad (12.31)$$

Por lo tanto, sólo tres de los cuatro son independientes.

Ecuaciones empíricas

Para utilizar las ecuaciones (12.29) o (12.30), es necesario conocer la función Φ o Φ_1 . Una correlación empírica válida para tubos largos con entradas de bordes afilados es la ecuación Dittus-Boelter

$$Nu = \frac{h_i D}{k} = 0.023 Re^{0.8} Pr^n \quad (12.32)$$

donde n es 0.4 cuando el fluido está caliente y 0.3 cuando está frío.

El uso de diferentes valores de n en la ecuación (12.32) es una forma de lograr coeficientes más altos cuando los líquidos son calentados más que cuando son enfriados. Sin embargo, la relación de los coeficientes para calentamiento o enfriamiento, de acuerdo con la ecuación (12.32), equivale a $Pr^{0.1}$ y no depende de las condiciones de la pared de la tubería. Una mejor relación para el flujo turbulento⁹ se conoce como la ecuación Sieder-Tate; que usa el mismo factor de corrección ϕ_v como para el flujo laminar

$$Nu = \frac{h_i D}{k} = 0.023 Re^{0.8} Pr^{1/3} \phi_v^{0.14} \quad (12.33)$$

El término de la relación de la viscosidad ϕ_v no es muy importante para los líquidos de baja viscosidad tales como el agua, pero para aceites viscosos, donde la pared y las viscosidades globales pueden diferir por 10 veces, es posible que el coeficiente para calentamiento llegue a ser el doble del de enfriamiento.[†]

Una forma alternativa de la ecuación (12.33) se obtiene de dividir ambos miembros entre $Re Pr$ y transponerla para obtener lo que se conoce como ecuación Colburn.

$$St Pr^{2/3} \phi_v^{0.14} = \frac{0.023}{Re^{0.2}} \quad (12.34)$$

Con el uso de estas ecuaciones, las propiedades físicas del fluido, excepto para μ_w , son evaluadas a la temperatura de masa total del fluido T . Para gases, la viscosidad se incrementa con la temperatura, pero el cambio es pequeño y el término de la viscosidad en las ecuaciones (12.33) y (12.34) por lo general se ignora. No deberán utilizarse estas ecuaciones para números de Reynolds inferiores a 6000 o para metales fundidos, que tienen números de Prandtl muy bajos.

Efecto de la longitud del tubo. Cerca de la entrada del tubo, donde todavía se están formando los gradientes de temperatura, el coeficiente local h_x es mayor que h_∞ para flujo desarrollado en su totalidad. En la entrada misma, donde previamente no existe gradiente de temperatura, h_x es infinito. Su valor cae muy rápido hacia h_∞ en una longitud relativamente corta de tubo. Cuando es dimensional, el efecto de la longitud del tubo se tiene en cuenta mediante otro grupo adimensional, x/D , donde x es la distancia desde la entrada del tubo. El coeficiente local se aproxima asintóticamente hacia h_∞ al aumentar x , pero es casi igual a h_∞ cuando x/D es aproximadamente 50. El valor medio de h_x para la longitud del tubo se representa por h_i . El valor de h_i se obtiene por integración de h_x para toda la longitud del tubo. Puesto que $h_x \rightarrow h_\infty$ cuando $x \rightarrow \infty$, la relación entre h_i y h_∞ es de la forma^{6b}

$$\frac{h_i}{h_\infty} = 1 + \psi \left(\frac{L}{D} \right) \quad (12.35)$$

Una ecuación para tubos cortos con entradas de bordes afilados, donde la velocidad a la entrada es uniforme en la sección transversal, es

$$\frac{h_i}{h_\infty} = 1 + \left(\frac{D}{L} \right)^{0.7} \quad (12.36)$$

El efecto de la longitud del tubo sobre h_i desaparece cuando L/D es mayor que aproximadamente 50.

Valor medio de h_i para flujo turbulento

Puesto que la temperatura del fluido varía de un extremo a otro del tubo, y que las propiedades μ , k y c_p son todas función de la temperatura, el valor local de h_i varía también

[†] Algunos autores usan 0.027 en vez de 0.023 en la ecuación (12.33) y dan un exponente de la relación de viscosidad de 0.25 para el calentamiento y 0.11 para el enfriamiento.⁸

de un punto a otro a lo largo del tubo. Esta variación es independiente del efecto de la longitud del tubo.

El efecto de las propiedades del fluido se aprecia a partir de la ecuación (12.33) suponiendo que $\mu/\mu_w = 1$.

$$h_i = 0.023 \frac{G^{0.8} k^{2/3} c_p^{1/3}}{D^{0.2} \mu^{0.47}} \quad (12.37)$$

Para el caso de gases, el efecto de la temperatura sobre h_i es pequeño. Para velocidad másica constante en un tubo dado h_i varía con $k^{2/3} c_p^{1/3} \mu^{-0.47}$. El aumento de la conductividad térmica y la capacidad calorífica con la temperatura compensa el incremento de la viscosidad, dando un ligero aumento en h_i . Por ejemplo, para el aire, h_i aumenta en el orden de 6% cuando la temperatura cambia de 50 a 100 °C.

Para líquidos, el efecto de la temperatura es mucho mayor que para gases debido a la rápida disminución de la viscosidad con el aumento de la temperatura. Los efectos de k , c_p y μ en la ecuación (12.37) actúan todos en la misma dirección, pero el aumento de h_i con la temperatura se debe principalmente al efecto de la temperatura sobre la viscosidad. Para agua, por ejemplo, h_i aumenta alrededor de 50% en un intervalo de temperatura de 50 a 100 °C. Para aceites viscosos, la variación en h_i puede ser de dos a tres veces para un incremento de temperatura de 50 °C.

En la práctica, excepto que la variación de h_i para la longitud del tubo sea superior a 2:1, se calcula y utiliza un valor promedio de h_i como un valor constante para la evaluación del coeficiente global U . Este procedimiento desprecia la variación de U con la longitud del tubo y permite utilizar la LMTD para el cálculo del área de la superficie de calentamiento. El valor medio de h_i se calcula evaluando las propiedades del fluido c_p , k y μ a la temperatura promedio del fluido, definida como la media aritmética entre las temperaturas de entrada y salida. El valor de h_i calculado a partir de la ecuación (12.33), usando estos valores de las propiedades, recibe el nombre de *coeficiente promedio*. Por ejemplo, suponga que el fluido entra a 30 °C y sale a 90 °C. La temperatura media del fluido es $(30 + 90)/2 = 60$ °C, y los valores de las propiedades utilizados para calcular el valor promedio de h_i son las correspondientes a 60 °C.

Para grandes variaciones de h_i , se pueden utilizar dos procedimientos: 1) se calculan los valores de h_i a la entrada y salida, se obtienen los correspondientes valores de U_1 y U_2 , y se utiliza la ecuación (11.17). En este caso se ignora el efecto de L/D sobre el valor de la entrada de h_i . 2) Para variaciones aun mayores de h_i , y por lo tanto de U , se puede dividir el tubo en secciones y utilizar un valor promedio de U para cada sección. Entonces se suman las longitudes de las secciones individuales para calcular la longitud total del tubo.

Estimación de la temperatura de la pared T_w

Para evaluar μ_w , la viscosidad del fluido en la pared, es necesario encontrar la temperatura T_w . La estimación de T_w requiere un cálculo iterativo basado en la ecuación de resistencia (11.35). Si es posible estimar las resistencias individuales, la caída total de temperatura ΔT se puede dividir en dos caídas individuales de temperatura utilizando esta ecuación, y así se obtiene un valor aproximado de la temperatura en la pared. Para determinar T_w de esta forma generalmente se desprecia la resistencia de la pared $(x_w/k_m)(D_o/\bar{D}_L)$, y se utiliza la ecuación (11.35) en la forma que se indica a continuación.

A partir de los dos primeros miembros de la ecuación (11.35)

$$\Delta T_i = \frac{D_o/D_i h_i}{1/U_o} \Delta T \quad (12.38)$$

Sustituyendo $1/U_o$ de la ecuación (11.32) y despreciando el término de la resistencia de la pared, se obtiene

$$\Delta T_i = \frac{1/h_i}{1/h_i + D_i/D_o h_o} \Delta T \quad (12.39)$$

En términos cualitativos, la ecuación (12.39) se escribe

$$\Delta T_i = \frac{\text{resistencia interior}}{\text{resistencia global}} \Delta T$$

El uso de la ecuación (12.39) requiere una estimación preliminar de los coeficientes h_i y h_o . Para estimar h_i , se utiliza la ecuación (12.33) despreciando ϕ_v . El cálculo de h_o se describirá más adelante. Se obtiene entonces T_w a partir de las siguientes ecuaciones:

Para calentamiento: $T_w = T + \Delta T_i \quad (12.40)$

Para enfriamiento: $T_w = T - \Delta T_i \quad (12.41)$

donde T es la temperatura promedio del fluido.

Si la primera aproximación no es lo suficiente exacta, se realiza un segundo cálculo de T_w basado en los resultados de la primera. Sin embargo, la segunda aproximación no es necesaria a menos que el factor ϕ_v sea muy diferente de la unidad.

EJEMPLO 12.1 Se condensa tolueno a 230 °F (110 °C) sobre el exterior de tubos de cobre de $\frac{3}{4}$ in. (19 mm) 16 BWG, a través de los cuales circula agua de enfriamiento con una temperatura promedio de 80 °F (26.7 °C). Los coeficientes individuales de transferencia de calor se dan en la tabla 12.1. Despreciando la resistencia de la pared del tubo, ¿cuál es la temperatura de la pared del tubo?

Solución A partir del apéndice 4, $D_i = 0.620$ in.; $D_o = 0.750$ in. Por lo tanto, a partir de la ecuación (12.39)

TABLA 12.1
Datos para el ejemplo 12.1

	Coeficiente de transferencia de calor	
	Btu/ft ² · h · °F	W/m ² · °C
Para agua de enfriamiento h_i	700	3 970
Para tolueno h_o	500	2 840

$$\Delta T_i = \frac{1/700}{1/700 + 0.620/(0.750 \times 500)} (230 - 80) = 69.5^\circ\text{F}$$

Ya que el agua se calienta por la condensación del tolueno, la temperatura de la pared se obtiene a partir de la ecuación (12.40) como sigue:

$$T_w = 80 + 69.5 = 149.5^\circ\text{F} (65.3^\circ\text{C})$$

Secciones transversales no circulares

Al utilizar la ecuación (12.33) o (12.34) para secciones diferentes de la circular, sólo es necesario sustituir el diámetro D , tanto en el número de Reynolds como en el de Nusselt, por el diámetro equivalente D_e , definido como cuatro veces el radio hidráulico r_H . El método es el mismo que se utiliza en el cálculo de las pérdidas por fricción.

EJEMPLO 12.2 Se enfría benceno desde 141 hasta 79 °F (60.6 hasta 21.1 °C) que circula por el interior de un intercambiador de calor de doble tubo. En contracorriente con el benceno circula agua de enfriamiento, que entra en el encamisado (tubo exterior) a 65 °F (18.3 °C) y sale a 75 °F (23.9 °C). El intercambiador consta de una tubería interior de $\frac{7}{8}$ in. (22.2 mm) de cobre 16 BWG, y con un tubo exterior con una tubería de acero de $1\frac{1}{2}$ in. (38.1 mm) Normal (cédula) 40. La velocidad lineal del benceno es de 5 ft/s (1.52 m/s). Despreciando la resistencia de la pared y de las películas de incrustaciones, y suponiendo $L/D > 150$ para ambas tuberías, calcular los coeficientes de película del benceno y del agua así como el coeficiente global basado en el área externa de la tubería interior.

Solución La temperatura promedio del benceno es $(141 + 79)/2 = 110^\circ\text{F}$; y la del agua es $(65 + 75)/2 = 70^\circ\text{F}$. Las propiedades físicas a estas temperaturas están dadas en la tabla 12.2. Los diámetros del tubo interior son

$$D_{it} = \frac{0.745}{12} = 0.0621 \text{ ft} \quad D_{ot} = \frac{0.875}{12} = 0.0729 \text{ ft}$$

TABLA 12.2
Datos para el ejemplo 12.2

Propiedades	Valor a la temperatura promedio del fluido	
	Benceno	Agua [†]
Densidad ρ , lb/ft ³	53.1	62.3
Viscosidad μ , lb/ft · h	1.16 [‡]	$2.42 \times 0.982 = 2.34$
Conductividad térmica k , Btu/ft · h · °F	0.089 [§]	0.346
Calor específico c_p , Btu lb · °F	0.435 [¶]	1.000

[†] Apéndice 6.

[‡] Apéndice 9.

[§] Apéndice 13.

[¶] Apéndice 15.

A partir del apéndice 3, el diámetro interior del encamisado (o tubo exterior) es

$$D_{ij} = \frac{1.610}{12} = 0.1342 \text{ ft}$$

El diámetro equivalente del espacio anular entre los dos tubos se obtiene como sigue. El área de la sección transversal es $(\pi/4)(0.1342^2 - 0.0729^2)$, o 0.00997 ft^2 . El perímetro húmedo es $\pi(0.1342 + 0.0729)$. El radio hidráulico es

$$r_H = \frac{(\pi/4)(0.1342^2 - 0.0729^2)}{\pi(0.1342 + 0.0729)} = \frac{1}{4}(0.1342 - 0.0729) = \frac{1}{4} \times 0.0613 \text{ ft}$$

El diámetro equivalente $D_e = 4r_H = 0.0613 \text{ ft}$.

Primero se debe calcular la velocidad del agua desde el flujo de calor y el aumento de temperatura en el agua. El flujo de calor se obtiene a partir de la velocidad de flujo másico del benceno $\dot{m}_b$, dada por

$$\dot{m}_b = \bar{V}_b \rho_b S$$

donde S es el área seccional dentro del tubo de cobre. A partir del apéndice 4, para un tubo de $\frac{7}{8}$ in. BWG 16, $S = 0.00303 \text{ ft}^2$. Por lo tanto,

$$\dot{m}_b = 5 \times 53.1 \times 0.00303 = 0.804 \text{ lb/s}$$

La velocidad de flujo de calor q , se obtiene multiplicando el flujo de masa, el calor específico y el cambio de temperatura del benceno, es

$$\begin{aligned} q &= 0.804 \times 0.435(141 - 79) \\ &= 21.68 \text{ Btu/s} \end{aligned}$$

La velocidad de flujo másico del agua $\dot{m}_w$ es entonces

$$\dot{m}_w = \frac{21.68}{1.000(75 - 65)} = 2.168 \text{ lb/s}$$

La velocidad del agua $\bar{V}_w$ es

$$\bar{V}_w = \frac{2.168}{0.00997 \times 62.3} = 3.49 \text{ ft/s}$$

El número de Reynolds y el número de Prandtl de cada corriente se calculan como sigue:

$$\text{Benceno: } \text{Re} = \frac{D_{it} \bar{V}_b \rho}{\mu} = \frac{0.0621 \times 5 \times 3600 \times 53.1}{1.16} = 5.12 \times 10^4$$

$$\text{Pr} = \frac{c_p \mu}{k} = \frac{0.435 \times 1.16}{0.089} = 5.67$$

$$\text{Agua: } \text{Re} = \frac{D_e \bar{V}_w \rho}{\mu} = \frac{0.0613 \times 3.49 \times 3600 \times 62.3}{2.34} = 2.05 \times 10^4$$

$$\text{Pr} = \frac{1.00 \times 2.34}{0.346} = 6.76$$

Estimaciones preliminares de los coeficientes se obtienen a partir de la ecuación (12.34), omitiendo la corrección de la relación para viscosidad:

$$\text{Benceno: } h_i = \frac{0.023 \times 5 \times 3\,600 \times 53.1 \times 0.435}{\left(5.12 \times 10^4\right)^{0.2} \times 5.67^{2/3}} = 344 \text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$$

$$\text{Agua: } h_o = \frac{0.023 \times 3.49 \times 3\,600 \times 62.3 \times 1.000}{\left(2.05 \times 10^4\right)^{0.2} \times 6.76^{2/3}} = 691 \text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$$

En estos cálculos se ha tenido en cuenta el hecho de que $G = \bar{V}\rho$.

La caída de temperatura sobre la resistencia del benceno, a partir de la ecuación (12.39), es

$$\Delta T_i = \frac{1/344}{1/344 + 0.0621/(0.0729 \times 691)} (110 - 70) = 28.1 ^\circ\text{F}$$

$$T_w = 110 - 28.1 = 81.9 ^\circ\text{F}$$

Las viscosidades de los líquidos en T_w se calculan.

$$\mu_w = \begin{cases} 1.45 \text{ lb/ft} \cdot \text{h} & \text{para el benceno} \\ 0.852 \times 2.42 = 2.06 \text{ lb/ft} \cdot \text{h} & \text{para el agua} \end{cases}$$

Los factores de corrección para viscosidad ϕ_v , a partir de la ecuación (12.26), son

$$\phi_v = \begin{cases} \left(\frac{1.16}{1.45}\right)^{0.14} = 0.969 & \text{para el benceno} \\ \left(\frac{2.34}{2.06}\right)^{0.14} = 1.018 & \text{para el agua} \end{cases}$$

Los coeficientes corregidos son

$$\text{Benceno: } h_i = 344 \times 0.969 = 333 \text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F} \left(1\,891 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}\right)$$

$$\text{Agua: } h_o = 691 \times 1.018 = 703 \text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F} \left(3\,992 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}\right)$$

La caída de temperatura en la resistencia del benceno y la temperatura de la pared se vuelve

$$\Delta T_i = \frac{1/333}{1/333 + 0.0621/(0.0729 \times 703)} (110 - 70) = 28.5 ^\circ\text{F}$$

$$T_w = 110 - 28.5 = 81.5 ^\circ\text{F}$$

Este valor es tan próximo a la temperatura de la pared calculada con anterioridad que resulta innecesaria una segunda aproximación.

El coeficiente global se obtiene a partir de la ecuación (11.32), despreciando la resistencia de la pared del tubo:

$$\frac{1}{U_o} = \frac{0.0729}{0.0621 \times 333} + \frac{1}{703} = 0.00495$$

$$U_o = \frac{1}{0.00495} = 202 \text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F} \left(1\,147 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}\right)$$

Efecto de la rugosidad

Para números de Reynolds iguales, el coeficiente de transferencia de calor en flujo turbulento es algo mayor en un tubo rugoso que en un tubo liso. El efecto de la rugosidad sobre la transferencia de calor es mucho menor que sobre la fricción del fluido, y desde el punto de vista económico, es más importante utilizar tubos lisos para minimizar las pérdidas por fricción que un tubo rugoso para obtener un mayor coeficiente de transferencia de calor. En los cálculos prácticos se desprecia el efecto de la rugosidad sobre h_i .

Transferencia de calor a velocidades elevadas

Cuando un fluido circula por el interior de un tubo a velocidades elevadas, aparecen gradientes de temperatura aun cuando no haya transferencia de calor a través de la pared, y $q = 0$. Por ejemplo, en el moldeo por inyección, el polímero fundido fluye en la cavidad con una velocidad muy elevada y los gradientes de velocidad bruscos en el líquido viscoso dan lugar a la generación de calor en el fluido, motivo por el cual recibe el nombre de *disipación viscosa*. En el flujo a velocidades elevadas de gases compresibles en tuberías, la fricción en la pared aumenta la temperatura del fluido en la pared por encima de su temperatura media.^{4c} La diferencia de temperatura entre la pared y el fluido da lugar a un flujo de calor desde la pared hacia el fluido, y se alcanza un estado estacionario cuando la velocidad de generación de calor debido a la fricción en la pared es igual a la velocidad de transferencia de calor hacia el interior de la corriente del fluido. La temperatura constante de la pared que así se alcanza recibe el nombre de *temperatura adiabática de pared*. Un tratamiento más amplio de este tema cae fuera del objetivo de este libro. El efecto se hace apreciable para números de Mach superiores a aproximadamente 0.4 y en este intervalo de velocidades deben utilizarse las ecuaciones más adecuadas en vez de las ecuaciones (12.33) y (12.34).

Transferencia por remolinos turbulentos y analogía entre la transferencia de momento y de calor

En las ecuaciones 5.19 a 5.60 se describió la distribución de la velocidad y su acompañante flujo de momento en una corriente que fluyen en flujo turbulento a través de una tubería. Se han identificado tres zonas en la sección transversal de la tubería. En la primera, inmediatamente próxima a la pared, los remolinos son muy poco frecuentes y el flujo de momento se produce casi sólo debido a la viscosidad; en la segunda, hay un régimen mezclado formado por la combinación de transporte viscoso y de momento turbulento; en la zona principal de la corriente, que ocupa la mayor parte de la sección transversal, sólo es importante el flujo de momento generado por los esfuerzos de Reynolds causadas por el flujo turbulento. Las tres zonas reciben el nombre de *subcapa viscosa*, *zona amortiguadora* y *núcleo turbulento*, respectivamente.

Para la transferencia de calor en la pared del tubo, hacia o desde la corriente de fluido, todavía persisten las mismas distribuciones hidrodinámicas de velocidad y cantidad de movimiento y, además, hay un gradiente de temperatura superpuesto al campo de velocidad turbulento-laminar. En el tratamiento que sigue se supone que ambos gradientes están completamente desarrollados y que el efecto de la longitud del tubo es despreciable.

A través de la corriente del fluido hay un flujo de calor por conducción de acuerdo con la ecuación

$$\frac{q_c}{A} = -k \frac{dT}{dy} \quad (12.42)$$

donde q_c = velocidad de flujo de calor por conducción

k = conductividad térmica

A = área de la superficie isotérmica

dT/dy = gradiente de temperatura a través de la superficie isotérmica

La superficie isotérmica es un cilindro concéntrico con el eje de la tubería y está localizada a una distancia y de la pared, o bien r desde el centro de la tubería. Aquí $r + y = r_w$, donde r_w es el radio de la tubería.

Además de por conducción, los remolinos de flujo turbulento transportan calor por convección a través de cada área isotérmica. Aunque ambos mecanismos de flujo de calor pueden existir con tal que haya un gradiente de temperatura ($dT/dy \neq 0$), su importancia relativa varía en forma considerable con la distancia a la pared. En la misma pared del tubo rara vez existen remolinos y la densidad de flujo de calor es debida por completo a la conducción. La ecuación (12.42), escrita para la pared es

$$\left(\frac{q}{A} \right)_w = -k \left(\frac{dT}{dy} \right)_w \quad (12.43)$$

donde $(q/A)_w$ = flujo de calor total en la pared

$(dT/dy)_w$ = gradiente de temperatura en la pared

Estas magnitudes son idénticas a las de las ecuaciones (11.20) y (11.21).

En el interior de la subcapa viscosa, el calor fluye principalmente por conducción, pero los remolinos no están excluidos de esta zona en su totalidad y es posible que exista algo de convección. La importancia relativa del flujo de calor turbulento comparado con la conductividad de flujo de calor aumenta muy rápido con la distancia a la pared. En los fluidos ordinarios, que tienen números de Prandtl superiores a 0.6, la conducción es despreciable en el núcleo turbulento, pero puede ser significativa en la zona amortiguadora o de transición cuando el número de Prandtl es próximo a la unidad. La conducción es despreciable en esta zona cuando el número de Prandtl es grande.

La situación es análoga para el flujo de momento, donde la importancia relativa del esfuerzo cortante turbulento con respecto al viscoso sigue el mismo modelo general. Bajo ciertas condiciones ideales la correspondencia entre el flujo de calor y el flujo de momento es exacta, y para un valor específico cualquiera de r/r_w la relación entre la transferencia de calor por turbulencia y por conducción es igual a la relación entre el flujo de momento por fuerzas viscosas y por los esfuerzos de Reynolds. Sin embargo, en el caso general, la correspondencia es sólo aproximada y puede conducir a grandes errores. El estudio de la relación entre el flujo de momento y de calor para todo el espectro de fluidos conduce a la llamada *teoría de la analogía*, y las ecuaciones así deducidas son las llamadas *ecuaciones análogas*. Un tratamiento detallado de esta teoría cae fuera del objetivo de este libro, pero se consideran algunas de las relaciones más elementales.

Debido a que los remolinos cruzan de modo continuo una superficie isotérmica procedentes de ambos sentidos, pueden transportar calor entre capas situadas a uno y otro lados de la superficie, que están a diferentes temperaturas promedio. En un punto dado la temperatura fluctúa rápidamente alrededor de una temperatura media constante en dicho punto, dependiendo de que a través de dicho punto esté cruzando un remolino “frío” o uno “caliente”. Las fluctuaciones de temperatura forman un modelo con respecto al tiempo y a la localización, lo mismo que las fluctuaciones de velocidad y presión descritas en las páginas 57 a 59. La temperatura instantánea T_i en el punto se divide en dos partes, la temperatura promedio constante T en el punto y la temperatura media fluctuante o de desviación T' , o

$$T_i = T + T' \quad (12.44)$$

La temperatura fluctuante T' a un tiempo promedio, que se representa por $\bar{T}'$, es cero, y el valor de la temperatura instantánea total a un tiempo promedio, que se representa por $\bar{T}_i$, es T . La temperatura promedio T es la que se mide con un termómetro ordinario. Para medir T_i y obtener T' se requieren sensores especiales que permitan medir los cambios rápidos de temperatura.

La difusividad de calor en remolinos

Cuando no hay gradientes de temperatura a través de la superficie isotérmica, todos los remolinos tienen la misma temperatura con independencia del punto de origen, $dT/dy = 0$, y no hay flujo neto de calor. Si existe un gradiente de temperatura, un análisis equivalente al que ha conducido a la ecuación (3.17) pone de manifiesto que los remolinos llevan un flujo neto de calor desde la temperatura más alta hasta la más baja, de acuerdo con la ecuación

$$\frac{q_t}{A} = -c_p \rho \bar{v' T'} \quad (12.45)$$

donde v' es la velocidad fluctuante (o desviación) a través de la superficie y la testa indica que se trata de un valor del producto $v' T'$ a un tiempo promedio. Aunque los tiempos promedio $\bar{v'}$ y $\bar{T'}$ son individualmente cero, el promedio de su producto no lo es, debido a que hay una correlación entre estas magnitudes fluctuantes cuando $dT/dy \neq 0$, de la misma forma que las velocidades fluctuantes u' y v' están correlacionadas cuando existe un gradiente de velocidad du/dy .

En la página 62 se ha definido una difusividad en un remolino ε_M para la transferencia de momento. Se puede definir una difusividad en un remolino correspondiente ε_H para la transferencia de calor

$$\frac{q_t}{c_p \rho A} \equiv -\varepsilon_H \frac{dT}{dy} = \bar{v' T'} \quad (12.46)$$

El subíndice t se refiere al hecho de que la ecuación (12.46) se aplica a la transferencia de calor por convección turbulenta. Ya que también existe conducción, el flujo de calor total en un punto dado, que se representa por q , es, de acuerdo con las ecuaciones (12.42) y (12.46),

$$\frac{q}{A} = \frac{q_c}{A} + \frac{q_t}{A} = -k \frac{dT}{dy} - c_p \rho \varepsilon_H \frac{dT}{dy}$$

$$\text{o} \quad \frac{q}{A} = -c_p \rho (\alpha + \varepsilon_H) \frac{dT}{dy} \quad (12.47)$$

donde α es la difusividad térmica $k/c_p \rho$. La ecuación para el flujo de momento total correspondiente a la ecuación (12.47) es la ecuación (3.22), escrita como

$$\frac{\tau}{\rho} = (v + \varepsilon_M) \frac{du}{dy} \quad (12.48)$$

donde v es la viscosidad cinemática μ/ρ .

Difusividades en remolino

La difusividad de momento v y la difusividad térmica α son las propiedades reales de los fluidos; sus valores dependen de la temperatura y la presión. El número de Prandtl, que indica su relación, es también una propiedad del fluido. Las difusividades en un remolino para momento y calor ε_M y ε_H , respectivamente, no son propiedades del fluido sino que dependen de las condiciones de flujo, en especial de todos los factores que afectan a la turbulencia. Para analogías sencillas, algunas veces se supone que ε_M y ε_H son ambas constantes e iguales, pero cuando se determina a partir de medidas reales de la velocidad y la temperatura, se encuentra que ambas son funciones del número de Reynolds, del número de Prandtl y de la posición de la sección transversal del tubo. Resulta difícil realizar una medida precisa de las difusividades en un remolino y no todas las medidas reportadas concuerdan. Los resultados pueden encontrarse en obras especializadas.^{6c} La relación $\varepsilon_H/\varepsilon_M$ también varía aunque es más constante que las magnitudes individuales. La relación se representa por ψ . Para líquidos ordinarios, donde $Pr > 0.6$, ψ es próxima a 1 para la pared del tubo y en las capas límite, mientras que se acerca a 2 en zonas de turbulencia débil. En el caso de metales líquidos, ψ es baja cerca de la pared, pasa por un valor máximo del orden de la unidad para $y/r_w \approx 0.2$, y disminuye hacia el centro de la tubería.^{7c}

Analogía del número de Reynolds

La ecuación de la analogía más antigua y más sencilla es la de Reynolds, que ha sido deducida para flujo con elevados números de Reynolds en tuberías rectas y lisas. Puede deducirse a partir de las ecuaciones (12.47) y (12.48) después de hacer varias suposiciones, la mayoría de ellas cuestionables, pero se entiende mejor como un hallazgo empírico para gases.

A partir de la relación empírica de la ecuación (5.53),

$$f = 0.046 Re^{-0.2} \quad (12.49)$$

A partir de la ecuación (12.34), suponiendo $Pr = 1.0$ y $\phi_v = 1.0$,

$$St = 0.023 Re^{-0.2} \quad (12.50)$$

A partir de estas ecuaciones

$$\frac{h}{c_p G} \equiv \text{St} = \frac{f}{2} \quad (12.51)$$

Ésta es la forma habitual de la ecuación de la analogía de Reynolds. Concuerda bastante bien con los datos experimentales para la mayoría de los gases, con números de Prandtl cerca de la unidad, siempre que la caída de temperatura $T_w - T$ no sea grande.

Analogía de Colburn: factor de Colburn j

La comparación de la ecuación (12.49) con la ecuación (12.34) muestra que

$$\text{St} \text{Pr}^{2/3} \phi_v^{0.14} \equiv j_H = \frac{f}{2} \quad (12.52)$$

La ecuación (12.52) es un enunciado de la analogía de Colburn entre la transferencia de calor y la fricción de fluidos. El factor j_H definido por $(h/c_p G)(c_p \mu/k)^{2/3}(\mu_w/\mu)^{0.14}$, recibe el nombre de *factor de Colburn j* . Se utiliza en diversas ecuaciones semiempíricas para transferencia de calor. Mientras que la analogía de Reynolds [ecuación (12.51)] se aplica sólo para fluidos con números de Prandtl próximos a la unidad, la analogía de Colburn [ecuación (12.52)] se aplica a un intervalo de números de Prandtl comprendidos entre 0.6 hasta 100.

La ecuación (12.34) puede escribirse en función del factor j de la siguiente forma:

$$j_H = 0.023 \text{Re}^{-0.2} \quad (12.53)$$

Ecuaciones de la analogía más exactas

Se han publicado diversas ecuaciones más elaboradas que relacionan la fricción y la transferencia de calor en tuberías, a lo largo de láminas planas y en espacios anulares. Cubren intervalos más amplios de los números de Reynolds y Prandtl que la ecuación (12.52) y son de la forma general

$$\text{St} = \frac{f/2}{\Phi(\text{Pr})} \quad (12.54)$$

donde $\Phi(\text{Pr})$ es una función complicada del número de Prandtl. Un ejemplo, tomado de Friend y Metzner,³ para flujo totalmente desarrollado en una tubería lisa es

$$\text{St} = \frac{f/2}{1.20 + 11.8\sqrt{f/2}(\text{Pr}-1)(\text{Pr})^{-1/3}} \quad (12.55)$$

El factor de fricción f utilizado en esta situación puede ser el de la ecuación (12.49), o, para un intervalo más amplio de números de Reynolds comprendidos entre 3 000 hasta 3×10^6 , el de la ecuación (5.54)

$$f = 0.00140 + \frac{0.125}{\text{Re}^{0.32}} \quad (12.56)$$

La ecuación (12.55) se aplica para un intervalo del número de Prandtl comprendido desde 0.5 hasta 600. Para flujo turbulento con números de Prandtl muy altos, la ecuación

(12.55) indica que el coeficiente de transferencia de calor aumenta con una potencia de los números de Reynolds desde 0.85 hasta 0.87, más que la potencia 0.8 dada por la ecuación (12.32) o (12.33).

Un exponente de 0.9 para Re es consistente con el valor reportado para la transferencia de masa a valores altos del número de Schmidt [ecuación (17.67)].

Todas las ecuaciones análogas que relacionan f y h tienen una limitación importante. Son aplicables sólo para fricción de pared, o de superficie, y no deben aplicarse para situaciones en las que hay un grado de impedimento o resistencia al avance.

TRANSFERENCIA DE CALOR EN LA REGIÓN ENTRE FLUJO LAMINAR Y TURBULENTO

La ecuación (12.34) sólo se aplica para números de Reynolds superiores a 6000 y la ecuación (12.27) para números inferiores que 2100. Para el intervalo de números de Reynolds entre 2100 y 6000, que recibe el nombre de *región de transición*, no es aplicable una ecuación sencilla. Por lo tanto se utiliza un método gráfico. El método se basa en representaciones gráficas de las ecuaciones (12.27) y (12.34) en una gráfica común del factor de Colburn j en función de Re, con líneas de valores constantes de L/D . A fin de obtener una ecuación para el intervalo de flujo laminar, es necesario transformar la ecuación (12.27) de la siguiente manera. Hay que utilizar las ecuaciones (12.15) y (12.16), para sustituir el número de Graetz por el término $(\pi D/4L)Re Pr$. El resultado es

$$Nu = 2 \left(\frac{\pi D}{4L} Re Pr \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14}$$

Esta relación se multiplica por $(1/Re)(1/Pr)$ para obtener el factor j . La ecuación final se escribe

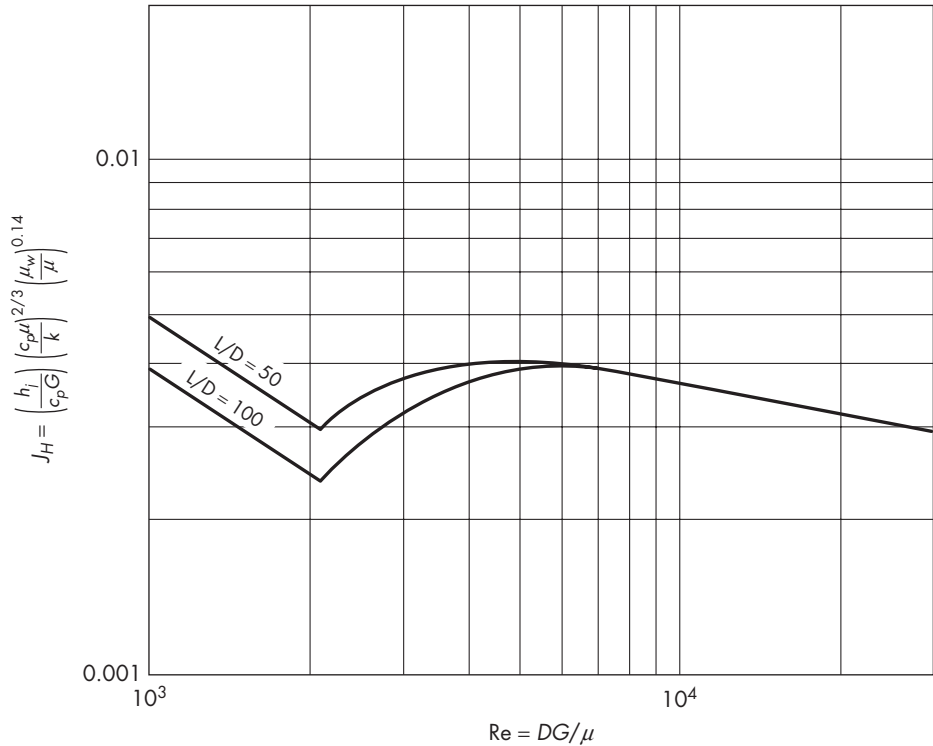
$$\frac{h_i}{c_p G} \left(\frac{c_p \mu}{k} \right)^{2/3} \left(\frac{\mu_w}{\mu} \right)^{0.14} = j_H = 1.86 \left(\frac{D}{L} \right)^{1/3} \left(\frac{DG}{\mu} \right)^{-2/3} \quad (12.57)$$

La ecuación (12.57) muestra que para cada valor de la relación longitud-diámetro L/D , una representación gráfica con escala logarítmica del miembro izquierdo en función de Re conduce a una línea recta de pendiente $-2/3$. Las líneas rectas de la parte izquierda de la figura 12.3 son representaciones gráficas de esta ecuación para algunos valores de L/D . Las líneas terminan para un número de Reynolds de 2100.

La ecuación (12.57) no debe emplearse para $L/D > 100$, ya que puede dar coeficientes mas pequeños que los valores límite mostrados en la figura 12.2.

La ecuación (12.34), cuando se grafica para tubos largos en un mismo sistema de coordenadas, conduce a una línea recta de pendiente -0.20 para números de Reynolds superiores a 6000. Esta línea está trazada en la región derecha de la figura 12.3.

Las líneas curvas comprendidas entre números de Reynolds de 2100 y 6000 representan la región de transición. El efecto de L/D es pronunciado para los números de Reynolds más bajos en esta región y desaparece cuando el número de Reynolds se acerca a 6000.

**FIGURA 12.3**

Transferencia de calor en el intervalo de transición. (Tomado con autorización del autor y editor W.H. McAdams, *Heat Transmission*, 3a. ed. Derechos de autor, 1954, McGraw-Hill Book Company.)

La figura 12.3 es una carta gráfica resumida que se utiliza para todo el intervalo de números de Reynolds comprendido entre 1000 hasta 30000. Por debajo y por encima de estos límites, se utilizan las ecuaciones (12.27) y (12.34) respectivamente.

EJEMPLO 12.3 Un motor que usa aceite ligero cuyas características se dan en la tabla 12.3 ha de calentarse desde 150 hasta 250 °F (65.5 hasta 121.1 °C) en una tubería de $\frac{1}{4}$ pulgadas (6.35 mm) Norma (cédula) 40 y 15 ft (4.57 m) de longitud. La pared de la tubería está a 350 °F (176.7 °C). ¿Cuánto aceite puede calentarse en esta tubería, en libras por hora? ¿Qué coeficiente se espera? Las propiedades del aceite son las siguientes: la conductividad térmica es 0.082 Btu/ft · h · °F (0.142 W/m · °C). El calor específico es 0.48 Btu/lb · °F (2.01 J/g · °C).

Solución Suponga que el flujo es laminar y que el número de Graetz es suficientemente grande para poder aplicar la ecuación (12.27). Los datos para sustituir en la ecuación (12.27) son

$$\mu = \frac{6.0 + 3.3}{2} = 4.65 \text{ cP} \quad \mu_w = 1.37 \text{ cP} \quad D = \frac{0.364}{12} = 0.0303 \text{ ft}$$

TABLA 12.3
Datos para el ejemplo 12.3

Temperatura		Viscosidad, cP
°F	°C	
150	65.5	6.0
250	121.1	3.3
350	176.7	1.37

$$\phi_v = \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} = \left(\frac{4.65}{1.37} \right)^{0.14} = 1.187 \quad k = 0.082 \quad c_p = 0.48$$

A partir de la ecuación (12.27)

$$\frac{0.0303h}{0.082} = 2 \times 1.187 \left(\frac{0.48\dot{m}}{0.082 \times 15} \right)^{1/3}$$

De donde, $h = 4.69\dot{m}^{1/3}$

Los datos para sustituir en la ecuación (12.20) son

$$\overline{\Delta T}_L = \frac{350 - 150 - (350 - 250)}{\ln(200/100)} = 144 \text{ °F}$$

$$L = 15 \quad D = 0.0303 \quad \bar{T}_b - T_a = 250 - 150 = 100 \text{ °F}$$

A partir de la ecuación (12.20)

$$h = \frac{0.48 \times 100\dot{m}}{\pi 0.0303 \times 15 \times 144} = 0.233\dot{m}$$

Por lo tanto, $4.69\dot{m}^{1/3} = 0.233\dot{m}$

$$\dot{m} = \left(\frac{4.69}{0.233} \right)^{3/2} = 90.3 \text{ lb/h (41.0 kg/h)}$$

y $h = 0.233 \times 90.3 = 21.0 \text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{°F} \left(119 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C} \right)$

$$\text{Gz} = \frac{\dot{m}c_p}{kL} = \frac{90.3 \times 0.48}{0.082 \times 15} = 35.2$$

Esta es una cantidad lo suficientemente grande para aplicar la ecuación (12.27). Para comprobar la suposición de flujo laminar se calcula el valor máximo del número de Reynolds, que corresponde a la salida de la tubería:

$$\begin{aligned} \text{Re} &= \frac{DG}{\mu} = \frac{D\dot{m}}{\pi(D^2/4)\mu} = \frac{4 \times 90.3}{\pi \times 0.0303 \times 3.3 \times 2.42} \\ &= 475 \end{aligned}$$

Esto queda dentro del intervalo laminar.

TRANSFERENCIA DE CALOR EN METALES LÍQUIDOS

Los metales líquidos se utilizan para la transferencia de calor a temperaturas elevadas, especialmente en reactores nucleares. Como portadores de calor sensible se utiliza con frecuencia mercurio, sodio, y una mezcla de sodio y potasio llamada NaK. También se utiliza vapor de mercurio como portador de calor latente. Al utilizar estos metales se obtienen temperaturas de 800° y superiores. Los metales líquidos tienen calores específicos buenos, viscosidades bajas y conductividades térmicas elevadas, de forma que sus números de Prandtl son muy bajos en comparación con los de los fluidos ordinarios.

Las ecuaciones tales como las (12.34) y (12.55) no son aplicables para números de Prandtl inferiores a 0.5 debido a que el mecanismo de flujo de calor en una corriente turbulenta es, en este caso, diferente del que tiene lugar en los fluidos con números de Prandtl ordinarios. En un fluido común, la transferencia de calor por conducción está limitada a la subcapa viscosa, donde Pr es igual o superior a la unidad, y tiene lugar en la zona de transición o amortiguadora sólo cuando dicho número es menor que la unidad. En los metales líquidos, la transferencia de calor por conducción es importante en todo el núcleo turbulento, y puede predominar sobre la convección en todo el tubo.

En los últimos años se ha dedicado gran atención a la transferencia de calor con metales líquidos, especialmente en relación con su utilización en reactores nucleares. Se dispone de ecuaciones de diseño basadas en las analogías entre calor y momento para el flujo en tubos circulares, tubos concéntricos, entre placas, y por el exterior de haces de tubos. Las ecuaciones así obtenidas son de la forma

$$Nu = \alpha + \beta(\bar{\psi} Pe)^\gamma \quad (12.58)$$

donde α , β y γ son constantes o funciones de geometría y si la temperatura de la pared o el flujo es constante y $\bar{\psi}$ es el valor promedio de $\varepsilon_H/\varepsilon_M$ a través de la corriente. Para tuberías circulares, $\alpha = 7.0$, $\beta = 0.025$ y $\gamma = 0.8$. Para otras formas, se necesitan funciones más complicadas. Una correlación para $\bar{\psi}$ se da por la ecuación¹

$$\bar{\psi} = 1 - \frac{1.82}{Pr(\varepsilon_M/\nu)_m^{1.4}} \quad (12.59)$$

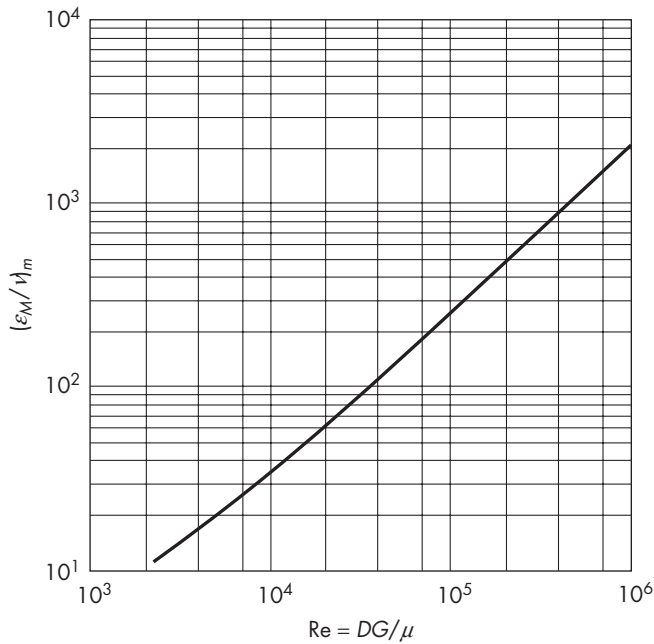
El término $(\varepsilon_M/\nu)_m$ es el valor máximo de esta relación en la tubería, que se alcanza cuando $y/r_w = \frac{5}{9}$. Por lo tanto, la ecuación (12.58) se convierte en,

$$Nu = 7.0 + 0.025 \left[Pe - \frac{1.82 Re}{(\varepsilon_M/\nu)_m^{1.4}} \right]^{0.8} \quad (12.60)$$

En la figura 12.4 se da una correlación para $(\varepsilon_M/\nu)_m$ como una función del número de Reynolds.

Número crítico de Peclet

Para un determinado número de Prandtl, el número de Peclet es proporcional al número de Reynolds, ya que $Pe = Pr Re$. El término entre paréntesis de la ecuación (12.60) se

**FIGURA 12.4**

Valores de $(\varepsilon_M/\nu)_m$ para flujo turbulento completamente desarrollado de metales líquidos en tubos circulares.

convierte en cero para un valor de Pe dado. Esta situación corresponde al punto en el que la conducción es controlada y la difusión de remolino ya no afecta a la transferencia de calor. Por debajo del número crítico de Peclet sólo es necesario el primer término de la ecuación (12.60), y $Nu = 7.0$.

Para flujo laminar con flujo de calor uniforme, mediante un análisis matemático se encuentra que $Nu = \frac{48}{11} = 4.37$. Este valor se ha confirmado en forma experimental.

CALENTAMIENTO Y ENFRIAMIENTO DE FLUIDOS POR CONVECCIÓN FORZADA EN TUBOS EXTERIORES

El mecanismo del flujo de calor en tubos exteriores por convección forzada es diferente del correspondiente al flujo en tubos interiores, debido a las diferencias existentes en el mecanismo del flujo de fluidos. Según se ha visto en las páginas 65 y 127, no existe fricción en el interior de los tubos excepto para una pequeña distancia en el extremo de entrada, y toda la fricción es de pared. Ya que existe la falta de fricción debido a resistencia de avance, no hay variación en la transferencia local de calor para distintos puntos en una circunferencia dada, y hay una estrecha analogía entre fricción y transferencia de calor. Se obtiene un incremento de la transferencia de calor a expensas de aumentar la fricción, simplemente por el aumento de la velocidad del fluido. Por otra parte, hay una marcada diferencia entre flujo laminar y turbulento, que requiere un tratamiento diferente de las relaciones de transferencia de calor para los dos regímenes de flujo.

Por otro lado, como se ha visto en las páginas 165 a la 171, en el flujo de fluidos a través de una forma cilíndrica se produce separación de la capa límite y se desarrolla

una estela de fluido que provoca fricción de forma (o de resistencia de avance). No se encuentra una distinción nítida entre flujo laminar y turbulento y puede utilizarse una relación común, tanto para bajos como para altos números de Reynolds. También, el valor del coeficiente individual (o local) de transferencia de calor varía de un punto a otro alrededor de una circunferencia. En la figura 12.5 se representa el valor del número de Nusselt graficado radialmente para todos los puntos alrededor de la circunferencia del tubo. Para bajos números de Reynolds, Nu_θ es máximo en la parte frontal y trasera, y un mínimo en las partes laterales del tubo. En la práctica, las variaciones del coeficiente individual h_θ con frecuencia carecen de importancia y se utilizan valores promedio basados en toda la circunferencia.

La radiación es importante en la transferencia de calor, en las superficies exteriores de los tubos. Dentro de los tubos, la superficie no puede ver otras superficies distintas de la pared interior del mismo tubo y no tiene lugar la transferencia de calor por radiación. Sin embargo, las superficies exteriores de tubos están necesariamente a la vista de las superficies externas, si no en las inmediaciones, sí por lo menos a cierta distancia, y las superficies circundantes pueden estar considerablemente más calientes o más frías que la pared del tubo. El flujo de calor por radiación, en especial cuando el fluido es un gas, es apreciable en comparación con el flujo de calor por conducción y convección. El

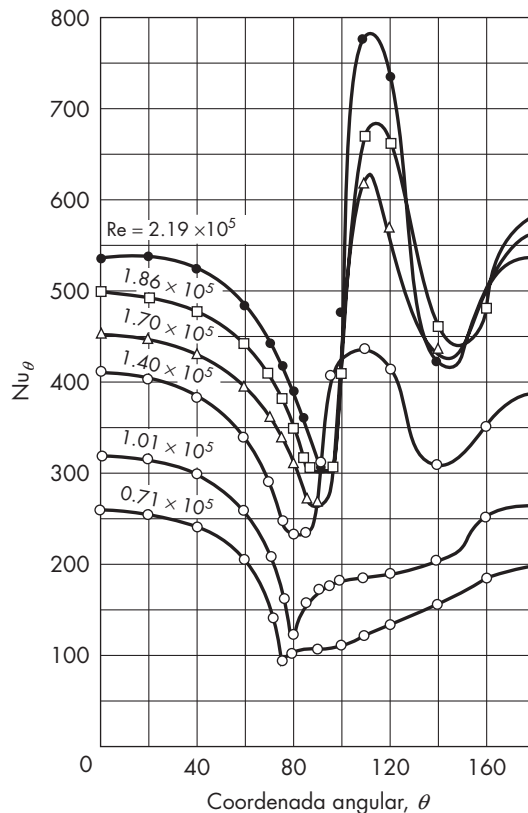


FIGURA 12.5

Número de Nusselt local para flujo de aire normal a un cilindro circular.

(Adaptado con permiso de W. H. Giedt, *Trans. ASME*, 71:375, 1949.)

flujo total del calor es la suma de los flujos independientes, uno por radiación y otro por conducción y convección. Las relaciones que se consideran en el resto de esta sección corresponden sólo a conducción y convección. La radiación como tal, y en combinación con conducción y convección, se estudiará en el capítulo 14.

Fluidos con movimiento normal en un solo tubo

Las variables que afectan al coeficiente de transferencia de calor de un fluido que circula con convección forzada por el exterior del tubo son D_o , diámetro exterior del tubo; c_p , μ y k , calor específico a presión constante, viscosidad y conductividad térmica del fluido, respectivamente, y G , velocidad de masa del fluido que se acerca al tubo. La aplicación del análisis dimensional conduce a una expresión del tipo de la ecuación (12.29):

$$\frac{h_o D_o}{k} = \psi_0 \left(\frac{D_o G}{\mu}, \frac{c_p \mu}{k} \right) \quad (12.61)$$

De cualquier modo, aquí se termina la semejanza entre los dos tipos de proceso —flujo de calor en fluidos por el interior de tubos y flujo de calor en fluidos por el exterior de tubos— y las relaciones funcionales son distintas en los dos casos.

Para gases sencillos, en los que el número de Prandtl es prácticamente independiente de la temperatura, el número de Nusselt es una función exclusiva del número de Reynolds. En la figura 12.6 se grafican datos experimentales de la transferencia de calor para aire. El efecto de la radiación no está incluido en esta curva y debe calcularse por separado. La pendiente en la gráfica de la figura 12.6 aumenta desde aproximadamente 0.4 hasta 0.7 tanto como Re aumenta de 10 hasta 10^5 , así que no es una simple ecuación exponencial ajustada a este dato.

El subíndice f en las variables k_f y μ_f indica que, al utilizar la figura 12.6, dichas variables deben evaluarse a la temperatura media de película T_f , que es la media entre la temperatura de pared y la temperatura global del fluido $\bar{T}$. Por lo tanto, T_f se da por la ecuación

$$T_f = \frac{1}{2}(T_w + \bar{T}) \quad (12.62)$$

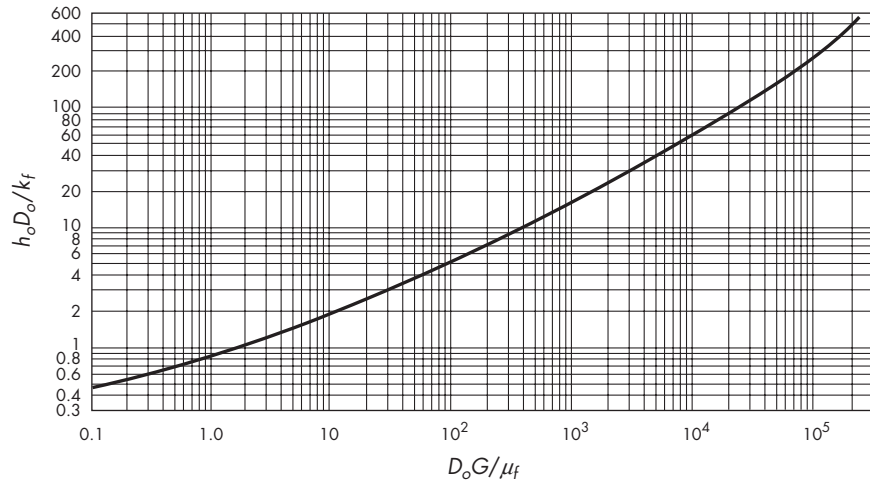
La figura 12.6 es aplicable tanto para calentamiento como para enfriamiento.

Para el calentamiento y enfriamiento de líquidos que fluyen normalmente a cilindros aislados, se utiliza la siguiente ecuación:^{4a}

$$\frac{h_o D_o}{k_f} \left(\frac{c_p \mu_f}{k_f} \right)^{-0.3} = 0.35 + 0.56 \left(\frac{D_o G}{\mu_f} \right)^{0.52} \quad (12.63)$$

Esta ecuación puede utilizarse también para gases desde $Re = 1$ hasta $Re = 10^4$, pero da valores del número de Nusselt más bajos que la figura 12.6 para los números de Reynolds más altos. La ecuación (12.63) se grafica en la forma del factor j en la figura 17.6, en la sección del capítulo 17 relacionada con las analogías entre la transferencia de calor y de masa.

En la bibliografía se dan datos de transferencia de calor para flujo normal para tubos o cilindros de sección transversal no circular.^{4b} En los intercambiadores de calor industriales, son frecuentes los haces de tubos a través de los cuales circula el fluido. En el capítulo 15 se tratan problemas de flujo de calor en haces de tubos.

**FIGURA 12.6**

Transferencia de calor para el flujo de aire normal en un solo tubo. (Tomado con autorización del autor y editor, W. H. McAdams, *Heat Transmission*, 3a. ed. Derechos de autor, 1954, McGraw-Hill Book Company.)

Flujo alrededor de una esfera

Para la transferencia de calor entre un fluido en movimiento y la superficie de una esfera se recomienda la siguiente ecuación:

$$\frac{h_o D_p}{k_f} = 2.0 + 0.60 \left(\frac{D_p G}{\mu_f} \right)^{0.50} \left(\frac{c_p \mu_f}{k_f} \right)^{1/3} \quad (12.64)$$

donde D_p es el diámetro de la esfera. En una corriente completamente estancada, el número de Nusselt $h_o D_p / k_f$ es igual a 2.0. La figura 17.7 muestra una representación gráfica de la ecuación (12.64).

Transferencia de calor en lechos empacados

Datos para la transferencia de calor entre fluidos y las partículas en lechos empacados pueden obtenerse a partir de la figura 17.7 o de la ecuación (17.78) sustituyendo Sc por Pr y Sh por Nu . La transferencia de calor a través de lechos empacados y de la pared al reactor de tubo empacado se discute en el capítulo 15.

CONVECCIÓN NATURAL

Como un ejemplo de la convección natural, considere una lámina vertical caliente, que está en contacto con el aire de una habitación. La temperatura del aire en contacto con la lámina será igual a la de la superficie de la misma, de forma que desde la lámina hacia el interior de la habitación existirá un gradiente de temperatura. El gradiente de temperatura en la parte

inferior de la lámina es muy brusco, según se indica mediante la línea de trazo continuo señalada con “ $Z = 10 \text{ mm}$ ” en la figura 12.7. Al aumentar la distancia por encima de la parte inferior de la lámina, el gradiente se hace menos brusco, según se observa a partir de la línea de trazo continuo “ $Z = 240 \text{ mm}$ ” de la figura 12.7. Para una altura de 600 mm por encima de la parte inferior de la lámina, las curvas de temperatura-distancia tienden hacia una condición asintótica, de forma que ya no producen cambios al aumentar la altura.

La densidad del aire caliente que está en contacto inmediato con la lámina es menor que la del aire más frío situado a cierta distancia de la lámina, y la fuerza ascendente del aire caliente provoca un desequilibrio entre las capas verticales de aire de distinta densidad. Como consecuencia del desequilibrio de fuerzas se genera una circulación, en virtud de la cual asciende el aire caliente próximo a la lámina y desciende el aire frío de la habitación alejado de la lámina para reemplazar a la corriente ascendente de aire. De esta forma se establece un gradiente de velocidad en las inmediaciones de la lámina. Debido a que las velocidades del aire que está en contacto con la lámina y el de fuera de la habitación son cero, la velocidad alcanza un valor máximo a una determinada distancia de la pared. La velocidad alcanza su valor máximo a unos pocos milímetros de la superficie de la lámina. Las curvas de trazo discontinuo de la figura 12.7 muestran los gradientes de velocidad para alturas de 10 a 240 mm sobre la parte inferior de la lámina. Para láminas altas se alcanza una condición asintótica.

La diferencia de temperatura entre la superficie de la lámina y el aire de la habitación, a una cierta distancia de aquélla, origina una transferencia de calor por conducción hacia el interior de la corriente gaseosa cercana a la pared, y la corriente aleja el calor por convección en dirección paralela a la lámina.

Las corrientes de convección natural que rodean a una tubería horizontal caliente son más complicadas que las que se forman en forma adyacente en la lámina vertical, pero el mecanismo de proceso es semejante. Las capas de aire próximas al extremo inferior y a los costados de la tubería se calientan y tienden a ascender. Las capas ascendentes de

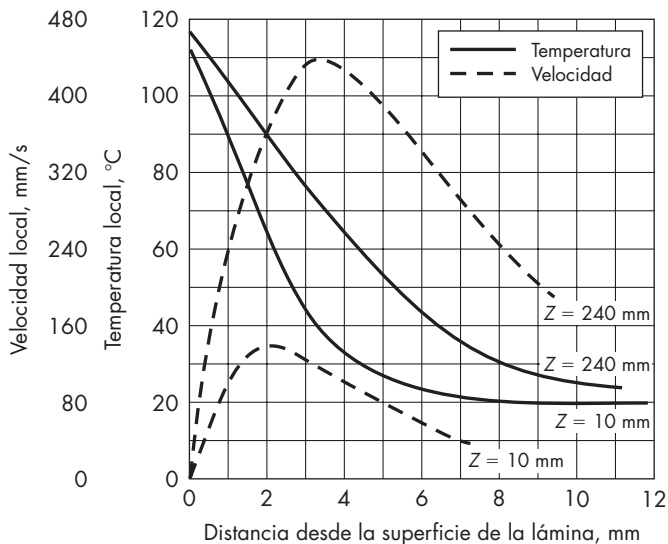


FIGURA 12.7

Gradientes de velocidad y temperatura por convección natural desde una lámina vertical caliente. (Con autorización del autor y editores, W. H. McAdams, *Heat Transmission*, 3a. ed. Derechos de autor, 1954, McGraw-Hill Book Company.)

aire caliente, una a cada lado de la tubería, se separan de la tubería en puntos cercanos a la parte superior del centro de la tubería, para formar dos corrientes independientes, que ascienden dejando entre ellas una zona de aire frío relativamente estancado.

La convección natural en líquidos sigue el mismo modelo, debido a que los líquidos calientes son menos densos que los fríos. La flotación de las capas de líquido caliente que están junto a la superficie caliente genera corrientes de convección lo mismo que en el caso de los gases.

Con la suposición de que h depende del diámetro del tubo, calor específico, conductividad térmica, viscosidad, coeficiente de expansión térmica, aceleración de la gravedad, densidad y diferencia de temperaturas, el análisis dimensional da

$$\frac{hD_o}{k} = \Phi\left(\frac{c_p\mu}{k}, \frac{D_o^3\rho^2g}{\mu^2}, \beta\Delta T\right) \quad (12.65)$$

Debido a que el efecto de β se manifiesta a través de la flotación en un campo gravitacional, el producto $g\beta\Delta T$ actúa como un solo factor y los dos últimos grupos se funden en un grupo adimensional que recibe el nombre de *número de Grashof* Gr , definido por

$$Gr = \frac{D_o^3\rho_f^2\beta_g\Delta T_o}{\mu_f^2} \quad (12.66)$$

Para cilindros horizontales aislados, el coeficiente de transferencia de calor se correlaciona mediante una ecuación que contiene tres grupos adimensionales, el número de Nusselt, el número de Prandtl y el número de Grashof, o específicamente,

$$\frac{hD_o}{k_f} = \Phi\left(\frac{c_p\mu_f}{k_f}, \frac{D_o^3\rho_f^2\beta_g\Delta T_o}{\mu_f^2}\right) \quad (12.67)$$

donde h = coeficiente de transferencia de calor promedio, basado en toda la superficie de la tubería

D_o = diámetro exterior de la tubería

k_f = conductividad térmica del fluido

c_p = calor específico del fluido a presión constante

ρ_f = densidad del fluido

β = coeficiente de expansión térmica del fluido

g = aceleración de la gravedad

ΔT_o = diferencia media de temperatura entre el exterior de la tubería y el fluido alejado de la pared

μ_f = viscosidad del fluido

A diferencia de las ecuaciones para flujo laminar o turbulento en tuberías, donde μ , ρ y k son evaluadas a la temperatura global, las propiedades de los fluidos μ_f , ρ_f y k_f son evaluadas a la temperatura media de la película [ecuación (12.62)]. En esta ecuación no se tiene en cuenta la radiación.

El coeficiente de expansión térmica β es una propiedad del fluido, que se define como la fracción de incremento de volumen que, a presión constante, experimenta el fluido por grado de variación de temperatura, o matemáticamente,

$$\beta = \frac{(\partial v / \partial T)_p}{v} \quad (12.68)$$

donde v = volumen específico del fluido

$(\partial v / \partial T)_p$ = velocidad de la variación del volumen específico con la temperatura a presión constante

Para líquidos, β se considera constante en un determinado intervalo de temperatura, de forma que la ecuación (12.68) se escribe como

$$\beta = \frac{\Delta v / \Delta T}{\bar{v}} \quad (12.69)$$

donde $\bar{v}$ es el volumen específico medio. En función de la densidad,

$$\beta = \frac{1/\rho_2 - 1/\rho_1}{(T_2 - T_1)(1/\rho_1 + 1/\rho_2)/2} = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\bar{\rho}_a(T_2 - T_1)} \quad (12.70)$$

donde $\bar{\rho}_a = (\rho_1 + \rho_2)/2$

ρ_1 = densidad del fluido a la temperatura T_1

ρ_2 = densidad del fluido a la temperatura T_2

Para un gas ideal, ya que $v = RT/p$,

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p = \frac{R}{p}$$

y usando la ecuación (12.68),

$$\beta = \frac{R/p}{RT/p} = \frac{1}{T} \quad (12.71)$$

El coeficiente de la expansión térmica de un gas ideal es igual al inverso de la temperatura absoluta.

En la figura 12.8 se presenta una relación, basada en la ecuación (12.67), que correlaciona de forma satisfactoria los datos experimentales para la transferencia de calor desde un solo cilindro horizontal hacia líquidos o gases. El intervalo de variables que cubre la única línea de la figura 12.8 es muy grande.

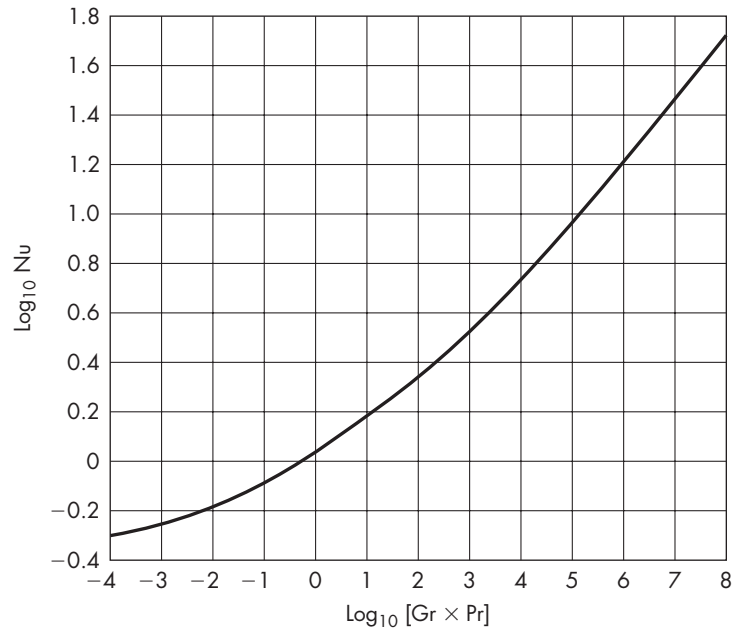
Para valores de $\log \text{Gr Pr}$ de 4 o más, la línea de la figura 12.8 sigue estrechamente la ecuación empírica^{7b}

$$\text{Nu} = 0.53(\text{Gr Pr})_f^{0.25} \quad (12.72)$$

Convección natural al aire desde superficies verticales y planos horizontales

Las ecuaciones para la transferencia de calor por convección natural entre fluidos y sólidos de una forma geométrica definida, son de la forma^{7a}

$$\frac{hL}{k_f} = b \left[\frac{L^3 \rho_f^2 g \beta_f \Delta T}{\mu_f^2} \left(\frac{c_p \mu}{k} \right)_f \right]^n \quad (12.73)$$

**FIGURA 12.8**

Transferencia de calor por convección natural entre fluidos y cilindros aislados horizontales.

donde b, n = constantes

L = altura de la superficie vertical o longitud de la superficie horizontal cuadrada

Las propiedades se toman a la temperatura media de película. La ecuación (12.73) puede escribirse

$$Nu_f = b(Gr Pr)_f^n \quad (12.74)$$

En la tabla 12.4 se dan los valores de las constantes b y n para varias condiciones.

Efectos de la convección natural sobre la transferencia de calor en flujo laminar

La convección natural en el flujo laminar a bajas velocidades, en tuberías de gran diámetro y para grandes caídas de temperatura, puede adquirir tal magnitud que haga preciso modificar las ecuaciones habituales para la transferencia de calor con flujo laminar. El efecto de la convección natural en tubos se centra casi totalmente en el flujo laminar, debido a que las mayores velocidades características del flujo en los regímenes de transición y turbulento dominan a las corrientes relativamente suaves de la convección natural.

El efecto de la convección natural sobre el coeficiente de transferencia de calor para fluidos con flujo laminar a través de tubos horizontales, se tiene en cuenta multiplicando el coeficiente h_f , calculado a partir de la ecuación (12.57) o la figura 12.3, por el factor⁵

$$\phi_n = \frac{2.25(1 + 0.010 \text{ Gr}^{1/3})}{\log \text{Re}} \quad (12.75)$$

La convección natural también tiene lugar en tubos verticales, dando lugar a un aumento de la velocidad del flujo de calor, cuando el flujo es hacia arriba, con respecto al que se obtiene para flujo laminar exclusivamente. El efecto es marcado para valores de Gr entre 10 y 10 000 y depende^{7e} del valor del término Gr Pr D/L.

EJEMPLO 12.4 Aire a 1 atm de presión circula a través de una tubería horizontal de acero de 2 pulgadas (51 mm) Norma (cédula) 40, provista de un encamisado de acero donde circula vapor de agua a una velocidad de 1.5 ft/s (0.457 m/s); la temperatura a la entrada es de 68 °F (20 °C). La temperatura de la pared de la tubería es 220 °F (104.4 °C). Si la temperatura del aire a la salida es de 188 °F (86.7 °C), ¿cuál será la longitud de la sección calentada?

Solución Para establecer el régimen de flujo se calcula el número de Reynolds a la temperatura promedio. Los valores que se necesitan son

$$\bar{T} = \frac{68 + 188}{2} = 128 \text{ °F} \quad D = \frac{2.067}{12} = 0.1723 \text{ ft} \quad (\text{apéndice 3})$$

$$\mu(\text{a } 128 \text{ °F}) = 0.019 \text{ cP} \quad (\text{apéndice 8})$$

$$\rho(\text{a } 68 \text{ °F}) = \frac{29}{359} \left(\frac{492}{68 + 460} \right) = 0.0753 \text{ lb/ft}^3$$

$$\bar{V}\rho = G = 1.5 \times 0.0753 \times 3600 = 406.4 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h}$$

$$\text{Re} = \frac{DG}{\mu} = \frac{0.1723 \times 406.4}{0.019 \times 2.42} = 1522$$

Puesto que el flujo es laminar, se aplica la ecuación (12.27). El resultado debe corregirse después, para tener en cuenta el efecto de la convección natural, utilizando la ecuación (12.75). Para utilizar la ecuación (12.27) se necesitan los siguientes valores:

TABLA 12.4

Valores de las constantes en la ecuación (12.74)

Sistema	Intervalo de Gr Pr	b	n
Láminas verticales, cilindros verticales	10 ⁴ -10 ⁹	0.59	0.25
	10 ⁹ -10 ¹²	0.13	0.333
Láminas horizontales:			
Superficie de calentamiento dirigida hacia arriba	10 ⁵ -2 × 10 ⁷	0.54	0.25
o de enfriamiento dirigida hacia abajo	2 × 10 ⁷ -3 × 10 ¹⁰	0.14	0.333
Superficie de enfriamiento dirigida hacia arriba, o de calentamiento dirigida hacia abajo	3 × 10 ⁵ -3 × 10 ¹⁰	0.27	0.25

Fuente: Tomado con autorización del autor y editores W. H. McAdams, *Heat Transmission*, 3a. ed., pp. 172, 180. Derechos de autor, 1954, McGraw-Hill Book Company.

$$c_p(\text{a } 128^\circ\text{F}) = 0.25 \text{ Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F} \quad (\text{apéndice 14})$$

$$k(\text{a } 128^\circ\text{F}) = 0.0163 \text{ Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F} \quad (\text{apéndice 12})$$

(por interpolación lineal)

$$\mu_w(\text{a } 220^\circ\text{F}) = 0.021 \text{ cP} \quad (\text{apéndice 8})$$

El área de la sección transversal interna de la tubería es

$$S = 0.02330 \text{ ft}^2 \quad (\text{apéndice 3})$$

La velocidad de flujo másico es

$$\dot{m} = GS = 406.4 \times 0.02330 = 9.47 \text{ lb/h}$$

La carga de calor es

$$q = \dot{m}c_p(\bar{T}_b - T_a) = 9.47 \times 0.25(188 - 68) = 284.1 \text{ Btu/h}$$

La diferencia de la temperatura media logarítmica es

$$\Delta T_1 = 220 - 188 = 32^\circ\text{F} \quad \Delta T_2 = 220 - 68 = 152^\circ\text{F}$$

$$\bar{\Delta T}_L = \frac{152 - 32}{\ln(152/32)} = 77.0^\circ\text{F}$$

El coeficiente de la transferencia de calor $h = q/A \Delta T_L$. A partir del apéndice 3, para tubería de 2 in. Norma (cédula) 40, $A = 0.541 L$. Por lo tanto,

$$h = \frac{284.1}{0.541L \times 77} = \frac{6.820}{L}$$

Además, a partir de la ecuación (12.27), el coeficiente de la transferencia de calor es

$$h = \frac{2k}{D} \left(\frac{\dot{m}c_p}{kL} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14}$$

$$= \frac{2 \times 0.0163}{0.1723} \left(\frac{9.47 \times 0.25}{0.0163L} \right)^{1/3} \left(\frac{0.019}{0.021} \right)^{0.14} = \frac{0.9813}{L^{1/3}}$$

Igualando las dos ecuaciones para h queda

$$\frac{0.9813}{L^{1/3}} = \frac{6.820}{L}$$

de donde $L = 18.32 \text{ ft}$ (5.58 m).

El resultado se corrige ahora para tener en cuenta el efecto de la convección natural utilizando la ecuación (12.75). Para esto es preciso calcular el número de Grashof, que requiere los siguientes valores adicionales

$$\beta(\text{a } 128^\circ\text{F}) = \frac{1}{460 + 128} = 0.0017^\circ\text{R}^{-1}$$

$$\Delta T = 220 - 128 = 92^\circ\text{F} \quad \rho(\text{a } 128^\circ\text{F}) = 0.0676 \text{ lb/ft}^3$$

El número de Grashof, por lo tanto es

$$\begin{aligned} \text{Gr} &= \frac{D^3 \rho^2 g \beta \Delta T}{\mu^2} \\ &= \frac{0.1723^3 \times 0.0676^2 \times 32.174 \times 0.0017 \times 92}{(0.019 \times 6.72 \times 10^{-4})^2} = 0.7192 \times 10^6 \end{aligned}$$

Entonces, a partir de la ecuación (12.75),

$$\phi_n = \frac{2.25 \left[1 + 0.01 (0.7192 \times 10^6)^{1/3} \right]}{\log 1522} = 1.34$$

Este factor se utiliza para corregir el valor de L . Entonces $L = 18.32/1.34 = 13.7 \text{ ft}$ (4.17 m).

SÍMBOLOS

A	Área, m^2 o ft^2
b	Constante en la ecuación (12.73)
C	Constante
c_p	Calor específico a presión constante, $\text{J/g} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$
D	Diámetro, m o ft ; D_e , diámetro equivalente, $4r_H$; D_i , diámetro interior; D_{ij} , diámetro interior del encamisado; D_{it} , diámetro interior del tubo interno; D_o , diámetro exterior; D_{ot} , diámetro exterior del tubo interno; D_p , de la partícula esférica; $\bar{D}_L$, promedio logarítmico
Fo	Número de Fourier, $4kL/c_p \rho D^2 \bar{V}$, adimensional
f	Factor de fricción de Fanning, adimensional
G	Velocidad másica, $\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}$, $\text{lb/ft}^2 \cdot \text{s}$, o $\text{lb/ft}^2 \cdot \text{h}$
Gr	Número de Grashof, $D^3 \rho^2 g \beta \Delta T / \mu^2$, adimensional
Gz	Número de Graetz, $\dot{m} c_p / kL$, adimensional
g	Aceleración de la gravedad, m/s^2 o ft/s^2
h	Coefficiente individual de transferencia de calor, $\text{W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$; h_a , con base en la caída de temperatura promedio aritmético; h_i , promedio dentro del tubo; h_o , para el exterior del tubo o partícula; h_x , valor local; h_{x1} , para el borde de salida de la lámina; h_∞ , para el flujo totalmente desarrollado en tuberías largas; h_θ , valor local en el tubo exterior
j_H	Factor de Colburn j , $\text{St} (\text{Pr})^{2/3} \phi_v$, adimensional
K'	Índice de consistencia del flujo en un fluido no newtoniano
k	Conductividad térmica, $\text{W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$; k_p , en la temperatura media de la película; k_m , de la pared del tubo
L	Longitud o altura, m o ft
LMTD	Diferencia de temperatura media logarítmica
m	Parámetro en la ecuación (12.28), $K' 8^{n'-1}$; m_w , valor en T_w
$\dot{m}$	Velocidad de flujo másico, kg/h o lb/h
Nu	Número de Nusselt, hD/k , adimensional; Nu_p , en la temperatura promedio de la película; Nu_x , valor local en la lámina plana; Nu_θ , valor local en el exterior del tubo
n	Exponente en las ecuaciones (12.32) y (12.73)

n'	Índice de comportamiento del flujo no newtoniano, adimensional
Pe	Número de Peclet, $\rho \bar{V} c_p D / K$, adimensional
Pr	Número de Prandtl, $c_p \mu / k$, adimensional
p	Presión, N/m ² o lb _f /ft ²
q	Velocidad de flujo de calor, W o Btu/h; q_c , por conducción; q_r , por convección turbulenta
R	Constante de la ley de los gases
Re	Número de Reynolds, DG/μ , adimensional; Re_x , valor local de la lámina plana $u_0 x \rho / \mu$; Re_{x_1} , en el borde de salida de la lámina
r	Radio, m o ft; r_H , radio hidráulico del canal de conducción; r_m , del tubo; r_w , radio de la tubería
S	Área seccional transversal de la tubería, m ² o ft ²
St	Número de Stanton, $h/c_p G$, adimensional
T	Temperatura, °C o °F; T_a , en la entrada; T_b , en la salida; T_f , temperatura promedio de la película; T_i , valor instantáneo; T_w , en la pared o lámina; T_∞ , del fluido que se aproxima; $\bar{T}$, temperatura promedio del fluido en el tubo; $\bar{T}_b$, temperatura promedio del fluido total en la salida; $\bar{T}_i$, valores instantáneos del tiempo promedio; $\bar{T}'$, componente fluctuante; tiempo promedio del componente fluctuante
t_T	Tiempo total de calentamiento o enfriamiento, s o h
U	Coeficiente global de la transferencia de calor, W/m ² · °C o Btu/ft ² · h · °F; U_o , basado en el área exterior; U_1 , U_2 , en los extremos del intercambiador
u	Velocidad del fluido, m/s o ft/s; u_0 , del fluido que se aproxima; u' , componente fluctuante
$\bar{V}$	Velocidad volumétrica promedio del fluido, m/s o ft/s
v	Volumen específico, m ³ /kg o ft ³ /lb para líquidos, m ³ /kg mol o ft ³ /lb mol para gases; $\bar{v}$, valor promedio
v'	Componente fluctuante de la velocidad en la dirección y ; $\bar{v}'$, valor de tiempo promedio
x	Distancia desde el borde de inicio de la lámina o desde la entrada del tubo, m o ft; x_w , espesor de la pared; x_0 , en el comienzo de la sección caliente; x_1 , longitud de la lámina
y	Distancia radial desde la pared, m o ft; además, espesor de la capa límite
Z	Altura, m o ft

Letras griegas

α	Difusividad térmica, $k/\rho c_p$, m ² /h o ft ² /h; además constante en la ecuación (12.58)
β	Coeficiente de expansión volumétrica, 1/°R o 1/K; además constante en la ecuación (12.58); β_f , temperatura promedio de la película
γ	Constante en la ecuación (12.58)
ΔT	Caída de temperatura, °C o °F; ΔT_i , desde el interior de la pared de la tubería al fluido; ΔT_o , desde la superficie exterior al fluido distante de la pared; $\overline{\Delta T}_a$ caída de temperatura media aritmética; $\overline{\Delta T}_L$ caída de temperatura media logarítmica
δ	Parámetro en la ecuación (12.28), $(3n' + 1)/4n'$
ε	Difusividad turbulenta, m ² /h o ft ² /h; ε_H , de calor; ε_M , de momento
θ	Posición angular sobre el exterior del tubo

μ	Viscosidad absoluta, $\text{kg/m} \cdot \text{s}$, $\text{lb/ft} \cdot \text{s}$ o $\text{lb/ft} \cdot \text{h}$; μ_p , valor promedio de la película del fluido; μ_w , valor para la temperatura de la pared
ν	Viscosidad cinemática, m^2/h o ft^2/h
ρ	Densidad, kg/m^3 o lb/ft^3 ; ρ_p de la película del fluido; $\bar{\rho}_a$, valor medio aritmético
τ	Tensión de corte (esfuerzo cortante), N/m^2 o lb_f/ft^2 ; τ_w , tensión de corte (esfuerzo cortante) en la pared de la tubería; τ_0 , esfuerzo de campo de un fluido plástico
Φ, Φ_1	Función
ϕ_n	Factor de convección natural [ecuación (12.75)]
ϕ_v	Factor de corrección de la viscosidad, $(\mu/\mu_w)^{0.14}$
ψ	Función en la ecuación (12.35); también relación de difusividades turbulentas, $\varepsilon_H/\varepsilon_M$; $\bar{\psi}$, valor promedio
ψ_0	Función en la ecuación (12.61)

PROBLEMAS

- 12.1.** Por una tubería de 30 mm de diámetro interior circula glicerina a una velocidad de 700 kg/h. Entra en una sección caliente de 2.5 m de longitud, cuyas paredes están a la temperatura uniforme de 115 °C. La temperatura de la glicerina a la entrada es de 15 °C. *a)* Si el perfil de velocidad es parabólico, ¿cuál será la temperatura de la glicerina a la salida de la sección caliente? *b)* ¿Cuál sería la temperatura a la salida si el flujo fuera de pistón? *c)* ¿Qué longitud tendría que tener la sección caliente, para calentar la glicerina hasta 115 °C?
- 12.2.** Un aceite que está a la temperatura de 50 °F se calienta en una tubería horizontal de acero de 60 ft de longitud y de 2 pulgadas de diámetro interno, Norma (cédula) 40, cuya temperatura en la superficie es de 120 °F. La velocidad del aceite es de 150 gal/h a la temperatura de entrada. ¿Cuál será la temperatura del aceite cuando salga de la tubería después del mezclado? ¿Cuál es el coeficiente medio de transferencia de calor? Las propiedades del aceite se dan en la tabla 12.5.
- 12.3.** Por una tubería de hierro de 75 mm de diámetro interior circula un aceite con una velocidad de 1 m/s. Se calienta con vapor de agua por el exterior de la tubería, pudiendo tomarse el coeficiente de película del vapor como 11 $\text{kW/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$. En un determinado punto a lo largo de la tubería el aceite está a 50 °C, su densidad es 880 kg/m^3 , su viscosidad es 2.1 cP, su conductividad térmica es 0.135 $\text{W/m} \cdot ^\circ\text{C}$, y su calor específico es 2.17 $\text{J/g} \cdot ^\circ\text{C}$. ¿Cuál es el coeficiente global de la transferencia de calor en ese punto basado en el área interior de la tubería? Si la temperatura del vapor es 120 °C, ¿cuál es el flujo de calor en ese punto basado en el área exterior de la tubería?
- 12.4.** Se calienta queroseno con agua en un intercambiador de tubo y coraza. El queroseno circula por el interior de los tubos y el agua por el exterior. El flujo es a contracorriente. La temperatura media del queroseno es de 110 °F, y la velocidad lineal promedio es de 8 ft/s. Las propiedades del queroseno a 110 °F son: gravedad específica, 0.805; viscosidad, 1.5 cP; calor específico, 0.583 $\text{Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$; y la conductividad térmica, 0.0875 $\text{Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$. Los tubos son de acero de bajo contenido de carbono, de un diámetro exterior de $\frac{3}{4}$ in. 16 BWG. El coeficiente de transferencia de calor del lado de la coraza es de 300 $\text{Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$. Calcule el coeficiente global basado en el área exterior del tubo.

- 12.5.** Suponga que el queroseno del problema 12.4 se sustituye por agua a 110 °F que fluye con una velocidad de 8 ft/s. ¿Qué porcentaje de aumento del coeficiente global cabe esperar si la superficie del tubo permanece limpia?
- 12.6.** Ambas superficies del tubo del problema 12.5 se ensucian con depósitos procedentes del agua. Los factores de ensuciamiento son 330 en el lado interior y 200 en la superficie exterior, ambos en $\text{Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$. ¿Qué porcentaje de disminución del coeficiente global provocará el ensuciamiento del tubo?
- 12.7.** A partir de la analogía de Colburn, ¿cuánto podría diferir el coeficiente de transferencia de calor dentro de una tubería de acero de 1 in. Norma (cédula) 40 de uno, dentro de una tubería de cobre de 1 in. BWG 16 si el mismo fluido en cada caso fluyera a un número de Reynolds de 4×10^4 ?
- 12.8.** Se debe calentar agua desde 15 hasta 50 °C en un intercambiador de calor de doble tubo a una velocidad de 3 500 kg/h. El agua fluye dentro del tubo interior con un vapor condensado a 110 °C sobre el exterior. La pared del tubo es tan delgada que la resistencia es despreciable. Suponga que el coeficiente de la película de vapor h_o es $11 \text{ kW/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$. ¿Cuál es la longitud del intercambiador de calor más corto que calentará el agua a la temperatura deseada? Las propiedades promedio del agua son las siguientes:
- $$\rho = 993 \text{ kg/m}^3 \quad k = 0.61 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} \quad \mu = 0.78 \text{ cP} \quad c_p = 4.19 \text{ J/g} \cdot ^\circ\text{C}$$
- Sugerencia:* encontrar el diámetro óptimo para el tubo.
- 12.9.** Ya que el número de Prandtl y la capacidad calorífica del aire son casi independientes de la temperatura, la ecuación (12.34) parece indicar que h_i para el aire aumenta con $\mu^{0.2}$. a) Explique esta anomalía y determine la dependencia aproximada de h_i sobre la temperatura, usando $h_i \propto T^n$. b) ¿Cuánto variará h_i para el aire con la temperatura si la velocidad lineal, en vez de la velocidad másica, se mantiene constante?
- 12.10.** A través de un calentador tubular calentado con vapor circula aire en condiciones tales que la resistencia del vapor de agua y de la pared son despreciables en comparación con la resistencia del lado del aire. Suponiendo que cada uno de los siguientes factores se modifican individualmente, mientras que todos los demás factores originales permanecen constantes, calcule el porcentaje de variación de $q/\Delta T_L$ que se deriva de cada cambio. a) Se duplica la presión del gas pero se mantiene fija la velocidad de flujo másico del aire. b) Se duplica la velocidad de flujo másico del aire. c) Se duplica el número de tubos del calentador. d) Se reduce a la mitad el diámetro de los tubos.

TABLA 12.5
Datos para el problema 12.2

	60 °F	120 °F
Gravedad específica, 60 °F/60 °F	0.79	0.74
Conductividad térmica, $\text{Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$	0.072	0.074
Viscosidad, cP	18	8
Calor específico, $\text{Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$	0.75	0.75

- 12.11.** Una aleación de sodio-potasio (78% de K) circula a través de tubos de $\frac{1}{2}$ in. de diámetro interior para el enfriamiento del núcleo de un reactor. La temperatura del metal líquido a la entrada y su velocidad son de 580 °F y 32 ft/s. Si los tubos tienen 3 ft de longitud y su superficie interior está a 720 °F, calcule el aumento de la temperatura de enfriamiento y la ganancia de energía por libra de metal líquido. Las propiedades del NaK (78% de K) son las siguientes:

$$\rho = 45 \text{ lb/ft}^3 \quad k = 179 \text{ Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F} \quad \mu = 0.16 \text{ cP} \quad c_p = 0.21 \text{ Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$$

- 12.12.** En un regenerador catalítico de craqueo, se inyectan partículas de catalizador a 600 °C en aire a 700 °C en un lecho fluidizado. Despreciando la reacción química, ¿cuánto tardará una partícula de 50 mm en calentarse hasta una temperatura de 5 °C de la temperatura del aire? Suponga que el coeficiente de la transferencia de calor es el mismo para partículas esféricas que caen a su velocidad terminal.
- 12.13.** En una planta piloto se enfría un aceite viscoso desde 200 hasta 110 °C en una tubería de 1.0 in. con un encamisado por el que circula agua a 30 °C. Para conseguir un mayor enfriamiento del aceite se ha sugerido sustituir el intercambiador por otro de mayor diámetro interior (1.5 in.) pero de la misma longitud. *a)* Si el aceite circula con flujo laminar en una tubería de 1.0 in. ¿qué variación en la temperatura de salida cabe esperar cuando se utilice el intercambiador más grande? *b)* Repita la parte *a)*, suponiendo que el aceite está en flujo turbulento.
- 12.14.** En la fabricación de ácido nítrico se hace pasar aire, que contiene 10% de amoníaco, a través de una fina tela metálica de aleación de Pt/Rh. *a)* Calcule el coeficiente de la transferencia de calor para el aire a 500 °C circulando sobre alambres de 0.5 mm de diámetro con una velocidad de 20 ft/s. *b)* Si el área de la superficie de la malla metálica es de 3.7 cm²/cm² de sección transversal, ¿cuál es la variación de temperatura del aire, inicialmente a 500 °C, que circula a través de la malla, si la superficie de los alambres está a 900 °C?
- 12.15.** Agua a 15 °C circula en ángulo recto a través de un cilindro de 25 mm de diámetro externo, cuya superficie está a una temperatura de 120 °C. La velocidad de acercamiento del agua es de 1 m/s. *a)* ¿Cuál es el flujo de calor, en kilowatts por metro cuadrado, desde la superficie del cilindro al agua? *b)* ¿Cuál sería el flujo si el cilindro se reemplaza por una esfera de 25 mm de diámetro externo cuya superficie registre una temperatura de 120 °C?
- 12.16.** Se calienta agua desde 15 hasta 65 °C en un tubo horizontal de 50 mm de diámetro interior calentado con vapor. La temperatura del vapor es de 120 °C. El número de Reynolds promedio del agua es 450. El coeficiente individual de transferencia de calor del agua es el parámetro. ¿En qué porcentaje la convección natural aumentaría la velocidad total de transferencia de calor sobre el valor predicho para flujo estrictamente laminar? Compare la respuesta con el aumento mencionado en el ejemplo 12.4.
- 12.17.** Un gran tanque de agua se calienta por convección natural desde tuberías horizontales sumergidas calentadas con vapor. Las tuberías son de acero de 3 in. Norma (cédula) 40. Cuando la presión del vapor del agua es la atmosférica y la temperatura del agua es de 80 °F, ¿cuál es la velocidad de transferencia de calor hacia el agua en Btu por hora por pie de longitud de la tubería?
- 12.18.** *a)* Calcule el coeficiente global U para la transferencia de calor a través de ventanas de vidrio verticales de un cuarto a 70 °F para mantener el aire a 0 °F. Suponga que un solo cristal tiene de espesor $\frac{1}{8}$ in. y 4 ft de altura. *b)* Calcule U para una ventana de termovidrio con $\frac{1}{2}$ in. de espacio de aire entre los dos vidrios. Para este vidrio $k = 0.4 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}$.

- 12.19.** ¿Cuánto depende U para la ventana de termovidrio del espacio de aire entre los vidrios?
- 12.20.** *a)* Compare los coeficientes de película para la transferencia de calor a través de agua y aceite fluyendo a 1 m/s en una tubería de 10 cm de diámetro y alrededor de 50 °C. Asuma que el aceite tiene las propiedades que se dan en la tabla 12.5. *b)* Demuestre que la relación $h_{\text{agua}}/h_{\text{aceite}}$ es producto de varios factores que están basados en las relaciones de las propiedades físicas.
- 21.21.** Aire a 1 atm y 20 °C fluye a 10 m/s a lo largo de un plato horizontal plano que presenta una temperatura de superficie de 80 °C. *a)* Calcule el flujo de calor promedio en W/m² y el flujo de calor local en el extremo de descarga del plato; *b)* ¿cuál es el espesor de la capa límite térmica en el extremo del plato?
- 12.22.** *a)* Si la ecuación Sieder-Tate se usara para predecir los coeficientes para el aire en flujo turbulento a 200 °C, ¿qué diferencia habría para los coeficientes de calentamiento y enfriamiento si $\Delta T = 100$ °C?; *b)* ¿qué propiedades, que no sea la viscosidad, se podrían considerar para predecir la diferencia entre calentamiento y enfriamiento?
- 12.23.** Un líquido orgánico fluye a 25 cm/s, a través de un tubo de 1.5 cm de diámetro y 15 cm de longitud. Las propiedades del líquido son $\rho = 900$ kg/m³, $\mu = 1.7$ cP, $k = 0.135$ W/m · °C, y $c_p = 2.0$ J/g · °C. *a)* Calcule j_H usando la ecuación para flujo laminar y compare el valor con el obtenido asumiendo un flujo turbulento con el mismo número de Reynolds; *b)* si el coeficiente calculado para el flujo laminar es más grande que el del flujo turbulento, ¿cuál sería la razón de la diferencia?; ¿hay error al aplicar ya sea la ecuación de flujo laminar o bien la ecuación de flujo turbulento a estas condiciones?

REFERENCIAS

1. Dwyer, O.E. *AIChE J.*, **9**: 261 (1963).
2. Eckert, E.R.G. y J.F. Gross. *Introduction to Heat and Mass Transfer*. Nueva York: McGraw-Hill, 1963, pp. 110-4.
3. Friend, W.L. y A.B. Metzner. *AIChE J.*, **4**: 393 (1958).
4. Gebhart, B. *Heat Transfer*, 2a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1971; *a)* p. 272, *b)* p. 274, *c)* p. 283.
5. Kern, D.Q. y D.F. Othmer. *Trans. AIChE*, **39**: 517 (1943).
6. Knudsen, J.G. y D.L. Katz. *Fluid Dynamics and Heat Transfer*. Nueva York: McGraw-Hill, 1958; *a)* pp. 361-90, *b)* pp. 400-3, *c)* p. 439.
7. McAdams, W.H. *Heat Transmission*, 3a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1954; *a)* pp. 172, 180, *b)* p. 177, *c)* p. 215, *d)* p. 230, *e)* p. 234.
8. Mills, A.F. *Heat Transfer*. Boston: Irwin Press, 1992.
9. Sieder, E.N. y G.E. Tate. *Ind. Eng. Chem.*, **28**: 1429 (1936).
10. Webb, R.L. *Principles of Enhanced Heat Transfer*. Nueva York: Wiley, 1994.
11. Wilkinson, W.L. *Non-Newtonian Fluids*. Londres: Pergamon, 1960, p. 104.

CAPÍTULO 13

Transferencia de calor en fluidos con cambio de fase

Los procesos de transferencia de calor acompañados por un cambio de fase son más complejos que el simple intercambio de calor entre fluidos. Un cambio de fase implica la adición o sustracción de cantidades considerables de calor a temperatura constante o casi constante. La velocidad del cambio de fase está regida por la velocidad de transferencia de calor, pero con frecuencia influye sobre ella la velocidad de nucleación de las burbujas, gotas o cristales, así como el comportamiento de la nueva fase una vez formada. Este capítulo está dedicado a estudiar la condensación de los vapores y la ebullición de los líquidos. La cristalización se estudiará en el capítulo 27.

TRANSFERENCIA DE CALOR DESDE VAPORES CONDENSANTES

La condensación de vapores sobre superficies tubulares más frías que la temperatura de condensación del vapor es de gran importancia en los procesos en los que intervienen vapores tales como los del agua, hidrocarburos y otras sustancias volátiles. En este libro se presentan algunos ejemplos al estudiar las operaciones unitarias de evaporación, destilación y secado.

El vapor condensante puede ser una sustancia pura, una mezcla de sustancias condensables y no condensables, o una mezcla de dos o más vapores condensables. Las pérdidas por fricción en un condensador son por lo general pequeñas, de forma que la condensación es esencialmente un proceso a presión constante. La temperatura de condensación de una sustancia pura depende exclusivamente de la presión, y por lo tanto el proceso de condensación de una sustancia pura es un proceso isotérmico. Además, el condensado es un líquido puro. La condensación de una mezcla de vapores, a presión constante, se produce en un intervalo de temperatura y genera un condensado cuya composición es variable hasta que todo el vapor se condensa, es decir, cuando la composición del condensado es igual a la del vapor original no condensado.[†] Un ejemplo común de la condensación de

[†] Excepciones a este hecho se encuentran en la condensación de mezclas azeotrópicas que se consideran en un capítulo posterior.

un componente a partir de su mezcla con un segundo componente no condensable es la condensación del agua partiendo de una mezcla de vapor de agua y aire.

La condensación de vapores en mezclas y la condensación en la presencia de gases no condensables se estudia brevemente más adelante en este capítulo. El siguiente tratamiento se limita a la condensación de una sustancia volátil sobre un tubo frío.

Condensación en gotas y en película

Un vapor puede condensar sobre una superficie fría en una de dos formas, las cuales se describen por los términos *goteo* y *película*. En la condensación por formación de película, que es más común que la condensación por formación de gotas, el líquido condensado forma una película, o capa continua de líquido que fluye sobre la superficie del tubo por acción de la gravedad. Esta capa de líquido interpuesta entre el vapor y la pared del tubo es la que provoca la resistencia al flujo de calor, y por lo tanto fija el valor del coeficiente de la transferencia de calor.

En la condensación por goteo el condensado comienza a formarse en puntos microscópicos de nucleación. Los lugares típicos son hoyos diminutos, arañazos y manchas de polvo. Las gotas crecen y coalescen con otras que están en sus inmediaciones para formar pequeñas gotas visibles parecidas a aquellas que se forman sobre la superficie externa de un vaso que contiene agua fría cuando se expone a un ambiente húmedo. Las gotas finas se reúnen a su vez formando arroyuelos que fluyen hacia abajo por acción de la gravedad, arrastran cualquier condensado y abandonan la superficie libre para la formación de nuevas gotitas. Durante la condensación en forma de gotas, grandes áreas de la superficie del tubo están cubiertas con una muy delgada película de líquido de resistencia térmica despreciable. Debido a esto, el coeficiente de transferencia de calor en estas áreas es muy elevado, el coeficiente medio para la condensación en gotas puede ser de cinco a ocho veces mayor que para la condensación en película. En tubos largos, es posible que haya condensación en película en una parte de la superficie y en el resto en gotas.

Las observaciones más amplias e importantes sobre la condensación en gotas se han hecho con vapor de agua, aunque también se ha observado en etilenglicol, glicerina, nitrobenzeno, isoheptano y otros vapores orgánicos.²⁶ En general, los metales líquidos condensan en forma de gotas. La aparición de condensación en gotas depende fundamentalmente de que el líquido moje o no a la superficie, de forma que el fenómeno cae dentro del campo de la química de las superficies. Una gran parte del trabajo experimental realizado sobre la condensación en gotas del vapor de agua se resume en los siguientes párrafos.⁸

1. La condensación tipo película de agua ocurre en tubos de metales comunes si la corriente y los tubos están limpios, en presencia o ausencia de aire, en superficies rugosas o pulidas.
2. La condensación en gotas se obtiene sólo cuando el líquido no moja la superficie fría. En la condensación de vapor de agua se induce con frecuencia por contaminación del vapor con gotas de aceite. Se mantiene con mayor facilidad sobre una superficie lisa que sobre una superficie rugosa.
3. La cantidad de contaminante o promotor que se necesita para provocar la condensación en gotas es muy pequeña y aparentemente basta con una capa monomolecular.

4. Los promotores efectivos de gotas son fuertemente adsorbidos por la superficie y las sustancias que sólo evitan el mojado son ineficaces. Algunos promotores son especialmente efectivos sobre ciertos metales, como ocurre, por ejemplo, con los mercaptanos sobre aleaciones de cobre; otros promotores, tales como ácido oleico, son por lo general bastante efectivos. Algunos metales, tales como el acero y el aluminio, resultan difíciles de tratar para obtener condensación en gotas.
5. El coeficiente medio que se obtiene para la condensación en gotas alcanza valores tan elevados como $115 \text{ kW/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ ($20\,000 \text{ Btu/ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}$).

Aunque se han hecho algunos intentos para obtener beneficios prácticos de estos coeficientes elevados, induciendo de manera artificial la condensación en gotas, este tipo de condensación es inestable y difícil de mantener, razón por la cual es un método poco común. Además la resistencia de la capa del vapor de agua condensado, incluso para la condensación en forma de película, es en general pequeña en comparación con la resistencia en el interior del tubo condensador, y el incremento en el coeficiente global es relativamente pequeño cuando se alcanza la condensación en gotas. Para fines de diseño se supone que la condensación se produce en forma de película.

Coeficientes para la condensación en película

Nusselt fue el primero en deducir las ecuaciones básicas de la velocidad de transferencia de calor para la condensación por formación de película.^{17, 21, 23} Las ecuaciones de Nusselt se basan en la suposición de que el vapor y el líquido en frontera externa de la capa del líquido están en equilibrio termodinámico, de forma tal que la única resistencia al flujo de calor es la que ofrece la capa de condensado que desciende con flujo laminar bajo la acción de la gravedad. También se asume que la velocidad del líquido en la pared es cero, que dicha velocidad del líquido en el exterior de la película no recibe influencia alguna de la velocidad del vapor, y que las temperaturas de la pared y el vapor son constantes. Se desprecia el sobrecalentamiento del vapor, se supone que el condensado abandona el tubo a la temperatura de condensación, y las propiedades físicas del líquido se toman a la temperatura media de película.

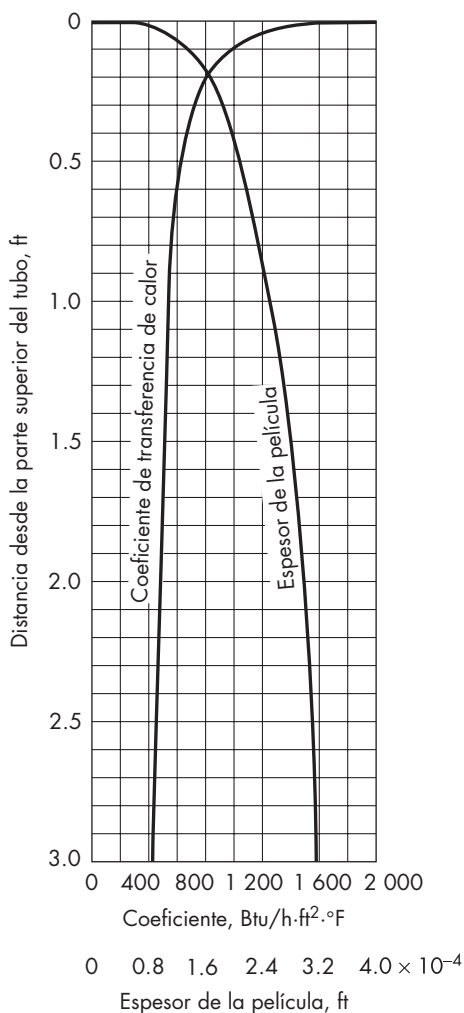
Tubos verticales. La teoría de Nusselt establece que, en la condensación por formación de película, ésta comienza a formarse en la parte superior del tubo y que el espesor de la misma aumenta con rapidez cerca de la parte superior para hacerlo luego más lentamente en la longitud restante del tubo. Se supone que el calor fluye a través de la película de condensado por conducción, de forma que el coeficiente local h_x viene dado por

$$h_x = \frac{k_f}{\delta} \quad (13.1)$$

donde δ es el espesor local de la película.

Por lo tanto, el coeficiente local es inversamente proporcional al espesor de película. En la figura 13.1¹⁷ se indican las variaciones de h_x y δ con la distancia desde el extremo superior del tubo para un líquido como el metanol.

El espesor de la película δ es generalmente de un orden de magnitud dos a tres veces más pequeño que el diámetro del tubo; por lo tanto, se puede hallar, para un flujo ya sea en el interior o en el exterior del tubo, a partir de la ecuación para un plato plano,

**FIGURA 13.1**

Espesor de la película y coeficientes locales para la película descendiente de condensación del metanol (con autorización de D.Q. Kernk, *Process Heat Transfer*. Copyright, 1950, McGraw-Hill Book Company.)

ecuación (4.59). Debido a que hay un gradiente de temperatura en la película, las propiedades del líquido se evalúan a la temperatura promedio de la película T_f dada luego por la ecuación (13.11). Para condensación en una superficie vertical, para la cual $\cos \beta = 1$, se convierte en

$$\delta = \left(\frac{3\Gamma\mu_f}{\rho_f^2 g} \right)^{1/3} \quad (13.2)$$

donde Γ es la carga del condensado, la velocidad de masa por unidad de longitud periférica.

Sustituyendo para δ en la ecuación (13.1) se obtiene la siguiente ecuación para el coeficiente local de transferencia de calor, a una distancia L partiendo del extremo superior de la superficie vertical

$$h_x = k_f \left(\frac{\rho_f^2 g}{3\Gamma\mu_f} \right)^{1/3} \quad (13.3)$$

La ecuación (13.3) se aplica a la condensación tanto en el interior como en el exterior de los tubos. Los vapores puros en general se condensan en el exterior de los tubos y para esta situación, con tubos verticales, el coeficiente local viene dado por las relaciones

$$h_x = \frac{dq}{\Delta T_o dA_o} = \frac{\lambda d\dot{m}}{\Delta T_o \pi D_o dL} \quad (13.4)$$

donde λ = calor de evaporación

$\dot{m}$ = velocidad local de flujo condensado

Ya que $\dot{m}/\pi D_o = \Gamma$, la ecuación (13.4) se escribe

$$h_x = \frac{\lambda d\Gamma}{\Delta T_o dL} \quad (13.5)$$

El coeficiente *promedio* h para todo el tubo se define por

$$h \equiv \frac{q_T}{A_o \Delta T_o} = \frac{\dot{m}_T \lambda}{\pi D_o L_T \Delta T_o} = \frac{\Gamma_b \lambda}{L_T \Delta T_o} \quad (13.6)$$

donde q_T = velocidad total de transferencia de calor

$\dot{m}_T$ = velocidad total de condensación

L_T = longitud total del tubo

Γ_b = carga de condensado en el fondo (extremo inferior) del tubo

Eliminando h_x de las ecuaciones (13.3) y (13.5) y despejando para ΔT_o se obtiene

$$\Delta T_o = \left(\frac{3\Gamma\mu_f}{\rho_f^2 g} \right)^{1/3} \frac{\lambda d\Gamma}{k_f dL} \quad (13.7)$$

Al sustituir ΔT_o de la ecuación (13.7) en la ecuación (13.6) queda

$$h = \frac{\Gamma_b k_f}{L_T} \left(\frac{\rho_f^2 g}{3\mu_f} \right)^{1/3} \frac{dL}{\Gamma^{1/3} d\Gamma} \quad (13.8)$$

Si se reordena la ecuación (13.8) y se integra entre los límites adecuados

$$h \int_0^{\Gamma_b} \Gamma^{1/3} d\Gamma = \frac{\Gamma_b k_f}{L_T} \left(\frac{\rho_f^2 g}{3\mu_f} \right)^{1/3} \int_0^{L_T} dL$$

en la cual

$$h = \frac{4k_f}{3} \left(\frac{\rho_f^2 g}{3\Gamma_b \mu_f} \right)^{1/3} \quad (13.9)$$

Al comparar las ecuaciones (13.9) y (13.3) se observa que el coeficiente promedio para un tubo vertical, con flujo laminar, es $\frac{4}{3}$ veces el coeficiente local en el extremo inferior del tubo.

La ecuación (13.9) se reordena para incluir el número de Reynolds a la salida para el condensado por formación de película $4\Gamma_b/\mu_f$

$$h \left(\frac{\mu_f^2}{k_f^3 \rho_f^2 g} \right)^{1/3} = 1.47 \left(\frac{4\Gamma_b}{\mu_f} \right)^{-1/3} = 1.47 \text{Re}^{-1/3} \quad (13.10)$$

Suponiendo que el gradiente de temperatura es constante a través de la película y que $1/\mu$ varía linealmente con la temperatura, la temperatura de referencia para la evaluación de μ_f , k_f y ρ_f se da por la ecuación²¹

$$T_f = T_h - \frac{3(T_h - T_w)}{4} = T_h - \frac{3\Delta T_o}{4} \quad (13.11)$$

donde T_f = temperatura de referencia

T_h = temperatura del vapor condensante

T_w = temperatura de la superficie exterior de la pared del tubo

La ecuación (13.10) se utiliza con frecuencia en una forma equivalente en la que el término Γ_b se ha eliminado combinando las ecuaciones (13.6) y (13.10) para obtener

$$h = 0.943 \left(\frac{k_f^3 \rho_f^2 g \lambda}{\Delta T_o L \mu_f} \right)^{1/4} \quad (13.12)$$

Las ecuaciones (13.10) y (13.11) fueron derivadas de las suposiciones del flujo laminar del condensado, y los datos experimentales concuerdan con la teoría, pero solamente para bajos números de Reynolds. Cuando el número de Reynolds $4\Gamma_b/\mu_f$ es mayor que 30, las ondulaciones aparecen sobre la superficie de la película condensada y aumenta la velocidad de la transferencia de calor. El espesor promedio de la película aún guarda un acuerdo razonable con la teoría de flujo laminar, hasta un $\text{Re} \cong 1\,200$ (véase página 86), pero como el Re aumenta, el coeficiente de la transferencia de calor se vuelve considerablemente mayor del predicho. Cuando el Re es mayor de 1 800, la película se vuelve turbulenta y las velocidades locales de transferencia de calor son mucho más grandes que las predichas por la ecuación (13.3).

En la figura 13.2 se da una correlación para el coeficiente promedio como una función del número de Reynolds al extremo final del tubo. A muy bajos números de Reynolds la figura está en acuerdo con la ecuación (13.10). Para las regiones laminar onduladas y turbulenta la ecuación empírica es⁵

$$\text{Nu}' = \frac{h}{k_f} \left(\frac{\mu_f^2}{\rho_f^2 g} \right)^{1/3} = \left(\text{Re}^{-0.44} + 5.82 \times 10^{-6} \text{Re}^{0.8} \text{Pr}^{1.3} \right)^{1/2} \quad (13.13)$$

El segundo término en la ecuación (13.13) se interpreta como un número de Nusselt con una longitud característica de $(\mu_f^2/\rho_f^2 g)^{1/3}$, pero esta longitud no es la misma que para el espesor de película δ .

En la región laminar, donde es válida la ecuación (13.10), el número de Prandtl no tiene efecto sobre h , debido a que la transferencia de calor sólo es por conducción a través de la película, y la capacidad calorífica c_p no es un factor que influya. En la región laminar ondulada, pequeñas ondas provocan remolinos, los que mejoran la transferencia de calor cerca de la superficie del líquido, y el número de Prandtl tiene muy poco efecto. En esta región Nu' varía con aproximadamente $Re^{-0.2}$ comparado con $Re^{-1/3}$ para flujo laminar real. En la región turbulenta desarrollada por completo, el coeficiente promedio aumenta con aproximadamente la potencia de 0.4 del número de Reynolds, con una mayor dependencia sobre el Pr que para el flujo turbulento en tuberías. La potencia 0.65 de Pr se ajusta a los datos experimentales, pero es posible que refleje alguna influencia de la velocidad del vapor.

Si existe una alta velocidad de vapor con dirección descendente, la película condensada se vuelve más delgada debido al esfuerzo cortante en la interface líquido-vapor, y aumentan las velocidades de transferencia de calor. El contraflujo de vapor y líquido tiende a reducir la velocidad de transferencia de calor, y puede conducir a la inundación del tubo. Los efectos de la velocidad del vapor sobre el coeficiente de película han sido predichos por Dukler.⁹

Tubos horizontales. Las siguientes ecuaciones, que corresponden a las ecuaciones (13.10) y (13.12) para tubos verticales, son aplicables para tubos horizontales aislados:

$$h \left(\frac{\mu_f^2}{k_f^3 \rho_f^2 g} \right)^{1/3} = 1.51 \left(\frac{4\Gamma'}{\mu_f} \right)^{-1/3} \quad (13.14)$$

$$y \quad h = 0.729 \left(\frac{k_f^3 \rho_f^2 g \lambda}{\Delta T_o D_o \mu_f} \right)^{1/4} \quad (13.15)$$

donde Γ' es la carga de condensado por unidad de *longitud* del tubo $\dot{m}/L$ y todos los demás símbolos tienen el significado habitual.

Para tubos horizontales, Γ' es usualmente del orden de $0.1\Gamma_b$ para tubos verticales, y el flujo del condensado es generalmente laminar. Sin embargo, algunos autores recomiendan aumentar h [que se encuentra con la ecuación (13.14)] con 20% para permitir ondulaciones cuando $Re > 40$.

Uso práctico de las ecuaciones de Nusselt

En ausencia de elevadas velocidades de vapor, las ecuaciones (13.14) y (13.15) concuerdan satisfactoriamente con los datos experimentales y se utilizan para el cálculo de coeficientes de transferencia de calor para la condensación por formación de película sobre un solo tubo horizontal. Además, la ecuación (13.15) se puede utilizar para condensación en película sobre un bloque vertical de tubos horizontales, donde el condensado cae acumulativamente de un tubo a otro y el condensado total del bloque entero gotea finalmente del último tubo inferior. El coeficiente promedio h_N para el bloque de los tubos es menor que para un tubo; esto se da por la ecuación^{24a}

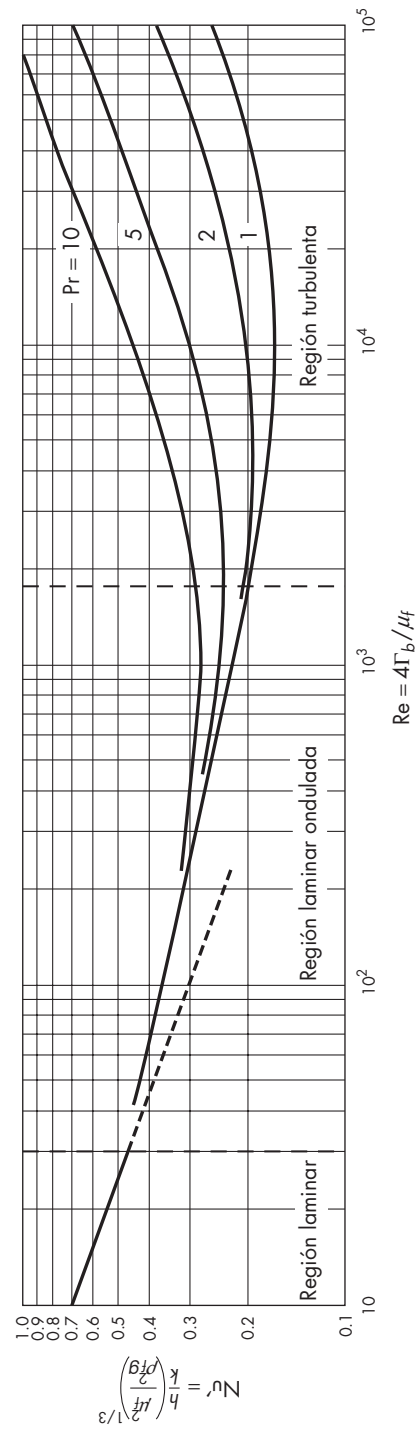


FIGURA 13.2
Coeficiente de película para condensación en superficies verticales.

$$h_N = h_1 N^{-1/4} \quad (13.16)$$

donde h_N = coeficiente promedio para el bloque entero

h_1 = coeficiente de condensación para el tubo superior del bloque

N = número de tubos en el bloque

Para un bloque de tubos, la ecuación (13.15) se vuelve¹⁴

$$h_N = 0.729 \left(\frac{k_f^3 \rho_f^2 g \lambda}{N \Delta T_o D_o \mu_f} \right)^{1/4} \quad (13.17)$$

En general, el coeficiente para condensación por formación de película sobre un tubo horizontal es mayor que uno sobre un tubo vertical bajo condiciones similares, a menos que los tubos sean muy cortos o que existan muchos tubos horizontales en cada bloque. Se prefieren los tubos verticales cuando el condensado debe ser apreciablemente subenfriado por debajo de su temperatura de condensación. Las mezclas de vapores y gases no condensables por lo general son enfriados y condensados *dentro* de los tubos verticales, así que el gas inerte es arrastrado continuamente hacia afuera de la superficie de transferencia de calor por la corriente entrante.

Para una determinada sustancia en un intervalo moderado de presión $(k_f^3 \rho_f^2 g / \mu_f^2)^{1/3}$ es una función de la temperatura. El uso de la figura 13.2 se facilita si este término, que se representa por ψ_f , se calcula y grafica como una función de la temperatura para una sustancia dada. El término ψ_f tiene las mismas dimensiones que el coeficiente de transferencia de calor, de forma que tanto la ordenada como la abscisa de las escalas de la figura 13.2 son adimensionales. En el apéndice 6 se da el valor de ψ_f para el agua como una función de la temperatura. Las tablas correspondientes se preparan para otras sustancias cuando se desee.

EJEMPLO 13.1 Un condensador de tubo y coraza, con tubos verticales de cobre de $\frac{3}{4}$ in. (19 mm), 16 BWG, se utiliza para condensar clorobenceno a la presión atmosférica en el lado de la coraza. El calor latente de condensación del clorobenceno es 324.9 J/g. Los tubos tienen una longitud de 1.52 m. Por los tubos circula agua de enfriamiento a la temperatura media de 79 °C. El coeficiente del lado del agua es 4 540 W/m² · °C. a) ¿Cuál es el coeficiente del clorobenceno que condensa? b) ¿Cuál sería el coeficiente en un condensador horizontal con el mismo número de tubos si el número promedio de tubos en un bloque o haz vertical es de 6? Desprecie los factores de ensuciamiento y la resistencia de la pared del tubo.

Solución

a) La solución de prueba y error (tanteo) puede requerirse ya que el coeficiente de película condensada depende del número de Reynolds, el cual a su vez depende de la velocidad de condensación. Además, debe estimarse la temperatura de la pared para determinar las propiedades físicas del condensado.

Las cantidades que pueden especificarse directamente son

$$\lambda = 324.9 \text{ J/g} \quad g = 9.8 \text{ m/s}^2 \quad L = 1.52 \text{ m} \quad h_i = 4\,540 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

La temperatura de condensación T_f es 132 °C, así que la temperatura de la pared T_w debe estar entre 79 y 132 °C. Es probablemente cercano a 79 °C debido a que la resistencia del condensado

orgánico es en general mayor que la del agua circulante. Como primera aproximación, T_w se tomará como 90 °C. A partir de la ecuación (13.11),

$$\begin{aligned} T_f &= 132 - 3/4(132 - 90) = 100 \text{ °C} \\ \rho &= 1\,106 \text{ kg/m}^3 \text{ a } 20 \text{ °C} \\ \rho_f &= 1\,018 \text{ kg/m}^3 \text{ a } 100 \text{ °C} \quad (\text{suponga 1\% de disminución por } 10 \text{ °C}) \\ k_f &= 0.144 \text{ W/m} \cdot \text{°C a } 10 \text{ °C} \quad (\text{apéndice 13}) \\ k_f &= 0.11 \text{ W/m} \cdot \text{°C a } 100 \text{ °C} \quad (\text{suponga 3\% de disminución por } 10 \text{ °C}) \\ \mu_f &= 0.32 \text{ cP a } 100 \text{ °C} = 3.2 \times 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s} \quad (\text{apéndice 9}) \\ c_p &= 0.37 \text{ cal/g} \cdot \text{°C a } 100 \text{ °C} = 1\,550 \text{ J/kg} \cdot \text{°C} \quad (\text{apéndice 15}) \end{aligned}$$

Entonces
$$\text{Pr} = \frac{1\,550(3.2 \times 10^{-4})}{0.11} = 4.51$$

Para un primer estimado, suponga $\text{Re} = 2\,000$. A partir de la figura 13.2,

$$\text{Nu}' = \frac{h}{k_f} \left(\frac{\mu_f^2}{\rho_f^2 g} \right)^{1/3} = 0.23$$

[Nota: Es posible comprobar este resultado substituyendo los valores para Re y Pr dentro de la ecuación (13.13). Esto da $\text{Nu}' = 0.231$.] Entonces

$$h = 0.23 \times 0.11 \left[\frac{1\,018^2 \times 9.8}{(3.2 \times 10^{-4})^2} \right]^{1/3} = 1\,171 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C}$$

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{1\,171} + \frac{1}{4\,540} = 1.07 \times 10^{-3}$$

$$U = 931 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C}$$

Comprobar la temperatura de la pared, usando la ecuación (12.38).

$$\Delta T_i = \frac{1/4\,540}{1/931} (53) = 11 \text{ °C}$$

$$T_w = 79 + 11 = 90 \text{ °C} \quad (\text{se supone})$$

A partir del apéndice 4, el área por tubo es

$$A = 0.1963 \text{ ft}^2/\text{ft} \times 0.3048 \times 1.52 = 0.0909 \text{ m}^2$$

El condensado por tubo:

$$\frac{931 \times 0.0909 (132 - 79)}{324.9} = 13.8 \text{ g/s}$$

$$\Gamma_b = \frac{13.8 \times 10^{-3}}{\pi(0.019)} = 0.231 \text{ kg/s} \cdot \text{m}$$

$$\text{Re} = \frac{4\Gamma_b}{\mu_f} = \frac{4 \times 0.231}{3.2 \times 10^{-4}} = 2\,890$$

A partir de la figura 13.2, Nu' es ligeramente mayor que 0.23. [Despejando la ecuación (13.13) con $Re = 2890$ da $Nu' = 0.233$.] De cualquier forma, el primer cálculo del Re es suficientemente cercano.[†]

$$h = 1171 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \left(206 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F} \right)$$

b) Para un condensador horizontal, se usa la ecuación (13.17) y se supone que la temperatura de la pared es aproximadamente 90°C . Para $N = 6$,

$$\begin{aligned} h &= 0.729 \left(\frac{0.144^3 \times 1018^2 \times 9.8 \times 324\,900}{6 \times 53 \times 0.019 \times 3.2 \times 10^{-4}} \right)^{1/4} \\ &= 1095 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \left(193 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F} \right) \end{aligned}$$

Esto es sólo ligeramente menor que el valor para un tubo vertical, así que no se requiere ajustar la temperatura de la pared.

Condensación de vapores sobrecalentados

Si el vapor que entra a un condensador está sobrecalentado, hay que transferir el calor sensible de sobrecalentamiento y el calor latente de condensación a través de la superficie de enfriamiento. Para el vapor de agua, debido al bajo calor específico del vapor sobrecalentado y el elevado calor latente de condensación, el calor de sobrecalentamiento es en general pequeño en comparación con el calor latente. Por ejemplo, un sobrecalentamiento de 50°C representa sólo 100 J/g , en comparación con aproximadamente $2\,300 \text{ J/g}$ para el calor latente. En la condensación de los vapores orgánicos, tal como

[†]La distancia para conducción implícita en Nu' es

$$\left(\frac{\mu_f^2}{\rho_f^2 g} \right)^{1/3} = \left[\frac{(3.2 \times 10^{-4})^2}{1018^2 \times 9.8} \right]^{1/3} = 2.16 \times 10^{-5} \text{ m} = 21.6 \mu\text{m}$$

El espesor correspondiente al valor de h se encuentra con

$$h = \frac{k_f}{x} = 1171 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

El espesor equivalente es

$$x = \frac{0.11}{1171} = 9.4 \times 10^{-5} \text{ m} = 94 \mu\text{m}$$

El espesor de la película predicho para el flujo laminar, a partir de la ecuación (4.50), es

$$\delta = \left(\frac{3\mu\Gamma}{\rho^2 g \cos \beta} \right)^{1/3} = \left(\frac{3 \times 3.2 \times 10^{-4} \times 0.233}{1018^2 \times 9.8 \times 1} \right)^{1/3} = 2.79 \times 10^{-4} \text{ m} = 279 \mu\text{m}$$

Entonces la turbulencia hace a h tres veces mayor que para la conducción a través de una película laminar.

fracciones de petróleo, el sobrecalentamiento resulta apreciable en comparación con el calor latente. Cuando el calor de sobrecalentamiento es considerable, se calcula a partir de los grados de sobrecalentamiento y el calor específico del vapor y se suma al calor latente; o si están disponibles las tablas de las propiedades térmicas, el calor total transferido por libra de vapor se calcula sustrayendo la entalpía del condensado de la del vapor sobrecalentado.

El efecto del sobrecalentamiento sobre la velocidad de transferencia de calor depende de que la temperatura de la superficie del tubo sea mayor o menor que la de la temperatura de condensación del vapor. Si la temperatura del tubo es más baja que la temperatura de condensación, el tubo se moja con condensado, lo mismo que en la condensación de vapor saturado, y la temperatura de la frontera exterior de la capa de condensado es igual a la temperatura de saturación del vapor a la presión existente en el equipo. La situación se complica por la presencia de una resistencia térmica entre la masa global del vapor sobrecalentado y de la película de condensado exterior, y también por la existencia de una caída de temperatura, que es igual a los grados de sobrecalentamiento del vapor a través de la resistencia. Sin embargo, en la práctica, el efecto neto de estas complicaciones es pequeño, y es satisfactorio suponer que la cantidad total de calor, que corresponde a los calores de sobrecalentamiento y de condensación, se transmite a través de la película de condensado; se supone además que la caída de temperatura es la correspondiente a la película de condensado y que el coeficiente es el coeficiente medio para la condensación de vapor que se obtiene de la figura 13.2. El procedimiento se resume por la ecuación siguiente:

$$q = hA(T_h - T_w) \quad (13.18)$$

donde q = transferencia de calor total, incluyendo calor latente y de sobrecalentamiento

A = área de la superficie de transferencia de calor en contacto con el vapor

h = coeficiente de transferencia de calor de la figura 13.2

T_h = temperatura de saturación del vapor

T_w = temperatura de la pared del tubo

Cuando el vapor está muy sobrecalentado y la temperatura del fluido frío a la salida es cercana a la de condensación, la temperatura de la pared del tubo puede ser mayor que la temperatura de saturación del vapor, de forma que no se produce condensación y la pared del tubo está seca. La pared del tubo permanece seca hasta que se reduce el sobrecalentamiento a un valor para el cual dicha pared está a una temperatura inferior a la de la condensación del vapor y comienza la condensación. Se considera que el equipo está formado por dos secciones, una de supresión de sobrecalentamiento y otra de condensación, que se toman en cuenta por separado en los cálculos. La parte de supresión del sobrecalentamiento es esencialmente un enfriador de gases. Se aplica la diferencia de temperatura media logarítmica, y el coeficiente de transferencia de calor es aquel para el enfriamiento de un gas determinado. La sección de condensación se trata por los métodos que se han descrito con anterioridad.

Debido al pequeño valor del coeficiente individual del lado del gas, el coeficiente global de la sección de supresión del sobrecalentamiento es también pequeño y el área de la superficie de calentamiento de esta sección es grande en comparación con la cantidad

de calor transferido. Esta situación resulta inconveniente y debe evitarse en la práctica. El sobrecalentamiento se elimina de una forma más económica rociando directamente líquido en el vapor sobrecalentado, ya que las gotas pequeñas se evaporan más rápido, enfriando el vapor a la temperatura de saturación. La sección de supresión de sobrecalentamiento entonces se elimina y ocurre la condensación con altos coeficientes.

Condensación de vapores mezclados

Si el vapor contiene dos o más componentes volátiles (a menos que se trate de una mezcla azeotrópica), la temperatura de condensación no permanece constante en una presión dada. Los gradientes de concentración existen en las fases de vapor y líquida, como el componente o componentes con un alto punto de ebullición tienden a condensarse, enriqueciendo el vapor en el material de bajo punto de ebullición. Si la temperatura de enfriamiento es suficientemente baja, todo el vapor está en posibilidad de condensarse eventualmente; la composición del condensado será entonces la misma que la del vapor original. En otros casos, parte del material de bajo punto de ebullición no puede condensarse y debe ser descargado por venteo desde el condensador.

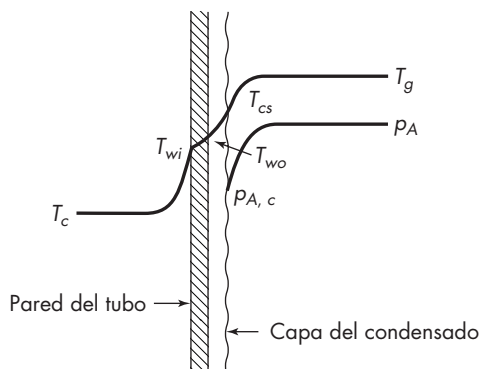
Debido a los gradientes de concentración en el vapor, existe transferencia de masa[†] de los componentes de alto punto de ebullición a la superficie del condensado a través de los componentes de bajo punto de ebullición no condensados del vapor. Esto ocurre en forma paralela a la transferencia de calor para remover calor sensible del vapor a medida que se enfría. En general, las velocidades de calor y de transferencia de masa, y los correspondientes coeficientes, varían a través de todo el condensador y deben estimarse en varios puntos. El área requerida se encuentra por un procedimiento iterativo. Para sistemas binarios, Colburn y Drew⁶ desarrollaron un método de diseño. Para casos donde la resistencia controlante para la transferencia de calor y de masa en el vapor es el calor sensible removido desde el vapor más frío, se resume un procedimiento en la referencia 24b.

Efecto de los incondensables

Cuando una mezcla multicomponente contiene un gas incondensable, la velocidad de condensación se reduce en forma importante. Al igual que en la condensación de una mezcla de vapores condensables, existe transferencia de masa de uno o más componentes en la fase de vapor, pero aquí las moléculas condensantes se deben difundir a través de una película de gas no condensable, la cual no se moverá hacia la superficie condensante. Conforme procede la condensación, la cantidad relativa de gas inerte en la fase de vapor aumenta en forma significativa.

La presión parcial del vapor condensante es menor que la presión total, la cual hace disminuir la temperatura de condensación en equilibrio. Además, la presión parcial del vapor condensante en la superficie del condensado debe ser menor que en la fase global de vapor-gas, con el fin de proporcionar una fuerza impulsora para la transferencia de masa a través de una película gaseosa. Posteriormente, esto reduce la temperatura de condensación, y en general el cambio en la temperatura debido a la transferencia de masa es mayor que el cambio en la temperatura de equilibrio.

[†]La transferencia de masa se estudia en los capítulos 17, 18 y hasta el 19.

**FIGURA 13.3**

Perfiles de presión parcial y temperatura en un condensador cuando están presentes gases incondensables: p_A , presión parcial del vapor condensable en la masa global de fase gaseosa; $p_{A,c}$, presión parcial en la superficie de la capa del condensado; T_g , temperatura global en la fase gaseosa; T_{cs} , temperatura en la superficie del condensado; T_{wi} , temperatura dentro de la pared del tubo; T_{wo} , temperatura fuera de la pared del tubo; T_c , temperatura del enfriador.

Incluso una pequeña cantidad de gas puede tener un gran efecto sobre la velocidad de condensación. Menos de 1% de aire en el vapor puede reducir la velocidad de condensación por más de la mitad,⁴ y 5% de gas inerte puede disminuir la velocidad de condensación del vapor por un factor¹⁸ de 5. Siempre que el aire u otro gas no condensable se presenta en la alimentación, una fracción del gas entrante debe ventearse desde el condensador. Si el vapor se alimenta a un condensador sin venteo, por ejemplo, contiene 0.1% de aire y 99% del vapor es condensado; entonces el vapor restante contendrá 10% de aire y la velocidad de condensación será bastante baja en la parte final del condensador.

En la figura 13.3 se muestran los perfiles de temperatura y presión parcial en un condensador de este tipo. La temperatura de condensación cae según la composición de la mezcla de gas-vapor, y por lo tanto su punto de rocío varía al proseguir la condensación. Los métodos rigurosos de resolver el problema general se basan en igualar el flujo de calor hacia la superficie del condensado en cualquier punto, al flujo de calor lejos de la superficie. Esto implica intentar resoluciones por prueba y error (o tanteo) para las temperaturas puntuales de la superficie del condensado, y a partir de ellas, estimar los valores puntuales del flujo de calor $U \Delta T$. Los valores de $1/(U \Delta T)$ para cada punto se grafican en función del calor transferido en dicho punto y el área de la superficie del condensador se obtiene por integración numérica.⁷

En la figura 15.15 de la página 494 se representa un condensador para mezclas de vapores y gases no condensables.

TRANSFERENCIA DE CALOR A LÍQUIDOS EN EBULLICIÓN

La transferencia de calor a líquidos en ebullición es una etapa necesaria en la evaporación, destilación y generación de vapor de agua, y resulta útil en el control de la temperatura de

un reactor químico. El líquido en ebullición puede estar contenido en un tanque equipado con una superficie de calentamiento fabricada por tubos horizontales o verticales, en los cuales el vapor de agua u otro vapor se condensa o por los que circula fluido caliente para suministrar el calor necesario para la ebullición del líquido. Alternativamente, el líquido a hervir fluye, ya sea por convección natural o forzada, dentro de los tubos calentados. Una aplicación importante de la ebullición en tubos es la evaporación del agua de una disolución, que se estudia en el capítulo 16.

Cuando la ebullición se produce mediante una superficie caliente sumergida, la temperatura de la masa del líquido es la misma que la temperatura de ebullición del líquido a la presión existente en el equipo. Las burbujas de vapor se generan en la superficie de calentamiento, ascienden a través de la masa de líquido y se desprenden de la superficie del mismo. El vapor se acumula en el espacio de vapor existente sobre el líquido, y una salida de vapor producida por el espacio del mismo remueve al vapor tan rápido como éste se forma. Este tipo de ebullición se denomina *ebullición del líquido saturado*, debido a que el vapor que se forma abandona el líquido que está en equilibrio con el líquido a su temperatura de ebullición.

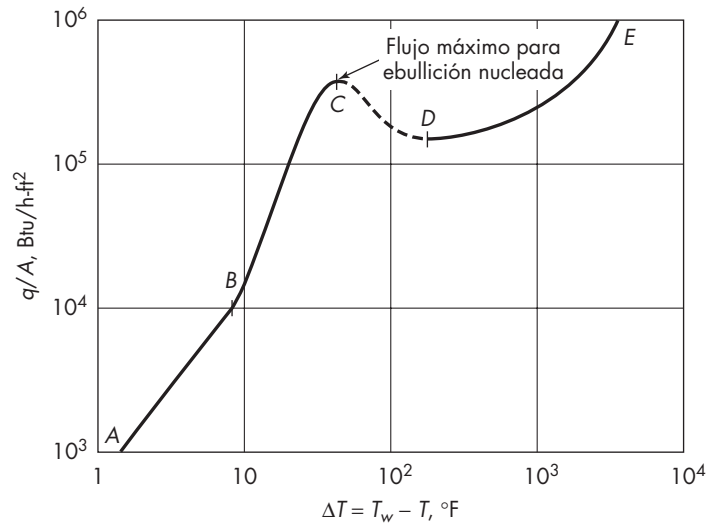
Cuando un líquido hierve con circulación natural en el interior de un tubo vertical, por la parte inferior del tubo entra líquido relativamente frío y se calienta a medida que asciende a baja velocidad. La temperatura del líquido aumenta hasta el punto de ebullición a la presión existente en una altura dada del tubo. La vaporización comienza y la velocidad ascendente de la mezcla de las dos fases líquido-vapor aumenta en forma considerable. La caída de presión resultante da lugar a que el punto de ebullición disminuya a medida que la mezcla asciende por el tubo y la vaporización continúa. El líquido y el vapor emergen de la parte superior de los tubos a una velocidad muy alta.

Con circulación forzada a través de tubos horizontales o verticales, el líquido puede también entrar a una temperatura relativamente baja y calentarse hasta su punto de ebullición, transformándose en vapor cerca del extremo de descarga del tubo. A veces se coloca una válvula de control de flujo en la línea de descarga del tubo, de forma que el líquido se calienta en el tubo hasta una temperatura considerablemente superior a su punto de ebullición correspondiente a la presión de salida. En estas condiciones no hay ebullición en el tubo: el líquido se calienta como tal hasta una temperatura elevada y después se convierte muy rápido en vapor al atravesar la válvula. Los evaporadores de convección natural y forzada reciben el nombre de *calandrias*; y se estudiarán después.

En algunos tipos de equipos con circulación forzada, la temperatura de la masa del líquido es inferior a la de su punto de ebullición, pero la temperatura de la superficie de calentamiento es considerablemente superior a la del punto de ebullición del líquido. En la superficie de calentamiento se forman burbujas que, al desprenderse de la superficie, son absorbidas por la masa del líquido. Este tipo de ebullición recibe el nombre de *ebullición subenfriada*, incluso aunque el fluido que sale del intercambiador de calor sea completamente líquido.

Ebullición de líquido saturado

Considere un cable horizontal calentado eléctricamente, sumergido en un tanque que contiene un líquido en ebullición. Suponga que se mide q/A , el flujo de calor, y ΔT , la diferencia entre la temperatura de la superficie del cable T_w y la de ebullición del líquido T . Se comienza con una caída de temperatura muy pequeña ΔT . Ahora se eleva T_w y aumenta

**FIGURA 13.4**

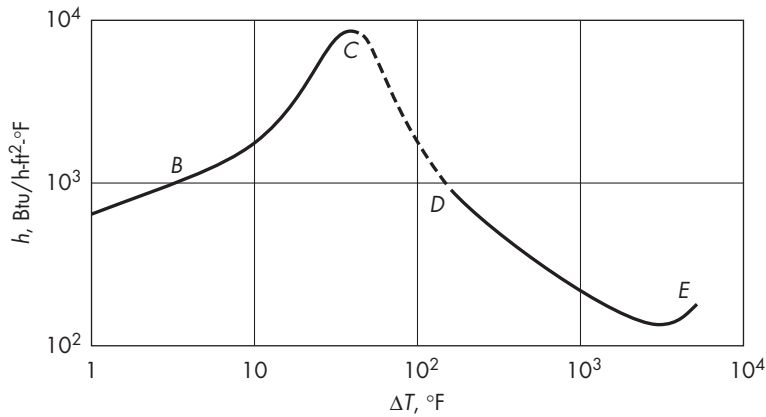
Flujo de calor contra la caída de temperatura para la ebullición del agua a 212°F sobre un cable calentado eléctricamente: *AB*, convección natural; *BC*, ebullición nucleada; *CD*, transición de la ebullición; *DE*, película de ebullición. (Según *McAdams et al.*²²)

la caída de temperatura por etapas, midiendo q/A y ΔT en cada etapa, hasta alcanzar valores de ΔT muy altos. Un gráfico de q/A contra ΔT en coordenadas logarítmicas dará una curva del tipo que se ilustra en la figura 13.4. Esta curva se divide en cuatro segmentos. En el primer segmento, con bajas caídas de temperatura, la línea *AB* es recta y tiene una pendiente de 1.25. Esto es consistente con la ecuación

$$\frac{q}{A} = a \Delta T^{1.25} \quad (13.19)$$

donde a es una constante. El segundo segmento, la línea *BC*, también es casi una recta, pero su pendiente es mayor que la de la línea *AB*. La pendiente de la línea *BC* depende del experimento específico; y en general está comprendida entre 3 y 4. El segundo segmento termina en un punto definido de flujo de calor máximo, que es el punto *C* de la figura 13.4. La caída de temperatura correspondiente al punto *C* se llama *caída crítica de temperatura*, y el flujo en el punto *C* es el *flujo pico*. En el tercer segmento, la línea *CD* en la figura 13.4, el flujo disminuye a medida que aumenta la caída de temperatura para alcanzar un mínimo en el punto *D*. El punto *D* se llama *punto Leidenfrost*. En el último segmento, la línea *DE*, el flujo aumenta con ΔT y, para grandes caídas de temperatura, sobrepasa el máximo alcanzado en el punto *C*.

Teniendo en cuenta que, por definición $h = (q/A)/\Delta T$, el gráfico de la figura 13.4 se convierte fácilmente en una gráfica de h contra ΔT . Esta curva se representa en la figura 13.5. Un coeficiente máximo y un mínimo son evidentes en la figura 13.5. Sin embargo, no ocurren con los mismos valores de caída de temperatura comparados con los flujos mínimo y máximo indicados en la figura 13.4. El coeficiente máximo se representa por

**FIGURA 13.5**

Coefficientes de la transferencia de calor contra ΔT , para la ebullición de agua a 1 atm en un alambre horizontal.

lo general para una caída de temperatura ligeramente inferior que la del flujo pico; el coeficiente mínimo ocurre para una caída de temperatura mucho mayor que la del punto de Leidenfrost. En el primer segmento de la línea de la figura 13.4, el coeficiente es proporcional a $\Delta T^{0.25}$ y entre ΔT^2 y ΔT^3 en el segundo segmento.

Cada uno de los cuatro segmentos de la gráfica en la figura 13.5 corresponde a un determinado mecanismo de ebullición. En la primera sección, a bajas caídas de temperatura, el mecanismo es el correspondiente a la transferencia de calor a un líquido en convección natural, y la variación de h con ΔT concuerda con la ecuación (12.73). Las burbujas se forman sobre la superficie del calentador, se desprenden de ella, ascienden hasta la superficie del líquido y pasan al espacio de vapor; pero son muy pocas para perturbar en forma apreciable las corrientes normales de convección libre.

Para caídas de temperatura más altas, comprendidas entre 9 y 45 °F (5 y 25 °C) en el caso que se representa en la figura 13.5, la velocidad de formación de burbujas es suficientemente grande, de forma que la corriente ascendente de ellas a través del líquido aumenta la velocidad de las corrientes de circulación en la masa del líquido, y el coeficiente de transferencia de calor es mayor que para la convección natural no distorsionada. La velocidad de formación de burbujas aumenta con ΔT y el coeficiente se incrementa rápidamente.

La acción que ocurre para caídas de temperatura inferiores a la caída crítica de temperatura recibe el nombre de *ebullición nucleada*, que hace referencia a la formación de diminutas burbujas, o núcleos de vaporización, sobre la superficie de calentamiento. Durante la ebullición nucleada, las burbujas ocupan una pequeña porción de la superficie de calentamiento al mismo tiempo, de forma que la mayor parte de la superficie está en contacto directo con el líquido. Las burbujas se generan en sitios activos, localizados por lo general en pequeños hoyos o arañazos sobre la superficie de calentamiento. Al aumentar la caída de temperatura se activan más sitios, mejorando la agitación del líquido y aumentando el flujo de calor y el coeficiente de transferencia de calor.

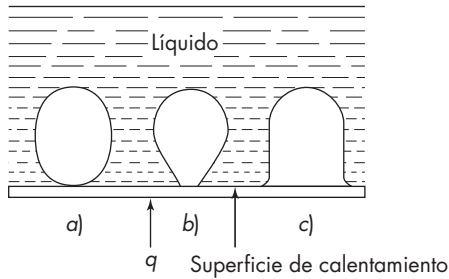
Sin embargo, eventualmente puede haber tantas burbujas que tienden a coalescer sobre la superficie de calentamiento para formar una capa de vapor aislante. Esta capa tiene una superficie altamente inestable, desde la cual se forman diminutas “explosiones” que proyectan chorros de vapor hacia fuera del elemento de calentamiento dentro de la masa global del líquido. Este tipo de acción recibe el nombre de *ebullición de transición*. En esta región, correspondiente al segmento *CD* en la figura 13.4, al aumentar la caída de temperatura aumenta el espesor de la película de vapor y disminuye el número de explosiones que se producen en un tiempo determinado. Tanto el flujo de calor como el coeficiente de transferencia de calor disminuyen al aumentar la caída de temperatura.

Cerca del punto de Leidenfrost se produce un cambio distinto del mecanismo. La superficie caliente se cubre con una película estática de vapor a través de la cual se transfiere calor por conducción y (a muy altas caídas de temperatura) por radiación. Las explosiones al azar características de la transición de ebullición desaparecen y son reemplazadas por una lenta y ordenada formación de burbujas en la interfase entre el líquido y la película del vapor caliente. Estas burbujas se desprenden por sí solas de la interfase y ascienden a través del líquido. Virtualmente toda la resistencia para la transferencia de calor reside en la capa de vapor que recubre al elemento de calentamiento. Al aumentar la caída de temperatura, aumenta el flujo de calor muy lento al principio y rápidamente después, a medida que se hace importante la transferencia de calor por radiación. La acción de ebullición en esta región se conoce como *ebullición de película*.

En general no es deseable la ebullición de película en equipos comerciales, debido a que la velocidad de transferencia de calor es baja para una caída de temperatura tan grande. Los equipos de transferencia de calor deberán diseñarse y operarse de tal forma que la caída de temperatura en la película de líquido en ebullición sea menor que la caída de temperatura crítica, aun cuando con los líquidos criogénicos esto no siempre es posible.

La eficacia de la ebullición nucleada depende principalmente de la facilidad con la que se forman y liberan por sí mismas las burbujas en la superficie de calentamiento. La capa de líquido próxima a la superficie caliente se sobrecalienta debido al contacto con con la pared del calentador. El líquido sobrecalentado tiende a formar vapor de manera espontánea y así suprime el sobrecalentamiento. Esta tendencia del líquido sobrecalentado a sufrir una vaporización súbita o *flash* es lo que proporciona el ímpetu característico del proceso de ebullición. Físicamente, el *flash* ocurre sólo por la formación de pequeñas burbujas en la interfase vapor-líquido. Sin embargo, no es fácil formar una pequeña burbuja en un líquido sobrecalentado, debido a que, a una determinada temperatura, la presión de vapor en una burbuja muy pequeña es menor que en la burbuja grande o en una superficie plana del líquido. Una burbuja muy pequeña puede existir en equilibrio con el líquido sobrecalentado, y cuanto menor sea la burbuja mayor será el sobrecalentamiento de equilibrio y menor la tendencia a la producción de *flash*. Tomando precauciones especiales para eliminar toda presencia de gases u otras impurezas en el líquido y prevenir choques, es posible sobrecalentar agua varios cientos de grados Fahrenheit sin formación de burbujas.

Una segunda dificultad se presenta si la burbuja, una vez formada, no abandona rápidamente la superficie. El factor importante que controla la velocidad de desprendimiento de las burbujas es la tensión interfacial entre el líquido y la superficie de calentamiento.

**FIGURA 13.6**

Efecto de la tensión interfacial sobre la formación de burbujas entre el líquido y la superficie de calentamiento. (Según Jakob y Fritz.¹⁵)

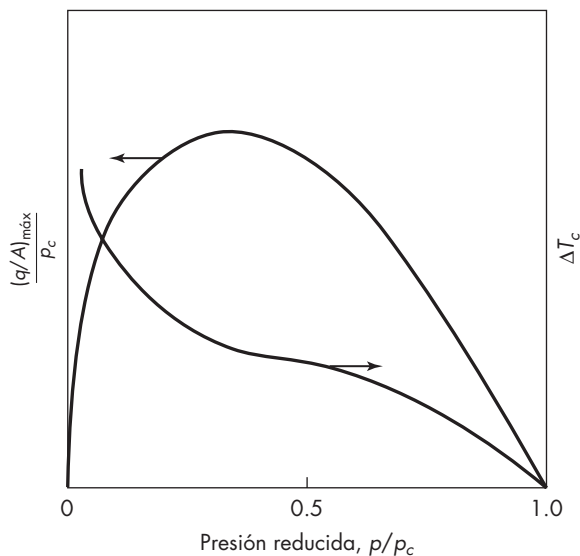
Si la tensión interfacial es grande, la burbuja tiende a extenderse sobre la superficie y recubrir el área de transferencia de calor, tal como se indica en la figura 13.6c, en vez de abandonar la superficie y dejar espacio para otras burbujas. Si la tensión interfacial entre el líquido y el sólido es baja, la burbuja se desprenderá con facilidad, como se observa en la figura 13.6a. En la figura 13.6b se muestra un ejemplo de la tensión interfacial intermedia.

La elevada velocidad de la transferencia de calor que se obtiene en la ebullición nucleada es, principalmente, el resultado de la turbulencia generada en el líquido debido a la acción dinámica de las burbujas.¹¹

El coeficiente que se obtiene durante la ebullición nucleada depende de numerosas variables, tales como la naturaleza del líquido, tipo y condición de la superficie de calentamiento, composición y pureza del líquido, presencia o ausencia de agitación, así como temperatura y presión. Pequeños cambios de algunas variables originan una variación considerable del coeficiente. La reproducibilidad de los experimentos es deficiente.

Es posible predecir el efecto de algunas de estas variables en forma cualitativa considerando los mecanismos de la ebullición. Una superficie rugosa proporciona centros para la nucleación que no existen en una superficie pulida, por consiguiente, las superficies rugosas dan por lo general coeficientes superiores a las lisas. Sin embargo, este efecto se debe en parte al hecho de que el área total de la superficie de un tubo rugoso es mayor que la de un tubo liso de la misma área proyectada. Una capa muy delgada de incrustación puede incrementar el coeficiente de ebullición del líquido, aunque el coeficiente global disminuye debido a que se adiciona una resistencia que provoca una disminución del coeficiente global mayor de lo que aumenta el coeficiente de ebullición del líquido. La adsorción de aire o gases sobre la superficie del calentador u otros contaminantes sobre la superficie, con frecuencia facilitan la ebullición, ya sea por la formación o el desprendimiento de burbujas. Una superficie recientemente limpia puede dar un coeficiente mayor o menor que la misma superficie una vez que se estabiliza después de un periodo previo de operación. Este efecto está relacionado con un cambio en el estado de la superficie de calentamiento. La agitación provoca un aumento del coeficiente debido a que aumenta la velocidad del líquido en la superficie, lo cual ayuda a arrastrar o eliminar las burbujas.

Curvas semejantes a las de las figuras 13.4 y 13.5 se obtienen cuando se estudia la ebullición sobre un tubo horizontal o tubería, aunque la caída crítica de temperatura y el punto de Leidenfrost probablemente no sean los mismos que para un cable de diámetro pequeño.

**FIGURA 13.7**

Variación cualitativa del flujo de calor máximo y diferencia de la temperatura crítica con la presión reducida.

Flujo máximo y caída de temperatura crítica

El flujo máximo $(q/A)_{\text{máx}}$ depende principalmente de la naturaleza del líquido en ebullición y de la presión, y de alguna manera también del tipo de la superficie de calentamiento. El flujo máximo del agua es varias veces el de la mayoría de los líquidos orgánicos debido a las diferencias de calor de vaporización y otras propiedades físicas. Para el agua y los líquidos orgánicos, el flujo máximo de calor alcanza un máximo a una presión absoluta de aproximadamente un tercio de la presión crítica termodinámica p_c y disminuye hacia cero a muy bajas presiones y a presiones cercanas a la presión crítica. Si el flujo máximo se divide por la presión crítica de la sustancia en ebullición, se obtiene una curva, que se ilustra en la figura 13.7, la cual es la misma para muchas sustancias puras y mezclas. La correspondiente caída de temperatura crítica (no debe confundirse con la “temperatura crítica”) también varía con la presión, desde valores altos a bajas presiones hasta valores muy pequeños cerca de la presión crítica. Para presiones y temperaturas superiores a los valores críticos, por supuesto, no hay diferencia entre las fases de líquido y vapor, de forma que la vaporización carece de sentido. A la presión atmosférica, la caída de temperatura crítica para el agua generalmente está comprendida entre 30 y 50 °C (54 y 90 °F). Para los líquidos orgánicos puede ser mayor o menor, dependiendo principalmente de cuán cerca esté la temperatura de operación de la temperatura crítica termodinámica.

Es posible que se exceda la caída de temperatura crítica en calderas industriales si no se toman precauciones. Si el suministro de calor es otro fluido, tal como la con-

densación de vapor o líquidos calientes, la única penalización por exceder la caída de temperatura crítica es una disminución del flujo hasta un nivel comprendido entre la del pico y la del punto de Laidenrost. Si el calor se suministra por medio de un calentador eléctrico, el exceso de la caída de temperatura crítica puede quemar el calentador, ya que el líquido en ebullición no es capaz de absorber con suficiente rapidez el calor para una gran caída de temperatura y el calentador alcanza inmediatamente una temperatura muy alta.

El flujo pico para la caída de temperatura crítica es grande. Para el agua está en el intervalo de 350 hasta 1 250 kW/m² (~100 000 hasta 400 000 Btu/ft² · h) dependiendo de la pureza del agua, la presión, así como del tipo y condición de la superficie de calentamiento. Para líquidos orgánicos, el flujo pico está comprendido en el intervalo de 125 hasta 400 kW/m² (40 000 hasta 130 000 Btu/ft² · h). Estos límites se aplican para la ebullición a la presión atmosférica sobre un tubo horizontal o una superficie horizontal plana.

Se han propuesto muchas correlaciones para estimar el flujo pico a partir de las propiedades del fluido, tomando como base distintos modelos de los fenómenos físicos. En uno de los estudios se ha propuesto que cerca de la caída de temperatura crítica, las corrientes de burbujas características de la ebullición nucleada son progresivamente reemplazadas por chorros de vapor que salen de la superficie de transferencia de calor. Por supuesto, deben de acompañarse por corrientes de líquido que fluyen hacia la superficie del líquido. Para el valor de pico del flujo de calor, los flujos en contracorriente del vapor y el líquido alcanzan una condición límite, el proceso se hace inestable y los chorros de vapor se colapsan para formar una lámina continua de vapor. El fenómeno es análogo al de inundación de una torre empacada que se describe en el capítulo 18.²⁹ Una ecuación basada en este modelo fue desarrollada por Zuber²⁸ y modificada por Lienhard y Dhir¹⁹ con la finalidad de ajustar los datos para una lámina plana.

$$(q/A)_{\text{máx}} = 0.15 \lambda \rho_V^{1/2} [\sigma g (\rho_L - \rho_V)]^{1/4} \quad (13.20)$$

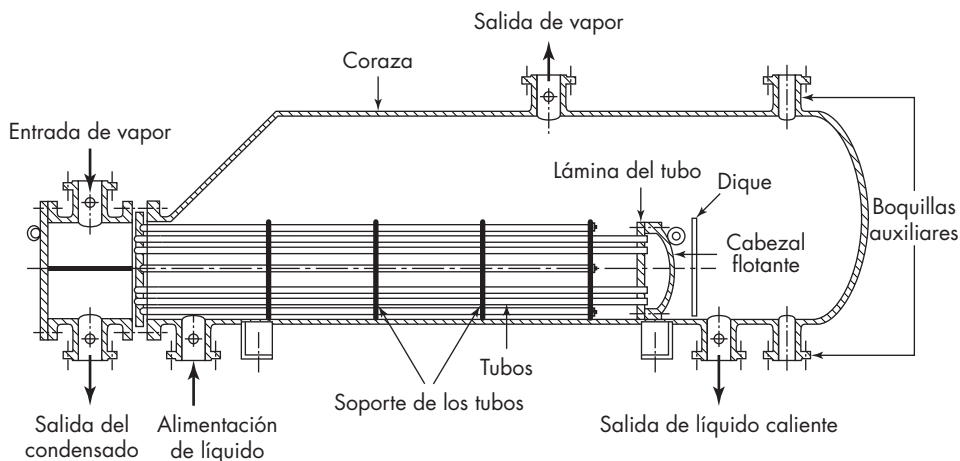
donde σ es la tensión interfacial entre el líquido y el vapor, ρ_L y ρ_V son las densidades del líquido y vapor, respectivamente, y los otros símbolos tienen su significado habitual.

Para cilindros horizontales,²⁵ la constante 0.15 en la ecuación (13.20) se reemplaza por 0.12.

El pico de flujo aumenta con λ y ρ_V porque un alto calor de vaporización o una alta densidad significa un pequeño volumen de vapor para la misma cantidad de calor transferido. Si la presión aumenta, el efecto de una mayor densidad del vapor está parcialmente compensado por la reducción en el calor de la vaporización y la tensión interfacial. Estos últimos disminuyen con el incremento de la temperatura y eventualmente conducen a bajos flujos, como se ilustra en la figura 13.7.

Calderas de tetera

Una caldera de tetera típica, como la que se representa en la figura 13.8, contiene un paquete de tubos horizontales sumergidos en el líquido y dispuestos para proveer una holgura entre los tubos más bajos y la coraza de la caldera. El vapor generado en las hileras inferiores de los tubos, aumenta y afecta la velocidad de transferencia de calor desde los tubos superiores. En la región de ebullición nucleada, donde ΔT es pequeño,

**FIGURA 13.8**

Caldera tipo tetera.

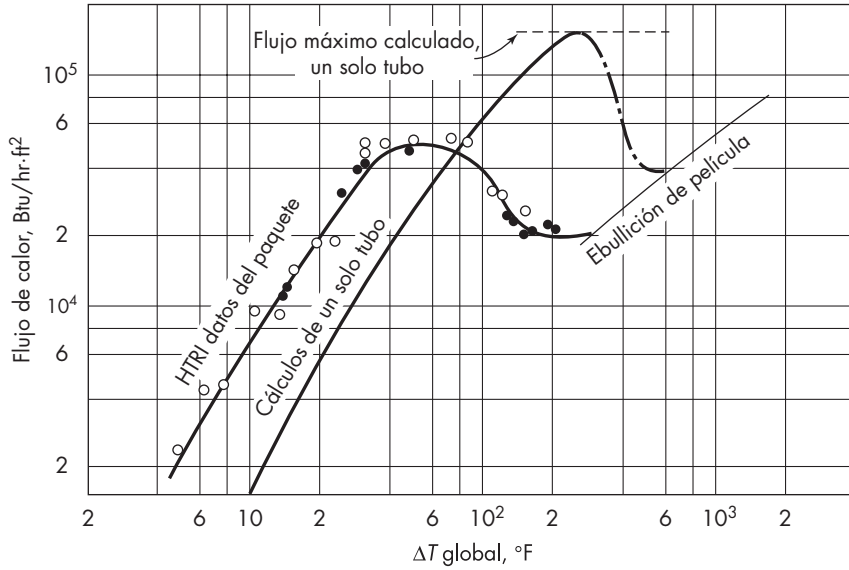
el flujo medio de calor para el conjunto de tubos es mayor que para un solo tubo debido a que el incremento del flujo de vapor aumenta la velocidad de la mezcla líquido-vapor que pasa por los tubos. Sin embargo, la capa de vapor del conjunto de tubos ocurre a bajas diferencias de temperaturas, y el flujo de calor máximo es mucho más bajo que para un solo tubo. Las curvas de ebullición para la parafina normal, para un solo tubo y para un conjunto de tubos, se dan en la figura 13.9, con base en los datos del Instituto de Investigación de la Transferencia de Calor.¹⁰ Observe que el flujo máximo para el conjunto de tubos es sólo aproximadamente un cuarto del correspondiente para un solo tubo. La diferencia de la temperatura crítica es también más pequeña para el conjunto de tubos, aunque los valores reales de ΔT_c son conocidos, ya que sólo se midió la diferencia de la temperatura global.

EJEMPLO 13.2 El benceno está hirviendo a la presión atmosférica en la caldera de tipo tetera con tubos horizontales. *a)* Estime el flujo de calor máximo para un solo tubo. Las propiedades físicas del benceno se dan en la tabla 13.1. *b)* Prediga el flujo máximo para las presiones de 0.2 y 5 atm.

TABLA 13.1**Propiedades del benceno**

p' , atm	0.2	1	2	5	10
T , °C	35	80	104	142	179
ρ_L , kg/m ³	864	816	788	740	690
λ , kJ/kg	429	395	379	349	314

$\sigma = 31.7 \text{ din/cm}$ a 0 °C, 29.0 a 20 °C, y 18.8 a 100 °C

**FIGURA 13.9**

Flujo de calor en ebullición, un solo tubo contra el paquete de tubos. (Según Fair y Klip.¹⁰)

Solución

a) A 80 °C (353 K), ρ_V se calcula a partir de la ley del gas ideal.

$$\rho_V = \frac{Mp}{RT} = \frac{78.1 \times 1.0}{0.082056 \times 353} = 2.70 \text{ kg/m}^3$$

Por interpolación lineal, $\sigma = 21.5 \text{ din/cm} = 21.5 \times 10^{-3} \text{ N/m}$.

A partir de la ecuación (13.20), con un coeficiente de 0.12 para un cilindro horizontal y $\rho_L - \rho_V = 816 - 3 = 813 \text{ kg/m}^3$,

$$\begin{aligned} \left(\frac{q}{A}\right)_{\text{máx}} &= 0.12(395 \times 10^3)(2.70)^{1/2}(2.15 \times 10^{-3} \times 9.8 \times 813)^{1/4} \\ &= 2.82 \times 10^5 \text{ W/m}^2 \left(8.9 \times 10^4 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2\right) \end{aligned}$$

b) A 0.2 atm y 35 °C (308 K),

$$\rho_V = \frac{78.1 \times 0.2}{0.82056 \times 308} = 0.618 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_L - \rho_V = 863 \text{ kg/m}^3$$

$$\lambda = 429 \times 10^3 \text{ J/kg}$$

$$\sigma = 27.4 \times 10^3 \text{ N/m}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{q}{A}\right)_{\text{máx}} &= 0.12(429 \times 10^3)(0.618)^{1/2}(27.4 \times 10^{-3} \times 9.8 \times 863)^{1/4} \\ &= 1.58 \times 10^5 \text{ W/m}^2 \left(5.0 \times 10^4 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2\right) \end{aligned}$$

A 5 atm y 142°C (415 K),

$$\lambda = 349 \times 10^3 \text{ J/kg}$$

$$\rho_V = 11.5 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_L - \rho_V = 740 - 11.5 = 728.5 \text{ kg/m}^3$$

Por extrapolación,

$$\sigma \cong 13.7 \times 10^{-3} \text{ N/m}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{q}{A} \right)_{\text{máx}} &= 0.12 (349 \times 10^3) (11.5)^{1/2} (13.7 \times 10^{-3} \times 9.8 \times 728.5)^{1/4} \\ &= 4.48 \times 10^5 \text{ W/m}^2 \left(1.42 \times 10^5 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \right) \end{aligned}$$

El flujo máximo aumenta 1.78 a medida que la presión aumenta desde 0.2 hasta 1.0 atm, y 1.59 desde 1.0 hasta 5 atm. Otros cálculos indican un flujo máximo de $4.8 \times 10^5 \text{ W/m}^2$ a una presión de aproximadamente 10 atm, lo cual es 0.21 veces la presión crítica p_c . La incertidumbre de los valores extrapolados de σ limita la exactitud del resultado.

Flujo de calor mínimo y ebullición de película

Cuando se establece la ebullición de la película, las ondulaciones características de la longitud de onda se forman en la interfase entre el líquido y el vapor. Estas ondulaciones crecen dentro de las burbujas, la cual deja la interfase a intervalos espaciados regularmente. El diámetro de las burbujas es aproximadamente la mitad de la longitud de onda de las ondulaciones. La consideración de la dinámica de los procesos conduce a la siguiente ecuación para el flujo mínimo de calor necesario para la ebullición estable de película sobre una lámina horizontal¹²

$$\left(\frac{q}{A} \right)_{\text{mín}} = \frac{\pi \lambda \rho_V}{24} \left[\frac{\sigma g (\rho_L - \rho_V)}{(\rho_L + \rho_V)^2} \right]^{1/4} \quad (13.21)$$

donde $(q/A)_{\text{mín}}$ es el flujo mínimo de calor.

La ebullición de película es un proceso más ordenado que el de la ebullición nucleada o la ebullición de transición y ha estado sujeta a considerables análisis teóricos. Puesto que la velocidad de transferencia de calor se gobierna únicamente por la película de vapor, la naturaleza de la superficie de calentamiento no tiene efecto sobre la ebullición de película. Para la ebullición de película sobre un tubo horizontal sumergido, la siguiente ecuación se aplica con considerable exactitud sobre un amplio intervalo de condiciones.²

$$h_o \left[\frac{\lambda_c \mu_V \Delta T}{k_V^3 \rho_V (\rho_L - \rho_V) \lambda' g} \right]^{1/4} = 0.59 + 0.069 \frac{\lambda_c}{D_o} \quad (13.22)$$

donde h_o = coeficiente de transferencia de calor

μ_V = viscosidad del vapor

ΔT = caída de temperatura a través de la película de vapor

k_V = conductividad térmica del vapor

ρ_L, ρ_V = densidades del líquido y vapor, respectivamente

D_o = diámetro exterior del tubo de calentamiento

En la ecuación (13.22), λ' es la diferencia promedio de entalpía entre el líquido y el vapor sobrecalentado. Se da por la siguiente ecuación, la cual es una modificación de Hsu y Westwater de la aproximación de Bromley para la solución rigurosa.³

$$\lambda' = \lambda \left(1 + \frac{0.34 c_p \Delta T}{\lambda} \right)^2 \quad (13.23)$$

donde λ = calor latente de vaporización

c_p = calor específico de vapor a presión constante

El término λ_c en la ecuación (13.22) es la longitud de onda de la onda más pequeña que puede crecer en amplitud sobre una interfase horizontal plana. Está relacionado con las propiedades del fluido por la ecuación

$$\lambda_c = 2\pi \left[\frac{\sigma}{g(\rho_L - \rho_V)} \right]^{1/2} \quad (13.24)$$

donde σ es la tensión interfacial entre el líquido y el vapor. La ecuación (13.22) no incluye el efecto de la transferencia de calor por radiación.

De la ecuación (13.20) hasta la (13.24), las propiedades del vapor son evaluadas con respecto a la media aritmética de la temperatura de la pared y el punto de ebullición del líquido. Las propiedades del líquido ρ_L , λ y σ son evaluadas en el punto de ebullición.

Observe la semejanza entre la ecuación (13.22) para la ebullición de película y la ecuación (13.15) para la condensación en flujo laminar. En ambos casos, h depende de la conductividad térmica elevada a la potencia $\frac{3}{4}$, del calor latente de vaporización elevado a la potencia $\frac{1}{4}$, de la viscosidad de la película elevada a la potencia $-\frac{1}{4}$ y de la diferencia de temperatura.

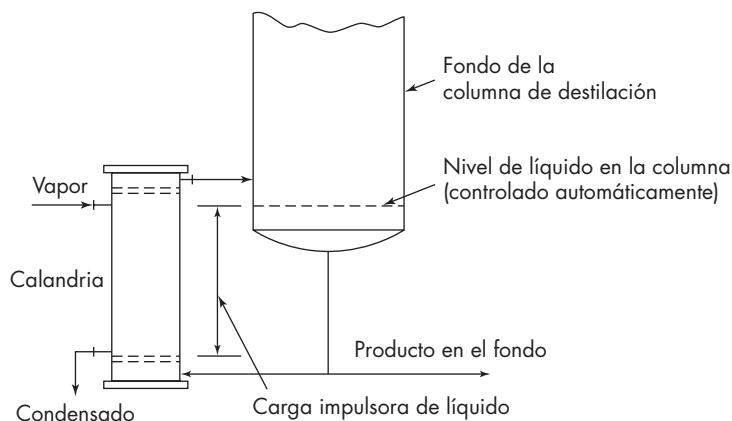
Las ecuaciones han sido desarrolladas para la ebullición de película en tubos verticales sumergidos,¹³ pero tienen menor validez que la ecuación (13.22). El vapor se libera desde una superficie vertical en una forma más complicada que desde una superficie horizontal, y el análisis teórico del proceso es, en consecuencia, más difícil.

Calderas termosifón (rehervidor)

Las unidades de tubo y coraza conocidas como calandrias, calderas de circulación natural o termosifón, son frecuentemente los vaporizadores más económicos para las operaciones de destilación y evaporación. Al contrario de las calderas estudiadas con anterioridad, no contienen líquido en ebullición; en su lugar, el líquido entra al fondo de la unidad y es parcialmente vaporizado. La reducción de la densidad causa la mezcla vapor-líquido para aumentar y succionar líquido de alimentación adicional. El líquido y el vapor dejan la parte superior de la unidad a una gran velocidad; son separados y el líquido se recicla. Típicamente de 10 a 30% del líquido se vaporiza por paso.

Las calderas termosifón puede contener tubos verticales con el líquido vaporizador dentro de los tubos, u horizontales, con el líquido en ebullición fuera de los tubos.

Una unidad vertical típica se representa en la figura 13.10. La velocidad del líquido que entra en los tubos es comúnmente cercana a 1 m/s. La velocidad de transferencia de calor depende de las propiedades del líquido vaporizado, especialmente de su presión

**FIGURA 13.10**

Caldera de calandria.

reducida p/p_c . En la tabla 13.2 se dan los coeficientes típicos globales para las calandrias de vapor calentado. Cuando la presión absoluta es 1 atm o mayor, los coeficientes son insensibles a la *carga impulsora* del líquido que aparece en la figura 13.10. Esta carga se define como la distancia desde la lámina del tubo situada en el fondo hasta el nivel del líquido en la columna. Bajo estas condiciones de presión, el nivel del líquido se mantiene típicamente igual cerca del nivel de la parte superior de la lámina del tubo para garantizar que la superficie de transferencia de calor está por completo mojada y para establecer velocidades de circulación razonablemente altas.

Sin embargo, cuando la operación se efectúa en el vacío, el funcionamiento de las calderas es sensible a los cambios en la carga impulsora del líquido, en especial en la destilación de las mezclas multicomponentes. El nivel óptimo de líquido para el servicio en vacío está en medio de las láminas de los tubos, con aproximadamente 50% del líquido vaporizado por paso.¹⁶

En calderas horizontales de termosifón, el líquido entra en el centro del fondo de un tanque que contiene tubos horizontales calentados, y fluye de manera horizontal bajo

TABLA 13.2

Coeficientes típicos globales en calderas de calandria

Servicio	Coeficiente global U	
	$W/m^2 \cdot ^\circ C$	$Btu/ft^2 \cdot h \cdot ^\circ F$
Químicos orgánicos pesados	570-900	100-160
Hidrocarburos ligeros	900-1 250	160-220
Agua, disoluciones acuosas	1 250-2000	220-350

un deflector transverso hacia el extremo del tanque. Las mezclas parcialmente vaporizadas aumentan más allá del extremo del deflector dentro de la sección superior del tanque, donde se forma más vapor. La mezcla fluye hacia el centro y sale a través de una salida situada en la parte superior del tanque. Las velocidades de transferencia de calor y los procedimientos de diseño para calderas de termosifón verticales y horizontales son estudiados por Fair y Klip.¹⁰

Calderas de circulación forzada

A veces el líquido en ebullición, sobre todo si es viscoso, se bombea mecánicamente a través de una caldera, por lo general dentro de los tubos. En tales unidades de circulación forzada, la ebullición del líquido es suprimida. El líquido sobrecalentado sale por la parte superior de la caldera y es después *flasheado* (parcialmente vaporizado) por la reducción de la presión. La evaporación de circulación forzada se estudia en el capítulo 16.

Ebullición subenfriada: aumento del flujo pico

La ebullición subenfriada puede demostrarse bombeando ascendente un líquido libre de gas a través del espacio anular vertical comprendido entre un tubo exterior transparente y un elemento interior de calentamiento y observando el efecto que ejerce sobre el líquido, un aumento gradual del flujo de calor y de la temperatura del elemento de calentamiento. Se observa que cuando la temperatura del elemento supera un determinado valor que depende de las condiciones del experimento, se forman burbujas como en la ebullición nucleada, y después condensan en la superficie adyacente de líquido más frío. Bajo estas condiciones, una pequeña variación de la caída de temperatura da lugar a un enorme aumento de flujo del calor. Se han reportado flujos superiores a $150 \times 10^6 \text{ W/m}^2$ ($50 \times 10^6 \text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{h}$). La ebullición subenfriada es importante en el equipo de transferencia de calor que debe concentrar una gran capacidad en un pequeño espacio.

Otros métodos para obtener elevados flujos que superen al flujo pico normal en la ebullición comprenden el uso de recubrimientos porosos sobre la superficie de calentamiento,¹ tubos con aletas de diferentes diseños,²⁷ y para líquidos de baja conductividad eléctrica, la aplicación de campos eléctricos de alto voltaje.²⁰

SÍMBOLOS

A	Área, m^2 o ft^2 ; A_o , exterior del tubo
a	Constante en la ecuación (13.19)
c_p	Calor específico a presión constante, $\text{J/g} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$
D	Diámetro, m o ft ; D_i , diámetro interior del tubo; D_o , diámetro exterior
g	Aceleración gravitacional, m/h^2 o ft/h^2
h	Coefficiente individual de la transferencia de calor, $\text{W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$; h_N , promedio para los bloques de tubos; h_o , tubo exterior, h_x , valor local; h_1 , para la parte superior del tubo en el bloque
k	Conductividad térmica, $\text{W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$; k_v , de vapor; k_p , de la película condensada

L	Longitud, m o ft; L_T , longitud total del tubo
M	Peso molecular de la sustancia en ebullición
$\dot{m}$	Velocidad de flujo de masa, kg/h o lb/h; $\dot{m}_T$, velocidad de flujo total del condensado desde el bloque de tubos
N	Número de tubos en el bloque vertical
Nu'	Número de Nusselt, definido por la ecuación (13.13) adimensional
Pr	Número de Prandtl del líquido condensado, adimensional
p	Presión, atm o lb _f /in. ² ; p_c , presión crítica; p' , presión del vapor
q	Velocidad de transferencia del calor, J/s o Btu/h; q_T , velocidad total de la transferencia de calor en el tubo condensador
R	Constante de la ley de los gases, 0.082056 m ³ · atm/kg mol · K
Re	Número de Reynolds de la película condensada, $4\Gamma/\mu_f$, adimensional
T	Temperatura, °C o °F; T_f , temperatura promedio de la película condensada; T_h , temperatura de saturación del vapor; T_w , temperatura de la pared o de la superficie
U	Coeficiente global de la transferencia de calor, W/m ² · °C o Btu/ft ² · h · °F
x	Espesor equivalente de la película condensante, encontrada a partir del coeficiente de la transferencia de calor, mm

Letras griegas

β	Ángulo con la vertical
Γ	Carga del condensado, kg/m · h o lb/ft · h; Γ_b , en el fondo del tubo vertical; Γ' , por unidad de longitud del tubo horizontal
ΔT	Caída de temperatura, °C o °F; ΔT_o , caída a través de la película del condensado, $T_h - T_w$; ΔT_c , caída de temperatura crítica
δ	Espesor de la película del condensado, m o ft
λ	Calor de vaporización, J/g o Btu/lb; λ' , diferencia media de entalpía entre el líquido en ebullición y el vapor sobrecalentado, definido por la ecuación (13.23)
λ_c	Longitud de onda de la ondulación más pequeña que crece sobre la superficie horizontal plana, m o ft [ecuación (13.24)]
μ	Viscosidad absoluta, P o lb/ft · h; μ_v , de vapor; μ_f , de la película del condensado
ρ	Densidad, kg/m ³ o lb/ft ³ ; ρ_L , del líquido; ρ_v , del vapor; ρ_f , de la película del condensado
σ	Tensión interfacial entre el líquido y el vapor, N/m o lb _f /ft
ψ_f	Parámetro de condensación, $(k_f^3 \rho_f^2 g / \mu_f^2)^{1/3}$, W/m · °C o Btu/ft ² · h · °F

PROBLEMAS

- 13.1.** Un tubo de cobre de 1 in. 14 BWG y 3 m de longitud, se utiliza para condensar alcohol etílico a la presión atmosférica. El agua de refrigeración que circula por el interior del tubo mantiene la superficie metálica a una temperatura esencialmente constante de 25 °C.
- a) ¿Qué flujo de vapor, en kilogramos por hora, se condensará si el tubo es vertical? b) ¿Cuánto condensará si el tubo es horizontal?

- 13.2.** Se utiliza un condensador tubular vertical para condensar 2100 kg/h de alcohol etílico, que entra a la presión atmosférica. Por el interior de los tubos circula agua de refrigeración con una temperatura promedio de 30 °C. Los tubos son de 31 mm de diámetro exterior DE y 27 mm de diámetro interior DI. El coeficiente del lado del agua es $2800 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$. Los factores de ensuciamiento y la resistencia de la pared del tubo son despreciables. Si los tubos disponibles tienen 3 m de longitud, ¿cuántos tubos se necesitarán? Los datos son los siguientes:

Punto de ebullición del alcohol: $T_h = 78.4 \text{ } ^\circ\text{C}$

Calor de vaporización: $\lambda = 856 \text{ J/g}$

Densidad del líquido: $\rho_f = 769 \text{ kg/m}^3$

- 13.3.** Un condensador horizontal de tubo y coraza se utiliza para condensar vapor de amoníaco saturado a $145 \text{ lb}_f/\text{in.}^2 \text{ abs}$ ($T_h = 82 \text{ } ^\circ\text{F}$). El condensador tiene 19 tubos de acero (1.5 in. DE, 1.3 in. DI) con una longitud de 14 ft y a través de ellos circula agua de enfriamiento. Los tubos están dispuestos hexagonalmente con una separación entre centros de 2 in. El calor latente del amoníaco en estas condiciones puede tomarse como 500 Btu/lb. El agua de enfriamiento entra a 70 °F. Determine la capacidad del condensador para estas condiciones.

- 13.4.** En un estudio sobre la transferencia de calor desde vapor de agua hacia agua de enfriamiento, en un condensador de un solo tubo, se han obtenido resultados tanto para tubos limpios como para sucios. Para cada tubo se determinó el coeficiente global U con varias velocidades de agua. Los resultados experimentales se han representado por las siguientes ecuaciones empíricas:

$$\frac{1}{U_o} = \begin{cases} 0.00092 + \frac{1}{268\bar{V}^{0.8}} & \text{tubo sucio} \\ 0.00040 + \frac{1}{268\bar{V}^{0.8}} & \text{tubo limpio} \end{cases}$$

donde U_o = coeficiente global de la transferencia de calor, $\text{Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$

$\bar{V}$ = velocidad del agua, ft/s

Los tubos son de 0.092 in. de DI y 1000 in. de DE, contruidos con una aleación metálica para la cual $k = 63 \text{ Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$. A partir de estos datos, calcule: *a*) el coeficiente de película del vapor (basado en el área del lado del vapor de agua), *b*) el coeficiente de película del agua cuando la velocidad del agua es de 1 ft/s (basado en el área del lado del agua), y *c*) el valor de h_{do} para la incrustación del tubo sucio, suponiendo que el tubo limpio estaba libre de depósito.

- 13.5.** ¿Qué coeficiente de transferencia de calor podría esperarse para la convección natural del agua a 212 °F y 1 atm, con una tubería horizontal exterior de 1 in. con una temperatura de superficie de 213 °F? Compare con la figura 13.5 y comente la diferencia.
- 13.6.** Un tubo de cobre de 25 mm de diámetro exterior DE ha de utilizarse para hervir agua a la presión atmosférica. *a*) Estime el flujo máximo de calor que es posible obtener al aumentar la temperatura de la superficie del cobre. *b*) Si la temperatura de la superficie del cobre es de 210 °C, calcule el coeficiente de ebullición de película y el flujo de calor. La tensión interfacial del agua para temperaturas superiores a 80 °C viene dada por

$$\sigma = 78.38(1 - 0.0025T)$$

donde σ = tensión interfacial, dina/cm

T = temperatura, °C

- 13.7.** Vapor de agua que contiene 2% de aire, se condensa a la presión atmosférica en el interior de tubos de 25 mm en un condensador de agua enfriada. Los tubos verticales son de 3 m de largo, el coeficiente y la temperatura del agua de enfriamiento son $2500 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ y 30°C , respectivamente. Calcule la velocidad de condensación que se espera si no estuviera presente el aire, y utilice ese valor para calcular el número de Reynolds del vapor en la entrada del tubo. Si 96% de la corriente fue condensada, ¿cuál podría ser el número de Reynolds del vapor en la salida del tubo? Calcule la temperatura de condensación en equilibrio de la salida del vapor, y demuestre por qué el valor real de la temperatura en la interfase de vapor-líquido en el condensador podría ser más baja que este valor.
- 13.8.** a) Calcule el coeficiente de transferencia de calor para la ebullición de película de agua a 1 atm sobre tubos horizontales sumergidos de $\frac{1}{2}$, 1 y 2 in. de diámetro, con una temperatura de superficie de 180°C . b) ¿Cómo se compara el efecto del diámetro del tubo con el efecto del diámetro del tubo para el vapor condensado? c) Compare las ecuaciones para la ebullición de película y para la condensación de película sobre tubos horizontales, puntualizando las semejanzas y las diferencias.
- 13.9.** Vapor de benceno se condensa a la presión atmosférica en un condensador de tubo y coraza con tubos horizontales de cobre de $\frac{7}{8}$ in. BWG 16. Prediga el coeficiente de película para la parte superior de la hilera de los tubos y el coeficiente medio para un bloque de 10 tubos.
- 13.10.** A un coeficiente global ΔT , el flujo de calor en ebullición para un conjunto de tubos es aproximadamente cuatro veces el correspondiente para un solo tubo; pero a un ΔT alto, el flujo es mucho más bajo que para el tubo solo. Dé una explicación lógica de la diferencia.
- 13.11.** Sobre el exterior de tubos horizontales de acero de $\frac{3}{4}$ in. se condensa vapor saturado a 1.2 lb/in^2 . El agua de enfriamiento ingresa a los tubos a 60°F y sale a 75°F con una velocidad de 6 ft/s . ¿Cuáles son los coeficientes de la película y el coeficiente global para la primera hilera de tubos?
- 13.12.** Examine los datos que se muestran en la figura 13.9 para la ebullición nucleada de una parafina normal sobre un tubo simple horizontal. a) Calcule el coeficiente de transferencia de calor para varios valores de ΔT y compare el efecto de la temperatura mostrado en las figuras 13.4 y 13.5 para agua en ebullición. b) ¿Por qué los coeficientes para el agua son mucho mayores? Analice tres posibles razones. c) ¿Por qué es la temperatura crítica ΔT es aparentemente mucho mayor para la parafina?
- 13.13.** Una planta utiliza metil isobutil cetona (MIBC) como solvente y descarga una corriente gaseosa que contiene 0.25% de MIBC a 70°C y 1 atm. El punto de fusión de MIBC es de -85°C . a) ¿Qué fracción del MIBC se podría remover si el gas, que es mayormente aire, se enfría a -10°C ?, y b) ¿qué temperatura se necesitaría para una remoción de 99%?
- 13.14.** Al responder preguntas como las del problema 13.13, ¿por qué es importante conocer el punto de fusión de la sustancia que se condensa?

REFERENCIAS

1. Bergles, A.E. y M.-C. Chyu. *AIChE Symp. Series*, **77**(208): 73 (1981).
2. Breen, B.P. y J.W. Westwater. *Chem. Eng. Prog.*, **58**(7): 67 (1962).
3. Bromley, L.A. *Ind. Eng. Chem.*, **44**: 2966 (1952).
4. Cengel, Y.A. *Heat Transfer-A Practical Approach*. Nueva York: McGraw-Hill, 1998, p. 478.
5. Chen, S.L., F.A. Gerner y C.L. Tien. *Exp. Heat Transfer*, **1**: 93 (1987).
6. Colburn, A.P. y T.B. Drew. *Trans. AIChE*, **33**: 196 (1937).
7. Colburn, A.P. y O.A. Hougen. *Ind. Eng. Chem.*, **26**: 1178 (1934).
8. Drew, T.B., W.M. Nagle y W.Q. Smith. *Trans. AIChE*, **31**: 605 (1935).
9. Dukler, A.E. *Chem. Eng. Prog. Symp. Ser.*, **56**(30): 1 (1960).
10. Fair, J.R. y A. Klip. *Chem Eng. Prog.*, **79**(3): 86 (1983).
11. Forster, H.K. y N. Zuber. *AIChE J.*, **1**: 531 (1955).
12. Gebhart, B. *Heat Transfer*, 2a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1971, pp. 424-6.
13. Hsu, Y.Y. y J.W. Westwater. *Chem. Eng. Prog. Symp. Ser.*, **56**(30): 15 (1960).
14. Incropera, F.P. y D.P. DeWitt. *Fundamentals of Heat Transfer*. Nueva York: Wiley, 1981, p. 492.
15. Jakob, M. y W. Fritz. *VDI-Forschungsh.*, **2**: 434 (1931).
16. Johnson, D.L. y Y. Yukawa. *Chem. Eng. Prog.*, **75**(7): 47 (1979).
17. Kern, D.Q. *Process Heat Transfer*. Nueva York: McGraw-Hill, 1950, pp. 313ff.
18. Lienhard, J.H. *A Heat Transfer Textbook*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1981, p. 403.
19. Lienhard, J.H. y V.K. Dhir. NASA Cr-2270, julio 1973.
20. Markels, M. Jr. y R.L. Durfee. *AIChE J.*, **10**: 106 (1964).
21. McAdams, W.H. *Heat Transmission*, 3a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1954, pp. 330ff.
22. McAdams, W.H., J.N. Addoms, P. M. Rinaldo y R. S. Day. *Chem. Eng. Prog.*, **44**: 639 (1948).
23. Nusselt, W. *VDIZ.*, **60**: 541, 569 (1916).
24. Perry, R.H. y D.W. Green (eds.). *Perry's Chemical Engineers' Handbook*. 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1997; a) p. 5-20, b) p. 11-12.
25. Sun, K.H. y J.H. Lienhard. *Int. J. Heat Mass Transfer*, **13**: 1425 (1970).
26. Welch, J.F. y J.W. Westwater. *Proc. Int. Heat Transfer Conf. Lond.*, 1961-1962, p. 302 (1963).
27. Yilmaz, S. y J.W. Westwater. *AIChE Symp. Ser.*, **77**(208): 74 (1981).
28. Zuber, N. *Trans. ASME*, **80**: 711 (1958).
29. Zuber, N., J.W. Westwater y M. Tribus. *Proc. Int. Heat Transfer Conf. Lond.*, 1961-1962, p. 230 (1963).

CAPÍTULO 14

Transferencia de calor por radiación

La radiación, considerada como energía que fluye a través del espacio con la velocidad de la luz, se origina de varias formas. Algunos tipos de material emitirán radiación cuando se les trata con agentes externos, tales como el bombardeo de electrones, descarga eléctrica, o radiación de longitudes de onda determinadas. La radiación debida a estos efectos no se estudiará aquí. Todas las sustancias a temperaturas superiores al cero absoluto emiten una radiación que es independiente de los agentes externos. La radiación que resulta exclusivamente de la temperatura se denomina radiación térmica, y el estudio que aquí se hace está restringido a la radiación de este tipo.

Hechos fundamentales relacionados con la radiación

La radiación se mueve a través del espacio siguiendo líneas rectas o rayos, y sólo las sustancias que están a la vista del cuerpo radiante logran interceptar la radiación procedente de este último. La fracción reflejada de la radiación que incide sobre un cuerpo se llama *reflectividad* ρ . La fracción que es absorbida se llama *absortividad* α . La fracción transmitida es la *transmisividad* τ . La suma de estas fracciones debe ser la unidad, o

$$\alpha + \rho + \tau = 1 \quad (14.1)$$

La radiación, como tal, no es calor, y cuando por absorción se transforma en calor, ya no es radiación. Sin embargo, en la práctica la radiación reflejada o transmitida incide por lo general sobre otros cuerpos absorbentes y se convierte eventualmente en calor, tal vez después de muchas reflexiones sucesivas.

El valor máximo posible de la absortividad es la unidad, y se alcanza sólo cuando el cuerpo absorbe toda la radiación que incide sobre él y no refleja ni transmite nada de radiación. Un cuerpo que absorbe toda la radiación incidente recibe el nombre de *cuerpo negro*.

El tema complejo de la transferencia de calor por radiación ha sido muy estudiado en los últimos años y se trata en numerosos libros.^{6, 8, 10} En el siguiente tratamiento in-

tructorio se estudian los siguientes temas: emisión de radiación, absorción por sólidos opacos, radiación entre superficies, radiación hacia y desde materiales semitransparentes, y transferencia de calor combinada por conducción-convección y radiación.

EMISIÓN DE RADIACIÓN

La radiación emitida por cualquier masa de sustancia es independiente de la que emite otro material a la vista de, o en contacto con la masa. La energía *neta* ganada o perdida por un cuerpo es la diferencia entre la energía emitida por el cuerpo y la absorbida por el mismo debido a la radiación procedente de otros cuerpos. Independientemente de la radiación, el flujo de calor también puede tener lugar por conducción y convección.

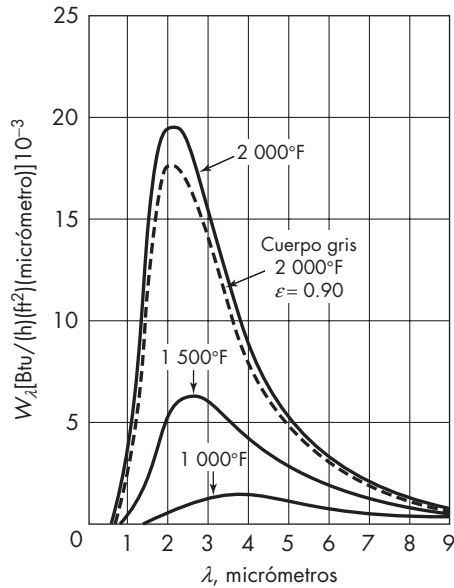
Cuando cuerpos a diferentes temperaturas se colocan unos a la vista de otros en el interior de un recinto, los cuerpos más calientes pierden energía porque su emisión por radiación es un proceso más rápido que el de recepción de energía absorción de radiación procedente de cuerpos más fríos, y entonces la temperatura de los cuerpos más calientes disminuye. De manera simultánea, los cuerpos más fríos absorben energía procedente de los más calientes a una velocidad mayor de la que emiten energía, y por ello la temperatura de los cuerpos más fríos aumenta. El proceso llega al equilibrio cuando todos los cuerpos alcanzan la misma temperatura, como ocurre en la transferencia de calor por conducción y convección. La conversión de radiación en calor debido a la absorción y el alcance del equilibrio de temperatura a través de la transferencia neta de radiación justifica el uso habitual del término *calor* por radiación.

Longitud de onda de la radiación

Las radiaciones electromagnéticas conocidas cubren un enorme intervalo de longitudes de onda, desde rayos cósmicos con longitudes de onda corta del orden de 10^{-11} cm hasta las ondas de radiodifusión de onda larga que tienen longitudes de 1 000 m o más.

La radiación de una longitud de onda única se llama *monocromática*. Un rayo real de radiación consta de muchos rayos monocromáticos. Aunque la radiación de cualquier longitud de onda comprendida entre cero e infinito es, en principio, convertible en calor mediante la absorción por la materia, la porción del espectro electromagnético que tiene importancia en el flujo de calor cae en el intervalo de longitudes de onda comprendido entre 0.5 y 50 μm . La luz visible cubre un intervalo de longitud de onda de aproximadamente 0.38 hasta 0.78 μm , y la radiación térmica, a las temperaturas industriales ordinarias, tiene longitudes de onda del espectro infrarrojo, que comprende ondas tan largas como las ondas de la luz visible más largas. Para temperaturas superiores a los 500 °C comienza a ser importante el calor de radiación en el espectro visible, y los términos *calor rojo* y *calor blanco* hacen referencia a este hecho. Cuanto mayor es la temperatura del cuerpo radiante, menor es la longitud de onda predominante en la radiación térmica emitida por él.

Para una determinada temperatura, la velocidad de radiación térmica varía con el estado de agregación y la estructura molecular de la sustancia. Los gases monoatómicos y diatómicos como el oxígeno, argón y nitrógeno irradian débilmente, incluso a temperaturas elevadas. Bajo condiciones industriales, estos gases ni emiten ni absorben

**FIGURA 14.1**

Distribución de energía en los espectros de cuerpos negros y cuerpos grises.

cantidades considerables de radiación. Los gases poliatómicos, incluyendo al vapor de agua, dióxido de carbono, amoníaco, dióxido de azufre, y los hidrocarburos, emiten y absorben radiación en varias longitudes de onda y la absorción infrarroja en longitudes de onda seleccionadas se pueden usar para analizar mezclas de dichos gases. La absorción de radiación infrarroja por parte de gases poliatómicos tiene un gran efecto sobre nuestro clima, pues una fracción considerable de la energía irradiada por la superficie de la Tierra es absorbida por los gases de la baja atmósfera. Las concentraciones de gas son bajas, haciendo que la absorción por unidad de volumen sea bastante pequeña, pero hay varios kilómetros de atmósfera en los que ocurre dicha absorción. A temperaturas muy elevadas, la absorción de la radiación por parte del CO_2 y del vapor de agua es bastante fuerte, incluso en distancias cortas, por lo que debe considerarse en el diseño de hornos.

Los sólidos y los líquidos, excepto en capas delgadas, absorben y emiten radiación en todo el espectro. En contraste con los gases, que son volúmenes semitransparentes emisores y absorbentes, la mayoría de los sólidos y los líquidos son opacos a la radiación, y la emisión y la absorción están correlacionadas con el área superficial expuesta. El siguiente análisis trata principalmente sobre la emisión y absorción en superficies, y de la radiación entre superficies.

Potencia de emisión

La energía monocromática emitida por una superficie radiante depende de la temperatura de la superficie y de la longitud de onda de la radiación. Cuando la temperatura de superficie es constante, es posible graficar una curva de la velocidad de emisión de energía en función de la longitud de onda. En la figura 14.1 se presentan curvas típicas de este tipo. Cada una de las curvas sube de manera brusca hasta un valor máximo y después

desciende asintóticamente hasta una emisión cero para grandes longitudes de onda. La unidad elegida para la medida de la radiación monocromática está basada en el hecho de que, desde una pequeña área de superficie radiante, la energía emitida es “esparcida” en todas las direcciones a través de una semiesfera centrada en el área de radiación. La radiación monocromática emitida de esta forma desde la unidad de área en la unidad de tiempo, dividida entre la longitud de onda, recibe el nombre de *potencia radiante monocromática* W_λ . Las ordenadas de la figura 14.1 son valores de W_λ .

Para todo el espectro de radiación desde una superficie, la energía radiante total W es la suma de todas las radiaciones monocromáticas que salen de la superficie, o matemáticamente,

$$W = \int_0^\infty W_\lambda d\lambda \quad (14.2)$$

Gráficamente, W es toda el área debajo de cualquiera de las curvas de la figura 14.1 para longitudes de onda desde cero hasta infinito. Físicamente, el potencial de radiación total es la radiación (total) de todas las longitudes de onda emitidas por unidad de área y unidad de tiempo en todas las direcciones a través de una semiesfera centrada en el área.

Radiación del cuerpo negro; emisividad

Tal como se indicará más adelante [ecuación (14.10)], un cuerpo negro posee la máxima energía emisiva alcanzable para cualquier temperatura dada y constituye el estándar de referencia para todos los demás radiadores. La relación entre la potencia total emisiva W de un cuerpo y la de un cuerpo negro W_b a la misma temperatura es, por definición, la *emisividad* ε del cuerpo. Por lo tanto,

$$\varepsilon \equiv \frac{W}{W_b} \quad (14.3)$$

La *emisividad monocromática* ε_λ es la relación entre la potencia emisiva monocromática y la de un cuerpo negro de la misma longitud de onda, o

$$\varepsilon_\lambda \equiv \frac{W_\lambda}{W_{b,\lambda}} \quad (14.4)$$

Si la emisividad monocromática de un cuerpo es la misma para todas las longitudes de onda, el cuerpo recibe el nombre de *cuerpo gris*.

Emisividades de sólidos

En las referencias bibliográficas^{7,9} se encuentran tabuladas emisividades de sólidos. La emisividad por general aumenta con la temperatura. Las emisividades de los metales pulidos son bajas, pues están comprendidas en el intervalo de 0.03 a 0.08. Para la mayor parte de los metales oxidados varían entre 0.6 y 0.85; las de no metales como materiales refractarios, papel, tablas y materiales para construcción están comprendidas entre 0.65 y 0.95; mientras que las pinturas, excepto la pintura de aluminio, varían entre 0.80 y 0.96.

Fuente práctica de la radiación de cuerpo negro

Ninguna sustancia real se comporta como un cuerpo negro, aunque algunos materiales, tales como ciertos grados de negro de humo, se aproximan mucho. Un equivalente experimental de un cuerpo negro lo constituye una celda isotérmica provista de un pequeño orificio. Si se observa la pared interior de la celda a través de la mirilla, el efecto es el mismo que si observara un cuerpo negro. La radiación emitida por el interior de las paredes o admitida desde el exterior a través de la mirilla es absorbida por completo después de sucesivas reflexiones, y la absorptividad global de la superficie interior es la unidad.

Leyes de la radiación del cuerpo negro

Una relación básica para la radiación del cuerpo negro es la ley de Stefan-Boltzmann, según la cual la potencia emisiva total de un cuerpo negro es proporcional a la temperatura absoluta elevada a la cuarta potencia, o

$$W_b = \sigma T^4 \quad (14.5)$$

donde σ es una constante universal que depende sólo de las unidades utilizadas para medir T y W_b . La ley de Stefan-Boltzmann es una consecuencia exacta de las leyes de la termodinámica y del electromagnetismo.

La distribución de energía en el espectro de un cuerpo negro se conoce con toda exactitud. Viene dada por la ley de Planck

$$W_{b,\lambda} = \frac{2\pi h c^2 \lambda^{-5}}{e^{hc/k\lambda T} - 1} \quad (14.6)$$

donde $W_{b,\lambda}$ = potencia emisiva monocromática del cuerpo negro

h = constante de Planck

c = velocidad de la luz

λ = longitud de onda de la radiación

k = constante de Boltzmann

T = temperatura absoluta

La ecuación (14.6) puede escribirse así

$$W_{b,\lambda} = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{C_2/\lambda T} - 1} \quad (14.7)$$

donde C_1 y C_2 son constantes. Las unidades y magnitudes de las variables y constantes que intervienen en las ecuaciones (14.5) y (14.6) se presentan en la lista de símbolos de la página 459.

En la figura 14.1 se presentan, como líneas sólidas, gráficas de $W_{b,\lambda}$ contra λ de acuerdo con la ecuación (14.6) para radiación en cuerpos negros a temperaturas de 1000, 1500 y 2000 °F. La línea punteada corresponde a la potencia de radiación monocromática de un cuerpo gris de emisividad 0.9 a 2000°F.

Se puede demostrar que la ley de Planck es consistente con la ley de Stefan-Boltzmann sustituyendo $W_{b,\lambda}$ de la ecuación (14.6) en la ecuación (14.2) e integrándola.

Para cualquier temperatura dada, la máxima potencia radiante monocromática se obtiene para una longitud de onda definida que se representa por $\lambda_{\text{máx}}$. La ley del desplazamiento de Wien establece que $\lambda_{\text{máx}}$ es inversamente proporcional a la temperatura absoluta, o

$$T\lambda_{\text{máx}} = C \quad (14.8)$$

El valor de la constante C es 2890 cuando $\lambda_{\text{máx}}$ está en micrómetros y T en grados Kelvin, o 5200 cuando T está en grados Rankine.

La ley de Wien se deduce también a partir de la ley de Planck [ecuación (14.6)] diferenciándola con respecto a λ , igualando la derivada a cero y despejando $\lambda_{\text{máx}}$.

ABSORCIÓN DE RADIACIÓN POR SÓLIDOS OPACOS

Cuando sobre un cuerpo sólido incide radiación, una fracción definida ρ puede ser reflejada y la fracción restante $1 - \rho$ penetra en el sólido, bien para ser transmitida o para ser absorbida. La mayor parte de los sólidos (excepto vidrios, ciertos plásticos, cuarzo y algunos minerales) absorben radiación de todas las longitudes de onda tan fácilmente que, con excepción del caso de láminas delgadas, la transmisividad τ es cero, y toda la radiación no reflejada se absorbe por completo en una delgada capa superficial de sólido. Por consiguiente, la absorción de radiación por un sólido opaco es un fenómeno de superficie y no de volumen, de tal forma que el interior del sólido carece de interés en la absorción de radiación. El calor generado por la absorción puede fluir a través de la masa de un sólido opaco exclusivamente por conducción.

Reflectividad y absorptividad de sólidos opacos

Puesto que la transmisividad de un sólido opaco es cero, la suma de la reflectividad y la absorptividad es la unidad, de tal forma que los factores que influyen en la reflectividad afectan a la absorptividad en sentido contrario. En general, la reflectividad de un sólido opaco depende de la temperatura y del carácter de la superficie, el material del cual está hecha la superficie, la longitud de onda de la radiación incidente y el ángulo de incidencia. Existen dos tipos principales de reflexión: especular y difusa. La primera es característica de las superficies lisas tales como metales pulidos; la segunda se encuentra en la reflexión desde superficies rugosas, deslustradas o mate. En la reflexión especular, el rayo reflejado forma un ángulo definido con la superficie y el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión. La reflectividad desde estas superficies se aproxima a la unidad y la absorptividad se acerca a cero. Las superficies mate o deslustradas reflejan difusamente en todas las direcciones, no existe un ángulo de reflexión definido y la absorptividad se aproxima a la unidad. Las superficies rugosas, en las que la escala de rugosidad es grande en comparación con la longitud de onda de la radiación incidente, reflejarán de forma difusa aun cuando la radiación procedente de las unidades individuales de rugosidad sea especular. Las reflectividades procedentes de superficies rugosas pueden ser grandes o pequeñas

dependiendo de las características reflectivas del material en sí. La mayor parte de las superficies de interés para el ingeniero químico proporcionan reflexión difusa. En el tratamiento de casos prácticos, en general se hace la importante suposición simplificante de que tanto la reflectividad como la absorptividad son independientes del ángulo de incidencia. Esta suposición es equivalente a la *ley del coseno* [véase ecuación (14.15)], según la cual, para una superficie que difunde perfectamente la intensidad (o el brillo, en el caso de una luz visible) de la radiación que abandona la superficie, es independiente del ángulo desde el que se observa la superficie. Esto se cumple ya sea que la radiación sea emitida por la superficie, dando *radiación difusa*, o reflejada por ella, y da lugar a la *reflexión difusa*.

La reflectividad varía con la longitud de onda de la radiación incidente, y la absorptividad de todo el rayo es entonces una media ponderada de las absorptividades monocromáticas y depende de todo el espectro de la radiación incidente.

La absorptividad de un cuerpo gris, como la emisividad, es la misma para todas las longitudes de onda. Si la superficie del cuerpo gris produce reflexión o radiación difusa, su absorptividad monocromática es también independiente del ángulo de incidencia del rayo radiante. La absorptividad total es igual a la absorptividad monocromática y es también independiente del ángulo de incidencia.

Ley de Kirchhoff

La ley de Kirchhoff es una importante generalización relacionada con la potencia radiante de una sustancia y establece que, para la temperatura de equilibrio, la relación entre la potencia radiante total de cualquier cuerpo y su absorptividad depende sólo de la temperatura del mismo. Así, considere dos cuerpos cualesquiera que están en equilibrio térmico con entornos comunes. La ley de Kirchhoff establece que

$$\frac{W_1}{\alpha_1} = \frac{W_2}{\alpha_2} \quad (14.9)$$

donde W_1, W_2 = potencias radiantes totales de los dos cuerpos
 α_1, α_2 = absorptividades de los dos cuerpos

Esta ley es aplicable tanto para la radiación monocromática como para la total.

Si el primer cuerpo a que se refiere la ecuación (14.9) es un cuerpo negro, $\alpha_1 = 1$, y

$$W_1 = W_b = \frac{W_2}{\alpha_2} \quad (14.10)$$

donde W_b representa la energía radiante total de un cuerpo negro. Por lo tanto,

$$\alpha_2 = \frac{W_2}{W_b} \quad (14.11)$$

Pero, por definición, la emisividad del segundo cuerpo ε_2 es

$$\varepsilon_2 = \frac{W_2}{W_b} = \alpha_2 \quad (14.12)$$

Por consiguiente, cuando un cuerpo está en equilibrio térmico con su entorno, su emisividad y absorptividad son iguales. Esta relación corresponde a otra forma de enunciar la

ley de Kirchhoff. En general, excepto para cuerpos negros o grises, la emisividad y la absorptividad no son iguales si el cuerpo no está en equilibrio térmico con su entorno.

Tanto la absorptividad como la emisividad, monocromáticas o totales, de un cuerpo negro son iguales a la unidad. La ley del coseno también es aplicable a un cuerpo negro toda vez que la reflectividad es cero para todas las longitudes de onda y todos los ángulos de incidencia.

La ley de Kirchhoff es aplicable tanto a volúmenes como a superficies. Debido a que la absorción por un sólido opaco está en realidad restringida a una delgada capa superficial, la radiación emitida desde la superficie del cuerpo se origina en esta misma capa superficial. Las sustancias radiantes absorben su propia radiación y la radiación, emitida por el material en el interior del sólido, también se absorbe en el interior y no llega a la superficie.

Puesto que la distribución de energía en la radiación incidente depende de la temperatura y del carácter de la superficie que la genera, la absorptividad de la superficie receptora dependerá también de estas propiedades de la superficie generante. Por lo tanto, la ley de Kirchhoff no es siempre aplicable a la radiación de no equilibrio. Sin embargo, si la superficie receptora es gris, una fracción constante de la radiación incidente, con independencia de la longitud de onda, es absorbida por la superficie receptora, y la ley de Kirchhoff es aplicable cuando las dos superficies están a la misma temperatura o cuando no.

Por desgracia, la mayor parte de las superficies industriales no son grises y su absorptividad varía fuertemente con la naturaleza de la radiación incidente. La figura 14.2 muestra cómo la absorptividad de diferentes sólidos varía con el pico de la longitud de onda de la radiación incidente y, por lo tanto, con la temperatura de la fuente emisora.^{5a}

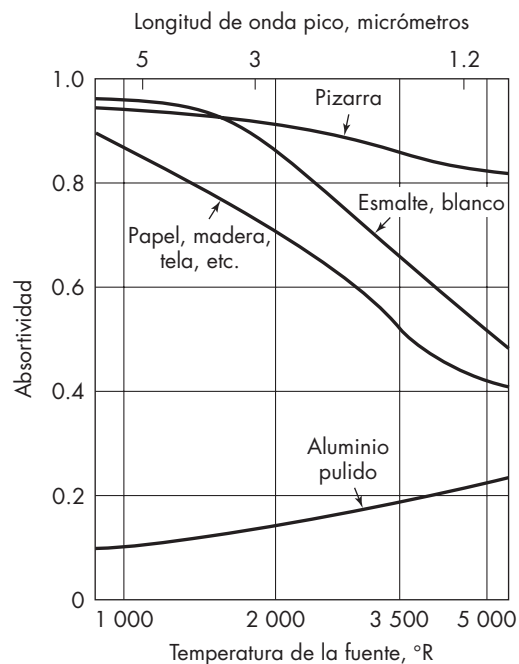


FIGURA 14.2

Absortividades de varios sólidos contra la temperatura de la fuente emisora y el pico de la longitud de onda de la radiación incidente. (Tomada con autorización de H. C. Hottel, p. 62 en W. H. McAdams, *Heat Transmission*. Derechos de autor, 1954, McGraw-Hill Book Company.)

Algunos sólidos, tales como pizarra, son casi grises y sus absorptividades permanecen aproximadamente constantes. Para superficies metálicas pulidas, la absorptividad α_2 aumenta con la temperatura absoluta de la fuente emisora T_1 y también con la de la superficie T_2 , de acuerdo con la ecuación

$$\alpha_2 = k_1 \sqrt{T_1 T_2} \quad (14.13)$$

donde k_1 es una constante. Sin embargo, para la mayor parte de las superficies, la absorptividad sigue una curva como la indicada para el papel, madera, tela, etcétera. Tales superficies presentan absorptividades elevadas para radiaciones con grandes longitudes de onda procedentes de fuentes emisoras a temperaturas inferiores a 1 000 °F (540 °C); a medida que la temperatura de la fuente supera este valor, la absorptividad disminuye, a veces en forma muy marcada. Para algunos materiales, la absorptividad aumenta de nuevo cuando la temperatura de la fuente es muy elevada.

RADIACIÓN ENTRE SUPERFICIES

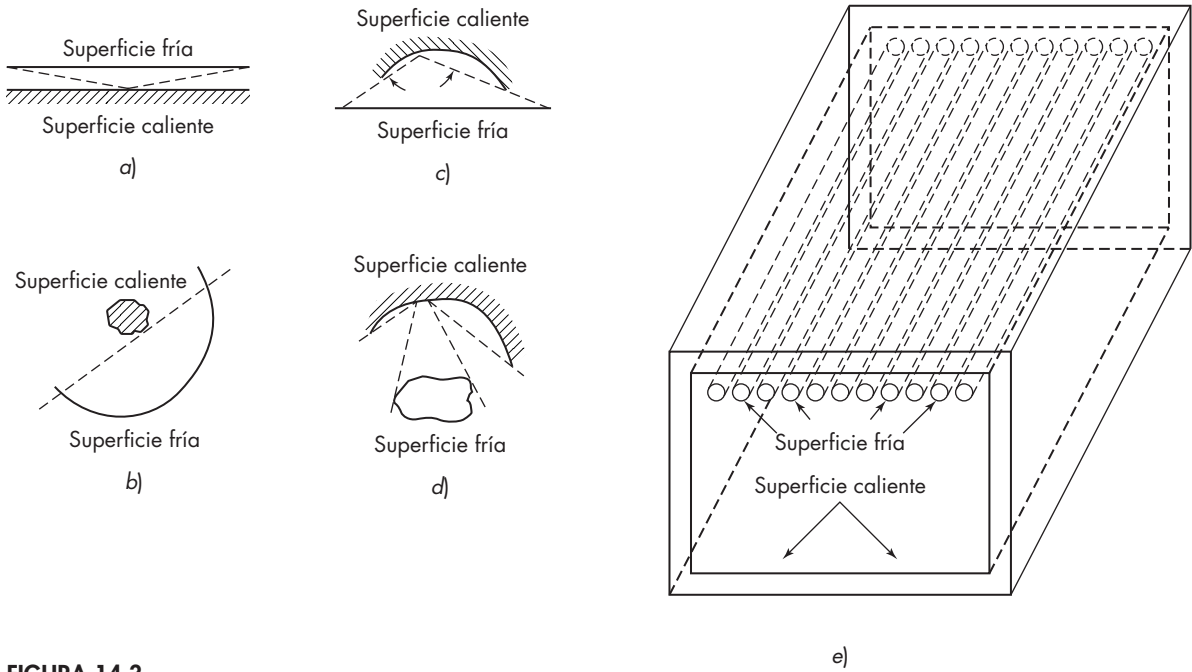
La radiación total por una unidad de área de un cuerpo opaco de área A_1 , emisividad ε_1 y temperatura absoluta T_1 es

$$\frac{q}{A_1} = \sigma \varepsilon_1 T_1^4 \quad (14.14)$$

Sin embargo, la mayoría de las superficies que emiten radiación también reciben radiación de otras superficies a temperaturas diferentes. Algo de esta radiación entrante se absorbe y debe permitir determinar el flujo total de la energía radiante. Por ejemplo, una línea de vapor de agua que pasa por una habitación está rodeada por las paredes, el suelo y el techo de la habitación que a su vez irradian hacia la tubería y aunque la tubería pierde más energía de la que absorbe desde los alrededores, la pérdida neta por radiación es menor que la calculada mediante la ecuación (14.14). Incluso cuando una superficie está radiando hacia un claro cielo nocturno, la energía radiada es parcialmente absorbida por el agua y el dióxido de carbono en la atmósfera, y parte de la energía absorbida se irradia de regreso a la superficie.

En hornos y otros equipos que operan a temperaturas elevadas y donde la radiación es especialmente importante, el objetivo habitual consiste en obtener una velocidad controlada de intercambio de calor neto entre una o más superficies calientes, llamadas *fuentes* y una o más superficies frías, llamadas *sumideros*. En muchos casos la superficie caliente es una llama, pero también es frecuente el intercambio de energía entre superficies, y una llama puede considerarse como una forma especial de una superficie translúcida. El tratamiento que sigue está limitado a la transferencia de energía radiante entre superficies opacas en ausencia de cualquier medio absorbente entre ellas.

El tipo más simple de radiación entre dos superficies es cuando cada superficie sólo puede ver a la otra, por ejemplo, cuando las superficies son planos paralelos muy grandes, tal como se observa en la figura 14.3a, y cuando ambas superficies son negras. La energía emitida por unidad de área por el primer plano es σT_1^4 ; la emitida por el segundo plano

**FIGURA 14.3**

Ángulo de visión del flujo de calor radiante.

es σT_2^4 . Suponga que $T_1 > T_2$. Toda la radiación procedente de cada una de las superficies incide sobre la otra superficie y es absorbida por completo. Puesto que las áreas de las dos superficies son iguales, la pérdida neta de energía por unidad de área del primer plano y la ganancia neta de energía del segundo son $\sigma T_1^4 - \sigma T_2^4$, o $\sigma (T_1^4 - T_2^4)$.

Los problemas reales de ingeniería difieren de esta situación sencilla en los siguientes aspectos: 1) una o varias de las superficies de interés ven otras superficies. De hecho, un elemento de superficie en un área cóncava ve una parte de su propia superficie. 2) Ninguna superficie real es exactamente negra y con frecuencia es preciso tener en cuenta las emisividades de las superficies.

Ángulo de visión

La intercepción de la radiación procedente de un elemento del área de una superficie por otra superficie de tamaño finito puede visualizarse, cualitativamente, en función del ángulo de visión, que es el ángulo sólido subtendido por la superficie finita en el elemento radiante. El ángulo sólido subtendido por una semiesfera es 2π esteradianes (sr). Éste es el ángulo máximo de visión que puede ser subtendido para cualquier elemento de área por una superficie plana que está a la vista del elemento. Recuerde que el poder radiante total de un elemento de área se ha definido para tener en cuenta este hecho. Si el ángulo de visión es inferior a 2π sr, sólo una fracción de la radiación procedente del elemento del área será interceptada por la superficie receptora y el resto será absorbida por otras superficies que están a la vista del ángulo sólido restante. Parte del ángulo semiesférico de visión de un elemento de una superficie cóncava es subtendido por la misma superficie de procedencia.

La figura 14.3 muestra algunas superficies radiantes típicas. La figura 14.3a ilustra cómo, en dos grandes planos paralelos, un elemento de área de cualquiera de los planos es subtendido por otro por un ángulo del sólido de 2π sr. La radiación no puede escapar de ninguno de los planos sin ser interceptada por el otro. Un punto situado sobre el cuerpo caliente de la figura 14.3b sólo ve la superficie fría, y el ángulo de visión es de nuevo 2π sr. Sin embargo, los elementos de la superficie fría ven, en su mayor parte, otras porciones de la superficie fría y el ángulo de visión para el cuerpo caliente es pequeño. Este efecto de autoabsorción también se muestra en la figura 14.3c, donde el ángulo de visión de un elemento de la superficie caliente subtendido por la superficie fría es relativamente pequeño. En la figura 14.3d, la superficie fría subtende un pequeño ángulo de la superficie caliente, y la mayor parte de la radiación procedente de la superficie caliente pasa hacia algún fondo indeterminado. La figura 14.3e presenta un horno de mufla sencillo, en el que la radiación procedente del suelo caliente, que es la fuente, es parcialmente interceptada por la fila de tubos que cruzan la parte superior del horno, que constituye el sumidero, y también parcialmente por el refractario de las paredes y del techo detrás de los tubos. En estos sistemas se supone que el refractario absorbe y emite energía con la misma velocidad, de forma que el efecto energético neto en el refractario es cero. El techo del refractario absorbe la energía que pasa entre los tubos y la vuelve a radiar de nuevo sobre los tubos.

Efecto del cuadrado de la distancia

Cuando una superficie grande intercepta energía de una superficie pequeña, la energía recibida por unidad de área de la superficie receptora es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre las superficies, tal como se muestra en el siguiente análisis.

La velocidad de energía recibida por unidad de área de la superficie receptora recibe el nombre de intensidad de la radiación I . Para la radiación difusa se utiliza la ley del coseno para determinar cómo varía la intensidad de radiación con la distancia y la orientación de la superficie receptora con respecto a la emisora. Considere el elemento de la superficie emisora dA_1 que se representa en la figura 14.4 situada en el centro de una superficie semiesférica A_2 con un radio r . El elemento de forma anular de la superficie receptora dA_2 tiene un área $2\pi r^2 \sin \phi d\phi$, siendo ϕ el ángulo formado por la normal a dA_1 con el radio que une dA_1 y dA_2 . La intensidad en el punto situado inmediatamente

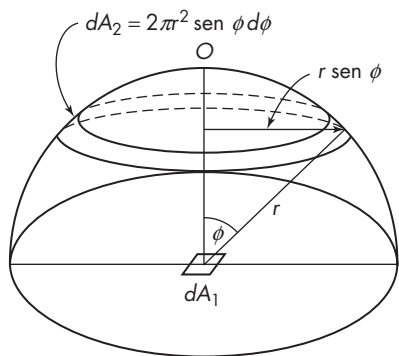


FIGURA 14.4

Radiación difusa hacia una superficie hemisférica.

encima de dA_1 se representa por dI_0 y por dI en cualquier otro punto por encima de A_1 . De acuerdo con la ley del coseno para la radiación difusa

$$dI = dI_0 \cos \phi \quad (14.15)$$

La relación entre la potencia emisiva W_1 de la superficie emisora y la intensidad se obtiene en la forma que se indica a continuación. La velocidad de recepción de energía por el elemento de área dA_2 , dq_{dA_2} , es, de acuerdo a la ecuación (14.15),

$$dq_{dA_2} = dI dA_2 = dI_0 \cos \phi dA_2 \quad (14.16)$$

Ya que $dA_2 = (2\pi r)(r \sin \phi) d\phi$,

$$dq_{dA_2} = dI_0 2\pi r^2 \sin \phi \cos \phi d\phi \quad (14.17)$$

La velocidad de emisión desde el área dA_1 debe ser igual a la velocidad con la que la energía es recibida por el área total A_2 , ya que toda la radiación procedente de dA_1 choca sobre alguna parte de A_2 . La velocidad de recepción por A_2 se obtiene integrando dq_{dA_2} sobre el área A_2 . Por lo tanto,

$$\begin{aligned} W_1 dA_1 &= \int_{A_2} dq_{dA_2} = \int_0^{\pi/2} 2\pi dI_0 r^2 \sin \phi \cos \phi d\phi \\ &= \pi dI_0 r^2 \end{aligned} \quad (14.18)$$

Por consiguiente
$$dI_0 = \frac{W_1}{\pi r^2} dA_1 \quad (14.19)$$

Al sustituir en la ecuación (14.15)

$$dI = \frac{W_1}{\pi r^2} dA_1 \cos \phi \quad (14.20)$$

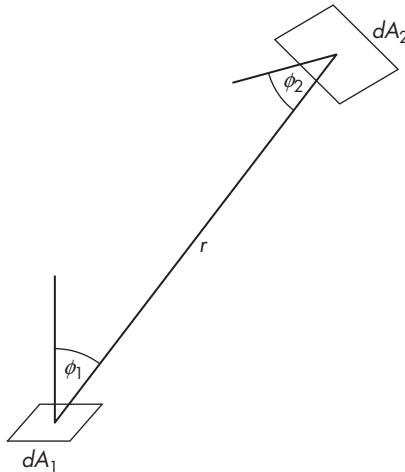


FIGURA 14.5

Áreas diferenciales para radiación.

Cálculo cuantitativo de la radiación entre superficies negras

Las anteriores consideraciones pueden tratarse cuantitativamente planteando una ecuación diferencial para la radiación neta entre dos áreas elementales e integrando la ecuación para tipos definidos de la disposición de las superficies. Los dos elementos planos de áreas dA_1 y dA_2 de la figura 14.5 están separados por una distancia r y están colocados con orientación arbitraria que permite conectarlos mediante una línea recta dibujada entre ellos. En otras palabras, el elemento dA_1 tiene que ver al elemento dA_2 , y al menos algo de la radiación procedente de dA_1 tiene que incidir sobre dA_2 . Los ángulos ϕ_1 y ϕ_2 están formados por la línea recta de unión y las normales a dA_1 y dA_2 , respectivamente.

Puesto que la línea que une los elementos de área no es normal a dA_2 , como en el caso de la figura 14.4, la velocidad de recepción de energía por el elemento dA_2 de radiación originada en dA_1 es

$$dq_{dA_1 \rightarrow dA_2} = dI_1 \cos \phi_2 dA_2 \quad (14.21)$$

donde dI_1 es la intensidad de la radiación en el área dA_2 procedente del área dA_1 . A partir de las ecuaciones (14.20) y (14.21), y puesto que el elemento dA_1 es negro,

$$\begin{aligned} dq_{dA_1 \rightarrow dA_2} &= \frac{W_1}{\pi r^2} dA_1 \cos \phi_1 \cos \phi_2 dA_2 \\ &= \frac{\sigma T_1^4}{\pi r^2} \cos \phi_1 \cos \phi_2 dA_1 dA_2 \end{aligned} \quad (14.22)$$

De manera similar, para la radiación procedente de dA_2 que incide sobre dA_1

$$dq_{dA_2 \rightarrow dA_1} = \frac{\sigma T_2^4}{\pi r^2} \cos \phi_1 \cos \phi_2 dA_1 dA_2 \quad (14.23)$$

La velocidad neta de transferencia de calor dq_{12} entre los dos elementos de área se obtiene a partir de la diferencia entre las velocidades dadas por las ecuaciones (14.22) y (14.23), para dar

$$dq_{12} = \sigma \frac{\cos \phi_1 \cos \phi_2 dA_1 dA_2}{\pi r^2} (T_1^4 - T_2^4) \quad (14.24)$$

La integración de la ecuación (14.24) para una combinación dada de superficies finitas conduce por lo general a una integración múltiple basada en la geometría de dos planos y su interrelación. La ecuación que resulta para cualquiera de estas ecuaciones se expresa en la forma

$$q_{12} = \sigma A F (T_1^4 - T_2^4) \quad (14.25)$$

donde q_{12} = radiación neta entre las dos superficies

A = área de cualquiera de las dos superficies, elegida arbitrariamente

F = factor geométrico adimensional

El factor F recibe el nombre de factor de visión o de factor de ángulo; depende de la geometría de las dos superficies, su relación espacial entre ellas y de la superficie elegida para A .

Si la superficie A_1 se elige para A , la ecuación (14.25) se escribe así

$$q_{12} = \sigma A_1 F_{12} (T_1^4 - T_2^4) \quad (14.26)$$

Si la superficie elegida es A_2 ,

$$q_{12} = \sigma A_2 F_{21} (T_1^4 - T_2^4) \quad (14.27)$$

Al comparar las ecuaciones (14.26) y (14.27) se obtiene

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \quad (14.28)$$

El factor F_{12} se considera como la fracción de radiación que partiendo del área A_1 es interceptada por el área A_2 . Si la superficie A_1 sólo puede ver la superficie A_2 , el factor de visión F_{12} es la unidad. Si la superficie A_1 ve otras superficies y todo el ángulo hemisférico de visión es llenado por dichas superficies, entonces

$$F_{11} + F_{12} + F_{13} + \dots = 1.0 \quad (14.29)$$

El factor F_{11} cubre la porción del ángulo de visión subtendido por otras partes del cuerpo A_1 . Si la superficie de A_1 no puede ver ninguna parte de sí misma, F_{11} es cero. La radiación neta asociada con un factor de F_{11} es, por supuesto, cero.

En algunas situaciones, es posible calcular el factor de visión de una forma sencilla. Por ejemplo, considere un pequeño cuerpo negro de área A_2 que no tiene concavidades

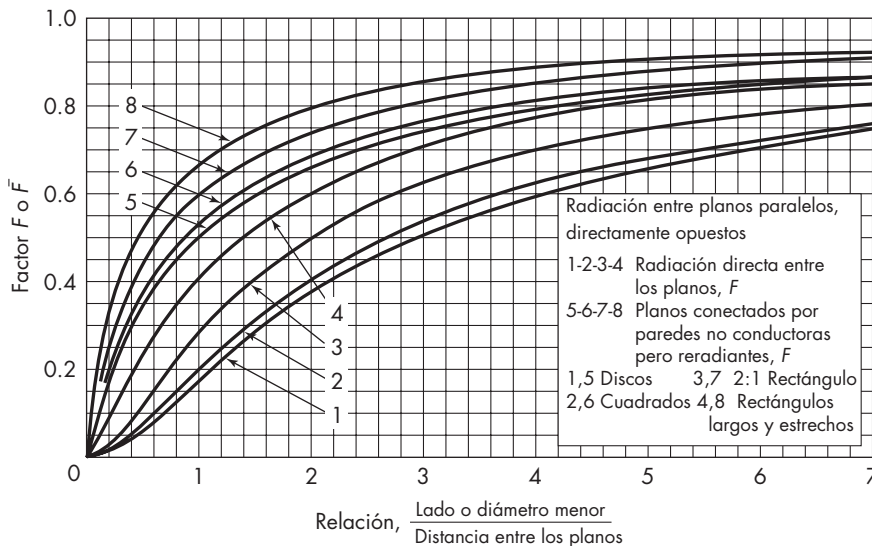


FIGURA 14.6

Factor de visión y factor de intercambio para radiación entre discos paralelos opuestos, rectángulos y cuadrados.

y que está rodeado por una gran superficie negra de área A_1 . El factor F_{21} es la unidad, puesto que el área A_2 no puede ver más que el área A_1 . El factor F_{12} es, de acuerdo a la ecuación (14.28),

$$F_{12} = \frac{F_{21}A_2}{A_1} = \frac{A_2}{A_1} \quad (14.30)$$

Por la ecuación (14.29),

$$F_{11} = 1 - F_{12} = 1 - \frac{A_2}{A_1} \quad (14.31)$$

El factor F ha sido determinado por Hottel³ para diversos casos de especial importancia. La figura 14.6 muestra el factor F para planos paralelos iguales y directamente opuestos. La línea 1 es para discos, la línea 2 para cuadrados, la línea 3 para rectángulos cuya relación de longitud a anchura es 2:1, y la línea 4 es para rectángulos largos y estrechos. En todos los casos, el factor F es una función de la relación del lado o del diámetro de los planos y la distancia entre ellos.

Influencia de superficies refractarias

Cuando la fuente y el sumidero están conectados por paredes refractarias en la forma que se indica en la figura 14.3e, el factor F puede sustituirse por un factor análogo, llamado *factor de intercambio* $\bar{F}$, y las ecuaciones (14.26) y (14.27) se escriben como

$$q_{12} = \sigma A_1 \bar{F}_{12} (T_1^4 - T_2^4) = \sigma A_2 \bar{F}_{21} (T_1^4 - T_2^4) \quad (14.32)$$

El factor de intercambio $\bar{F}$ se ha determinado exactamente para algunas situaciones sencillas.⁴ Las líneas 5 a la 8 de la figura 14.6 corresponden a valores de $\bar{F}$ para planos paralelos directamente opuestos conectados por paredes refractarias. La línea 5 se aplica a discos, la línea 6 a cuadrados, la línea 7 a rectángulos 2:1, y la línea 8 para rectángulos largos y estrechos.

La ecuación aproximada para $\bar{F}$ en función de F es

$$\bar{F}_{12} = \frac{A_2 - A_1 F_{12}^2}{A_1 + A_2 - 2A_1 F_{12}} \quad (14.33)$$

La ecuación (14.33) se aplica cuando hay sólo una fuente y un sumidero y ninguna de las áreas A_1 ni A_2 se ven a sí mismas. Está basada en la suposición de que la temperatura refractaria es constante. Esto último es una suposición simplificante, puesto que la temperatura local del refractario por lo general varía entre la de la fuente y la del sumidero.

Superficies no negras

El tratamiento de la radiación entre superficies no negras, en el caso general donde la absorptividad y la emisividad son desiguales y depende de la longitud de onda y del ángulo de incidencia, es evidentemente complicado. Sin embargo, existen muchos casos especiales importantes que pueden tratarse de una forma sencilla.

Un ejemplo sencillo es un pequeño cuerpo no negro rodeado por una superficie negra. Sean las áreas de las superficies interior y circundante A_1 y A_2 respectivamente, y T_1 y T_2 sus temperaturas. La radiación procedente de la superficie A_2 que incide en la superficie A_1 es $\sigma A_2 F_{21} T_2^4$. De ella, la fracción α_1 , el área de absorptividad A_1 para la radiación procedente de la superficie A_2 , es absorbida por la superficie A_1 . El resto es reflejada hacia los alrededores negros y completamente reabsorbida por el área A_2 . La superficie A_1 emite radiación en cantidad $\sigma A_1 \varepsilon_1 T_1^4$, donde ε_1 es la emisividad de la superficie A_1 . Toda esta radiación se absorbe por la superficie A_2 , y no retorna nada por otra reflexión. La emisividad ε_1 y la absorptividad α_1 no son en general iguales debido a que las dos superficies no están a la misma temperatura. La pérdida neta de energía por la superficie A_1 es

$$q_{12} = \sigma \varepsilon_1 A_1 T_1^4 - \sigma A_2 F_{21} \alpha_1 T_2^4 \quad (14.34)$$

Pero según la ecuación (14.28), $A_2 F_{21} = A_1$, y la ecuación (14.34) después de eliminar $A_2 F_{21}$, se transforma en

$$q_{12} = \sigma A_1 (\varepsilon_1 T_1^4 - \alpha_1 T_2^4) \quad (14.35)$$

Si la superficie A_1 es gris, $\varepsilon_1 = \alpha_1$ y

$$q_{12} = \sigma A_1 \varepsilon_1 (T_1^4 - T_2^4) \quad (14.36)$$

En general, para superficies grises las ecuaciones (14.26) y (14.27) se escriben como

$$q_{12} = \sigma A_1 \mathcal{F}_{12} (T_1^4 - T_2^4) = \sigma A_2 \mathcal{F}_{21} (T_1^4 - T_2^4) \quad (14.37)$$

donde $\mathcal{F}_{12}$ y $\mathcal{F}_{21}$ son los *factores globales de intercambio* y son funciones de ε_1 y ε_2 . El valor de σ es $5.672 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ o $0.1713 \times 10^{-8} \text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{R}^4$.

Dos grandes planos paralelos. En casos sencillos, el factor $\mathcal{F}$ se puede calcular directamente considerando los trayectos de los rayos reflejados que se absorben y reflejan sucesivamente. Para dos grandes planos paralelos, que tienen emisiones ε_1 y ε_2 distintas, el factor general de intercambio es

$$\mathcal{F}_{12} = \frac{1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} \quad (14.38)$$

Una superficie gris completamente rodeada por otra. Sea A_1 el área del cuerpo interior y A_2 la de la envoltura. El factor global de intercambio para este caso viene dado por

$$\mathcal{F}_{12} = \frac{1}{1/\varepsilon_1 + (A_1/A_2)[(1/\varepsilon_2) - 1]} \quad (14.39)$$

La ecuación (14.39) se aplica estrictamente a esferas o a cilindros concéntricos, pero es posible utilizarla sin gran error para otras formas. El caso de un cuerpo gris rodeado por uno negro se trata como un caso especial de la ecuación (14.38) tomando $\varepsilon_2 = 1.0$. Bajo estas condiciones $\mathcal{F}_{12} = \varepsilon_1$.

Para superficies grises en general se utiliza la siguiente ecuación aproximada para calcular el factor global de intercambio:

$$\mathcal{F}_{12} = \frac{1}{1/\bar{\varepsilon}_{12} + [(1/\varepsilon_1) - 1] + (A_1/A_2)[(1/\varepsilon_2) - 1]} \quad (14.40)$$

donde ε_1 y ε_2 son las emisividades de la fuente y del sumidero, respectivamente. En ausencia de refractario, se utiliza F en vez de $\bar{F}$.

Gebhart^{1a} describe un método directo para calcular $\mathcal{F}$ en envolturas de superficies grises cuando están presentes más de dos superficies radiantes. En la bibliografía^{5b} se tratan problemas con superficies no grises.

EJEMPLO 14.1 Una cámara de conservación de calor para grandes hojas de aluminio, pintadas de negro por ambos lados, opera por el paso de hojas verticales entre dos láminas de hierro separadas 150 mm una de otra. Una de las láminas está a 300 °C, y la otra, expuesta a la atmósfera, está a 25 °C. *a)* ¿Cuál es la temperatura de la lámina pintada? *b)* ¿Cuál es la transferencia de calor entre las paredes cuando se ha alcanzado el equilibrio? Desprecie los efectos de la convección. La emisividad del hierro es 0.56; la emisividad de las hojas pintadas es 1.0.

Solución

a) El subíndice 1 se refiere a la lámina caliente, el 2 a las hojas pintadas, y el 3 a la lámina fría:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1, \varepsilon_3 &= 0.56 & \varepsilon_2 &= 1.0 \\ T_1 &= 573 \text{ K} & T_3 &= 298 \text{ K}\end{aligned}$$

A partir de la ecuación (14.37)

$$\begin{aligned}q_{12} &= \sigma A_1 \mathcal{F}_{12} (T_1^4 - T_2^4) \\ q_{23} &= \sigma A_2 \mathcal{F}_{23} (T_2^4 - T_3^4)\end{aligned}$$

En equilibrio $q_{12} = q_{23}$. A partir de la ecuación (14.38)

$$\mathcal{F}_{12} = \frac{1}{1/0.56 + 1/1.0 - 1} = 0.56 = \mathcal{F}_{23}$$

Como $A_1 = A_2$,

$$\begin{aligned}\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 &= \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_3}{100}\right)^4 \\ 5.73^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 &= \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 - 2.98^4 \\ T_2 &= 490.4 \text{ K} = 217.4 \text{ °C}\end{aligned}$$

b) A partir de la ecuación (14.37) el flujo de calor es

$$\frac{q_{12}}{A} = 5.672 \times 0.56 (5.73^4 - 4.904^4) = 1\,587 \text{ W/m}^2 \quad (503 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2)$$

Comprobar:

$$\begin{aligned}\frac{q_{23}}{A} &= 5.672 \times 0.56 (4.904^4 - 2.98^4) \\ &= 1\,587 \text{ W/m}^2\end{aligned}$$

Nota: Si la hoja pintada se remueve, $q_{13} = 3\,174 \text{ W/m}^2$ (1 006 Btu/h · ft²).

RADIACIÓN A MATERIALES SEMITRANSSPARENTES

Los sólidos como el vidrio y películas de plásticos claros son llamados materiales semitransparentes, porque sólo transmiten parte de la energía que reciben. Su transmisividad y absorbencia dependen de la longitud de onda de la radiación y del espesor del material. La capacidad para absorber radiación se puede caracterizar por un *coeficiente de absorción* μ_λ o una longitud de absorción L_λ . El grado de atenuación de la corriente se supone proporcional a la intensidad, que da

$$-\frac{dI_\lambda}{dx} = \mu_\lambda I_\lambda \quad (14.41)$$

donde μ_λ es el coeficiente de absorción por la radiación de longitud de onda λ , y x es la distancia a la superficie receptora. Integrando ambos límites, se tiene

$$\frac{I_\lambda}{I_{0,\lambda}} = e^{-\mu_\lambda x} \quad (14.42)$$

La longitud de absorción es el valor de x que hace que la atenuación sea igual a $1/e$, lo que significa que

$$L_\lambda = \frac{1}{\mu_\lambda} \quad (14.43)$$

Si el espesor del material es mucho mayor que L_λ , se transmite muy poca radiación, y el material se considera opaco. Si el espesor es comparable a o menor que L_λ , se dice que el material es transparente o semitransparente.

El vidrio común es transparente a la luz visible y a la radiación de longitud de onda corta, pero es opaco para longitudes de onda mayores. Ésta es la causa del *efecto invernadero*, en el cual el contenido de un espacio cerrado por paredes de vidrio se vuelve más caliente que sus alrededores cuando se expone a la luz del sol. Gran parte de la radiación de la superficie del sol, de alrededor de 5 500 K, pasa rápidamente a través del vidrio; la radiación interior, digamos a 30 °C, se encuentra en el espectro infrarrojo y es absorbida por el vidrio y reirradiada parcialmente de regreso al espacio interior cerrado. La temperatura interior se eleva hasta que las pérdidas por convección se igualan con el ingreso de energía radiante.

Tal como se mencionó antes, un efecto invernadero similar afecta el clima de la Tierra, excepto que aquí el medio semitransparente no es el vidrio sino la atmósfera terrestre. Cantidades crecientes de dióxido de carbono y otras moléculas poliatómicas permiten que los rayos del sol lleguen a la Tierra, pero absorben una cantidad sustancial de la energía de longitud de onda larga que proviene de ésta y la vuelven a irradiar de regreso a la superficie.

Radiación en gases absorbentes

Los gases monoatómicos y diatómicos, tales como hidrógeno, oxígeno, helio, argón y nitrógeno, son virtualmente transparentes a la radiación infrarroja. Las moléculas poliatómicas más complejas, incluyendo al vapor de agua, dióxido de carbono y vapores orgánicos, absorben con bastante facilidad la radiación, sobre todo cuando se

trata de longitudes de onda específicas. La fracción de la radiación incidente absorbida por una determinada cantidad de gas o vapor depende de la longitud de la trayectoria de la radiación y del número de moléculas que la radiación encuentra a su paso, es decir, de la densidad del gas o vapor. Por lo tanto, la absorptividad de un determinado gas varía muy fuerte en función de su presión parcial y levemente en función de la temperatura.

Cuando un gas absorbente se calienta, radia hacia los alrededores más fríos a las mismas longitudes de onda para las que está favorecida la absorción. La emisividad del gas es también una función de la temperatura y presión. Debido al efecto de la longitud de la trayectoria, la emisividad y la absorptividad de gases se definen de modo arbitrario en función de una geometría específica. Las emisividades del dióxido de carbono y del vapor de agua a 1 atm y las gráficas para la corrección de los cambios en la presión pueden consultarse en el libro de Hottel.^{5c} Cuando el dióxido de carbono y el vapor de agua están presentes, la radiación total es menor que la calculada a partir de los dos gases por separado, ya que cada gas es algo opaco a la radiación del otro. Las gráficas de corrección para permitir esta interacción están disponibles.^{5c}

TRANSFERENCIA DE CALOR COMBINADA POR CONDUCCIÓN-CONVECCIÓN Y RADIACIÓN

El total de la pérdida de calor de un cuerpo caliente hacia sus alrededores a menudo incluye considerables pérdidas por conducción-convección y radiación. Por ejemplo, una tubería caliente en un cuarto pierde calor de una forma casi igual a la de cada uno de los dos mecanismos mencionados. Puesto que los dos tipos de transferencia de calor ocurren de forma simultánea, la pérdida total, asumiendo alrededores negros, es

$$\frac{q_T}{A} = \frac{q_c}{A} + \frac{q_r}{A} = h_c(T_w - T) + \sigma \epsilon_w(T_w^4 - T^4) \quad (14.44)$$

donde q_T/A = flujo total de calor

q_c/A = flujo de calor por conducción-convección

q_r/A = flujo de calor por radiación

h_c = coeficiente de transferencia de calor convectivo

ϵ_w = emisividad de la superficie

T_w = temperatura de la superficie

T = temperatura de los alrededores

La ecuación (14.44) a veces se escribe así

$$\frac{q_T}{A} = (h_c + h_r)(T_w - T) \quad (14.45)$$

donde h_r es un *coeficiente de transferencia de calor por radiación*, definido por

$$h_r \equiv \frac{q_r}{A(T_w - T)} \quad (14.46)$$

Este coeficiente depende muy fuerte del valor absoluto de T_w y, en cierto grado, de la diferencia de temperaturas $T_w - T$. Sin embargo, cuando la diferencia de temperaturas es pequeña, el valor de h_r se calcula de forma aproximada a partir de una ecuación sencilla al utilizar sólo una temperatura. El término de la cuarta potencia de la ecuación (14.44) queda

$$\frac{q_r}{A} = \sigma \varepsilon_w (T_w^4 - T^4) = \sigma \varepsilon_w (T_w^2 + T^2)(T_w + T)(T_w - T) \quad (14.47)$$

Si $T_w - T$ es muy pequeño, T se sustituye por T_w en todos los términos excepto en uno de la ecuación (14.47) para dar

$$\frac{q_r}{A} \approx \sigma \varepsilon_w (2T_w^2)(2T_w)(T_w - T) = \sigma \varepsilon_w (4T_w^3)(T_w - T) \quad (14.48)$$

A partir de la definición de h_r , la ecuación (14.46),

$$h_r \approx 4\sigma \varepsilon_w T_w^3 \quad (14.49)$$

Si la diferencia de temperatura $T_w - T$ es mayor que unos pocos grados, pero inferior a 20% de la temperatura absoluta T_w , se utiliza la media aritmética de T_w y T para mejorar la exactitud de la ecuación (14.49).

Las ecuaciones (14.44) y (14.49) son aplicables a una pequeña área completamente rodeada por una superficie de mucho mayor área, de tal forma que sólo la emisividad de la superficie pequeña influye sobre el flujo de calor. Para superficies de áreas aproximadamente iguales, el término ε_w deberá de sustituirse por $1/[(1/\varepsilon_1) + (1/\varepsilon_2) - 1]$, como se indica en la ecuación (14.39).

Radiación en la ebullición de película

En la ebullición de película sobre una superficie muy caliente, la mayor parte de la transferencia de calor tiene lugar por la radiación desde la superficie del líquido. La ecuación (14.44) se aplica a esta situación, ya que el líquido circundante, tal como ya se vio, tiene una absorptividad igual a la unidad. Cuando la radiación es activa, la película de vapor que recubre el elemento de calentamiento tiene un espesor mayor que la superficie caliente como si no hubiese radiación, y el coeficiente de transferencia de calor por convección es menor. Para la ebullición de película en una superficie de un tubo horizontal sumergido, la ecuación (13.22) predice el coeficiente de la transferencia de calor por convección h_o en ausencia de la radiación. Cuando hay radiación, el coeficiente convectivo cambia a h_c , que se obtiene por tanteo a partir de la ecuación^{1b}

$$h_c = h_o \left(\frac{h_o}{h_c + h_r} \right)^{1/3} \quad (14.50)$$

donde h_o se obtiene a partir de la ecuación (13.22) y h_r a partir de la ecuación (14.46) o (14.49). Al sustituir h_c y h_r en la ecuación (14.45), se obtiene la velocidad total de transferencia de calor para la ebullición del líquido.

SÍMBOLOS

A	Área, m^2 o ft^2 ; A_1 , de la superficie 1; A_2 , de la superficie 2
C	Constante en la ecuación (14.8), $2980 \mu\text{m} \cdot \text{K}$ o $5200 \mu\text{m} \cdot ^\circ\text{R}$; C_1 , constante en la ecuación (14.7), $3.742 \times 10^{-16} \text{W} \cdot \text{m}^2$; C_2 , constante en la ecuación (14.7), $1.439 \text{cm} \cdot \text{K}$
c	Velocidad de la luz, $2.998 \times 10^8 \text{m/s}$ o $9.836 \times 10^8 \text{ft/s}$
D	Diámetro, lado del cubo o distancia entre los planos, m o ft
F	Factor de visión o factor de ángulo, adimensional; F_{11} , F_{12} , F_{13} , para radiación desde la superficie 1 a las superficies 1, 2, 3, respectivamente; F_{21} , desde la superficie 2 a la superficie 1
$\bar{F}$	Factor de intercambio para sistemas que involucran superficies refractarias, adimensional; $\bar{F}_{12}$, desde la superficie 1 a la superficie 2; $\bar{F}_{21}$, desde la superficie 2 a la superficie 1
$\mathcal{F}$	Factor de intercambio global, adimensional; $\mathcal{F}_{12}$, desde la superficie 1 a la superficie 2; $\mathcal{F}_{21}$, desde la superficie 2 a la superficie 1
h	Constante de Planck, $6.626 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$
h	Coefficiente individual de la transferencia de calor, $\text{W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$; h_c , para convección en presencia de la radiación; h_r , para radiación; h_o , para líquido en ebullición en ausencia de la radiación
I	Intensidad de la radiación, W/m^2 o $\text{Btu/ft}^2 \cdot \text{h}$; I_o , en un punto normal a la superficie radiante; I_1 , en la superficie 2 de radiación desde la superficie 1
I_λ	Intensidad monocromática en el material absorbente, W/m^2 o $\text{Btu/ft}^2 \cdot \text{h}$; $I_{0,\lambda}$, en la superficie del material
k	Constante de Boltzmann, $1.380 \times 10^{-23} \text{J/K}$
k_1	Constante en la ecuación (14.13)
L	Espesor del material, radio o semiesfera, m o ft
L_λ	Longitud de absorción, m o ft
q	Velocidad de flujo de calor, W , o Btu/h ; q_T , total; q_c , por conducción-convección; q_r , por radiación; q_{12} , cambio neto entre las superficies 1 y 2; $q_{1 \rightarrow 2}$, radiación originada en la superficie 1 que es absorbida por la superficie 2; $q_{2 \rightarrow 1}$, radiación originada en la superficie 2 que regresa a la superficie 1 y es absorbida
r	Radio de la semiesfera o longitud del segmento recto que conecta elementos de área de superficies radiantes, m o ft
T	Temperatura, K o $^\circ\text{R}$; T_w , de la pared a la superficie; T_1 , de la superficie 1; T_2 , de la superficie 2
W	Potencia radiante total, W/m^2 o $\text{Btu/ft}^2 \cdot \text{h}$; W_b , del cuerpo negro; W_1 , de la superficie 1; W_2 , de la superficie 2
W_λ	Potencia radiante monocromática, $\text{W/m}^2 \cdot \mu\text{m}$ o $\text{Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot \mu\text{m}$; $W_{b,\lambda}$, del cuerpo negro
x	Distancia desde la superficie del material absorbente, m o ft
y	Variable, colocado igual a $(1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2)$

Letras griegas

α	Absortividad, adimensional; α_1 , de la superficie 1; α_2 , de la superficie 2; α_λ , para la longitud de onda λ

ε	Emisividad, adimensional; ε_w , de pared; ε_1 , de la superficie 1; ε_2 , de la superficie 2
ε_λ	Emisividad monocromática, adimensional
λ	Longitud de onda, μm ; $\lambda_{\text{máx}}$, longitud de onda donde $W_{b,\lambda}$, es el máximo
μ_λ	Coefficiente de absorción, m^{-1} o ft^{-1}
ρ	Reflectividad, adimensional
σ	Constante Stefan-Boltzmann, $5.672 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ o $0.1713 \times 10^{-8} \text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{R}^4$
τ	Transmisividad, adimensional
ϕ	Ángulo con la normal a la superficie; ϕ_1 , a la superficie 1; ϕ_2 , a la superficie 2

PROBLEMAS

- 14.1.** Determine la transferencia neta de calor por radiación entre dos superficies A y B , expresada en watts por metro cuadrado de área B , si las temperaturas de A y B son 500 y 200 $^\circ\text{C}$, respectivamente, y las emisividades de A y B son 0.90 y 0.25 , respectivamente. Ambas superficies son grises. *a)* Las superficies A y B son planos paralelos infinitos separados entre sí 3 m. *b)* La superficie A es una envolvente esférica de 3 m de diámetro, y la superficie B es una envolvente similar, concéntrica con A , y de 0.3 m de diámetro. *c)* Las superficies A y B son planos cuadrados y paralelos de 2 por 2 m, uno situado exactamente encima del otro, separados 2 m. *d)* Las superficies A y B son tubos cilíndricos concéntricos con diámetros de 300 y 275 mm, respectivamente. *e)* La superficie A es un plano infinito y la superficie B es una fila infinita de tubos de 100 mm DE colocados sobre centros de 200 mm. *f)* Lo mismo que *e)* excepto que a 200 mm arriba de las líneas centrales de los tubos, hay otro plano infinito que tiene una emisividad de 0.90 y que no transmite energía alguna que incida sobre él. *g)* Lo mismo que en *f)* excepto que la superficie B es una doble fila de tubos de 100 mm de diámetro exterior DE situados sobre centros equiláteros de 200 mm. Para *e)* $F = 0.66$; para *f)* $F = 0.88$; para *g)* $F = 0.98$.
- 14.2.** La azotea negra y plana de un edificio tiene una emisividad de 0.9 y una absorptividad de 0.8 para la radiación solar. Los rayos del sol caen a mediodía con una intensidad de $300 \text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{h}$. *a)* Si la temperatura del aire y de los alrededores es de 68 $^\circ\text{F}$, la velocidad del viento es despreciable, y el calor no penetra en la azotea, ¿cuál es la temperatura de equilibrio en la azotea? Para la velocidad de transferencia de calor por conducción-convección utilice $q/A = 0.38 (\Delta T)^{1.25}$, donde ΔT es la caída de temperatura entre la azotea y el aire en grados Fahrenheit. *b)* ¿Qué fracción del calor procedente de la azotea se pierde por la radiación?
- 14.3.** La azotea del problema 14.2 se recubre con pintura de aluminio, que tiene una emisividad de 0.9 y una absorptividad para la radiación solar de 0.5 . ¿Cuál es la temperatura de equilibrio en la azotea pintada?
- 14.4.** Una tubería de hierro de 3 pulgadas Catálogo (cédula) 40, conduce vapor a 6 atm manométricas. La tubería sin aislar tiene 70 m de largo. El aire circundante está a 25 $^\circ\text{C}$. La emisividad de la pared de la tubería es 0.70 . ¿Cuántos kilogramos de vapor condensará por hora? ¿Qué porcentaje de la pérdida de calor tiene lugar por conducción-convección?
- 14.5.** Un sistema de calefacción radiante se ha instalado en el enyesado del techo de una habitación de 18 ft de largo por 18 ft de ancho y 8 ft de altura. La temperatura del piso de concreto se mantiene a 65 $^\circ\text{F}$. Suponga que no fluye calor a través de las paredes que están pintadas con un material reflectante. La temperatura del aire que pasa a través de la habitación se mantiene a 65 $^\circ\text{F}$. Si el suministro de calor requerido suministrado al suelo es 3500 Btu/h , calcule la temperatura que ha de tener la superficie del techo. ¿Cuánto calor es transmitido

al aire, en Btu por hora? La emisividad del enyesado del techo es 0.93; la absorptividad del concreto es 0.63. El coeficiente de la transferencia de calor convectivo entre el techo y el aire está dado por la ecuación $h_c = 0.20(\Delta T)^{1/4}$ Btu/ft² · h · °F.

- 14.16.** En una noche clara, cuando la temperatura efectiva del cuerpo negro del espacio es -70°C , el aire está a 15°C y contiene vapor de agua con una presión parcial igual a la del agua líquida, o hielo a 0°C . Una película muy delgada de agua, inicialmente a 15°C , se coloca en una bandeja muy poco profunda y bien aislada, situada en un lugar resguardado del viento y totalmente a la vista del cielo. Si $h_c = 2.6 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$, indique si se formará hielo y justifique la conclusión mediante los cálculos necesarios.
- 14.17.** De un intercambiador de calor sale aire a aproximadamente 300°C y 1.5 atm, cuya temperatura es medida con un termopar situado dentro de una caña termométrica de $\frac{1}{2}$ in. de diámetro, normal al flujo de aire. Si la velocidad del gas es de 25 ft/s y la temperatura de la pared de la tubería es 270°C , ¿qué error en la medición de la temperatura origina la radiación? (Desprecie la conducción a lo largo del eje de la caña termostática.)
- 14.18.** En una casa no aislada, hay un espacio de aire de 90 mm entre la pared de yeso y la costanera de madera. Cuando la pared interior está a 18°C y la exterior a -9°C , ¿cuál es la pérdida de calor en watts por metro cuadrado por radiación y por convección natural? ¿En qué porcentaje se reducirá la pérdida de calor si se recubre la pared interior con papel aluminio? ¿Sería preferible colocar el panel de aluminio a igual distancia entre las dos paredes? (Las correlaciones para convección natural en superficies verticales conducen a un coeficiente de película de $3.9 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ para cada pared.)
- 14.19.** En agua en ebullición a 1 atm de presión exterior en una tubería de acero inoxidable con una temperatura de superficie de 410°F , el coeficiente de transferencia de calor h en la ausencia de radiación es $32 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}$. Si la emisividad del acero es 0.8, ¿será el aumento de la radiación significativa para la velocidad de ebullición (por ejemplo, por más de 5%)? Suponga que la película de vapor es transparente a la radiación y el líquido en ebullición es opaco.
- 14.10.** Un invernadero de 20 m de largo y 15 m de ancho tiene un techo casi plano a 3 m por encima del nivel del suelo. Cuando el sol está justo por encima de él, el flujo solar es de 1000 W/m^2 . Si el techo de vidrio tiene una emisividad de 0.9 y las pérdidas por convección son 0.8 veces las de la radiación, ¿cuál es la temperatura en el invernadero?
- 14.11.** En el problema 14.10, si los rayos del sol están a 45° de la vertical, ¿cuál es la temperatura del invernadero?
- 14.12.** Dos grandes platos paralelos están a temperaturas $T_1 = 500 \text{ K}$ y $T_2 = 300 \text{ K}$. Sus emisividades son $\varepsilon_1 = 0.85$ y $\varepsilon_2 = 0.90$. ¿Cuál es el flujo radiante entre los platos?
- 14.13.** Se coloca una lámina de aluminio pulido entre los platos del problema 14.12 como barrera de radiación. La emisividad del aluminio es 0.1. ¿Cuánto de flujo baja la pantalla al plato 2?
- 14.14.** Partículas catalíticas de la capa externa de un reactor tubular intercambian calor con la pared por medio de radiación además de convección. a) Para partículas esféricas de catalizador de $\frac{1}{4}$ in. a 390°C y una temperatura de la pared de 380°C , ¿cuál es el coeficiente efectivo de transferencia de calor radiante?; b) estime el coeficiente de convección h_w usando la correlación del capítulo 15:

$$\frac{h_w D_p}{k_g} = 1.94 \text{Re}_p^{0.5} \text{Pr}^{0.33} \quad (15.36)$$

Asuma que el gas tiene las propiedades del aire y un $\text{Re}_p = 500$.

REFERENCIAS

1. Gebhardt, B. *Heat Transfer*, 2a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1971; a) pp. 150ff, b) p. 421.
2. Grober, H., S. Erk y U. Grigull. *Fundamentals of Heat Transfer*, 3a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1961, p. 442.
3. Hottel, H.C. *Mech. Eng.*, **52**: 699 (1930).
4. Hottel, H.C. *Notes on Radiant Heat Transmission*, ed. rev. Cambridge, MA: Department of Chemical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, 1951.
5. Hottel, H.C., en W.H. McAdams. *Heat Transmission*, 3a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1954; a) p. 62, b) pp. 77ff, c) p. 86.
6. Hottel, H.C. y A.F. Sarofim. *Radiative Transfer*. Nueva York: McGraw-Hill, 1967.
7. McAdams, W.H. *Heat Transmission*, 3a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1954, pp. 472ff.
8. Mills, A.F. *Heat Transfer*. Homewood, IL: Irwin, 1992, p. 487.
9. Perry, R.H. y D.W. Green (eds.). *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1997, p. 5-28.
10. Siegel, R. y J.R. Howell. *Thermal Radiation Heat Transfer*, 3a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1992.

CAPÍTULO 15

Equipo para intercambio de calor

En los procesos industriales, la energía en forma de calor se transfiere por medio de una variedad de métodos, que incluyen la conducción en calentadores de resistencia eléctrica; conducción-convección en intercambiadores de calor, calderas y condensadores; radiación en hornos y secadores de calor radiante, y por métodos especiales tales como calentamiento dieléctrico. Con frecuencia, el equipo opera en condiciones de estado estacionario, pero existen también numerosos procesos cíclicos, como es el caso de los hornos regenerativos y el proceso de los tanques agitados.

En este capítulo se estudian los tipos de equipo que presentan más interés para el ingeniero de procesos: intercambiadores tubulares y de placas; equipo de superficie extendida; dispositivos de transferencia de calor mecánicamente asistidos; condensadores y vaporizadores, y reactores de lecho empacado o regeneradores. En el capítulo 16 se describen los evaporadores. En los libros de texto y manuales,^{21, 22, 24} se proporciona información acerca de los distintos tipos de equipo para intercambio de calor.

Diseño general del equipo para intercambio de calor

Tanto el diseño como la puesta en marcha del equipo práctico de intercambio de calor se basan en los principios generales expuestos en los capítulos 11 al 14. A partir de balances de materia y energía, se calcula la velocidad requerida de transferencia de calor. Entonces, utilizando el coeficiente global y el ΔT promedio, se determina el área que se requiere para la transferencia de calor y, en el caso de equipo que opera por ciclos, la duración de cada ciclo. En dispositivos sencillos estas magnitudes se evalúan fácilmente y con una exactitud considerable, pero en las unidades de procesamiento complejas la evaluación a menudo resulta difícil y está sometida a una considerable incertidumbre. El diseño final es casi siempre un compromiso, basado en el criterio de ingeniería, para obtener el mejor funcionamiento global teniendo en cuenta los requerimientos de servicio.

Algunas veces el diseño está condicionado por consideraciones que tienen poco que ver con la transferencia de calor, tales como el espacio disponible para la instalación del equipo o la caída de presión tolerable en las corrientes de los fluidos. Los intercambiadores tubulares se diseñan de acuerdo con diversos estándares y códigos, tales como los

Standards of the Tubular Exchanger Manufacturers Association (TEMA)³³ y el ASME-API Unfired Pressure Vessel Code.¹

Cuando se diseña un intercambiador, se deben tomar muchas decisiones —algunas de ellas arbitrarias— para especificar los materiales de construcción, el diámetro del tubo, el espaciado de los deflectores, el número de pasos y así sucesivamente. También se deben asumir ciertas restricciones. Por ejemplo, un fluido de alta velocidad dentro de tubos pequeños lleva a mejorar los coeficientes de transferencia de calor, pero incrementa las pérdidas por fricción y los costos de bombeo. El diseño de un intercambiador individual se puede optimizar por medio de un procedimiento formal para balancear el área de transferencia de calor y de allí el precio del equipo y los costos fijos, contra el costo de energía para bombear los fluidos.^{27b} Sin embargo, en plantas procesadoras, los intercambiadores forman parte de una compleja red de equipos de transferencia de calor, y es la red, no las unidades individuales, la que se optimiza para lograr la mínima inversión y los menores costos operativos.⁷

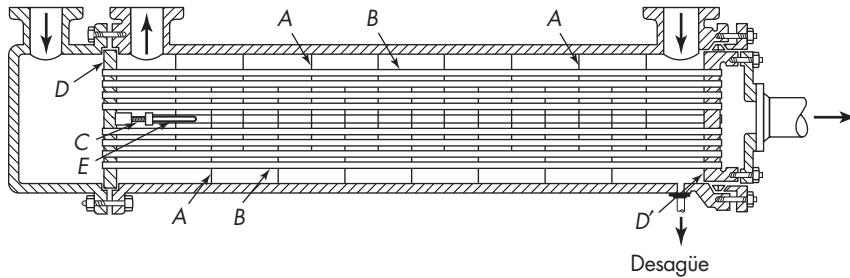
INTERCAMBIADORES DE CALOR DE TUBO Y CORAZA

Los intercambiadores de calor tubulares son tan importantes y tan ampliamente utilizados en los procesos industriales, que su diseño se encuentra muy desarrollado. Los estándares elaborados y aceptados por la TEMA están disponibles y comprenden con todo detalle tanto los materiales, como los métodos de construcción, las técnicas de diseño y dimensiones de los intercambiadores.³³ En las secciones siguientes se describen los tipos más importantes de intercambiadores y se consideran los aspectos fundamentales de su ingeniería, diseño y operación.

Intercambiador de paso simple 1-1

El intercambiador de calor sencillo de doble tubo que se ilustra en la figura 11.3 resulta inadecuado cuando se trata de velocidades de flujo que no pueden ser manejadas fácilmente por un número reducido de tubos. En cambio, si se utilizan varios tubos dobles en paralelo, el peso del metal requerido para los tubos exteriores resultaría tan grande que la construcción de intercambiador de calor de tubo y coraza, que se muestra en la figura 15.1, donde una sola coraza comprende muchos tubos, resulta más económica. Este intercambiador, debido a que tiene un paso del lado de la coraza y un paso del lado de los tubos, recibe el nombre de intercambiador 1-1.

En un intercambiador de calor, los coeficientes de transferencia de calor del lado de la coraza y del lado de los tubos son de importancia comparable, y es preciso que ambos sean elevados si quiere obtenerse un coeficiente global satisfactorio. La velocidad y la turbulencia del líquido que circula por la coraza tienen tanta importancia como las del líquido que circula por los tubos. Para favorecer el flujo transversal y aumentar la velocidad media del fluido en la coraza, se instalan placas deflectoras. En la construcción que se observa en la figura 15.1, las placas deflectoras *A* son discos circulares de chapa metálica seccionada en un lado. En la práctica común, esta sección es un segmento circular de altura igual a la cuarta parte del diámetro interior de

**FIGURA 15.1**

Intercambiador de calor de paso simple 1-1 a contracorriente: A, placas deflectoras; B, tubos; C, varillas guía; D, placas tubulares; E, tubos espaciadores.

la coraza. Tales placas reciben el nombre de *placas deflectoras del 25%*. Las placas también están perforadas para recibir los tubos. Para minimizar las fugas, el espacio entre las placas, la coraza y los tubos ha de ser muy pequeña. Las placas están soportadas por una o más varillas guía C, que se fijan entre las placas tubulares D y D' mediante tornillos de presión. Con el fin de fijar las placas deflectoras en su sitio, se introducen en la varilla C pequeños segmentos de tubo E, entre dichas placas. Para el montaje de un intercambiador de este tipo es preciso colocar primero las placas tubulares, las varillas de soporte, los espaciadores y las placas deflectoras y, posteriormente, instalar los tubos.

La caja prensaestopas mostrada en el lado derecho de la figura 15.1 permite la expansión. Esta construcción sólo resulta adecuada para corazas pequeñas.

Tubos y placas tubulares. Como se describió en el capítulo 8, los tubos se fabrican en todos los materiales metálicos más usuales, con un diámetro exterior (DE) determinado y un espesor de pared definido de acuerdo con el número BWG. En el apéndice 4 se dan tablas de las dimensiones de los tubos estándar. Las longitudes estándar de los tubos para la construcción de intercambiadores de calor son 8, 12, 16 y 20 ft. Los tubos se disponen en una ordenación triangular o cuadrada, conocida como *espaciado (pitch) triangular* o *espaciado (pitch) cuadrado* (el *pitch* es la distancia entre los centros de tubos adyacentes). Excepto cuando el lado de la coraza tiene una gran tendencia a ensuciarse, se utiliza el espaciado triangular, debido a que se consigue una mayor superficie de transferencia de calor que con el espaciado cuadrado para una coraza de un diámetro determinado. Si la distancia centro a centro entre los tubos es muy pequeña, los tubos en espaciado triangular no se pueden limpiar pasando un cepillo entre las hileras de los tubos, debido a que no existe espacio para la limpieza; en cambio, los tubos en el espaciado cuadrado se limpian fácilmente. Por otra parte, el espaciado cuadrado conduce a una menor caída de presión en el lado de la coraza que en el espaciado triangular.

Los estándares TEMA especifican una distancia mínima entre los centros de los tubos de 1.25 veces el diámetro exterior de éstos para el espaciado triangular y una anchura mínima para la limpieza de $\frac{1}{4}$ in. para el espaciado cuadrado.

Coraza y placas deflectoras. Los diámetros de las corazas son estandarizados. Para corazas de hasta 23 in., los diámetros se fijan de acuerdo con los estándares para tuberías de la American Society for Testing and Materials (ASTM). Los diámetros internos estándar son 8, 10, 12, $13\frac{1}{4}$, $15\frac{1}{4}$, $17\frac{1}{4}$, $19\frac{1}{4}$, $21\frac{1}{4}$ y $23\frac{1}{4}$ in., posteriormente 25, 27 in., y así sucesivamente en aumentos^{14b} de 2 in. Estas corazas se fabrican con placas enrolladas.

La distancia entre las placas deflectoras (centro a centro) recibe el nombre de *espaciado de placas deflectoras* o espacio de placas deflectoras, y no deberá ser inferior a un quinto del diámetro de la coraza ni mayor del diámetro interno de la misma.

Los tubos generalmente se unen a las placas tubulares acanalando circunferencialmente los orificios y enrollando los extremos de los tubos dentro de los orificios mediante un mandril cónico rotatorio que deforma el metal de los tubos más allá del límite de elasticidad, de tal forma que el metal se introduce en las acanaladuras. Para intercambiadores de calor que operan a presión elevada, los tubos se sueldan a la placa tubular después del enrollamiento.

Diseños alternativos

Los intercambiadores de tubo y coraza con deflectores de placa segmentada tienen problemas de vibración causados por el fluido que circula a velocidades elevadas a través de los tubos. En el *intercambiador de placas deflectoras ROD*, desarrollado por Phillips Petroleum Company, se utilizaron para soportar los tubos varillas de metal en lugar de deflectores de hoja metálica, y el flujo en la coraza es principalmente paralelo al eje del tubo. Los tubos se distribuyen en espaciado cuadrado y las varillas con un diámetro igual al espacio libre (holgura) entre las hileras de tubos se unen a soportes circulares y se colocan entre los tubos alternados en direcciones verticales y horizontales. El diámetro normal de la varilla es de $\frac{1}{4}$ in., y cada tubo está soportado sobre cuatro lados en varios puntos a lo largo del intercambiador, como se observa en la figura 15.2.

Las correlaciones para el coeficiente exterior de película han sido desarrolladas utilizando el diámetro hidráulico para los números de Reynolds y Nusselt, teniendo en cuenta los efectos del espacio de las placas deflectoras y las fugas alrededor del paquete o haz de tubos. El flujo a través de las varillas conduce a la formación de vórtices, y los

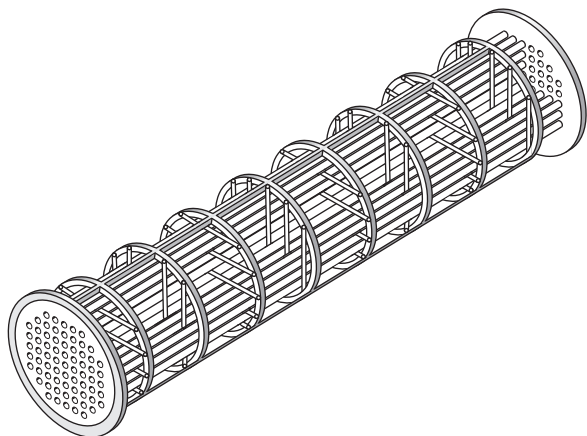


FIGURA 15.2

Intercambiador de placas deflectoras ROD, vista segmentada. (Phillips Petroleum Co.)

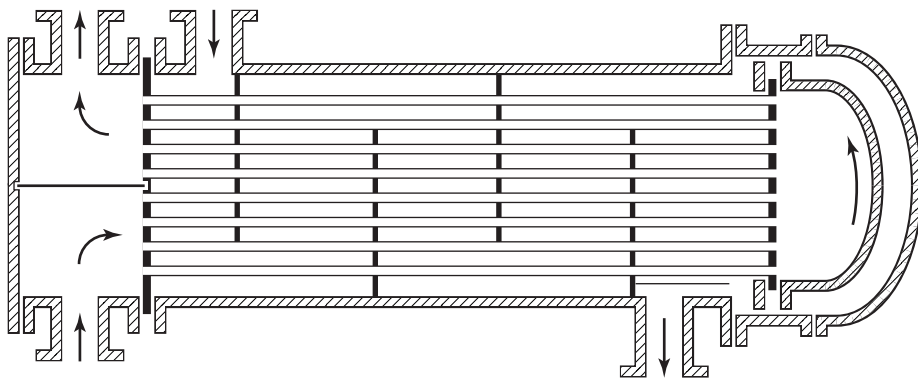
coeficientes para el flujo turbulento son aproximadamente 1.5 veces los predichos para el mismo número de Reynolds utilizando la ecuación de Dittus-Boelter [ecuación (12.32)]. Los coeficientes no son tan elevados como los de un intercambiador de placas deflectoras segmentadas con espacio cerrado de las mismas, pero la caída de presión menor y la falla por vibración reducida, hacen que se prefiera para muchas aplicaciones el intercambiador de placas deflectoras ROD.¹¹

Otros diseños que no requieren placas deflectoras utilizan tubos que son enrollados en una forma helicoidal con una sección transversal ovalada, de tal forma que cada tubo está soportado sobre toda su longitud por puntos de contacto múltiple con tubos adyacentes. Las secciones finales se mantienen de forma circular para permitir el montaje de tubos en láminas estándar. Los tubos enrollados proporcionan mejores coeficientes de transferencia de calor en el interior y exterior, puesto que causan mayor turbulencia y la disminución en el área de superficie requerida puede contrarrestar el costo mayor por pie cuadrado. Este diseño elimina la vibración en los tubos y es posible que también reduzca la velocidad de ensuciamiento.¹²

Con los intercambiadores de placas deflectoras ROD y de tubo enrollado, la distribución de flujo del lado de la coraza constituye un problema en unidades de diámetro grande. Con una tubería de una sola entrada y tubos cerca de la entrada se obtendría más del flujo promedio, y lo contrario daría un flujo pequeño para una distancia apreciable debajo del intercambiador. La distribución de flujo se mejora al ampliar la coraza en los extremos del intercambiador para formar zonas anulares donde los fluidos entren o salgan radialmente a velocidad inferior.

Intercambiadores de paso múltiple

Los intercambiadores 1-1 tienen limitaciones, porque cuando el flujo del lado del tubo se divide eventualmente entre todos los tubos, la velocidad puede ser bastante menor, proporcionando un coeficiente de transferencia de calor bajo. Si el número de tubos se reduce y la longitud aumenta de tal forma que la velocidad sea lo suficientemente elevada, es probable que la longitud del tubo requerida sea impráctica. La construcción de paso múltiple con dos, cuatro o más pasos de tubos permite el uso de longitudes estándar de tubos, mientras asegura una velocidad y coeficiente del lado de los tubos con valores elevados. Las desventajas que presenta este tipo de intercambiador son: 1) la construcción del intercambiador es ligeramente más complicada; 2) algunas secciones en el intercambiador tienen flujo paralelo, lo que limita la aproximación de la temperatura, y 3) la pérdida por fricción aumenta en forma considerable. Por ejemplo, la velocidad media en los tubos en un intercambiador de cuatro pasos es cuatro veces mayor que en un intercambiador de un solo paso que tenga el mismo número y tamaño de los tubos que opere con la misma velocidad de flujo del líquido. El coeficiente del lado de los tubos de un intercambiador de calor de cuatro pasos es aproximadamente $4^{0.8} = 3.03$ veces el del intercambiador de un solo paso, o aun mayor si la velocidad en la unidad de un solo paso es suficientemente baja para dar lugar a flujo laminar. La caída de presión por unidad de longitud es $4^{1.8}$ veces mayor, y la longitud aumenta cuatro veces; en consecuencia, la pérdida total por fricción es $4^{2.8} = 48.5$ veces la de la unidad de un solo paso, sin incluir las pérdidas adicionales de expansión y contracción. El diseño más económico corresponde a una velocidad en los tubos tal que el aumento del costo de bombeo es compensado favorablemente por la disminución en el costo del equipo.

**FIGURA 15.3**

Intercambiador 1-2 de flujo paralelo-contracorriente.

En los intercambiadores de paso múltiple se utiliza un número par de pasos en el lado de los tubos. En el lado de la coraza puede haber un solo paso o paso múltiple. Una construcción común es la del intercambiador 1-2 de flujo paralelo-contracorriente, donde el líquido del lado de la coraza fluye en un paso y el líquido del lado de los tubos lo hace en dos pasos. En la figura 15.3 se representa un intercambiador de este tipo. En los intercambiadores de paso múltiple se utilizan con frecuencia cabezales flotantes, en cuyo caso no hacen falta la comba de la coraza del condensador de la figura 11.1 ni el prensaestopas que se muestra en la figura 15.1. El líquido del lado de los tubos entra y sale por el mismo cabezal, que está dividido por una placa para separar las corrientes de entrada y salida del lado de los tubos.

El intercambiador 1-2 normalmente está distribuido de tal manera que el fluido frío y el fluido caliente entren por el mismo extremo del intercambiador, proporcionando flujo paralelo en el primer paso del tubo y contracorriente en el segundo. Esto permite una aproximación cerrada de la temperatura, por lo menos en el extremo de salida del intercambiador.

Intercambiador 2-4

El intercambiador 1-2 posee una limitación importante. Debido a que el paso del flujo es en paralelo, el intercambiador no permite que la temperatura de uno de los fluidos sea próxima a la temperatura del otro fluido a la entrada. Otra forma de enunciar la misma limitación consiste en afirmar que la recuperación del calor en el intercambiador 1-2 es inherentemente deficiente.

Es posible obtener una mejor recuperación incorporando una placa deflectora longitudinal para conseguir dos pasos en la coraza. Un intercambiador 2-2 de este tipo funciona de forma semejante a un intercambiador de doble tubo, pero incluso con los dos pasos del lado de los tubos, la longitud total de los tubos puede ser insuficiente para obtener una transferencia de calor adecuada. Mucho más frecuente es el intercambiador 2-4, que tiene dos pasos del lado de la coraza y cuatro pasos del lado de los tubos. Este tipo de intercambiador también conduce a velocidades elevadas y a un coeficiente global de transferencia de calor mayor que el de un intercambiador de calor 1-2 con dos pasos del lado de los tubos que opere con las mismas velocidades de flujo. En la figura 15.4 se observa un ejemplo de intercambiador 2-4.

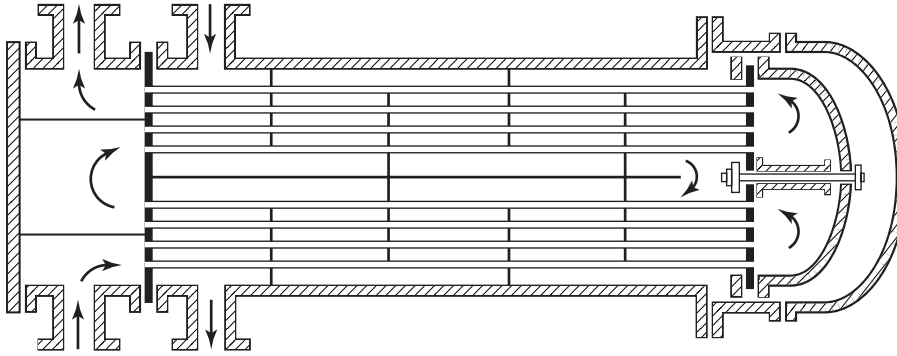


FIGURA 15.4
Intercambiador 2-4.

Modelos de temperatura en intercambiadores de paso múltiple

En la figura 15.5a se han trazado las curvas temperatura-longitud para un intercambiador 1-2, utilizando los siguientes símbolos para la temperatura:

Temperatura de entrada del fluido caliente T_{ha}

Temperatura de salida del fluido caliente T_{hb}

Temperatura de entrada del fluido frío T_{ca}

Temperatura de salida del fluido frío T_{cb}

Temperatura intermedia del fluido frío T_{ci}

La curva $T_{ha} - T_{hb}$ se aplica al fluido del lado de la coraza, que se supone que es el fluido caliente.[†] La curva $T_{ca} - T_{ci}$ corresponde al primer paso del líquido del lado de los tubos, y la curva $T_{ci} - T_{cb}$ al segundo paso del líquido del lado de los tubos. En la figura 15.5a, las curvas $T_{ha} - T_{hb}$ y $T_{ca} - T_{ci}$ tomadas conjuntamente, son las de un intercambiador de calor de flujo en paralelo, y las curvas $T_{ha} - T_{hb}$ y $T_{ci} - T_{cb}$ tomadas conjuntamente, corresponden a un intercambiador de flujo en contracorriente. En la figura 15.5b se muestran las curvas para un intercambiador 2-4. Las líneas discontinuas se refieren al fluido del lado de la coraza y las líneas de trazo continuo, al fluido del lado de los tubos. De nuevo se supone que el fluido más caliente circula por la coraza. El paso más caliente del fluido del lado de la coraza está en contacto térmico con los dos pasos más calientes del lado de los tubos, y el paso más frío del lado de la coraza con los dos pasos más fríos del lado de los tubos. El intercambiador en su conjunto se aproxima más a una verdadera unidad en contracorriente que en el caso de un intercambiador 1-2.

Corrección de LMTD en intercambiadores de paso múltiple

La LMTD tal como la da la ecuación (11.15) no se aplica para el intercambiador en su conjunto, ni a cada uno de los pasos individuales a través de los tubos usando $(T_{hb} - T_{ci})$ como una de las fuerzas motrices de la LMTD. La razón es que ΔT para cada paso por

[†]Por razones de seguridad y economía de calor, el fluido caliente por lo general se coloca dentro de los tubos y el fluido más frío en la coraza.

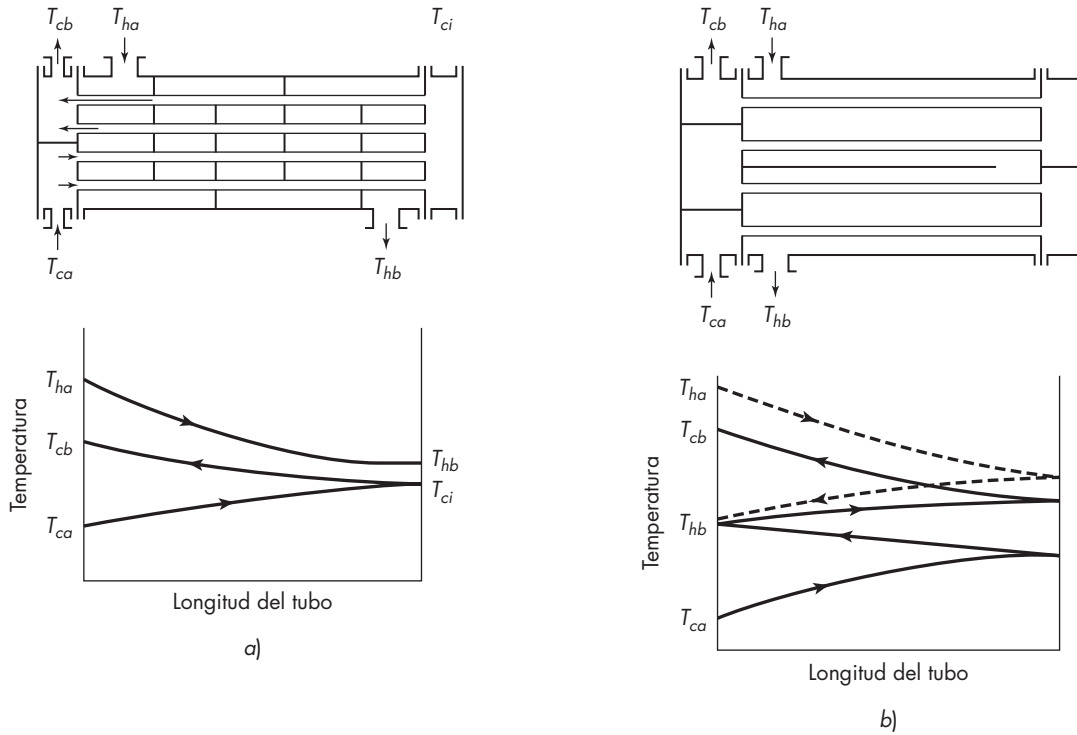


FIGURA 15.5

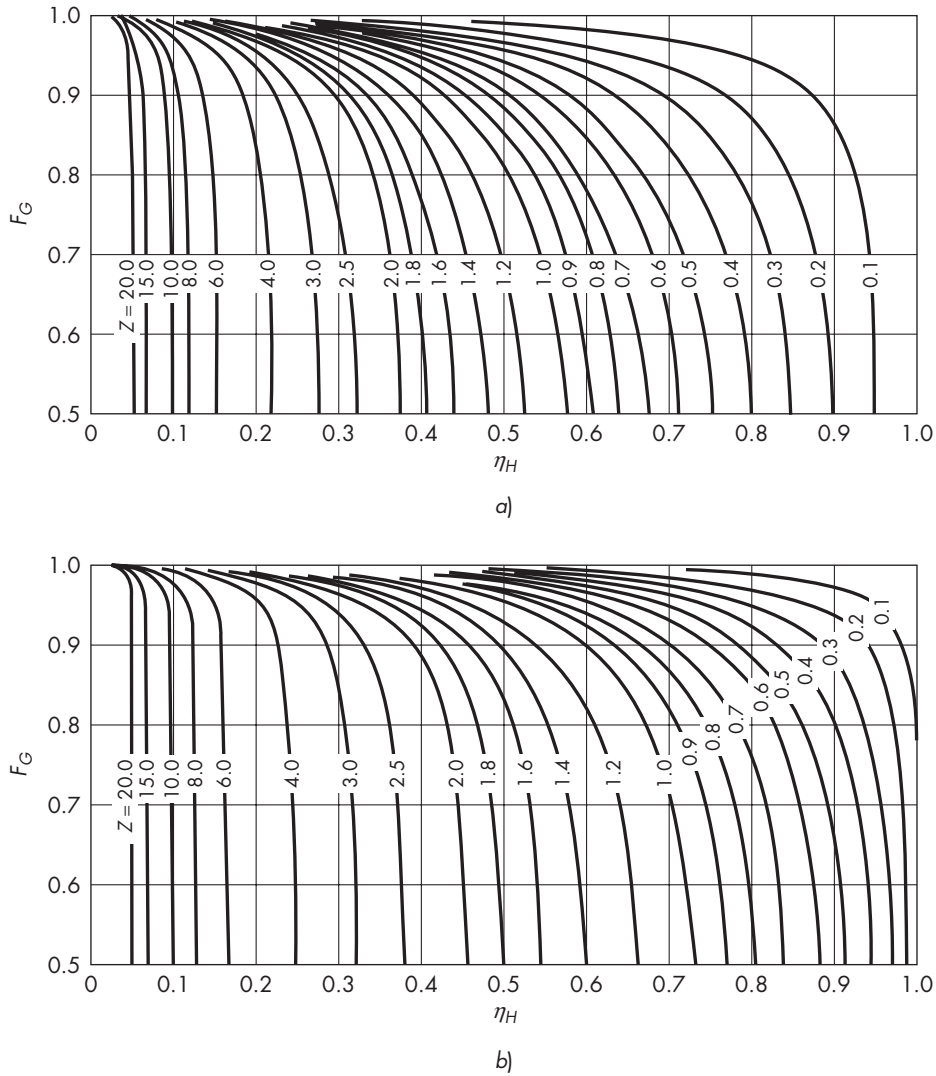
Curvas temperatura-longitud: a) intercambiador 1-2; b) intercambiador 2-4.

el tubo no es función lineal del calor transferido, tal como se asumió en la derivación de la ecuación (11.15). Se acostumbra definir un factor de corrección F_G por el cual la LMTD se debe multiplicar para lograr un promedio correcto de la fuerza motriz. Si el coeficiente global de transferencia de calor y los calores específicos son constantes, y todos los elementos de un determinado fluido tienen la misma historia térmica en relación con su paso a través del intercambiador, F_G se puede calcular de la ecuación^{15a}

$$F_G = \frac{(Z^2 + 1)^{1/2} \ln \left(\frac{1 - \eta_H}{1 - Z\eta_H} \right)}{(Z - 1) \ln \left(\frac{2 - \eta_H(Z + 1 - (Z^2 + 1)^{1/2})}{2 - \eta_H(Z + 1 + (Z^2 + 1)^{1/2})} \right)} \quad (15.1)$$

$$\text{donde } Z = \frac{T_{ha} - T_{hb}}{T_{cb} - T_{ca}}$$

$$\eta_H = \frac{T_{cb} - T_{ca}}{T_{ha} - T_{ca}}$$

**FIGURA 15.6**

Corrección del LMTD: a) intercambiadores 1-2; b) intercambiadores 2-4. (Tomado de R. A. Bowman, A. C. Mueller y W. M. Nagle, *Trans. ASME*, **61**:283, 1940. Cortesía de American Society of Mechanical Engineers.)

El factor Z es la relación de la disminución real de temperatura del fluido caliente con respecto al incremento de temperatura del fluido frío. Es asimismo igual a la relación del producto del flujo y la capacidad calorífica de la corriente caliente con respecto al de la fría, o

$$Z = \frac{\dot{m}_c c_{pc}}{\dot{m}_h c_{ph}} \quad (15.2)$$

El factor η_H es la *efectividad de calentamiento* o la relación del aumento de temperatura real del fluido frío con respecto al máximo incremento posible si el gradiente de temperaturas en el extremo caliente fuera cero, considerando flujo a contracorriente. Los efectos de η_H y de Z sobre F_G se muestran en la figura 15.6a. Para $Z = 1.0$ y $\eta_H = 0.5$, $F_G = 0.80$, y el valor de F_G cae rápidamente cuando se incrementa de η_H . Cuando F_G es menor que 0.8, se debe rediseñar el intercambiador con dos pasos por el lado de la coraza; o mayores gradientes de temperatura; de otro modo, el aprovechamiento de la superficie de transferencia de calor resulta ineficiente.

Aunque la ecuación (15.1) se derivó para dos pasos del lado de los tubos, el factor F_G es casi el mismo que para un paso por el lado de la coraza y para cuatro, seis, o cualquier número de pasos por los tubos, de modo que la ecuación (15.1) se puede usar para estos casos. Cuando hay dos pasos por la coraza y cuatro pasos por los tubos, como lo muestra la figura 15.6b, el intercambiador trabaja más parecido a flujo a contracorriente, tal como lo ilustran los factores F_G en la figura 15.6b. Por ejemplo, con $Z = 1.0$ y $\eta_H = 0.5$, $F_G = 0.95$ (comparado con $F_G = 0.80$ para el intercambiador 1-2), y para $\eta_H = 0.67$, $F_G = 0.80$. A veces se usan otras combinaciones de pasos por la coraza y de pasos por los tubos, y se encuentran disponibles gráficas de estos casos,^{15c} pero los arreglos 1-2 y 2-4 son los más comunes.

EJEMPLO 15.1 En el intercambiador 1-2 de la figura 15.5a, los valores de las temperaturas son $T_{ca} = 70^\circ\text{C}$; $T_{cb} = 120^\circ\text{C}$; $T_{ha} = 240^\circ\text{C}$; $T_{hb} = 120^\circ\text{C}$. ¿Cuál es la reducción real de la temperatura media en este intercambiador?

Solución El factor de corrección F_G se obtiene a partir de la ecuación (15.1) o de la figura 15.6a. Para este caso,

$$\eta_H = \frac{120 - 70}{240 - 70} = 0.294 \quad Z = \frac{240 - 120}{120 - 70} = 2.4$$

$$(Z^2 + 1)^{1/2} = (2.4^2 + 1)^{1/2} = 2.60$$

$$F_G = \frac{2.6 \ln \left(\frac{1 - 0.294}{1 - (2.4 \times 0.294)} \right)}{1.4 \ln \left(\frac{2 - 0.294(3.4 - 2.6)}{2 - 0.294(3.4 + 2.6)} \right)} = 0.807$$

El valor obtenido de figura 15.6a es $F_G = 0.82 \pm 0.01$. Las caídas de temperatura son

$$\text{A la entrada de la coraza} \quad \Delta T = 240 - 120 = 120^\circ\text{C}$$

$$\text{A la salida de la coraza} \quad \Delta T = 120 - 70 = 50^\circ\text{C}$$

$$\overline{\Delta T}_L = \frac{120 - 50}{\ln(120/50)} = 80^\circ\text{C}$$

La media correcta es $\overline{\Delta T} = 0.81 \times 80 = 65^\circ\text{C}$.

EJEMPLO 15.2 ¿Cuál es la diferencia media de temperatura correcta en el intercambiador 2-4 considerando que opere con las mismas temperaturas de entrada y salida que el intercambiador del ejemplo 15.1?

Solución Para un intercambiador 2-4, cuando $\eta_H = 0.294$ y $Z = 2.4$, el factor de corrección a partir de la figura 15.6b es $F_G = 0.96$. El ΔT_L es el mismo que el del ejemplo 15.1. El valor medio correcto de ΔT es $= 0.96 \times 80 = 77^\circ\text{C}$.

Coeficientes de transferencia de calor en intercambiadores de tubo y coraza

El coeficiente de transferencia de calor h_i para el fluido del lado de los tubos en un intercambiador de tubo y coraza se calcula a partir de las ecuaciones (12.33) o (12.34). El coeficiente para el lado de la coraza h_o no se puede calcular debido a que el sentido del flujo es parcialmente paralelo a los tubos y parcialmente perpendicular a los mismos, y además debido a que el área de la sección transversal de la corriente y la velocidad de flujo de masa de la corriente varían a medida que el fluido cruza la bancada de tubos a través de la coraza. Por otra parte, fugas entre la coraza y las placas deflectoras, así como entre las placas deflectoras y los tubos, hacen que algo del líquido del lado de la coraza circule y provoque un cortocircuito y esto reduce la eficacia del intercambiador. Una ecuación aproximada, pero generalmente útil, para predecir coeficientes del lado de la coraza es la *ecuación de Donohue*⁶ [ecuación (15.6)], que está basada en la velocidad de masa media ponderada G_c del fluido que circula paralelamente a los tubos y en la que fluye a través de los tubos. La velocidad másica G_b paralela a los tubos es la velocidad del flujo de masa dividida entre el área libre para el flujo en la ventana de la placa deflector S_b . (La ventana de la placa deflector es la porción de la sección transversal de la coraza que no está ocupada por la placa deflector.) Esta área es igual al área total de la ventana de la placa deflector menos el área ocupada por los tubos, o

$$S_b = f_b \frac{\pi D_s^2}{4} - N_b \frac{\pi D_o^2}{4} \quad (15.3)$$

donde f_b = fracción del área de la sección transversal de la coraza ocupada por la ventana de la placa deflector (comúnmente 0.1955)

D_s = diámetro interior de la coraza

N_b = número de tubos en la ventana de la placa deflector

D_o = diámetro exterior de los tubos

En flujo cruzado, la velocidad másica pasa por un máximo local cada vez que el fluido atraviesa una hilera de tubos. Para fines de correlación, la velocidad másica G_c para flujo cruzado está basada en el área S_c para flujo transversal entre los tubos de la hilera o el más cercano a la línea central del intercambiador. En un intercambiador grande S_c se estima a partir de la ecuación siguiente:

$$S_c = P D_s \left(1 - \frac{D_o}{p} \right) \quad (15.4)$$

donde p = distancia entre centros de tubos

P = espacio (*pitch*) entre placas deflectoras

Las velocidades másicas resultan entonces

$$G_b = \frac{\dot{m}}{S_b} \quad \text{y} \quad G_c = \frac{\dot{m}}{S_c} \quad (15.5)$$

La ecuación de Donohue es

$$\frac{h_o D_o}{k} = 0.2 \left(\frac{D_o G_e}{\mu} \right)^{0.6} \left(\frac{c_p \mu}{k} \right)^{0.33} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad (15.6)$$

donde $G_e = \sqrt{G_b G_c}$. Esta ecuación tiende a dar siempre valores bajos para h_o , especialmente para bajos números de Reynolds. Se dispone de métodos más elaborados de estimación de coeficientes del lado de la coraza.^{24b} En la forma del factor j , la ecuación (15.6) se transforma en

$$\frac{h_o}{c_p G_e} \left(\frac{c_p \mu}{k} \right)^{2/3} \left(\frac{\mu_w}{\mu} \right)^{0.14} = j_H = 0.2 \left(\frac{D_o G_e}{\mu} \right)^{-0.4} \quad (15.7)$$

Una vez que se conocen los coeficientes individuales, el área total requerida se obtiene en la forma habitual a partir del coeficiente global utilizando una ecuación semejante a la ecuación (11.14). Como se estudió previamente, la LMTD con frecuencia se corrige para tener en cuenta los efectos de la verdadera contracorriente.

EJEMPLO 15.3 Un intercambiador tubular de 35 in. (889 mm) de diámetro interior DI, contiene 828 tubos de $\frac{3}{4}$ in. (19 mm) de diámetro exterior DE, longitud de 12 pies (3.66 mm), en disposición cuadrada de 1 in. (25 mm) de pitch. Las placas deflectoras utilizadas son de 25% del estándar y están separadas entre sí una distancia de 12 in. (305 mm). Benceno líquido a una temperatura media global de 60 °F (15.6 °C) se calienta en el lado de la coraza del intercambiador con una velocidad de flujo de 100 000 lb/h (45 360 kg/h). Si las superficies exteriores de los tubos están a 140 °F (60 °C), estime el coeficiente individual de transferencia de calor del benceno.

Solución El coeficiente del lado de la coraza se obtiene a partir de la ecuación de Donohue [ecuación (15.6)]. Las áreas de las secciones transversales para el flujo se calculan primero a partir de las ecuaciones (15.3) y (15.4). Los datos que se requieren son

$$D_o = \frac{0.75}{12} = 0.0625 \text{ ft} \quad D_s = \frac{35}{12} = 2.9167 \text{ ft}$$

$$p = \frac{1}{12} = 0.0833 \text{ ft} \quad P = 1 \text{ ft}$$

A partir de la ecuación (15.4), el área para el flujo cruzado es

$$S_c = 2.9167 \times 1 \left(1 - \frac{0.0625}{0.0833} \right) = 0.7292 \text{ ft}^2$$

El número de tubos en la ventana de la placa deflector es aproximadamente igual al área fraccional de la ventana f multiplicada por el número total de tubos. Para una placa deflector de 25%, $f = 0.1955$. Por lo tanto,

$$N_b = 0.1955 \times 828 = 161.8, \text{ o sea, } 161 \text{ tubos}$$

El área para el flujo en la ventana de la placa deflectora, a partir de la ecuación (15.3), es

$$S_b = 0.1955 \frac{\pi \times 2.9167^2}{4} - 161 \frac{\pi \times 0.0625^2}{4} = 0.8123 \text{ ft}^2$$

A partir de la ecuación (15.5), las velocidades máxicas son

$$G_c = \frac{100\,000}{0.7292} = 137\,137 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h} \quad G_b = \frac{100\,000}{0.8123} = 123\,107 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h}$$

$$G_e = \sqrt{G_b G_c} = \sqrt{137\,137 \times 123\,107} = 129\,933 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h}$$

Los datos adicionales que se requieren para su sustitución en la ecuación (15.6) son

$$\mu \text{ a } 60^\circ \text{F} = 0.70 \text{ cP} \quad \mu \text{ a } 140^\circ \text{F} = 0.38 \text{ cP} \quad (\text{apéndice 9})$$

$$c_p = 0.41 \text{ Btu/lb} \cdot ^\circ \text{F} \quad (\text{apéndice 15})$$

$$k = 0.092 \text{ Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ \text{F} \quad (\text{apéndice 13})$$

A partir de la ecuación (15.6)

$$\frac{h_o D_o}{k} = 0.2 \left(\frac{0.0625 \times 129\,933}{0.70 \times 2.42} \right)^{0.6} \left(\frac{0.41 \times 0.70 \times 2.42}{0.092} \right)^{0.33} \left(\frac{0.70}{0.38} \right)^{0.14}$$

$$= 68.59$$

Por lo tanto,

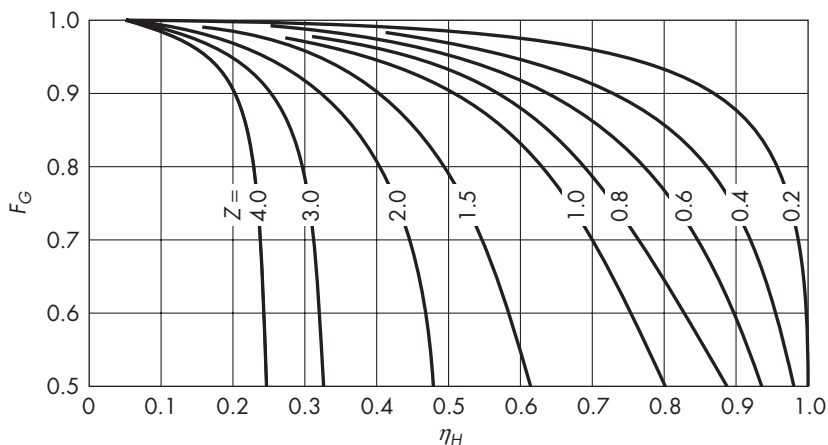
$$h_o = \frac{68.59 \times 0.092}{0.0625} = 101 \text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ \text{F} \left(573 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ \text{C} \right)$$

Elección del fluido para el interior de los tubos

Se deben considerar varios factores al decidir qué fluido colocar en el interior de los tubos y cuál poner en el lado de la coraza de un intercambiador de tubos y coraza.²⁴ Si uno de los fluidos es bastante corrosivo, deberá colocarse dentro de los tubos, que se pueden fabricar con metales o aleaciones resistentes a la corrosión, en lugar de colocarlos en la caparazón, lo que requeriría que tanto ésta como los tubos estuvieran fabricados con un material más caro. Si la corrosión no es el problema, pero uno de los fluidos está sucio y es probable que forme depósitos sobre la pared, el fluido deberá estar dentro de los tubos, pues es mucho más fácil limpiar el interior de los tubos que el exterior. Los fluidos muy calientes se colocan dentro de los tubos por razones de seguridad y ahorro energético. Finalmente, el arreglo podría basarse en qué arreglos ofrecen mayores coeficientes globales de transferencia de calor o menores caídas de presión. Los líquidos muy viscosos a menudo se colocan del lado de la coraza, porque el flujo a través del exterior de los tubos promueve cierta turbulencia y proporciona una mejor transferencia de calor de lo que lo haría un flujo laminar en los tubos.

Intercambiadores para flujo cruzado

En algunos intercambiadores, tales como los calentadores de aire, la coraza es rectangular y el número de tubos en cada hilera es el mismo. El flujo atraviesa directamente los tubos, y no se necesitan placas deflectoras. La figura 15.7 muestra el factor F_c para

**FIGURA 15.7**

Corrección de LMTD para flujo cruzado. (Tomado de R. A. Bowman, A. C. Mueller y W. M. Nagle, *Trans. ASME*, **61**:283, 1940. Cortesía de American Society of Mechanical Engineers.)

intercambiadores de flujo cruzado, derivado sobre la suposición de que ninguna corriente se mezcla entre sí durante el flujo a través del intercambiador.⁵ Los valores de Z y η_H se proporcionan por las ecuaciones (15.1) y (15.2); y, como se indicó antes, F_G se define de tal forma que cuando se multiplica por la LMTD del flujo a contracorriente, el producto corresponde a la caída media de temperatura correcta.

Para el coeficiente de transferencia de calor del lado de la coraza en un intercambiador para flujo cruzado, se recomienda³ la ecuación siguiente:

$$\frac{h_o D_o}{k} = 0.287 \left(\frac{D_o G}{\mu} \right)^{0.61} \left(\frac{c_p \mu}{k} \right)^{0.33} F_a \quad (15.8)$$

donde G es la velocidad másica en el exterior de los tubos, basada en el área mínima para el flujo en cualquier hilera de tubos, y F_a es un “factor de arreglo” que depende de Re y del espaciado p de los tubos. Los otros símbolos son los mismos que los de la ecuación (15.6). En la tabla 15.1 se proporcionan los valores típicos de F_a .

Unidades de transferencia de calor

Un método para caracterizar el funcionamiento del intercambiador de calor es determinar el número de unidades de transferencia de calor N_H . Para un intercambiador de dos fluidos, N_H se define como el cambio de temperatura de una corriente dividido entre la diferencia de temperatura media, o fuerza impulsora, en el intercambiador. Las unidades de transferencia se basan en cualquiera de las corrientes, pero generalmente se elige la corriente con la capacidad menor (velocidad de flujo multiplicada por el calor específico). El cambio de temperatura siempre se toma como un número positivo. Cuando el calor específico y el coeficiente global de transferencia de calor son constantes, la fuerza impulsora promedio es la diferencia de temperatura media logarítmica $\Delta \bar{T}_L$. Si la

TABLA 15.1**Factor de arreglo F_a para flujo cruzado con espaciado (*pitch*) cuadrado[†]**

p/D_o	F_a			
	Re = 2 000	Re = 8 000	Re = 20 000	Re = 40 000
1.25	0.85	0.92	1.03	1.02
1.5	0.94	0.90	1.06	1.04
2.0	0.95	0.85	1.05	1.02

[†] Según referencia 3.

corriente fría tiene la capacidad menor y por lo tanto el cambio mayor en temperatura, N_H se define como

$$N_H = \frac{T_{cb} - T_{ca}}{\Delta T_L} \quad (15.9)$$

Puesto que $Q = \dot{m}_c c_{pc} (T_{cb} - T_{ca}) = UA \overline{\Delta T}_L$, una definición alternativa es

$$N_H = \frac{UA}{\dot{m}_c c_{pc}} \quad (15.10)$$

En un intercambiador de flujo cruzado o de paso múltiple, la fuerza impulsora promedio efectiva es con frecuencia menor que la diferencia de temperatura media logarítmica, y el término F_G debe ser incluido en el denominador del lado derecho de la ecuación (15.9).

Cuando N_H es grande, la temperatura de la corriente con la capacidad menor puede llegar a ser bastante cercana a la temperatura de entrada de la otra corriente. El caso más simple ocurre cuando la temperatura en uno de los lados es constante, como cuando el fluido en los tubos se calienta con la corriente de vapor condensante en el exterior. Para encontrar el cambio de temperatura como una función de N_H , la ecuación básica para la transferencia de calor se integra como sigue:

$$\begin{aligned} \dot{m}_c c_{pc} dT_c &= U dA (T_h - T_c) \\ \int_{T_{ca}}^{T_{cb}} \frac{dT_c}{T_h - T_c} &= \int_0^A \frac{U dA}{\dot{m}_c c_{pc}} \\ \ln \frac{T_h - T_{cb}}{T_h - T_{ca}} &= - \frac{UA}{\dot{m}_c c_{pc}} = -N_H \\ T_h - T_{cb} &= (T_h - T_{ca}) e^{-N_H} \end{aligned} \quad (15.11)$$

Así si $N_H = 3.0$, la temperatura de la corriente fría es llevada dentro de 5% de la diferencia inicial entre la temperatura de la corriente de vapor y la del fluido frío.

Otro caso limitante ocurre cuando las corrientes caliente y fría tienen capacidades iguales, de manera que $\dot{m}_c c_{pc} = \dot{m}_h c_{ph}$. La fuerza impulsora es entonces constante e igual a $T_{ha} - T_{cb}$.

$$N_H = \frac{T_{cb} - T_{ca}}{T_{ha} - T_{cb}} \quad (15.12)$$

La ecuación (15.12) puede manipularse para encontrar el aumento de temperatura de la corriente fría como una función de las temperaturas de entrada.

$$T_{cb} - T_{ca} = (T_{ha} - T_{ca}) \left(\frac{N_H}{1 + N_H} \right) \quad (15.13)$$

La efectividad del intercambiador de calor ε se define como el cambio de temperatura real dividido entre el cambio máximo posible.

$$\varepsilon = \frac{T_{cb} - T_{ca}}{T_{ha} - T_{ca}} = \frac{N_H}{1 + N_H} \quad (15.14)$$

Si $N_H = 3$ y las capacidades son iguales, la corriente fría es llevada a 75% de la trayectoria de la temperatura de entrada de la corriente caliente.

Cuando la temperatura de ambas corrientes cambia, pero en diferentes cantidades, la efectividad se define como el cambio de temperatura para la corriente con la capacidad menor dividida entre el cambio máximo posible, y la efectividad depende del número de unidades de transferencia y de la relación de capacidad R_c :

$$R_c = \frac{\dot{m}c_p \text{ (corriente de menor capacidad)}}{\dot{m}c_p \text{ (corriente de mayor capacidad)}}$$

En la figura 15.8 se muestra una gráfica de ε contra N_H con R_c como parámetro. La línea para $R_c = 0$ corresponde al caso de un intercambiador de corriente calentada, donde $\varepsilon = 1 - e^{-N_H}$. La línea para $R_c = 1.0$ se basa en la ecuación (15.14). Las gráficas para otros valores de R_c permiten estimar las temperaturas de salida para un intercambiador 1-1 de contracorriente sin necesidad de efectuar un cálculo de prueba y error.

EJEMPLO 15.4 Un intercambiador a contracorriente con un paso de tubo y un paso de coraza se utiliza para recuperar calor desde una corriente de petróleo a 110 °C. Las propiedades del intercambiador y el fluido se proporcionan a continuación. Estime la temperatura de salida del petróleo.

$$\dot{m}_h = 3\,000 \text{ kg/h} \quad T_{ha} = 110^\circ\text{C} \quad c_{ph} = 2\,300 \text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$$

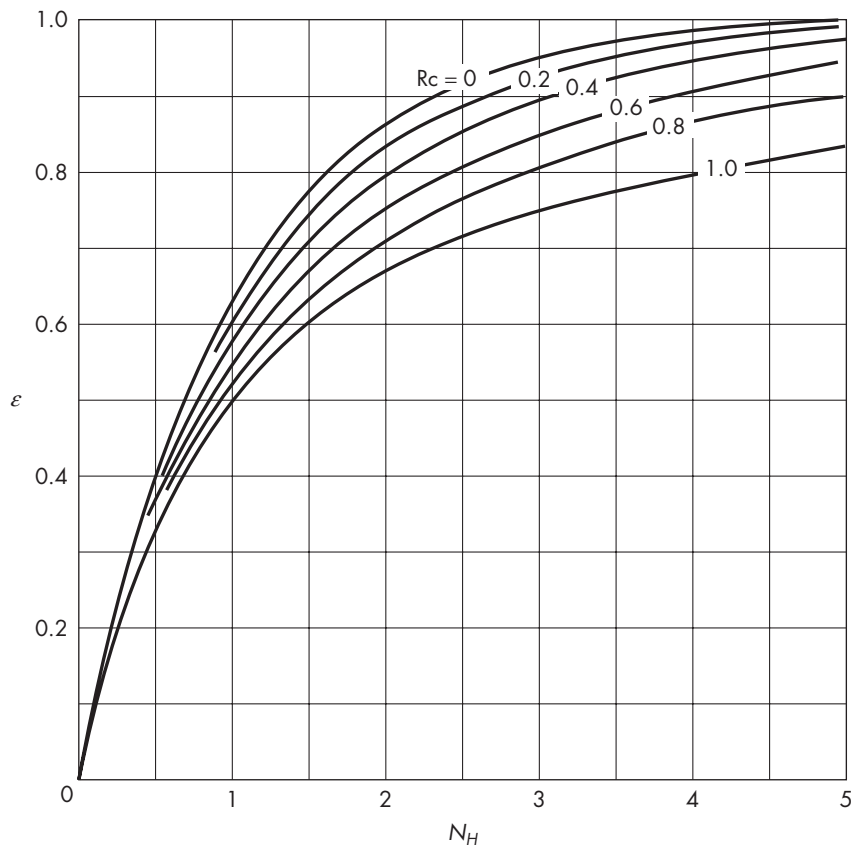
$$\dot{m}_c = 2\,400 \text{ kg/h} \quad T_{ca} = 25^\circ\text{C} \quad c_{pc} = 4\,180 \text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$$

$$UA = 1.65 \times 10^7 \text{ W/}^\circ\text{C}$$

Solución

$$R_c = \frac{3\,000(2\,300)}{2\,400(4\,180)} = 0.688$$

$$N_H = \frac{UA}{\dot{m}_h c_{ph}} = \frac{1.65 \times 10^7}{6.9 \times 10^6} = 2.39$$

**FIGURA 15.8**

Efectividad ε del intercambiador a contracorriente 1-1 contra el número de unidades de transferencia N_H .

A partir de la figura 15.8, $\varepsilon \cong 0.78$

$$T_{ha} - T_{hb} = 0.78(110 - 25) = 66.3 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_{hb} = 110 - 66.3 = 43.7 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Revisión:

$$Q = 3\,000(2\,300)(66.3) = 4.57 \times 10^8 \text{ W}$$

$$T_{cb} = 25 + \frac{Q}{2\,400 \times 4\,180} = 70.6 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_1 = 43.7 - 25 = 18.7 \text{ } ^\circ\text{C}$$

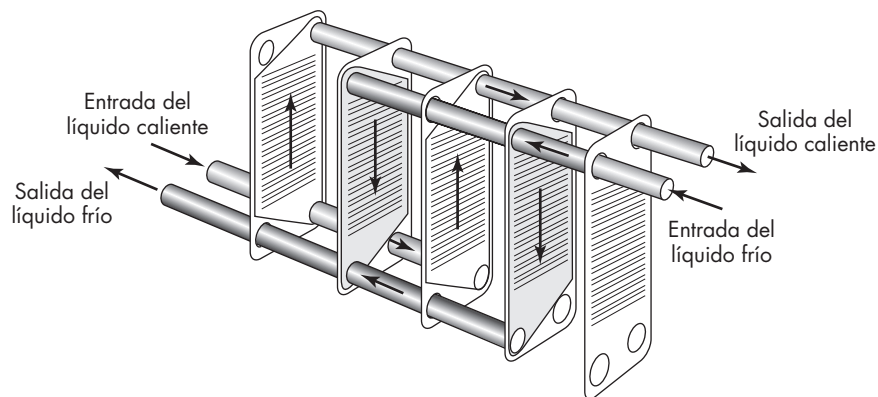
$$\Delta T_2 = 110 - 70.6 = 39.4 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\overline{\Delta T}_L = 27.8 \text{ } ^\circ\text{C}$$

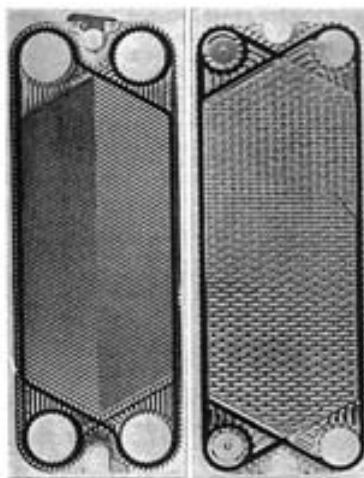
$$Q = UA \cdot \overline{\Delta T}_L = 1.65 \times 10^7 (27.8) = 4.58 \times 10^8 \text{ W, suficientemente cercano}$$

INTERCAMBIADORES DE TIPO PLACA

Para muchas aplicaciones de la transferencia de calor entre fluidos a temperatura y presión moderadas, una alternativa para los intercambiadores de coraza y tubos son los de placas acanaladas, que constan de muchas placas acanaladas de acero inoxidable separadas por juntas o empaques, fijadas en un armazón de acero. Los portales interiores y ranuras de entrada en las arandelas dirigen el fluido frío y caliente en los espacios alternados entre las placas. Las canalizaciones inducen turbulencia para mejorar la transferencia de calor y cada placa está soportada por contactos múltiples con las placas contiguas, que tienen un patrón o ángulo de canalización diferente. El espacio entre las placas es igual a la profundidad de las canalizaciones y es generalmente de 2 a 5 mm. En la figura 15.9 se muestra un diseño típico de un intercambiador de placas.



a)



b)

FIGURA 15.9

Intercambiador de calor de placas: a) vista general; b) detalle del diseño de placa.

En un intercambiador líquido-líquido, la velocidad del fluido habitual es de 0.2 a 1.0 m/s y debido al espaciamiento pequeño, el número de Reynolds es con frecuencia menor de 2 100. Sin embargo, las canalizaciones proporcionan características de flujo turbulento con números de Reynolds de 100 a 400, dependiendo del diseño de las placas. La evidencia de la formación de flujo turbulento es que el coeficiente de transferencia de calor varía con la potencia de 0.6 a 0.8 de la velocidad de flujo, y la caída de presión depende de la velocidad de flujo elevado a la potencia de 1.7 a 2.0. La correlación de transferencia de calor para el diseño común de placa es²

$$\text{Nu} = \frac{hD_e}{k} = 0.37 \text{Re}^{0.67} \text{Pr}^{0.33} \quad (15.15)$$

La caída de presión está dada por la ecuación de Fanning con el factor de fricción siguiente:

$$f = 2.5 \text{Re}^{-0.3} \quad (15.16)$$

En la ecuación (15.15), h está basado en el área nominal de la placa acanalada. (Otras correlaciones se basan en el área acanalada.) El diámetro equivalente es cuatro veces el radio hidráulico, que para la mayoría de los intercambiadores es el doble del espaciamiento entre las placas. Si los flujos frío y caliente son iguales y se introducen en los extremos opuestos de las placas, se obtiene el funcionamiento cercano a la contracorriente verdadera; en las secciones finales, el fluido se calienta o se enfría en un solo lado, lo que reduce ligeramente la eficiencia, además de que la trayectoria del flujo en zigzag también se desvía del modelo ideal. El factor de corrección disminuye²⁰ a medida que el número de unidades de transferencia aumenta y es aproximadamente 0.95 cuando $N_H = 3.0$. Cuando el flujo no está balanceado, se utilizan dos o más pasos para la corriente con la velocidad de flujo menor; pero entonces el intercambiador tiene algunas secciones en paralelo y otras en contracorriente y el factor de corrección F_G de la LMTD es de 0.7 a 0.9.

Cuando se utiliza agua o soluciones acuosas en ambos lados, el coeficiente global para un intercambiador limpio del tipo de placas tiene un valor de 3 000 a 6 000 W/m² · K (500 a 1 000 Btu/h · ft² · °F), es decir, varias veces el valor normal para un intercambiador de tubo y coraza. Puesto que las velocidades de corte son elevadas, los factores de ensuciamiento experimentados son mucho menores que aquellos para los intercambiadores de tubo y coraza, y el diseñador tiene la posibilidad de aumentar en 10% el área calculada permitida para el ensuciamiento.¹⁵ Las unidades se separan fácilmente para su limpieza.

Los intercambiadores de placas se utilizan ampliamente en las industrias lácteas y de procesos de alimentos porque tienen altos coeficientes globales y se limpian y desinfectan fácilmente. Se pueden agrupar varios intercambiadores con diferentes cargas térmicas en una sola unidad. Por ejemplo, el proceso de pasteurización de corto tiempo y alta temperatura (HTST, *high-temperature short-time*) para la leche utiliza un intercambiador a placas con tres o cuatro secciones. En la primera, o sección de regeneración, la leche cruda se calienta a 68 °C por intercambio con leche pasteurizada caliente. En la siguiente sección, el agua caliente eleva la temperatura de la leche hasta 72 °C, que es la temperatura de pasteurización. La leche caliente se mantiene por lo menos 15 segundos en un serpentín externo y luego se regresa al regenerador. En la última sección, salmuera helada enfría rápidamente el producto hasta los 4 °C. En algunas plantas, el regenerador

cuenta con dos secciones, y la leche calentada a 55 °C se envía a una centrífuga para extraer parte de la grasa antes de regresar a la segunda parte del regenerador. La presión de la leche pasteurizada se mantiene más alta que la presión de los otros fluidos, para evitar la contaminación si es que se produce una perforación.

Los intercambiadores compactos presentan muchas otras aplicaciones en la industria química y en las redes de recuperación de calor.³⁰ Puesto que se puede lograr un flujo a contracorriente casi ideal, la efectividad del calentamiento puede ser mayor que la posible en los intercambiadores de tubos y coraza. Nuevos diseños y mejores empaques permiten operaciones de hasta 200 °C y 25 atm. Se pueden conseguir intercambiadores con áreas de placas de 2 m² y un área total de 1 500 m².

EJEMPLO 15.5 Varios intercambiadores de tipo placa se utilizan para producir agua enfriada para aire acondicionado en el proyecto del lago como fuente de enfriamiento en la Cornell University. En cada unidad, hasta 4000 gal/min de agua se enfrían desde 60 hasta 44 °F utilizando un flujo igual de agua del lago Cayuga a 41 °F. *a)* Si el espaciamiento entre las placas es de 3 mm y la velocidad nominal del agua es de 0.5 m/s, ¿cuál es el coeficiente global para un intercambiador limpio? *b)* ¿Cuántas unidades de transferencia de calor tendrá el intercambiador, y cuál será la altura estimada de la sección de transferencia de calor de las placas? *c)* Prediga la caída de presión para el flujo entre las placas. *d)* ¿Cuántas placas son necesarias si se utilizan placas de 1 m de ancho?

Solución

a) Utilice 50 °F como la temperatura media del agua para cada lado. A partir del apéndice 6,

$$\rho = 62.42 \text{ lb/ft}^3 = 1\,000 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu = 1.31 \text{ cP} = 1.31 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

$$k = 0.333 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F} = 0.576 \text{ W/m} \cdot \text{K}$$

$$c_p = 1.00 \text{ Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F} = 4\,184 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$$

$$D_e = 2 \times \text{espaciamiento} = 6 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{Re} = \frac{6 \times 10^{-3} (0.5) (1\,000)}{1.31 \times 10^{-3}} = 2\,290$$

$$\text{Pr} = \frac{4\,184 (1.31 \times 10^{-3})}{0.576} = 9.52$$

$$\text{Nu} = 0.37 (2\,290)^{0.67} (9.52)^{0.33} = 139$$

$$h_i \cong h_o = \frac{139 (0.576)}{6 \times 10^{-3}} = 1.33 \times 10^4 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \left(2\,350 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F} \right)$$

Suponga placas de acero inoxidable de 0.7 mm con $k_m = 9.4 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}$ o $k_m = 16.3 \text{ W/m} \cdot \text{K}$

$$h_{\text{pared}} = \frac{16.3}{7 \times 10^{-4}} = 2.33 \times 10^4 \text{ W/m} \cdot \text{K}$$

$$\frac{1}{U} = \frac{2}{1.33 \times 10^4} + \frac{1}{2.33 \times 10^4}$$

$$U = 5.17 \times 10^3 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \left(911 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F} \right)$$

b) Para la corriente caliente:

$$T_{ha} - T_{hb} = 60 - 44 = 16 \text{ }^{\circ}\text{F}$$

Para la corriente fría:

$$T_{cb} - T_{ca} = 57 - 41 = 16 \text{ }^{\circ}\text{F}$$

$$N_H = \int \frac{dT}{\Delta T} = \frac{16}{3} = 5.33$$

Éste es un número inusualmente grande de unidades de transferencia, y el factor de corrección F_G de la LMTD es aproximadamente 0.9.²¹

Para placas con una anchura w y longitud L para la sección de transferencia de calor, el área de transferencia de calor por canal es

$$A = 2wL$$

Para el flujo frío por canal es

$$\dot{m}_c = (0.5 \text{ m/s}) (3 \times 10^{-3} w) (1000) = 1.5w \text{ kg/s}$$

$$Q = 1.5w c_p (T_{cb} - T_{ca}) = U(2wL)(0.9 \Delta T)$$

$$L = \frac{1.5(4184)}{2(0.9)(5.17 \times 10^3)} \left(\frac{16}{3} \right) = 3.6 \text{ m}$$

Puesto que la altura máxima de la placa para intercambiadores estándar es sólo de aproximadamente 4 m, incluyendo los puertos de entrada y salida, es posible utilizar cualquiera de los dos a velocidad menor o dos intercambiadores colocados en serie, manteniendo el arreglo a contracorriente. Entonces la altura de cada sección de transferencia de calor sería no mayor de la mitad.

$$L \text{ revisada} = \frac{3.6}{2} = 1.8 \text{ m}$$

Permitiendo para los puertos de entrada y salida, la altura total de la placa sería de 3 m.

c) Caída de presión

$$\frac{\Delta p}{L} = 2f \frac{u^2 \rho}{D_e}$$

$$f = \frac{2.5}{(2290)^{0.3}} = 0.245$$

$$\Delta p = \frac{2(0.245)(0.5)^2(1000)(3.6)}{6 \times 10^{-3}} = 7.35 \times 10^4 \text{ N/m}^2 \left(10.6 \text{ lb/in.}^2 \right)$$

La caída de presión global será más grande debido a las pérdidas en las tuberías de alimentación y descarga.

d) Flujo frío:

$$\dot{m}_c = \frac{4000 \text{ gal/min}}{264.7 \times 60} = 0.252 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para $w = 1 \text{ m}$, el flujo por canal es $1.5 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$.

$$\text{Número de canales} = \frac{0.252}{1.5 \times 10^{-3}} = 147$$

$$\text{Número total de canales } n = 2 \times 147 = 294$$

$$\text{Número de platos } n + 1 = 295$$

Si las dos secciones del intercambiador se colocaran en serie para mantener la altura total de la placa menor que 4 m, el número total de placas por cada unidad sería $2 \times 295 = 590$.

EQUIPO CON SUPERFICIE AMPLIADA

Cuando el coeficiente de transferencia de calor de una de las corrientes de los fluidos es mucho menor que la otra, se presentan problemas difíciles de transferencia de calor. Un caso típico es el calentamiento de un gas, tal como el aire, por medio de vapor de agua condensante. El coeficiente individual de transferencia de calor para el vapor de agua es típicamente de 100 a 200 veces el de la corriente de aire; en consecuencia, el coeficiente global es esencialmente igual al coeficiente individual para el aire, la capacidad de una unidad de área de la superficie de calentamiento será baja, y para obtener una capacidad razonable se requerirá una gran longitud de los tubos. Otras variantes del mismo problema se encuentran en el calentamiento o enfriamiento de líquidos viscosos o en el tratamiento de una corriente de fluido con baja velocidad de flujo, debido a la baja velocidad de transferencia de calor para flujo laminar.

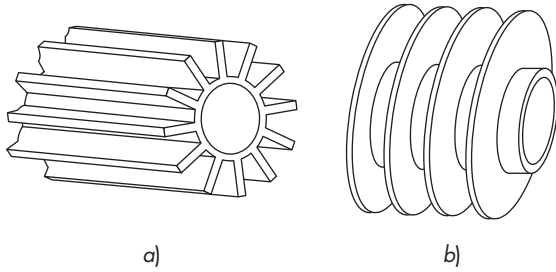
Con el fin de aprovechar el espacio y reducir el costo del equipo, en estos casos, se utilizan ciertos tipos de superficies de intercambio de calor, llamadas *superficies ampliadas*, en las que el área exterior de los tubos se amplía por medio de aletas, clavos, discos y otros accesorios, de forma que el área exterior en contacto con el fluido sea mucho mayor que el área interior. La corriente del fluido que tiene el menor coeficiente se pone en contacto con la superficie ampliada y fluye por el exterior de los tubos, mientras que el otro fluido, que tiene coeficiente elevado, circula por el interior de los tubos. El efecto cuantitativo de ampliar la superficie exterior puede apreciarse a partir del coeficiente global, expresado en la forma que se indica a continuación, donde se ha despreciado la resistencia de la pared del tubo:

$$U_i = \frac{1}{1/h_i + A_i/A_o h_o} \quad (15.17)$$

La ecuación (15.17) indica que si h_o es pequeño y h_i es grande, el valor de U_i será pequeño; pero si el área A_o se hace mucho más grande que A_i , la resistencia $A_i/A_o h_o$ se hace pequeña y U_i aumenta al hacerlo h_o , dando lugar al correspondiente aumento de la capacidad por unidad de longitud del tubo o por el área interior del tubo.

Tipos de superficies ampliadas

Existen dos tipos de superficies ampliadas, de las que se muestran ejemplos en la figura 15.10. Se utilizan aletas longitudinales cuando la dirección del flujo del fluido es paralela al eje del tubo; mientras que cuando la dirección del flujo de fluido es perpendicular al tubo se utilizan aletas transversales. También se emplean superficies ampliadas formadas por clavos, pernos o púas, entre otros, y los tubos pueden en este caso utilizarse con cualquier

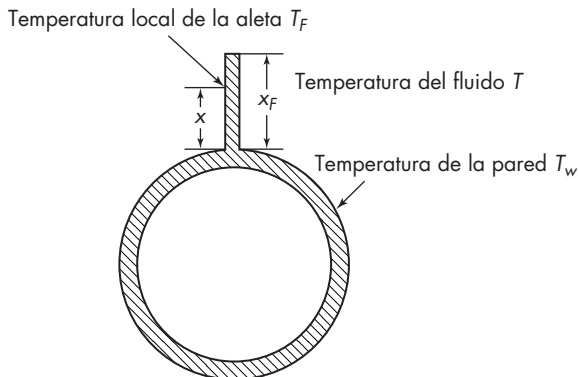
**FIGURA 15.10**

Tipos de superficie ampliada: a) aletas longitudinales; b) aletas transversales.

dirección de flujo. Es muy importante en todos los casos que las aletas formen un sólido contacto con el tubo, tanto por razones de estructura mecánica como para asegurar un buen contacto térmico entre la base de la aleta y la pared.

Eficiencia de una aleta

El área exterior de un tubo con aletas consta de dos partes: el área de las aletas y el área del tubo desnudo no recubierto por las aletas. Una unidad de área de la superficie de las aletas no es tan eficiente como una unidad de área del tubo desnudo, debido a la resistencia adicional que provoca el flujo de calor por conducción a través de la aleta hacia el tubo. Así, considere una sola aleta longitudinal unida al tubo, tal como se muestra en la figura 15.11, y suponga que el calor fluye hacia el tubo desde el fluido que rodea a la aleta. Sea T la temperatura del fluido y T_w la de la parte del tubo desnudo. La temperatura en la base de la aleta será también T_w . La caída de temperatura disponible para la transferencia de calor hacia el tubo desnudo es $T - T_w$, o ΔT_o . Considere el calor transferido hacia la punta de la aleta, o sea el punto más alejado de la pared del tubo. Este calor, con el fin de alcanzar la pared del tubo, tiene que fluir por conducción a través de toda la longitud de la aleta desde la punta hasta la base. Otras cantidades de calor que llegan a puntos de la aleta comprendidos entre la punta y la base tienen que fluir a través de una parte de la longitud de la aleta. Por lo tanto, se requiere un gradiente de temperatura a lo largo de la aleta, cuya punta está más caliente que la base. Si T_f es la temperatura de la aleta a una distancia x desde la base, la caída de temperatura disponible para la transferencia

**FIGURA 15.11**

Tubo con una sola aleta longitudinal.

de calor desde el fluido hasta la aleta en dicho punto será $T - T_f$. Puesto que $T_f > T_w$, $T - T_f < T - T_w = \Delta T_o$, y la eficiencia de una unidad de área alejada de la base de la aleta es menor que la de una unidad de área del tubo desnudo. La diferencia entre $T - T_f$ y ΔT_o es cero en la base de la aleta y máxima en la punta de la misma. El valor medio de $T - T_f$, basado en toda el área de la aleta, se denota por $\overline{\Delta T}_F$. La eficiencia de la aleta se define como la relación entre $\overline{\Delta T}_F$ y ΔT_o , y se representa por η_F . Una eficiencia de unidad (o de 100%) significa que una unidad de área de la aleta es tan efectiva como una unidad de área del tubo desnudo, en lo que respecta a la caída de temperatura. Cualquier aleta real tendrá una eficiencia menor de 100%.

Cálculos para intercambiadores de superficie ampliada

Considere como base una unidad de área de tubo. Sea A_F el área de las aletas y A_b el área del tubo desnudo. Sea además h_o el coeficiente de transferencia de calor del fluido que rodea a las aletas y al tubo. Suponga que h_o tiene el mismo valor tanto para las aletas como para el tubo. Se puede expresar de la manera siguiente un coeficiente global, basado en el área interior A_i ,

$$U_i = \frac{1}{A_i \left[h_o (\eta_F A_F + A_b) \right] + x_w D_i / k_m \overline{D}_L + 1/h_i} \quad (15.18)$$

Para utilizar la ecuación (15.18) es necesario conocer los valores de la eficiencia de la aleta η_F , así como los coeficientes individuales h_i y h_o . El coeficiente h_i se calcula por el método habitual. El cálculo del coeficiente h_o se tratará después.

La eficiencia de las aletas η_F se calcula matemáticamente, haciendo algunas suposiciones razonables, para distintos tipos de aletas.¹⁰ Por ejemplo, la eficiencia de las aletas longitudinales viene dada en la figura 15.12, en la que η_F se graficó como una función del producto $a_F x_F$, donde x_F es la altura de la aleta desde la base hasta la punta y a_F se define por la ecuación

$$a_F = \sqrt{\frac{h_o L_p / S}{k_m}} \quad (15.19)$$

donde h_o = coeficiente del tubo exterior

k_m = conductividad térmica del metal de la aleta

L_p = perímetro de la aleta

S = área de la sección transversal de la aleta

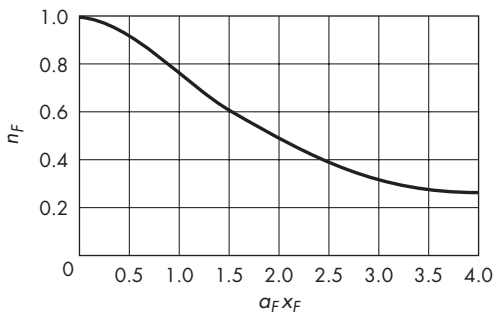


FIGURA 15.12

Eficiencia de aleta, aletas longitudinales.

El producto $a_F x_F$ es adimensional.

Se dispone de la eficiencia de aletas para otros tipos de superficie ampliada.¹⁰ La figura 15.12 indica que la eficiencia de las aletas es prácticamente la unidad cuando $a_F x_F < 0.5$. Las superficies ampliadas no son eficaces ni resultan necesarias cuando el coeficiente h_o es elevado. Por otra parte, las aletas provocan un aumento de la caída de presión.

El coeficiente h_o no puede obtenerse con exactitud utilizando las ecuaciones habituales para los coeficientes de transferencia de calor en tubos desnudos. Las aletas modifican las características del flujo del fluido, y el coeficiente para una superficie ampliada es diferente del correspondiente a un tubo liso. Los coeficientes individuales para superficies ampliadas se pueden determinar experimentalmente y correlacionarse para cada tipo de superficie; tales correlaciones son proporcionadas por los fabricantes de los tubos. En la figura 15.13 se muestra una correlación típica para tubos con aletas longitudinales. La variable D_e es el diámetro equivalente, definido en la forma habitual de cuatro veces el radio hidráulico que, a su vez, es la sección transversal del espacio del lado de las aletas dividida entre el perímetro total de las aletas y el tubo, tal como se calcula en el ejemplo 15.6.

EJEMPLO 15.6 En la coraza de un intercambiador de superficie ampliada se calienta aire. La tubería interior es de $1\frac{1}{2}$ in. IPS Norma (Cédula) 40, y está provista de 28 aletas longitudinales de $\frac{1}{2}$ in. de altura y 0.035 in. de espesor. La coraza es una tubería de acero de 3 in. Norma (Cédula) 40. El área exterior expuesta del tubo interior (es decir, no cubierta por las aletas) es de 0.426 ft^2 por pie lineal; el área total de las aletas y la tubería es de $2.830 \text{ ft}^2/\text{ft}$. El vapor de agua que condensa a 250°F dentro del tubo interior tiene un coeficiente de película de $1500 \text{ Btu}/\text{ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$. La conductividad térmica del acero es $26 \text{ Btu}/\text{ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$. El espesor de la pared del tubo interior es de 0.145 in. Si la velocidad másica del aire es $5000 \text{ lb}/\text{h} \cdot \text{ft}^2$ y la temperatura media del aire es 130°F , ¿cuál es el coeficiente global de transferencia de calor basado en el área interior de la tubería interior? Desprecie los factores de ensuciamiento (incrustación).

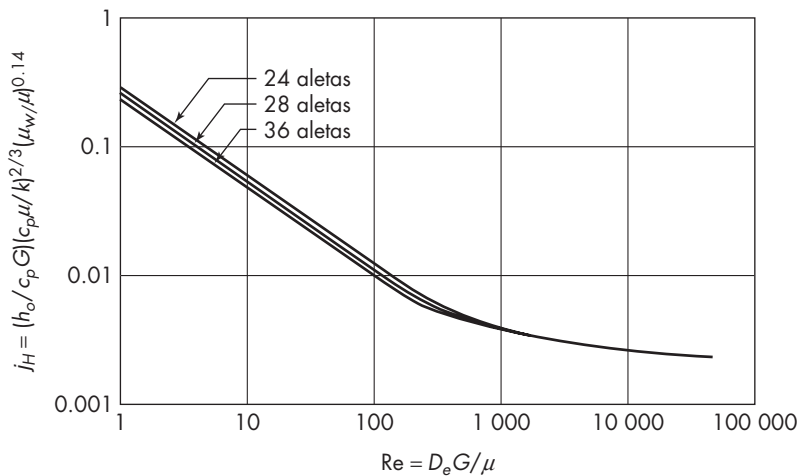


FIGURA 15.13

Coeficientes de transferencia de calor en tubos con aletas longitudinales; tubo IPS de $1\frac{1}{2}$ in. con aletas de $\frac{1}{2}$ por 0.035 in. dentro de una coraza IPS de 3 in. (Brown Fintube Co.)

Solución El coeficiente de película h_o del aire se obtiene a partir de la figura 15.13. Para utilizar esta correlación es preciso calcular primero el número de Reynolds del aire, tal como se hace a continuación. La viscosidad del aire es 0.046 lb/ft · h (apéndice 8). El diámetro equivalente del espacio de la coraza es

$$\text{Diámetro interior de la coraza (DI) (apéndice 3)} = \frac{3.068}{12} = 0.2557 \text{ ft}$$

$$\text{Diámetro exterior de la tubería interna (DE) (apéndice 3)} = \frac{1.900}{12} = 0.1583 \text{ ft}$$

El área de la sección transversal del espacio de la coraza es

$$\frac{\pi(0.2557^2 - 0.1583^2)}{4} - \frac{28 \times 0.5 \times 0.035}{144} = 0.0282 \text{ ft}^2$$

El perímetro del espacio del aire es

$$\pi 0.2557 + 2.830 = 3.633 \text{ ft}$$

El radio hidráulico es

$$r_H = \frac{0.0282}{3.633} = 0.00776 \text{ ft}$$

El diámetro equivalente es

$$D_e = 4 \times 0.00776 = 0.0310 \text{ ft}$$

Por lo tanto, el número de Reynolds del aire es

$$\text{Re} = \frac{0.0310 \times 5000}{0.046} = 3.37 \times 10^3$$

A partir de la figura 15.13, el factor de transferencia de calor es

$$j_H = \frac{h_o}{c_p G} \left(\frac{c_p \mu}{k} \right)^{2/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{-0.14} = 0.0031$$

Las magnitudes que se requieren para calcular h_o son

$$c_p = 0.25 \text{ Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F} \quad (\text{apéndice 14})$$

$$k = 0.0162 \text{ Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F} \quad (\text{apéndice 12})$$

Al calcular μ_w , se consideran despreciables la resistencia de la pared y la película del vapor de agua, de forma que $T_w = 250^\circ\text{F}$ y $\mu_w = 0.0528 \text{ lb/ft} \cdot \text{h}$:

$$\left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} = \left(\frac{0.046}{0.0528} \right)^{0.14} = 0.981 \quad \text{Pr} = \frac{c_p \mu}{k} = \frac{0.25 \times 0.046}{0.0162} = 0.710$$

$$h_o = \frac{0.0031 \times 0.25 \times 5000 \times 0.981}{0.710^{2/3}} = 4.78 \text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$$

Para aletas rectangulares, ignorando la contribución de los extremos de las aletas al perímetro, $L_p = 2L$, y $S = Ly_F$, donde y_F es el espesor de la aleta y L es la longitud de la aleta. Por lo tanto, a partir de la ecuación (15.19),

$$a_F x_F = x_F \sqrt{\frac{h_o(2L/Ly_F)}{k_m}} = x_F \sqrt{\frac{2h_o}{k_m y_F}} = \frac{0.5}{12} \sqrt{\frac{2 \times 4.78}{26(0.035/12)}} = 0.467$$

A partir de la figura 15.12, $\eta_F = 0.93$.

El coeficiente global se obtiene a partir de la ecuación (15.18). Los valores adicionales que se requieren son

$$D_i = \frac{1.610}{12} = 0.1342 \text{ ft} \quad (\text{apéndice 3})$$

$$\bar{D}_L = \frac{0.1583 - 0.1342}{\ln(0.1583/0.1342)} = 0.1454 \text{ ft}$$

$$A_i = \pi(0.1342) \times 1.0 = 0.422 \text{ ft}^2/\text{lineal ft}$$

$$A_F + A_b = 2.830 \text{ ft}^2/\text{lineal ft}$$

$$A_F = 2.830 - 0.416 = 2.414 \text{ ft}^2/\text{lineal ft}$$

$$x_w = \frac{1.900 - 1.610}{2 \times 12} = 0.0121 \text{ ft}$$

$$U_i = \frac{1}{\frac{0.422}{4.78(0.93 \times 2.414 + 0.416)} + \frac{0.0121 \times 0.1342}{26 \times 0.1454} + \frac{1}{1500}}$$

$$= 29.2 \text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F} (166 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$$

El coeficiente global, cuando se basa en la pequeña área interna de la tubería interior, puede ser mucho mayor que el coeficiente de película de aire basado en el área de la superficie ampliada.

Intercambiadores enfriados con aire

Como el agua para enfriamiento se ha vuelto más escasa y los controles sobre la contaminación más rigurosos, se ha incrementado el empleo de los intercambiadores enfriados por aire. Éstos consisten de haces de tubos horizontales provistos de aletas, generalmente de 25 mm (1 in.) de diámetro y de 2.4 a 9 m (8 a 30 ft) de longitud, a través de los cuales se hace circular aire por medio de un gran ventilador. Los fluidos calientes del proceso, a temperaturas desde 100 a 400 °C (212 a 750 °F) o más se pueden enfriar hasta cerca de 20 °C por encima de la temperatura de bulbo seco del aire. Las áreas de transferencia de calor, basadas en la superficie externa de los tubos, varían en un rango de entre 50 a 500 m² (500 a 5000 ft²); las aletas multiplican esto por un factor de 7 a 20. El aire fluye entre los tubos a velocidades de 3 a 6 m/s (10 a 20 ft/s). La caída de presión y el consumo de potencia son bajos, pero a veces para reducir el ruido del ventilador hasta un nivel aceptable, su velocidad debe ser menor que la de máxima eficiencia. En los condensadores enfriados por aire, los tubos se encuentran generalmente inclinados. En la bibliografía^{13,19} se ofrecen procedimientos de diseño detallados, pero el coeficiente se puede aproximar usando la ecuación (15.8) para h_o y la figura 15.12 para la eficiencia de aleta en aletas transversales.

TUBOS DE CALOR

Los tubos de calor son dispositivos que transfieren calor desde una fuente a un receptor o vertedero por medio de un fluido volátil que se encuentra en una tubería sellada. El fluido absorbe calor y lo evapora en el extremo caliente, y los vapores fluyen hacia el extremo frío, donde se condensan y eliminan calor. El líquido regresa por gravedad al extremo caliente, o por acción de la capilaridad si hay una cubierta porosa u otra forma de recubrimiento de mecha sobre la pared del tubo.

La figura 15.14a muestra una tubería para precalentar aire para una gran caldera por medio de la recuperación de energía del gas caliente de la chimenea. Los tubos (sólo se muestra uno) tienen varios centímetros de diámetro y unos pocos metros de largo y sobresalen a través de la pared del ducto separando las corrientes de aire y gas. Cada tubo contiene una pequeña cantidad de agua o líquido orgánico y está sellada al vacío para eliminar el aire. En operación, la temperatura interna T_i se ajusta al valor entre T_h y T_c tal que la transferencia de calor desde el gas caliente, con una fuerza motriz $T_h - T_i$ coincida con la transferencia de calor hacia el aire con una fuerza motriz $(T_i - T_c)$. La presión interna es la presión de vapor del líquido a T_i . En realidad, existe un pequeño gradiente de temperatura dentro de la tubería a causa de la caída de presión por fric-

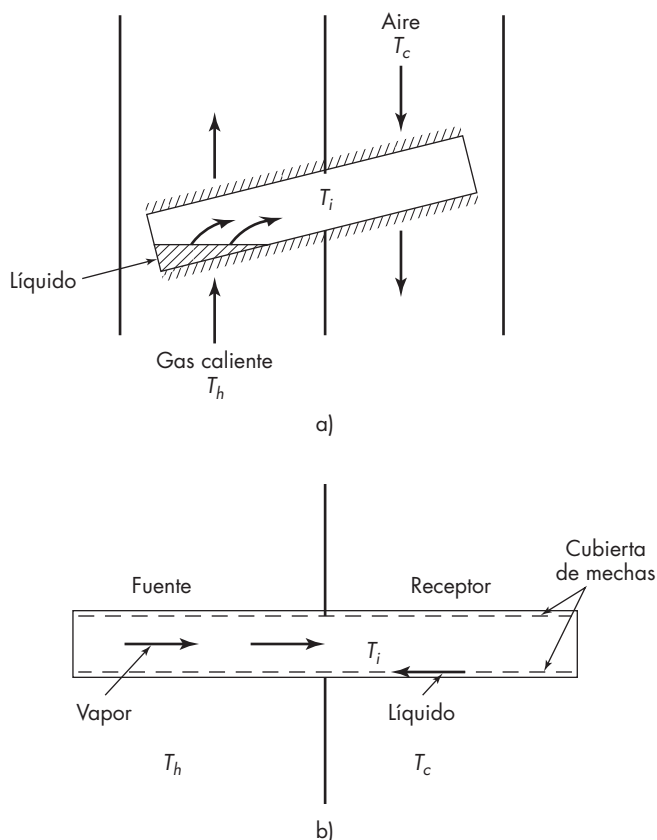


FIGURA 15.14

a) Tubería de calor auxiliada por la gravedad; b) tubería de calor que actúa por capilaridad.

ción debida al flujo de vapor, pero la diferencia de extremo a extremo es mucho menor que $(T_h - T_c)$ o $(T_i - T_c)$. Los tubos están instalados con un leve ángulo con respecto a la horizontal, para facilitar el flujo de regreso del líquido y son llamados tubos de calor asistidos por gravedad o termosifones. En otros diseños son verticales con la sección de calentamiento en la base.

Las ventajas de los tubos de calor para recuperar energía son que tienen bajo mantenimiento, fácil limpieza y ningún derrame en comparación con los regeneradores rotatorios o de lecho fijo (véase página 477).

Podría parecer que los procesos de transferencia de energía en dos etapas, del gas caliente a un fluido intermedio y luego al gas frío, fueran menos eficientes que el contacto directo de gas caliente a frío en un intercambiador de flujo cruzado o de tubos y coraza. Sin embargo, en el extremo caliente del tubo de calor, el coeficiente de ebullición es bastante alto, y el coeficiente global es casi el mismo que el coeficiente de la película externa para el tubo con aletas. De manera similar, en el extremo frío, el coeficiente global es casi el mismo que el coeficiente exterior, debido al alto valor del coeficiente de condensación. De este modo, el área total es casi la misma que aquella para otros tipos de intercambiadores gas-gas.

En muchas otras aplicaciones de los tubos de calor, el líquido retorna al extremo caliente por capilaridad o por acción de mechas absorbentes, tal como se muestra en la figura 15.14b. Esto permite que los tubos de calor se usen en cualquier orientación y en naves espaciales, donde no hay gravedad. A menudo el propósito consiste en disipar calor de un equipo sensible como una computadora u otros dispositivos electrónicos, en lugar de recuperar energía. Los tubos de calor son relativamente livianos y tienen una conductividad térmica real más alta que las barras de aluminio o cobre. Las unidades pequeñas pueden ser de sección transversal cuadradas o rectangulares con diámetros de 1 mm o menos.

Se han propuesto muchos tipos de fluidos para emplearse en tubos de calor, incluyendo agua, líquidos orgánicos, gases licuados y metales fundidos. Los principales requerimientos son una presión de vapor razonable en el rango de temperaturas de operación, buena conductividad térmica, bajas viscosidades del líquido y del vapor, alta tensión superficial y grado de humectación de la mecha y del material de la pared.^{8a} El agua es superior a la mayoría de los otros líquidos desde 350 a 500 K, pero los alcoholes se utilizan comúnmente en aplicaciones espaciales, puesto que el agua se podría congelar. Una de las más grandes instalaciones de tubos de calor se encuentra en Alaska, donde se usan miles de tubos de calor que contienen amoníaco para evitar que se derrita el permafrost alrededor de los soportes de la tubería de petróleo de Alaska.

INTERCAMBIADORES DE SUPERFICIE RASPADA

La transferencia de calor hacia y desde líquidos viscosos, especialmente productos alimenticios y otros líquidos sensibles al calor, con frecuencia se efectúa en intercambiadores de superficie fragmentada. Por lo general, éstos son intercambiadores de doble tubería, con un tubo central bastante largo, de 100 a 300 mm (4 a 12 in.) de diámetro, con encamisado para vapor de agua o líquido de enfriamiento. La superficie interior del tubo central se limpia con dos o más palas longitudinales instaladas sobre un eje rotatorio.

El líquido viscoso circula a baja velocidad a través del tubo central. Las porciones de este líquido adyacente a la superficie de transferencia de calor están esencialmente estancadas, excepto cuando son perturbadas por el paso de la pala rascadora. El calor se transfiere hacia el fluido viscoso por conducción en estado no estacionario. Si el tiempo entre las perturbaciones es corto, como ocurre habitualmente, el calor penetra sólo una pequeña distancia hacia el interior del líquido estancado, y el proceso es totalmente análogo a la transferencia de calor en estado no estacionario en un sólido semiinfinito.

Coefficientes de transferencia de calor en intercambiadores de superficie escarpada¹⁴

Suponga que la temperatura global del líquido en alguna localización a lo largo del intercambiador es T , y que la temperatura de la superficie de transferencia de calor es T_w . Suponga además que $T_w > T$. Considere un pequeño elemento de área de la superficie de transferencia de calor sobre la que acaba de pasar la pala. Cualquier líquido que previamente estaba sobre este elemento de superficie ha sido removido por la pala y reemplazado por otro líquido a la temperatura T . El calor fluye desde la superficie hacia el líquido durante el intervalo de tiempo t_T , que es el tiempo que transcurre hasta que la siguiente pala rascadora pasa sobre el elemento de superficie, retira el líquido y vuelve a depositar nuevo líquido sobre la superficie.

De acuerdo con la ecuación (10.40), la cantidad de calor total Q_T transferido durante el intervalo de tiempo t_T viene dada por

$$\frac{Q_T}{A} = 2k(T_w - T)\sqrt{\frac{t_T}{\pi\alpha}}$$

donde k = conductividad térmica del líquido

α = difusividad térmica del líquido

A = área de la superficie de transferencia de calor

El coeficiente de transferencia de calor promediado para cada intervalo de tiempo es, por definición,

$$h_i \equiv \frac{Q_T}{t_T A (T_w - T)} \quad (15.20)$$

Sustituyendo a partir de la ecuación (10.40) en la ecuación (15.20), teniendo en cuenta que $\alpha = k / \rho c_p$, se obtiene

$$h_i = 2\sqrt{\frac{k\rho c_p}{\pi t_T}} \quad (15.21)$$

El intervalo de tiempo entre el paso de las palas sucesivas sobre un determinado elemento de área es

$$t_T = \frac{1}{nB} \quad (15.22)$$

donde n = velocidad del agitador, r/h
 B = número de palas que tiene el eje

Combinando las ecuaciones (15.21) y (15.22) se obtiene para el coeficiente de transferencia de calor,

$$h_i = 2 \sqrt{\frac{k \rho c_p n B}{\pi}} \quad (15.23)$$

La ecuación (15.23) indica que el coeficiente de transferencia de calor sobre una superficie escarpada depende de las propiedades térmicas del líquido así como de la velocidad del agitador, y que, por otra parte, es independiente de la viscosidad del líquido y de su velocidad de paso a través del intercambiador. En realidad, aunque la ecuación (15.23) constituye una buena aproximación en muchos casos, se trata, sin duda, de una gran simplificación. El líquido en la superficie de transferencia de calor no está tan bien mezclado con la masa global del fluido como se ha supuesto, especialmente cuando se trata de líquidos viscosos, sino que se vuelve a depositar parcialmente detrás de las palas rascadoras. Por consiguiente, el coeficiente para un líquido viscoso es menor que el que predice la ecuación (15.23) y está algo afectado por las variaciones de la viscosidad del líquido; por otra parte, es función de la velocidad del líquido en la dirección longitudinal, así como del diámetro y de la longitud del intercambiador. Una ecuación empírica para el coeficiente de transferencia de calor que incorpora estas variables es³³

$$\frac{h_j D_a}{k} = 4.9 \left(\frac{D_a \bar{V} \rho}{\mu} \right)^{0.57} \left(\frac{c_p \mu}{k} \right)^{0.47} \left(\frac{D_a n}{\bar{V}} \right)^{0.17} \left(\frac{D_a}{L} \right)^{0.37} \quad (15.24)$$

donde $\bar{V}$ = velocidad media global longitudinal
 L = longitud del intercambiador
 D_a = diámetro del rascador (igual al diámetro interior de la coraza)

La ecuación (15.24) se aplica para una pequeña unidad que opera a alta velocidad y que se conoce con el nombre de Votator. En la referencia 28 se proporcionan datos para la transferencia de calor con flujo laminar para intercambiadores grandes con bajas velocidades. En el capítulo 16 se describen equipos de superficie escarpada para la evaporación de líquidos viscosos.

CONDENSADORES Y VAPORIZADORES

Como se estudió en los capítulos 11 y 13, los equipos de transferencia de calor utilizados para licuar vapores eliminando su calor latente reciben el nombre de *condensadores*. El calor latente se retira absorbiéndolo por un líquido más frío denominado *refrigerante*. Puesto que evidentemente la temperatura del refrigerante aumenta en un condensador, la unidad también actúa como un calentador; pero lo más importante desde el punto de vista funcional es la acción de condensación, y el nombre refleja este hecho. Los condensadores se dividen en dos clases. En la primera de ellas, correspondiente a los condensadores de

tubos y coraza, el vapor condensante y el refrigerante están separados por una superficie de transferencia de calor tubular. En la segunda clase, correspondiente a los condensadores de contacto, las corrientes de vapor y refrigerante (ambas son por lo general agua) se mezclan físicamente y abandonan el condensador formando una sola corriente.

Como se estudió en el capítulo 13, en la práctica industrial, los líquidos se vaporizan en ebullidores tipo caldera o calandrias. Es más común que el calor de vaporización sea suministrado por medio de vapor condensante.

Condensadores de coraza y tubos

El condensador que se representa en la figura 11.1 es una unidad de un solo paso, puesto que toda la corriente de fluido refrigerante que entra, circula en paralelo a través de todos los tubos. Este tipo de flujo presenta serias limitaciones en condensadores grandes. El número de tubos es tan grande que en el flujo de un solo paso, la velocidad a través de los tubos resulta demasiado pequeña para obtener un adecuado coeficiente de transferencia de calor, de forma que la unidad tiene que ser muy grande y, por lo tanto, antieconómica. Por otra parte, como consecuencia del bajo coeficiente, se necesitan grandes tubos cuando el fluido de enfriamiento ha de calentarse en un intervalo razonablemente grande de temperatura, y en la práctica no es posible utilizar tubos tan grandes.

Con el fin de obtener velocidades más grandes, coeficientes de transferencia de calor mayores y tubos más cortos, el principio de paso múltiple utilizado en intercambiadores de calor se puede utilizar también para el fluido refrigerante en un condensador. En la figura 15.15 se muestra un ejemplo de un condensador de dos pasos.

Previsión para la expansión térmica. Debido a las diferencias de temperatura que existen en los condensadores, pueden realizarse esfuerzos de expansión suficientemente grandes como para doblar los tubos o aflojarlos de las placas tubulares. El método más frecuente para evitar deterioros por efecto de la expansión se basa en la construcción de un cabezal flotante, en el que una de las placas tubulares (y por lo tanto, uno de los extremos de los tubos) es estructuralmente independiente de la coraza. Este fundamento se

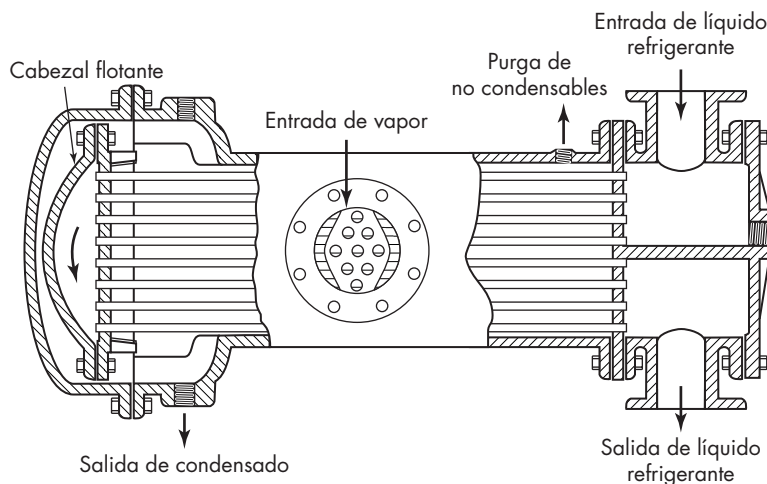


FIGURA 15.15

Condensador de dos pasos con cabezal flotante.

utiliza en el condensador de la figura 15.15. La figura muestra cómo se pueden expandir o contraer los tubos independientemente de la coraza. A la entrada del vapor se coloca una placa perforada con el fin de evitar que las gotas de líquido, que eventualmente arrastra el vapor, choquen contra los tubos.

Condensadores deshumidificantes

En la figura 15.16 se presenta la imagen de un condensador para mezclas de vapores y gases no condensables. Tiene una disposición vertical, en vez de horizontal, como ocurre en la mayoría de los condensadores para vapores que contienen gases no condensables; además, el vapor condensa en el interior de los tubos en vez del exterior, y el refrigerante circula a través de la coraza. Esto proporciona un barrido eficaz de la mezcla de gas y vapor a través de los tubos y evita la formación de bolsas estancadas de gas inerte que podrían recubrir la superficie de transferencia de calor. El cabezal inferior está modificado para separar el condensado del vapor y del gas no condensados.

Condensadores de contacto

En la figura 15.17 se observa un ejemplo de un condensador de contacto. Los condensadores de contacto son mucho más pequeños y baratos que los condensadores de superficie. En el diseño que se representa en la figura 15.17, una parte del agua de enfriamiento se aspersa en la corriente de vapor cerca de la entrada de éste, y el resto se dirige hacia la garganta de descarga con el fin de completar la condensación. Cuando un condensador de coraza y tubos opera en condiciones de vacío, el condensado generalmente se extrae

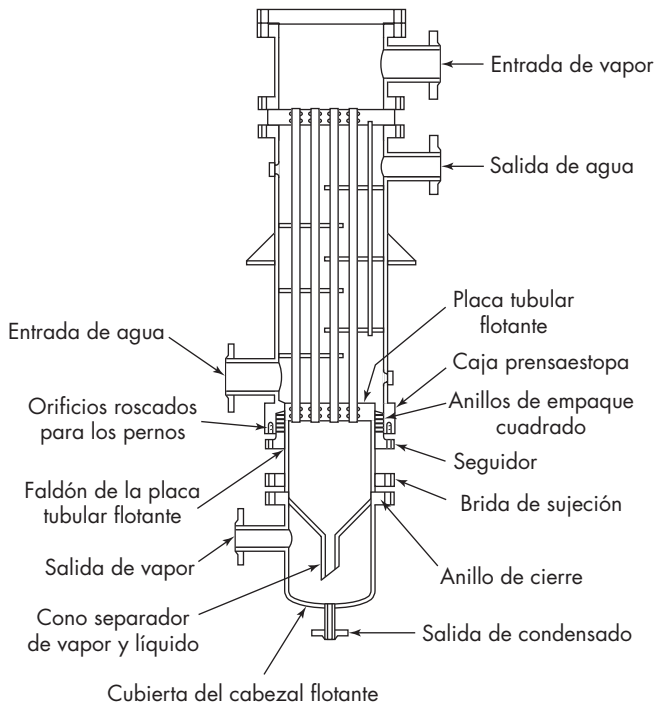
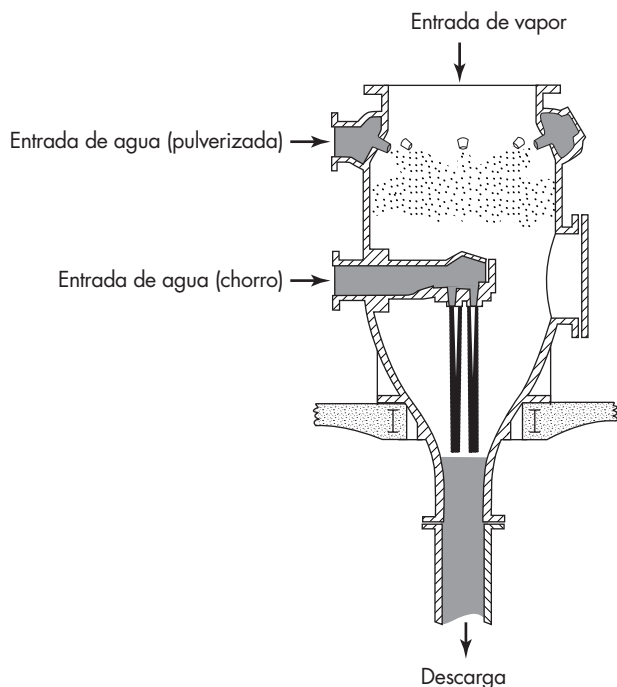


FIGURA 15.16

Condensador-enfriador deshumidificante con empacado exterior.

**FIGURA 15.17**

Condensador de contacto. (*Schutte and Koerting Div., Ketema, Inc.*)

por bombeo, aunque también es posible retirarlo por medio de una pierna barométrica. Esta última consiste en un tubo vertical, del orden de 10 m (34 ft) de longitud, sellado en el fondo por un tanque receptor de condensado. Durante la operación, el nivel de líquido en la pierna se ajusta por sí mismo en forma automática, de tal forma que la diferencia de carga entre los niveles en la pierna y en el tanque corresponde a la diferencia de presión entre la atmósfera y el espacio de vapor del condensador. Por lo tanto, el líquido descende por la pierna a medida que se condensa sin que se rompa el vacío. En un condensador de contacto directo, la recuperación de presión que tiene lugar en el chorro de salida de la boquilla del venturi es con frecuencia suficiente para eliminar la necesidad de una pierna barométrica.

Vaporizadores

En el rehervidor tipo caldera que se muestra en la figura 13.8, página 428, la coraza horizontal contiene una bancada de tubos relativamente pequeña, con dos pasos del lado de los tubos, un cabezal flotante y una placa tubular. La bancada de tubos está sumergida en una masa de líquido hirviente, cuyo nivel se mantiene por medio de la altura de un vertedero. La alimentación se introduce en la masa del líquido por el fondo, mientras que el vapor sale por la parte superior de la coraza; cualquier líquido no vaporizado rebosa por el vertedero y es retirado por el fondo de la coraza. El fluido de calentamiento, por lo general vapor de agua, entra en los tubos en la forma que se indica en la figura; el vapor condensado se retira a través de una trampa. Las boquillas auxiliares que se distinguen en la figura 13.8 son para inspección, vaciado o inserción de elementos sensores de instrumentos.

La distribución esquemática y operación de los vaporizadores verticales de coraza y tubos, conocidos como calandrias, ebullicores de termosifón o circulación natural, se estudiaron en el capítulo 13, página 432 y se ilustraron en la figura 13.10.

TRANSFERENCIA DE CALOR EN TANQUES AGITADOS

Las superficies de transferencia de calor, que pueden estar en forma de encamisado para calentamiento o enfriamiento, o bien en forma de serpentines tubulares sumergidos en el líquido, se utilizan con frecuencia en los tanques agitados descritos en el capítulo 9.

Coefficientes de transferencia de calor

En un tanque agitado, como el que se mostró en el capítulo 9, el grupo adimensional $D_a^2 n \rho / \mu$ es un número de Reynolds que resulta útil para correlacionar los datos de consumo de energía. Este mismo grupo resulta satisfactorio como variable de correlación para la transferencia de calor hacia encamisados o serpentines en un tanque agitado. Las ecuaciones que se presentan a continuación son típicas de las que se ofrecen para este propósito.

Para el calentamiento o enfriamiento de líquidos en un tanque cilíndrico con placas deflectoras y equipado con un serpentín helicoidal y un agitador de turbina,

$$\frac{h_c D_c}{k} = 0.17 \left(\frac{D_a^2 n \rho}{\mu} \right)^{0.67} \left(\frac{c_p \mu}{k} \right)^{0.37} \left(\frac{D_a}{D_t} \right)^{0.1} \left(\frac{D_c}{D_t} \right)^{0.5} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^b \quad (15.25)$$

donde h_c es el coeficiente individual de la transferencia de calor entre la superficie del serpentín y el líquido. El exponente b de la relación de viscosidades reportada es mayor para líquidos ligeros que para aceites viscosos,²⁵ pero se ha sugerido que un valor de 0.24 es consistente con la siguiente ecuación para el coeficiente del encamisado. Los coeficientes del serpentín para una turbina de palas inclinadas son aproximadamente 0.85 y para un propulsor 0.70 veces mayores que los valores para una turbina estándar del mismo diámetro.¹⁷

Para la transferencia de calor hacia o desde el encamisado de un tanque con placas deflectoras, se aplica la siguiente ecuación cuando se utiliza una turbina estándar.³⁵

$$\frac{h_j D_t}{k} = 0.76 \left(\frac{D_a^2 n \rho}{\mu} \right)^{2/3} \left(\frac{c_p \mu}{k} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.24} \quad (15.26)$$

donde h_j es el coeficiente entre el líquido y la superficie interior del encamisado del tanque. Los coeficientes de encamisado para una turbina de palas inclinadas son 0.9 y para un propulsor 0.6 veces mayores que los valores para una turbina estándar.¹⁷ Sin embargo, las turbinas estándar tienen un consumo de potencia mucho mayor (véase tabla 9.2).

Cuando el líquido es muy viscoso, se utiliza un agitador de ancla, que se desplaza con bajas velocidades y muy pequeña separación sobre toda la superficie de transferencia de calor. Los datos para agitadores de ancla se correlacionan bien con la ecuación^{37b}

$$\frac{h_j D_t}{k} = K \left(\frac{D_a^2 n \rho}{\mu} \right)^a \left(\frac{c_p \mu}{k} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.18} \quad (15.27)$$

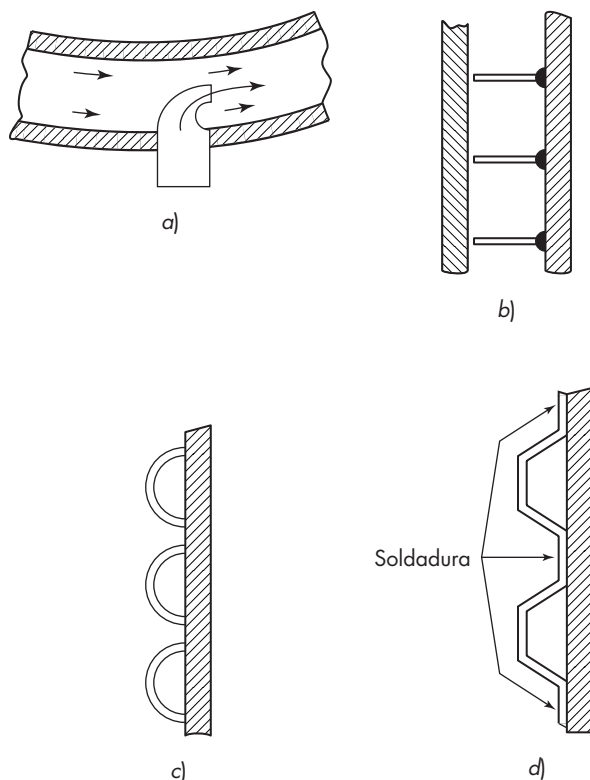
donde $K = 1.0$, $a = \frac{1}{2}$ para $10 < \text{Re} < 300$; donde $K = 0.36$, $a = \frac{2}{3}$ para $300 < \text{Re} < 40\,000$.

En general, las ecuaciones de este tipo no son aplicables a situaciones significativamente diferentes de aquellas para las cuales han sido deducidas. En la bibliografía^{34a} se proporcionan ecuaciones para diferentes tipos de agitadores y disposiciones de la superficie de transferencia de calor.

Con agitadores de ancla, algunas veces son agregados raspadores a los brazos del ancla para prevenir la degradación del líquido en contacto con la superficie caliente. Esto es especialmente útil con productos alimenticios y materiales semejantes sensibles al calor. Las rasquetas proporcionan un aumento moderado en el coeficiente de transferencia de calor cuando se utilizan con líquidos newtonianos y es posible que aumente el coeficiente tanto como cinco veces con líquidos no newtonianos.^{37b} Los coeficientes de transferencia de calor se calculan a partir de la ecuación (15.23) para intercambiadores de superficie escarpada.

Cuando un líquido se calienta en un tanque agitado mediante un vapor que condensa en el encamisado, el coeficiente de transferencia de calor se determina a partir de las correlaciones para la condensación de película que aparecen en la figura 13.2. Cuando se utiliza vapor de agua, la resistencia que controla es generalmente la del líquido en el tanque. Sin embargo, cuando un líquido que se calienta o enfría pasa a través del encamisado sin cambio de fase, el coeficiente de película es mucho menor, y la resistencia del lado del encamisado puede ser controlante. Con un sencillo encamisado abierto, la velocidad del líquido es tan baja (con frecuencia menor que 0.1 ft/s), que la transferencia de calor es predominantemente por convección natural. Para agua de enfriamiento a 100 °F, con $\Delta T = 100$ °F, y un encamisado abierto de 5 ft de altura, el coeficiente predicho por convección natural es sólo de 90 Btu/h · ft² · °F (500 W/m² · K). La mezcla provocada por la convección natural también da lugar a que la temperatura media en el encamisado se acerque a la de salida, de forma que deberá utilizarse la diferencia de temperatura ΔT a la salida en vez de la media logarítmica.

Existen diversos métodos que se utilizan con el fin de aumentar el coeficiente para el líquido en el encamisado. El líquido se introduce a velocidad elevada a través de varias boquillas, todas apuntando en la misma dirección, para inducir flujo turbulento en el encamisado (figura 15.18a). La velocidad de la turbulencia es por lo general de 1 a 4 ft/s (0.3 a 1.2 m/s) y se predice a partir de la velocidad de la boquilla y las dimensiones del encamisado.^{4, 18} Para una velocidad de 2 ft/s y una anchura del encamisado de 3 in., el coeficiente de película para el agua a 100 °F es de 450 Btu/h · ft² · °F (2 500 W/m² · K), como se estima a partir de la ecuación (12.32). Otro método consiste en soldar una banda de placas deflectoras espirales en el exterior del tanque antes de la adición del encamisado (figura 15.18b). El fluido entonces circula en una trayectoria espiral con una sección transversal rectangular, y se obtienen coeficientes varias veces más grandes que aquellos con un encamisado abierto. Sin embargo, el espacio entre las placas deflectoras y la pared exterior del encamisado conduce a alguna fuga o flujo por desviación (*by pass*) entre espirales, lo que disminuye el flujo a lo largo de la pared y la velocidad de la transferencia de calor.

**FIGURA 15.18**

Diseños de encamisados: *a)* boquillas de agitación; *b)* placas deflectoras en espiral; *c)* serpentín de semitubería; *d)* encamisado con hoyuelos.

Para presiones de encamisado más grandes y control adecuado del patrón de flujo, el encamisado se forma mediante un serpentín de semitubería soldado a la pared exterior del tanque (véase figura 15.18c). El área para la transferencia de calor directo se reduce, pero existe algo de transferencia de calor desde el área entre las tuberías debida a la conducción a lo largo de la pared del tanque.⁹ El encamisado se divide en dos o más zonas con entradas y salidas separadas que permiten una velocidad más grande y una mejor transferencia de calor sin aumento de la caída de presión.³⁴ El reactor de encamisado con hoyuelos, figura 15.18d, también se utiliza a presiones elevadas, pero la caída de presión friccional es más grande que para otros diseños y no están disponibles fácilmente los datos de transferencia de calor.

Calentamiento o enfriamiento transitorio en tanques agitados

Considere un tanque perfectamente agitado que contiene m kg o lb de un líquido de calor específico c_p . Está provisto de una superficie de transferencia de calor de área A , calentada por un medio de temperatura constante tal como vapor de agua que condensa a la temperatura T_s . Si la temperatura inicial del líquido es T_a , su temperatura T_b al cabo de un tiempo cualquiera t_T se obtiene en la forma que se indica a continuación. La relación básica para la transferencia de calor en estado no estacionario es

$$\text{Velocidad de acumulación de energía} = \text{entrada de energía} - \text{salida de energía}$$

Para una carga de líquido que no entra ni sale del tanque y tampoco reacciona químicamente, la entrada de energía es igual al calor transferido a través del área A , y no existe salida de energía. El término de acumulación es igual a la velocidad de variación de la entalpía del líquido contenido en el tanque:

$$mc_p \frac{dT}{dt} = UA(T_s - T) \quad (15.28)$$

Si U es constante (que generalmente es una suposición razonable), la ecuación (15.28) se integra entre los límites $t = 0, T = T_a$ y $t = t_r, T = T_b$ para obtener

$$\ln \frac{T_s - T_a}{T_s - T_b} = \frac{UA t_r}{mc_p} \quad (15.29)$$

La ecuación (15.29) se utiliza con frecuencia para determinar coeficientes globales a partir del tiempo que se requiere para calentar una masa conocida de líquido.

Si el medio de transferencia de calor no está a temperatura constante, pero es un líquido (tal como agua de enfriamiento) de calor específico c_{pc} que entra a la temperatura T_{ca} y fluye con una velocidad constante $\dot{m}_c$, la ecuación correspondiente para la temperatura del líquido es

$$\ln \frac{T_a - T_{ca}}{T_b - T_{ca}} = \frac{\dot{m}_c c_{pc}}{mc_p} \frac{K_1 - 1}{K_1} t_r \quad (15.30)$$

donde

$$K_1 = \exp \frac{UA}{\dot{m}_c c_{pc}} \quad (15.31)$$

En la bibliografía^{15b} están disponibles ecuaciones para otras situaciones de transferencia de calor en estado transitorio.

TRANSFERENCIA DE CALOR EN LECHOS EMPACADOS

Muchas reacciones catalíticas se realizan en reactores multitubulares que son semejantes a los intercambiadores de coraza y tubos. Las partículas del catalizador sólido se empacan en los tubos, y los gases reaccionantes entran y salen a través de los cabezales situados en los extremos del reactor. Para una reacción exotérmica, el calor de reacción se retira por medio de la circulación de un refrigerante o un fluido de enfriamiento del lado de la coraza. Para una reacción endotérmica, la energía que se requiere para la reacción se transfiere desde un fluido caliente en la coraza hacia las partículas del catalizador situadas en los tubos. Por lo general, el coeficiente de transferencia de calor limitante es el del lado del tubo y, con frecuencia, tanto el tamaño de los tubos como la velocidad de flujo másico se seleccionan para asegurar una temperatura de reacción prácticamente constante, o bien para prevenir que la temperatura máxima del catalizador rebase su valor de seguridad. En el tratamiento que sigue se utiliza como ejemplo una reacción exotérmica debido a que es el caso más habitual y a que un coeficiente global demasiado bajo puede conducir a un aumento incontrolable de la temperatura del reactor o a una reacción “fuera de control”.

Perfiles de temperatura y velocidad

El perfil radial de temperatura para una reacción exotérmica en un tubo empacado tiene la forma que se muestra en la figura 15.19a. Hay un gradiente brusco cerca de la pared interior y un perfil de temperatura prácticamente parabólico en el resto del lecho catalítico. El perfil de velocidad (figura 15.19b) presenta un pico cerca de la pared, debido al menor empaquetamiento de las partículas en esta región que en el resto del tubo. En el caso de un tubo vacío con flujo turbulento y una reacción homogénea, los perfiles de temperatura y velocidad serían tales que casi todo el gradiente estaría cerca de la pared.

Coeficientes de transferencia de calor

Para un tratamiento sencillo unidimensional del caso de tubos empacados, el coeficiente de transferencia de calor está basado en una temperatura media radial del gas, donde $\bar{T}$ es la temperatura que resultaría de la mezcla de todo el gas circulando a través del tubo a una determinada distancia a lo largo de éste. Por lo tanto,

$$dq = U dA (\bar{T} - T_j) \quad (15.32)$$

donde $dA = \pi D_i dL$, y

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_o D_o / D_i} + \frac{x_w}{k_m \bar{D}_L / D_i}$$

En este tratamiento sencillo, se supone que las temperaturas del gas y del sólido son las mismas, si bien, para el caso de una reacción exotérmica, las partículas del catalizador estarán más calientes que el gas que las rodea. La diferencia entre las temperaturas del sólido y el gas se calcula utilizando las correlaciones del capítulo 17; esta diferencia es generalmente de sólo unos pocos grados en comparación con una fuerza impulsora típica $\bar{T} - T_j$ de 20 a 30 °C.

Debido a que la velocidad real del gas entre las partículas es varias veces superior a la velocidad superficial del gas, la presencia de partículas sólidas da lugar a un coeficiente interior mucho mayor que para un tubo vacío con la misma velocidad de flujo. Para el aire en tubos empacados con esferas, los coeficientes son de cinco a 10 veces los correspondientes para una tubería vacía. Los coeficientes aumentan exponencialmente con la velocidad de flujo elevado a la potencia 0.6 y disminuyen más con el aumento del tamaño del tubo en el caso de tubos vacíos.

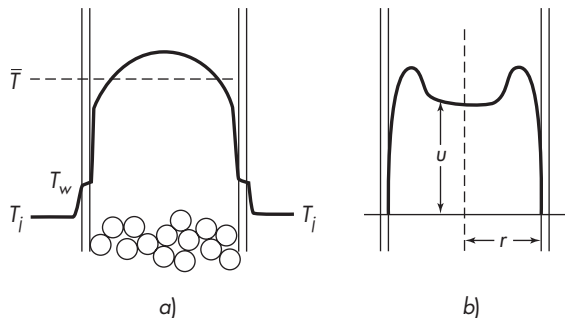


FIGURA 15.19

Perfiles de temperatura y velocidad en un reactor tubular empacado.

Los coeficientes para un tubo empacado son más altos cuando la relación D_p/D_i es del orden de 0.15 a 0.2, tal como indican los resultados de la figura 15.20. Para partículas muy pequeñas, la mezcla turbulenta en el lecho disminuye y existe una gran resistencia a la transferencia de calor en la región central que conduce un perfil de temperatura análogo al de flujo laminar. Para partículas muy grandes, existe una mezcla rápida y casi no hay gradiente en el centro del tubo, con una amplia región cerca de la pared que tiene una elevada fracción de huecos; la mayor parte de la resistencia a la transferencia de calor reside en este caso en dicha región. La inclinación de las curvas para $D_p/D_i \approx 0.3$ se ha atribuido a un aumento en la fracción de huecos.²⁸

Para predecir la velocidad de transferencia de calor para diferentes tamaños de partículas y tubos, velocidades de flujo de gas y propiedades del gas, el coeficiente h_i se divide en dos partes para tener en cuenta la resistencia en la región próxima a la pared y la resistencia en el resto del lecho empacado:

$$\frac{1}{h_i} = \frac{1}{h_{\text{lecho}}} + \frac{1}{h_w} \quad (15.33)$$

El coeficiente del lecho se obtiene a partir de una conductividad térmica efectiva k_e . La siguiente ecuación es aplicable cuando el perfil de temperatura en el lecho es parabólico:

$$h_{\text{lecho}} = \frac{4k_e}{r} \quad (15.34)$$

La conductividad efectiva del lecho tiene un término estático o de flujo cero, que generalmente es del orden de $5k_g$ cuando las partículas son un material inorgánico poroso tal como alúmina, gel de sílice o un catalizador impregnado, y k_g es la conductividad térmica del gas. La contribución del flujo turbulento a la conductividad es proporcional a la velocidad de flujo másico y al diámetro de la partícula, y el factor 0.1 en la siguiente ecuación está de acuerdo con la teoría para difusión turbulenta en lechos empacados.¹⁹

$$\frac{k_e}{k_g} \approx 5 + 0.1 \text{Re}_p \text{Pr} \quad (15.35)$$

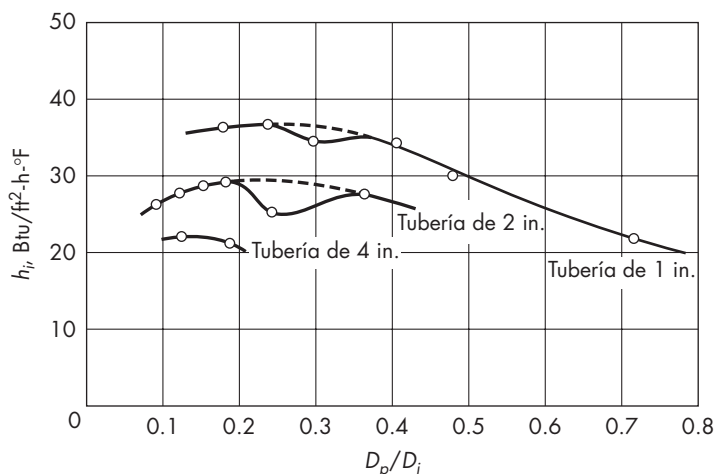


FIGURA 15.20

Coefficientes de la transferencia de calor para tubos empacados con esferas de alúmina. Flujo de aire, 3 000 lb/ft² · h (4.07 kg/m² · s).

Observe que el diámetro de la partícula se utiliza para el cálculo del número de Reynolds en la ecuación (15.35), y las propiedades del gas solamente se utilizan en el cálculo del número de Prandtl. El coeficiente de lecho se obtiene utilizando la ecuación (15.35) y la conductividad del gas para obtener k_e , y entonces la ecuación (15.34) da los valores de h_{lecho} .

El coeficiente h_w se estima a partir de la siguiente ecuación empírica, que se ha determinado restando la resistencia calculada del lecho de la resistencia global media.²⁷

$$\text{Nu}_w \equiv \frac{h_w D_p}{k_g} = 1.94 (\text{Re}_p)^{0.5} (\text{Pr})^{0.33} \quad (15.36)$$

La ecuación (15.36), en combinación con las ecuaciones para h_{lecho} , explica por qué el coeficiente combinado h_i se vuelve máximo cuando D_p/D_i está entre 0.1 y 0.2. Cuando D_p/D_i es pequeño, la resistencia del lecho es más importante; y al aumentar D_p , aumenta el Re_p y h_{lecho} . Con grandes D_p/D_i , la película de pared es la que se controla, y el aumento de D_p conduce a un bajo h_w y h_i , ya que, como se muestra en la ecuación (15.36), h_w varía con $D_p^{-0.5}$. La ecuación (15.36) se basó en los resultados para las esferas, pero da un ajuste bastante bueno a los datos para cilindros y empaque con forma de anillo.²⁹ Para tubos empaçados que operan a 200 °C o más, la radiación entre las partículas y desde las partículas a la pared se vuelve significativa, y predice coeficientes globales que deben ser corregidos para este efecto.³²

Regeneradores

En un regenerador, la transferencia de calor entre dos corrientes es transportada por el paso alternado de fluidos calientes y fríos a través de un lecho de sólidos, el cual tiene una apreciable capacidad de almacenamiento de calor. El fluido caliente proporciona calor a los sólidos, que se calientan en forma gradual; pero antes de alcanzar el equilibrio, los flujos son cambiados y entonces el fluido frío remueve el calor del lecho. En un tipo de regenerador, se utilizan dos lechos idénticos, como en un sistema absorbedor-desorbedor. (Véase figura 25.1.) Un segundo tipo utiliza un lecho rotatorio con la forma de una llanta gruesa, con el fluido frío que circula axialmente a través del sector (generalmente 180°) del lecho, mientras que el fluido caliente circula en la dirección contraria a través del otro sector. En regeneradores rotatorios, el lecho es frecuentemente una matriz de barras, pantallas o láminas corrugadas, lo que redunda en una gran área de superficie, pero además una alta fracción de huecos y una caída de presión más baja que un lecho de partículas.

Los regeneradores ofrecen la ventaja de un área de superficie grande por unidad de volumen y bajo costo comparado con los intercambiadores de coraza y tubos. Además son fáciles de limpiar, y el empaque puede ser fácilmente reemplazado. El principal problema con las unidades rotatorias es que un poco de fluido se filtra bajo las láminas deflectoras que separan a los sectores caliente y frío. Además, casi no existe la mezcla de las corrientes debido a que algo del fluido en los espacios huecos es transportado a través de las láminas deflectoras dentro de otro sector. Para el aire precalentado con gases de combustión caliente, la ligera fuga de gases de combustión dentro del aire, y viceversa, no es un gran problema, y los regeneradores rotatorios son ampliamente utilizados en plantas de energía eléctrica. También son utilizados con incineradores, altos hornos y motores de turbinas de gas. En general, los regeneradores no son idóneos para los líquidos, debido a que la capacidad térmica del líquido en los poros podría ser comparable a la de la matriz sólida.

La efectividad de un regenerador depende del número de las unidades de transferencia de calor y el ciclo de tiempo. Para capacidades de flujo iguales y resistencias despreciables en el sólido (pequeños números de Biot, Bi), los coeficientes de película se combinan para obtener un coeficiente global efectivo U .

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_c} + \frac{1}{h_h} \quad (15.37)$$

El número de las unidades de transferencia se basa en el área de la superficie total de los dos lechos o de la llanta rotatoria.

$$N_H = \frac{UA}{C} \quad (15.38)$$

donde $C = \dot{m}_c c_{pc} = \dot{m}_h c_{ph}$. La capacidad térmica del sólido (su masa m veces su calor específico c_s) se divide entre t , el tiempo para calentamiento y enfriamiento (la mitad del ciclo de tiempo) para dar la capacidad térmica en las mismas unidades como la capacidad de flujo de las corrientes.

$$C_R = \frac{mc_s}{t} \quad (15.39)$$

Entonces la relación de capacidad R_R se utiliza con N_H para caracterizar el funcionamiento.

$$R_R = \frac{C_R}{C} \quad (15.40)$$

En la figura 15.21²² se muestra la efectividad calculada para un regenerador ideal (sin fugas, sin mezclas, sin conducción axial). Para el caso limitante de un ciclo de tiempo muy corto, $R_R \rightarrow \infty$, la temperatura del sólido es una función sólo de la posición axial y no del tiempo. La efectividad es entonces la misma que la de un intercambiador ideal de calor con flujo a contracorriente 1-1 (véase figura 15.8). Cuando $R_R = 1$, el sólido tiene solamente suficiente capacidad para absorber todo el calor desde el gas caliente en t s. No habría punto de operación a valores muy bajos de R_R , y diseños típicos tienen a $R_R = 1.5$ a 5.

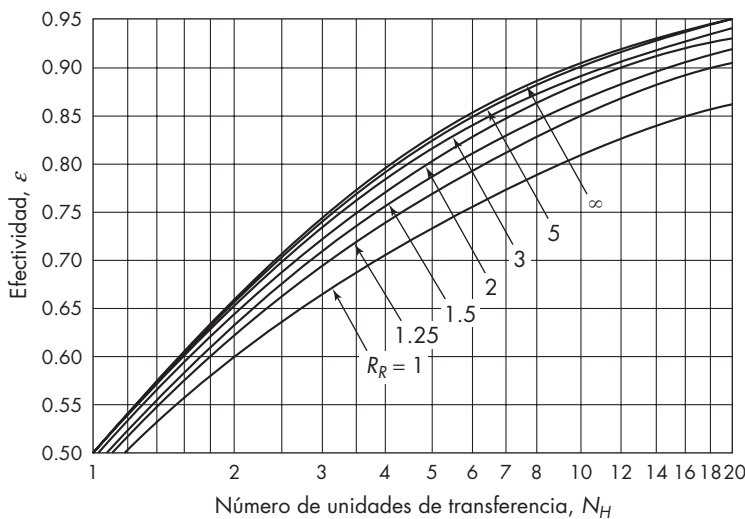


FIGURA 15.21

Efectividad de un regenerador a contraflujo balanceado. (Según Mills.²²)

SÍMBOLOS

A	Área, m^2 o ft^2 ; A_f , de la aleta; A_b , del tubo desnudo; A_i , del tubo interior; A_o , del tubo exterior
a	Exponente en la ecuación (15.27)
a_f	Factor de aleta [ecuación (15.19)]
B	Número de placas rascadoras
Bi	Número de Biot, adimensional; hr_m/k para la esfera
b	Exponente en la ecuación (15.25)
C	Capacidad térmica del regenerador de gases; C_R , del regenerador de sólidos
c_p	Calor específico a presión constante, $\text{J/g} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$; c_{pc} , del líquido frío; c_{ph} , del líquido caliente
D	Diámetro, m o ft ; D_a , del agitador o rascador; D_e , diámetro exterior del tubo del serpentín; D_e , diámetro equivalente de una conducción no circular; D_i , diámetro del tubo interior; D_o , del tubo exterior; D_p , de la partícula; D_s , diámetro interior de la coraza del intercambiador, D_t , del tanque agitado; $\bar{D}_L$, media logarítmica de los diámetros interior y exterior del tubo
F_a	Factor de arreglo del tubo para flujo cruzado [ecuación (15.8)]
F_G	Factor de corrección para la diferencia media de temperatura en intercambiadores de flujo cruzado o paso múltiple, adimensional
f	Factor de fricción de Fanning, adimensional
f_b	Fracción del área de la sección transversal de la coraza ocupada por la ventana de la placa deflectora
G	Velocidad de masa, $\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}$ o $\text{lb/ft}^2 \cdot \text{h}$; G_b , en la ventana de la placa deflectora; G_c , el flujo cruzado; G_e , valor efectivo en un intercambiador, $\sqrt{G_b G_c}$
h	Coefficiente individual de transferencia de calor, $\text{W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$; h_c , sobre el lado más frío; además exterior del serpentín; h_h , en el lado más caliente; h_i , para la pared interior del encamisado; h_o , para el exterior del tubo; h_w , de película gaseosa próxima a la pared; h_{lecho} , de lecho empacado
j_H	Factor j , adimensional, para la transferencia de calor del lado de la coraza
K	Coefficiente en la ecuación (15.27); K_1 , en la ecuación (15.30)
k	Conductividad térmica, $\text{W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$; k_e , valor efectivo para el lecho empacado; k_g , del gas; k_m , de la pared del tubo
L	Longitud de la aleta o del intercambiador, m o ft ; L_p , perímetro de la aleta
LMTD	Diferencia de temperatura media logarítmica, $\Delta \bar{T}_L$
m	Masa del líquido, kg o lb
$\dot{m}$	Velocidad de flujo, kg/h o lb/h ; $\dot{m}_c$, del fluido frío; $\dot{m}_h$, del fluido caliente
N_b	Número de tubos en la ventana de la placa deflectora
N_H	Número de unidades de transferencia de calor
Nu	Número de Nusselt, hD_e/k , adimensional
n	Número de conductos en el intercambiador de placa; además velocidad del agitador o del rascador, r/s o r/h
P	Ancho de la placa deflectora, m o ft
Pr	Número de Prandtl, $c_p \mu / k$, adimensional
p	Distancia entre los centros de los tubos, m o ft ; además, presión, N/m^2 o lb_f/ft^2
Q	Cantidad de calor, J o Btu ; Q_T , cantidad total transferida durante el intervalo de tiempo t_T

q	Velocidad de la transferencia de calor, W o Btu/h
R_C	Relación de la capacidad térmica; R_R , para el regenerador
Re	Número de Reynolds, DG/μ o $D_a^2 n \rho / \mu$; Re_p , para lecho empacado, $D_p G / \mu$
r_H	Radio hidráulico, m o ft
S	Área de la sección transversal, m^2 o ft^2 ; S_b , área para el flujo cruzado en la coraza del intercambiador
T	Temperatura, $^{\circ}C$ o $^{\circ}F$; T_F , para la distancia x desde la base de la aleta; T_a , valor inicial; T_b , valor final; T_{ca} , a la entrada del fluido frío; T_{cb} , en la salida del fluido frío; T_{ci} , temperatura intermedia del fluido frío; T_{ha} , en la entrada del fluido caliente; T_{hb} , en la salida del fluido caliente; T_j , en el encamisado; T_r , temperatura reducida; T_s , temperatura del fluido de calefacción con temperatura constante; T_w , de la superficie o parte desnuda del tubo con aletas; $\bar{T}$, valor medio en un lecho empacado
t	Tiempo, s o h; t_T , longitud del intervalo de tiempo
U	Coefficiente global de la transferencia de calor, $W/m^2 \cdot ^{\circ}C$ o $Btu/ft^2 \cdot h \cdot ^{\circ}F$; U_i , basado en el área interior
u	Velocidad del fluido, m/s o ft/s
$\bar{V}$	Velocidad media del fluido en la dirección longitudinal, m/s o ft/s
w	Anchura de las placas en el intercambiador de placa
x_F	Altura de la aleta, m o ft; x_w , espesor de la pared del tubo
y_F	Espesor de la aleta, m o ft
Z	Relación de los intervalos de temperatura en intercambiadores de paso múltiple o flujo cruzado, adimensional [ecuación (15.1)]

Letras griegas

α	Difusividad térmica, m^2/h o ft^2/h
Δp	Caída de presión, N/m^2 o lb_f/ft^2
ΔT	Diferencia de temperatura, $^{\circ}C$ o $^{\circ}F$; ΔT_o , entre el fluido y la pared del tubo con aleta; $\bar{\Delta T}$, valor medio global corregido; $\bar{\Delta T}_F$, diferencia media entre el fluido y las aletas; $\bar{\Delta T}_L$, valor medio logarítmico
ε	Efectividad del intercambiador de calor, adimensional
η_F	Eficiencia de aleta, $\bar{\Delta T}_F / \Delta T_o$
η_H	Efectividad de calentamiento, adimensional [ecuación (15.2)]
μ	Viscosidad absoluta, cP o $lb/ft \cdot h$; μ_w , para la temperatura de la pared o superficie
ρ	Densidad, kg/m^3 o lb/ft^3

PROBLEMAS

- 15.1.** En dirección perpendicular a una bancada de tubos, que tiene 10 tubos y 10 espacios de anchura de 10 hileras de profundidad, circula aire a una velocidad de $3 \text{ m}^3/\text{s}$ (medido a $0^{\circ}C$ y a 1 atm). La longitud de cada tubo es de 3.5 m. Los tubos están situados en posición triangular, con una distancia entre centros de los tubos de 75 mm. Se desea calentar el aire desde 20 hasta $40^{\circ}C$ a la presión atmosférica. ¿Qué presión del vapor de agua debe utilizarse? Las tuberías de acero tienen 25 mm de diámetro exterior.

- 15.2.** Se desean calentar 150 000 kg/h de un crudo de petróleo desde 20 hasta 57 °C mediante un intercambio de calor con un producto residual de una unidad de destilación. El producto a 129 000 kg/h ha de enfriarse desde 146 a 107 °C. Se dispone de un intercambiador tubular de tubos de acero dentro de una coraza de 23½ in., con un paso del lado de la coraza y dos pasos del lado de los tubos. Tiene 324 tubos de ¾ in. de diámetro exterior, 14 BWG, y 12 ft de longitud, en disposición cuadrada de 1 in. de pitch, soportados por placas deflectoras con un corte de 25%, separadas a intervalos de 9 in. ¿Será adecuado el intercambiador?, es decir, ¿cuál es el factor de ensuciamiento (incrustación) permisible? Las propiedades medias se dan en la tabla 15.2.
- 15.3.** Un calentador de dos pasos de tubos verticales se utiliza para calentar un aceite. Como medio de calefacción se utiliza vapor de agua saturado a 100 lb_f/in.² manométricas. Los tubos son de acero de 1 in. de diámetro exterior y 16 BWG. El aceite entra a 60 °F y sale a 150 °F. La relación viscosidad-temperatura es exponencial. La viscosidad a 60 °F es 5.0 cP y a 150 °F es 1.8 cP. El aceite tiene 37° de API (gravedad específica 0.840) a 60 °F. El flujo de aceite es 150 bbl/h (1 bbl = 42 gal). Suponga que el vapor de agua condensa en la película. La conductividad térmica del aceite es 0.078 Btu/ft · h · °F, y el calor específico es 0.480 Btu/lb · °F. La velocidad del aceite en los tubos será aproximadamente de 4 ft/s. Calcule la longitud de los tubos necesaria para este calentador.
- 15.4.** Un crudo de petróleo que tiene las propiedades que se indican en la tabla 15.3 ha de calentarse en un calentador horizontal de paso múltiple con vapor de agua de una presión manométrica de 60 lb_f/in.² Los tubos son de acero, de ¾ in. de diámetro exterior, 16 BWG, y su longitud máxima es de 15 ft. El crudo entra a 100 °F y sale a 180 °F, entrando en los tubos a una velocidad aproximada de 4 ft/s. La velocidad de flujo total es 200 gal/min. Suponga que hay una mezcla completa del crudo después de cada paso, ¿cuántos pasos se requieren?
- 15.5.** Compare los coeficientes predichos por la ecuación de Donohue [ecuación (15.6)] con los que se obtienen a partir de la ecuación (12.63) para flujo perpendicular a un solo cilindro. ¿Se justifica la diferencia considerando las velocidades de masa media y máxima en el lado de la coraza del intercambiador?
- 15.6.** Un intercambiador de coraza y tubos se utiliza para enfriar una corriente acuosa desde 95 hasta 30 °C usando agua de enfriamiento a 20 °C. Si la velocidad de flujo del agua de enfriamiento es el doble que la de la corriente de proceso, ¿se obtendría un coeficiente global más elevado circulando agua de enfriamiento por los tubos o por la coraza?
- 15.7.** Se debe diseñar una calandria de circulación natural calentada con vapor de agua para ebullicir a 5 000 kg/h de clorobenceno a la presión atmosférica. a) ¿Qué superficie de transferencia

TABLA 15.2

Datos para el problema 15.2

	Producto, tubos exteriores	Crudo, tubos interiores
c_p , J/g · °C	2.20	1.99
μ , cP	5.2	2.9
ρ , kg/m ³	867	825
k , W/m · °C	0.119	0.137

TABLA 15.3

Datos para el problema 15.4

Temperatura, °F	Conductividad térmica, Btu/ft · h · °F	Viscosidad cinemática, 10 ⁵ ft ² /s	Densidad, lb/ft ³	Calor específico, Btu/lb · °F
100	0.0739	36.6	55.25	0.455
120	0.0737	21.8	54.81	0.466
140	0.0733	14.4	54.37	0.477
160	0.0728	10.2	53.92	0.487
180	0.0724	7.52	53.48	0.498
200	0.0719	5.70	53.03	0.508
220	0.0711	4.52	52.58	0.519
240	0.0706	3.67	52.13	0.530
260	0.0702	3.07		0.540

de calor aproximada se requerirá? b) ¿Qué superficie se requerirá si la presión media en la calandria fuera de 0.5 atm abs? La temperatura normal de ebullición del clorobenceno es 132.0 °C; y su temperatura crítica es de 359.2 °C.

- 15.8.** Estireno líquido a 60 °C se calienta en un tanque de 2 m de diámetro provisto de un encamisado para vapor de agua y equipado con una turbina de seis palas estándar. a) Calcule el coeficiente de película para la pared interior h_i si la velocidad del agitador es de 140 rpm. b) Si se utiliza una turbina con palas inclinadas a las que se comunica la misma potencia de entrada, ¿cuál sería el coeficiente en comparación con el de la turbina estándar?
- 15.9.** Un tanque de 2 m de diámetro provisto de un agitador de turbina contiene 5 500 kg de una solución acuosa diluida. El agitador tiene $\frac{2}{3}$ m de diámetro y gira a 140 rpm. El tanque está provisto de un encamisado en el que condensa vapor de agua a 110 °C; y el área de la transferencia de calor es de 12 m². Las paredes del tanque son de acero con un espesor de 10 mm. Si la solución está a 40 °C y el coeficiente de transferencia de calor del vapor condensado es 10 kW/m² · °C, ¿cuál es la velocidad de transferencia de calor entre el vapor y el líquido?
- 15.10.** Para las condiciones del problema 15.9, ¿cuánto tiempo se necesitará para calentar el contenido del tanque a) desde 20 hasta 60 °C, b) desde 60 hasta 100 °C?
- 15.11.** Una reacción exotérmica en fase gaseosa se realiza en un reactor multitubular con el catalizador en el interior de tubos de 1 in. y agua hirviendo en el encamisado. La temperatura de la alimentación y la del encamisado son 240 °C. La temperatura media del reactor aumenta hasta 250 °C a una corta distancia de la entrada y después disminuye gradualmente hasta 241 °C a la salida del reactor. La resistencia a la transferencia de calor es aproximadamente igual en el lecho y en la película de pared. Si el diámetro del tubo aumentara hasta 1.5 in. utilizando el mismo catalizador, ¿cuál será la temperatura del encamisado para mantener la temperatura del reactor en 250 °C? Dibuje los perfiles de temperatura para los dos casos. ¿Qué presión del vapor de agua se generaría en los dos casos?
- 15.12.** Para su utilización en una planta piloto, se hace circular aire a través de una tubería de 50 mm equipada con una cinta calefactora eléctrica arrollada a su superficie exterior. ¿Por qué factor se multiplicaría el coeficiente global de la transferencia de calor si la tubería se llena con partículas de alúmina de 12 mm? El número de Reynolds basado en la tubería vacía es 12000.

- 15.13.** A continuación^{8b} se proporciona los datos de un tubo de calor diseñado para precalentar aire para un hervidor. *a)* Verifique el balance de energía para la unidad y calcule el flujo promedio de transferencia de calor en kW para un solo tubo; *b)* estime la temperatura del fluido en el interior del tubo en los dos extremos, el frío y el caliente, asumiendo que la película del aire y la película de la chimenea del gas presentan la misma resistencia aproximadamente; *c)* ¿cuál es el valor de U basado en el área externa de la tubería, sin tener en cuenta el área de las aletas?

Flujo del gas de la chimenea: 36 700 kg/h.

Flujo de aire: 34 500 kg/h.

Temperaturas del gas de la chimenea: de entrada, 260 °C; salida, 177 °C.

Temperaturas del aire: entrada, 27 °C; salida, 120 °C

Tubos de calor: 144 tubos, 5.1 cm de diámetro, 4.57 m de largo.

- 15.14.** Un intercambiador de tubos y coraza con dos pasos en el lado de los tubos se usa para calentar metanol desde 60 hasta 140 °F con vapor saturado que condensa 230 °F en el lado de la coraza.^{27a} Los tubos de acero BWG 14 tienen $\frac{3}{4}$ in. de diámetro externo. El coeficiente global de diseño (área interna) es de 196 Btu/h · ft² · °F, basado en un coeficiente de ensuciamiento estimado de 1 800 Btu/h · ft² · °F. *a)* Si para calentar etanol se usaron cuatro pasos en los tubos, ¿cuál sería el nuevo coeficiente global?; *b)* estime la nueva caída de presión si la longitud del tubo se mantuviera sin cambios y el Δp calculado para dos pasos en los tubos fuera 140 lb/ft².
- 15.15.** Un intercambiador de tubos y coraza con tubos BWG de 1 in. se usará para enfriar un aceite pesado desde 120 hasta 50 °C, usando agua de enfriamiento a 25 °C. Las propiedades del aceite son:

	120 °C	50° C
ρ , kg/m ³	710	780
μ , cP	3.1	12
k , W/m · °C	0.104	0.104
c_p , J/g · °C	2.1	2.1

a) Para poder decidir cuál líquido debe ingresar a los tubos, compare el coeficiente de película de aceite para fluir en los tubos a 30 cm/s con el coeficiente fuera de los tubos a la misma velocidad. Asuma $G_b = G_c$ para el flujo de el lado de la coraza. ¿Cómo se ve afectada la comparación de la parte *a)* por la velocidad elegida?

- 15.16.** Calcule F_G para un intercambiador 1 – 2 con $Z = 1.0$ y $\eta_H = 0.50$ usando la ecuación (15.1) y verifique con el valor obtenido en la figura 15.6.
- 15.17.** Compare el coeficiente externo en un intercambiador de flujo cruzado [ecuación (15.8)] con el predicho por la ecuación de Donohue [ecuación (15.6)] para valores típicos de Re y Pr . ¿Por qué los valores de la ecuación de Donohue son mucho más bajos?
- 15.18.** Un aceite hidrocarburo con las propiedades dadas en el problema 15.15 se debe enfriar de 120 a 60 °C en un intercambiador de placas. El agua de enfriamiento entra a 30 °C al intercambiador, con flujo dos veces el de flujo másico del aceite. Si la velocidad de aceite es 1.0 ft/s, estime el coeficiente global para el intercambiador.

REFERENCIAS

1. American Society of Mechanical Engineers. *Boiler and Pressure Vessel Code*. Nueva York: ASME, 1995.
2. APV Corporation. *Heat Transfer Handbook*. Goldsboro, NC: 2000.
3. Babcock and Wilcox Co. *Steam—Its Generation and Use*, 40a. ed. Nueva York: Babcock and Wilcox, 1992.
4. Bollinger, D.H. *Chem. Eng.*, **89**(19): 95 (1982).
5. Bowman, R.A., A.C. Mueller y W.M. Nagle. *Trans. ASME*, **62**: 283 (1940).
6. Donohue, D.A. *Ind. Eng. Chem.*, **41**: 2499 (1949).
7. Douglas, J.M. *Conceptual Design of Chemical Processes*. Nueva York: McGraw-Hill, 1988, capítulo 8.
8. Dunn, P. D. y D. A. Reay, *Heat Pipes*, 4a. ed., Oxford, Nueva York: Pergamon, 1994; a) p. 107; b) p. 305.
9. Fogg, R.M. y V.W. Uhl. *Chem. Eng. Prog.*, **69**(7): 76 (1973).
10. Gardner, K.A. *Trans. ASME*, **67**: 621 (1945).
11. Gentry, C.C., R.K. Young y W. M. Small. *AIChE Symp. Ser.*, **80**(236): 104 (1984).
12. Gentry, C.C. *Chem. Eng. Prog.*, **86**(7): 48 (1990).
13. Gianolio, E. y F. Cuti. *Heat Trans. Eng.*, **3**(1): 38 (1981).
14. Harriott, P. *Chem. Eng. Prog. Symp. Ser.*, **29**: 137 (1959).
15. Kern, D.Q. *Process Heat Transfer*. Nueva York: McGraw-Hill, 1950; a) pp. 626-637; b) p. 841.
16. Kerner, J. *Chem. Eng.*, **100**(11): 177 (1993).
17. Kung, D.M. y P. Harriott. *Ind. Eng. Chem. Res.*, **26**: 1654 (1987).
18. Lehrer, I.H. *Heat Trans. Eng.*, **2**(3-4): 95 (1981).
19. Lerner, J.E. *Hydrocarbon Proc.*, **51**(2): 93 (1972).
20. Li, C.H. y B.A. Finlayson. *Chem. Eng. Sci.*, **32**: 1055 (1977).
21. Marriott, J. *Chem. Eng.*, **78**(8): 127 (1971).
22. McAdams, W.H. *Heat Transmission*, 3a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1954.
23. Mills, A.F. *Heat Transfer*, Homewood, IL: Irwin, 1992, p. 751.
24. Mukherjee, R., *Chem. Eng. Progr.*, **94**(3): 35 (1998).
25. Oldshue, J.Y. y A.T. Gretton. *Chem. Eng. Prog.*, **50**: 615 (1954).
26. Perry, R.H. y D.W. Green (eds.). *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1997; a) p. 11-4ff, b) p. 11-9.
27. Peters, M.S. y K.D. Timmerhaus. *Plant Design and Economics for Chemical Engineers*, 3a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1980, pp. 678-95.
28. Peters, P.E., Tesis M. S., Cornell University, Ithaca, NY, 1982.
29. Peters, P.E., R.S. Schiffino y P. Harriott. *Ind. Eng. Chem. Res.*, **27**: 226 (1988).
30. Polley, G. y Haslego, *Chem. Eng. Progr.*, **98**(10): 48 (2002); **98**(11): 47 (2002).
31. Ramdas, V., V.W. Uhl, M.W. Osborne y J.R. Ortt. *Heat Trans. Eng.*, **1**(4): 38 (1980).
32. Schotte, W. *AIChE J.*, **6**: 63 (1960).
33. Skelland, A.H.P. *Chem. Eng. Sci.*, **7**: 166 (1958).
34. Steve, E.H. *Chem. Eng.*, **105**(1): 92 (1998).
35. Strek, F. y S. Masiuk. *Intl. Chem. Eng.*, **7**: 693 (1967).
36. Tubular Exchangers Manufacturers Association. *Standards of the TEMA*, 7a. ed. Nueva York: TEMA, 1988.
37. Uhl, V.W. y J.B. Gray. *Mixing*, vol. 1. Nueva York: Academic, 1966; a) p. 284; b) pp. 298-303.
38. Walas, F.M. *Chemical Process Equipment*, Stoneham, MA: Butterworths, 1988, capítulo 8.

CAPÍTULO 16

Evaporación

En el capítulo 13 se trató de una forma general la transferencia de calor a un líquido en ebullición. Un caso especial ocurre con tanta frecuencia que se considera como una operación individual. Se trata de la *evaporación* y es el tema de este capítulo.

El objetivo de la evaporación es concentrar una solución consistente en un soluto no volátil y un solvente volátil. En la mayor parte de las evaporaciones, el solvente es agua. La evaporación se realiza vaporizando una parte del solvente para producir una solución concentrada de licor espeso. La evaporación difiere del secado en que el residuo es un líquido —a veces altamente viscoso— en vez de un sólido; difiere de la destilación en que el vapor es generalmente un solo componente y, aun cuando el vapor sea una mezcla, en la evaporación no se intenta separar el vapor en fracciones; difiere de la cristalización en que su interés reside en concentrar una solución y no en formar cristales. En ciertas situaciones, por ejemplo, en la evaporación de salmuera para producir sal común, la frontera entre evaporación y cristalización dista mucho de ser nítida. La evaporación produce a veces una suspensión de cristales en un licor madre saturado. En este libro tales procesos se consideran en el capítulo 27, que está dedicado a la cristalización.

En la evaporación, por lo general, el producto valioso es el líquido concentrado (licor espeso) mientras que el vapor se condensa y se desecha. Sin embargo, en un caso específico es probable que ocurra lo contrario. El agua mineral se evapora con frecuencia a fin de obtener un producto exento de sólidos para la alimentación de calderas, para procesos con requerimientos especiales o para el consumo humano. Esta técnica se conoce con frecuencia con el nombre de *destilación de agua*, pero técnicamente es evaporación. Se han desarrollado procesos de evaporación a gran escala que se utilizan para la recuperación de agua potable a partir de agua de mar. En este caso, el agua condensada es el producto deseado. Sólo se recupera una fracción del agua total contenida en la alimentación, mientras que el resto se devuelve al mar.

Características del líquido

La solución práctica a un problema de evaporación está en estrecha relación con el carácter del líquido que se concentra. Es la gran variedad de características de licores (que demanda criterio y experiencia en el diseño y operación de evaporadores) lo que amplía esta operación desde una sencilla transferencia de calor hasta un arte separado. A continuación se comentan algunas de las propiedades más importantes de los líquidos que se evaporan.

Concentración. Aunque la solución de alimentación que entra como licor a un evaporador puede estar suficientemente diluida teniendo muchas de las propiedades físicas del agua, a medida que aumenta la concentración la solución adquiere cada vez un carácter más individualista. La densidad y la viscosidad aumentan con el contenido de sólidos hasta que la solución se transforma en saturada o el licor se vuelve demasiado viscoso para una transferencia de calor adecuada. La ebullición continuada de una solución saturada da lugar a la formación de cristales, que es preciso separar, pues de lo contrario los tubos se obstruyen. La temperatura de ebullición de la solución puede también aumentar en forma considerable al aumentar el contenido de sólidos, de modo que la temperatura de ebullición de una solución concentrada puede ser mucho mayor que la del agua a la misma presión.

Formación de espuma. Algunos materiales, en especial las sustancias orgánicas, forman espuma durante la vaporización. Una espuma estable acompaña al vapor que sale del evaporador, causando un fuerte arrastre.

Sensibilidad a la temperatura. Muchos productos químicos finos, productos farmacéuticos y alimentos se deterioran cuando se calientan a temperaturas moderadas durante tiempos relativamente cortos. En la concentración de estos materiales se necesitan técnicas especiales para reducir tanto la temperatura del líquido como el tiempo de calentamiento.

Incrustaciones. Algunas soluciones depositan costras sobre la superficie de calentamiento. En estos casos, el coeficiente global disminuye progresivamente hasta que llega un momento en que es preciso interrumpir la operación del evaporador y limpiar los tubos.

Materiales de construcción. Siempre que es posible, los evaporadores se construyen con algún tipo de acero. Sin embargo, muchas soluciones atacan a los metales ferrosos y se produce contaminación. En estos casos se utilizan materiales especiales tales como cobre, níquel, acero inoxidable, aluminio, grafito y plomo. Debido a que los materiales son caros, resulta especialmente deseable obtener elevadas velocidades de transferencia de calor con el fin de minimizar los costos del equipo.

El diseñador de un evaporador debe tener en cuenta muchas otras características del líquido. Algunas de ellas son el calor específico, el calor de concentración, la temperatura de congelación, la liberación de gas durante la ebullición, la toxicidad, los peligros de explosión, la radioactividad y la necesidad de operación estéril. Debido a la gran variedad de propiedades de las soluciones, se han desarrollado diferentes tipos de evaporadores. La elección para el caso de un problema específico depende esencialmente de las características del líquido.

Operación de simple y múltiple efecto

La mayoría de los evaporadores se calientan con vapor de agua que condensa sobre tubos metálicos. Excepto en algunos casos de evaporadores de tubos horizontales,¹⁰ el material a evaporarse fluye dentro de los tubos. Generalmente el vapor es de baja presión, inferior a 3 atm absolutas, y con frecuencia el líquido que hierve se encuentra a un vacío moderado, con presión tan baja hasta de 0.05 atm absolutas. Al reducir la temperatura de ebullición del líquido, aumenta la diferencia de temperatura entre el vapor y el líquido en ebullición y, por lo tanto, aumenta la velocidad de transferencia de calor en el evaporador.

Cuando se utiliza un solo evaporador, el vapor procedente del líquido en ebullición se condensa y desecha. Este método recibe el nombre de *evaporación de simple efecto*, y aunque es sencillo, utiliza ineficazmente el vapor. Para evaporar 1 kg de agua de la solución se requieren de 1 a 1.3 kg de vapor. Si el vapor procedente de uno de los evaporadores se introduce como alimentación en el elemento calefactor de un segundo evaporador, y el vapor procedente de éste se envía al condensador, la operación recibe el nombre de doble efecto. El calor del vapor de agua original es reutilizado en el segundo efecto, y la evaporación obtenida por unidad de masa del vapor de agua de alimentación al primer efecto es aproximadamente el doble. Es posible añadir efectos de la misma forma. El método general para aumentar la evaporación por kilogramo de vapor de agua utilizando una serie de evaporadores entre el suministro de vapor y el condensador, recibe el nombre de *evaporación de efecto múltiple*.

TIPOS DE EVAPORADORES

Los principales tipos de evaporadores tubulares calentados con vapor de agua que se utilizan actualmente son:

1. Evaporadores de tubos largos verticales:
 - a) Flujo ascendente (película ascendente).
 - b) Flujo descendente (película descendente).
 - c) Circulación forzada.
2. Evaporadores de película agitada.

Evaporadores con un paso y de circulación

Los evaporadores se pueden operar como unidades con un paso o como unidades de circulación. En la operación con un paso, el líquido de alimentación pasa una sola vez a través de los tubos, libera el vapor y sale de la unidad como solución concentrada (o licor espeso). Toda la evaporación tiene lugar en un solo paso. La relación de evaporación a alimentación está limitada en una unidad de un solo paso, por lo tanto, estos evaporadores se adaptan bien a la operación de múltiple efecto, donde la concentración total puede conseguirse en varios efectos. Los evaporadores de película agitada operan siempre con un solo paso; los evaporadores de película ascendente y de película descendente pueden también operar en esta forma.

Los evaporadores con un solo paso son especialmente útiles para materiales sensibles al calor. Al operar a vacío elevado, es posible mantener baja la temperatura del líquido. Con un solo paso rápido a través de los tubos, la solución concentrada está a la temperatura de evaporación, pero solamente durante un corto periodo, y puede enfriarse rápidamente en cuanto sale del evaporador.

En los evaporadores de circulación se mantiene una masa de líquido dentro del equipo. La alimentación que entra se mezcla con la masa global de líquido y después pasa a través de los tubos. El líquido no evaporado descarga de los tubos, retorna al equipo, de forma que en cada paso solamente ocurre una parte de la evaporación total. Todos los evaporadores de circulación forzada operan en esta forma; los evaporadores de película ascendente son generalmente unidades de circulación.

El licor concentrado procedente de un evaporador con circulación se retira de la masa del líquido. Por lo tanto, la solución tiene la máxima concentración. Es probable que el líquido que entra en los tubos contenga varias partes de solución concentrada por cada parte de alimentación; por consiguiente, su viscosidad es alta y el coeficiente de transferencia de calor tiende a ser bajo.

Los evaporadores de circulación no son muy adecuados para concentrar líquidos sensibles al calor. Con un vacío razonablemente bueno, la temperatura de la masa global de líquido puede no ser destructiva, pero el líquido está repetidamente expuesto al contacto con los tubos calientes. Por lo tanto, algo de líquido puede calentarse a una temperatura excesivamente elevada. Aunque el tiempo de residencia promedio del líquido en la zona de calentamiento sea corto, parte del líquido es retenido en el evaporador un tiempo considerable. El calentamiento prolongado de incluso una pequeña parte de material sensible al calor, tal como un producto alimenticio, es capaz de estropear todo el producto.

Sin embargo, los evaporadores de circulación pueden operar en un amplio intervalo de concentración entre la alimentación y el licor concentrado utilizando una sola unidad, adaptándose bien a la evaporación de un solo efecto. Operan indistintamente con circulación natural, con flujo a través de los tubos inducido por la diferencia de densidades, o con circulación forzada, promoviendo el flujo mediante una bomba.

Evaporadores de tubos largos con flujo ascendente

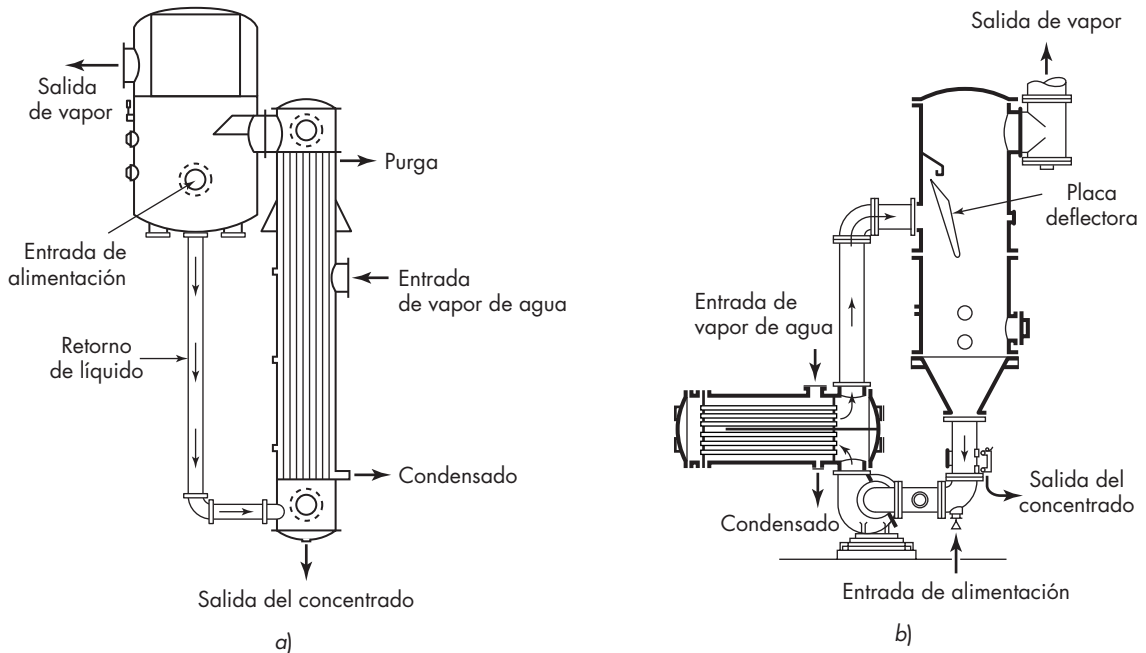
En la figura 16.1a se presenta un evaporador de tubos largos típico, con flujo ascendente de líquido. Las partes esenciales son: 1) un intercambiador de calor tubular con vapor de agua en el lado de la coraza y el líquido que se desea concentrar en el interior de los tubos; 2) un separador o espacio de vapor para separar el líquido arrastrado por el vapor, y 3) cuando opera como una unidad de circulación, existe un brazo de recirculación para el líquido desde el separador hasta el fondo del intercambiador. Existen entradas para el líquido de alimentación y el vapor de calentamiento, y salidas para el vapor, la solución concentrada, el vapor condensado y los gases no condensables procedentes del vapor de calentamiento.

El calentador tubular opera de la misma forma que la calandria de circulación natural descrita en el capítulo 13, página 431. Sin embargo, los tubos son más largos que los de la calandria: tienen por lo general de 25 a 50 mm (1 o 2 in.) de diámetro y de 3 a 10 m (10 a 32 ft) de longitud. La alimentación diluida entra al sistema y se mezcla con el líquido que retorna del separador. La solución concentrada es retirada por el fondo del calentador; el resto de la solución es parcialmente vaporizada conforme sube a través de los tubos. La mezcla de líquido y vapor fluye desde arriba de los tubos dentro del separador, donde su velocidad se reduce en forma considerable. Para ayudar a eliminar las gotas de líquido, el vapor golpea sobre ellas y entonces pasa alrededor de placas deflectoras colocadas antes de la salida del separador. El evaporador mostrado en la figura 16.1a solamente puede ser operado como una unidad de circulación.

Los evaporadores de tubos largos verticales son especialmente efectivos para concentrar líquidos que tienden a formar espuma. La espuma se rompe cuando la mezcla de líquido y vapor de alta velocidad choca contra las paredes deflectoras de la carga de vapor.

Evaporadoras de película descendente^{8,11}

La concentración de materiales altamente sensibles al calor, tales como el jugo de naranja, requieren un tiempo mínimo de exposición a una superficie caliente. Esto se consigue

**FIGURA 16.1**

Evaporadores: a) unidad de tubos largos verticales, película ascendente; b) unidad de circulación forzada con elemento de calentamiento separado de dos pasos horizontales.

con evaporadores de película descendente de un solo paso, en los que el líquido entra por la parte superior, desciende por el interior de los tubos calentados con vapor de agua, como una película y sale por el fondo. Los tubos son largos —de 50 a 250 mm (2 a 10 in.) de diámetro—. El vapor procedente del líquido generalmente es arrastrado hacia abajo con el líquido y sale por el fondo de la unidad. Estos evaporadores parecen largos intercambiadores tubulares verticales con un separador de líquido y vapor en el fondo y un distribuidor de líquido en la parte superior.

El principal problema de un evaporador de película descendente es la distribución uniforme del líquido como en forma de película dentro de los tubos. Esto se consigue mediante una serie de placas metálicas perforadas situadas sobre una placa tubular cuidadosamente nivelada, por medio de inserciones en los extremos de los tubos que generen un flujo uniforme en cada tubo, o mediante distribuidores tipo *araña* con brazos radiales que distribuyen con velocidad constante la alimentación sobre la superficie interior de cada tubo. Otra forma consiste en utilizar una boquilla individual de pulverización dentro de cada tubo.

Cuando es posible recircular sin dañar el líquido, la distribución de éste hacia los tubos se facilita por una recirculación moderada del mismo en la parte superior de los tubos. Esto proporciona un mayor volumen de flujo a través de los tubos que el que sería posible en una operación de no recirculación. Durante la operación, la cantidad del líquido se reduce constantemente en la medida en que éste fluye hacia abajo, pero una reducción muy grande puede llevar a secciones secas cerca del fondo del tubo. De este modo, la cantidad de concentración que se puede lograr en una pasada es limitada. Los

evaporadores de película descendente, sin recirculación y cortos tiempos de permanencia, manipulan productos sensibles que se no pueden concentrar de otra manera. También se adaptan muy bien para la concentración de líquidos viscosos.

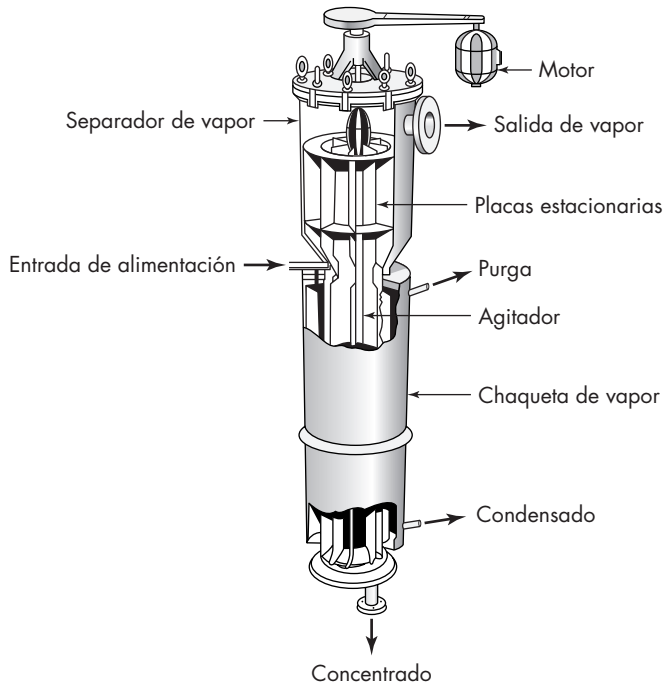
Evaporadores de circulación forzada

En un evaporador de circulación natural,² el líquido entra a los tubos a una velocidad de 0.3 a 1.2 m/s (1 a 4 ft/s). La velocidad lineal aumenta muy rápido al formarse vapor en los tubos, de forma que por lo general las velocidades de transferencia de calor son satisfactorias. Sin embargo, con líquidos viscosos, el coeficiente global en una unidad de circulación natural quizá será demasiado bajo desde el punto de vista económico. Coeficientes más elevados se obtienen en evaporadores de circulación forzada, un ejemplo de los cuales se representa en la figura 16.1*b*. En este caso, una bomba centrífuga impulsa el líquido a través de los tubos entrando con una velocidad de 2 a 5.5 m/s (6 a 18 ft/s). Los tubos están sometidos a una carga estática suficiente para asegurar que no se produzca ebullición en los mismos; el líquido comienza a sobrecalentarse a medida que se reduce la carga estática con el flujo desde el calentador hasta el espacio de vapor, y se genera una mezcla de vapor y líquido pulverizado a la salida del intercambiador, justo antes de entrar en el cuerpo del evaporador. La mezcla de vapor y líquido choca contra una placa deflectora en el espacio de vapor. El líquido retorna a la entrada de la bomba, donde se mezcla con la alimentación fresca; el vapor sale por la parte superior del cuerpo del evaporador hacia el condensador, o al siguiente efecto. La parte del líquido que abandona el separador se retira de forma continua como concentrado.

En el diseño que se observa en la figura 16.1*b*, el intercambiador tiene tubos horizontales y es de dos pasos, tanto del lado de los tubos como del de la coraza. En otros diseños se utilizan intercambiadores verticales de un solo paso. En ambos casos, los coeficientes de transferencia de calor son elevados, especialmente con líquidos poco viscosos; pero los mejores resultados con respecto a la evaporación de circulación natural se produce con líquidos viscosos. En el caso de líquidos poco viscosos, la mejora que se obtiene con circulación forzada no compensa los costos adicionales de bombeo con respecto a la circulación natural; pero en cambio sí se compensa con líquidos viscosos, en especial cuando hay que utilizar como materiales de construcción metales costosos. Un ejemplo es la concentración de sosa cáustica donde el equipo es de níquel. En el caso de los evaporadores de múltiple efecto que dan lugar a un concentrado final viscoso, los primeros efectos pueden ser unidades de circulación natural, mientras los últimos que operan con líquidos viscosos, son unidades de circulación forzada. Debido a las altas velocidades con las que opera un evaporador de circulación forzada, el tiempo de residencia del líquido en los tubos es corto —alrededor de 1 a 3 s— de forma que es posible concentrar líquidos moderadamente sensibles al calor. También son efectivos para concentrar soluciones salinas o que tienden a formar espumas.

Evaporador de película agitada

La principal resistencia a la transferencia de calor global desde el vapor de agua que condensa hasta el líquido que hierve en un evaporador reside del lado del líquido. Una forma de reducir la resistencia, especialmente con líquidos viscosos, es por la agitación mecánica de película líquida, como en el evaporador mostrado en la figura 16.2. Éste es

**FIGURA 16.2**

Evaporador de película agitada.

un evaporador de película descendente modificado con un solo tubo enchaquetado que contiene un agitador interno. La alimentación entra por la parte superior de la sección enchaquetada y se dispersa en forma de película altamente turbulenta mediante las palas verticales del agitador. El concentrado sale por la parte inferior de la sección enchaquetada; el vapor asciende desde la zona de vaporización hasta un separador no enchaquetado, cuyo diámetro es algo mayor que el tubo de evaporación. En el separador, las palas del agitador proyectan hacia fuera el líquido arrastrado que choca contra unas placas verticales estacionarias. Las gotas coalescen sobre estas placas y retornan a la sección de evaporación. El vapor exento de líquido sale a través de los orificios situados en la parte superior de la unidad.

La principal ventaja de un evaporador de película agitada es su capacidad para conseguir elevadas velocidades de transferencia de calor con líquidos viscosos. El producto llega a tener una viscosidad tan elevada como 1000 P a la temperatura de evaporación. Para líquidos moderadamente viscosos, el coeficiente de transferencia de calor se estima a partir de la ecuación (15.23). Como en otros evaporadores, el coeficiente global disminuye a medida que aumenta la viscosidad, pero en este diseño la disminución es lenta. Con materiales altamente viscosos, el coeficiente es apreciablemente mayor que en los evaporadores de circulación forzada y mucho mayor que en las unidades de circulación natural. El evaporador de película agitada es en particular efectivo con materiales viscosos sensibles al calor tales como gelatina, látex de caucho, antibióticos y jugos de frutas. Sus desventajas son el costo elevado; las partes internas móviles que requieren un mantenimiento considerable; y la baja capacidad de cada unidad que es muy inferior a la de los evaporadores multitubulares.

FUNCIONAMIENTO DE LOS EVAPORADORES TUBULARES

Las principales características de funcionamiento de un evaporador tubular calentado con vapor de agua son la capacidad y la economía. La *capacidad* se define como el número de kilogramos de agua vaporizada por hora. La *economía* es el número de kilogramos vaporizados por kilogramo de vapor de calentamiento que entra a la unidad. En un evaporador de simple efecto la economía es siempre algo menor que 1, pero en los evaporadores de múltiple efecto se considera mayor. También es importante tomar en cuenta el consumo de vapor de calentamiento, en kilogramos por hora. Esto es igual a la capacidad dividida entre la economía.

Capacidad de un evaporador

La velocidad de transferencia de calor q a través de la superficie de calentamiento de un evaporador, de acuerdo con la definición del coeficiente global de transferencia de calor dada por la ecuación (11.9), es el producto de tres factores: el área A de la superficie de transferencia de calor; el coeficiente global de transferencia de calor U , y la caída global de temperatura ΔT , o

$$q = UA\Delta T \quad (16.1)$$

Si la alimentación que entra en el evaporador está a la temperatura de ebullición correspondiente a la presión absoluta existente en el espacio de vapor, todo el calor transferido a través de la superficie de calentamiento es utilizado en la evaporación y la capacidad es proporcional a q . Si la alimentación está fría, el calor que se requiere para calentarla hasta su temperatura de ebullición tal vez será considerable y en consecuencia, se reduce la capacidad para un valor dado de q , toda vez que el calor utilizado para calentar la alimentación no está disponible para la evaporación. Por el contrario, si la alimentación está a una temperatura superior a la de la ebullición en el espacio de vapor, una parte de la alimentación se evapora en forma espontánea mediante equilibrio adiabático con la presión del espacio de vapor, y la capacidad será superior a la correspondiente a q . Este proceso recibe el nombre de *evaporación instantánea*.

La caída real de temperatura a través de la superficie de calentamiento depende de la solución que se evapora, de la diferencia de presión entre la cámara de vapor y el espacio de vapor situado encima del líquido en ebullición, así como de la altura del líquido sobre la superficie de calentamiento. En algunos evaporadores, la velocidad del líquido en los tubos también influye sobre la caída de temperatura debido a que la pérdida por fricción en los tubos aumenta la presión efectiva del líquido. Cuando la solución tiene las características del agua pura, su temperatura de ebullición se obtiene a partir de las tablas del vapor si se conoce la presión, como también la temperatura de condensación del vapor. Sin embargo, en los evaporadores reales la temperatura de ebullición de una solución está afectada por dos factores: la elevación del punto de ebullición y la carga del líquido.

Elevación del punto de ebullición y regla de Dühring

La presión de vapor de la mayor parte de las soluciones acuosas es menor que la del agua a la misma temperatura. En consecuencia, para una presión dada, la temperatura de ebullición de las soluciones es mayor que la del agua pura. El aumento del punto de ebullición sobre

el del agua se conoce con el nombre de *elevación del punto de ebullición* BPE, *boiling point elevation* de la solución. Es pequeño para soluciones diluidas y para soluciones de coloides orgánicos pero puede alcanzar un valor de hasta 80 °C (144 °F) para soluciones concentradas de sales inorgánicas. El BPE debe restarse de la caída de temperatura que se predice a partir de las tablas del vapor de agua.

Para soluciones muy concentradas, el BPE se obtiene mejor a partir de una regla empírica conocida como *regla de Dühring*, según la cual la temperatura de ebullición de una determinada solución es una función lineal de la temperatura de ebullición del agua pura a la misma presión. Por lo tanto, si se grafica la temperatura de ebullición de la solución contra la del agua pura a la misma presión, se obtiene una línea recta. Para diferentes concentraciones resultan diferentes rectas. Para amplios intervalos de presión la regla no es exacta; pero para un intervalo moderado, las líneas son casi rectas aunque no necesariamente paralelas. La figura 16.3 es un conjunto de líneas de Dühring para soluciones de hidróxido de sodio en agua.⁸ La utilización de esta figura se ilustra mediante un ejemplo. Si la presión sobre una solución de hidróxido sódico a 40% es tal que el agua hierve a 200 °F (93.3 °C), leyendo desde el eje x para 200 °F a la línea de la solución de 40% y después horizontalmente al eje y , se encuentra que la temperatura de ebullición de la solución con esta presión es 250 °F (121.1 °C). La BPE para esta solución con esta presión es por lo tanto 50 °F (27.8 °C).

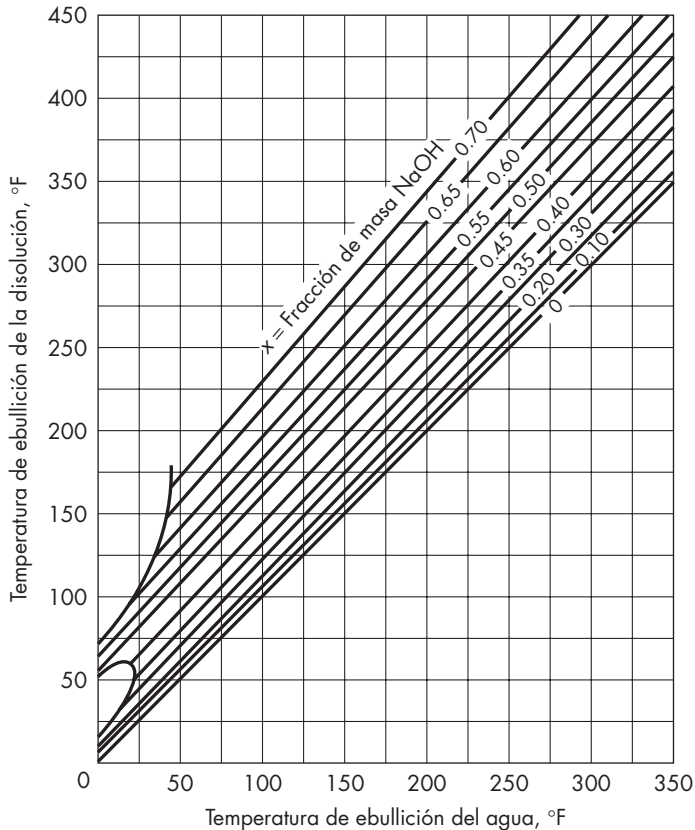


FIGURA 16.3

Líneas de Dühring, para el sistema de hidróxido de sodio-agua. (Según McCabe.⁸)

circulación. A velocidades elevadas, el fluido permanece prácticamente líquido hasta el final del tubo y en las últimas pulgadas del mismo se convierte de forma instantánea en una mezcla de líquido y vapor. La máxima temperatura del líquido corresponde al punto b' de la figura 16.4, casi a la salida del tubo.

Para bajas velocidades, la vaporización instantánea del líquido se produce cerca del centro del tubo y alcanza la máxima temperatura en el punto b de la figura 16.4. El punto b divide el tubo en dos secciones, una sección sin ebullición por debajo del punto b y una sección con ebullición por encima de este punto.

Tanto para altas como para las bajas velocidades, el vapor y el líquido concentrado alcanzan el equilibrio para la presión existente en el espacio vapor. Si el líquido tiene una elevación apreciable del punto de ebullición (BPE), la temperatura T es mayor que T' , el punto de ebullición del agua pura a la presión del espacio vapor. La diferencia entre T y T' es la BPE.

La caída de temperatura, corregida para la BPE, es $T_s - T$. La verdadera caída de temperatura, corregida para tener en cuenta la elevación del punto de ebullición y la carga estática, está representada por la distancia promedio entre T_s y la temperatura variable del líquido. Aunque se dispone de algunas correlaciones² para determinar la verdadera caída de temperatura a partir de las condiciones de operación, generalmente su valor no está disponible para el diseñador y se utiliza la caída neta de temperatura, corregida sólo para la elevación del punto de ebullición BPE.

Cambios de presión

Cuando la velocidad dentro de un tubo del evaporador es tal que comienza la ebullición dentro del mismo, el líquido en la sección de no ebullición del tubo se mueve lentamente y la caída de presión por fricción es pequeña. Sin embargo, en la sección de ebullición, la mezcla de vapor y líquido tiene una alta velocidad, y la pérdida de fricción es grande. Entonces la presión en el tubo cae lentamente en la parte más baja de los tubos (la sección de no ebullición) y mucho más rápido en la sección superior, donde la velocidad es alta.

Coefficientes de transferencia de calor

Tal como indica la ecuación (16.1), el flujo de calor y la capacidad del evaporador son afectadas por cambios en la caída de temperatura y en el coeficiente global de la transferencia de calor. La caída de temperatura está fijada por las propiedades del vapor de agua y del líquido que hierve y, excepto por lo que respecta a la carga hidrostática, no depende de la construcción del evaporador. Por otra parte, el coeficiente global está fuertemente afectado por el diseño y la forma de operación del evaporador.

Tal como se vio en el capítulo 11 [ecuación (11.37)], la resistencia global a la transferencia de calor entre el vapor de calentamiento y el líquido en ebullición es la suma de cinco resistencias individuales: la resistencia de la película de vapor; las dos resistencias por incrustaciones, interior y exterior de los tubos; la resistencia de la pared del tubo, y la resistencia del líquido en ebullición. El coeficiente global es el inverso de la resistencia global. En la mayoría de los evaporadores, el factor de ensuciamiento del vapor de agua condensante y la resistencia de la pared del tubo son muy pequeños, y por lo general se desprecian en el cálculo de evaporadores. En un evaporador de película agitada la pared del tubo es bastante gruesa, de forma que su resistencia representa una parte importante de la resistencia total.

Coefficientes de película de vapor. El coeficiente de la película del vapor de calentamiento es elevado, aun para la condensación de película. A veces se adicionan promotores al vapor para provocar la condensación de gotas y aumentar todavía más el coeficiente. Puesto que la presencia de gases no condensables reduce sustancialmente el coeficiente de película de vapor, es preciso tomar precauciones para purgar los no condensables de la cámara de vapor y prevenir la fuga de aire presente cuando el vapor está a una presión inferior a la atmosférica.

Coefficientes del lado líquido. El coeficiente del lado líquido depende en gran medida de la velocidad del líquido sobre la superficie calentada. En la mayoría de los evaporadores, particularmente los que trabajan con materiales viscosos, la resistencia del lado líquido controla la velocidad global de transferencia de calor al líquido en ebullición. En evaporadores de circulación natural, el coeficiente del lado líquido para soluciones acuosas diluidas se encuentra entre $1\,500$ y $3\,000\text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ (250 y $300\text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$).

Para evaporadores de película descendente, el coeficiente del lado interno es casi el mismo que para la condensación de tipo de película sobre una superficie vertical. A los bajos gradientes de temperatura que generalmente se usan, se forman algunas burbujas en la superficie caliente y crecen rápidamente para extenderse sobre fina película del líquido, pero éstas tienen poco efecto sobre el coeficiente de transferencia de calor. La mayor cantidad de la evaporación ocurre en la interfase líquido-vapor. El coeficiente de película es mayor que el del flujo netamente laminar. La correlación para condensación con flujo de transición o turbulento se puede estimar utilizando la figura 13.2.

La circulación forzada da coeficientes elevados en el lado del líquido, debido a la alta velocidad en la sección de no ebullición y a la intensa turbulencia en la sección de ebullición. Es difícil predecir el punto donde comienza la ebullición o predecir el coeficiente global para el evaporador.

EJEMPLO 16.1 Se puede producir leche condensada al evaporar leche en un evaporador de película descendente que contiene tubos de acero inoxidable de 32 mm de diámetro y 6 m de largo. La evaporación se produce a 60°C , que es el punto de ebullición de este líquido a $2.7\text{ lb}_f/\text{in.}^2$ absoluto, usando vapor a 70°C . El flujo de alimentación es de 40 kg/h por tubo a 60°C .³ Con esta información *a*) estime el coeficiente interno h_i y el coeficiente global U ; *b*) ¿cuál es la velocidad de evaporación por tubo?; *c*) si la leche cruda tiene 13.5% de grasa y sólidos, ¿cuál es la concentración de la leche condensada?; y *d*) calcule el tiempo de permanencia promedio en el evaporador. Las propiedades de la leche a 60°C son⁴

	μ , cP	ρ , kg/m ³	k , W/m · K	λ , J/g
Leche cruda	0.94	1010	0.62	2357
25% de sólidos	1.6	1030	0.55	2357

Solución

a) Coeficiente de la película de vapor condensado a 70°C , h_o :

$$k = 0.662\text{ W/m} \cdot \text{K} \quad \mu = 0.406\text{ cP}$$

Suponga $U = 2000\text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$, basado en el área interna

$$\lambda = 2\,331 \text{ J/g a } 70^\circ\text{C} \quad \Delta T = 10^\circ\text{C}$$

$$\dot{m} = \left(\frac{UA \Delta T}{\lambda} \right) = \frac{2000 \times 10 \times \pi(0.032 \times 6)}{2331} = 5.17 \text{ g/s}$$

$$\Gamma = \frac{5.17 \times 10^{-3}}{\pi(0.032)} = 5.14 \times 10^{-2} \text{ kg/s} \cdot \text{m}$$

De la ecuación (4.51),

$$\text{Re} = \frac{4\Gamma}{\mu} = \frac{4(5.14 \times 10^{-2})}{4.06 \times 10^{-4}} = 506$$

$$\text{Pr} = \frac{c_p \mu}{k} = \frac{4184(4.06 \times 10^{-4})}{0.662} = 2.57$$

De la figura 13.2, $\text{Nu}' = 0.27 = \frac{h_o}{k} \left(\frac{\mu_f^2}{\rho_f^2 g} \right)^{1/3}$. Usando las propiedades del agua a 70°C ,

$$h_o = 0.27(0.662) \left[\left(\frac{978}{4.06 \times 10^{-4}} \right)^2 \times 9.8 \right]^{1/3} = 6.87 \times 10^3 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

Coefficiente de la pared Si el espesor de la pared es de 2 mm y $\kappa_m = 16.3 \text{ W/m} \cdot \text{K}$

$$h_w = \frac{16.3}{2 \times 10^{-3}} = 8.15 \times 10^3 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

Coefficiente de la película de leche, h_i Flujo de alimentación por tubo = $40/3\,600 = 1.11 \times 10^{-2} \text{ kg/s}$

$$\text{Re} = (4 \times 0.110)/(0.94 \times 10^{-3}) = 468$$

En la parte superior del tubo

$$\Gamma = \frac{1.11 \times 10^{-2}}{\pi(0.032)} = 0.110 \times 10^{-2} \text{ kg/s} \cdot \text{m}$$

Pr es aproximadamente dos veces Pr para el agua, de modo que $\text{Pr} \cong 5$.

De la figura 13.2, evaluando las propiedades a 60°C , $\text{Nu}' = 0.28$.

$$h_i = 0.28(0.62) \left[\left(\frac{1010}{9.4 \times 10^{-4}} \right)^2 \times 9.8 \right]^{1/3} = 3.90 \times 10^3 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

Coefficiente global referido al área interna, usando la ecuación (13.33)

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{3900} + \frac{1}{8150} \left(\frac{3.2}{3.4} \right) + \frac{1}{6870} \left(\frac{3.2}{3.6} \right)$$

$$U = 1.99 \times 10^3 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

En la base del tubo, el flujo es menor, pero el líquido es más viscoso.

Suponga el promedio de $U = 1\,900$ para hallar la velocidad de evaporación estimada r .

$$r = \frac{1900(10)\pi(0.032 \times 6)}{2357} = 4.86 \text{ g/s}$$

Flujo de producto: $11.1 - 4.9 = 6.2 \text{ g/s}$

Contenido de sólidos: $13.5(11.1/6.2) = 24.2$ por ciento

En la base del tubo,

$$\Gamma = \frac{6.2 \times 10^{-3}}{\pi(0.032)} = 6.17 \times 10^{-2} \text{ kg/s} \cdot \text{m}$$

$$\text{Re} = \frac{4(6.17 \times 10^{-2})}{1.6 \times 10^{-3}} = 154$$

$\text{Pr} \cong 8$ (el valor exacto no es importante)

De la figura 13.2, $\text{Nu}' = 0.33$

$$h_i = 0.33(0.55) \left[\left(\frac{1030}{1.6 \times 10^{-3}} \right)^2 \times 9.8 \right]^{1/3} = 2.90 \times 10^3 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

Promedio:
$$\bar{h}_i = \frac{3900 + 2900}{2} = 3400 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{3400} + \frac{1}{8660} + \frac{1}{7730}$$

$$U = 1.86 \times 10^3 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

b) Velocidad de evaporación corregida:

$$r = 4.86 \left(\frac{1860}{1900} \right) = 4.76 \text{ g/s}$$

c) Contenido de sólidos:

$$13.5 \left(\frac{11.1}{11.1 - 4.76} \right) = 23.6 \cong 24 \text{ por ciento}$$

d) Para estimar el espesor de la película, use la ecuación (4.59), que es aproximadamente correcta hasta $\text{Re} \cong 1000$.

En la parte superior:
$$\delta = \left(\frac{3\mu\Gamma}{\rho^2 g} \right)^{1/3} = \left(\frac{3 \times 9.4 \times 10^{-4} \times 0.110}{1010^2 \times 9.8} \right)^{1/3} = 3.14 \times 10^{-4} \text{ m}$$

En la base:
$$\delta = \left(\frac{3 \times 1.6 \times 10^{-3} \times 0.0617}{1030^2 \times 9.8} \right)^{1/3} = 3.05 \times 10^{-4} \text{ m}$$

Velocidad de la película en la parte superior:
$$u = \frac{0.110/1010}{3.14 \times 10^{-4}} = 0.347 \text{ m/s}$$

En la base:
$$u = \frac{0.0627/1030}{3.05 \times 10^{-4}} = 0.213 \text{ m/s}$$

Promedio:
$$\bar{u} = 0.28 \text{ m/s}$$

Tiempo de residencia promedio:
$$\bar{t} = 6/0.28 = 21 \text{ s}$$

Coeficientes globales

Debido a la dificultad de medir los elevados coeficientes de película individuales en un evaporador, por lo general los resultados experimentales se expresan en función de los coeficientes globales. Éstos están basados en la caída neta de temperatura corregida para tener en cuenta la elevación del punto de ebullición. El coeficiente global está, por supuesto, influido por los mismos factores que los coeficientes individuales; pero, si una resistencia (tal como la película del líquido) es lo que controla, variaciones importantes de las demás resistencias apenas tendrían efecto sobre el coeficiente global.

En la tabla 16.1 se presentan los coeficientes globales típicos para diferentes tipos de evaporadores.^{6,9} Estos coeficientes se aplican a condiciones en las que ordinariamente operan los distintos evaporadores. Una pequeña acumulación de incrustación reduce el coeficiente a una pequeña fracción de los valores para tubos limpios. Un evaporador de película agitada produce un coeficiente aparentemente bajo con un líquido de una viscosidad de 100 P, pero este coeficiente es mucho mayor que el que podría encontrarse con cualquier otro tipo de evaporador que tratase un material tan viscoso.

Economía de un evaporador

El factor principal que influye sobre la economía de un sistema de evaporadores es el número de efectos. Mediante un diseño adecuado, la entalpía de vaporización del vapor de calentamiento que entra en el primer efecto se utiliza una o más veces dependiendo del número de efectos. La economía también se ve afectada por la temperatura de la alimentación. Si la temperatura es inferior a la de ebullición en el primer efecto, para la carga de calentamiento utiliza una parte de la entalpía de vaporización del vapor y sólo una parte queda disponible para la evaporación; si la alimentación está a una temperatura superior a la de ebullición, la vaporización súbita que se produce contribuye a generar una evaporación adicional a la producida por la entalpía de vaporización en el vapor de calentamiento. Desde el punto de vista cuantitativo, la economía del evaporador es totalmente una cuestión de balances de entalpía.

TABLA 16.1

Coeficientes globales típicos de los evaporadores

Tipo	Coeficiente global U	
	$W/m^2 \cdot ^\circ C$	$Btu/ft^2 \cdot h \cdot ^\circ F$
Evaporadores de tubos verticales largos		
Circulación natural	1 000-2 500	200-500
Circulación forzada	2 000-5 000	400-1 000
Evaporador de película agitada, líquido newtoniano, viscosidad		
1 cP	2 000	400
1 P	1 500	300
100 P	600	120

Balances de entalpía para evaporador de simple efecto

En un evaporador de simple efecto, el calor latente de condensación del vapor es transferido a través de una superficie de calentamiento para vaporizar agua de una solución en ebullición. Se necesitan dos balances de entalpía, uno para el vapor de agua y otro para el lado del líquido.

La figura 16.5 muestra esquemáticamente un evaporador de tubos verticales de simple efecto. La velocidad de flujo del vapor y del condensado es $\dot{m}_s$, la de la solución diluida, o alimentación es $\dot{m}_f$, la del líquido concentrado es $\dot{m}$. La velocidad de flujo de vapor hacia el condensador, suponiendo que no precipitan sólidos del licor, es $\dot{m}_f - \dot{m}$. Por otra parte, T_s es la temperatura de condensación del vapor de agua, T la temperatura de ebullición del líquido en el evaporador, y T_f la temperatura de la alimentación.

Se supone que no hay fugas o arrastre, que el flujo de los no condensables es despreciable, y que las pérdidas de calor desde el evaporador no requieren considerarse. La corriente de vapor de agua que entra a la cámara de condensación puede ser sobrecalentado, y el condensado generalmente abandona la cámara de condensación algo subenfriado por debajo de su temperatura de ebullición. Sin embargo, tanto el sobrecalentamiento del vapor de agua como el subenfriamiento del condensado son pequeños y resulta aceptable despreciarlos al aplicar un balance de entalpía. Los pequeños errores que se cometen al despreciarlos se compensan aproximadamente al no tener en cuenta las pérdidas de calor desde la cámara de vapor.

Con estas suposiciones, la diferencia entre la entalpía del vapor de agua y la del condensado es simplemente λ_s , el calor latente de condensación del vapor de agua. El balance de entalpía para el lado del vapor es

$$q_s = \dot{m}_s (H_s - H_c) = \dot{m}_s \lambda_s \quad (16.2)$$

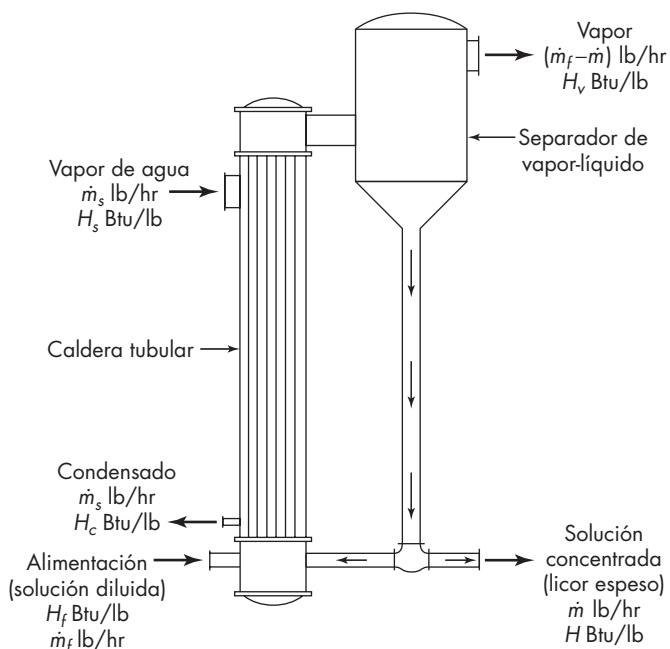


FIGURA 16.5

Balances de material y entalpía en un evaporador.

donde q_s = velocidad de transferencia de calor a través de la superficie de calentamiento desde el vapor de agua

H_v = entalpía específica del vapor de agua

H_c = entalpía específica del condensado

λ_s = calor latente de condensación del vapor de agua

$\dot{m}_s$ = velocidad de flujo del vapor de agua

El balance de entalpía para el lado del licor es

$$q = (\dot{m}_f - \dot{m})H_v - \dot{m}_f H_f + \dot{m}H \quad (16.3)$$

donde q = velocidad de la transferencia de calor desde la superficie de calentamiento hacia el líquido

H_v = entalpía específica del vapor

H_f = entalpía específica de la solución diluida

H = entalpía específica de la solución concentrada

En ausencia de pérdidas de calor, el calor transferido desde el vapor de calentamiento hacia los tubos es igual al transferido desde los tubos hacia el licor y, por tanto, $q_s = q$. Así, combinando las ecuaciones (16.2) y (16.3),

$$q = \dot{m}_s \lambda_s = (\dot{m}_f - \dot{m})H_v - \dot{m}_f H_f + \dot{m}H \quad (16.4)$$

Las entalpías del lado de la solución H_v , H_f y H dependen de las características de la solución que se concentra. La mayor parte de las soluciones cuando se mezclan o se diluyen a temperatura constante no producen un gran efecto térmico. Esto se cumple para soluciones de sustancias orgánicas, así como para soluciones moderadamente concentradas de la mayor parte de las sustancias inorgánicas. Así, el azúcar, la sal común y las soluciones de fábricas de papel no poseen calores de solución o de mezcla apreciables. Por otra parte, el ácido sulfúrico, el hidróxido de sodio y el cloruro de calcio, especialmente en soluciones concentradas, desarrollan una cantidad de calor considerable cuando se diluyen y, por lo tanto, poseen importantes calores de dilución. Se requiere una cantidad equivalente de calor, en adición al calor latente de vaporización, cuando disoluciones diluidas de estas sustancias son concentradas a altas densidades.

Balance de entalpía con calor de dilución despreciable

Para disoluciones cuyos calores de disolución son despreciables, los balances de entalpía para un evaporador de simple efecto se calculan a partir de los calores específicos y las temperaturas de las soluciones. La velocidad de transferencia de calor q del lado del licor incluye q_f , el calor transferido hacia la solución diluida necesario para variar su temperatura desde T_f hasta la temperatura de ebullición T , y q_v , calor necesario para realizar la evaporación. Esto es,

$$q = q_f + q_v \quad (16.5)$$

Si el calor específico de la solución diluida se supone constante para el intervalo de temperatura comprendido entre T_f y T , entonces

$$q_f = \dot{m}_f c_{pf} (T - T_f) \quad (16.6)$$

Por otra parte
$$q_v = (\dot{m}_f - \dot{m}) \lambda_v \quad (16.7)$$

donde c_{pf} = calor específico de la solución diluida

λ_v = calor latente de vaporización procedente de la solución concentrada

Si la elevación del punto de ebullición de la solución concentrada es despreciable, $\lambda_v = \lambda$, el calor latente de vaporización del agua a la presión del espacio de vapor. Cuando la elevación del punto de ebullición es considerable, el vapor que abandona la solución es sobrecalentado en una cantidad, en grados, igual a la elevación del punto de ebullición, y λ_v difiere ligeramente de λ . Sin embargo, en la práctica casi siempre resulta suficientemente exacto utilizar λ , que se obtiene directamente a partir de las tablas del vapor de agua (véase apéndice 7).

Sustituyendo a partir de las ecuaciones (16.6) y (16.7) en la ecuación (16.5) se obtiene la ecuación final para el balance de entalpía en un evaporador de simple efecto cuando el calor de dilución es despreciable:

$$q = \dot{m}_f c_{pf} (T - T_f) + (\dot{m}_f - \dot{m}) \lambda \quad (16.8)$$

Si la temperatura T_f de la solución diluida es superior a T , el término $\dot{m}_f c_{pf} (T - T_f)$ es negativo y corresponde a la aportación neta de entalpía en el evaporador por la solución diluida. Esto representa la *evaporación instantánea*. Si la temperatura T_f de la solución diluida de la alimentación que entra en el evaporador es inferior a T , el término $\dot{m}_f c_{pf} (T - T_f)$ es positivo y, para una determinada evaporación, se requerirá un vapor de agua adicional para suministrar esta entalpía. El término $\dot{m}_f c_{pf} (T - T_f)$ es por lo tanto, la carga de calentamiento. Expresada en palabras, la ecuación (16.8) establece que el calor procedente del vapor de condensación se utiliza: 1) en vaporizar desde la solución y 2) en calentar la alimentación hasta la temperatura de ebullición; si la alimentación entra a una temperatura superior a la de ebullición en el evaporador, una parte de la evaporación es instantánea.

Balance de entalpía con calor de dilución apreciable; diagrama entalpía-concentración

Si el calor de dilución del licor que se concentra es demasiado grande para ser despreciado, un diagrama de entalpía-concentración se usa para valores de H_f y H en la ecuación (16.4). En un diagrama de entalpía-concentración, la entalpía, en Btu por libra o joules por gramo de solución, se grafica contra la concentración, en fracción de masa o porcentaje en peso de soluto.⁷ Las isotermas del diagrama muestran la entalpía como una función de la concentración a temperatura constante.

La figura 16.6 es un diagrama de entalpía-concentración para soluciones de hidróxido de sodio y agua. Las concentraciones están en fracción masa de hidróxido de sodio, las temperaturas en grados Fahrenheit y la entalpías en Btu por libra de solución. La entalpía del agua está a la misma temperatura de referencia que en el caso de las tablas del vapor de agua, es decir, agua líquida a 32 °F (0 °C), de forma que las entalpías de la figura se pueden utilizar con las de las tablas del vapor de agua cuando en los cálculos intervienen agua líquida o vapor de agua. Con el fin de obtener los datos para sustituir en la ecuación

(16.4) se toman los valores de H_f y H de la figura 16.6, y la entalpía H_v del vapor que sale del evaporador se obtiene a partir de las tablas del vapor de agua.

Las líneas curvas límite sobre las que terminan las isoterms de la figura 16.6 representan condiciones de temperatura y concentración para las que se forman fases sólidas, que son distintos hidratos sólidos de hidróxido de sodio. Las entalpías de todas las soluciones de una sola fase están situadas por encima de esta línea límite. El diagrama entalpía-concentración puede ampliarse también para incluir fases sólidas.

Las isoterms de un diagrama entalpía-concentración para un sistema sin calor de dilución son líneas rectas. Los diagramas de entalpía-concentración pueden construirse, por supuesto, para soluciones con calores de dilución despreciables, pero resultan innecesarios a la vista de la simplicidad del método del calor específico a que se ha hecho referencia anteriormente.

Cálculos de un simple efecto

En el ejemplo 16.1 se presenta la utilización de balances de materia, balances de entalpía y la ecuación de capacidad (16.1) en el diseño de evaporadores de simple efecto.

EJEMPLO 16.2 Un evaporador de simple efecto concentra 20 000 lb/h (9 070 kg/h) de una solución de hidróxido de sodio de 20 hasta 50% de sólidos. La presión manométrica del vapor del agua será 20 lb_f/in.² (1.37 atm); la presión absoluta en el espacio de vapor es 100 mm Hg (1.93 lb_f/in.²). El coeficiente global se estima que será 250 Btu/ft² · h · °F (1 400 W/m² · °C). La temperatura de la alimentación es 100 °F (37.8 °C). Calcule la cantidad de vapor de agua consumido, la economía y la superficie de calentamiento requerida.

Solución La cantidad de agua evaporada se obtiene a partir de un balance de material. La alimentación contiene $\frac{80}{20} = 4$ lb de agua por libra de sólido; la solución concentrada contiene $\frac{50}{50} = 1$ lb de agua por libra de sólido. La cantidad evaporada es $4 - 1 = 3$ lb de agua por libra de sólido, o

$$3 \times 20\,000 \times 0.20 = 12\,000 \text{ lb/h}$$

La velocidad de flujo de la solución concentrada $\dot{m}$ es

$$20\,000 - 12\,000 = 8\,000 \text{ lb/h (3 630 kg/h)}$$

Consumo de vapor de agua Ya que con las soluciones concentradas de hidróxido de sodio el calor de dilución no es despreciable, la velocidad de la transferencia de calor se obtiene a partir de la ecuación (16.4) y la figura 16.6. La temperatura de vaporización de la solución a 50% con una presión de 100 mm Hg se obtiene como sigue.

Temperatura de ebullición del agua a 100 mm Hg = 124 °F (apéndice 7)

Temperatura de ebullición de la solución = 197 °F (figura 16.3)

Elevación del punto de ebullición = 197 – 124 = 73 °F

Las entalpías de la alimentación y de la solución concentrada se obtienen a partir de la figura 16.6:

Alimentación, 20% de sólidos, 100 °F: $H_f = 55$ Btu/lb

Solución concentrada, 50% de sólidos, 197 °F: $H = 221$ Btu/lb

La entalpía del vapor que abandona el evaporador se obtiene a partir de las tablas del vapor de agua. La entalpía del vapor sobrecalentado a 197 °F y 1.93 lb_f/in.² es 1 149 Btu/lb; esto es H_v de la ecuación (16.4).

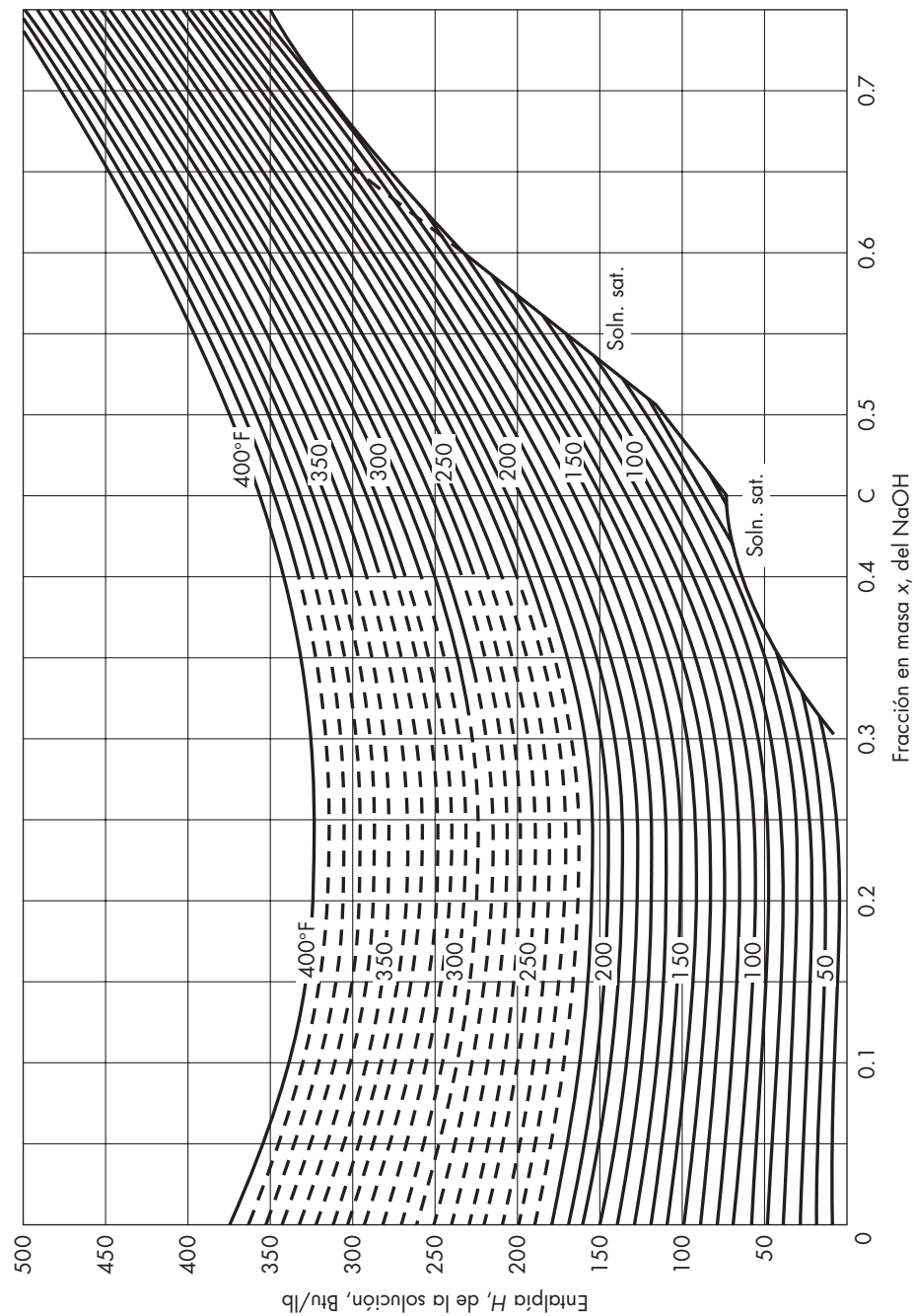
**FIGURA 16.6**

Diagrama entalpía-concentración para el sistema hidróxido de sodio-agua. (Según McCabe.⁸). Las líneas discontinuas representan datos extrapolados.

El calor de vaporización del vapor de agua λ_s a una presión manométrica de 20 lb/in.² es, a partir del apéndice, 7 939 Btu/lb.

La velocidad de la transferencia de calor y el consumo de vapor de agua se obtienen a partir de la ecuación (16.4):

$$q = (20\,000 - 8\,000)(1\,149) + 8\,000 \times 221 - 20\,000 \times 55 = 14\,456\,000 \text{ Btu/h}$$

$$\dot{m}_s = \frac{14\,456\,000}{939} = 15\,400 \text{ lb/h (6 990 kg/h)}$$

Economía La economía es $12\,000/15\,400 = 0.78$.

Superficie de calentamiento La temperatura de condensación del vapor de agua es 259 °F. El área de calentamiento requerida es

$$A = \frac{14\,456\,000}{250(259 - 197)} = 930 \text{ ft}^2 (86.4 \text{ m}^2)$$

Evaporadores de múltiple efecto

La figura 16.7 muestra tres evaporadores de tubos largos con circulación natural conectados entre sí para formar un sistema de triple efecto. Las conexiones están hechas de tal forma que el vapor procedente de un efecto sirve como medio de calentamiento para el efecto siguiente. Un eyector de aire y un condensador establecen un vacío en el tercer efecto de la serie y retiran los no condensables del sistema. El primer efecto es aquel en el que se introduce el primer vapor de calentamiento y en el que la presión en el espacio vapor es la más elevada. El último efecto es el que tiene la presión mínima en el espacio vapor. De otra forma, la diferencia de presión entre el primer vapor de calentamiento y el condensador se divide a lo largo de dos o más efectos en un sistema de múltiple efecto. La presión en cada efecto es menor que la del efecto del cual recibe el vapor de agua y superior a la del efecto al cual suministra vapor. Cada efecto, por sí solo, actúa como un evaporador de un solo efecto, y cada uno de ellos tiene una caída de temperatura a través de su superficie de calentamiento correspondiente a la caída de presión en dicho efecto. Todo lo que se ha dicho acerca de un evaporador de un solo efecto es aplicable a cada uno de los efectos de un sistema de múltiple efecto. El acoplamiento de una serie de evaporadores en un sistema de múltiple efecto es una cuestión de tuberías de interconexión y no de la estructura de las unidades individuales. La numeración de los efectos es independiente del orden en el que las soluciones entren como alimentación de los mismos; se numeran siempre en la dirección de disminución de la presión. En la figura 16.7 la alimentación diluida entra en el primer efecto, donde se concentra parcialmente; pasa al segundo efecto para una concentración adicional y, por último, en el tercer efecto alcanza la concentración final. La solución concentrada se extrae del tercer efecto mediante una bomba.

En la operación en estado estacionario, las velocidades de flujo y las velocidades de evaporación son tales que tanto el solvente como el soluto no se acumulan ni disminuyen en cada efecto. La temperatura, la concentración y la velocidad de flujo de alimentación están fijadas, las presiones en la entrada del vapor de calentamiento y el condensador están establecidas, y todos los niveles del licor se mantienen en cada efecto. Por lo tanto, todas las concentraciones internas, velocidades de flujo, presiones y temperaturas se mantienen automáticamente constantes durante la operación

del proceso mismo. La concentración de la solución concentrada solamente se puede modificar cambiando la velocidad de flujo de la alimentación. Si la solución concentrada es demasiado diluida, se reduce la velocidad de alimentación al primer efecto y, de manera contraria, se aumenta si es demasiado concentrada. La concentración en el último efecto y en la descarga de la solución concentrada alcanzará eventualmente un nuevo estado estacionario para el nivel deseado.

La superficie de calentamiento del primer efecto transmitirá por hora una cantidad de calor de acuerdo con la ecuación

$$q_1 = A_1 U_1 \Delta T_1 \quad (16.9)$$

Si la parte de este calor que va a calentar la alimentación hasta el punto de ebullición se desprecia por el momento, resulta que todo este calor ha de aparecer como calor latente en el vapor de calentamiento que sale del primer efecto. La temperatura del condensado que sale del segundo efecto es muy próxima a la temperatura T_1 de los vapores procedentes del líquido en ebullición del primer efecto. Por lo tanto, en la operación en estado estacionario prácticamente todo el calor consumido en crear vapor en el primer efecto será cedido cuando este mismo vapor condense en el segundo efecto. Sin embargo, el calor transferido en el segundo efecto viene dado por la ecuación

$$q_2 = A_2 U_2 \Delta T_2 \quad (16.10)$$

Tal como se ha indicado, q_1 y q_2 son prácticamente iguales, de forma que

$$A_1 U_1 \Delta T_1 = A_2 U_2 \Delta T_2 \quad (16.11)$$

Este razonamiento puede ampliarse, de forma que, aproximadamente,

$$A_1 U_1 \Delta T_1 = A_2 U_2 \Delta T_2 = A_3 U_3 \Delta T_3 \quad (16.12)$$

Debe tenerse en cuenta que las ecuaciones (16.11) y (16.12) son sólo aproximadas y que es preciso corregir mediante la adición de términos que, sin embargo, son relativamente pequeños en comparación con los términos que intervienen en las expresiones anteriores.

En la práctica ordinaria las áreas de calentamiento de todos los efectos de un evaporador de múltiple efecto son iguales, lo cual conduce a una economía en la construcción. Por lo tanto, a partir de la ecuación (16.12), puesto que $q_1 = q_2 = q_3$,

$$U_1 \Delta T_1 = U_2 \Delta T_2 = U_3 \Delta T_3 = \frac{q}{A} \quad (16.13)$$

A partir de aquí se deduce que las caídas de temperatura en un evaporador de múltiple efecto son, de forma aproximada, inversamente proporcionales a los coeficientes de transferencia de calor.

EJEMPLO 16.3 Un evaporador de triple efecto concentra un líquido que no presenta elevación apreciable del punto de ebullición. La temperatura del vapor de calentamiento que entra en el primer efecto es 108 °C, y la temperatura de ebullición de la solución en el último efecto es 52 °C. Los coeficientes de transferencia de calor globales, en W/m² · °C, son 2500 en el

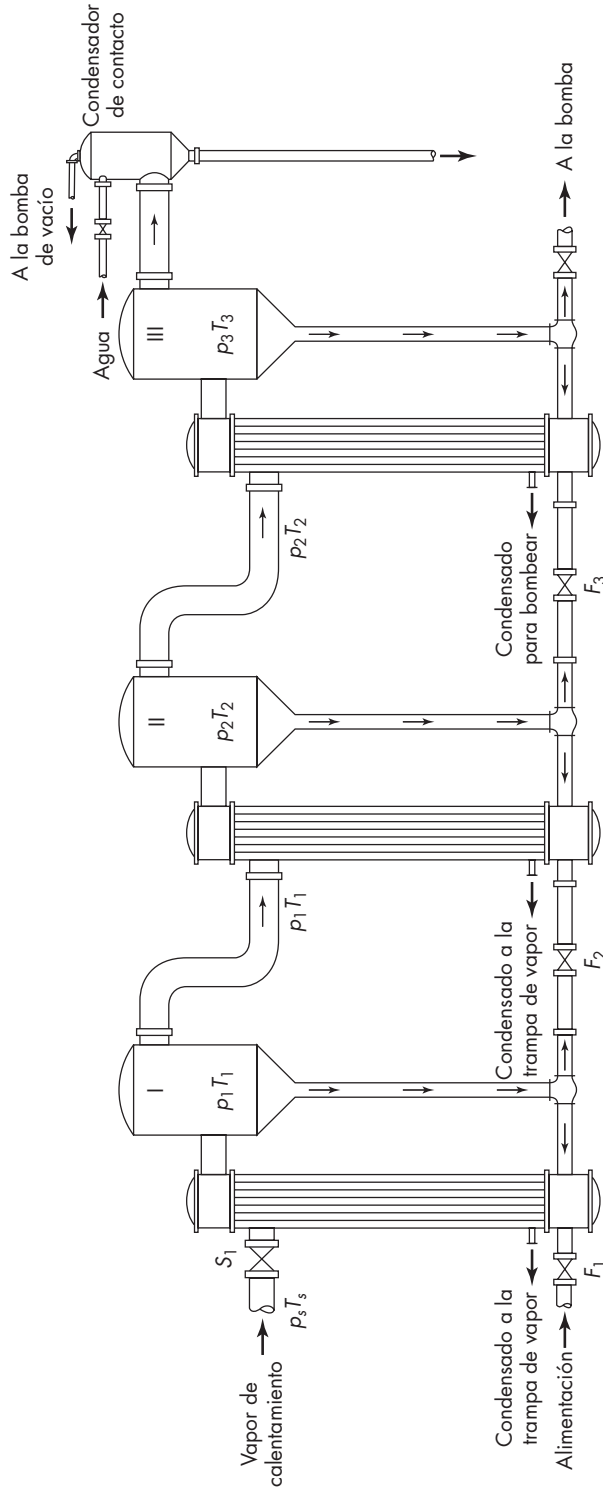


FIGURA 16.7
Evaporador de triple efecto: efectos primero, segundo y tercero I, II, III; válvulas de control de la alimentación, F_1, F_2, F_3 ; válvula de vapor de calentamiento S_1 ; presiones p_s, p_1, p_2, p_3 ; temperaturas: T_s, T_1, T_2, T_3 .

primer efecto, 2000 en el segundo efecto y 1500 en el tercer efecto. (La solución se vuelve más concentrada, la viscosidad aumenta y el coeficiente global se reduce.) ¿A qué temperaturas hervirá el líquido en el primer y segundo efecto?

Solución La caída total de temperatura es $108 - 52 = 56^\circ\text{C}$. Tal como se muestra en la ecuación (16.13), las caídas de temperatura en los distintos efectos serán, de forma aproximada, inversamente proporcionales a los coeficientes. Así, por ejemplo,

$$\Delta T_1 = \frac{\frac{1}{2500}}{\frac{1}{2500} + \frac{1}{2000} + \frac{1}{1500}} 56 = 14.3^\circ\text{C}$$

De la misma forma $\Delta T_2 = 17.9^\circ\text{C}$ y $\Delta T_3 = 23.8^\circ\text{C}$. En consecuencia, la temperatura de ebullición en el primer efecto será $108 - 14.3 = 93.7^\circ\text{C}$, y en el segundo efecto, 75.8°C .

Métodos de alimentación

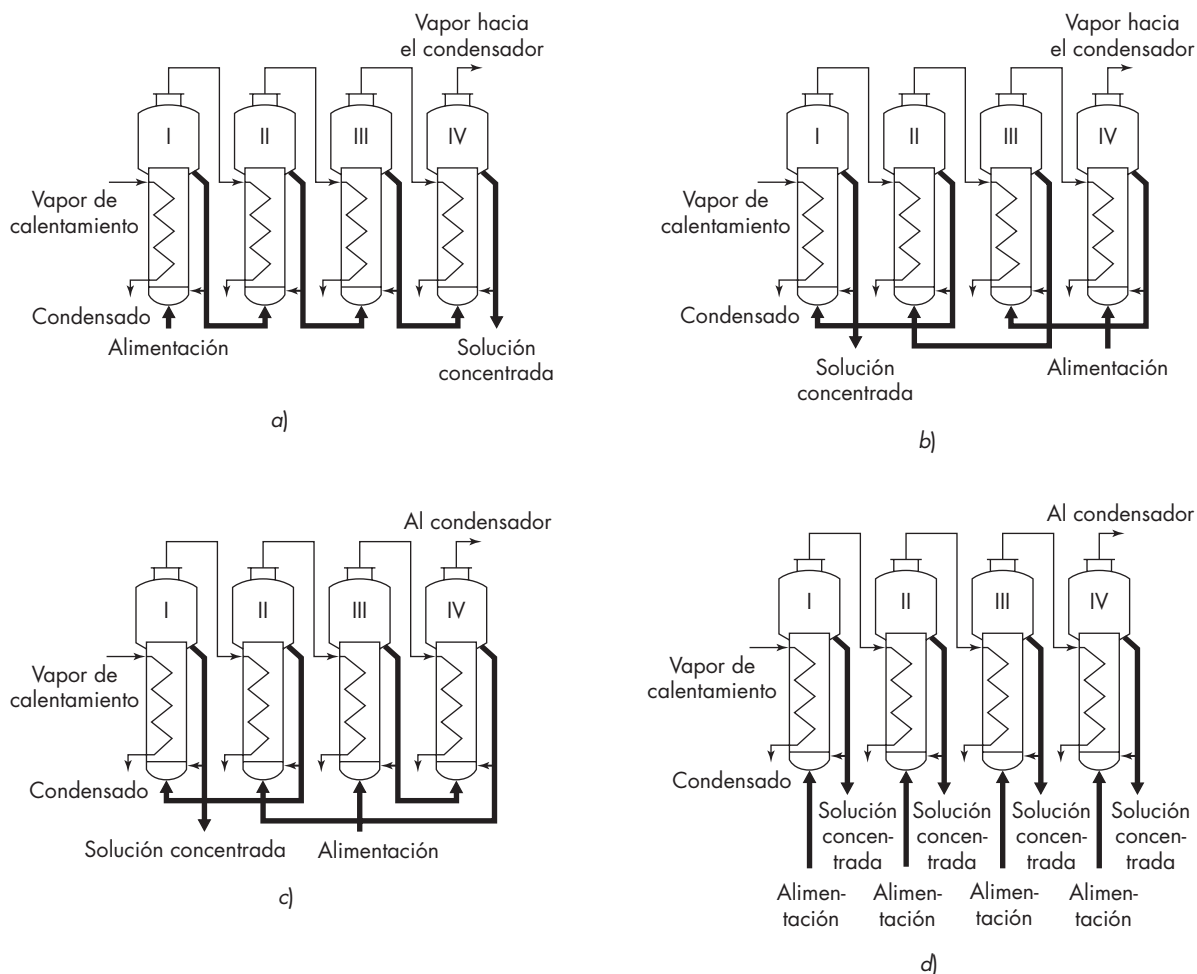
El método habitual de alimentar un evaporador de múltiple efecto consiste en introducir, mediante una bomba, la solución diluida en el primer efecto y hacerla circular después a través de los demás efectos, tal como se indica en la figura 16.8a. Este método recibe el nombre de *alimentación directa*. La concentración de la solución aumenta desde el primer efecto hasta el último. Este modelo de flujo del líquido es el más sencillo. Requiere de una bomba para introducir la alimentación en el primer efecto —ya que con frecuencia este efecto está a una presión atmosférica—, y de una bomba para extraer la solución concentrada del último efecto. Sin embargo, el paso de un efecto a otro se realiza sin bombas puesto que el flujo es en el sentido de presiones decrecientes, y todo lo que se requiere son válvulas de control en las líneas de transferencia.

Otro método común es el de *alimentación inversa*, en el que la alimentación de la solución diluida se introduce en el último efecto y se bombea después a través de los efectos sucesivos hasta el primero, tal como se muestra en la figura 16.8b. Este método requiere una bomba entre cada pareja de efectos, además de la bomba de solución concentrada, ya que el flujo tiene lugar en el sentido de presiones crecientes. La alimentación inversa conduce con frecuencia a una mayor capacidad que la alimentación directa cuando la solución concentrada es viscosa, pero puede producir una menor economía que la alimentación directa cuando la alimentación está fría.

A veces se utilizan otros modelos de alimentación. En la *alimentación mixta*, la solución diluida entra en un efecto intermedio, circula con alimentación directa hasta el extremo final de la serie, y después se bombea hacia atrás a los primeros efectos para conseguir la concentración final, tal como se observa en la figura 16.8c. Esto elimina algunas de las bombas que se requieren en la alimentación inversa y permite realizar la evaporación final a la temperatura más elevada. En los evaporadores con cristalización, donde se retira una suspensión de cristales y licor madre, la alimentación se introduce directamente en cada efecto para dar lugar a lo que se llama *alimentación paralela*, como se muestra en la figura 16.8d. En la alimentación paralela no hay transporte de líquido entre los efectos.

Capacidad y economía de evaporadores de múltiple efecto

El aumento de economía mediante la evaporación de múltiple efecto se consigue a costa de una capacidad reducida. Es claro que si se aumenta varias veces la superficie de calentamiento,

**FIGURA 16.8**

Modelos de flujo del líquido en evaporadores de múltiple efecto: a) alimentación directa; b) alimentación inversa; c) alimentación mixta; d) alimentación paralela. — Corrientes de solución (o licor). — Corrientes de vapor de calentamiento y de vapor condensado.

to aumentaría la capacidad de evaporación, pero no es así. En general, la capacidad total de un evaporador de múltiple efecto no es superior a la de uno de simple efecto que tiene igual superficie de calentamiento en cada uno de los efectos y opera con las mismas condiciones extremas; pero cuando hay una apreciable elevación del punto de ebullición dicha capacidad con frecuencia es considerablemente menor. Cuando la elevación del punto de ebullición es despreciable, el ΔT efectivo global es igual a la suma de los ΔT de cada efecto, y la cantidad de agua evaporada *por unidad de área de superficie* en un evaporador de múltiple efecto con N efectos es aproximadamente igual a $(1/N)$ ésimo de la de un evaporador de simple efecto. Esto se demuestra de acuerdo con el análisis que sigue.

Si se desprecian la carga de calentamiento y el calor de dilución, la capacidad de un evaporador es directamente proporcional a la velocidad de transferencia de calor. El calor transferido en los tres efectos de la figura 16.9 viene dado por las ecuaciones

$$q_1 = U_1 A_1 \Delta T_1 \quad q_2 = U_2 A_2 \Delta T_2 \quad q_3 = U_3 A_3 \Delta T_3 \quad (16.14)$$

La capacidad total es proporcional a la velocidad total de la transferencia de calor q_T , que se obtiene a partir de las ecuaciones

$$q_T = q_1 + q_2 + q_3 = U_1 A_1 \Delta T_1 + U_2 A_2 \Delta T_2 + U_3 A_3 \Delta T_3 \quad (16.15)$$

Suponga que el área de la superficie de cada efecto es $A \text{ m}^2$ y que el coeficiente global U es además el mismo en cada efecto. Entonces la ecuación (16.15) se escribe

$$q_T = UA(\Delta T_1 + \Delta T_2 + \Delta T_3) = UA\Delta T \quad (16.16)$$

donde ΔT es la caída total de temperatura entre el vapor de calentamiento en el primer efecto y el vapor en el último efecto.

Considere que un evaporador de un solo efecto, de área A , está operando con la misma caída de temperatura. Si el coeficiente global es el mismo en cada efecto del evaporador de triple efecto, la velocidad de transferencia de calor en el de un solo efecto será

$$q_T = UA\Delta T$$

Esto es exactamente la misma ecuación que para un evaporador de múltiple efecto. Sin importar el número de efectos, si los coeficientes globales son los mismos, la capacidad no será superior a la de un solo efecto que tenga igual área que cada efecto de una unidad múltiple. La elevación del punto de ebullición tiende a que la capacidad de un evaporador de múltiple efecto sea menor que la del correspondiente a un solo efecto. Sin embargo, se modificarán los coeficientes globales de un evaporador de múltiple efecto. Por ejemplo, en una unidad de un solo efecto que produce NaOH de 50%, el coeficiente global U para este líquido viscoso será pequeño. En una unidad de triple efecto, el coeficiente en el efecto final sería el mismo que en el de un solo efecto, pero en los demás efectos, donde la concentración de NaOH es mucho menor de 50%, los coeficientes serían mayores. Así, el coeficiente promedio para el evaporador de triple efecto sería mayor que el de un solo efecto. En algunos casos este hecho supera al efecto de la elevación del punto de ebullición y, en la práctica, la capacidad de una unidad de múltiple efecto es mayor que la de un solo efecto.

Efecto de la carga de líquido y de la elevación del punto de ebullición. La carga de líquido y la elevación del punto de ebullición influyen sobre la capacidad de un evaporador de múltiple efecto todavía más que en el caso de un solo efecto. La reducción de capacidad originada por la carga de líquido, lo mismo que antes, se estima cuantitativamente. La carga de líquido reduce la caída de temperatura disponible en cada efecto del evaporador de múltiple efecto, como en la elevación del punto de ebullición.

Considere un evaporador que está concentrando una solución con una gran elevación del punto de ebullición. El vapor procedente de esta solución en ebullición está a la temperatura de la solución y, por lo tanto, está sobrecalentado en una cantidad igual a la elevación del punto de ebullición. Tal como se ha visto en el capítulo 13, páginas 417 a 419, el vapor de agua sobrecalentado es prácticamente equivalente al vapor saturado a la misma

presión cuando se utiliza como medio de calentamiento. Por lo tanto la caída de temperatura en cualquier efecto se calcula a partir de la temperatura del vapor saturado a la presión de la cámara de vapor y no a partir de la temperatura de ebullición del líquido en el efecto precedente. Esto quiere decir que de la caída total de temperatura disponible se pierde la elevación del punto de ebullición en cada efecto. Esta pérdida se produce en cada uno de los efectos de un evaporador de múltiple efecto, de forma que la pérdida de capacidad que resulta es con frecuencia importante.

En la figura 16.9 se aprecia la influencia de estas pérdidas en la caída de temperatura para un evaporador de múltiple efecto. Los tres diagramas de esta figura representan las caídas de temperatura en un evaporador de simple, doble y triple efecto. Las condiciones extremas son las mismas en los tres casos; es decir, la presión del vapor en el primer efecto y la temperatura de saturación del vapor que sale del último efecto son idénticas en los tres evaporadores. Cada efecto contiene un líquido con elevación del punto de ebullición. La altura total de cada columna representa el intervalo de temperatura desde la del vapor de calentamiento inicial hasta la de saturación del vapor procedente del último efecto.

Considere un evaporador de simple efecto. De la caída total de temperatura de 181° , la parte rayada representa las pérdidas de caída de temperatura debidas a la elevación del punto de ebullición. El resto de la caída de temperatura, 105° , que es la fuerza impulsora real para la transferencia de calor, está representada por la parte no rayada. El diagrama para el evaporador de doble efecto muestra dos partes rayadas debido a que hay una elevación del punto de ebullición en cada uno de los dos efectos, y la parte no rayada, que totaliza 85° , es menor que el diagrama de un solo efecto. En el evaporador de triple efecto hay tres partes rayadas correspondientes a la caída de temperatura en cada uno de los tres efectos, y la caída neta total de temperatura disponible, 79° , es consecuentemente menor.

En casos extremos de un gran número de efectos o elevaciones del punto de ebullición muy altos, la suma de las elevaciones del punto de ebullición en un evaporador propuesto podría ser mayor que la caída total de temperatura disponible. La operación bajo estas condiciones es imposible. En este caso sería preciso revisar las condiciones de operación del evaporador para reducir el número de efectos o aumentar la caída total de temperatura.

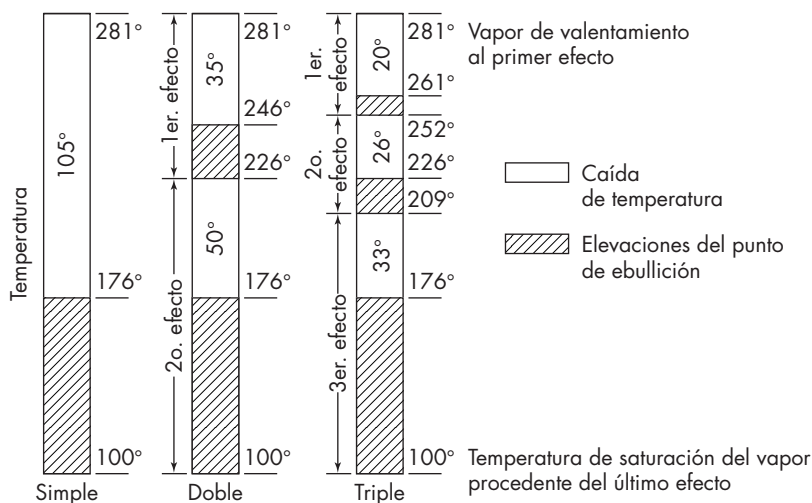


FIGURA 16.9

Efecto de la elevación del punto de ebullición sobre la capacidad de los evaporadores.

La economía de un evaporador de efecto múltiple no se ve influida por las elevaciones del punto de ebullición si se desprecian factores menores, como la temperatura de alimentación y variaciones de los calores de vaporización. Un kilogramo de vapor de calentamiento que condensa en el primer efecto genera aproximadamente un kilogramo de vapor, que a su vez condensa en el segundo efecto generando otro kilogramo de vapor, y así sucesivamente. La *economía* de un evaporador de múltiple efecto depende de consideraciones del balance de calor y no de la velocidad de transferencia de calor. Por otra parte, la *capacidad* se reduce a causa de la elevación del punto de ebullición. La capacidad de un evaporador de doble efecto que concentra una solución con elevación del punto de ebullición es generalmente menor que la mitad de la capacidad de dos efectos simples que operan con la misma caída global de temperatura. La capacidad de un triple efecto también es por lo general menor que un tercio que tres efectos simples con las mismas temperaturas extremas.

Número óptimo de efectos. El costo de cada efecto de un evaporador por metro cuadrado o pie cuadrado de superficie, es una función de su área total y disminuye con el área, tendiendo a un valor asintótico para grandes instalaciones. Por lo tanto, la inversión necesaria para la adquisición de un evaporador de N efectos es aproximadamente N veces la de un evaporador de simple efecto de la misma capacidad. El número óptimo de efectos se obtiene a partir de un balance económico teniendo en cuenta el ahorro de vapor de calentamiento que se obtiene con la operación de múltiple efecto y la inversión adicional que se requiere.

Cálculos de un múltiple efecto

En el diseño de evaporador de múltiple efecto, usualmente los resultados deseados son la cantidad consumida de vapor de calentamiento, el área de la superficie de calentamiento que se requiere, las temperaturas aproximadas en los distintos efectos, y la cantidad de vapor que abandona el último efecto. Lo mismo que en un evaporador de simple efecto, estos valores se obtienen a partir de los balances de material, balances de entalpía y la ecuación de capacidad (16.1). Sin embargo, en un evaporador de múltiple efecto se utiliza un método de tanteo en vez de una solución algebraica directa.

Considere, por ejemplo, un evaporador de triple efecto. Se pueden escribir siete ecuaciones: un balance de entalpía para cada efecto, una ecuación de capacidad para cada efecto y la evaporación total, que es conocida, o bien la diferencia entre las velocidades de las soluciones concentrada y diluida. Si se supone que la superficie de calentamiento en cada efecto es la misma, hay siete incógnitas en estas ecuaciones: 1) la velocidad del flujo de vapor de calentamiento que entra en el primer efecto; 2) a 4) la velocidad de flujo desde cada efecto; 5) la temperatura de ebullición en el primer efecto; 6) la temperatura de ebullición en el segundo efecto, y 7) la superficie de calentamiento por efecto. Es posible resolver las siete incógnitas a partir de estas ecuaciones, pero el método resulta tedioso. Otro método de cálculo es el siguiente:

1. Se suponen valores de temperaturas de ebullición en el primer y segundo efectos.
2. A partir de balances de entalpía se obtienen las velocidades de flujo de vapor de calentamiento y de licor de un efecto a otro.
3. Se calcula la superficie de calentamiento que se requiere en cada efecto a partir de las ecuaciones de capacidad.

4. Si las áreas de calentamiento así encontradas no son aproximadamente iguales, se estiman nuevos valores para las temperaturas de ebullición y se repiten las partes 2 y 3 hasta que las superficies de calentamiento sean iguales.

En la práctica, estos cálculos se realizan con una computadora. Los resultados de un cálculo típico se presentan en el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 16.4 Un evaporador de triple efecto de circulación forzada se alimenta con 60 000 lb/h (27 215 kg/h) de una solución de sosa cáustica a 10% a una temperatura de 180 °F (82.2 °C). La solución concentrada contendrá 50% de NaOH. Se utiliza vapor de agua saturado a 50 lb_f/in.² (3.43 atm) abs como vapor de calentamiento, y la temperatura de condensación del vapor procedente del tercer efecto será de 100 °F (37.8 °C). El orden de los efectos es II, III, I. La radiación y el subenfriamiento del condensado son despreciables. Los coeficientes globales corregidos para tener en cuenta la elevación del punto de ebullición se dan en la tabla 16.2. Calcule *a*) la superficie de calentamiento que se requiere en cada efecto, suponiendo que las superficies son iguales en todos ellos; *b*) el consumo de vapor de calentamiento, y *c*) la economía de dicho vapor.

Solución La velocidad total de evaporación se calcula a partir de un balance global de materia, suponiendo que los sólidos pasan sin pérdidas a través del evaporador (tabla 16.3).

Repita los cálculos para temperaturas, entalpías y velocidades de flujo mostradas en la tabla 16.4. Observe que la alimentación de vapor de calentamiento en I se vuelve el condensado que sale de I, el vapor desde I se vuelve el condensado que sale de II, y el vapor desde II se vuelve el condensado que sale de III. A partir de estos resultados se encuentran las respuestas a los problemas:

- a*) Área por efecto: 719 ft² (66.8 m²).
b) Consumo de vapor de calentamiento: 19 370 lb/h (8 786 kg/h).
c) Economía: 48 000/19 370 = 2.48.

TABLA 16.2

Efecto	Coeficiente global	
	Btu/ft ² · h · °F	W/m ² · °C
I	700	3 970
II	1 000	5 680
III	800	4 540

TABLA 16.3

Material	Velocidad de flujo, lb/h		
	Total	Sólido	Agua
Solución de alimentación	60 000	6 000	54 000
Solución concentrada	12 000	6 000	6 000
Agua evaporada	48 000		48 000

TABLA 16.4**Temperaturas, entalpías y velocidades de flujo para el ejemplo 16.3**

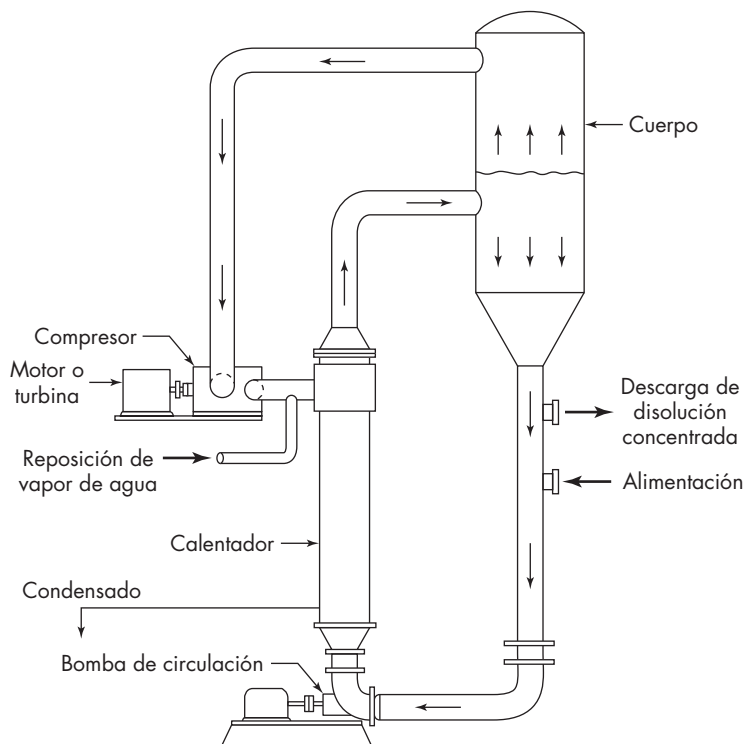
Corriente	Temperatura °F	Temperatura de saturación, °F	Concentración, fracción peso	Entalpía, Btu/lb	Velocidad de flujo, lb/h
Vapor de calentamiento	281	281		1 174	19 370
Alimentación hacia I	113		0.228	68	26 300
Vapor que sale de I	245	170		1 170	14 300
Condensado que sale de I	281			249	19 370
Solución concentrada que sale de I	246		0.50	249	12 000
Alimentación de crudo hacia II	180		0.10	135	60 000
Vapor que sale de II	149	142		1 126	16 340
Líquido que sale de II	149		0.137	101	43 660
Condensado que sale de II	170			138	14 300
Vapor que sale de III	114	100		1 111	17 360
Condensado que sale de III	142			110	16 340

RECOMPRESIÓN DEL VAPOR

La energía del vapor formado en la ebullición de una solución puede utilizarse para vaporizar más agua siempre que exista una caída de temperatura en la dirección deseada para la transferencia de calor. En un evaporador de múltiple efecto, esta caída de temperatura se crea mediante una disminución progresiva del punto de ebullición de la solución en una serie de evaporadores que operan con presiones absolutas más bajas. La fuerza impulsora deseada también se puede obtener aumentando la presión (y, por lo tanto, la temperatura de condensación) del vapor formado, utilizando una recompresión mecánica o térmica. El vapor comprimido se condensa después en la cámara de vapor del evaporador del que procede.

Recompresión mecánica

En la figura 16.10 se ilustra el fundamento de la recompresión mecánica del vapor. La alimentación fría se precalienta hasta una temperatura próxima a la de la ebullición mediante intercambio de calor con la solución concentrada y se bombea a través de un calentador como en el caso de un evaporador convencional de circulación forzada. Sin embargo, el vapor formado no se condensa directamente sino que se comprime hasta una presión algo más elevada por medio de un compresor centrífugo o de desplazamiento positivo, transformándose así en “vapor” de calentamiento que entra como alimentación en el calentador. Puesto que la temperatura de saturación del vapor comprimido es superior a la de ebullición de la alimentación, el calor fluye desde el vapor hacia la solución generando más vapor. Tal vez se requiera una pequeña reposición de vapor de agua. La caída de temperatura óptima para un sistema típico es del orden de 5 °C. La utilización de energía en un sistema de este tipo es muy buena: la economía basada en el vapor de calentamiento equivalente al poder de energía que se requiere para accionar el compresor es la correspondiente a un evaporador de 10 a 15 efectos. Las aplicaciones

**FIGURA 16.10**

Recompresión mecánica aplicada a un evaporador de circulación forzada.

más importantes de la evaporación con compresión mecánica son la producción de agua destilada a partir de agua salada, evaporación de licor negro en la industria del papel,⁵ evaporación de materiales sensibles al calor como los jugos de fruta, y la cristalización de sales invirtiendo sus curvas de solubilidad⁴ (véase capítulo 27).

Los evaporadores de película descendente son especialmente útiles para la operación con sistemas de recompresión de vapor.¹²

Recompresión térmica

En un sistema de recompresión térmica, el vapor se comprime utilizando vapor de alta presión en un eyector de chorro. Esto da lugar a más vapor de calentamiento del que se requiere para la ebullición de la solución, de forma que el exceso de vapor se purga o se condensa. La relación entre el vapor de calentamiento y el vapor procedente de la solución depende de la presión de evaporación; para muchas operaciones a baja temperatura, con vapor de calentamiento de 8 a 10 atm de presión, la relación entre el vapor de calentamiento que se requiere y la masa de agua evaporada es del orden de 0.5.

Como los chorros de vapor pueden manejar grandes volúmenes de vapor de baja densidad, la recompresión térmica resulta más adecuada que la recompresión mecánica para la evaporación a vacío. Los eyectores son más baratos y de más fácil mantenimiento que los compresores y los sopladores. Las principales desventajas de la recompresión térmica son la baja eficiencia mecánica y la falta de flexibilidad del sistema frente a variaciones en las condiciones de operación.

SÍMBOLOS

A	Área de la superficie de transferencia de calor, m^2 o ft^2 ; A_1, A_2, A_3 , en los efectos I, II, III
BPE	Elevación del punto de ebullición, $^{\circ}\text{C}$ o $^{\circ}\text{F}$
c_p	Calor específico a presión constante, $\text{J/g} \cdot ^{\circ}\text{C}$ o $\text{Btu/lb} \cdot ^{\circ}\text{F}$; C_{pf} , de alimentación
H	Entalpía de la solución concentrada, J/g o Btu/lb , H_c , del condensado; H_f , de alimentación; H_s , de vapor saturado; H_v , de vapor o vapor sobrecalentado
$\dot{m}$	Velocidad de flujo de masa, kg/h o lb/h ; de la solución que sale del evaporador de simple efecto; $\dot{m}_f$, de la alimentación; $\dot{m}_s$, del vapor de calentamiento y del vapor condensado
N	Número de efectos de un evaporador
p	Presión, atm o lb_f/ft^2 ; p_s , del vapor de calentamiento; p_1, p_2, p_3 , en los espacios de vapor de los efectos I, II, III
q	Velocidad de la transferencia de calor, W o Btu/h ; q_T , velocidad total; q_p , a la solución diluida; q_s , del vapor de calentamiento; q_v , para la vaporización; q_1, q_2, q_3 , en los efectos I, II, III
T	Temperatura, $^{\circ}\text{C}$ o $^{\circ}\text{F}$; temperatura de ebullición en y de un líquido que sale de un evaporador de simple efecto; T_c , temperatura del condensado; T_f , de la alimentación; T_h , del vapor que entra; T_s , del vapor saturado; T' , temperatura de ebullición del agua a la presión de un espacio de vapor; T_1, T_2, T_3 , temperatura de ebullición, y del licor que sale de los efectos I, II, III
U	Coefficiente global de la transferencia de calor, $\text{W/m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}$ o $\text{Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^{\circ}\text{F}$; U_1, U_2, U_3 , en los efectos I, II, III
x	Fracción masa del soluto
Z	Distancia por debajo de la superficie del líquido, m o ft

Letras griegas

Γ	Carga de líquido sobre el tubo, kg/h por metro de perímetro o lb/h por pie de perímetro
ΔT	Caída de temperatura, $^{\circ}\text{C}$ o $^{\circ}\text{F}$; caída total de temperatura corregida, todos los efectos; $\Delta T_1, \Delta T_2, \Delta T_3$, caída de temperatura en los efectos I, II, III
λ	Calor latente, J/g o Btu/lb ; λ_s , calor latente de condensación de vapor de agua; λ_v , de vaporización de la solución concentrada
μ	Viscosidad absoluta, cP o $\text{lb/ft} \cdot \text{h}$

PROBLEMAS

- 16.1.** Una solución de coloides orgánicos en agua ha de concentrarse de 8 a 45% en sólidos en un evaporador de simple efecto. Se dispone de vapor de agua a la presión manométrica de 1.03 atm (120.5 $^{\circ}\text{C}$). En el espacio de vapor se mantendrá una presión de 102 mm de Hg. La velocidad de alimentación al evaporador es de 20000 kg/h . El coeficiente global de transferencia de calor se toma como 2800 $\text{W/m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}$. La solución tiene una elevación despreciable del punto de ebullición y también del calor de dilución. Calcule el consumo de vapor, la economía, así como la superficie de calentamiento requerida si la temperatura de alimentación es de a) 51.7 $^{\circ}\text{C}$, b) 21.1 $^{\circ}\text{C}$, c) 93.3 $^{\circ}\text{C}$. El calor específico de la solución de alimentación es

3.77 J/g · °C, y el calor latente de vaporización de la solución se considera igual al del agua. Las pérdidas por radiación son despreciables.

- 16.2.** Una solución de coloides orgánicos debe concentrarse de 15 a 50% en sólidos en un evaporador de tubos verticales. La solución tiene una elevación despreciable del punto de ebullición, y el calor específico de la alimentación es 0.93. Se dispone de vapor de agua saturado a 0.8 atm abs, y la presión en el condensador es de 100 mm Hg abs. La alimentación entra a 15 °C. El coeficiente global es de 1 700 W/m² · °C. El evaporador debe evaporar 25 000 kg de agua por hora. ¿Cuántos metros cuadrados de superficie son necesarios y cuál será el consumo de vapor de calentamiento en kilogramos por hora?
- 16.3.** Un evaporador de circulación forzada concentra 60 000 kg/h de 44% NaOH a 65% usando vapor de calentamiento a 3 atm de presión. Tanto la temperatura de alimentación y la temperatura de condensación son 40 °C. La densidad de la solución de alimentación es 1 450 kg/m³. Si el coeficiente global de la transferencia de calor es 2 000 W/m² · °C, calcule *a*) el requerimiento de vapor de calentamiento, en kilogramos por hora; *b*) el área requerida de transferencia de calor.
- 16.4.** Se utilizan tubos verticales de 100 mm de diámetro y 6 m de longitud para concentrar una solución acuosa diluida en un evaporador de película descendente con un solo paso. La velocidad de flujo por el tubo es 3 000 kg/h, y la viscosidad de la solución a la temperatura inicial de ebullición es 2.5 cP. *a*) ¿Cuál sería el tiempo medio de residencia del líquido en el tubo si no hubiese evaporación? *b*) ¿Qué fracción de agua se evaporaría si el ΔT global fuera 90 °C y el coeficiente global de transferencia de calor fuera 3 500 W/m² · °C? *c*) Si la misma fracción de evaporación se obtuviese en un evaporador de flujo ascendente del mismo tamaño, ¿cuál sería el tiempo de residencia promedio? (Suponga que el fluido en el tubo está formado por dos tercios de líquido y un tercio de vapor.)
- 16.5.** Un evaporador de triple efecto de tubos largos se utiliza para concentrar 35 000 gal/h de una solución de 17% de sólidos disueltos hasta 38% de sólidos disueltos. La alimentación entra a 60 °F y pasa a través de tres calentadores de coraza y tubos, *a*, *b* y *c*, en serie, y después a través de los tres efectos dispuestos en el orden II, III, I. El calentador *a* se calienta con vapor tomado de la línea de vapor entre el primer efecto y el condensador; el calentador *b* se calienta con vapor procedente de la línea de vapor entre los efectos segundo y tercero; y el calentador *c* se calienta con vapor procedente de la línea entre el primer y segundo efectos. En cada calentador el acercamiento final de temperatura es de 10 °F. Otros datos se presentan en la tabla 16.5.

TABLA 16.5

Concentración de sólidos, %	Gravedad específica	Calor específico, Btu/lb · °F
10	1.02	0.98
20	1.05	0.94
30	1.10	0.87
35	1.16	0.82
40	1.25	0.75

Vapor de calentamiento en I, 230 °F, seco y saturado.

Vacío en III, 28 in., con referencia a un barómetro de 30 in.

Condensados salen de la cámara de vapor a temperaturas de condensación.

Elevaciones del punto de ebullición: 1 °F en II, 5 °F en III, 15 °F en I.

Coefficientes, en $\text{Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$, corregidos para la elevación del punto de ebullición, 450 en I, 700 en II, 500 en III.

Todos los efectos tienen iguales áreas de la superficie de calefacción.

Calcule *a*) el vapor de calentamiento que se requiere, en libras por hora; *b*) la superficie de calentamiento en cada efecto; *c*) la economía en libras por libra de vapor de agua, y *d*) el calor latente removido en el condensador.

- 16.6.** Un evaporador de película agitada de 120 mm de diámetro interior contiene un agitador de cuatro aspas que gira a 400 rpm. Está vaporizando dicloruro de etileno a partir de una solución de un polímero con una viscosidad media de 100 cP. Las propiedades de la película líquida son: $k = 0.15 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}$; $\rho = 60 \text{ lb/ft}^3$; $c_p = 0.3 \text{ Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$. *a*) Calcule el coeficiente de transferencia de calor de la película líquida agitada. *b*) Compare los resultados con los datos de la tabla 16.1 y haga comentarios sobre la discrepancia, si la hubiera.
- 16.7.** Un evaporador de triple efecto se usa para producir una disolución de NaOH a 50% desde un alimentador que contiene NaOH a 25%. El vapor disponible está a 320 °F, y el vapor de la última etapa se condensa a 120 °F. Se utiliza alimentación inversa. *a*) Si se eliminan cantidades iguales de agua en cada efecto, ¿cuál será la concentración en los efectos intermedios, la elevación del punto de ebullición en cada efecto y las diferencias netas de temperatura disponibles para la transferencia de calor? *b*) Con las mismas temperaturas extremas y más de tres efectos, ¿cuál sería el número máximo de efectos que podría utilizarse?
- 16.8.** Para concentrar de 4 a 35% de sólido una solución que posee una elevación del punto de ebullición, se utiliza un evaporador estándar de tubos largos verticales de triple efecto. Cada efecto tiene una superficie de calentamiento de 140 m². Se utiliza alimentación directa. Se dispone de vapor de calentamiento 120 °C, y el vacío en el último efecto corresponde a la temperatura de ebullición de 40 °C. Los coeficientes globales, en $\text{W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$, son 2950 en I, 2670 en II, y 1360 en III; todos los calores específicos se toman como 4.2 J/g · °C; y la radiación es despreciable. El condensado sale a la temperatura de condensación. La alimentación entra a 90 °C. Calcule *a*) los kilogramos de solución al 4% que se pueden concentrar por hora; *b*) el consumo de vapor de calentamiento en kilogramos por hora.
- 16.9.** Se utiliza un evaporador con recompresión del vapor para concentrar una solución acuosa muy diluida. La velocidad de alimentación será 30 000 lb/h y la de evaporación 20 000 lb/h. El evaporador operará a la presión atmosférica, comprimiendo mecánicamente el vapor en la forma que se muestra en la figura 16.10 con la diferencia de que se utiliza una calandria de circulación natural. Si el costo del vapor de agua es de \$8 por 1 000 lb, el de la electricidad es de 3 centavos por kilowatt-hora, y el de la superficie de transferencia de calor es de \$70 por pie cuadrado, calcule la presión óptima a la que debe comprimirse el vapor. El rendimiento global del compresor es de 72%. Suponga que los demás costos son independientes de la presión del vapor comprimido. ¿A cuántos efectos equivaldría este evaporador?

- 16.10.** Si una solución coloidal al 10% se concentra al 20% en un evaporador de película descendente con tubos de 50 mm de diámetro y 8 m de longitud, y el flujo de alimentación es de 140 kg/h por tubo a 65 °C, que es el punto de ebullición inicial a la presión del evaporador, y la viscosidad de la solución es 2.0 veces la del agua con 10% de sólidos, y 4.5 veces la del agua con 20% de sólidos, *a)* estime el coeficiente de película interno h_i en la parte superior del tubo; *b)* suponiendo que el valor promedio de U es la mitad del inicial h_i , estime también la velocidad de evaporación por tubo, ¿se puede concentrar la solución hasta 20% en un solo paso por los tubos?
- 16.11.** Un evaporador de recompresión de vapor funciona a 1 atm para producir una solución con un incremento del punto de ebullición de 10 °F. *a)* ¿Cuál debería ser la presión de salida del compresor para proporcionar un gradiente de temperaturas de 15 °F en el evaporador?; *b)* estime la energía que se requiere por libra de vapor, asumiendo 75% de eficiencia isentrópica del compresor y una caída de presión por fricción de 0.5 lb/in² en la línea de vapor al compresor.
- 16.12.** Un evaporador de efecto múltiple, con cinco etapas, se usa para concentrar una solución desde 4 hasta 20% de sólidos. El incremento del punto de ebullición es proporcional a la concentración y es de 25 °F por cada 20% de sólidos. *a)* Asumiendo que se evaporan cantidades iguales de agua en cada etapa, determine la concentración y el incremento del punto de ebullición para cada etapa; *b)* si el vapor se encuentra disponible a 270 °F y la última etapa produce vapor con una temperatura de saturación de 100 °F, ¿qué tanto se reduce el gradiente de temperaturas debido a la elevación del punto de ebullición?

REFERENCIAS

1. Boarts, R.M., W.L. Badger y S.J. Meisenburg. *Trans. AIChE*, **33**: 363 (1937).
2. Foust, A.S., E.M. Baker y W.L. Badger. *Trans. AIChE*, **35**: 45 (1939).
3. Kessler, H. G. *Food and Bio Process Engineering—Dairy Technology*, 5a. ed. Munich: V. A. Kessler, 2002.
4. King, R.J. *Chem. Eng. Prog.*, **80**(7): 63 (1984).
5. Logsdon, J.D. *Chem. Eng. Prog.*, **79**(9): 36 (1983).
6. McAdams, W.H. *Heat Transmission*, 3a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1954, pp. 398ff.
7. McCabe, W.L. *Trans. AIChE*, **31**: 129 (1935).
8. Moore, J.G. y W.E. Hesler. *Chem. Eng. Prog.*, **59**(2): 87 (1963).
9. Perry, J.H. (ed.). *Chemical Engineers' Handbook*, 6a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1984, p. 10-35.
10. Perry, R.H. y D.W. Green (eds.). *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1997, p. 11-109.
11. Sinek, J.R. y E.H. Young. *Chem. Eng. Prog.*, **58**(12): 74 (1962).
12. Weimer, L.D., H.R. Dolf y D.A. Austin. *Chem. Eng. Prog.*, **76**(11): 70 (1980).

SECCIÓN IV

Transferencia de masa y sus aplicaciones

Un grupo de operaciones para la separación de componentes de mezclas está basado en la transferencia de materia desde una fase homogénea a otra. Contrariamente a las separaciones puramente mecánicas, estos métodos utilizan diferencias en la presión de vapor, solubilidad, o difusividad y no en el tamaño o la densidad de las partículas. La fuerza impulsora para la transferencia es una diferencia de concentración o una diferencia en actividad, de la misma forma que una diferencia de temperatura o un gradiente de temperatura constituye la fuerza impulsora para la transferencia de calor. Estos métodos, agrupados bajo la denominación de *operaciones de transferencia de masa*, incluyen técnicas tales como destilación, absorción de gases, deshumidificación, adsorción extracción líquida, lixiviación, cristalización, separaciones con membranas, así como muchas otras que no se tratan en este libro.

El objetivo de la *destilación* es separar, mediante vaporización, una mezcla líquida de sustancias miscibles y volátiles en los componentes individuales o, en algunos casos, en grupos de componentes. La separación de una mezcla de alcohol y agua en sus componentes; de aire líquido en nitrógeno, oxígeno y argón; y de petróleo crudo en gasolina, queroseno, aceite combustible y aceites lubricantes, son ejemplos de destilación.

En la *absorción de gases*, un soluto gaseoso se absorbe, de un gas inerte en un líquido en el que el soluto es más o menos soluble. Un ejemplo típico es la absorción de amoníaco contenido en una mezcla con aire, mediante tratamiento con agua líquida. Posteriormente, el soluto se recupera del líquido por destilación y el líquido absorbente puede desecharse o bien reutilizarse. Cuando el soluto se transfiere desde el disolvente líquido hacia la fase gaseosa, la operación recibe el nombre de *desorción* o *agotamiento*. En *deshumidificación* un líquido puro se separa parcialmente por condensación de un gas inerte o portador. Con frecuencia el gas portador es insoluble en el líquido. Ejemplos de deshumidificación son la separación del vapor de agua del aire mediante condensación sobre una superficie fría y la condensación de un vapor orgánico, tal como el tetracloruro de carbono, de una corriente de nitrógeno. En las operaciones de humidificación, el sentido de la transferencia es desde la fase líquida hacia la gaseosa. En el *secado* de sólidos, un líquido, generalmente agua, se separa por medio de un gas seco y caliente (generalmente aire) de forma que la operación está acompañada de la humidificación de la fase gaseosa.

En las *separaciones con membrana*, incluyendo las separaciones de gases, la ósmosis inversa y la ultrafiltración, un componente de un líquido o mezcla gaseosa pasa a través de una membrana selectiva mucho más fácilmente que los otros componentes. La fuerza impulsora fundamental es la diferencia de la actividad termodinámica, pero en la mayoría de los casos la fuerza impulsora se expresa como una diferencia en la concentración o presión parcial. En la *adsorción* se separa un soluto de un líquido o de un gas mediante contacto con un sólido adsorbente cuya superficie tiene una especial afinidad por el soluto.

En la *extracción de líquidos*, a veces llamada *extracción con disolvente*, una mezcla de dos componentes se trata con un disolvente que disuelva preferentemente a uno o más de los componentes de la mezcla. La mezcla así tratada recibe el nombre de *refinado*, y la fase rica en disolvente se llama *extracto*. El componente que se transfiere desde el refinado hacia el extracto es el *soluto*, mientras que el componente que predomina en el refinado es el *diluyente*. El disolvente presente en el extracto que sale del extractor generalmente se recupera y reutiliza. En la extracción de sólidos, o *lixiviación*, el material soluble se disuelve de su mezcla con un sólido inerte mediante un disolvente líquido. El material disuelto, o soluto, se recupera después por cristalización o evaporación. La *cristalización* se utiliza para obtener materiales en forma de cristales uniformes y atractivos de elevada pureza, separando un soluto de una disolución o de una fase fundida, dejando atrás las impurezas.

El tratamiento cuantitativo de la transferencia de materia se basa en balances de materia y energía, equilibrios y velocidades de transferencia de materia y calor. Aquí se consideran algunos conceptos que tienen una aplicación general. Las operaciones individuales se tratan en los capítulos siguientes.

TERMINOLOGÍA Y SÍMBOLOS

En general, conviene designar las dos corrientes que intervienen en una operación como la fase *L* y la fase *V*. También es costumbre seleccionar la corriente de mayor densidad como la fase *L* y la de menor densidad como la fase *V*. Una excepción se presenta en la extracción líquida, donde el refinado se toma siempre como la fase *L* y el extracto como la fase *V*, aun cuando puede ocurrir que el refinado sea menos denso que el extracto. En el secado, la fase *L* es la corriente formada por el sólido y el líquido incorporado al mismo. La tabla A muestra cómo se designan las corrientes en las distintas operaciones.

Notas sobre concentraciones

Estrictamente hablando, concentración significa masa por unidad de volumen. La masa puede ser expresada en kilogramos o libras, y el volumen en metros cúbicos o pies cúbicos. Para expresar la cantidad de soluto presente se utiliza también con frecuencia la unidad kilogramo mol o libra mol. En este libro el contexto aclarará qué cantidad —mol o masa ordinaria— se utiliza. A veces es conveniente expresar las concentraciones en fracciones mol o masa. La fracción mol es la relación entre los moles de un componente y el número total de moles en la mezcla, con una definición análoga para la fracción masa. Por definición, la suma de las fracciones mol o masa de una mezcla es la unidad.

TABLA A**Terminología para corrientes en operaciones de transferencia de materia**

Operación	Fase <i>V</i>	Fase <i>L</i>
Destilación	Vapor	Líquido
Absorción de gases, deshumidificación	Gas	Líquido
Separaciones con membrana	Gas o líquido	Gas o líquido
Adsorción	Gas o líquido	Sólido
Extracción de líquidos	Extracto	Refinado
Lixiviación	Líquido	Sólido
Cristalización	Licor madre	Cristales
Secado	Gas (generalmente aire)	Sólido húmedo

Si hay r componentes, se seleccionan de forma independiente $r - 1$ fracciones mol, toda vez que la fracción mol del componente restante es igual a la unidad menos la suma de las demás fracciones mol.

La relación entre la concentración y la fracción mol o masa de un componente i es

$$c_i = \rho x_i$$

donde x_i = fracción mol o masa del componente i

ρ = densidad molar masa de la mezcla

c_i = concentración correspondiente del componente i

Se necesitan símbolos generales para las velocidades de flujo y las concentraciones. En todas las operaciones se utilizan V y L para las velocidades de flujo de las fases V y L , respectivamente. Se utilizan A , B , C , etcétera, para referirse a los componentes individuales. Si solamente se transfiere un componente entre las fases, dicho componente se representa por A . Se utiliza x para la concentración de un componente en la fase L y y para la concentración en la fase V . Por lo tanto, y_a es la concentración del componente A en la fase V y x_b es la del componente B en la fase L . Cuando sólo están presentes dos componentes en una fase, la concentración del componente A se representa por x o y , y la del componente B por $1 - x$ o $1 - y$, de forma que los subíndices A y B resultan innecesarios.

TABLA B**Magnitudes extremas para flujo en contracorriente**

Corriente	Velocidad de flujo	Concentración del componente A
Fase L a la entrada	L_a	x_{Aa}
Fase L a la salida	L_b	x_{Ab}
Fase V a la entrada	V_b	y_{Ab}
Fase V a la salida	V_a	y_{Aa}

Magnitudes extremas

Puesto que en las operaciones de transferencia de materia en estado estacionario hay dos corrientes, cada una de las cuales entra y sale, existen cuatro magnitudes extremas o terminales. Para identificarlas se utiliza el subíndice a para referirse al extremo del proceso por el que entra la fase L y el subíndice b para el extremo por el que sale dicha fase. Por tanto, para el flujo *en contracorriente*, las magnitudes extremas son las que se presentan en la tabla B. Si en una corriente sólo hay dos componentes, se suprime el subíndice A de los términos de concentración.

PROCESOS DIFUSIONALES Y ETAPAS DE EQUILIBRIO

Los procesos de transferencia de masa se modelan por dos métodos esencialmente diferentes: uno basado en la velocidad de los procesos de difusión y otro que utiliza el concepto de etapas de equilibrio. La selección del método depende del tipo de equipo en el que se realiza la operación. Los cálculos implicados en la absorción de gas, extracción líquido-líquido y otras operaciones son modelados como procesos de difusión cuando se llevan a cabo en torres empacadas o equipos similares. Cuando la destilación, la lixiviación y la extracción se realizan en equipos tales como torres de platos, baterías de difusión y mezcladores sedimentadores que contienen etapas distintas, los problemas en estas situaciones se resuelven generalmente mediante el cálculo de etapas de equilibrio. Sin embargo, todos los cálculos de transferencia de masa requieren el conocimiento de las relaciones de equilibrio entre fases.

Equilibrio entre fases

Si dos fases llegan al equilibrio se alcanza un límite en la transferencia de masa, de forma que dicha transferencia neta se anula. Para un proceso práctico que se realice con una velocidad de producción razonable, es necesario evitar el equilibrio, ya que la velocidad de transferencia en cualquier punto es proporcional a la fuerza impulsora que viene dada por el desplazamiento del equilibrio en dicho punto. Por lo tanto, para evaluar fuerzas impulsoras, el conocimiento del equilibrio entre fases adquiere una importancia fundamental. En la transferencia de masa son importantes diferentes tipos de equilibrio entre fases. En casi todos los casos intervienen dos fases y se pueden encontrar todas las combinaciones excepto dos fases sólidas. Considerando las fases en su conjunto, las variables controlantes son las propiedades intensivas de temperatura, presión y concentraciones. Los datos de equilibrio pueden presentarse en forma tabulada, gráfica o mediante ecuaciones. En la mayor parte de las operaciones que se consideran en el libro, las relaciones de equilibrio pertinentes se presentan en forma gráfica.

Clasificación de equilibrios

Para clasificar los equilibrios y establecer el número de variables independientes o grados de libertad disponibles en una situación concreta, resulta de interés la regla de las fases. Esto es

$$\mathcal{F} = \mathcal{C} - \mathcal{P} + 2$$

donde $\mathcal{F}$ = número de grados de libertad

$\mathcal{C}$ = número de componentes

$\mathcal{P}$ = número de fases

En los siguientes párrafos los equilibrios utilizados en transferencia de masa se analizan en función de la regla de las fases.

El número de grados de libertad o varianza $\mathcal{F}$, es el número de variables intensivas independientes —temperatura, presión y concentraciones— que se pueden fijar para definir el estado de equilibrio del sistema. Si se fija un número de variables inferior a $\mathcal{F}$, existe un número infinito de estados que cumplen las suposiciones, y si se selecciona arbitrariamente un número excesivo de variables, el sistema está sobreespecificado. Cuando solamente hay dos fases, como es el caso habitual, $\mathcal{F} = \mathcal{C}$; en sistemas de dos componentes $\mathcal{F} = 2$. Si se fija la presión, sólo una variable —por ejemplo, la concentración de la fase líquida— puede cambiar independientemente; la temperatura y la composición de la fase gaseosa (si las dos fases son líquido y gas) quedarán determinadas. Para tales sistemas, los datos de equilibrio se presentan en diagramas temperatura-composición aplicables a presión constante, o bien representando gráficamente y_e , la concentración de la fase V , frente a x_e , la composición de la fase L . Tales representaciones gráficas reciben el nombre de *curvas de equilibrio*. Si hay más de dos componentes, no es posible representar las relaciones de equilibrio mediante una sola curva.

A continuación se presentan aplicaciones de la regla de las fases para tres operaciones típicas.

Absorción de gases

Suponga que sólo se transfiere un componente entre las fases. Hay tres componentes, de tal forma que $\mathcal{F} = 3$. Hay cuatro variables: presión, temperatura y las concentraciones del componente A en el líquido y gas. Hay que fijar la temperatura y la presión. Se puede elegir una concentración como la variable independiente restante. Entonces la otra concentración está determinada y es posible representar de manera gráfica una curva de equilibrio de y_e frente a x_e . Todos los puntos situados sobre la curva corresponden a la misma temperatura y presión. Los datos de equilibrio para diferentes temperaturas pueden presentarse también en gráficas de solubilidad, en las que la presión parcial del soluto en la fase gaseosa se representa como la ordenada.

Destilación

Suponiendo que hay dos componentes, de forma que $\mathcal{C} = 2$, $\mathcal{P} = 2$ y $\mathcal{F} = 2$. Los dos componentes se encuentran en ambas fases. Existen cuatro variables de interés: presión, temperatura y las fracciones mol del componente A en las fases líquida y vapor (las fracciones mol del componente B son iguales a la unidad menos las del componente A). Si se fija la presión, sólo una variable, por ejemplo, la fracción mol de la fase líquida, se puede modificar independientemente, mientras que la temperatura y la fracción mol de la fase de vapor quedarán determinadas.

Si hay tres componentes, $\mathcal{F} = 3$, y el hecho de fijar la temperatura y las concentraciones de los líquidos x_A y x_B define el sistema. La presión P , la concentración de líquido x_C y las concentraciones de vapor y_A , y_B y y_C están determinadas.

Extracción de líquidos

El número mínimo de componentes es 3, de forma que $\mathcal{F} = 3$. Los tres componentes pueden estar presentes en ambas fases. Las variables son temperatura, presión y cuatro concentraciones. La temperatura o la presión se toman como constantes y se eligen dos o más concentraciones como variables independientes. Generalmente, la presión permanece constante y entonces la temperatura varía algo. Las relaciones entre las variables se presentan mediante diferentes métodos gráficos, de los que son ejemplos las figuras 23.7 a 23.10.

CAPÍTULO 17

Fundamentos de la difusión y de la transferencia de masa entre fases

La difusión es el movimiento, bajo la influencia de un estímulo físico, de un componente individual a través de una mezcla. La causa más frecuente de la difusión es un gradiente de concentración del componente que difunde. Un gradiente de concentración tiende a mover el componente en una dirección tal que iguale las concentraciones y anule el gradiente. Cuando el gradiente se mantiene mediante el suministro continuo de los componentes de baja y alta concentración, existe un flujo en estado estacionario del componente que se difunde. Esto es característico de muchas operaciones de transferencia de masa. Por ejemplo, cuando se remueve amoníaco de un gas por medio de absorción en agua en una columna empacada, en cada punto en la columna un gradiente de concentración en la fase gaseosa provoca la difusión del amoníaco a la interfase gas-líquido, donde se disuelve, y un gradiente en la fase líquida provoca la difusión en la masa líquida. Cuando se extrae un soluto de un líquido, los gradientes se invierten; aquí la difusión conduce al soluto desde la masa líquida a la interfase y de ahí hacia el interior de la fase gaseosa. En algunas otras operaciones de transferencia de masa, tales como la lixiviación y la adsorción, tiene lugar la difusión en estado no estacionario, y los gradientes y flujos disminuyen con el tiempo en cuanto se alcanza el equilibrio.

Aunque la causa habitual de la difusión es un gradiente de concentración, en ocasiones la difusión también se origina por un gradiente de actividad, como en la ósmosis inversa, por un gradiente de presión, un gradiente de temperatura o por la aplicación de un campo de fuerza externa como en el caso de la centrífuga.¹ La difusión molecular inducida por la temperatura es la *difusión térmica*, y la debida a un campo externo es la *difusión forzada*. Ambas son poco frecuentes en la ingeniería química. En este capítulo sólo se considera la difusión bajo un gradiente de concentración.

La difusión no está restringida a la transferencia molecular a través de capas estacionarias de un sólido o fluido. También tiene lugar cuando se mezclan fluidos de diferentes composiciones. Con frecuencia, el primer paso en la mezcla es la transferencia de masa causada por el movimiento de remolinos característico del flujo turbulento. A esto se le llama *difusión por remolino*. El segundo paso es la difusión molecular entre y dentro de remolinos muy pequeños. A veces el proceso de la difusión va acompañado de flujo global de la mezcla en una dirección paralela a la dirección de difusión.

Función de la difusión en la transferencia de masa

En todas las operaciones de transferencia de masa, la difusión ocurre por lo menos en una fase y con frecuencia en dos fases. En la destilación, el componente menos volátil se difunde a través de la fase líquida hacia la interfase y desde ésta hacia el vapor. El componente más volátil se difunde en dirección contraria y pasa a través del vapor hacia dentro del líquido. En la lixiviación, la difusión del soluto a través de la fase sólida va seguida de la difusión dentro del líquido. En la extracción de líquido, el soluto se difunde a través de la fase de refinado hacia la interfase y después dentro de la fase extracto. En la cristalización, el soluto se difunde a través del licor madre hacia los cristales y se deposita sobre las superficies sólidas. En la humidificación o deshumidificación no existe difusión a través de la fase líquida debido a que la fase líquida es pura y no existe gradiente de concentración a través de ella; pero el vapor difunde hacia o desde la superficie de contacto líquido-gas dentro o fuera de la fase gaseosa. En la separación de membrana la difusión ocurre en todas las fases: en los fluidos sobre cada lado de la membrana y en la membrana misma.

TEORÍA DE LA DIFUSIÓN

En esta sección se consideran relaciones cuantitativas para la difusión. La atención se enfoca sobre la difusión en dirección *perpendicular* a la superficie de contacto entre las fases y en una localización definida en el equipo. Se supone que se presenta un estado estacionario, de forma que las concentraciones en un determinado punto no varían con el tiempo. La explicación está restringida a mezclas binarias.

Primera ley de difusión de Fick

En la siguiente ecuación general para difusión unidimensional, el flux molar J es similar al flux de calor q/A de la ecuación (10.1) y el gradiente de concentración dc/db es similar al gradiente de temperatura dT/dx . Por lo tanto,

$$J_A = -D_v \frac{dc_A}{db} \quad (17.1)$$

donde J_A = flux molar del componente A, kg mol/m² · h o lb mol/ft² · h
 D_v = difusividad volumétrica, m²/h o ft²/h
 C_A = concentración, kg mol/m³ o lb mol/ft³
 b = distancia en dirección de la difusión, m o ft

La ecuación (17.1) es un planteamiento de la primera ley de difusión de Fick, la cual se puede escribir de distintas formas. Tal como se verá posteriormente, aplica ya sea que la mezcla total se encuentre estática o no, o si se mueve con respecto a un plano estacionario.

Para la difusión en tres dimensiones, la ecuación (17.1) se convierte en

$$J_A = D_v \nabla c_A = \rho_M D_v \nabla x_A \quad (17.2)$$

donde ρ_M = densidad molar de la mezcla, kg mol/m³ o lb mol/ft³
 x_A = fracción mol de A en la fase L.

Analogías con la transferencia de momentum y la transferencia de calor

Las similitudes entre las ecuaciones para difusión, transferencia de calor y transferencia de momentum se hacen evidentes con las siguientes ecuaciones. Las dimensiones de la difusividad volumétrica D_v están dadas en área por tiempo, lo mismo que las de la difusividad térmica α y la viscosidad cinemática ν . Para los sistemas unidimensionales, a partir de las ecuaciones (17.1), (10.1) sustituyendo α por k y usando ν en lugar de μ ,[†]

Para masa:
$$J_A = -D_v \frac{dc_A}{db}$$

Para energía calórica:
$$\frac{dq}{dA} = -\alpha \frac{d(\rho c_p T)}{dx}$$

Para momentum:
$$\tau_v = \nu \frac{d(u\rho)}{dy}$$

donde b, x y y son medidas de distancia en la dirección del flujo. Estas ecuaciones establecen que el transporte de masa ocurre a causa de un gradiente en la concentración de la misma, el transporte de energía es debido a un gradiente en la concentración de energía y el transporte de momentum por un gradiente de la concentración de momentum. Estas analogías no se aplican para sistemas bi y tridimensionales, porque τ_v es la cantidad tensorial con nueve componentes, mientras que J_A y dq/dA son vectores con tres componentes.

Las similitudes entre difusión y flujo de calor permiten que la solución de las ecuaciones para conducción de calor se puedan adaptar a problemas de difusión en sólidos o fluidos. Esto es especialmente útil para problemas de difusión de estado no estacionario, a causa de las muchas soluciones publicadas para transferencia de calor en estados transitorios (véase capítulo 10).

Las diferencias entre transferencia de calor y transferencia de masa resultan del hecho de que el calor no es una sustancia sino energía en tránsito, mientras que la difusión es el flujo físico de materia. Más aún, todas las moléculas de una mezcla se encuentran a la misma temperatura en un determinado punto en el espacio, de modo que la transferencia de calor en una dirección dada se basa en un gradiente de temperatura y en la conductividad térmica promedio. Con la transferencia de masa, hay diferentes gradientes de concentración para cada componente y a menudo diferentes difusividades, indicadas mediante el uso de subíndices para cada componente en c y D_v .

La naturaleza material de la difusión y el flujo resultante conduce a cuatro tipos de situaciones:

1. Sólo un componente A de la mezcla se transfiere hacia o desde la interfaz y el flujo total es el mismo que el flujo de A. La absorción de un solo componente del gas dentro de un líquido es un ejemplo de este tipo.

[†] Nótese que para la transferencia de momentum por convención, se omite con frecuencia el signo negativo.

2. La difusión de un componente A en una mezcla está balanceada por un flujo molar igual y opuesto del componente B , de modo que no hay flujo molar neto. Éste es generalmente el caso de la destilación y significa que no hay flujo de volumen neto en la fase gaseosa. Generalmente hay un flujo neto de volumen o de masa en la fase líquida debido a la diferencia en las densidades molares, pero éste es pequeño y se puede despreciar.
3. La difusión de A y B tiene lugar en direcciones opuestas, pero los flujos molares son diferentes. Esta situación frecuentemente ocurre en la difusión de especies químicamente reactivas hacia y desde una superficie catalítica, pero las ecuaciones no se tratan en este libro.
4. Dos o más componentes se difunden en la misma dirección pero a velocidades diferentes, como en algunas separaciones por membranas y procesos de adsorción.

Magnitudes de difusión

En la teoría de difusión se utilizan cinco conceptos relacionados entre sí:

1. La velocidad u , definida en la forma habitual de longitud/tiempo.
2. El flux a través del plano N , mol/área $\cdot$ tiempo.
3. El flux con relación al plano de velocidad cero J , mol/área $\cdot$ tiempo.
4. La concentración c y la densidad molar ρ_M , mol/volumen (también se puede utilizar la fracción molar).
5. El gradiente de concentración dc/db , donde b es la longitud de la ruta perpendicular al área a través de la cual tiene lugar la difusión.

Cuando se requiere, se utilizan los subíndices apropiados. Las ecuaciones se aplican indistintamente en unidades SI, cgs y fps. En algunas aplicaciones es posible utilizar unidades de masa en vez de molales para las velocidades de flujo y concentraciones.

Velocidades de difusión

Para describir los movimientos de sustancias individuales y de la fase total se requieren distintas velocidades. Debido a que el movimiento absoluto no tiene sentido, cualquier velocidad ha de estar basada en un estado arbitrario de reposo. En este tratamiento, el término *velocidad* sin cualificación se refiere a la velocidad relativa a la superficie de contacto (interfase) entre las fases, que es la que apreciaría un observador que estuviese en reposo con respecto a la superficie de contacto.

Las moléculas individuales de un componente cualquiera de la mezcla se mueven al azar. Si se considera la suma de las velocidades instantáneas de los componentes, proyectadas en dirección perpendicular a la superficie de contacto entre las fases, y se divide entre el número de moléculas de la sustancia, el resultado que se obtiene es la velocidad macroscópica de dicho componente. Para el componente A , por ejemplo, esta velocidad se representa por u_A .

Velocidad de flujo molar, velocidad y flux

El flux molar total N en dirección perpendicular a un plano estacionario es el producto de la velocidad volumétrica promedio u_0 y la densidad molar ρ_M . Para el caso de los componentes A y B cruzando un plano estacionario, los fluxes son

$$N_A = c_A u_A \quad (17.3a)$$

$$N_B = c_B u_B \quad (17.3b)$$

Las difusividades se definen no con respecto a un plano estacionario, sino con relación a un plano que se mueve con una velocidad volumétrica promedio u_0 .[†] Por definición, no existe flujo volumétrico neto a través de este plano de referencia, aunque en algunos casos existe un flujo neto molar o un flux neto de masa. El flux molar del componente A a través de este plano de referencia es un flux de difusión designado por J_A y es igual al flux de A para un plano estacionario [ecuación (17.3a)] menos el flux debido al flujo total con una velocidad u_0 y la concentración c_A :

$$J_A = c_A u_A - c_A u_0 = c_A (u_A - u_0) \quad (17.4)$$

$$J_B = c_B u_B - c_B u_0 = c_B (u_B - u_0) \quad (17.5)$$

La ecuación (17.1), escrita en términos de la difusividad D_{AB} del componente A en mezcla con el componente B , es

$$J_A = -D_{AB} \frac{dc_A}{db} \quad (17.6)$$

Para el componente B se aplica una ecuación similar:

$$J_B = -D_{BA} \frac{dc_B}{db} \quad (17.7)$$

Las ecuaciones (17.6) y (17.7) corresponden a la primera ley de Fick de la difusión para una mezcla binaria. Observe que esta ley se basa en tres decisiones:

1. El flux está en moles por unidad de área por unidad de tiempo.
2. La velocidad de difusión es relativa a la velocidad volumétrica promedio.
3. El potencial impulsor está en términos de concentración molar (moles del componente A por unidad de volumen).

Relaciones entre las difusividades

La relación entre D_{AB} y D_{BA} se determina muy fácil para los gases ideales, ya que la densidad molar no depende de la composición:

[†] Recuerde que la velocidad lineal es igual a la velocidad de flujo volumétrico por unidad de área. Algunos autores definen la difusividad utilizando la velocidad molar promedio, pero la velocidad volumétrica promedio es más adecuada tanto para gases como para líquidos.

$$c_A + c_B = \rho_M = \frac{P}{RT} \quad (17.8)$$

Para la difusión de A y B en un gas a temperatura y presión constantes,

$$dc_A + dc_B = d\rho_M = 0 \quad (17.9)$$

Si se elige el plano de referencia para el cual el flujo volumétrico es cero, la suma de los fluxes de difusión molares de A y B se pueden tomar como cero, ya que los volúmenes molares son los mismos:

$$-D_{AB} \frac{dc_A}{db} - D_{BA} \frac{dc_B}{db} = 0 \quad (17.10)$$

Ya que $dc_A = -dc_B$, las difusividades deben ser iguales; es decir,

$$D_{AB} = D_{BA} \quad (17.11)$$

Cuando se trata de líquidos se obtiene el mismo resultado para todas las mezclas de A y B que tienen la misma densidad de masa,

$$c_A M_A + c_B M_B = \rho = \text{constante} \quad (17.12)$$

$$M_A dc_A + M_B dc_B = 0 \quad (17.13)$$

Cuando no hay flujo volumétrico a través del plano de referencia, la suma de los flujos volumétricos debidos a la difusión es cero. El flujo volumétrico es igual al producto del flux molar por el volumen molar M/ρ y

$$-D_{AB} \frac{dc_A}{db} \frac{M_A}{\rho} - D_{BA} \frac{dc_B}{db} \frac{M_B}{\rho} = 0 \quad (17.14)$$

Al sustituir la ecuación (17.13) dentro de la ecuación (17.14) se obtiene

$$D_{AB} = D_{BA} \quad (17.15)$$

Es posible deducir otras ecuaciones para la difusión de líquidos cuando la densidad varía, pero en la mayor parte de las aplicaciones prácticas se supone que las difusividades son iguales cuando se trata con mezclas binarias. En las siguientes ecuaciones se utiliza una difusividad volumétrica D_v , donde el subíndice v indica que la fuerza impulsora de la difusión está basada en diferencias de concentración, expresadas en moles por unidad de volumen. Una forma frecuente de la ecuación de difusión expresa el flux total relativo a un plano fijo:

$$N_A = c_A u_0 - D_v \frac{dc_A}{db} \quad (17.16)$$

Para gases, con frecuencia, resulta conveniente utilizar fracciones molares en vez de concentraciones molares, y ya que $c_A = \rho_M y_A$ y $u_0 = N/\rho_M$, la ecuación (17.16) se convierte en

$$N_A = y_A N - D_v \rho_M \frac{dy_A}{db} \quad (17.17)$$

La ecuación (17.17) se aplica a veces a líquidos, aunque es solamente aproximada si la densidad molar no es constante.

Interpretación de las ecuaciones de la difusión

La ecuación (17.16) es la ecuación básica para la transferencia de masa en una fase fluida no turbulenta. Tiene en cuenta la cantidad de componente A transportada por el flujo global convectivo del fluido, así como la cantidad de A que es transferida por difusión molecular. La naturaleza vectorial de los fluxes y los gradientes de concentración no deben entenderse como tal, ya que estas magnitudes se caracterizan no sólo por sus valores sino también por sus direcciones y magnitudes. Tal como se ha deducido, el sentido positivo de los vectores es en la dirección en que aumenta b , el cual puede ser hacia fuera o hacia dentro de la interfase. Tal como se indica en la ecuación (17.6), el signo del gradiente es opuesto a la dirección del flux de difusión, puesto que la difusión transcurre en el sentido de las concentraciones más bajas, lo mismo que el flujo de calor “desciende” por un gradiente de temperatura.

Existen diversos tipos de situaciones a las que se aplica la ecuación (17.16). El caso más sencillo corresponde al flujo convectivo nulo y contradifusión equimolar A y B , como ocurre en la difusividad por la mezcla de dos gases. También es el caso de la difusión de A y B en la fase de vapor para destilaciones que tienen sobreflujo molar constante. Un segundo caso frecuente es la difusión de un solo componente de la mezcla, donde el flujo convectivo se debe a la difusión de dicho componente. Ejemplos de este tipo incluyen la evaporación de un líquido con difusión del vapor desde la superficie de contacto hacia una corriente gaseosa, y la condensación de un vapor en presencia de un gas no condensable. En muchos casos de absorción de gases también hay difusión de un solo componente, lo que da lugar a un flujo convectivo hacia la superficie de contacto (interfase). Estos dos tipos de transferencia de masa en gases se tratan en las secciones siguientes para el caso sencillo de transferencia de masa en estado estacionario a través de una capa o película gaseosa estancada de espesor conocido. Los efectos de la difusión no estacionaria y el flujo laminar o turbulento se consideran después.

Difusión equimolar

En la difusión equimolar en gases, los flujos netos volumétrico y molar son cero, y se pueden utilizar las ecuaciones (17.16) o (17.17) tomando como cero el término convectivo, con lo cual son equivalentes a la ecuación (17.6). La ecuación (17.17) se integra sobre un espesor de película B_T , suponiendo un flux constante N_A y un flux total de cero:

$$-D_v \rho_M \int_{y_{Ai}}^{y_A} dy_A = N_A \int_0^{B_T} db \quad (17.18)$$

donde y_A = fracción molar de A en el borde exterior de la película

y_{Ai} = fracción molar de A en la superficie de contacto (interfase) o borde exterior de la película

Integrando la ecuación (17.18) y reordenando queda

$$N_A = J_A = \frac{D_v \rho_M}{B_T} (y_{Ai} - y_A) \quad (17.19)$$

o

$$N_A = J_A = \frac{D_v}{B_T} (c_{Ai} - c_A) \quad (17.20)$$

El gradiente de concentración de A en la película es lineal, y el gradiente de concentración de B tiene la misma magnitud pero signo contrario, tal como se muestra en la figura 17.1a. Observe que para la difusión equimolar, $N_A = J_A$.

Transferencia de masa del componente (difusión en una sola dirección)

Cuando sólo se transfiere el componente A , el flux molar total hacia o alejado de la interfase N es el mismo que N_A , y la ecuación (17.17) se transforma en

$$N_A = y_A N_A - D_v \rho_M \frac{dy_A}{db} \quad (17.21)$$

Reordenando e integrando, se tiene

$$N_A (1 - y_A) = -D_v \rho_M \frac{dy_A}{db} \quad (17.22)$$

$$\frac{N_A B_T}{D_v \rho_M} = - \int_{y_{Ai}}^{y_A} \frac{dy_A}{1 - y_A} = \ln \frac{1 - y_A}{1 - y_{Ai}} \quad (17.23)$$

o

$$N_A = \frac{D_v \rho_M}{B_T} \ln \frac{1 - y_A}{1 - y_{Ai}} \quad (17.24)$$

La ecuación (17.24) puede reordenarse utilizando la media logarítmica de $1 - y_A$ para su fácil comparación con la ecuación (17.19) para difusión equimolar. Como la fuerza impulsora $y_{Ai} - y_A$ puede escribirse $(1 - y_A) - (1 - y_{Ai})$, la media logarítmica se convierte en

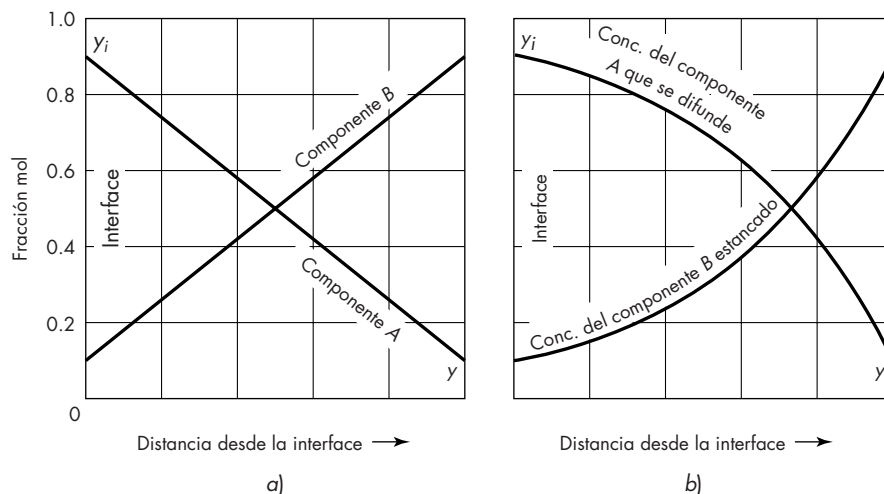
$$\overline{(1 - y_A)}_L = \frac{y_{Ai} - y_A}{\ln[(1 - y_A)/(1 - y_{Ai})]} \quad (17.25)$$

Combinando las ecuaciones (17.24) y (17.25) queda

$$N_A = \frac{D_v \rho_M}{B_T} \frac{y_{Ai} - y_A}{\overline{(1 - y_A)}_L} \quad (17.26)$$

El flujo del componente A para una determinada diferencia de concentración es por lo tanto mayor para la difusión en una sola dirección que para la difusión equimolar, ya que el término $\overline{(1 - y_A)}_L$ es siempre menor que 1.0.

El gradiente de concentración para la difusión en una sola dirección no es lineal sino que presenta una pendiente más pronunciada a bajos valores de y_A , como se observa en la figura 17.1b. El gradiente del componente B se obtiene directamente desde el

**FIGURA 17.1**

Gradientes de concentración para difusión equimolar y unicomponente: a) los componentes A y B se difunden con la misma velocidad molar, pero en sentido contrario; b) el componente A difunde, y el componente B es estacionario con respecto a la interfase.

gradiente para A, ya que $y_A + y_B = 1.0$ o $c_A + c_B = \rho_M$. No existe transferencia de B hacia la interfase a pesar del enorme gradiente de concentración mostrado en la figura 17.1b. La explicación es que B tiende a difundirse hacia la región de concentración más baja, pero el flujo de difusión sólo es igualado por el flujo convectivo que transporta B en la dirección contraria.

EJEMPLO 17.1 a) Para la difusión de un soluto A a través de una capa de gas hacia un líquido absorbente, con $y_A = 0.20$ y $y_{Ai} = 0.10$, calcule la velocidad de transferencia para la difusión en una sola dirección comparada con la correspondiente a la difusión equimolar. b) ¿Cuál es el valor de y_A en la distancia intermedia a través de la capa para la difusión en una sola dirección?

Solución

a) A partir de la ecuación (17.19) para difusión equimolar,

$$N_A = J_A = \frac{D_v \rho_M}{B_T} (0.20 - 0.10)$$

A partir de la ecuación (17.24) para la difusión en una sola dirección,

$$N_A = \frac{D_v \rho_M}{B_T} \ln \frac{0.9}{0.8} = \frac{D_v \rho_M}{B_T} (0.1178)$$

(Los términos de concentración en ambas ecuaciones tienen el signo cambiado con el fin de que el flujo hacia la interfase sea positivo.) La relación de los flujos es $0.1178/0.10 = 1.18$. En este caso la velocidad de transferencia con difusión en una sola dirección de difusión es aproximadamente 18% mayor que la difusión equimolar.

b) Cuando $b = B_T/2$,

$$\ln \frac{1-y_A}{0.8} = \frac{B_T}{2} \frac{N_A}{D_v \rho_M} = \frac{0.1178}{2} = 0.0589$$

$$1-y_A = 0.8485 \quad y_A = 0.1515$$

La concentración en el punto medio es sólo ligeramente mayor que si el gradiente fuera lineal ($y_A = 0.150$).

PREDICCIÓN DE LAS DIFUSIVIDADES

Lo mejor es disponer de valores experimentales para estimar las difusividades; y cuando está disponible tal información para el sistema de interés deberá utilizarse directamente. Sin embargo, con frecuencia no se dispone de los valores deseados y es preciso estimarlos a partir de las correlaciones publicadas. A veces se dispone de un valor para un conjunto de condiciones de temperatura y presión; entonces las correlaciones resultan útiles para predecir, a partir de un valor conocido, los valores deseados en otras condiciones.

Difusión de gases

En el apéndice 18 se dan los valores de D_v para algunos gases de difusión en aire comunes a 0 °C y 1 atm. Una sencilla teoría para los gases muestra que D_v es proporcional al producto de la velocidad molecular media $\bar{u}$ y la trayectoria libre media λ .

$$D_v \cong \frac{1}{3} \bar{u} \lambda \quad (17.27)$$

Debido a que la trayectoria libre media para los gases ideales varía inversamente con la presión, D_v de la misma manera, y el producto $D_v P$ se considera constante hasta aproximadamente 10 atm. La velocidad molecular media depende de $T^{0.5}$, y ya que la trayectoria libre media aumenta con $T^{1.0}$, la teoría predice que D_v varía con $T^{1.5}$, un término que aparece en algunas ecuaciones empíricas para la difusividad. Una aproximación más rigurosa basada en una teoría cinética moderna tiene en cuenta los diferentes tamaños y velocidades de las moléculas y las interacciones mutuas en tanto se aproximan unas a otras. Usando el potencial de Lennard-Jones (6-12)^{21a} con parámetros ϵ y σ conduce a la siguiente ecuación para la difusión binaria.

$$D_{AB} = \frac{0.001858 T^{3/2} [(M_A + M_B)/M_A M_B]^{1/2}}{P \sigma_{AB}^2 \Omega_D} \quad (17.28)$$

donde D_{AB} = difusividad, cm²/s

T = temperatura, K

M_A, M_B = pesos moleculares de los componentes A y B

P = presión, atm

$\sigma_{AB} = (\sigma_A + \sigma_B)/2$ = diámetro de colisión efectiva, Å

Ω_D = colisión integral = $f(\mathbf{k}T/\epsilon_{AB})$

$\mathbf{k}$ = constante de Boltzmann

ϵ = constante de fuerza de Lennard-Jones para gases comunes

$\epsilon_{AB} = \sqrt{\epsilon_A \epsilon_B}$

En el apéndice 19 se proporcionan tablas de σ , ϵ y Ω_D para gases comunes. La ecuación (17.28) se conoce como la ecuación de Chapman-Enskog.²⁰

La colisión integral Ω_D disminuye cuando la temperatura aumenta, lo que provoca que D_{AB} aumente con la temperatura absoluta elevada a una potencia de 1.5. El cambio de Ω_D con la temperatura no es muy grande y para difusión en aire a temperaturas desde 300 hasta 1000 K, D_v varía con aproximadamente $T^{1.7-1.8}$, y $T^{1.75}$ se utiliza para extrapolar datos a temperatura ambiente.

Obsérvese la similitud de la ecuación (17.28) con la ecuación (3.5) para viscosidad de gases y la ecuación (10.6) para conductividad térmica de gases ideales.

Difusión en poros pequeños. Cuando los gases difunden en poros muy pequeños de un sólido, como ocurre en los procesos de adsorción, secado de sólidos porosos o procesos de separación con membranas, la difusividad es menor que el valor normal debido a las colisiones moleculares con las paredes de los poros. Cuando el tamaño de los poros es mucho menor que la trayectoria libre media normal, el proceso de difusión se llama *difusión de Knudsen*, y la difusividad para un poro cilíndrico es

$$D_K = 9700r \sqrt{\frac{T}{M}} \quad (17.29)$$

donde D_K = difusividad de Knudsen, cm²/s

T = temperatura, K

M = peso molecular

r = radio del poro, cm

Para poros de tamaño intermedio, las colisiones con la pared y con otras moléculas son muy importantes, y la difusividad en el poro se predice combinando el recíproco de las difusividades de volumen global y de Knudsen.

$$\frac{1}{D_{\text{poro}}} = \frac{1}{D_{AB}} + \frac{1}{D_K} \quad (17.30)$$

EJEMPLO 17.2 Calcule la difusividad volumétrica del benceno en aire a 100 °C y 2 atm utilizando la ecuación rigurosa y por extrapolación del valor publicado para 0 °C y 1 atm.

Solución A partir del apéndice 19, las constantes de fuerza son las siguientes:

	ϵ/k	σ	M
Benceno	412.3	5.349	78.1
Aire	78.6	3.711	29

Por lo tanto,
$$\sigma_{AB} = \frac{5.349 + 3.711}{2} = 4.53$$

$$\epsilon_{AB/K} = (412.3 \times 78.6)^{0.5} = 180$$

$$\frac{kT}{\epsilon} = \frac{373}{180} = 2.072$$

A partir del apéndice 19, $\Omega_D = 1.062$. De la ecuación (17.28),

$$D_{AB} = \frac{0.001858 \times 373^{1.5} [(78.1 + 29)/78.1 \times 29]^{0.5}}{2 \times 4.53^2 \times 1.062} = 0.0668 \text{ cm}^2/\text{s}$$

A partir del apéndice 18 a temperatura y presión estándar,

$$D_{AB} = 0.299 \text{ ft}^2/\text{h} = 0.0772 \text{ cm}^2/\text{s}$$

A 373 K y 2 atm,

$$D_{AB} \cong 0.0772 \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{373}{273} \right)^{1.75} = 0.0666 \text{ cm}^2/\text{s}$$

La concordancia con el valor calculado a partir de la ecuación (17.28) es muy buena.

Difusión en líquidos

La teoría de difusión en líquidos no se encuentra tan desarrollada o bien los datos no son tan abundantes como en el caso de los gases. Las difusividades en los líquidos son generalmente de 4 a 5 órdenes de magnitud más pequeños que las de los gases a presión atmosférica. La difusión en los líquidos ocurre por el movimiento aleatorio de las moléculas, pero la distancia promedio desarrollada entre colisiones es menor que el diámetro molecular, en contraste con los gases, en los cuales la trayectoria libre media es de mayores órdenes de magnitud que el tamaño de las moléculas. Como resultado, las difusividades de los líquidos son generalmente de 4 a 5 órdenes de magnitud menores que las de los gases a presión atmosférica. Sin embargo, debido a las mayores densidades de los líquidos, los flujos para un determinado gradiente de fracción mol en un líquido o en un gas pueden ser casi los mismos.

Las difusividades para grandes moléculas esféricas en soluciones diluidas se pueden predecir a partir de la *ecuación de Stokes-Einstein*, que se derivó al considerar el arrastre sobre una esfera moviéndose en un fluido continuo.

$$D_v = \frac{kT}{6\pi r_o \mu} \quad (17.31)$$

donde k es la constante de Boltzmann, $1.380 \times 10^{23} \text{ J/K}$.

Una forma conveniente de la ecuación es

$$D_v = \frac{7.32 \times 10^{-16} T}{r_o \mu}$$

donde D_v = difusividad, cm^2/s

T = temperatura absoluta, K

r_o = radio molecular, cm

μ = viscosidad, cP

Para solutos de peso molecular pequeño a moderado ($M < 400$) la difusividad en los líquidos es mayor que la calculada por la ecuación (17.31), porque el arrastre es menor que el predicho para un fluido continuo. La difusividad varía más o menos de manera proporcional al volumen molar elevado a la potencia de -0.6 en lugar de la potencia de $-1/3$ derivada de

la ecuación de Stokes-Einstein. Una correlación ampliamente usada para la difusividad de pequeñas moléculas en líquidos es la *ecuación empírica de Wilke-Chang*²⁶

$$D_v = 7.4 \times 10^{-8} \frac{(\psi_B M_B)^{1/2} T}{\mu V_A^{0.6}} \quad (17.32)$$

donde D_v = difusividad, cm²/s

T = temperatura absoluta, K

μ = viscosidad de la solución, cP

V_A = volumen molar del soluto como líquido en su punto de ebullición normal, cm³/g mol

ψ_B = *parámetro de asociación* para el disolvente

M_B = peso molecular del disolvente

Los valores recomendados de ψ_B son 2.6 para el agua, 1.9 para el metanol, 1.5 para el etanol y presumiblemente valores mayores que 1.0 para otras moléculas polares que se pueden asociar por enlaces de hidrógeno. Este valor es de 1.0 para el benceno, heptano y otros solventes no asociados. Cuando el agua es el soluto, las difusividades se encuentran de 2 a 3 veces por abajo de los valores hallados a partir de la ecuación (17.32), lo que sugiere un parámetro de asociación de 0.4 para el agua en líquidos orgánicos.¹⁸ La ecuación (17.32) sólo es válida para bajas concentraciones de soluto y no se aplica cuando la solución ha sido espesada por la adición de polímeros de alto peso molecular. Pequeñas cantidades de polímero pueden incrementar la viscosidad de la solución en más de 100 veces o incluso gelificar la solución, pero la difusividad de pequeños solutos sólo se reduce levemente porque las cadenas de polímeros están demasiado apartadas como para obstruir el movimiento de las moléculas del soluto.⁴

Para soluciones acuosas no electrolíticas diluidas se puede usar una ecuación¹⁵ más sencilla

$$D_v = \frac{13.26 \times 10^{-5}}{\mu_B^{1.14} V_A^{0.589}} \quad (17.33)$$

donde μ_B = viscosidad del agua, cP.

El coeficiente de difusión para soluciones diluidas de electrolitos univalentes completamente ionizados está dado por la *ecuación de Nerst*

$$D_v = \frac{2RT}{(1/\lambda_+^0 + 1/\lambda_-^0)F_a^2} \quad (17.34)$$

donde λ_+^0, λ_-^0 = conductancias iónicas limitantes (concentración cero),

A/cm² · (V/cm) · (g equivalente/cm³)

R = constante de los gases, 8.314 J/K · g mol

F = constante de Faraday = 96 500 culombios/g equivalente

La tabla 17.1 enlista valores de λ^0 a 25 °C. Se pueden estimar valores para temperaturas más elevadas a partir del cambio en T/μ .

Obsérvese que, a diferencia del caso de mezclas binarias de gases, el coeficiente de difusión para una solución diluida de A en B no es el mismo que para una solución diluida de B en A , pues μ , M_B y V_A serán distintos cuando se intercambien el soluto y el

TABLA 17.1
Conductancias iónicas limitantes en agua a 25 °C^{19b}

Catión	λ_+^0	Anión	λ_-^0
H ⁺	349.8	OH ⁻	197.6
Li ⁺	38.7	Cl ⁻	76.3
Na ⁺	50.1	Br ⁻	78.3
K ⁺	73.5	I ⁻	76.8
NH ₄ ⁺	73.4	NO ₃ ⁻	71.4

disolvente. Para concentraciones intermedias, a veces se obtiene un valor aproximado de D_v por interpolación entre los valores de soluciones diluida, pero este método puede llevar a cometer grandes errores para soluciones no ideales.

Número de Schmidt

La relación entre la viscosidad cinemática y la difusividad molecular se conoce como el *número de Schmidt*, designado por Sc.

$$Sc = \frac{\nu}{D_v} = \frac{\mu}{\rho D_v}$$

El número de Schmidt es análogo al número de Prandtl, que es la relación entre la viscosidad cinemática y la difusividad térmica (véase capítulo 12).

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu}{\rho \alpha} = \frac{\mu}{\rho \left[\frac{k}{\rho c_p} \right]} = \frac{c_p \mu}{k}$$

Los números de Schmidt para gases en aire a 0 °C y 1 atm se presentan en el apéndice 18. La mayoría de los valores están entre 0.5 y 2.0. El número de Schmidt es independiente de la presión cuando la ley de los gases ideales es aplicable, puesto que la viscosidad es independiente de la presión, y los efectos de la presión en ρ y D_v se cancelan. La temperatura sólo tiene poca influencia en el número de Schmidt porque μ y ρD_v cambian respecto a $T^{0.7-0.8}$.

Los números de Schmidt para líquidos comprenden un intervalo de 10^2 a 10^5 para mezclados típicos. Para solutos pequeños en agua a 20 °C donde $D_v \cong 10^{-5}$ cm²/s, $Sc \cong 10^3$. El número de Schmidt desciende marcadamente con el incremento de temperatura porque disminuye la viscosidad y aumenta la difusividad.

EJEMPLO 17.3 Calcule la difusividad del benceno en tolueno y del tolueno en benceno a 110 °C. Las propiedades físicas se muestran a continuación:

	M	Punto de ebullición, °C	V_A en el punto de ebullición, cm ³ /mol	μ a 110 °C, cP
Benceno	78.11	80.1	96.5	0.24
Tolueno	92.13	110.6	118.3	0.26

Solución Se utilizará la ecuación (17.31). Para benceno en tolueno,

$$D_v = \frac{7.4 \times 10^{-8} (92.13)^{1/2} (383)}{0.26 (96.5)^{0.6}} = 6.74 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$$

Para tolueno en benceno,

$$D_v = \frac{7.4 \times 10^{-8} (78.11)^{1/2} (383)}{0.24 (118.3)^{0.6}} = 5.95 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$$

Difusión turbulenta

En un régimen turbulento, al moverse los remolinos transportan materia desde un punto a otro, lo mismo que transportan cantidad de movimiento y energía en forma de calor. Por analogía con las ecuaciones (3.20) y (12.46) para la transferencia de cantidad de movimiento y calor en régimen turbulento, la ecuación para transferencia de masa es

$$J_{A,t} = -\varepsilon_N \frac{dc}{db} \quad (17.35)$$

Donde $J_{A,t}$ = flux molar de A, *relativo a la fase como un todo*, debido a la acción turbulenta

ε_N = difusividad de remolino

El flux molar total, en relación con toda la fase, es

$$J_A = -(D_v + \varepsilon_N) \frac{dc}{db} \quad (17.36)$$

La difusividad de remolino depende de las propiedades del fluido, pero también de la velocidad y de la posición en la corriente. Por tanto, la ecuación (17.36) no se puede integrar directamente a fin de determinar la densidad de flujo para una diferencia de concentración dada. Esta ecuación se ha utilizado con relaciones teóricas o empíricas para ε_N en estudios fundamentales de transferencia de masa; se han utilizado también ecuaciones similares para transferencia de calor o cantidad de movimiento al desarrollar analogías entre procesos de transferencia. Tales estudios caen fuera del objeto de este libro, pero la ecuación (17.36) resulta útil para ayudar a comprender la forma de algunas correlaciones empíricas aplicables a la transferencia de masa.

DIFUSIÓN TRANSITORIA (TRANSIENTE)

Cuando se llevan a cabo difusiones en estado no estacionario en una dirección en un sólido o en un fluido estático, la ecuación diferencial que gobierna, llamada segunda ley de difusión de Fick, es similar a la ecuación (10.18) para conducción de estado no estacionario.

$$\frac{\partial c_A}{\partial t} = D_{AB} \frac{\partial^2 c_A}{\partial x^2} \quad (17.37)$$

Por lo tanto, las soluciones generales de las ecuaciones de conducción de calor para formas simples se pueden usar para problemas de difusión transitoria. Para la difusión hacia o desde una lámina con concentración constante en superficie y difusividad constante, la solución para la concentración promedio es similar a la ecuación (10.20).

$$\frac{c_s - \bar{c}}{c_s - c_o} = \frac{8}{\pi^2} \left[e^{-a_1^2 Fo_m} + \frac{1}{9} e^{-9a_1^2 Fo_m} + \frac{1}{25} e^{-25a_1^2 Fo_m} + \dots \right] \quad (17.38)$$

donde c_s = concentración en superficie del componente que difunde

c_o = concentración inicial en la placa

$$a_1 = (\pi/2)^2$$

Fo_m = número de Fourier para transferencia de masa, $D_v t/s^2$

s = mitad del espesor de la placa

Para obtener el cambio parcial de concentración en una determinada posición de la placa, se puede usar la ecuación (10.19) con Fo_m , reemplazando a Fo . Las soluciones para concentraciones locales y promedio suponen que no hay flujo neto, pero pueden usarse para difusión en un sentido en líquidos si la concentración del soluto es baja.

Para la difusión transitoria dentro o fuera de grandes cilindros o esferas se puede usar la ecuación (10.21) o la (10.22), y cuando Fo_m es mayor que 0.1 la concentración promedio se puede obtener usando la ecuación (10.24) o la (10.25). Las ecuaciones (10.21) a (10.26) se aplican cuando la concentración en la superficie es constante. En muchos casos, se debe tener en cuenta la resistencia externa a la transferencia de masa, y el cambio de concentración es función del número de Biot y el número de Fourier. Debido a la discontinuidad en la concentración en la interfase, el número de Biot incluye el coeficiente de partición m , además del coeficiente de transferencia de masa externa k_c . La figura 10.7 se puede usar para transferencia de masa en una placa con $Bi_m = mk_c s/D_v$ y la figura 10.8 para una esfera, con $Bi_m = mk_c r_m/D_v$.

EJEMPLO 17.4 Una solución acuosa de una droga con un peso molecular moderado se encierra en una cápsula recubierta con un polímero y es administrada al cuerpo para su liberación controlada. El recipiente de la droga es de 1.5 cm de diámetro y 2.4 mm de espesor; la cubierta de polímero tiene 200 μm de espesor. Los coeficientes de difusión para la droga a 37 °C son $4.2 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$ en la solución y $6 \times 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{s}$ en la fase del polímero. La concentración de la droga en equilibrio en la fase del polímero es 1.9 veces la concentración en la solución. El tejido la absorbe rápidamente, de modo que la concentración en la superficie c_s es cero. La cubierta de polímero se disuelve en alrededor de 10 días. Estime los tiempos para 50 y 90% de liberación de la droga.

Solución Considere la cápsula como una placa plana con un área de superficie de $2\pi \times 1.5^2/4 = 3.53 \text{ cm}^2$, despreciando el área del borde que es $\pi \times 1.5 \times 0.2 = 0.094 \text{ cm}^2$. Asuma un espesor constante para el polímero.

$$\text{Coeficiente externo: } k_c = D_{v,p}/B_T = 6 \times 10^{-7}/0.02 = 3 \times 10^{-5}$$

$$\text{Número de Biot } Bi_m = \frac{mk_c s}{D_v} = \frac{1.9(3 \times 10^{-5})(0.12)}{4.2 \times 10^{-6}} = 1.63$$

Puesto que $c_s = 0$ en la ecuación (17.38), el cambio parcial de concentración, la ordenada Y en la figura 10.7, es igual a $\bar{c}/c_o$.

Para $Y = 0.5$ y $Bi_m = 1.63$, $Fo_m \cong 0.7 = D_v t / s^2$.

$$t = \frac{0.7 \times 0.24^2}{4.2 \times 10^{-6} \times 3,600} = 2.7 \text{ h}$$

Para $Y = 0.1$, la interpolación da $Fo_m \cong 2.4$

$$t = \frac{2.4 \times 0.24^2}{4.2 \times 10^{-6} \times 3,600} = 9.1 \text{ h}$$

La mayor parte de la droga se libera antes de que exista un cambio significativo en el espesor de la cubierta de polímero. La velocidad de liberación de la droga disminuye con el tiempo como en un proceso de primer orden.

TEORÍAS DE TRANSFERENCIA DE MASA

En la transferencia de masa en estado estacionario a través de una película estable del fluido se utiliza la ecuación (17.19) o (17.24) para predecir la velocidad de transferencia de masa siempre que se conozca B_r . Sin embargo, ésta no es una situación frecuente debido a que, en la mayor parte de las operaciones de transferencia de masa, es deseable el flujo turbulento con el fin de aumentar la velocidad de transferencia por unidad de área, o bien favorecer la dispersión de un fluido en otro y crear más área interfacial. Además, la transferencia de masa hacia una superficie de contacto fluida es con frecuencia del tipo de estado no estacionario, donde varían continuamente los gradientes de concentración y las velocidades de transferencia de masa. A pesar de estas diferencias, en la mayoría de los casos la transferencia de masa se trata utilizando el mismo tipo de ecuaciones con un *coeficiente de transferencia de masa* k . Este coeficiente se define como una velocidad de transferencia de masa por unidad de área y por unidad de diferencia de concentración, y por lo general está basado en flujos molares iguales. Las concentraciones se expresan en moles/volumen o en fracciones molares (mol), donde el subíndice c representa concentración y y o x indican fracciones molares (mol) en las fases de vapor o líquido:

$$k_c = \frac{J_A}{c_{Ai} - c_A} \quad (17.39)$$

$$\text{o} \quad k_y = \frac{J_A}{y_{Ai} - y_A} \quad (17.40)$$

Puesto que k_c es una densidad de flujo molar dividida entre una diferencia de concentración, tiene unidades de velocidad tales como centímetros por segundo o metros por segundo:

$$k_c = \frac{\text{mol}}{\text{s} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{mol/cm}^3} = \text{cm/s}$$

Las unidades de k_y o k_x son las mismas que para J_A , moles por área por tiempo, puesto que la fuerza impulsora de la fracción molar es adimensional. Es evidente que k_c y k_y están relacionadas con la densidad molar por las siguientes expresiones:

$$k_y = k_c \rho_M = \frac{k_c P}{RT} \quad (17.41)$$

$$k_x = k_c \rho_M = \frac{k_c \rho_x}{M} \quad (17.42)$$

Los coeficientes de la fase gaseosa están algunas veces basados en la fuerza impulsora de la presión parcial y se denotan por k_g ,

$$k_g = \frac{J_A}{P_{Ai} - P_A} \quad (17.43)$$

Entonces

$$k_g = \frac{k_y}{P} = \frac{k_c}{RT} \quad (17.44)$$

El significado de k_c se pone de manifiesto combinando la ecuación (17.36) con la ecuación (17.20) para difusión equimolar en estado estacionario en una película estable. Esto da como resultado

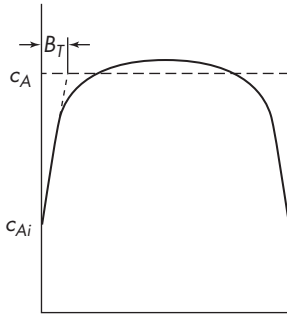
$$\begin{aligned} k_c &= \frac{J_A}{c_{Ai} - c_A} = \frac{D_v(c_{Ai} - c_A)}{B_T} \frac{1}{c_{Ai} - c_A} \\ &= \frac{D_v}{B_T} \end{aligned} \quad (17.45)$$

Por tanto, el coeficiente k_c es igual a la difusividad molecular dividida entre el espesor de la película estancada. Cuando se trata de difusión en estado no estacionario o de difusión en corrientes en movimiento, todavía se puede utilizar la ecuación (17.42) para obtener un espesor eficaz de película a partir de valores conocidos de k_c y D_v .

Teoría de película

El concepto básico de la teoría de película es que la resistencia a la difusión puede considerarse equivalente a la de una película estancada de un cierto espesor. Ello implica que el coeficiente k_c varía con la primera potencia de D_v , lo cual rara vez se cumple, aunque esto no le resta valor a la teoría en muchas de sus aplicaciones. La teoría de película se utiliza con frecuencia como una base para problemas complejos de difusión en sistemas multicomponentes o de difusión con reacción química.

Considere, por ejemplo, la transferencia de masa desde una corriente gaseosa turbulenta hacia la pared de una tubería, con el gradiente de concentración que se indica en la figura 17.2. Cerca de la pared hay una capa laminar en la que la transferencia de masa tiene lugar principalmente por difusión molecular, y el gradiente de concentración es casi lineal. A medida que aumenta la distancia desde la pared, la turbulencia se hace mayor y la difusión de remolino aumenta, lo que quiere decir que se requiere un menor gradiente para la misma densidad de flujo [véase ecuación (17.36)]. El valor de c_A es máximo en el centro de la tubería, pero este valor *no* se utiliza en los cálculos de transferencia de masa, sino que se toma $c_A - c_{Ai}$ como la fuerza impulsora, donde c_A es la concentración que se alcanzaría si la corriente estuviese totalmente mezclada. Ésta es una concentración media ponderada para el flujo y es también la concentración que se utiliza en los cálculos de los balances de

**FIGURA 17.2**

Gradiente de concentración para transferencia de masa en una tubería con flujo turbulento de gas.

materia. (Es un valor análogo al utilizado en la transferencia de calor, donde se emplea la temperatura media de la corriente para definir h .)

Si el gradiente cerca de la pared es lineal, se extrapola hasta c_A , y la distancia desde la pared hasta este punto es el espesor eficaz de película B_T . En general, la resistencia a la transferencia de masa reside principalmente en la capa límite laminar, muy próxima a la pared, y B_T es sólo ligeramente superior al espesor de la capa laminar. Sin embargo, al alejarse de la pared, el valor de B_T depende de la difusividad D_v y no de los parámetros de flujo, tales como el número de Reynolds. El concepto de espesor eficaz de película resulta útil, pero los valores de B_T no deben confundirse con el espesor real de la capa laminar.

Efecto de la difusión unidireccional

Tal como se ha visto, cuando sólo el componente A difunde a través de la película estable, la velocidad de transferencia de masa para una diferencia de concentración dada es mayor que si el componente B difundiese en sentido contrario. Según las ecuaciones (17.19) y (17.26), la relación entre las densidades del flujo es

$$\frac{N_A}{J_A} = \frac{1}{(1 - y_A)_L} = \frac{1}{(y_B)_L} \quad (17.46)$$

Se asume que esta relación, deducida para difusión molecular en una película estancada, se cumple razonablemente bien para difusión en estado no estacionario o para una combinación de difusión molecular y de remolino. A veces el coeficiente de transferencia de masa unidireccional se representa por k'_c o k'_y , y los coeficientes siguen entonces la misma relación que la de los fluxes en la ecuación (17.46):

$$\frac{k'_c}{k_c} = \frac{k'_y}{k_y} = \frac{1}{(1 - y_A)_L} \quad (17.47)$$

La velocidad de transferencia de masa unidireccional puede expresarse utilizando cualquiera de los dos tipos de coeficientes:

$$N_A = k'_y (y_{Ai} - y_A) \quad (17.48)$$

$$N_A = \frac{k_y (y_{Ai} - y_A)}{(1 - y_A)_L} \quad (17.49)$$

Cuando el valor de y_A es 0.10 o inferior, la diferencia entre k_y y k'_y es pequeña y con frecuencia se ignora en los cálculos de diseño. En el caso de la transferencia de masa en fase líquida, por lo general se omite el término de corrección $(1 - x_A)_L$ para la difusión unidireccional debido a que la corrección es pequeña en comparación con la incertidumbre en la difusividad y en el coeficiente de transferencia de masa.

Teoría de la capa límite

Aunque existen pocos ejemplos de difusión a través de una película de fluido estancada, la transferencia de masa tiene lugar con frecuencia en una delgada capa límite cerca de la superficie donde el fluido está en flujo laminar. Si el gradiente de velocidad en la capa límite es lineal y la velocidad es cero en la superficie, se pueden resolver las ecuaciones de flujo y difusión con el fin de obtener el gradiente de concentración y el coeficiente medio de transferencia de masa. El coeficiente depende de la potencia de dos tercios de la difusividad y disminuye al aumentar la distancia a lo largo de la superficie en la dirección de flujo debido a que un incremento tanto en la distancia como en D_v da lugar a que el gradiente de concentración se extienda más allá de la superficie, lo que origina una disminución del gradiente dc_A/db en la superficie.

Para flujos sobre una placa plana o alrededor de un cilindro o una esfera, el perfil de velocidad es lineal cerca de la superficie, pero el gradiente disminuye a medida que la velocidad se acerca a la de la corriente principal en el borde externo de la capa límite. Los cálculos exactos muestran que el coeficiente de transferencia de masa varía con $D_v^{2/3}$ si D_v es baja o el número de Schmidt $\mu/\rho D_v$ es 10 o mayor. Para números de Schmidt cercanos a 1, típicos para gases, el coeficiente esperado varía con una potencia levemente inferior de D_v . Para flujos de la capa límite, no importa cuáles sean la forma del perfil de velocidad o el valor de las propiedades físicas, la velocidad de transferencia no se puede incrementar con una potencia de difusividad de 1.0, tal como lo indica la teoría de película. La teoría de la capa límite se puede usar para estimar k_c para algunas situaciones, pero cuando la capa límite se vuelve turbulenta o se da una separación, no se pueden hacer estimaciones correctas de k_c y la teoría sirve principalmente como guía para el desarrollo de correlaciones empíricas. La analogía entre transferencia de calor y transferencia de masa en capas límites permite que correlaciones desarrolladas para transferencia de calor se puedan usar para transferencia de masa. Por ejemplo, el coeficiente promedio de transferencia de masa a través de una capa límite laminar sobre una placa plana se obtiene a partir de la ecuación (12.10) reemplazando Nu por Sh y Pr por Sc.

$$\text{Sh} = \frac{k_c D}{D_v} = 0.664(\text{Sc})^{1/3}(\text{Re}_b)^{1/2} \quad (17.50)$$

donde b es la longitud total de la placa.

Para flujos laminares en tubos, las ecuaciones (12.17) y (12.18) se pueden usar para transferencia de masa con $\text{Gz}' = \dot{m}/\rho D_v L$ o $(\pi/4)\text{ReSc}(D/L)$.

Teoría de penetración

La teoría de la penetración utiliza la expresión de la velocidad no estacionaria de difusión en una masa relativamente gruesa de fluido con concentración constante en la superficie. La variación de concentración con la distancia y el tiempo está regida por la segunda ley de Fick:

$$\frac{\partial c_A}{\partial t} = D_v \frac{\partial^2 c_A}{\partial b^2} \quad (17.51)$$

Las condiciones límite son

$$c_A = \begin{cases} c_{A0} & \text{para } t = 0 \\ c_{Ai} & \text{en } b = 0, t > 0 \end{cases}$$

La solución particular de la ecuación (17.51) es la misma que para la conducción de calor en régimen no estacionario en un sólido semiinfinito, ecuación (10.36).

El flux instantáneo para un tiempo t viene dada por la forma análoga de la ecuación (10.36):

$$J_A = \sqrt{\frac{D_v}{\pi t}} (c_{Ai} - c_A) \quad (17.52)$$

El flux promedio para el intervalo de tiempo entre 0 y t_T es

$$\begin{aligned} \bar{J}_A &= \frac{1}{t_T} \int_0^{t_T} J_A dt = \frac{c_{Ai} - c_A}{t_T} \sqrt{\frac{D_v}{\pi}} \int_0^{t_T} \frac{dt}{t^{1/2}} \\ &= 2 \sqrt{\frac{D_v}{\pi t_T}} (c_{Ai} - c_A) \end{aligned} \quad (17.53)$$

Al combinar las ecuaciones (17.39) y (17.53), se obtiene el coeficiente medio de transferencia de masa durante el tiempo t_T :

$$\bar{k}_c = 2 \sqrt{\frac{D_v}{\pi t_T}} = 1.13 \sqrt{\frac{D_v}{t_T}} \quad (17.54)$$

Higbie¹⁶ fue el primero en aplicar esta ecuación para la absorción de un gas en un líquido, demostrando que las moléculas que se difunden no alcanzarán el otro lado de la capa delgada si el tiempo de contacto es corto. La profundidad de penetración, definida como la distancia para la cual la concentración varía en 1% del valor final, es $3.6\sqrt{D_v t_T}$. Para $D_v = 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$ y $t_T = 10 \text{ s}$, la profundidad de penetración es sólo de 0.036 cm. En los equipos de absorción de gases, las gotas y burbujas tienen con frecuencia tiempos de vida muy cortos debido a la coalescencia y resulta idónea la aplicación de la teoría de penetración.

Una forma alternativa de la teoría de penetración fue desarrollada por Danckwerts⁵, quien consideró el caso en el que elementos de fluidos situados en la superficie de transferencia son reemplazados aleatoriamente por elementos de fluido fresco procedentes de la corriente global. De esta forma resulta una distribución exponencial de edades o tiempos de contacto, y el coeficiente medio de transferencia viene dado por

$$\bar{k}_c = \sqrt{D_v s} \quad (17.55)$$

donde s es la velocidad fraccional de renovación superficial, en s^{-1} .

Las ecuaciones (17.54) y (17.55) predicen que el coeficiente varía con la mitad de la potencia de la difusividad y conducen casi al mismo valor para un tiempo medio de contacto dado. Una versión modificada de la teoría de penetración,¹² que supone que los remolinos procedentes de un fluido global turbulento penetran hasta distancias aleatorias de la superficie, conduce a potencias ligeramente más altas para la difusividad, lo que indica que esta teoría debe aplicarse para transferencia de masa hacia la pared de tuberías o superficies planas desde una masa de líquido.

Las distintas formas de la teoría de penetración se clasifican como modelos de renovación superficial, que implican bien la formación de una nueva superficie a intervalos frecuentes de tiempo, o bien el reemplazamiento de elementos de fluido en la superficie por fluido fresco procedente de la masa global. El tiempo t_T y su inverso, la velocidad media de renovación, son funciones de la velocidad del fluido, de las propiedades del fluido y de la geometría del sistema, y solamente pueden predecirse con exactitud en unos cuantos casos. Sin embargo, aun cuando t_T se determina en forma empírica, los modelos de renovación superficial proporcionan una base sólida para la correlación de datos de transferencia de masa en numerosas situaciones, especialmente para la transferencia de masa en gotas y burbujas. La semejanza entre las ecuaciones (17.54) y (15.23) es un ejemplo de la estrecha analogía entre la transferencia de calor y de masa. Con frecuencia resulta razonable suponer que t_T es el mismo para ambos procesos y de esta forma estimar velocidades de transferencia de calor a partir de velocidades de transferencia de masa conocidas o viceversa.

Teoría de la doble película

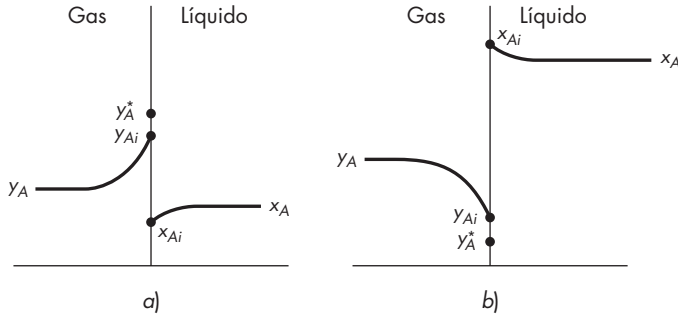
En muchos procesos de separación, la materia ha de difundirse desde una fase hasta otra, y las velocidades de difusión en ambas fases afectan a la velocidad global de transferencia de materia. En la teoría de la doble película, propuesta por Whitman²⁵ en 1923, se supone que en la superficie de contacto (interfase) hay equilibrio, y se suman las resistencias a la transferencia de materia en las dos fases para obtener una resistencia global, igual que se hace en la transferencia de calor. El inverso de la resistencia global es un coeficiente global que es más fácil de utilizar en los cálculos de diseño que los coeficientes individuales.

Lo que da lugar a que la transferencia de materia entre fases sea más compleja que la transferencia de calor es la discontinuidad en la superficie de contacto, que se produce como consecuencia de que la concentración o fracción molar del soluto que se difunde es notablemente diferente a ambos lados de la interfase. Por ejemplo, en la destilación de una mezcla binaria, y_A^* es mayor que x_A , y los gradientes próximos a la superficie de una burbuja serán como se muestran en la figura 17.3a. Para la absorción de un gas muy soluble, la fracción molar en la superficie de contacto del líquido será mayor que en la del gas, tal como se observa en la figura 17.3b.

Según la teoría de la doble película, la velocidad de transferencia hacia la superficie de contacto es igual a la velocidad de transferencia desde la misma:

$$r = k_x(x_A - x_{Ai}) \quad (17.56)$$

$$r = k_y(y_{Ai} - y_A) \quad (17.57)$$

**FIGURA 17.3**

Gradientes de concentración cerca de la superficie de contacto gas-líquido: a) destilación; b) absorción de un gas muy soluble.

La velocidad también es igual al producto de un coeficiente global K_y por una fuerza impulsora global $y_A^* - y_A$, donde y_A^* es la composición del vapor que estuviese en equilibrio con el líquido global de composición x_A :

$$r = K_y (y_A^* - y_A) \quad (17.58)$$

Para expresar K_y en función de k_y y k_x se reordena la ecuación (17.58) y el término $y_A^* - y_A$ se sustituye por $(y_A^* - y_{Ai}) + (y_{Ai} - y_A)$:

$$\frac{1}{K_y} = \frac{y_A^* - y_A}{r} = \frac{y_A^* - y_{Ai}}{r} + \frac{y_{Ai} - y_A}{r} \quad (17.59)$$

Se utilizan ahora las ecuaciones (17.56) y (17.57) para sustituir r en los dos últimos términos de la ecuación (17.59):

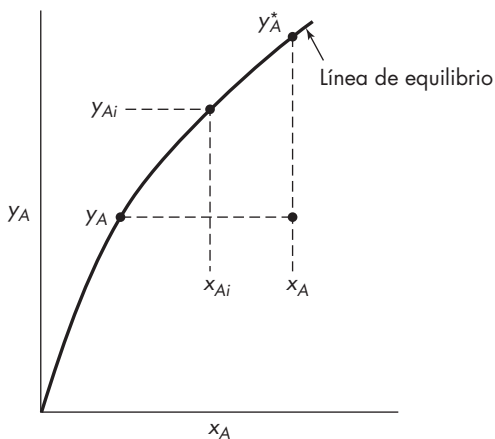
$$\frac{1}{K_y} = \frac{y_A^* - y_{Ai}}{k_x (x_A - x_{Ai})} + \frac{y_{Ai} - y_A}{k_y (y_{Ai} - y_A)} \quad (17.60)$$

En la figura 17.4, que presenta los valores típicos de la composición en la interfase, se pone de manifiesto que la pendiente de la curva de equilibrio viene dada por $(y_A^* - y_{Ai}) / (x_A - x_{Ai})$. Esta pendiente se representa por m . La ecuación entonces se escribe así

$$\frac{1}{K_y} = \frac{m}{k_x} + \frac{1}{k_y} \quad (17.61)$$

El término $1/K_y$ se considera como una resistencia global a la transferencia de masa, y los términos m/k_x y $1/k_y$ son las resistencias de las películas de líquido y gas. Estas “películas” no tienen por qué ser capas estancadas de un cierto espesor para que se pueda aplicar la teoría de la doble película. La transferencia de masa en cualquiera de las dos películas puede ser por difusión a través de la capa límite laminar o por difusión en estado no estacionario, como en la teoría de penetración, y el coeficiente global se obtiene a partir de la ecuación (17.61). Para algunos problemas, tales como transferencia a través de una película estancada hacia el interior de una fase en la que es aplicable la teoría de penetración, el coeficiente asociado a dicha teoría se modifica ligeramente debido a la concentración variante de la superficie de contacto, pero el efecto sólo tiene interés académico.

La parte esencial de la teoría de la doble película es el método que permite que las partículas de soluto entre fases en la superficie de contacto combinen sus coeficientes

**FIGURA 17.4**

Concentraciones globales y de superficie de contacto (interfase) típicas de destilación.

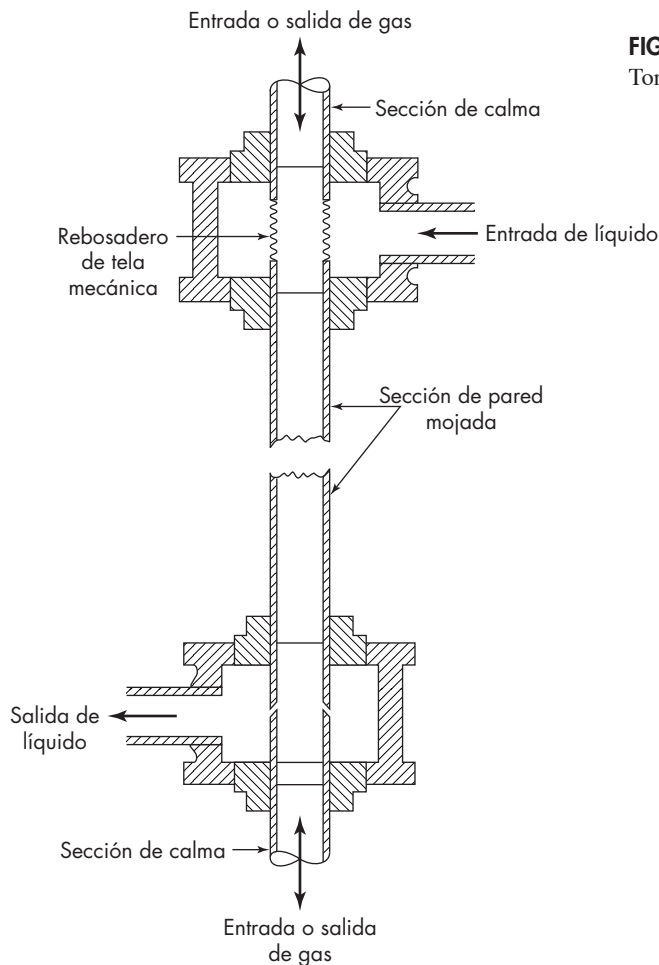
individuales para obtener un coeficiente global. Este método se emplea en el análisis de los datos de laboratorio y en el diseño de equipo para diversas operaciones de transferencia de materia, incluyendo absorción, extracción y destilación. El mismo principio de aumentar resistencias con los factores de distribución apropiados también se aplica en separaciones con membranas, en las cuales existen tres resistencias en serie.

COEFICIENTES DE TRANSFERENCIA DE MATERIA

A la vista de la complejidad de la transferencia de materia en un equipo dado, las ecuaciones fundamentales para la transferencia de materia rara vez son aplicables al equipo en cuestión, y se utilizan métodos empíricos, basados en el análisis dimensional y en analogías semiteóricas, con el fin de obtener ecuaciones válidas. El tratamiento del problema se ha realizado en varias etapas, según se indica a continuación.

Medidas experimentales

1. El coeficiente k se ha estudiado en dispositivos experimentales en los que el área de contacto entre las fases es conocida y en los que no tiene lugar separación de la capa límite. La torre de pared mojada que se ilustra en la figura 17.5, que a veces se utiliza en la práctica, es un diseño de este tipo. Ha permitido obtener valiosa información sobre transferencia de materia hacia y desde fluidos en régimen turbulento. Una torre de pared mojada es, en esencia, un tubo vertical con dispositivos para admitir el líquido en su parte lateral superior y provocar un flujo descendente del mismo a lo largo de la pared interior del tubo por efecto de la gravedad, así como para admitir gas hacia el interior del tubo, donde fluye a través de la torre en contacto con el líquido. En general el gas entra por el fondo de la torre y fluye en contracorriente con el líquido, pero también se puede operar en paralelo. En una torre de pared mojada, el área interfacial A es conocida, excepto por lo que respecta a algunas complicaciones debidas a la formación de ondulaciones, y además no hay fricción de forma.
2. La transferencia de masa hacia líquidos con flujo turbulento por el interior de tubos se ha estudiado utilizando tubos de un sólido ligeramente soluble y midiendo la velocidad

**FIGURA 17.5**

Torre de pared mojada.

de disolución del sólido para diferentes velocidades de flujo del líquido. Una técnica alternativa consiste en hacer de una parte de la pared del tubo un electrodo y realizar una reducción electroquímica en condiciones para las que la corriente esté limitada por la velocidad de transferencia de materia del ion que reacciona en la pared.

3. La transferencia de materia externa, como la difusión hacia partículas o hacia el exterior de tuberías y cilindros, requiere correlaciones diferentes de las de la transferencia de materia interna, debido a que hay flujo de capa límite sobre parte de la superficie, con frecuente separación de la capa límite. Los coeficientes de transferencia de masa se determinan estudiando la evaporación del líquido desde sólidos porosos mojados. Sin embargo, no resulta fácil asegurar que no hay efecto de resistencia de la transferencia de masa interna. Las complicaciones debidas a la difusión en el sólido se eliminan si éste está formado por una sustancia ligeramente soluble que se disuelve en el líquido, o que se sublima dentro del flujo de gas. Este método también permite medir coeficientes locales de transferencia de materia para diferentes puntos de la partícula del sólido o del cilindro.

4. Finalmente, se han realizado experimentos de transferencia de masa con equipos industriales tales como torres empacadas, platos perforados y columnas de burbujas, en los que el área de transferencia de materia varía con las condiciones de operación. Las velocidades de transferencia de materia se convierten primero en un coeficiente volumétrico de transferencia de materia ka , donde a es el área de transferencia por unidad de volumen del equipo. A veces a se determina mediante fotografías, de forma que se desarrollan correlaciones separadas para a y k . Aunque en la mayoría de los casos están presentes dos fases fluidas, la resistencia de una de las fases se hace generalmente despreciable con lo que es posible determinar ka para la otra fase. Por ejemplo, en una columna empacada se pueden determinar los coeficientes de película gaseosa evaporando líquidos puros en una corriente gaseosa, ya que no hay resistencia a la difusión en el líquido. De igual forma, la absorción de un gas puro en agua elimina la resistencia de la película gaseosa permitiendo el estudio del coeficiente de película del líquido.

Los experimentos conducentes a la obtención de valores numéricos de k o ka consisten en medir las cantidades N_A , A , y_i y y , mientras que k se calcula por medio de las ecuaciones (17.40) o (17.49) o de una forma integrada de las mismas, tal como se expone en el capítulo 18. Si no se conocen A o a , se utiliza el volumen total del equipo y se calcula ka . Para planificar los experimentos y para interpretar los resultados en forma de ecuaciones y grupos adimensionales se utiliza el análisis dimensional. Las analogías entre fricción, transferencia de calor y de materia constituyen también una fuente de información muy útil.

Coeficientes para transferencia de materia a través de áreas conocidas

En esta sección se presentan correlaciones para la transferencia de materia entre fluidos o entre fluidos y sólidos en sistemas en los que se conoce el área A . En capítulos posteriores se consideran los coeficientes para equipos en los que no se conoce el área interfacial de contacto.

Análisis dimensional

De acuerdo con el mecanismo de transferencia de materia, cabe esperar que el coeficiente k dependa de la difusividad D_v y de las variables que controlan el carácter del flujo del fluido, a saber, la velocidad u , la viscosidad μ , la densidad ρ y una dimensión lineal D . Puesto que es de esperar que la forma de la interfase influya sobre el proceso, deberá de existir una relación diferente para cada forma. Para cualquier forma dada de la superficie de transferencia de masa se cumple

$$k = \psi(D_v, D, u, \mu, \rho)$$

El análisis dimensional conduce a

$$\frac{k_c D}{D_v} = \psi_1\left(\frac{DG}{\mu}, \frac{\mu}{\rho D_v}\right) \quad (17.62)$$

donde $G = u\rho$.

El grupo adimensional $k_c D/D_v$ recibe el nombre de *número de Sherwood* y se representa por Sh . Los otros grupos son, por supuesto, el número de Reynolds $Re = DG/\mu$ y el número de Schmidt $Sc = \mu/(\rho D_v)$.

Cuando el coeficiente de transferencia de masa depende de dos tercios de la potencia de la difusividad, como en el caso de algunas capas límite de flujos, los coeficientes están representados en la forma de un factor j_M , análogo al factor j_H de la ecuación (12.53):

$$j_M \equiv \frac{k_c}{u} \left(\frac{\mu}{\rho D_v} \right)^{2/3} \quad (17.63)$$

Transferencia de materia con flujo por el interior de tuberías

Las correlaciones para la transferencia de masa hacia la pared interior de una tubería deberán ser de la misma forma que para el caso de transferencia de calor, ya que las ecuaciones básicas para difusión y conducción son semejantes. Para flujo laminar, el número de Sherwood muestra la misma tendencia que el número de Nusselt, con un valor límite de 3.66 para una concentración de pared constante y un tercio que depende de la velocidad del flujo para tubos cortos. Cuando la concentración de la pared es una función de la posición axial, como en un separador de membrana en contraflujo, el límite del número de Sherwood es un poco mayor que para una concentración constante en la pared (véase figura 12.2), pero puede haber una pequeña diferencia con altos números de Graetz (Gz). La ecuación recomendada para números de Graetz moderados es la ecuación teórica

$$\text{Sh} = 1.62 \text{ Gz}'^{1/3} \quad (17.64)$$

donde

$$\text{Gz}' = \frac{\dot{m}}{D_v L \rho} = \frac{\pi}{4} \text{Re Sc} \frac{D}{L} \quad (17.65)$$

La ecuación (17.64) se utiliza para obtener la resistencia interna de transferencia de materia en procesos de separación que utilizan membranas de fibra hueca. La ecuación recomendada para la transferencia de calor, ecuación (12.25), tiene un coeficiente empírico de 2.0, y su valor más alto se debe probablemente a la convección natural. No hay información suficiente para determinar una ecuación empírica para la transferencia de materia en un flujo laminar.

Una ecuación para la transferencia de materia de un flujo turbulento en las paredes de una tubería es una versión modificada de la ecuación (12.33), en la que se han reemplazado los números de Nusselt y Prandtl por los números de Sherwood y Schmidt.

$$\text{Sh} = 0.023 \text{Re}^{0.8} \text{Sc}^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad (17.66)$$

Ésta es la ecuación más sencilla que da lugar a un ajuste relativamente adecuado de los datos publicados en un amplio intervalo de números de Reynolds y de Schmidt. Dividiendo la ecuación (17.66) entre $\text{Re} \times \text{Sc}^{1/3}$ se obtiene el factor j_M , que Chilton y Colburn demostraron que era el mismo que j_H y también igual a $f/2$. El término $\mu/\mu_w^{0.14}$ es generalmente del orden de 1.0 para el caso de transferencia de materia, por lo que se omite:

$$j_M = j_H = \frac{1}{2} f = 0.023 \text{Re}^{-0.2} \quad (17.67)$$

La analogía representada por esta ecuación es general para transferencia de calor y materia en un mismo equipo.

La ampliación de dicha analogía para incluir la pérdida por fricción sólo es posible para tuberías, debido a que en este caso todas las pérdidas se deben a la fricción de superficie. La analogía no es aplicable a la pérdida de fricción total cuando hay fricción de forma debido a la separación del flujo, tal como ocurre en el flujo alrededor de cuerpos sumergidos.

Por lo general, j_M es una función de Re . Para la fase gaseosa de transferencia de materia, se pueden utilizar otras formas de j_M :

$$j_M = \frac{k_y RT}{Pu} Sc^{2/3} = \frac{k_y \bar{M}}{G} Sc^{2/3} \quad (17.68)$$

$$j_M = \frac{k_g \bar{M} P}{G} Sc^{2/3} \quad (17.69)$$

El coeficiente k_g se estudiará en el capítulo 18.

Se han establecido correlaciones un poco más exactas para el flujo en tuberías para diferentes intervalos del número de Schmidt. Los datos para la evaporación de varios líquidos en torres de pared mojada (figura 17.5) se han correlacionado con exponentes ligeramente más grandes, tanto para el número de Reynolds como para el de Schmidt⁸

$$Sh = 0.023 Re^{0.81} Sc^{0.44} \quad (17.70)$$

Los números de Schmidt se variaron desde 0.60 hasta 2.5 y, para este intervalo, la diferencia entre los exponentes 0.44 de la ecuación (17.70) y 0.33 de la ecuación (17.66) tiene sólo un pequeño efecto sobre el coeficiente. La diferencia de los exponentes tiene un significado importante, ya que la transferencia hacia una superficie líquida, que puede tener ondas u ondulaciones, será algo diferente de la transferencia hacia una superficie rígida lisa.

Se ha obtenido una correlación para transferencia de materia a elevados números de Schmidt (430 a 100 000) midiendo la velocidad de disolución de tubos de ácido benzoico en agua y líquidos viscosos¹³

$$Sh = 0.0096 Re^{0.913} Sc^{0.346} \quad (17.71)$$

La diferencia entre el exponente del número de Schmidt y el valor de $\frac{1}{3}$ tal vez no sea significativa, pero el exponente del número de Reynolds es definitivamente mayor que 0.80. Otros estudios de transferencia de calor con grandes números de Prandtl⁷ también presentan un exponente del orden 0.9 para el número de Reynolds. Se dispone de varias ecuaciones empíricas que cubren todo el intervalo de Sc o de Pr con buena exactitud.^{23a}

EJEMPLO 17.5 a) ¿Cuál será el espesor efectivo de la película gaseosa para la evaporación de agua en aire en una columna de pared mojada de 2 in. de diámetro con un número de Reynolds de 10 000 y una temperatura de 40 °C? b) Repita el cálculo para la evaporación de etanol en las mismas condiciones. A 1 atm, las difusividades son 0.288 cm²/s para agua en aire y 0.145 cm²/s para etanol en aire.

Solución Para aire a 40 °C,

$$\rho = \frac{29}{22\,410} \times \frac{273.16}{313.16} = 1.129 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$$

$$\mu = 0.0186 \text{ cP} \quad (\text{apéndice 8})$$

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{1.86 \times 10^{-4}}{1.129 \times 10^{-3}} = 0.165 \text{ cm}^2/\text{s}$$

a) Para el sistema de aire-agua

$$\text{Sc} = \frac{0.165}{0.288} = 0.573$$

A partir de la ecuación (17.70),

$$\text{Sh} = 0.023(10\,000)^{0.81}(0.573)^{0.44} = 31.3$$

En la teoría de película, $k_c = D_v/B_T$, y puesto que $\text{Sh} = k_c D/D_v$,

$$\text{Sh} = \frac{D}{B_T} \quad \text{o} \quad B_T = \frac{2.0}{31.3} = 0.064 \text{ in.}$$

b) Para el sistema etanol-aire, $\text{Sc} = 0.165/0.145 = 1.14$:

$$\text{Sh} = 0.023(10\,000)^{0.81}(1.14)^{0.44} = 42.3$$

$$B_T = \frac{2.0}{42.3} = 0.047 \text{ in.}$$

El espesor B_T se hace más pequeño a medida que disminuye la difusividad debido a que k_c varía sólo con la potencia 0.56 de la difusividad en vez de la potencia 1.0 correspondiente a la teoría de la película. Si se utilizara la ecuación (17.66), los correspondientes valores de B_T serían 0.066 y 0.053 in. Estos valores son algo más próximos entre sí debido a que se utiliza $D_v^{2/3}$ en vez de $D_v^{0.56}$.

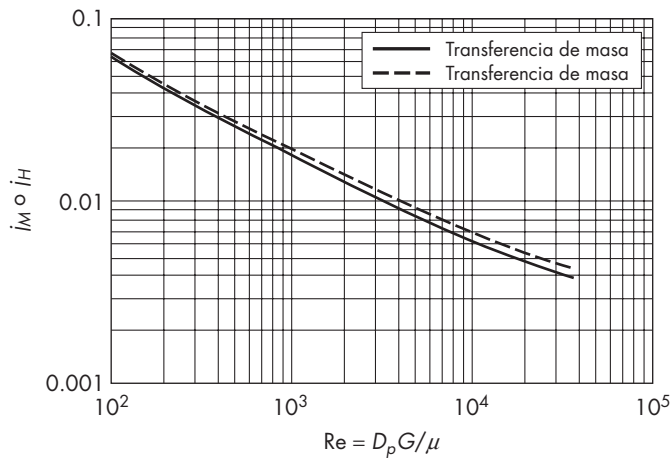
Flujo fuera de tubos paralelos al eje

Algunos separadores de membrana tienen paquetes de fibra hueca en un arreglo de coraza y tubo con líquido o gas que fluye paralelamente al eje del tubo en el exterior de los tubos. Los pasajes del flujo externo son irregulares y su forma no es uniforme; esto se debe a que las fibras no están sujetadas en posición como lo están los tubos en un intercambiador de calor. Se han propuesto correlaciones empíricas como la ecuación (17.66) para el coeficiente externo de transferencia de materia, usando un diámetro equivalente para calcular el número de Reynolds. Para un paquete de fibras con diámetro d empacadas en una coraza con fracción de vacío ϵ , el diámetro equivalente es

$$d_e = 4 \times \frac{\text{área de flujo}}{\text{perímetro mojado}} = \frac{4\epsilon}{(4/d)(1-\epsilon)} = d \frac{\epsilon}{1-\epsilon} \quad (17.72)$$

Flujo perpendicular a cilindros

En la figura 17.6²³ se muestra una correlación j_M en función de Re para el flujo de aire perpendicular a cilindros aislados. La línea de trazos corresponde a valores de j_H calculados a partir de la ecuación (12.63), con base en datos para líquidos. Los datos para transferencia de calor hacia el aire, tomados de la figura 17.6, caen ligeramente por debajo de la línea de trazos y están muy próximos a los datos para transferencia de materia. La buena concordancia

**FIGURA 17.6**

Transferencia de calor y masa para flujo sobre cilindros aislados.

indica que la analogía entre la transferencia de calor y materia se cumple tanto para flujos externos como para flujos por el interior de las tuberías.

Hay una ecuación aproximada para transferencia de materia para un cilindro aislado que se utiliza con valores de Re de 10 a 10^4 :

$$Sh = 0.61 Re^{1/2} Sc^{1/3} \quad (17.73)$$

Flujo normal a un banco de tubos

Para flujo normal a un banco de tubos, el coeficiente de transferencia de masa medio es mayor que para un tubo aislado a la misma velocidad superficial, pero el factor de aumento depende del espacio del tubo y del número de Reynolds. Con base en la transferencia de calor al banco de tubos, el incremento puede ser de 20 a 40%, pero casi no hay datos de transferencia de materia para números de Reynolds bajos, lo que constituye la región de interés para dispositivos de membranas de fibras huecas.

Pruebas de un módulo con 2 100 fibras y $\epsilon = 0.6$ dan $Sh = 0.24$, independientemente de la velocidad del flujo.²⁷ A partir de que números de Sherwood bajos indican una distribución de flujo muy desigual, cuando el valor mínimo de Sh para el flujo ideal estaría en el intervalo de 2 a 4.

La siguiente ecuación empírica para transferencia externa de masa¹⁴ fue desarrollada a partir de los datos para la eliminación del oxígeno del agua usando los módulos para flujo radial con empaques cerrados de fibras huecas.

$$Sh = 1.28 Re^{0.4} Sc^{0.33} \quad (17.74)$$

Flujo sobre esferas aisladas (solas)

En la transferencia de materia en una esfera aislada, el número de Sherwood tiende hacia un valor límite inferior a 2.0 cuando el número de Reynolds tiende hacia cero. Una ecuación sencilla que resulta bastante exacta para números de Reynolds superiores a 1 000 es una modificación de la ecuación de Frössling²² [compárese con la ecuación (12.64) para Nu]:

$$\text{Sh} = 2.0 + 0.6 \text{Re}^{1/2} \text{Sc}^{1/3} \quad (17.75)$$

Tal como se observa en la figura 17.7, los datos para números de Reynolds elevados muestran un incremento gradual de la pendiente de Sh en contra de Re. El exponente de $\frac{1}{2}$ es consistente con la teoría de capa límite, que es aplicable a la parte frontal de la esfera, donde tiene lugar la mayor parte de la transferencia para números de Reynolds moderados. A elevados números de Reynolds, la transferencia de materia en la región turbulenta se hace más importante y aumenta el efecto de la velocidad de flujo.

La correlación de la figura 17.7 conduce a valores demasiado bajos para el “flujo oscilante”, para el que el número de Reynolds es bajo y el número de Peclet Pe es elevado ($\text{Pe} = \text{Re} \times \text{Sc} = D_p u_0 / D_v$). Para este caso la ecuación recomendada es²

$$\text{Sh} = \left(4.0 + 1.21 \text{Pe}^{2/3} \right)^{1/2} \quad (17.76)$$

El número de Sherwood limitante de 2.0 corresponde a un espesor eficaz de película de $D_p/2$ cuando el área de transferencia de materia se toma como el área externa de la esfera. En este caso, los gradientes de concentración se extienden en realidad hasta infinito, pero el área de transferencia de materia también aumenta con la distancia desde la superficie, de forma que el espesor eficaz de película es mucho menor que el estimado a partir de la forma del perfil de concentración.

Transferencia de materia en lechos empacados

Se han realizado un gran número de estudios de transferencia de masa y transferencia de calor desde gases o líquidos hacia partículas en lechos empacados. Los coeficientes aumentan con la raíz cuadrada de la velocidad másica y con la potencia de dos tercios de la difusividad, pero las correlaciones publicadas por distintos autores difieren en forma

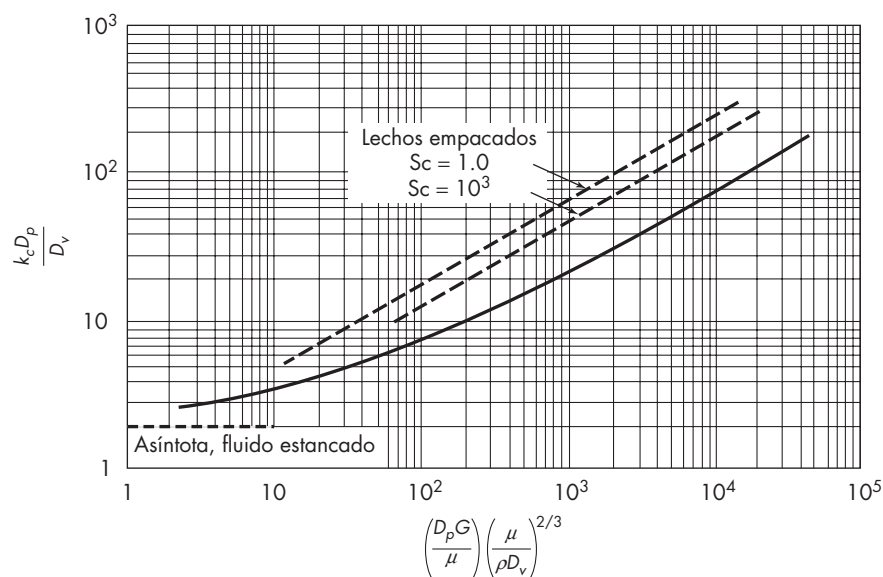


FIGURA 17.7

Transferencia de calor y materia para el flujo sobre esferas aisladas (línea continua) y en lechos empacados (líneas de trazos).

apreciable, en contraste con la estrecha concordancia que se ha encontrado en estudios con esferas aisladas (solas). Una ecuación que representa bastante bien la mayor parte de los datos es^{23b}

$$j_M = \frac{k_c}{u_0} \text{Sc}^{2/3} = 1.17 \left(\frac{D_p G}{\mu} \right)^{-0.415} \quad (17.77)$$

Esto es equivalente a la ecuación

$$\text{Sh} = 1.17 \text{Re}^{0.585} \text{Sc}^{1/3} \quad (17.78)$$

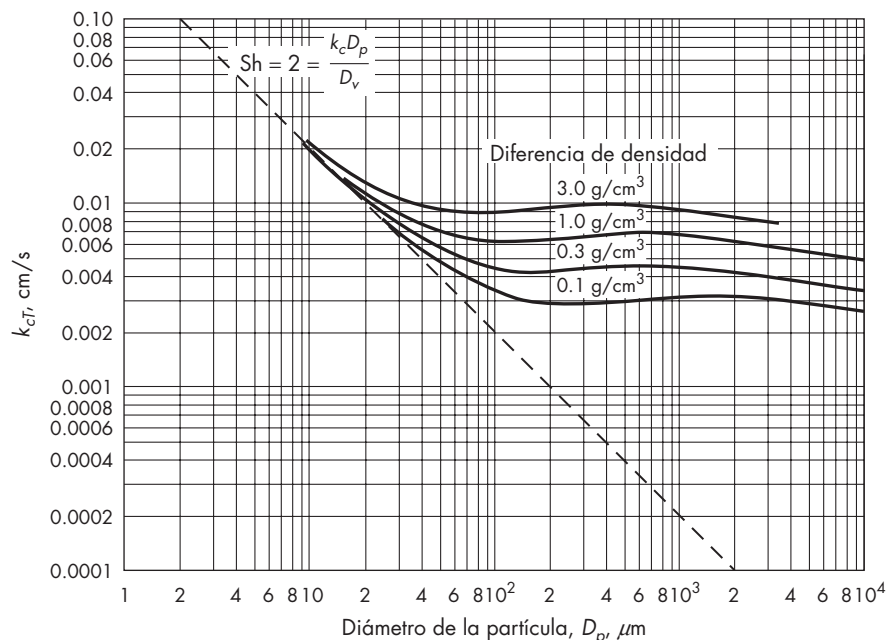
Las ecuaciones (17.77) y (17.78) se recomiendan para esferas o partículas sólidas con formas casi esféricas en un lecho con un 40 a 45% de huecos. Estas ecuaciones para partículas cilíndricas se utilizan sustituyendo el diámetro de la esfera por el cilindro en los Re y Sh. Para lechos muy porosos que presentan fracciones muy elevadas de huecos o para partículas huecas, tales como anillos, se dispone de otras correlaciones.⁹

Para comparar la transferencia de masa en lechos empacados con la transferencia en una sola partícula, se han graficado en la figura 17.7 los números de Sherwood, calculados a partir de la ecuación (17.78) junto con la correlación para esferas aisladas. Los coeficientes para lechos empacados son de dos a tres veces mayores que para una esfera aislada para el mismo número de Reynolds. La mayor contribución a esta diferencia se debe a que la velocidad másica real en el lecho empacado es, en este caso, superior. Por conveniencia, el número de Reynolds se basa en la velocidad superficial, pero la velocidad másica media es G/ϵ , y la velocidad local en algunos puntos del lecho todavía es mayor. Observe que las líneas de trazos de la figura 17.7 no se han prolongado hasta bajos valores de Re, ya que resulta inverosímil que los coeficientes para un lecho empacado lleguen a ser inferiores a los correspondientes a partículas aisladas. Las ecuaciones (17.77) y (17.78) no deben utilizarse para números de Reynolds menores de 10.

Transferencia de materia en partículas suspendidas

Cuando partículas sólidas se suspenden en un líquido, tal como un tanque agitado, se obtiene una mínima estimación del coeficiente de transferencia utilizando la velocidad terminal de la partícula en el líquido para calcular Re en la ecuación (17.75). El efecto del tamaño y la densidad de la partícula sobre este coeficiente mínimo k_{cT} se muestra en la figura 17.8. Para un amplio intervalo de tamaños existe poca variación del coeficiente, ya que el aumento de la velocidad terminal y el número de Reynolds conducen a un número de Sherwood que es proporcional al diámetro de la partícula.

El coeficiente real es mayor que k_{cT} debido a que la frecuente aceleración y desaceleración de las partículas aumentan la velocidad media de deslizamiento y porque pequeños remolinos en el líquido turbulento penetran cerca de la superficie de la partícula e incrementa la velocidad local de transferencia de materia. Sin embargo, si las partículas están suspendidas totalmente, la relación k_c/k_{cT} está comprendida en un intervalo relativamente estrecho de 1.5 a 5 para un intervalo amplio de tamaño de partículas y de las condiciones de agitación.¹⁰ Los efectos del tamaño de la partícula, la difusividad y la viscosidad siguen la tendencia predicha por k_{cT} , pero la diferencia de densidad no tiene efecto hasta que excede 0.3 g/cm³. Para partículas suspendidas, k_c varía sólo con la potencia 0.1 a 0.15 del

**FIGURA 17.8**

Coefficientes de transferencia de materia para partículas suspendidas en agua¹⁰ (viscosidad $\mu = 1$ cP, difusividad $D_v = 10^{-5}$ cm²/s).

poder de disipación por unidad de volumen, el mayor exponente para partículas grandes. Las correlaciones empíricas están disponibles para predecir k_c con base en el consumo de energía,¹⁷ pero en la misma energía, los coeficientes son mayores para grandes relaciones del diámetro del agitador que el diámetro del tanque D_a/D_t .

La energía por unidad de volumen es una base satisfactoria para el escalamiento cuando se trata con partículas suspendidas, siempre que la similitud geométrica se mantenga.

Transferencia de materia en gotas y burbujas

Cuando las gotas pequeñas de un líquido descienden a través de un gas, la tensión superficial hace que tiendan a adquirir la forma esférica y los coeficientes de transferencia de materia en la superficie de las gotas con frecuencia son muy próximos a los de las esferas sólidas. Sin embargo, el esfuerzo cortante originado por el fluido que se mueve sobre la superficie de la gota genera unas corrientes toroidales de circulación en la gota que disminuyen la resistencia a la transferencia de materia, tanto en el interior como en el exterior de la gota. La magnitud del cambio depende de la relación de viscosidades de los fluidos interior y exterior y de la presencia o ausencia de sustancias tales como agentes tensoactivos que se encuentran en la superficie de contacto.¹¹

Para una gota de baja viscosidad que desciende a través de un líquido viscoso sin la presencia de un material tensoactivo, la capa límite de velocidad en el fluido exterior casi desaparece. Los elementos de fluido están expuestos a la gota durante cortos periodos, y la transferencia de materia está regida por la teoría de penetración. Es posible demostrar que el tiempo efectivo de contacto es igual al tiempo que la gota tarda en descender una distancia igual a su propio diámetro, y la aplicación de la teoría de penetración conduce a la ecuación del coeficiente externo

$$\bar{k}_c = 2 \sqrt{\frac{D_v u_0}{\pi D_p}} \quad (17.79)$$

Al multiplicar por D_p/D_v se obtiene

$$\begin{aligned} \text{Sh} &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{D_p u_0 \rho}{\mu} \frac{\mu}{\rho D_v} \right)^{1/2} \\ &= 1.13 \text{Re}^{1/2} \text{Sc}^{1/2} \end{aligned} \quad (17.80)$$

Si se compara la ecuación (17.80) con la ecuación (17.75) para una esfera rígida, se observa que la circulación interna es capaz de aumentar k_c por un factor de $1.88 \text{Sc}^{1/6}$, o 5.9, cuando $\text{Sc} = 10^3$.

Para algunas gotas en caída libre se han encontrado coeficientes en concordancia con la ecuación (17.79), pero en muchos casos las viscosidades elevadas o impurezas de las gotas reducen las corrientes de circulación y dan lugar a valores sólo ligeramente superiores a los de esferas rígidas. Para gotas suspendidas en un líquido agitado, como en el tanque agitado de un extractor, por lo general los coeficientes disminuyen entre aquellos para la esfera sólida y los de una gota circulando totalmente. Los coeficientes para gotas aumentan con 1.0 a 1.2 en la potencia de la velocidad de agitación, en contraste con el 0.4 a 0.5 de la potencia encontrada con las partículas sólidas, porque los remolinos en el líquido suspendido penetran más fácilmente a una gota con una superficie deformable que a una partícula sólida.⁶

Para una aplicación práctica es difícil predecir k_c , y los cálculos de transferencia de materia se basan por lo general en el coeficiente volumétrico de transferencia de materia k_a , estimado a partir de pruebas de laboratorio o de plantas piloto.

La misma incertidumbre se presenta cuando se trata con coeficientes de transferencia de materia desde burbujas de gas que ascienden a través de un líquido. El gas de las burbujas circulará rápidamente debido a la baja viscosidad del gas, pero con frecuencia las impurezas interfieren, dando lugar a coeficientes comprendidos entre los de esferas rígidas y los de burbujas que circulan libremente. Las burbujas de 1 mm de diámetro o inferiores con frecuencia se comportan como esferas rígidas, mientras que las de 2 mm o más lo hacen como burbujas que circulan libremente. Sin embargo, las burbujas cuyos diámetros son mayores de unos pocos milímetros adquieren una forma aplanada y oscilan al ascender dificultando las predicciones de transferencia de materia. Al igual que con la transferencia en gotas de líquido, las correlaciones de diseño para sistemas de burbujas se basan por lo general en un coeficiente volumétrico.

Con gotas y burbujas, la resistencia a la transferencia de masa puede ser significativa. La difusión dentro de una gota estacionaria (que no circula) es un proceso de estado no estacionario, y se podría aplicar la ecuación (17.38). Sin embargo, la concentración en superficie generalmente cambia porque la gota o la burbuja se mueve a través del equipo. Por conveniencia, al combinar las resistencias interna y externa se puede usar un coeficiente interno efectivo, tal como se hizo para la transferencia de calor a esferas (véase página 315).

$$k_{ci} = \frac{10D_v}{D_p} \quad (17.81)$$

donde k_{ci} = coeficiente efectivo interno de transferencia de masa

D_v = difusividad en el interior de la gota

D_p = diámetro de la gota

Si la gota tiene un tiempo de vida corto, el coeficiente interno será mayor que el dado por la ecuación (17.81), puesto que el gradiente de concentración no se extiende demasiado en el interior de la gota. Si el tiempo de vida se conoce, se utiliza la teoría de penetración [ecuación (17.54)], pero el rompimiento y la unión de las gotas en sistemas agitados hacen que el tiempo de vida de la gota sea difícil de predecir. Mediciones del coeficiente interno de transferencia de masa k_{ci} para gotas de un líquido orgánico en un extractor agitado son consistentes con la teoría de penetración y con el tiempo de vida de las gotas de un tercio a un décimo mayor que el tiempo de permanencia.²⁴

SÍMBOLOS

A	Área perpendicular a la dirección de transferencia de masa, m^2 o ft^2
a	Área interfacial entre las fases por unidad de volumen del equipo, m^{-1} o ft^{-1}
B_T	Espesor de la capa a través de la cual tiene lugar la difusión, m o ft
b	Distancia desde el límite de la fase en la dirección de difusión, m o ft
c	Concentración, $kg\ mol/m^3$ o $lb\ mol/ft^3$; c_A , del componente A ; c_{Ai} , del componente A en la superficie de contacto (interfase); c_{A0} , en el tiempo cero; c_B , del componente B
c_p	Calor específico a presión constante, $J/g \cdot ^\circ C$ o $Btu/lb \cdot ^\circ F$
D	Dimensión lineal o diámetro, m o ft ; D_a , del agitador; D_p , de la burbuja, gota o partícula; D_r , del tanque
D_{AB}	Difusividad del componente A en el componente B ; D_{BA} , de B en A
D_v	Difusividad volumétrica, m^2/h , cm^2/s , o ft^2/h ; D_k , difusividad de Knudsen; D_{poro} , difusividad en el poro
d	Diámetro de la fibra hueca, m o ft ; d_e , diámetro equivalente
F_a	Constante de Faraday, equivalente a $96\ 500$ Coulombs/g
Fo	Número de Fourier [véase ecuación (10.20)]
f	Factor de fricción de Fanning, adimensional
G	Velocidad de masa, $kg/m^2 \cdot s$ o $lb/ft^2 \cdot h$
Gz'	Número de Graetz para la transferencia de masa, $\dot{m}/(D_v L \rho)$
h	Coeficiente individual de transferencia de calor, $W/m^2 \cdot ^\circ C$ o $Btu/ft^2 \cdot h \cdot ^\circ F$
J	Flujo de masa con relación a un plano de velocidad cero, $kg\ mol/m^2 \cdot s$ o $lb\ mol/ft^2 \cdot h$; J_A , J_B , de los componentes A y B , respectivamente; $\bar{J}_A$, valor medio; $J_{A,r}$, del componente A , causado por la acción turbulenta
j_H	Factor j de Colburn para la transferencia de calor, $(h/c_p G)(\mu/k)^{2/3}$, adimensional
j_M	Factor j de Colburn para la transferencia de masa, $(k_y \bar{M}/G)(\mu/\rho D_v)^{2/3}$, adimensional
K_y	Coeficiente global de transferencia de masa en la fase gaseosa, $kg/mol/m^2 \cdot s \cdot$ unidad de fracción molar o $lb\ mol/ft^2 \cdot h \cdot$ unidad de fracción molar

k	Constante de Boltzmann, 1.380×10^{-23} J/K
k	Coefficiente individual de transferencia de masa; k_c , cm/s o ft/s; k_{ct} , coeficiente mínimo de partícula suspendida (figura 17.8); k_{ci} , coeficiente efectivo interno [véase ecuación (17.78)]; $\bar{k}_c$, valor promedio sobre tiempo t_T ; k_g , en fase gaseosa con base en la presión parcial de la fuerza impulsora; k_x , k_y , en fase líquida y fase gaseosa, respectivamente, basado en la diferencia de la fracción-mol, kg mol/m ² · s · unidad de fracción molar o lb mol/ft ² · h · unidad de fracción molar; además conductividad térmica, W/m · °C o Btu/ft · h · °F
k'	Coefficiente efectivo de transferencia de masa para la difusión en un solo sentido; k'_c , cm/s o ft/s; k'_y , en fase gaseosa, kg mol/m ² · s · unidad de fracción molar o lb mol/ft ² · h · unidad de fracción molar
L	Longitud de la tubería o tubo, m o ft
M	Peso molecular; M_A , M_B , de los componentes A y B, respectivamente; $\bar{M}$, valor medio
m	pendiente de la curva de equilibrio
$\dot{m}$	Velocidad de flujo de masa, kg/s o lb/s
N	Flujo de transferencia de masa a través de un plano o límite, kg mol/m ² · s o lb mol/ft ² · h; N_A , N_B , de los componentes A y B, respectivamente
Nu	Número de Nusselt, hD_p/k
P	Presión, atm o lb _f /ft ² ; P_A presión parcial del componente A; P_{Ai} , en la interfase
Pe	Número de Peclet, $D_p u_0/D_v$
Pr	Número de Prandtl, $c_p \mu/k$
R	Constante de la ley de los gases ideales, 8 314 J/g mol · K o 1 545 ft · lb _f /lb. mol · °R
Re	Número de Reynolds, DG/μ
r	Radio del poro, cm; además, velocidad de transferencia de masa, kg mol/m ² · s o lb mol/ft ² · h
Sc	Número de Schmidt, $\mu/(\rho D_v)$
Sh	Número de Sherwood, $k_c D/D_v$
s	Velocidad fraccional de renovación superficial, s ⁻¹
T	Temperatura, °C, K, °F o °R
t	Tiempo, s o h; t_T , tiempo de residencia sobre la superficie de transferencia
u	Velocidad, m/s o ft/s; u_A , u_B , de los componentes A y B, respectivamente; u_0 , velocidad volumétrica media de fase; además velocidad sobre una burbuja, gota o partícula suspendida; además velocidad superficial en lechos empacados
$\bar{u}$	Velocidad molecular promedio
V_A	Volumen molar de soluto como líquido a su temperatura normal de ebullición, cm ³ /g mol
x	Fracción molar en el líquido o fase L; x_A , del componente A; x_{Ai} , del componente A en la interfase
y	Fracción molar en el gas o fase V; y_A , del componente A; y_{Ai} , del componente A en la interfase; y_A^* , del vapor en equilibrio con el líquido de composición x_A ; y_B , de la componente B; y_i , en la interfase
z	Distancia en la dirección vertical, m o ft

Letras griegas

α	Difusividad térmica, $k/\rho c_p$, m^2/s o ft^2/h
ϵ	Fracción de huecos, adimensional; además constante de fuerza de Lennard-Jones; ϵ_A, ϵ_B , para los componentes A y B ; $\epsilon_{AB} = \sqrt{\epsilon_A \epsilon_B}$
ϵ_N	Difusividad de remolino de masa, m^2/h , cm^2/s o ft^2/h
λ	Trayectoria libre media de las moléculas
λ^0	Conductancia iónica limitante, $\text{A}/\text{cm}^2 \cdot (\text{V}/\text{cm}) \cdot (\text{g equivalente}/\text{cm}^3)$; λ^0_+ , del catión; λ^0_- , del anión
μ	Viscosidad, $\text{Pa} \cdot \text{s}$, cP o $\text{lb}/\text{ft} \cdot \text{s}$; μ_B , viscosidad del agua [ecuación (17.32)]; μ_w , valor en la pared
ν	Viscosidad cinemática, μ/ρ , m^2/h o ft^2/h
ρ	Densidad, kg/m^3 o lb/ft^3
ρ_M	Densidad molar, $\text{g mol}/\text{m}^3$ o lb/ft^3 ; ρ_{Mx} , del líquido; ρ_{My} , del gas
ψ	Función; ψ_1 , en la ecuación (17.58)
ψ_B	Parámetro de asociación para el disolvente [ecuación (17.31)]
Ω_D	Integral de colisión, $f(\mathbf{k}T/\epsilon_{AB})$

PROBLEMAS

- 17.1.** El dióxido de carbono se difunde a través de nitrógeno en un solo sentido a la presión atmosférica y 0°C . La fracción molar de CO_2 en el punto A es 0.2; en el punto B , separado 3 m en la dirección de difusión, su fracción molar (mol) es 0.02. La difusividad D_0 es $0.144 \text{ cm}^2/\text{s}$. La fase gaseosa en su conjunto es estacionaria, es decir, el nitrógeno difunde con la misma velocidad que el dióxido de carbono pero en sentido contrario. *a)* ¿Cuál es el flux molar de CO_2 en kilogramo mol por pie cuadrado y por hora? *b)* ¿Cuál es el flux neto de masa, en kilogramos por pie cuadrado y por hora? *c)* ¿A qué velocidad, en metros por segundo, debería moverse un observador desde un punto hacia el otro para que el flux neto de masa, *con relación a él*, fuese cero? *d)* ¿A qué velocidad debería moverse para que, con respecto a él, el *nitrógeno* estuviese estacionario? *e)* ¿Cuál será el flux molar del dióxido de carbono con relación al observador en la condición del inciso *d)*?
- 17.2.** Un tanque circular de 8 m de diámetro que contiene *n*-propanol a 25°C se encuentra abierto a la atmósfera de tal manera que el líquido soporta una película de aire estancada de 5 mm de espesor. La concentración de *n*-propanol por encima de dicha película se considera despreciable. La presión de vapor del *n*-propanol a 25°C es de 20 mm de Hg. Sabiendo que el *n*-propanol cuesta 1.20 dólares por litro, ¿cuál es el valor de las pérdidas diarias de *n*-propanol en dólares? La gravedad específica del *n*-propanol es 0.80.
- 17.3.** Se absorbe etanol desde una mezcla de alcohol y agua, ambos en fase de vapor, por medio de un disolvente no volátil en el que el alcohol es soluble y el agua no. La temperatura es de 97°C y la presión total de 760 mm Hg. Se considera que el vapor de alcohol difunde a través de una película formada por una mezcla gaseosa de alcohol y agua de 0.1 mm de espesor. El porcentaje molar de alcohol en el vapor fuera de la película es de 80% y en el interior, junto al disolvente, es de 10%. La difusividad volumétrica de las mezclas alcohol-agua en fase de vapor a 25°C es $0.15 \text{ cm}^2/\text{s}$. Calcule la velocidad de difusión del vapor de alcohol en kilogramos por hora si el área de la película es de 10 m^2 .

- 17.4.** Una mezcla, en fase de vapor, de alcohol y agua se rectifica mediante contacto con una disolución líquida de alcohol-agua. El alcohol se transfiere del gas al líquido y el agua del líquido al gas. Las velocidades de flujo molares de alcohol y agua son iguales y de sentido contrario. La temperatura es $95\text{ }^{\circ}\text{C}$ y la presión 1 atm . Ambos componentes se difunden a través de una película de gas de 0.1 mm de espesor. El porcentaje molar de alcohol en el exterior de la película es de 80% , y en el interior de la misma es de 10% . Calcule las velocidades de difusión del alcohol y del agua, en libras por hora, a través de una película de área igual a 10 m^2 .
- 17.5.** Una columna de pared mojada que opera a la presión total de 518 mm Hg se alimenta con agua y aire, este último a una velocidad de 120 g/min . La presión parcial del vapor de agua en la corriente de aire es de 76 mm Hg y la presión de vapor de la película de agua líquida que fluye sobre la pared de la torre es 138 mm Hg . La velocidad observada para la evaporación de agua en el aire es de 13.1 g/min . El mismo equipo, ahora a la presión total de 820 mm Hg , se alimenta con aire a la misma temperatura que antes y a una velocidad de 100 g/min . El líquido que se vaporiza es *n*-butanol. La presión parcial del alcohol es 30.5 mm Hg y la presión de vapor del alcohol líquido es 54.5 mm Hg . ¿Qué velocidad de evaporación, en gramos por minuto, cabe esperar en el experimento con *n*-butanol?
- 17.6.** A través de un delgado lecho relleno con esferas de naftaleno de 12 mm de diámetro, circula aire a $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ y 2.0 atm , con una velocidad de 2 m/s , basada en la sección transversal del lecho vacío. La presión de vapor del naftaleno es de 0.35 mm Hg . ¿Cuántos kilogramos por hora de naftaleno se evaporarán en 1 m^3 de lecho, suponiendo que su porosidad es de 40% ?
- 17.7.** Los coeficientes de difusión para vapores en aire se determinan midiendo la velocidad de evaporación de un líquido en un tubo vertical de vidrio. Para un tubo de 0.2 cm de diámetro lleno de *n*-heptano a $21\text{ }^{\circ}\text{C}$, calcule la velocidad de descenso del nivel del líquido cuando el menisco está a 1 cm de la parte superior, tomando para la difusividad el valor de $0.071\text{ cm}^2/\text{s}$. A $21\text{ }^{\circ}\text{C}$ la presión de vapor y la densidad del *n*-heptano son 0.050 atm y 0.66 g/cm^3 , respectivamente. ¿Habría alguna ventaja en utilizar un tubo de mayor diámetro?
- 17.8.** Estime el coeficiente de transferencia de masa de la película de líquido para el O_2 que difunde desde una burbuja de aire que asciende a través de agua a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Elija un tamaño de burbuja de 4.0 mm y suponga que tiene forma esférica y que existe una rápida circulación del gas en el interior de la burbuja. Desprecie la variación del tamaño de la burbuja con la distancia recorrida y calcule la fracción de oxígeno absorbido desde el aire en 1 m de recorrido si el agua no contiene oxígeno disuelto.
- 17.9.** Esferas pequeñas de ácido benzoico sólido se disuelven en agua en un tanque agitado. Si el número de Sherwood es prácticamente constante con un valor de 4.0 , demuestre cómo el tiempo necesario para disolución completa varía con el tamaño inicial de la partícula. ¿Cuánto tiempo se requeriría para que las partículas de $100\text{ }\mu\text{m}$ se disuelvan por completo en agua pura a $25\text{ }^{\circ}\text{C}$? Solubilidad: $0.43\text{ g/100 g H}_2\text{O}$. $D_v = 1.21 \times 10^{-5}\text{ cm}^2/\text{s}$.
- 17.10.** Estime el coeficiente de difusión y el número de Schmidt para vapor de agua en aire a $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ y presión absoluta de 20 mm Hg .
- 17.11.** Prediga la difusividad del helio en gas natural a 5 atm y $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ o $250\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿Cuál es el exponente para este intervalo de temperatura?
- 17.12.** ¿Por qué factor podría aumentar el coeficiente de difusión para la sacarosa en agua a medida que la temperatura aumenta desde 0 hasta $100\text{ }^{\circ}\text{C}$? Utilice dos ecuaciones diferentes y compare sus resultados.
- 17.13.** Prediga los coeficientes de difusión para disoluciones diluidas de HCl y NaCl en agua a $50\text{ }^{\circ}\text{C}$.

- 17.14.** Prediga la velocidad terminal para una gota de 1 mm de nitrobenzono en agua, y estime el coeficiente externo de transferencia de masa si la gota está en circulación o si la gota es estacionaria.
- 17.15.** Se pasa agua saturada con aire a 20 °C a través de fibras huecas hidrofóbicas a 50 cm/s. Las fibras están a 1 m de longitud con un diámetro interior de 500 μm , y se aplica vacío en el exterior para remover el oxígeno tan rápido como se difunde en la pared de la fibra. Estime el coeficiente de transferencia de masa para el oxígeno.
- 17.16.** En la absorción de amoníaco del aire dentro del agua a 20 °C, la pendiente de la línea de equilibrio es alrededor de 1.0. Estime la fracción de la resistencia total en la fase gaseosa, asumiendo que la teoría de la penetración es aplicable para ambas fases.
- 17.17.** Si la resistencia de la película de un líquido es cinco veces la de la película del gas para un proceso de absorción de gas, ¿cuánto aumentará la velocidad de absorción si el coeficiente de la película del líquido fuera el doble sin cambiar otros parámetros? ¿Cuál sería el efecto de doblar el coeficiente de la película del gas?
- 17.18.** Explique por qué la ecuación para determinar el coeficiente de difusión binaria en gases [ecuación (17.28)] incluye el término $T^{3/2}/P$, mientras que la ecuación simple para conductividad térmica [ecuación (10.6)] presenta $T^{1/2}$ y no depende de P . Se dice que tanto D_v como k dependen de la trayectoria libre media y de la velocidad molecular promedio.
- 17.19.** La conductancia iónica límite de Li^+ en agua es menor que la de Na^+ , que a su vez es menor que la de K^+ , tendencia que se cree es causada por los cambios en el grado de hidratación de los iones. Asumiendo que $\lambda_+^0 = \lambda_-^0$, en la ecuación (17.33), calcule D_v y V_A para $\text{Li}^+ \cdot n\text{H}_2\text{O}$ y $\text{Na}^+ \cdot n\text{H}_2\text{O}$ y estime los valores de n . El radio de Li^+ es 0.6 Å; el del Na^+ es 0.95 Å.
- 17.20.** Se adsorbió nitrobenzono que se encontraba en aire saturado a 33 °C en carbón activado con forma cilíndrica de 4 mm de diámetro y 10 mm de longitud.¹⁹ Los cilindros estaban embebidos en Teflón con la cara superior circular expuesta al aire, de modo que sólo tuvo lugar una difusión axial. Los perfiles de concentración del nitrobenzono se midieron varias veces usando resonancia magnética nuclear. Los datos tomados a las 64 horas son los siguientes:

Distancia, mm	2	4	6	8	10
c/c_s	0.78	0.48	0.11	0.01	0

a) Usando 8 mm como la distancia de penetración, calcule el valor promedio de la difusividad efectiva D_e ; b) usando este valor de D_e grafique el perfil de concentración esperado y compárelo con el perfil medido. ¿Qué podría explicar la diferencia?

- 17.21.** Un parche transdérmico para suministro de droga contiene 0.06M de solución de la droga en una cápsula de 2 mm de espesor y 3.0 cm de diámetro. Justo antes de la aplicación, se coloca una película de polímero de 250 μm entre la cápsula y la piel. El coeficiente de difusión de la droga en la solución es de $5.4 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$; en el polímero es de $1.8 \times 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{s}$. La concentración en equilibrio en la fase de polímero es 0.6 veces la de la solución. La droga se absorbe rápidamente en la piel, de modo que la concentración en la interface polímero-piel se estima cero. a) ¿Qué fracción de la droga en la cápsula se absorbe en las primeras dos horas?; b) ¿a qué hora la velocidad de liberación de la droga será la mitad de la velocidad inicial?; c) ¿puede sugerir un método para obtener una velocidad constante de liberación de la droga más exacta?
- 17.22.** Establezca y solucione la ecuación diferencial para transferencia de masa de una esfera de un sólido puro levemente soluble en una gran masa de agua estacionaria.

- 17.23.** a) Calcule el coeficiente de transferencia de masa en estado estacionario para la difusión desde una pared de un tubo liso de 3 cm de diámetro cuando la velocidad promedio del fluido es de $u = 1.8$ m/s, $\rho = 1050$ kg/m³, $\mu = 5$ cP y $D_v = 2.0 \times 10^{-6}$ cm²/s; b) calcule el espesor efectivo de la película y compárelo con el espesor de la subcapa laminar [véase ecuación (5.36) y figura 5.7]. ¿Cuál es el significado de la diferencia?

REFERENCIAS

1. Bird, R.B. *Advances in Chemical Engineering*, vol. 1. Nueva York: Academic, 1956, pp. 156-239.
2. Brian, P.L.T. y H.B. Hales, *AIChEJ.* **15**: 419 (1969).
3. Chilton, T.H. y A.P. Colburn. *Ind. Eng. Chem.* **26**: 1183 (1934).
4. Clough, S.B., H.E. Read, A.B. Metzner y V.C. Behn, *AIChEJ.* **8**: 346 (1962).
5. Danckwerts, P.V. *Ind. Eng. Chem.* **43**: 1460 (1951).
6. Davies, J.T. *Turbulence Phenomena*. Nueva York: Academic, 1972, p. 240.
7. Friend, W.L. y A.B. Metzner. *AIChEJ.* **4**: 393 (1958).
8. Gilliland, E.R. y T.K. Sherwood, *Ind. Eng. Chem.* **26**: 516 (1935).
9. Gupta, A.S. y G. Thodos. *Chem. Eng. Prog.* **58**(7): 58 (1962).
10. Harriot, P. *AIChEJ.* **8**: 93 (1962).
11. Harriot, P. *Can. J Chem. Eng.* **40**: 60 (1962).
12. Harriot, P. *Chem. Eng. Sci.* **17**: 149 (1962).
13. Harriot, P. y R.M. Hamilton. *Chem. Eng. Sci.* **20**: 1073 (1965).
14. Harriot, P. y S.V. Ho. *J. Membr. Sci.* **135**: 55 (1997).
15. Hayduk, W. y H. Laudie. *AIChEJ.* **20**: 611 (1974).
16. Higbie, R. *Trans. AIChEJ* **31**: 365 (1935).
17. Levins, D.J. y J.R. Glastonbury. *Trans. Inst. Chem. Eng. Lond.* **50**: 132 (1972).
18. Olander, D.R. *AIChE JK.* **7**: 175 (1961).
19. Pei, L., R. M. E. Valckenborg, K. Kopinga, F. B. Aarden y P.J.A.M. Kerkhof. *AIChE J.* **49**: 232 (2003).
20. Perry, R.H. y D.W. Green (eds.). *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1997, p. 5-48.
21. Reid, R.C., J.M. Prausnitz y B.E. Poling, *The Properties of Gases and Liquids*, 4a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1987, a) p. 582; b) p. 620.
22. Schlichting, H. *Boundary Layer Theory*, 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1979, pp. 303-304.
23. Sherwood, T.K., R.L. Pigford y C.R. Wilke. *Mass Transfer*. Nueva York: McGraw-Hill, 1975: a) p. 169, b) p. 242.
24. Skelland, A.H.P. y H. Xien. *Ind. Eng. Chem. Res.* **29**: 415 (1990).
25. Whitman, W.G. *Chem. Met. Eng.* **29**: 146 (1923).
26. Wilke, C.R. y P. Chang. *AIChEJ.* **1**: 264 (1955).
27. Yang, M.C. y E.L. Cussler. *AIChEJ.* **32**: 1910 (1986).

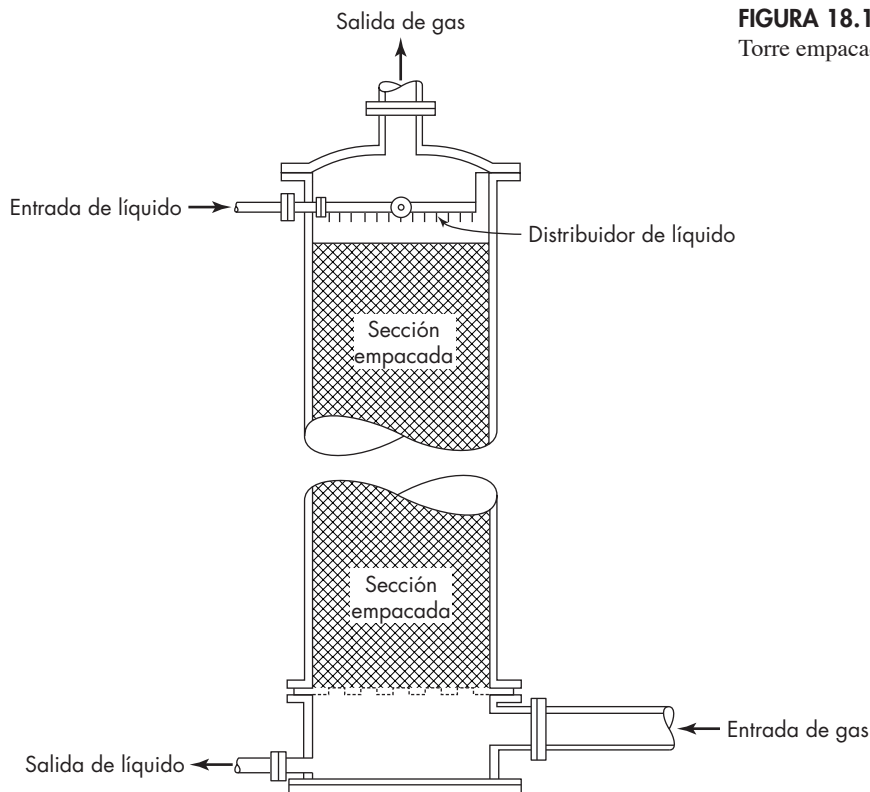
CAPÍTULO 18

Absorción de gases

Este capítulo trata de las operaciones de transferencia de materia conocidas como *absorción y eliminación o desorción de gases*. En la absorción de gases un vapor soluble se absorbe desde su mezcla con un gas inerte por medio de un líquido en el que el gas (soluto) es más o menos soluble. Una aplicación primordial de la tecnología de absorción es la eliminación de CO_2 y H_2S a partir del gas natural o del gas de síntesis por absorción en disoluciones de sales de aminas o alcalinas. El lavado de amoníaco a partir de una mezcla de amoníaco y aire por medio de agua líquida es otro ejemplo típico. El soluto se recupera después del líquido por destilación, y el líquido absorbente se desecha o se reutiliza. En ocasiones un soluto se remueve de un líquido poniendo este último en contacto con un gas inerte; tal operación, que es inversa a la absorción, recibe el nombre de desorción de gases o eliminación.

DISEÑO DE EMPAQUES Y TORRES EMPACADAS

Un aparato que se utiliza con frecuencia en la absorción de gases y en otras operaciones es la *torre empacada*. Un ejemplo de dicho aparato se representa en la figura 18.1. El dispositivo consiste en una columna cilíndrica, o torre, equipada con una entrada de gas y un espacio de distribución en la parte inferior; una entrada de líquido y un distribuidor en la parte superior; salidas para el gas y el líquido por la parte superior e inferior, respectivamente; y una masa soportada de cuerpos sólidos inertes que recibe el nombre de torre empacada. El soporte del empaque consiste por lo general en una criba o tamiz corrugado, para darle fuerza, con una gran fracción de área libre de forma que no se produzca inundación en el soporte. El líquido entrante, ya sea disolvente puro o una solución diluida del soluto en el solvente, y que recibe el nombre de licor débil o de muy baja concentración, se distribuye sobre la parte superior del empaque mediante un distribuidor y, en la operación ideal, moja de manera uniforme la superficie del empaque. El distribuidor que se presenta en la figura 18.1 es una placa perforada con tubos instalados en cada perforación. En torres grandes, son más comunes las boquillas rociadoras o los platos distribuidores con un vertedero de desbordamiento. Para torres muy grandes, hasta de 9 m (30 ft) de diámetro, Nutter Engineering anuncia un plato distribuidor con tubos goteadores individuales.

**FIGURA 18.1**

Torre empacada.

El gas que contiene el soluto, o gas rico, entra en el espacio de distribución situado debajo del empaque y asciende a través de los intersticios del empaque en contracorriente con el flujo del líquido. El empaque proporciona una gran área de contacto entre el líquido y el gas, favoreciendo así un íntimo contacto entre las fases. El soluto contenido en el gas rico es absorbido por el líquido fresco que entra en la torre, y el gas diluido o agotado sale de la torre por la parte superior. El líquido se enriquece en soluto a medida que descende por la torre y el *líquido concentrado*, llamado licor concentrado, sale por el fondo de la torre a través de la salida de líquido.

Los empaques de la torre se dividen en tres principales tipos: aquellos que son cargados de forma aleatoria en la torre, los que son colocados a mano, y aquellos que se conocen como empaques ordenados o estructurados. Los empaques aleatorios consisten en unidades de 6 a 75 mm ($\frac{1}{4}$ o 3 in.) en su dimensión mayor; los empaques inferiores a 25 mm se utilizan principalmente en columnas de laboratorio o de plantas piloto. Las unidades de empaque ordenado son de tamaños comprendidos entre unidades de 50 a 200 mm (2 a 8 in.). Éstos se ocupan mucho menos que los empaques aleatorios, pero no se estudiarán aquí.

La mayoría de los empaques aleatorios de las torres se construyen con materiales baratos e inertes, tales como arcilla, porcelana o diferentes plásticos. A veces se utilizan anillos metálicos de pared delgada, de acero o aluminio. Se alcanzan altos espacios vacíos (porosidad del lecho) y pasajes o pasos grandes para los fluidos haciendo las unidades

de empaque irregulares o huecas, de forma que se entrelazan para dar lugar a estructuras abiertas con una porosidad de 60 a 90%.

En la figura 18.2 se ilustran empaques comunes de torres y sus características físicas se presentan en la tabla 18.1. Las monturas de cerámicas Berl y los anillos Raschig son los tipos de empaque más antiguos y no son muy usados en la actualidad, aunque representaron una mejora importante respecto de las esferas de cerámica o la piedra triturada que se introdujeron primero. Las monturas Intalox son similares a las monturas Berl, pero la forma impide que las piezas queden demasiado juntas, y esto aumenta la porosidad del lecho. Las monturas de Super Intalox tienen una pequeña variación con respecto al borde escalopado; se encuentran disponibles en plástico o en cerámica. Los anillos Pall están hechos de metal delgado con porciones de la pared inclinada hacia dentro, o de plástico con ranuras en las paredes y costillas rígidas dentro. Los empaques Hy-pak metálicos y Flexirings (no ilustrados) son similares en forma y funcionamiento a los anillos metálicos Pall. Los lechos de anillos Pall tienen alrededor de 90% de fracción de huecos y una ligera caída de presión que otros empaques de tamaño nominal parecido. El nuevo IMTP de Norton (Instalox Metal Packing-empaque de torres metálico Intalox) tiene una estructura muy abierta y una caída de presión más baja que la de los anillos Pall. Los factores de empaque adicionales de caída de presión para algunos empaques comerciales están dados por Robbins¹⁸ y, en unidades del SI, por Perry.¹⁶

Los empaques estructurados con orden geométrico han evolucionado desde los empaques Stedman a finales de la década de 1930,²⁶ pero se encontraron muy pocos usos industriales hasta que se desarrollaron los empaques de Sulzer alrededor de 1965.²⁴ Los primeros empaques estructurados se fabricaron de gasa alambre; los modelos más recientes están hechos de láminas perforadas de metal corrugado, con láminas adyacentes

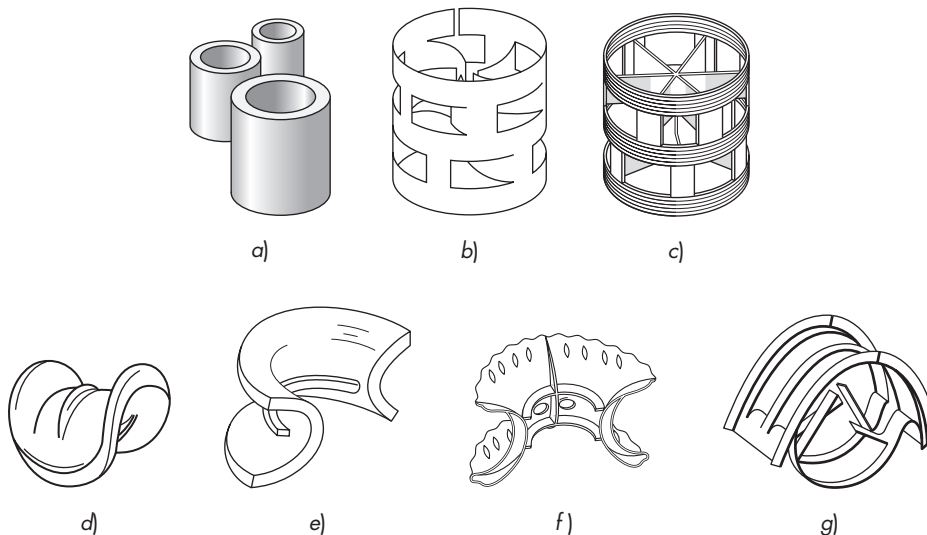


FIGURA 18.2

Empaques comunes en torres: a) anillos Raschig; b) anillo metálico Pall; c) anillo plástico Pall; d) montura Berl; e) montura de cerámica Intalox; f) montura plástica Super Intalox; g) montura metálica Intalox.

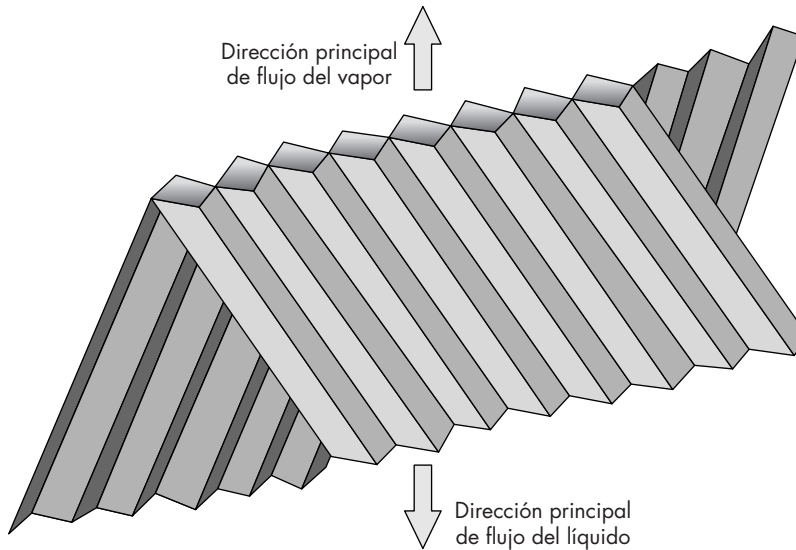
TABLA 18.1

Características de empaques para torres^{8,11b,21}

Tipo	Material	Tamaño, nominal, in.	Densidad global, [†] lb/ft ³	Área total, [†] ft ² /ft ³	Porosidad ε	Factores de empaquet [‡]	
						F_p	f_p
Anillos Raschig	Cerámica	$\frac{1}{2}$	55	112	0.64	580	1.52§
		$1\frac{1}{2}$	42	58	0.74	155	1.36§
		$1\frac{1}{2}$	43	37	0.73	95	1.0
		2	41	28	0.74	65	0.92§
Anillos Pall	Metal	1	30	63	0.94	56	1.54
		$1\frac{1}{2}$	24	39	0.95	40	1.36
		2	22	31	0.96	27	1.09
	Plástico	1	5.5	63	0.90	55	1.36
Monturas Berl	Cerámica	$1\frac{1}{2}$	4.8	39	0.91	40	1.18
		$\frac{1}{2}$	54	142	0.62	240	1.58§
		1	45	76	0.68	110	1.36§
		$1\frac{1}{2}$	40	46	0.71	65	1.07§
Monturas Intalox	Cerámica	$\frac{1}{2}$	46	190	0.71	200	2.27
		1	42	78	0.73	92	1.54
		$1\frac{1}{2}$	39	59	0.76	52	1.18
		2	38	36	0.76	40	1.0
Monturas Super Intalox	Cerámica	3	36	28	0.79	22	0.64
		1	—	—	—	60	1.54
IMTP	Metal	2	—	—	—	30	1.0
		1	—	—	0.97	41	1.74
		$1\frac{1}{2}$	—	—	0.98	24	1.37
Hy-Pak	Metal	2	—	—	0.98	18	1.19
		1	19	54	0.96	45	1.54
		$1\frac{1}{2}$	—	—	—	29	1.36
		2	14	29	0.97	26	1.09

[†]La densidad global y el área total están referidas a la unidad de volumen de la columna.[‡]El factor F_p es un factor de caída de presión y el factor f_p es un coeficiente relativo de transferencia de materia. El factor f_p se estudia en la página 632 en el apartado "Funcionamiento de otros empaques". Su uso se ilustra en el ejemplo 18.7.[§]Con base en datos de $\text{NH}_3\text{--H}_2\text{O}$; los demás factores se basan en datos de $\text{CO}_2\text{--NaOH}$.

acomodadas de tal forma que el líquido se distribuye sobre sus superficies mientras que el vapor fluye a través de los canales formados por los corrugados. Los canales están colocados en ángulo de 45° respecto a la horizontal; el ángulo se alterna en dirección en las capas sucesivas, como se muestra en la figura 18.3. Cada capa tiene unas cuantas pulgadas de espesor. Varios empaques patentados difieren en el tamaño y distribución de los corrugados y el tratamiento de las superficies de empaque.³ En general, las corrugaciones triangulares tienen de 25 a 40 mm a lo largo de la base, de 17 a 25 mm de lado, y de 10 a 15 mm de altura. Los intervalos de porosidad van de 0.93 a 0.97, y el área específica de superficie de 60 a 76 ft²/ft³ (200 a 250 m²/m³). El empaque Sulzer BX, fabricado de alambre de metal, tiene un área específica de superficie de 152 ft²/ft³ (500 m²/m³) con una porosidad de 0.90.

**FIGURA 18.3**

Trazado esquemático de un empaque estructurado.

Contacto entre el líquido y el gas

El requisito de un buen contacto entre el líquido y el gas es la condición más difícil de cumplir, sobre todo en torres grandes. De manera ideal, el líquido, una vez distribuido en la parte superior del empaque, fluye en forma de una película delgada sobre la superficie del mismo durante todo el recorrido de descenso a través de la torre. En la realidad, las películas tienden a aumentar de espesor en algunos lugares y a disminuir en otros, de forma que el líquido se agrupa en pequeñas corrientes y fluye a lo largo de trayectorias localizadas a través del empaque. En especial cuando se registran bajas velocidades del líquido, una buena parte de la superficie del empaque puede estar seca, o con más frecuencia, recubierta por una película estacionaria de líquido. Este efecto se conoce con el nombre de *canalización* y es la principal razón del mal funcionamiento de las grandes torres empacadas.

La canalización es más grave en torres con empaque ordenado; por ello casi no se utilizan. La canalización es menos grave en empaques aleatorios. En torres de tamaño moderado, la canalización se minimiza si el diámetro de la torre es al menos ocho veces el diámetro del empaque. Si la relación entre el diámetro de la torre y el diámetro del empaque es inferior de 8 a 1, el líquido tiende a desplazarse hacia afuera del empaque y descender por la pared de la columna. Sin embargo, aun en columnas pequeñas con empaques que cumplen esta condición, la distribución del líquido y la canalización tienen un efecto importante sobre el funcionamiento de la columna.⁵ En torres grandes, la distribución inicial es especialmente importante,¹⁰ pero aun con una adecuada distribución inicial, por lo general se incluyen redistribuidores para el líquido cada 5 o 10 m de la torre, sobre todo inmediatamente por encima de cada sección empacada. La mejora en la distribución de líquido ha hecho posible el uso efectivo de las torres empacadas con diámetros mayores de 9 m (30 ft).

Caída de presión y velocidades límite de flujo

La figura 18.4 muestra datos típicos de la caída de presión en una torre empacada. La caída de presión por unidad de longitud (o profundidad) del empaque se debe a la fricción del fluido; se grafica en coordenadas logarítmicas frente a la velocidad de flujo del gas G_y , expresada en masa de gas por hora y por unidad de área de la sección transversal, considerando que la torre está vacía. Por lo tanto, G_y está relacionada con la velocidad superficial del gas por medio de la ecuación $G_y = u_0 \rho_y$, donde ρ_y es la densidad del gas. Cuando el empaque está seco, la línea que se obtiene es recta y tiene una pendiente del orden de 1.8. Por consiguiente, la caída de presión aumenta con la velocidad elevada a una potencia de 1.8. Si el empaque está irrigado con un flujo constante de líquido, la relación entre la caída de presión y la velocidad de flujo del gas sigue al principio una línea paralela a la del empaque seco. La caída de presión es mayor que en el empaque seco, debido a que el líquido en la torre reduce el espacio disponible para el flujo de gas. Sin embargo, la fracción de huecos no varía con el flujo de gas. Para velocidades moderadas del gas, la línea para el empaque irrigado tiene una pendiente cada vez más pronunciada, debido a que el gas impide el flujo descendente del líquido de forma que aumenta la retención de éste con la velocidad de flujo del gas. El punto en el que la retención de líquido comienza a aumentar, hecho que se aprecia por un cambio de la pendiente de la línea de la caída de presión, recibe el nombre de *punto de carga*. Sin embargo, como se aprecia en la figura 18.4, no es fácil obtener un valor exacto para el punto de carga.

Al aumentar todavía más la velocidad del gas, la caída de presión se incrementa aún más rápido, y las líneas se hacen casi verticales cuando la caída de presión es del orden de 2 a 3 in. de agua por pie de empaque (150 a 250 mm de agua por metro). En determinadas regiones de la columna, el líquido se transforma en una fase continua y se dice que la columna está inundada. Temporalmente se utilizan flujos de gas más elevados, pero el líquido se acumula con mayor rapidez, y la columna completa puede llenarse con líquido.

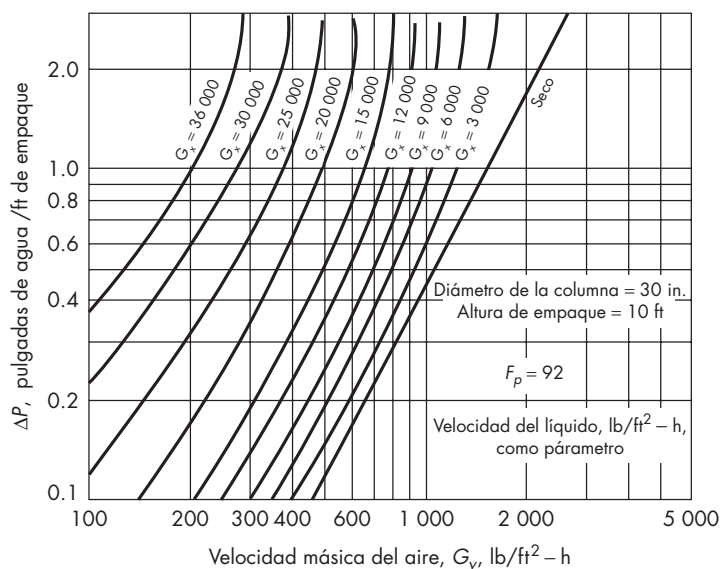


FIGURA 18.4

Caída de presión en una torre empacada para el sistema aire-agua con monturas Intalox de 1 in. ($1\,000\text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h} = 1.356\text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$; $1\text{ in. H}_2\text{O/ft} = 817\text{ Pa/m}$).

Es evidente que la velocidad del gas en la columna empacada en operación debe ser inferior a la velocidad de inundación. Sin embargo, a medida que se aproxima la inundación, la mayor parte o toda la superficie de empaque se humedece, aumentando el área de contacto entre el gas y el líquido. El diseñador debe escoger una velocidad suficientemente distante de la velocidad de inundación para garantizar una operación segura, pero no tan baja que se requiera de una columna mucho más grande. Bajar la velocidad del diseño hace que se incremente el diámetro de la torre sin mucho cambio en la altura requerida, a partir de que bajas velocidades de gas y líquido llevan a una reducción proporcional cercana a la velocidad de la transferencia de masa. Uno de los beneficios de la baja velocidad del gas es el decremento de la caída de presión, pero el costo de la energía consumida no es por lo común un factor importante en la optimización del diseño. En algunas ocasiones, la velocidad del gas es escogida como la mitad de la velocidad de inundación que se predice a partir de una correlación generalizada. Esto quizá parezca muy conservador, pero hay una dispersión considerable en los datos publicados para la velocidad de inundación, y las correlaciones generalizadas no son muy exactas. Se emplea una aproximación más cercana a la velocidad de inundación si se dispone de los datos detallados de funcionamiento para la selección del empaque. También es posible diseñar torres empacadas con base en una caída de presión definida por unidad de altura del empaque.

La velocidad de inundación depende en forma importante del tipo y tamaño del empaque y la velocidad másica de líquido. La figura 18.5 muestra información para monturas Intalox tomados de la figura 18.4 y curvas similares para otros tamaños. Se supone que la

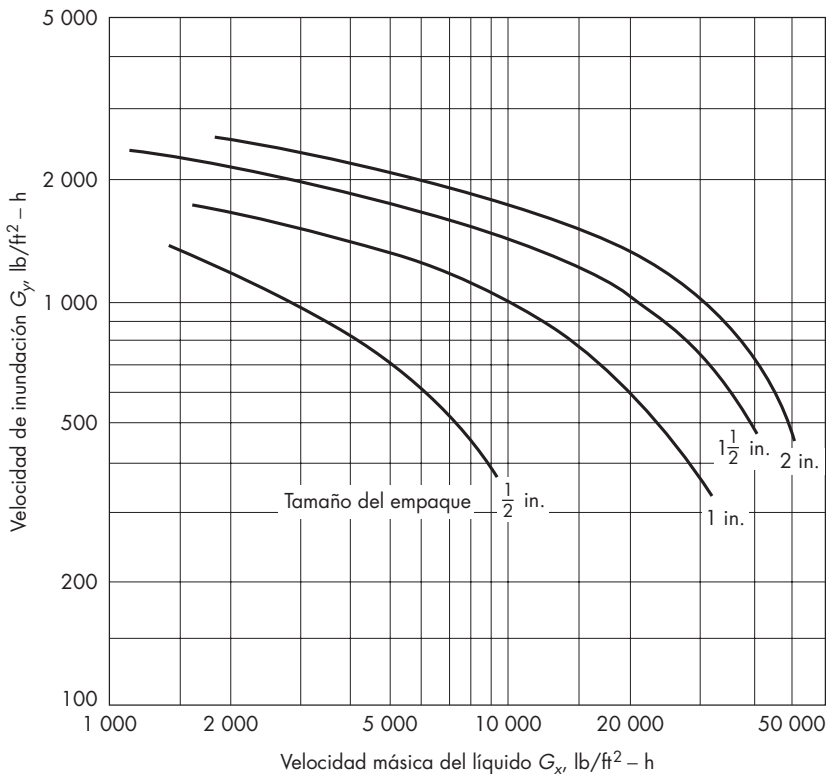


FIGURA 18.5

Velocidades de inundación en monturas cerámicas Intalox en un sistema aire-agua. ($1\,000\text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h} = 1.356\text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$).

velocidad de inundación ocurre a una caída de presión de 2.0 in. de $\text{H}_2\text{O}/\text{ft}$ de empaque, puesto que las curvas de la caída de presión son verticales o cercanas a este punto. Para bajas velocidades de líquido, la velocidad de inundación varía con la velocidad del líquido elevado a la potencia de -0.2 a -0.3 y con el tamaño del empaque elevado a la potencia de 0.6 a 0.7 . Los efectos de la velocidad del líquido y el tamaño del empaque se vuelven más pronunciados en altas velocidades másicas del líquido.

Se han propuesto varias correlaciones generalizadas para la caída de presión y la velocidad de inundación en columnas empacadas. Muchas de ellas utilizan una gráfica log-log con $(G_x/G_y)(\rho_y/\rho_x)^{0.5}$ en la abscisa y una función que contiene G_y^2 en la ordenada. Por lo regular, la relación de flujo G_x/G_y se toma a partir del equilibrio y las consideraciones económicas que se explicarán después en este capítulo, y G_y se determina directamente, mientras que se requiere de la solución por prueba y error si G_y y G_x están en ejes separados, como en la figura 18.5. Las características del empaque están dadas por un factor de empaque F_p , el cual disminuye si se aumenta el tamaño del empaque o la fracción de vacío (o fracción hueca). No es posible predecir los factores de empaque a partir de la teoría utilizando la ecuación de Ergun [ecuación (7.22)] a causa de las formas complejas, y por eso se determinan en forma empírica. Desafortunadamente, no hay correlaciones únicas para caída de presión que den un buen ajuste para todos los empaques, y los valores de F_p basados en el ajuste de datos para bajas caídas de presión tal vez difieran significativamente de los valores obtenidos a partir del ajuste de datos para altas caídas de presión o por ajuste de datos de la velocidad de inundación.

Una correlación muy utilizada para estimar caídas de presión en empaques colocados de manera aleatoria se presenta en la figura 18.6 donde G_x y G_y están en $\text{lb}/\text{ft}^2 \cdot \text{s}$, μ_x está en cP, ρ_x y ρ_y están en lb/ft^3 , y g_c es $32.174 \text{ lb} \cdot \text{ft}/\text{lb}_f \cdot \text{s}^2$. Las primeras versiones de esta

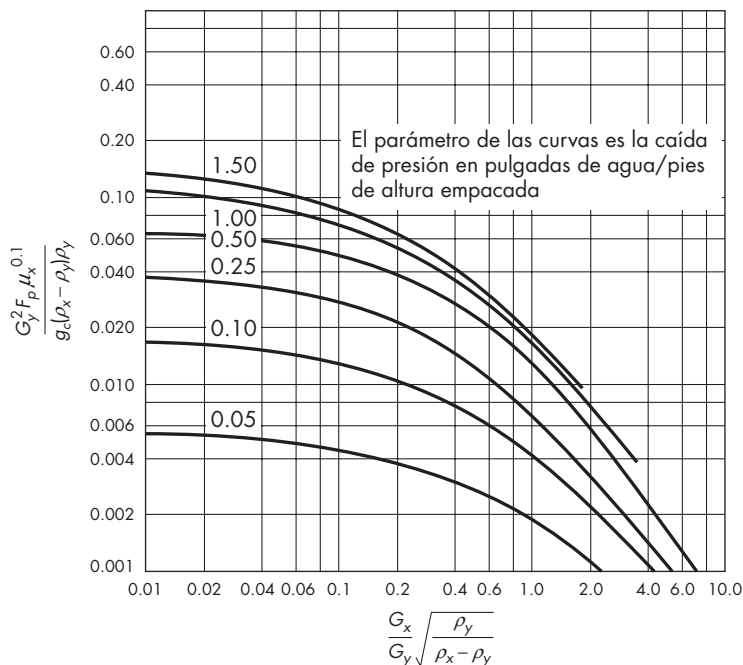


FIGURA 18.6

Correlación generalizada para la caída de presión en columnas empacadas. (1 in. $\text{H}_2\text{O}/\text{ft} = 817 \text{ Pa/m}$) (Según Eckert.³)

correlación incluían una línea de inundación por encima de la línea para $\Delta P = 1.5$ in. $\text{H}_2\text{O}/\text{ft}$ de empaque, pero estudios recientes estiman la inundación a caídas de presión de sólo 0.7 a 1.5 in. $\text{H}_2\text{O}/\text{ft}$ para empaques de 2 o 3 in. Una ecuación empírica para el límite de la caída de presión es⁹

$$\Delta P_{\text{inundación}} = 0.115 F_p^{0.7} \quad (18.1)$$

donde $\Delta P_{\text{inundación}}$ = caída de presión en la inundación, in. $\text{H}_2\text{O}/\text{ft}$ de empaque

F_p = factor de empaque, adimensional

La ecuación (18.1) se utiliza para factores de empaque desde 10 hasta 60. Para valores mayores de F_p , la caída de presión en la inundación se toma como 2.0 in. $\text{H}_2\text{O}/\text{ft}$.

Una correlación alternativa para la caída de presión en columnas empacadas fue propuesta por Strigle²⁷ y se presenta en la figura 18.7. La abscisa es esencialmente la misma que para la figura 18.6, pero la ordenada incluye el factor de capacidad $C_s = u_0 \sqrt{\rho_y / (\rho_x - \rho_y)}$, donde u_0 es la velocidad superficial en pies por segundo. La viscosidad cinemática del líquido ν está en centistokes. La gráfica semilogarítmica permite que la interpolación sea más fácil que la gráfica log-log, aunque ambas estén basadas en los mismos datos.

EJEMPLO 18.1 Se va a construir una torre empacada con monturas Intalox de cerámica de 1 in. (25.4 mm) para tratar una alimentación de 25 000 ft³ (708 m³) de un gas por hora. El contenido de amoníaco del gas que ingresa es de 2% en volumen. Agua libre de amoníaco se utiliza como absorbente. La temperatura del gas y la del agua que ingresan es de 68 °F (20 °C); la presión es de 1 atm. La relación entre flujo del líquido y flujo de gas es de 1.25 lb de líquido por libra de gas. *a)* Si la caída de presión de diseño es de 5 in. de H_2O por pie de empaque, ¿cuál debería ser la masa velocidad del gas y el diámetro de la torre?; *b)* estime la relación de la velocidad del

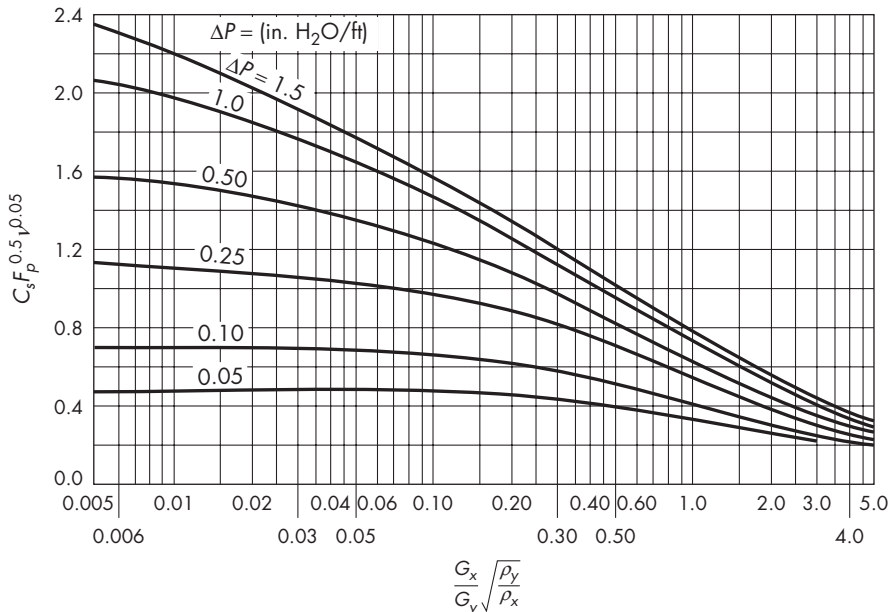


FIGURA 18.7

Correlación generalizada alternativa de la caída de presión. (1 in. $\text{H}_2\text{O}/\text{ft} = 817 \text{ Pa/m}$).

gas con la velocidad de inundación, usando una correlación generalizada y además usando los datos específicos para las monturas Intalox.

Solución El peso molecular promedio del gas que ingresa es $(29 \times 0.98) + (17 \times 0.02) = 28.76$. Entonces

$$\rho_y = \frac{28.76}{359} \times \frac{492}{460 + 68} = 0.07465 \text{ lb/ft}^3$$

$$\rho_x = 62.3 \text{ lb/ft}^3$$

a) Use la correlación de caída de presión de la figura 18.7.

$$\frac{G_x}{G_y} \left(\frac{\rho_y}{\rho_x} \right)^{0.5} = 1.25 \left(\frac{0.07465}{62.3} \right)^{0.5} = 0.0433$$

Para $\Delta P = 0.5$, $C_s F_p^{0.5} v^{0.05} = 1.38$

De la tabla 18.1, $F_p = 92$

A 20 °C, $v = 1.0 \text{ cSt}$

$$C_s = \frac{1.38}{92^{0.5} (1.0)^{0.05}} = 0.144$$

$$u_o = C_s \left(\frac{\rho_x - \rho_y}{\rho_y} \right)^{0.5} = 0.144 \left(\frac{62.3 - 0.07}{0.07465} \right)^{0.5} = 4.16 \text{ ft/s}$$

$$G_y = 4.16 \times 0.07465 \times 3,600 = 1\,120 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h}$$

$$G_x = 1.25 G_y = 1\,400 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h}$$

En este caso, el valor de G_y se puede verificar usando los datos para las monturas Intalox de 1 in. de la figura 18.4. La interpolación entre las curvas para empaques secos y $G_x = 3\,000 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h}$ da $G_y \cong 1\,000 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h}$. Este valor se utiliza para el diseño.

Flujo total del gas: $25\,000 \times 0.0746 = 1\,865 \text{ lb/h}$

Área transversal de la torre:

$$S = \frac{1\,865}{1\,000} = 1.865 \text{ ft}^2$$

$$D = \left(\frac{4 \times 1.865}{\pi} \right)^{0.5} = 1.54 \text{ ft (470 mm)}$$

b) La correlación generalizada de la figura 18.7 no incluye una línea para inundación, pero la caída de presión en la inundación es de alrededor de 2.0 in. de $\text{H}_2\text{O/ft}$ y la extrapolación de este valor indica una ordenada de 1.95 comparada con el valor de diseño de 1.38. Por lo tanto,

$$\frac{G_{y,\text{diseño}}}{G_{y,\text{inundación}}} \cong \frac{1.38}{1.95} = 0.71$$

Esta relación se aplica cuando G_x / G_y se mantiene constante. La relación es más baja con un G_x más bajo. Si G_x se mantiene a $1\,400 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h}$, la figura 18.5 indica inundación en $G_x = 1.650 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h}$. Entonces,

$$\frac{G_{y,\text{diseño}}}{G_{y,\text{inundación}}} = \frac{1\,000}{1\,650} = 0.61$$

Empaques estructurados

Las velocidades de inundación de muchos empaques estructurados comerciales se muestran en la figura 18.8. Es posible predecir la caída de presión en empaques estructurados a partir de algunas ecuaciones bastante complicadas ideadas por Fair y Bravo,⁴ pero existe relativamente poca información experimental disponible. Las torres que contienen empaques estructurados se diseñan mejor en colaboración con el fabricante del empaque. Spiegel y Meier²⁵ afirman que la mayoría de los empaques estructurados alcanzan su capacidad máxima a una caída de presión de alrededor de 1 000 (N/m²)/m (1.22 in. H₂O por ft), y a una velocidad de vapor de 90 a 95% de la velocidad de inundación.

EJEMPLO 18.2 Sustituya el empaque Gempack 230 A2T, fabricado por Glitsch, por las monturas Intalox de 1 in. del ejemplo 18.1. ¿Qué incremento se espera en la masa velocidad del gas?

Solución Use la figura 18.8. Del ejemplo 18.1, $G_x/G_y = 1$ y

$$\frac{G_x}{G_y} \left(\frac{\rho_y}{\rho_x} \right)^{0.5} = 1.25 \left(\frac{0.07465}{62.3} \right)^{0.5} = 0.0433$$

De la figura 18.8, $u_{0,f} \sqrt{(\rho_y/(\rho_x - \rho_y))} = 0.11$. Por lo tanto, la velocidad superficial del vapor en el punto de inundación es

$$u_{0,f} = 0.11 \sqrt{\frac{62.3 - 0.07}{0.07465}} = 3.175 \text{ m/s}$$

La velocidad del vapor permisible a 60% de inundación es

$$u_{o,f} = 3.175 \times 0.6 = 1.905 \text{ m/s o } 6.25 \text{ ft/s}$$

La correspondiente masa velocidad es

$$G = 6.25 \times 0.7465 \times 3600 = 1680 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h}$$

El incremento en la masa velocidad del gas es $(1680/1000) - 1 = 0.68$ o 68%.

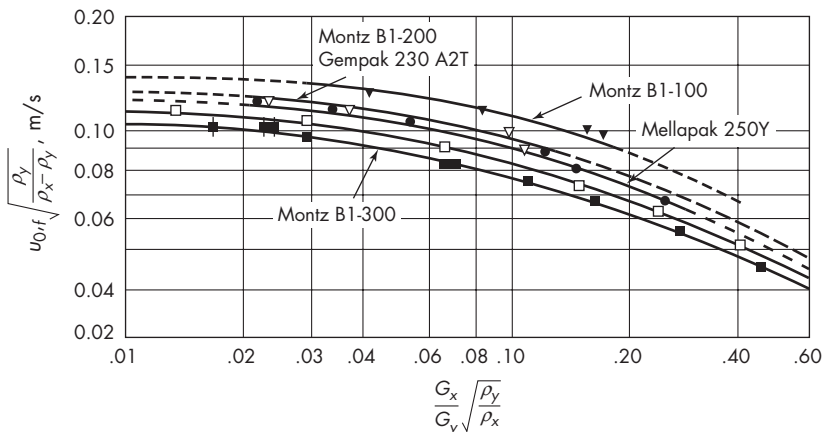


FIGURA 18.8

Velocidades de inundación en empaques estructurados.⁴

FUNDAMENTOS DE LA ABSORCIÓN

Tal como se ha visto en la sección precedente, el diámetro de una torre empacada de absorción depende de las cantidades de gas y líquido tratadas, de sus propiedades, y de la relación de una corriente con otra. La altura de la torre, y por lo tanto el volumen total del empaque, depende de la magnitud de los cambios deseados en la concentración y de la velocidad de transferencia de masa por unidad de volumen empacado. Por lo tanto, los cálculos de la altura de la torre se basan en balances de materia, balances de entalpía y en estimaciones de la fuerza impulsora y de los coeficientes de transferencia de materia.

Balances de materia

En una planta de contacto diferencial, tal como la torre empacada de absorción que se ilustra en la figura 18.9, las variaciones de composición son continuas de un extremo a otro del equipo. Los balances de materia para la porción de la columna por encima de una sección arbitraria, tal como se representa con la línea de trazos discontinuos en la figura 18.9, son los siguientes:

$$\text{Balance total de material:} \quad L_a + V = L + V_a \quad (18.2)$$

$$\text{Para el componente A:} \quad L_a x_a + V y = L x + V_a y_a \quad (18.3)$$

donde V es la velocidad del flujo molar de la fase gaseosa y L la de la fase líquida en el mismo punto de la torre. Las concentraciones x y y correspondientes a las fases L y V , respectivamente, se aplican para un punto dado.

Las ecuaciones de los balances globales de materia, con base en las corrientes extremas, son

$$\text{Balance total de material:} \quad L_a + V_b = L_b + V_a \quad (18.4)$$

$$\text{Para el componente A:} \quad L_a x_a + V_b y_b = L_b x_b + V_a y_a \quad (18.5)$$

La relación entre x y y en cualquier punto de la columna, que se obtiene reordenando la ecuación (18.3), se llama ecuación de la línea de operación

$$y = \frac{L}{V} x + \frac{V_a y_a - L_a x_a}{V} \quad (18.6)$$

Es posible graficar la línea de operación sobre una gráfica aritmética a lo largo de la curva de equilibrio, tal como se muestra en la figura 18.10. La línea de operación debe estar por arriba de la línea de equilibrio para que la absorción tenga lugar, puesto que esto proporciona una fuerza impulsora positiva $y - y^*$ para la absorción.

En la ecuación (18.6), x y y representan las composiciones globales del líquido y el gas, respectivamente, en contacto entre sí en cualquier sección de la columna. Se supone que las composiciones para una altura determinada son independientes de la posición en el empaque. La absorción de un componente soluble desde una mezcla gaseosa da lugar

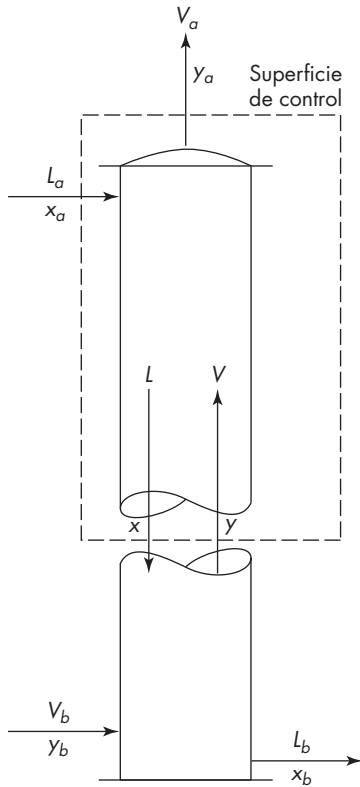
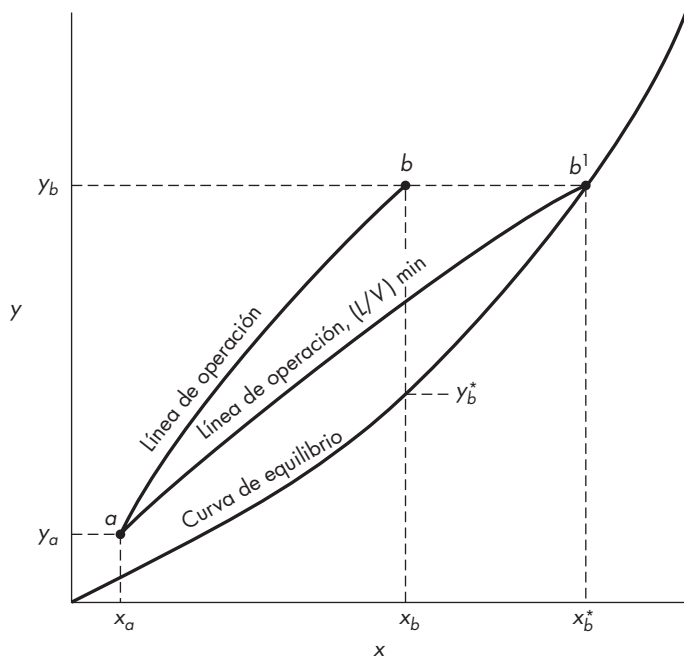
**FIGURA 18.9**

Diagrama del balance de materia para una columna empacada.

a una disminución de la velocidad total del gas V a medida que el gas pasa a través de la columna, mientras que el flujo del líquido L aumenta. Estos cambios provocan una ligera curvatura de la línea de equilibrio, tal como se observa en la figura 18.10. En el caso de las mezclas diluidas, que contienen menos de 10% de gas soluble, el efecto de las variaciones del flujo total generalmente se ignora y el diseño se basa en las velocidades de flujo promedio.

Relación gas-líquido limitante (o mínima)

La ecuación (18.6) indica que la pendiente media de la línea de operación es L/V , la relación entre los flujos molares del líquido y el gas. Por tanto, para un flujo de gas determinado, una reducción del flujo de líquido da lugar a una disminución de la pendiente de la línea de operación. Considere la línea de operación ab de la figura 18.10. Suponga que tanto la velocidad del gas como las concentraciones extremas x_a , y_a y y_b se mantienen constantes mientras que el flujo de líquido L disminuye. El extremo superior de la línea de operación se desplaza en la dirección de la línea de equilibrio, y x_b , la concentración del líquido fuerte, aumenta. La máxima concentración del líquido y la mínima velocidad de flujo del líquido posibles se obtienen cuando la línea de operación toca la línea de equilibrio, tal como corresponde a la línea ab' de la figura 18.10. Para esta condición se necesita una altura infinita de la sección empacada, toda vez que la diferencia de concentración para la transferencia de masa se vuelve cero en el fondo de la torre. En cualquier torre real, la velocidad

**FIGURA 18.10**

Relación gas-líquido limitante
(o mínima).

del líquido tiene que ser mayor que este mínimo para conseguir el cambio especificado en la composición del gas.

En una columna de absorción en contracorriente, la relación L/V es importante desde el punto de vista económico. La fuerza impulsora para la transferencia de materia es $y - y^*$, que es proporcional a la distancia vertical entre la línea de equilibrio y la línea de operación en un diagrama como el de la figura 18.10. Al aumentar L/V , se incrementa la fuerza impulsora en todas las partes de la columna excepto en la parte superior, y la columna de absorción no necesita ser tan alta. Sin embargo, al utilizar más cantidad de líquido se obtiene una disolución líquida más diluida, de la que es más difícil recuperar el soluto por desorción o eliminación. El costo de la energía que se requiere para la eliminación suele representar la parte más importante del costo total de la operación de absorción-eliminación. El flujo óptimo de líquido para la absorción se obtiene equilibrando los costos de operación para ambas unidades en función de los costos fijos del equipo. En general, la velocidad del líquido para un absorbedor deberá estar comprendido en el intervalo de 1.1 a 1.5 veces la velocidad mínima, a menos que el líquido se deseche y no se regenere.

Las condiciones en la parte superior del absorbedor son con frecuencia variables de diseño que también han de establecerse teniendo en cuenta los costos del equipo y los de operación. Por ejemplo, si unas especificaciones tentativas corresponden a 98% de recuperación de un producto a partir de una corriente gaseosa, el diseñador debería calcular qué altura adicional de columna se requeriría para lograr una recuperación de 99%. Si el valor del producto recuperado excede los costos adicionales, la recuperación óptima debe ser al menos de 99% y habrá que repetir los cálculos para recuperaciones aun mayores. Si el soluto no recuperado es contaminante, su concentración en el gas de purga se determinará por omisiones estándar, y el porcentaje de recuperación requerido excederá al valor óptimo basado en el valor del producto y los costos de operación.

El diagrama de la figura 18.10 muestra una concentración significativa de soluto en la alimentación líquida de la columna, y en este caso no sería posible una separación de 99% del contenido en la fase. Sin embargo, se podría obtener un valor menor de x_a mejorando la eliminación o teniendo una regeneración más completa del líquido absorbente. El valor de x_a se podría optimizar, considerando los costos extra de equipo y de operación para una regeneración más exhaustiva, así como el ahorro que ocasionaría una mejor operación del absorbedor.

Velocidad de absorción

La velocidad de absorción se expresa de cuatro formas diferentes utilizando coeficientes individuales o globales basados en las fases gaseosa o líquida. Para la mayor parte de los cálculos se utilizan coeficientes volumétricos debido a que es más difícil determinar los coeficientes por unidad de área, ya que el propósito del cálculo del diseño consiste por lo general en determinar el volumen total del absorbedor. En el tratamiento que sigue se omiten, para simplificar, los factores de corrección para la difusión en una sola dirección, y se desprecian las variaciones de las velocidades de flujo del gas y el líquido. Las ecuaciones son estrictamente válidas sólo para gases diluidos, pero es posible emplearlas con poco error para mezclas con un contenido de hasta 10% de soluto. El caso de la absorción a partir de gases ricos (con altas concentraciones) se trata más adelante como un caso especial.

La velocidad de absorción por unidad de volumen de la columna empacada se determina por cualquiera de las siguientes ecuaciones, donde y y x se refieren a la fracción mol del componente que se absorbe:

$$r = k_y a (y - y_i) \quad (18.7)$$

$$r = k_x a (x_i - x) \quad (18.8)$$

$$r = K_y a (y - y^*) \quad (18.9)$$

$$r = K_x a (x^* - x) \quad (18.10)$$

La diferencia de presión parcial ($p - p_i$) se puede utilizar como la fuerza potencial para la fase gaseosa, puesto que es proporcional a $(y - y_i)$. Los diagramas basados en las relaciones molares Y y X se usan ciertas veces, pues la línea de operación es recta, pero esta aproximación no se recomienda porque ΔY y ΔX no son medidas válidas para la fuerza impulsora.

Los coeficientes individuales $k_y a$ y $k_x a$ están basados en una unidad de volumen, como lo están por lo general los coeficientes globales $K_y a$ y $K_x a$. La a en todos los coeficientes es el área de la superficie de contacto por unidad de volumen de la columna empacada u otro aparato. Es difícil medir o predecir a , pero en la mayoría de los casos resulta innecesario conocer el valor real, puesto que los cálculos del diseño se basan en los coeficientes volumétricos.

La composición de la superficie de contacto (y_i, x_i) se obtiene a partir del diagrama de la línea de operación mediante las ecuaciones (18.7) y (18.8):

$$\frac{y - y_i}{x_i - x} = \frac{k_x a}{k_y a} \quad (18.11)$$

Por lo tanto, una recta trazada desde la línea de operación con una pendiente $-k_x a/k_y a$ intersectará a la línea de equilibrio en el punto (y_i, x_i) , tal como se indica en la figura 18.11. Por lo general no se necesitan conocer las composiciones en la superficie de contacto, pero estos valores se utilizan para los cálculos cuando intervienen gases ricos o cuando la línea de equilibrio presenta una curvatura pronunciada.

Las fuerzas impulsoras globales se determinan fácilmente como líneas verticales u horizontales en el diagrama yx . Los coeficientes globales se obtienen a partir de $k_y a$ y $k_x a$ utilizando la pendiente local de la curva de equilibrio m , tal como se indicó en el capítulo 17 [ecuación (17.61)]:

$$\frac{1}{K_y a} = \frac{1}{k_y a} + \frac{m}{k_x a} \quad (18.12)$$

$$\frac{1}{K_x a} = \frac{1}{k_x a} + \frac{1}{m k_y a} \quad (18.13)$$

En la ecuación (18.12), los términos $1/(k_y a)$ y $m/(k_x a)$ son las resistencias a la transferencia de masa en la película gaseosa y la película líquida, respectivamente. Cuando los coeficientes $k_y a$ y $k_x a$ son del mismo orden de magnitud,[†] y m es mucho mayor que 1.0, se dice que la resistencia de la película líquida está controlada. Esto quiere decir que cualquier cambio en $k_x a$ tiene un cercano efecto proporcional tanto en $K_y a$ y $K_x a$ como en la velocidad de absorción, mientras que un cambio en $k_y a$ sólo tiene un pequeño efecto. Por ejemplo, el coeficiente de la ley de Henry para CO_2 en agua a 20 °C es de 1430 atm/fracción mol, lo cual corresponde a $m = 1430$ para la absorción a 1 atm y $m = 143$ para la absorción a 10 atm. Bajo estas condiciones, es evidente que la absorción de CO_2 en agua está controlada por la película líquida. Incrementar la velocidad del gas aumentará $k_y a$ pero tendrá un efecto despreciable en $K_y a$. Al aumentar la velocidad del líquido aumentará el área de la superficie de contacto a y probablemente también se incrementará k_x , lo cual lleva a un incremento en $k_x a$ y $K_y a$.

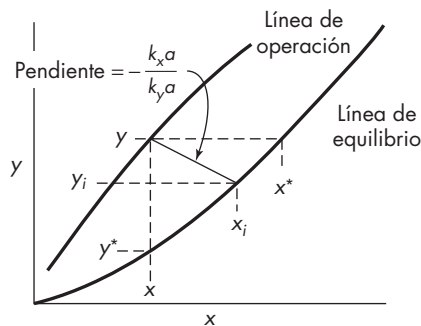


FIGURA 18.11

Identificación de las composiciones en la superficie de contacto.

[†] $k_x a$ es por lo general de 3 a 20 veces $k_y a$ en columnas empacadas.

Cuando la solubilidad del gas es muy alta, tal como ocurre con HCl en agua, m es muy pequeña y la resistencia de la película gaseosa controla la velocidad de absorción. Con gases de solubilidad intermedia, ambas resistencias son importantes, aunque el término *resistencia controlada* se utiliza a veces para resistencias muy grandes. La absorción de NH_3 en agua con frecuencia se cita como un ejemplo del control de la película gaseosa, puesto que la película gaseosa tiene de 80 a 90% de la resistencia total.

Cálculo de la altura de la torre

Es factible diseñar un absorbedor utilizando cualquiera de las cuatro ecuaciones básicas de velocidad, pero a menudo se emplean los coeficientes de la película gaseosa, y aquí se enfatizará el uso de $K_y a$. Si se elige el coeficiente de la película gaseosa no se requiere hacer ninguna suposición acerca de la resistencia controlada. Aun si la película gaseosa es la que controla, un diseño basado en $K_y a$ es más simple y exacto que uno basado en $K_x a$ o $k_x a$.

Considere la columna empacada que se muestra en la figura 18.12. La sección transversal es S , y el volumen diferencial en la altura dZ es SdZ . Si el cambio en la velocidad del flujo molar V es despreciable, la cantidad absorbida en la sección dZ es $-Vdy$, que es igual a la velocidad de absorción multiplicada por el volumen diferencial:

$$-Vdy = K_y a (y - y^*) S dZ \quad (18.14)$$

Esta ecuación se reordena para su integración, agrupando los factores constantes V , S y $K_y a$ con dZ e invirtiendo los límites de integración para eliminar el signo negativo:

$$\frac{K_y a S}{V} \int dZ = \frac{K_y a S Z_T}{V} = \int_a^b \frac{dy}{y - y^*} \quad (18.15)$$

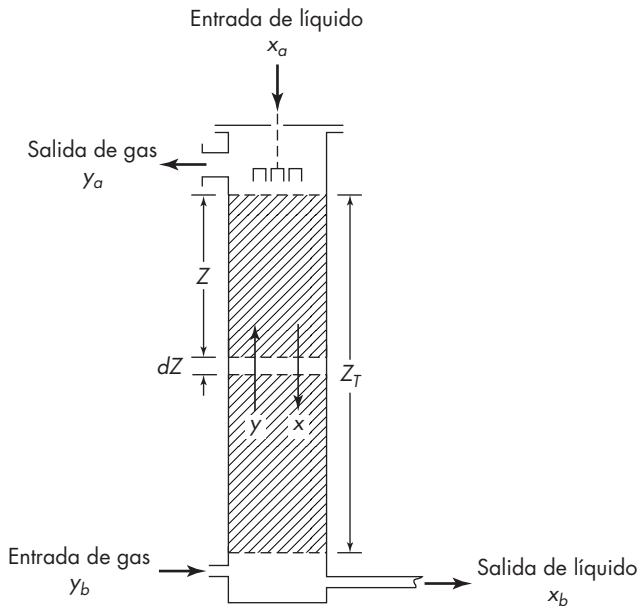


FIGURA 18.12

Diagrama de una torre de absorción empacada.

El lado derecho de la ecuación (18.15) puede integrarse directamente en algunos casos, o determinarse en forma numérica. Se examinarán algunos de estos casos.

Número de unidades de transferencia

La ecuación para la altura de la columna se escribe de la manera siguiente:

$$Z_T = \frac{V/S}{K_y a} \int_a^b \frac{dy}{y - y^*} \quad (18.16)$$

La integral en la ecuación (18.16) representa el cambio en la concentración de vapor dividido entre la fuerza impulsora promedio y se llama *número de unidades de transferencia* (NTU) N_{Oy} . Esto es análogo al número unidades de transferencia de calor N_H que se define en la ecuación (15.9). Los subíndices muestran que N_{Oy} se basa en la fuerza impulsora global para la fase gaseosa. La otra parte de la ecuación (18.16) tiene las unidades de longitud y se llama *altura de una unidad de transferencia* (HTU) H_{Oy} . De esta manera un método sencillo de diseño consiste en determinar N_{Oy} a partir del diagrama y - x que multiplicándolo por H_{Oy} , que se obtiene consultando la bibliografía o se calcula a partir de las correlaciones de transferencia de masa:

$$Z_T = H_{Oy} N_{Oy} \quad (18.17)$$

El número de unidades de transferencia es similar al número de etapas ideales, que se estudiará en el capítulo 20, pero los valores son iguales sólo si la línea de operación y la línea de equilibrio son rectas y paralelas, tal como se muestra en la figura 18.13a. Para este caso,

$$N_{Oy} = \frac{y_b - y_a}{y - y^*} \quad (18.18)$$

En la figura 18.13a existen alrededor de cuatro etapas ideales y cuatro unidades de transferencia.

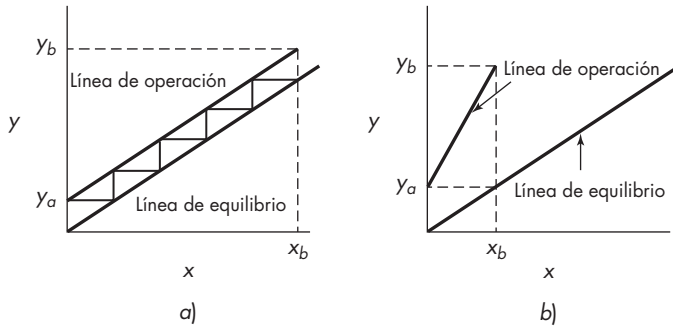
Cuando la línea de operación es recta pero más inclinada que la línea de equilibrio, como en la figura 18.13b, el número de unidades de transferencia es mayor que el número de etapas ideales. Observe que en este ejemplo la fuerza impulsora en el fondo es $y_b - y_a$, la misma que el cambio en la concentración del vapor a través de la torre, que tiene una etapa ideal. Sin embargo, la fuerza impulsora en la parte superior es y_a , que es varias veces menor, de forma que la fuerza impulsora promedio es mucho menor que $y_b - y_a$. Es posible demostrar que el valor promedio adecuado es la media logarítmica de las fuerzas impulsoras en ambos extremos de la columna.

Para líneas de operación y de equilibrio, el número de unidades de transferencia es igual al cambio de concentración dividida entre la fuerza impulsora media logarítmica.

$$N_{Oy} = \frac{y_b - y_a}{\Delta y_L} \quad (18.19)$$

donde Δy_L es la media logarítmica de $y_b - y_b^*$ y $y_a - y_a^*$. La ecuación (18.19) está basada en la fase gaseosa. La ecuación correspondiente basada en la fase líquida es

$$N_{Ox} = \frac{x_b - x_a}{\Delta x_L} \quad (18.20)$$

**FIGURA 18.13**

Relación entre el número de unidades de transferencia (NTU) y el número de los platos teóricos (NTP): a) $NTU = NTP$; b) $NTU > NTP$.

El número de unidades de transferencia de la fase líquida N_{Ox} no es el mismo que el número de unidades de transferencia de la fase gaseosa N_{Oy} , a menos que las líneas de operación y de equilibrio sean rectas y paralelas. En el caso de la absorción, la línea de operación es por lo regular más inclinada que la línea de equilibrio, lo que hace N_{Oy} mayor que N_{Ox} , pero esta diferencia es contrarrestada por la diferencia entre H_{Oy} y H_{Ox} , y la altura de la columna puede determinarse utilizando cualquier método.

La altura global de una unidad de transferencia se define como la altura de una sección empacada que se requiere para conseguir un cambio de concentración igual a la fuerza impulsora promedio existente en la sección. En ocasiones se dispone de valores de H_{Oy} para un sistema particular a partir de la bibliografía o de ensayos realizados en una planta piloto, pero con frecuencia es preciso estimarlos a partir de correlaciones empíricas para los coeficientes individuales o las alturas individuales de una unidad de transferencia. Así como existen cuatro tipos básicos de coeficientes de transferencia de masa, hay también cuatro tipos de unidades de transferencia, basados en las fuerzas impulsoras individuales o globales para las fases gaseosa y líquida. Estos cuatro tipos son:

Película gaseosa:
$$H_y = \frac{V/S}{k_y a} \quad N_y = \int \frac{dy}{y - y_i} \quad (18.21)$$

Película líquida:
$$H_x = \frac{L/S}{k_x a} \quad N_x = \int \frac{dx}{x_i - x} \quad (18.22)$$

Gas global:
$$H_{Oy} = \frac{V/S}{K_y a} \quad N_{Oy} = \int \frac{dy}{y - y^*} \quad (18.23)$$

Líquido global:
$$H_{Ox} = \frac{L/S}{K_x a} \quad N_{Ox} = \int \frac{dx}{x^* - x} \quad (18.24)$$

Formas alternativas de los coeficientes de transferencia

Los coeficientes de película gaseosa publicados en la bibliografía con frecuencia están basados en una presión parcial como fuerza impulsora en vez de una diferencia de fracción molar, y se representan por $k_g a$ o $K_g a$. Sus relaciones con los coeficientes utilizados hasta ahora son simplemente $k_g a = k_y a/P$ y $K_g a = K_y a/P$, donde P es la presión total. Las unidades de

$k_g a$ y $K_g a$ son por lo común $\text{mol}/\text{ft}^3 \cdot \text{h} \cdot \text{atm}$. De manera análoga, los coeficientes de película líquida se expresan como $k_L a$ y $K_L a$, donde la fuerza impulsora es una diferencia de concentración volumétrica; por lo tanto, k_L es igual a k_c definido por la ecuación (17.39). Por consiguiente, $k_L a$ y $K_L a$ son iguales a $k_x a / \rho_M$ y $K_x a / \rho_M$, respectivamente, donde ρ_M es la densidad molar del líquido. Las unidades de $k_L a$ y $K_L a$ son por lo general $\text{mol}/\text{ft}^3 \cdot \text{h} \cdot (\text{mol}/\text{ft}^3)^{-1}$.

Si G_y/M o G_M se sustituye por V/S en las ecuaciones (18.21) y (18.23), y G_x/M por L/S en las ecuaciones (18.22) y (18.24), las ecuaciones para la altura de una unidad de transferencia se escriben (puesto que $M\rho_M = \rho_x$, la densidad del líquido)

$$H_y = \frac{G_M}{k_g a P} \quad \text{y} \quad H_{Oy} = \frac{G_M}{K_g a P} \quad (18.25)$$

$$H_x = \frac{G_x / \rho_x}{k_L a} \quad \text{y} \quad H_{Ox} = \frac{G_x / \rho_x}{K_L a} \quad (18.26)$$

Los términos H_G , H_L , N_G y N_L con frecuencia aparecen en la bibliografía en vez de H_y , H_x , N_y y N_x , así como los correspondientes términos para los valores globales, pero en este caso los distintos subíndices no significan ninguna diferencia en unidades o magnitud.

Si un diseño está basado en N_{Oy} , el valor de H_{Oy} se calcula a partir de $K_y a$, o bien a partir de los valores de H_y y H_x , tal como se verá a continuación. Comenzando con la ecuación para la resistencia global, ecuación (18.12), cada término se multiplica por G_M y el último término se multiplica por L_M/L_M , donde $L_M = L/S = G_x/M$, la velocidad másica molar del líquido:

$$\frac{G_M}{K_y a} = \frac{G_M}{k_y a} + \frac{m G_M}{k_x a} \frac{L_M}{L_M} \quad (18.27)$$

A partir de las definiciones de HTU en las ecuaciones (18.21) y (18.23),

$$H_{Oy} = H_y + m \frac{G_M}{L_M} H_x \quad (18.28)$$

$$H_{Ox} = H_x + \frac{L_M}{m G_M} H_y \quad (18.29)$$

EJEMPLO 18.3 Una corriente gaseosa que contiene 3.0% de A se pasa a través de una columna empacada para remover 99% de A por absorción en agua. El absorbedor operará a 25 °C y 1 atm, y las velocidades de gas y líquido están a 20 mol/h · ft² y 100 mol/h · ft², respectivamente. Los coeficientes de transferencia de masa y los datos de equilibrio se dan a continuación:

$$y^* = 3.1x \text{ a } 25^\circ \text{C}$$

$$k_g a = 60 \text{ mol/h} \cdot \text{ft}^3 \cdot \text{unidad de fracción molar}$$

$$k_y a = 15 \text{ mol/h} \cdot \text{ft}^3 \cdot \text{unidad de fracción molar}$$

a) Encuentre N_{Oy} , H_{Oy} y Z_T asumiendo que se trata de una operación isotérmica y despreciando los cambios en las velocidades de flujo de gas y líquido. ¿Qué porcentaje de la resistencia total está en la fase gaseosa?

b) Calcule Z_T utilizando N_{Ox} y H_{Ox} .

Solución

a) Suponga que $x_a = 0$. Puesto que $G_M \Delta y = L_M \Delta x$,

$$x_b = \frac{20 \times 0.03 \times 0.99}{100} = 0.00594$$

$$y_b^* = 3.1 \times 0.0054 = 0.01841$$

En el fondo de la columna,

$$y_b - y_b^* = 0.03 - 0.01841 = 0.01159$$

En la parte superior, $y_a - y_a^* = y_a = 0.0003$

Entonces
$$\overline{\Delta y_L} = \frac{0.01159 - 0.0003}{\ln(0.01159 / 0.0003)} = 0.00309$$

$$N_{Oy} = \frac{\Delta y}{\overline{\Delta y_L}} = \frac{0.03 \times 0.99}{0.00309} = 9.61$$

$$\frac{1}{K_y a} = \frac{1}{15} + \frac{3.1}{60} = 0.11833 \quad K_y a = 8.45$$

$$H_{Oy} = \frac{20}{8.45} = 2.37 \text{ ft}$$

$$Z_T = 2.37 \times 9.61 = 22.7 \text{ ft}$$

La resistencia relativa de la película gaseosa es $\frac{1}{15} / (1/8.45) = 0.56$, o 56%.

b) En el fondo de la columna,

$$x^* = \frac{0.03}{3.1} = 0.009677$$

$$\Delta x = 0.009677 - 0.00594 = 0.003737$$

En la parte superior, $x^* = \frac{0.0003}{3.1} = 9.677 \times 10^{-5} \quad x = 0$

$$\overline{\Delta x_L} = \frac{0.00374 - 0.000097}{\ln[0.00374 / (9.677 \times 10^{-5})]} = 9.96 \times 10^{-4}$$

$$N_{Ox} = \frac{0.00594}{9.96 \times 10^{-4}} = 5.96$$

$$\frac{1}{K_x a} = \frac{1}{60} + \frac{1}{3.1 \times 15} = 0.03817 \quad K_x a = 26.2$$

$$H_{Ox} = \frac{100}{26.2} = 3.817 \text{ ft}$$

$$Z_T = 5.96 \times 3.817 = 22.7 \text{ ft}$$

Obsérvese que aunque N_{Oy} y N_{Ox} son bastante diferentes, los valores de H_{Oy} y H_{Ox} son también distintos, de modo que los valores de Z_T son los mismos para los dos métodos de cálculo.

Efecto de la presión

Las columnas de absorción con frecuencia son operadas bajo presión para incrementar la capacidad y elevar las velocidades de transferencia de masa. La presión parcial de equilibrio del soluto depende sólo de la composición del líquido y de la temperatura, así que la fracción molar de equilibrio en el gas varía inversamente con la presión total

$$y_A = \frac{p_A}{P} \quad (18.30)$$

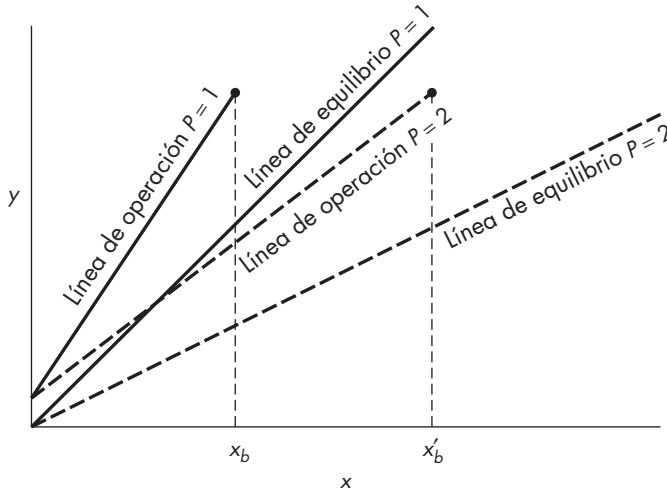
Si las velocidades de gas y líquido se mantienen constantes de modo que la línea de operación no cambie hacia una presión mayor, se incrementa la fracción molar de la fuerza impulsora, tal como se muestra en la figura 18.14, y se reduce el número de unidades de transferencia. A mayor presión, la velocidad mínima del líquido es más pequeña, así que la línea de operación podría cambiar para dar un producto más rico, como se indica con la línea de trazos discontinuos en la figura 18.14, y alrededor del mismo número de unidades de transferencia que antes.

El coeficiente global de transferencia de masa $\kappa_y a$ se incrementa con la presión porque la resistencia de la película del líquido $m/k_x a$ decrece [véase ecuación (18.12)]. El coeficiente de la película gaseosa $\kappa_y a$ no cambia mucho con la presión; la difusividad varía inversamente con la presión, pero el gradiente de concentración para una determinada Δy es proporcional a la presión. De este modo, HO_y decaerá si la resistencia del líquido es significativa, pero no cambiará si la resistencia de la película gaseosa controla.

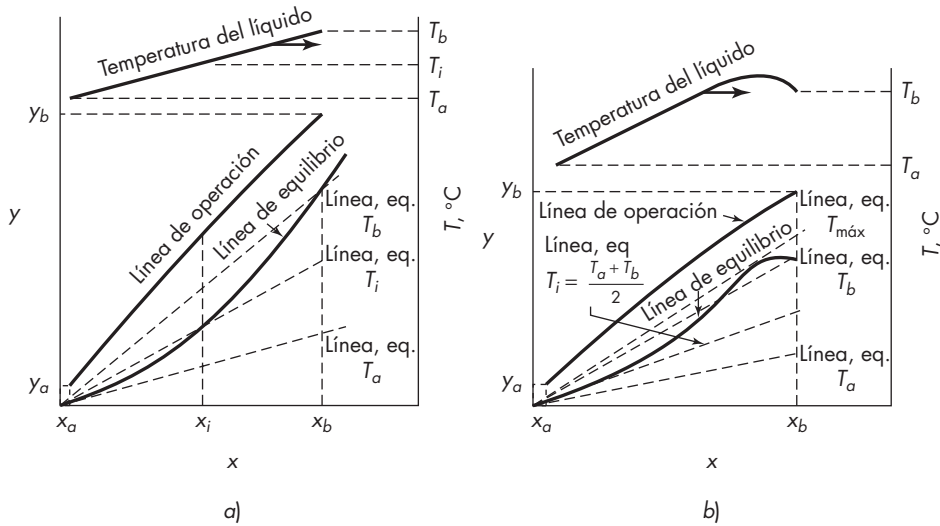
Variaciones de temperatura en torres empacadas

Cuando una torre de absorción se alimenta con un gas rico, la temperatura de la torre varía en forma apreciable desde el fondo hasta la parte superior de la misma. El calor de absorción del soluto aumenta la temperatura de la solución, mientras que la evaporación del disolvente tiende a disminuir la temperatura. Es común que el efecto global es un aumento de temperatura del líquido, pero a veces la temperatura pasa por un máximo cerca del fondo de la columna. La forma del perfil de temperatura depende de las velocidades de absorción de los solutos, de la evaporación o condensación del solvente y de la transferencia de calor entre las fases. Para obtener los perfiles exactos de temperatura del líquido y del gas,^{20, 28} es preciso realizar largos cálculos, pero en este libro sólo se presentan ejemplos simplificados. Cuando la temperatura del gas a la entrada es similar a la de salida del líquido, y el gas que entra está saturado, hay poco efecto en la evaporación del solvente, y el aumento de la temperatura del líquido es aproximadamente proporcional a la cantidad de soluto absorbido. En este caso, la línea de equilibrio se curva gradualmente hacia arriba, tal como se muestra en la figura 18.15a, con valores crecientes de x para las temperaturas más altas.

Cuando el gas entra en la columna de 10 a 20 °C por debajo de la temperatura del líquido a la salida y, además, el solvente es volátil, la evaporación enfriará el líquido en la parte inferior de la columna, y el perfil de temperatura tendrá un máximo como se indica en la figura 18.15b. Cuando en la alimentación el gas está saturado, el pico de temperatura no es muy pronunciado y, para un diseño aproximado, se utiliza la temperatura a la salida, o la temperatura máxima estimada, a fin de calcular los valores de equilibrio en la mitad inferior de la columna.

**FIGURA 18.14**

Efecto de la presión en la absorción.

**FIGURA 18.15**

Perfiles de temperatura y líneas de equilibrio para la absorción adiabática: a) sin evaporación del solvente; b) evaporación del solvente apreciable o gas de alimentación frío.

La curvatura de la línea de equilibrio complica la determinación del flujo mínimo de líquido, ya que al disminuir éste aumenta la temperatura del líquido y se desplaza la posición de la línea de equilibrio. En la mayor parte de los casos, para calcular $L_{\min}$ resulta satisfactorio suponer que el acercamiento entre las líneas de operación y equilibrio se produce en el fondo de la columna.

EJEMPLO 18.4 Una corriente de gas con 6.0% de NH_3 (base seca) y una velocidad de flujo de 4 500 SCFM (Standard Cubic foot per minute) (ft^3/min a 0°C , 1 atm) se depurará con agua para bajar la concentración a 0.02%. El absorbedor operará a la presión atmosférica con temperaturas de entrada de 20 y 25°C para el gas y el líquido, respectivamente. El gas está saturado con vapor de agua a la temperatura de entrada y se supone que saldrá como gas saturado a 25°C . Calcule el valor de N_{Oy} si la velocidad del líquido es 1.25 veces el mínimo.

Solución Los siguientes datos de solubilidad corresponden a la obra de Perry.^{15a}

x	$y_{20^\circ\text{C}}$	$y_{30^\circ\text{C}}$	$y_{40^\circ\text{C}}$
0.0308	0.0239	0.0389	0.0592
0.0406	0.0328	0.0528	0.080
0.0503	0.0417	0.0671	0.1007
0.0735	0.0658	0.1049	0.1579

para $\text{NH}_3 \rightarrow \text{NH}_3 (ac)$,
 $\Delta H = -8.31 \text{ kcal/g mol}$

La temperatura en el fondo de la columna se calcula para determinar la velocidad mínima del líquido.

Bases 100 g mol de gas seco de entrada, contienen 94 moles de aire y 6 moles de NH_3 . La salida de gas contiene 94 moles de aire.

Las moles de amoníaco en el gas que sale, a partir de que $y_a = 0.0002$, son

$$94 \left(\frac{0.0002}{0.9998} \right) = 0.0188 \text{ mol NH}_3$$

La cantidad de amoníaco absorbido es entonces $6 - 0.0188 = 5.98$ moles.

Efectos del calor El calor de absorción es $5.98 \times 8\,310 = 49\,690 \text{ cal}$. Llamemos a esto Q_a . Entonces

$$Q_a = Q_{sy} + Q_v + Q_{sx} \quad (18.31)$$

donde Q_{sy} = cambio de calor sensible en el gas

Q_v = calor de vaporización

Q_{sx} = cambio de calor sensible en el líquido

Los cambios de calor sensible en el gas son

$$Q_{\text{aire}} = 94 \text{ mol} \times 7.0 \text{ cal/mol} \cdot ^\circ\text{C} \times 5^\circ\text{C} = 3\,290 \text{ cal}$$

$$Q_{\text{H}_2\text{O}} = 2.4 \times 8.0 \times 5 = 96 \text{ cal}$$

$$Q_{sy} = 3\,290 + 96 = 3\,390 \text{ cal}$$

La cantidad de vaporización de agua contenida en el líquido se encuentra como se indica a continuación. A 20°C , $p_{\text{H}_2\text{O}} = 17.5 \text{ mm de Hg}$; a 25°C , $p_{\text{H}_2\text{O}} = 23.7 \text{ mm de Hg}$. La cantidad de agua en la entrada de gas es

$$100 \times \frac{17.5}{742.5} = 2.36 \text{ mol}$$

En la salida de gas es

$$94.02 \times \frac{23.7}{736.3} = 3.03 \text{ mol}$$

La cantidad de agua vaporizada es por lo tanto $3.03 - 2.36 = 0.67 \text{ mol}$. A partir de que el calor de evaporización es $\Delta H_v = 583 \text{ cal/g}$,

$$Q_v = 0.67 \times 583 \times 18.02 = 7\,040 \text{ cal}$$

Al resolver la ecuación (18.31) para Q_{sx} , el cambio de calor sensible en el líquido, da como resultado

$$Q_{sx} = 49\,690 - 3\,390 - 7\,040 = 39\,260 \text{ cal}$$

La temperatura de salida del líquido T_b se encuentra por tanteo. Suponga que para el solvente $C_p = 18 \text{ cal/g mol} \cdot ^\circ\text{C}$; $T_b = 40^\circ\text{C}$ y $x_{\text{máx}} = 0.031$, como se estimó de la líneas de solubilidad en equilibrio en la figura 18.16. Entonces el total de moles de líquido que sale L_b son

$$L_b = \frac{5.98}{0.031} = 192.9 \text{ mol}$$

Partiendo de que $T_a = 25^\circ\text{C}$

$$192.9 \times 18(T_b - 25) = 39\,260$$

$$T_b = 36.3^\circ\text{C}$$

Para un valor estimado revisado de $T_b = 37^\circ\text{C}$, $x_{\text{máx}} = 0.033$,

$$L_b = \frac{5.98}{0.033} = 181 \text{ mol}$$

$$T_b - 25 = \frac{39\,260}{181 \times 18} = 12.1$$

$$T_b = 37^\circ\text{C}$$

Este procedimiento da la velocidad mínima de líquido; la cantidad mínima de agua es

$$L_{\text{mín}} = 181 - 6 = 175 \text{ mol H}_2\text{O}$$

Para 1.25 veces el mínimo de la velocidad del agua, $L_a = 1.25 \times 175 = 219$ moles, y $L_b = 219 + 6 = 225$ moles. Entonces, el aumento de la temperatura del líquido es

$$T_b - 25 = \frac{39\,260}{225 \times 18} = 9.7^\circ\text{C}$$

El líquido, por lo tanto, sale a 35°C , con $x_b = 5.98/225 = 0.0266$, y $y^* \approx 0.044$.

Para simplificar el análisis, se supone que la temperatura es una función lineal de x , así que $T \approx 30^\circ\text{C}$ a $x = 0.0137$. Utilizando los datos para 30°C e interpolándolos a fin de obtener la pendiente inicial para 25°C y el valor final de y^* para 35°C , la línea de equilibrio se dibuja como en la figura 18.16. La línea de operación se traza como una línea recta, despreciando la pequeña variación de las velocidades de flujo de líquido y gas. Debido a la curvatura de la línea

de equilibrio, N_{Oy} se evalúa por integración numérica o mediante la aplicación de la ecuación (18.19) para las secciones de la columna, que es el procedimiento utilizado aquí.

y	y^*	$y - y^*$	$\overline{\Delta y}_L$	$\Delta y / \overline{\Delta y}_L = \Delta N_{Oy}$
0.06	0.048	0.012	—	—
0.03	0.017	0.013	0.0125	2.4
0.01	0.0055	0.0045	0.0080	2.5
0.0002	0	0.0002	0.00138	7.1
				$N_{Oy} = 12.0$

Absorción multicomponente

Cuando se absorbe más de un soluto de una mezcla de gas se necesita separar para cada soluto las líneas de equilibrio y de operación, pero la pendiente de la línea de operación, que es L/V , es la misma para todos los solutos. En la figura 18.17 se muestra un diagrama yx típico para la absorción de dos solutos. En este ejemplo, B es un componente menor

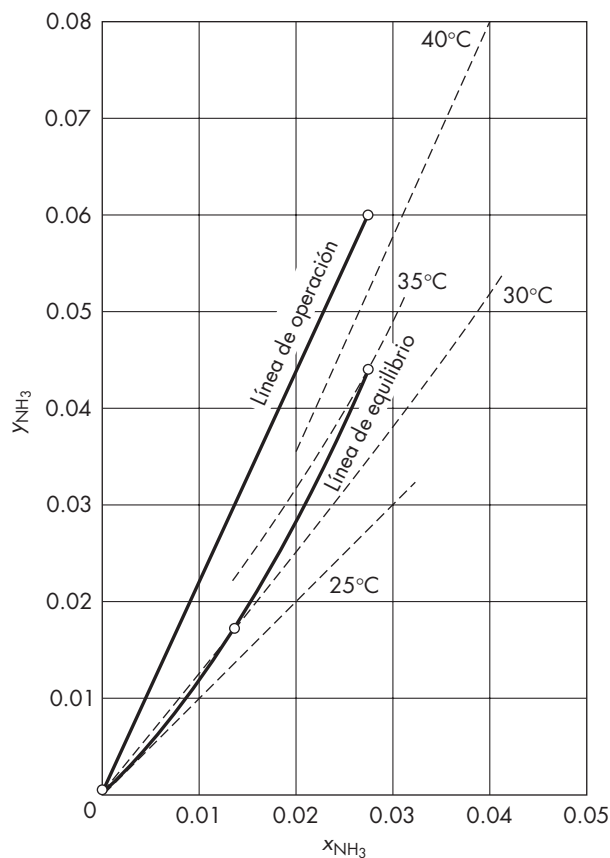
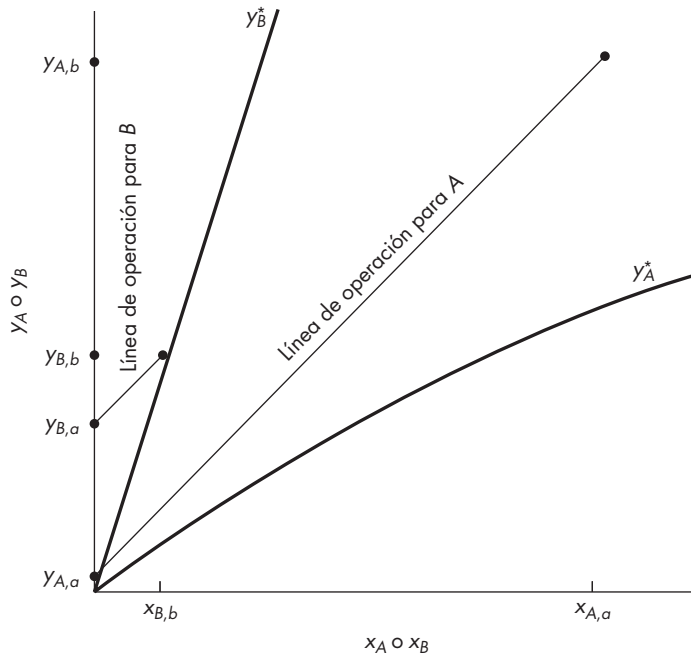


FIGURA 18.16
El diagrama yx para el ejemplo 18.4.

**FIGURA 18.17**

Líneas de equilibrio y de operación para absorción multicomponente.

del gas, y la velocidad del líquido se escogió de manera que permitiera la eliminación de 95% de A con una altura empacada razonable. La pendiente de la línea de operación es alrededor de 1.5 veces la pendiente de la línea de equilibrio para A, y $N_{Oy} \approx 5.5$. La línea de operación para B es paralela a la de A, y puesto que la línea de equilibrio para B tiene una pendiente mayor que L/V , hay un acercamiento en el fondo de la columna, y sólo es posible absorber una pequeña fracción de B. La línea de operación para B debe trazarse a fin de dar un número de unidades de transferencia correcto para B, el cual es por lo general igual que N_{Oy} para A. Sin embargo, en este ejemplo, $x_{B,b}$ es prácticamente el mismo que x_B^* , el valor de equilibrio para $y_{B,b}$ y la eliminación fraccional de B se calcula directamente a partir de un balance de materia:

$$V(y_{B,b} - y_{B,a}) = L(x_{B,b}^* - x_{B,a}) \quad (18.32)$$

Si se requiere la absorción casi completa de B, la línea de operación tendrá que hacerse más inclinada que la línea de equilibrio para B. Entonces la línea de operación será más inclinada que la línea de equilibrio para A, y la concentración de A en el gas se reducirá a un valor muy bajo. Algunos ejemplos de la absorción multicomponente son la recuperación de gases ligeros de hidrocarburos por absorción en aceite pesado, la eliminación de CO_2 y H_2S del gas natural o productos de carbón gasificado por absorción en metanol o soluciones alcalinas, y la depuración de agua para recuperar productos orgánicos producidos por oxidación parcial. En algunos casos, el método de la solución diluida presentado aquí deberá corregirse para el cambio en las velocidades del flujo molar o los efectos de un soluto en el equilibrio para otros gases, como se muestra en el análisis de un absorbedor natural de gasolina.²⁰

Desorción o eliminación

En muchos casos, un soluto que se absorbe a partir de una mezcla gaseosa, se desorbe a partir del líquido para recuperar el soluto en una forma más concentrada y regenerar la solución absorbente. Con el fin de favorecer las condiciones de desorción se incrementa la temperatura o se reduce la presión total, o bien, se realizan ambas modificaciones de manera simultánea. Si la absorción se realiza a alta presión, a veces es posible recuperar una fracción grande de soluto simplemente efectuando una evaporación espontánea (*flashing*) a la presión atmosférica. Sin embargo, para una separación casi completa del soluto, generalmente se requieren varias etapas y la desorción o eliminación se lleva a cabo en una columna con flujos de gas y líquido en contracorriente. Como medio de eliminación se puede utilizar un gas inerte o vapor de agua, pero la recuperación del soluto resulta más fácil cuando se utiliza vapor de agua, ya que es posible condensar este componente.

En la figura 18.18 se muestran las líneas de operación y equilibrio para una eliminación o desorción con vapor de agua. Cuando x_a y x_b se especifican, existe una relación mínima de vapor a líquido correspondiente al punto en el que la línea de operación toca la línea de equilibrio. Este punto se presenta en la parte intermedia de la línea de operación si la línea de equilibrio presenta una curvatura hacia arriba, como en la figura 18.18, o bien se presenta en la parte superior de la columna, para (y_a, x_a) . Con el fin de simplificar, la línea de operación se considera recta, aunque de una forma general tendrá una ligera curvatura debido a las variaciones de las velocidades de vapor y líquido.

En un proceso global de absorción y desorción, el costo del vapor de agua es con frecuencia el más importante; el proceso se diseña para utilizar la menor cantidad posible de vapor. En la columna de desorción se opera con un flujo de vapor cercano al mínimo, dejando que salga algo de soluto con la disolución agotada en vez de tratar de obtener una recuperación completa. Cuando la línea de equilibrio presenta una curvatura hacia arriba, como en la figura 18.18, el flujo mínimo de vapor de agua es mucho más alto a medida que x_b tiende hacia cero.

La altura de la columna de desorción se calcula a partir del número de unidades de transferencia y de la altura de una unidad de transferencia, utilizando las mismas ecuaciones que para la absorción. Con frecuencia, la atención se fija en la concentración de la fase líquida, y se utilizan N_{Ox} y H_{Ox} :

$$Z_T = H_{Ox} N_{Ox} = H_{Ox} \int \frac{dx}{x^* - x} \quad (18.33)$$

donde H_{Ox} se determina a partir de la ecuación (18.29).

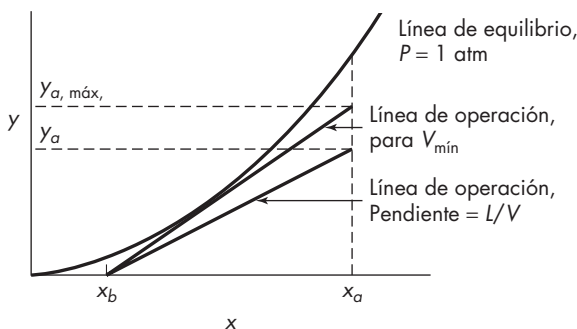


FIGURA 18.18

Líneas de operación para una columna de desorción.

La desorción con aire se utiliza en algunos casos para eliminar pequeñas cantidades de gases como amoníaco o solventes orgánicos contenidos en agua. Si no es necesario recuperar el soluto en forma concentrada, la cantidad óptima de aire usado puede ser mucho mayor que el mínimo, debido a que no resulta muy costoso el uso de más aire, y la altura de la columna se reduce considerablemente. El siguiente ejemplo muestra el efecto de la velocidad del aire en una operación de desorción.

EJEMPLO 18.5 Agua que contiene 6 ppm de tricloroetileno (TCE) va a ser purificada por desorción con aire a 20 °C. El producto debe contener menos de 4.5 ppb de TCE para estar dentro de los estándares de emisiones. Calcule la velocidad mínima de aire en metros cúbicos estándar de aire por metro cúbico de agua y el número de unidades de transferencia si la velocidad del aire es de 1.5 a 5 veces el valor mínimo.

Solución El coeficiente de la ley de Henry para TCE en agua¹¹ a 20 °C es $0.0075 \text{ m}^3 \cdot \text{atm/mol}$. Esto se convierte a la pendiente de la línea de equilibrio en unidades de fracción molar como se indica a continuación, puesto que $P = 1 \text{ atm}$ y 1 m^3 del líquido pesa 10^6 g :

$$m = 0.0075 \frac{\text{atm} \cdot \text{m}^3}{\text{mol}} \times \frac{1}{1 \text{ atm}} \times \frac{10^6}{18} \frac{\text{mol H}_2\text{O}}{\text{m}^3} = 417$$

Debido a que este valor de m es grande, la desorción está controlada en la fase líquida. A la velocidad mínima del aire, la salida del gas estará en equilibrio con la solución a la entrada. El peso molecular de TCE es 131.4, y

$$x_a = \frac{6 \times 10^{-6}}{131.4} \frac{\text{mol TCE}}{\text{g H}_2\text{O}} \times \frac{18 \text{ g}}{\text{mol H}_2\text{O}} = 8.22 \times 10^{-7}$$

$$y_a = 417(8.22 \times 10^{-7}) = 3.43 \times 10^{-4}$$

Por cada metro cúbico de la alimentación de la solución, el TCE eliminado es

$$V_{\text{TCE}} = \frac{10^6(6 \times 10^{-6} - 4.5 \times 10^{-9})}{131.4}$$

$$= 4.56 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

La cantidad total del gas que sale es

$$V = \frac{4.56 \times 10^{-2}}{3.43 \times 10^{-4}} = 132.9 \text{ mol}$$

Debido a que $1 \text{ g mol} = 0.0224 \text{ m}^3 \text{ std}$ y puesto que la variación en la velocidad del flujo del gas es muy pequeña,

$$F_{\text{mín}} = 132.9 \times 0.0224 = 2.98 \text{ std m}^3$$

La densidad de aire en condiciones estándar es 1.295 kg/m^3 , así que la velocidad mínima en una base másica es

$$\left(\frac{G_y}{G_x} \right)_{\text{mín}} = \frac{2.98 \times 1.295}{1000} = 3.86 \times 10^{-3} \text{ kg aire/kg agua}$$

Si la velocidad de aire es 1.5 veces el valor mínimo, entonces

$$y_a = \frac{3.43 \times 10^{-4}}{1.5} = 2.29 \times 10^{-4}$$

$$x_a^* = \frac{2.29 \times 10^{-4}}{417} = 5.49 \times 10^{-7}$$

$$C_a^* = 5.49 \times 10^{-7} \times \frac{131.4}{18} = 4.01 \times 10^{-6} \text{ g/g} = 4.01 \text{ ppm}$$

$$C_a - C_a^* = \Delta C_a = 6.0 - 4.01 = 1.99$$

En el fondo,

$$C_b = 0.0045 \text{ ppm} \quad C_b^* = 0 \quad \Delta C_b = 0.0045 \text{ ppm}$$

$$\overline{(C - C^*)}_L = \frac{1.99 - 0.0045}{\ln(1.99/0.0045)} = 0.3259 \text{ ppm}$$

Utilizando concentraciones en partes por millón para calcular N_{Ox} ,

$$N_{Ox} = \int \frac{dC}{C - C^*} = \frac{C_a - C_b}{\overline{(C - C^*)}_L}$$

$$= \frac{6 - 0.0045}{0.3259} = 18.4$$

Cálculos similares para otros múltiplos de la velocidad mínima de flujo dan los siguientes valores. La altura empacada se basa en el valor estimado de $H_{Ox} = 3 \text{ ft}$; esto es un poco mayor que los valores reportados para anillos plásticos Pall de 1 in.

Velocidad del aire	N_{Ox}	Z, ft
$1.5V_{\min}$	18.4	55.2
$2V_{\min}$	13.0	39
$3V_{\min}$	10.2	30.6
$5V_{\min}$	8.7	26.1

A partir de 1.5 a $2V_{\min}$ o de 2 a $3V_{\min}$, la altura de la torre disminuye considerablemente, y la reducción en el trabajo de bombeo para agua rebasa la energía adicional necesaria para forzar el paso del aire a través de la columna. Un aumento adicional en V no cambia mucho Z, y la velocidad óptima de aire está probablemente en el intervalo de 3 a $5V_{\min}$. Las velocidades de flujo típicas en $V = 3V_{\min}$ serán $G_x = 10\,000 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h}$ ($49\,000 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{h}$) y $G_y = 116 \text{ lb/ft}_2 \cdot \text{h}$ ($566 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{h}$).

ABSORCIÓN DESDE GASES ENRIQUECIDOS

Cuando el soluto se absorbe en presencia de concentraciones moderadas o elevadas en el gas, es preciso considerar diversos factores adicionales en los cálculos de diseño. En el balance de materia es preciso tener en cuenta la disminución del flujo total de gas y el aumento del

flujo de líquido, a la vez que deberá incluirse el factor de corrección para la difusión en un solo sentido. Por otra parte, los coeficientes de transferencia de masa no serán constantes debido a las variaciones de las velocidades de flujo y de un gradiente de temperatura apreciable en la columna, lo que dará lugar a un cambio en la línea de equilibrio.

La cantidad de soluto absorbido en una altura diferencial dZ es $d(Vy)$, ya que tanto V como y disminuyen a medida que el gas pasa a través de la torre.

$$dN_A = d(Vy) = Vdy + ydV \quad (18.34)$$

Si solamente se transfiere A , dN_A es igual a dV , de forma que la ecuación 18.34 se transforma en

$$dN_A = Vdy + ydN_A \quad (18.35)$$

$$\text{o} \quad dN_A = \frac{Vdy}{1-y} \quad (18.36)$$

El efecto de la difusión en un solo sentido en la película gaseosa se traduce en un aumento en la velocidad de transferencia de masa por el factor $1/(1-y)_L$, tal como indica la ecuación (17.49), de forma que el coeficiente global efectivo $K'_y a$ es algo mayor que el valor normal de $K_y a$:

$$\frac{1}{K'_y a} = \frac{(1-y)_L}{k_y a} + \frac{m}{k_x a} \quad (18.37)$$

En este tratamiento se ha despreciado el efecto de la difusión en un solo sentido en la película líquida. La ecuación básica de transferencia de masa es, por lo tanto,

$$dN_A = \frac{Vdy}{1-y} = K'_y a S dZ (y - y^*) \quad (18.38)$$

La altura de la columna se obtiene por integración gráfica, teniendo en cuenta las variaciones de V , $1-y$, $y-y^*$ y $K'_y a$:

$$Z_T = \frac{1}{S} \int_a^b \frac{Vdy}{(1-y)(y-y^*)(K'_y a)} \quad (18.39)$$

Si el proceso está controlado por la velocidad de transferencia de masa a través de la película gaseosa, se desarrolla una ecuación simplificada. El término $(1-y)_L$, que sólo es estrictamente aplicable a la película gaseosa, tal como indica la ecuación (18.37), se supone que se aplica al coeficiente global debido a que la película gaseosa es controlante. El coeficiente $K'_y a$ de la ecuación (18.39) se sustituye por $K_y a / (1-y)_L$, lo que conduce a

$$Z_T = \frac{1}{S} \int_a^b \frac{V(1-y)_L dy}{K_y a (1-y)(y-y^*)} \quad (18.40)$$

Puesto que $k_y a$ varía con aproximadamente $V^{0.7}$, y $K_y a$ presentará casi la misma variación cuando controla la película gaseosa, la razón $V/K_y a$ no variará mucho. Este

término se puede sacar de la integral y evaluarse para la velocidad de flujo promedio, o bien se promedian los valores correspondientes a la parte superior e inferior de la torre. El término $(1 - y)_L$ es la media logarítmica de $1 - y$ y $1 - y_i$ que, por lo general, sólo es ligeramente mayor que $1 - y$. Por consiguiente, se supone que los términos $(1 - y)_L$ y $1 - y$ se anulan, y la ecuación (18.40) adquiere la forma

$$Z_T = \left(\frac{V/S}{K_y a} \right) \int_b^a \frac{dy}{y - y^*} \quad (18.41a)$$

$$Z_T = H_{Oy} N_{Oy} \quad (18.41b)$$

Esta ecuación es la misma que la ecuación (18.16) para gases diluidos, excepto que el primer término, H_{Oy} , es el valor medio para la columna en vez de una constante. Observe que en este caso ha de utilizarse $K_y a$ de la ecuación (18.12), y no $K'_y a$, puesto que el término $(1 - y)_L$ se introduce en la derivación.

Si la película líquida es la resistencia que controla la transferencia de masa, se utilizan los coeficientes de la película gaseosa para cálculos de diseño de acuerdo con la ecuación (18.39). Si se utilizan los coeficientes de película líquida y si el factor $(1 - x)_L$ se introduce para permitir una difusión en una sola dirección en el líquido, se deriva una ecuación similar a la ecuación (18.41a):

$$Z_T = \left(\frac{L/S}{K_x a} \right) \int_b^a \frac{dx}{x^* - x} \quad (18.42)$$

$$\text{o} \quad Z_T = H_{Ox} N_{Ox} \quad (18.43)$$

Cuando las resistencias de la película líquida y de la película gaseosa son de una magnitud comparable, no existe un método sencillo para el tratamiento de la absorción de un gas rico (enriquecido). El método recomendado consiste en basar el diseño en la fase gaseosa y utilizar la ecuación (18.39). Se eligen diferentes valores de y comprendidos entre y_a y y_b , además que se calculan los valores de V , $K'_y a$ y $y - y^*$. Como comprobación, deberá compararse el valor de Z_T obtenido por integración con el que se basa en la fórmula sencilla de la ecuación (18.41), ya que la diferencia no debe ser grande.

EJEMPLO 18.6 Se va a diseñar una torre empacada con anillos de 1 in. (25.4 mm) para absorber dióxido de azufre desde aire depurando el gas con agua. El gas que entra contiene 20% de SO_2 en volumen, mientras que el gas a la salida no debe contener más de 0.5% de SO_2 en volumen. El agua que entra está libre de SO_2 . La temperatura es de 80 °F y la presión total es de 2 atm. El flujo de agua será el doble del valor mínimo, y la velocidad del flujo de aire (sin considerar el SO_2) será de 200 lb/ft² · h (976 kg/m² · h). ¿Qué altura de empaque se necesitará?

Para la absorción de SO_2 a 80 °F en torres empacadas con anillos de 1 in. se dispone de las siguientes ecuaciones²⁹ para los coeficientes de transferencia de masa:

$$k_L a = 0.038 G_x^{0.82}$$

$$k_g a = 0.028 G_y^{0.7} G_x^{0.25}$$

donde $k_L a$ está en h⁻¹, $k_g a$ en mol/ft³ · h · atm, y G_x y G_y están en lb/ft² · h.

La solubilidad del SO_2 en agua no es estrictamente proporcional a la presión debido a que el H_2SO_3 que se forma se disocia parcialmente en H^+ y HSO_3^- , y la fracción de disociación disminuye con el aumento de la concentración. La ley de Henry se aplica al H_2SO_3 no disociado, y el total de SO_2 disuelto es la suma del H_2SO_3 y el HSO_3^- . (El SO_3^{2-} formado en el agua es despreciable.) A continuación se dan algunos datos para el total de SO_2 disuelto a 80°F .

p_{SO_2} , atm	0.04	0.08	0.12	0.16	0.20
C_{SO_2} , mol/ft ³	0.0044	0.0082	0.0117	0.0152	0.0186
x_{SO_2} , fracción molar	0.00127	0.00237	0.00338	0.00439	0.00538

Solución Primero se transforman los coeficientes en unidades de fracción molar. A 80°F , ρ_M para el agua es $62.2/18.02 = 3.45$ mol/ft³. Por lo tanto,

$$k_x a = 0.038 G_x^{0.82} \times 3.45 = 0.131 G_x^{0.82} \text{ mol/ft}^3 \cdot \text{h}$$

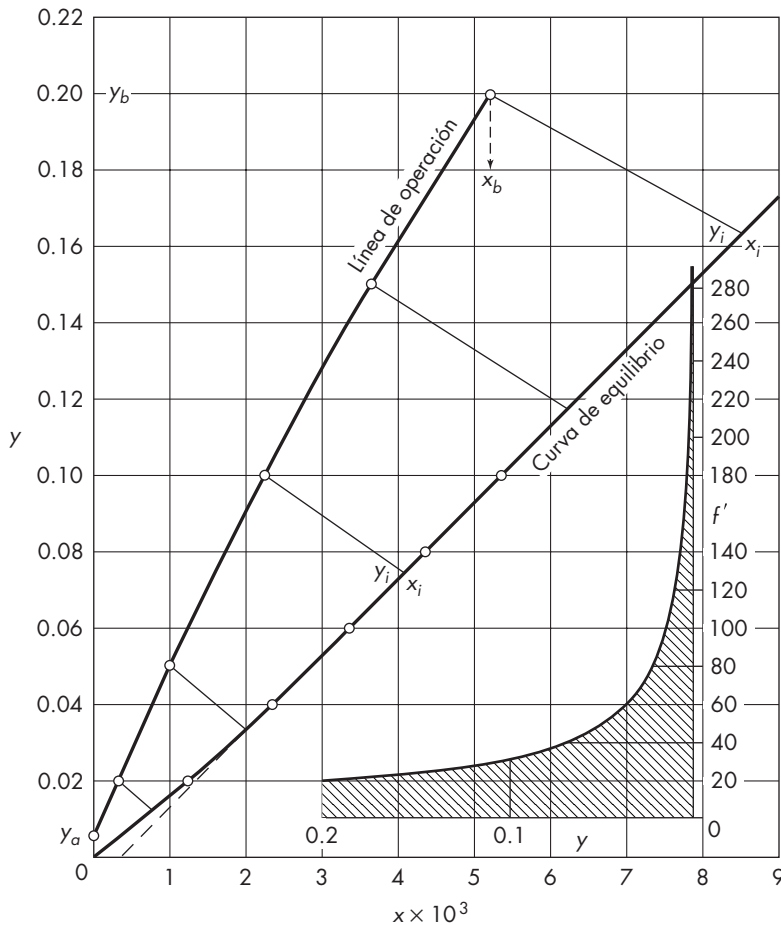


FIGURA 18.19
Diagrama para el ejemplo 18.6.

Puesto que los coeficientes se midieron a la presión atmosférica, y $k_y a = k_g a P$, el valor de $k_g a$ es igual a $k_y a$. Sin embargo, los coeficientes medidos no están corregidos para la difusión en un solo sentido y, por lo tanto, corresponden a $k_y a / (1 - y)_L$. La concentración de SO_2 para los ensayos publicados varía en el intervalo de 3 a 17%, y el valor promedio de $(1 - y)_L$ era de aproximadamente 0.9. Por consiguiente, la correlación publicada se multiplica por 0.9 para dar

$$k_y a = 0.025 G_y^{0.7} G_x^{0.25}$$

El siguiente paso consiste en graficar la curva de equilibrio. Puesto que la presión es de 2 atm, $y = p_{\text{SO}_2}/2$. La curva se observa en la figura 18.19. La pendiente de la parte lineal es 20.1, y la pendiente inicial es 15.6. El extremo inferior de la línea de operación está en $y = 0.005$, $x = 0$, y para el flujo mínimo de líquido el extremo superior de esta línea hará contacto con la curva de equilibrio en $y = 0.20$, $x = 10.36 \times 10^{-3}$. Para el doble de la velocidad mínima del líquido, la relación del agua con respecto al SO_2 en el líquido será el doble. El número de moles de agua de alimentación por mol de SO_2 es

$$2 \times \frac{0.98964}{0.01036} = 191.1$$

$$y \quad x_b = \frac{1}{191.1 + 1} = 0.00521$$

La velocidad másica molal del gas de alimentación G_M es

$$\frac{200}{29} \times \frac{1}{0.8} = 8.62 \text{ mol/ft}^2 \cdot \text{h}$$

La alimentación de SO_2 es

$$8.62 \times 0.2 = 1.724 \text{ mol/ft}^2 \cdot \text{h}$$

La alimentación de aire es

$$8.62 \times 0.8 = 6.896 \text{ mol/ft}^2 \cdot \text{h}$$

El gas de salida contiene 0.5% de SO_2 ; por lo tanto, la cantidad de SO_2 que sale es

$$6.896 \times \frac{0.005}{0.995} = 0.035 \text{ mol/ft}^2 \cdot \text{h}$$

El SO_2 absorbido es, por lo tanto, $1.724 - 0.035 = 1.689 \text{ mol/ft}^2 \cdot \text{h}$. Se absorbe 98% de SO_2 . La alimentación del agua es

$$191.1 \times 1.689 = 322.8 \text{ mol/ft}^2 \cdot \text{h}$$

Los puntos intermedios de la línea de operación se obtienen mediante un balance de materia utilizando fracciones mol, lo que conduce a

$$322.8 \left(\frac{x}{1-x} \right) = 6.896 \left(\frac{y}{1-y} - \frac{0.005}{0.995} \right)$$

Al sustituir estos valores de y se obtienen las siguientes coordenadas de la línea de operación

y	0.2	0.15	0.1	0.05	0.02	0.005
$x \times 10^3$	5.21	3.65	2.26	1.02	0.33	0

La línea de operación se representa en la figura 18.19. Es ligeramente cóncava hacia el eje x .

Los coeficientes de transferencia de masa dependen de las velocidades másicas, que no son constantes. La variación del flujo de líquido es muy pequeña, y el coeficiente de película del líquido está basado en la velocidad media de flujo. El peso molecular del SO_2 es 64.1, y la velocidad másica media es

$$\begin{aligned}\overline{G_x} &= 322.8 \times 18.02 + \frac{1.689 \times 64.1}{2} \\ &= 5\,871 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h}\end{aligned}$$

El coeficiente, que se supone constante para toda la torre, es

$$k_x a = 0.131 \times 5\,871^{0.82} = 161 \text{ mol/ft}^3 \cdot \text{h}$$

Los coeficientes de la película gaseosa se calculan para los dos extremos de la torre:

$$\begin{aligned}\text{En el fondo:} \quad G_y &= 6.9 \times 29 + 1.724 \times 64.1 \\ &= 310.6 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h} \\ k_y a &= 0.025 \times 310.6^{0.7} \times 5\,871^{0.25} \\ &= 12.15 \text{ mol/ft}^3 \cdot \text{h}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{En la parte superior:} \quad G_y &= 6.9 \times 29 + 0.035 \times 64.1 \\ &= 202.3 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h} \\ k_y a &= 0.025 \times 202.3^{0.7} \times 5\,871^{0.25} \\ &= 9.0 \text{ mol/ft}^3 \cdot \text{h}\end{aligned}$$

Los coeficientes de la película gaseosa son solamente de 6 a 8% del coeficiente de la película líquida, pero la pendiente de la línea de equilibrio hace que las dos resistencias sean de una magnitud comparable. Los valores de y_i se obtienen trazando líneas de la pendiente $-k_x a(1-y)_L/k_y a$ desde la línea de operación hasta la línea de equilibrio. Esto requiere una estimación preliminar de $(1-y)_L$, pero las líneas casi son paralelas y el primer tanteo por lo general resulta suficientemente exacto. Si se supone que en el fondo de la columna $(1-y)_L$ es aproximadamente 0.82,

$$\frac{k_x a(1-y)_L}{k_y a} = \frac{161 \times 0.82}{12.15} = 10.87$$

Una línea trazada desde (y_b, x_b) con una pendiente -10.9 da $y_i = 0.164$, y $1 - y_i = 0.836$. La media logarítmica de 0.80 y 0.836 es 0.818, muy próxima al valor estimado. A partir de la ecuación (18.37),

$$\begin{aligned}\frac{1}{K'_y a} &= \frac{0.818}{12.15} + \frac{20.1}{161} = 0.192 \\ K'_y a &= \frac{1}{0.192} = 5.21 \text{ mol/ft}^3 \cdot \text{h}\end{aligned}$$

La fracción de la resistencia total que está en el líquido es $(20.1/161)/0.192 = 0.65$ o 65%.

Para valores intermedios de y se han realizado cálculos análogos; los resultados se presentan en la tabla 18.2. Los valores de V/S se encuentran a partir de $V/S = 6.896/(1-y)$, y $k_g a$ se

A partir de la ecuación (18.43),

$$Z_T = 3.36 \times 3.0 = 10.1 \text{ ft}$$

CORRELACIONES DE TRANSFERENCIA DE MASA

Para predecir el coeficiente global de transferencia de masa, o la altura de una unidad de transferencia, se necesitan correlaciones separadas para la fase gaseosa y para la fase líquida. Tales correlaciones se basan por lo general en datos experimentales para sistemas en los que una de las fases ofrece la resistencia que controla, puesto que resulta difícil separar exactamente las dos resistencias cuando son de magnitudes comparables. La resistencia de la fase líquida se determina a partir de la velocidad de desorción de oxígeno o bióxido de carbono contenido en el agua. La baja solubilidad de estos gases da lugar a que la resistencia de la película gaseosa sea despreciable, y los valores de H_{Ox} son esencialmente los mismos que los de H_x .

A partir de medidas de desorción se obtienen valores de H_x más exactos que a partir de experimentos de absorción, ya que las líneas de operación para velocidades típicas de gas y líquido tienen pendientes mucho menores que la pendiente de la línea de equilibrio. Para oxígeno en agua a 20 °C, la presión parcial de equilibrio es 4.01×10^4 atm por fracción mol, y L/V estará comprendida en el intervalo de 1 a 100. Para la absorción de oxígeno desde aire contenido en agua pura, se producirá un “acercamiento” en el fondo de la columna empacada, tal como se observa en la figura 18.20. Se necesitarían medidas muy exactas de x_b y de la temperatura (para determinar x_b^*) a fin de establecer la fuerza impulsora $x_b - x_b^*$. Para la desorción de oxígeno desde una solución saturada de nitrógeno, la concentración x_b es pequeña, pero es posible determinar N_{Ox} con una exactitud razonable toda vez que x_b^* es cero.

Coefficientes de película líquida

En la figura 18.21 se encuentran los valores de H_x para el sistema O_2 - H_2O con anillos¹⁹ Raschig de cerámica. Para velocidades másicas de líquido comprendidas en el intervalo intermedio de 500 a 10 000 lb/ft² · h, H_x aumenta con $G_x^{0.4}$ para anillos de $\frac{1}{2}$ in. y con $G_x^{0.2}$ para los tamaños mayores. Por lo tanto, para anillos de 1, $1\frac{1}{2}$ y 2 in., $k_L a$ varía con $G_x^{0.8}$. El

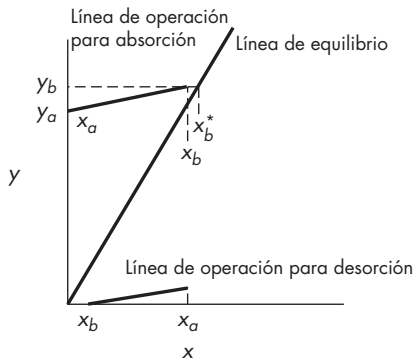
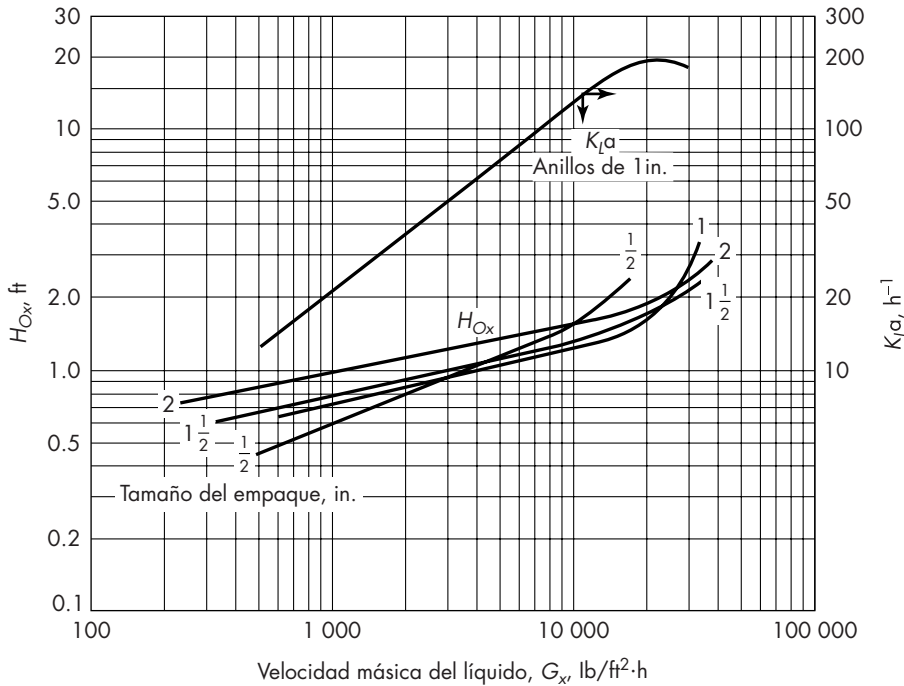


FIGURA 18.20

Líneas de operación típicas para absorción o desorción de un gas ligeramente soluble.

**FIGURA 18.21**

Altura de una unidad de transferencia para desorción de oxígeno a partir de agua a 25 °C con empaque de anillos Raschig. (Nota: en este sistema $H_{Ox} \approx H_x$.)

aumento de $k_L a$ se debe en buena medida al aumento del área de la superficie de contacto a , el resto procede de un aumento de k_L . Para velocidades másicas elevadas, el empaque está casi completamente húmedo y sólo se produce un ligero aumento de $k_L a$ con G_x , lo que da lugar a que H_x sea aproximadamente proporcional a G_x . Observe que, por lo que se refiere a la transferencia de masa, los empaques pequeños son sólo ligeramente mejores que los grandes en el intervalo intermedio de flujos, aunque el área total varía en forma inversamente proporcional con el tamaño del empaque. En las operaciones industriales son preferibles los empaques más grandes debido a que presentan una capacidad muy superior (mayor velocidad de inundación).

Los datos de la figura 18.21 se obtuvieron con velocidades de flujo de gas de 100 a 230 lb/ft²·h, y en este intervalo no hubo efecto de G_y . Para velocidades de flujo de gas comprendidas entre el punto de carga y la velocidad de inundación, H_x es ligeramente menor debido al aumento de la retención del líquido. Sin embargo, para una columna diseñada para operar a la mitad de la velocidad de inundación, el efecto de G_y sobre H_x es despreciable.

La resistencia de película líquida para otros sistemas se obtiene a partir de los datos O₂-H₂O corrigiendo de las diferencias entre difusividad y viscosidad (como referencia, a 25 °C, D_v para oxígeno en agua es 2.41×10^{-5} cm²/s y Sc es 381):

$$H_x = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{G_x}{\mu} \right)^n \left(\frac{\mu}{\rho D_v} \right)^{0.5} \quad (18.44)$$

donde α y n son constantes empíricas que están tabuladas en la bibliografía para alguno de los antiguos tipos de empaque. El exponente de 0.5 en el número de Schmidt es consistente con la teoría de la penetración, y es el que se esperaría aplicar al líquido fluyendo en

distancias cortas sobre piezas de empaque. El exponente n varía con el tamaño y tipo del empaque, pero 0.3 se considera un valor típico. La ecuación (18.44) debe utilizarse con precaución para otros líquidos diferentes al agua, puesto que los efectos de la densidad, tensión superficial y viscosidad son inciertos.

Cuando un vapor es absorbido en un solvente de peso molecular alto, la velocidad de flujo molar del líquido será mucho menor que si el agua se usara a la misma velocidad másica. Sin embargo, el coeficiente $k_x a$, que está basado en una fuerza impulsora de fracción mol, varía en forma inversamente proporcional con respecto al peso molecular promedio del líquido, y no hay efecto neto de M en H_x .

$$k_x a = k_L a \frac{\rho_x}{M} \quad (18.45)$$

$$H_x = \frac{G_x / \bar{M}}{k_x a} = \frac{G_x / \rho_x}{k_L a} \quad (18.46)$$

El coeficiente $k_L a$ depende principalmente de la velocidad de flujo volumétrico, difusividad y viscosidad pero no del peso molecular, así que las correlaciones generales para $k_L a$ o H_x son más simples que en el caso de $k_x a$.

Coeficientes de película gaseosa

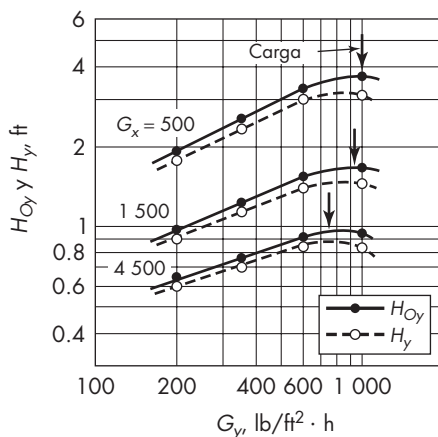
La absorción de amoníaco en agua se ha utilizado para obtener datos sobre $k_g a$ o H_y , puesto que la resistencia de película líquida es sólo 10% de la resistencia total y es posible tomarla en cuenta con facilidad. Los datos para H_{O_y} y los valores corregidos de H_y para anillos Raschig de $1\frac{1}{2}$ in. se presentan en la figura 18.22. En el caso de velocidades másicas hasta $600 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h}$, H_y varía con una potencia de alrededor de 0.3 a 0.4 de G_y , lo cual incrementa la media de $k_g a$ con $G_y^{0.6-0.7}$, que está en acuerdo razonable con los datos para transferencia de masa a partículas en lechos empacados. Las pendientes de los puntos H_y decrecen en la región de carga a causa del incremento en el área de la superficie de contacto. Los valores de H_y varían con la potencia de -0.7 a -0.4 de la velocidad del líquido, lo que refleja el gran efecto de la velocidad del líquido sobre el área de contacto.

La siguiente ecuación se recomienda²⁰ para estimar H_y para absorción de otros gases en agua. El número de Schmidt para el sistema NH_3 -aire- H_2O es 0.66 a 25°C :

$$H_y = H_{y, \text{NH}_3} \left(\frac{\text{Sc}}{0.66} \right)^{1/2} \quad (18.47)$$

Existen escasos datos que apoyan el uso del exponente $\frac{1}{2}$ para la difusividad o el número de Schmidt, y se ha sugerido un exponente de $\frac{2}{3}$ con base en la teoría de capas límite y los datos para lechos empacados. Sin embargo, los números de Schmidt para gases no difieren de manera considerable, y el término de corrección es a menudo pequeño. Hay más incertidumbre alrededor del efecto de las propiedades líquidas en H_y cuando líquidos diferentes al agua se emplean como solventes.

En el caso de la vaporización de un líquido puro dentro de una corriente de gas, no hay resistencia de transferencia de masa en la fase líquida, y las pruebas de vaporización constituyen un buen método que permite desarrollar una correlación para la resistencia de película gaseosa. Sin embargo, las pruebas con agua y otros líquidos arrojan valores

**FIGURA 18.22**

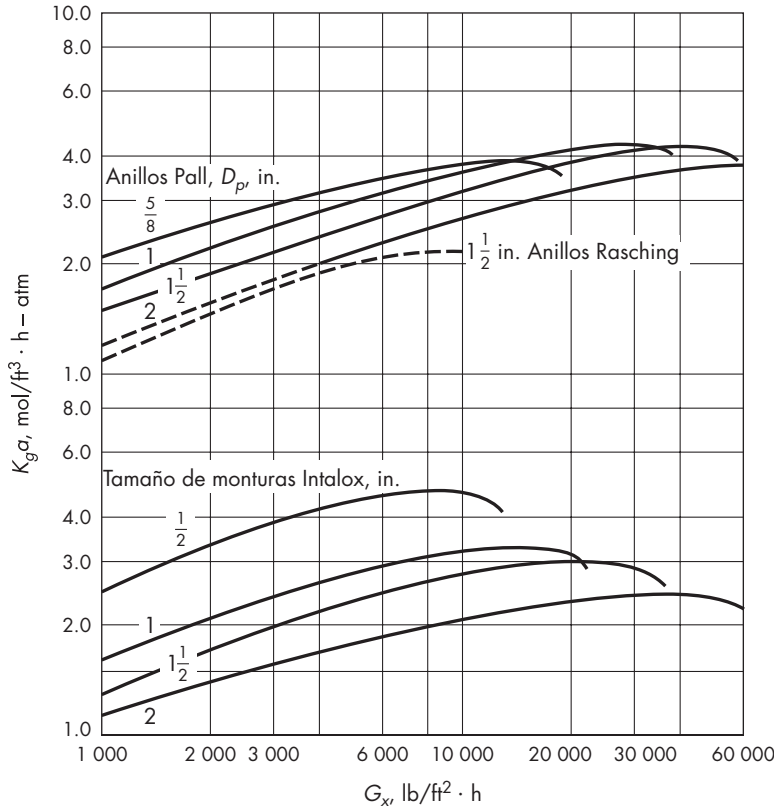
Altura de una unidad de transferencia para la absorción de amoníaco en agua con anillos Raschig de cerámica de $1\frac{1}{2}$ in.

de H_y que son alrededor de la mitad de los que se reportan en el caso del amoníaco a las mismas velocidades máscas. La diferencia se atribuye a bolsas de líquido casi estancado que contribuye de manera importante a la vaporización pero que se satura rápidamente en una prueba de absorción de gas.²² Las bolsas estancadas corresponden a la *retención estática*, es decir, el líquido que permanece en la columna mucho después de que el flujo es expulsado. El resto del líquido constituye la *retención dinámica*, el cual se incrementa con la velocidad de flujo del líquido. Se han desarrollado²¹ correlaciones para la retención estática y dinámica y las correspondientes áreas de contacto y que conviene emplear para relacionar estrechamente los resultados de absorción y vaporización de gas.

Funcionamiento de otros empaques

Se han desarrollado diversos empaques que tienen alta capacidad y mejores características de transferencia de masa que los anillos Raschig y las monturas Berl, pero no se cuenta con datos confiables sobre las resistencias del gas y del líquido. Se han probado muchos otros empaques para la absorción de CO_2 en soluciones de NaOH, sistema en el que la película líquida es la resistencia que controla, pero la resistencia de la película gaseosa no es despreciable. Los valores de $K_g a$ son de 20 a 40 veces los valores normales para la absorción de CO_2 en agua, debido a que la reacción química entre el CO_2 y el NaOH tiene lugar muy cerca de la superficie de contacto, lo que origina un gradiente de concentración de CO_2 mucho más pronunciado.

Aunque no es posible utilizar directamente los valores de $K_g a$ para el sistema CO_2 -NaOH para predecir el comportamiento en otros sistemas, se les utiliza con fines comparativos entre los empaques. En la figura 18.23 se muestran datos para diferentes tamaños de monturas Intalox y anillos Pall, junto con algunos resultados para anillos Raschig. La relación de $K_g a$ para un determinado empaque y anillos Raschig de $1\frac{1}{2}$ in., evaluados para $G_x = 1000$ lb/ft² · h y $G_y = 500$ lb/ft² · h, se toma como una medida del comportamiento de f_p , y se presenta en la tabla 18.1. El valor de f_p es una medida relativa del área de contacto total, puesto que la absorción de CO_2 en soluciones de NaOH es una reacción irreversible que puede tener lugar tanto en la retención estática como en la dinámica. Los empaques que tienen un área de contacto total relativamente grande probablemente presentan, también, una elevada retención dinámica así como una gran

**FIGURA 18.23**

Coefficientes de transferencia de masa para la absorción de CO_2 en NaOH al 4% con anillos metálicos Pall o monturas cerámicas Intalox ($G_y = 500 \text{ lb}/\text{ft}^2 \cdot \text{h}$).

área de absorción física normal. En una estimación aproximada del funcionamiento de nuevos empaques para la absorción física se aplica el valor de f_p a H_{Oy} o a los coeficientes globales calculados para anillos Raschig de 1.5 in. El coeficiente global deberá basarse en datos para NH_3 y para O_2 y corregirse para tener en cuenta las variaciones de difusividad, viscosidad y velocidad de flujo.

Las columnas grandes a veces registran valores aparentes de H_{Oy} más elevados que las columnas pequeñas, para un mismo empaque. Se han propuesto^{15c} varias correlaciones empíricas para los efectos del diámetro de la columna y la altura del empaque. Estos efectos probablemente se deben a una distribución del líquido irregular, que tiende a producir un flujo irregular del gas y da lugar a que los valores locales de la pendiente de la línea de operación difieran bastante del valor promedio. El efecto de la mala distribución se acentúa cuando la línea de operación es sólo ligeramente más inclinada que la línea de equilibrio, y cuando se necesita un gran número de unidades de transferencia. En estos casos es de suma importancia conseguir una muy buena distribución del líquido y, para columnas altas, es aconsejable empacar la columna en secciones de 5 a 10 m, con redistribución del líquido entre las secciones.

EJEMPLO 18.7 El gas procedente de un reactor tiene 3.0% de óxido de etileno (EO) y 10% de CO_2 ; casi todo el resto está constituido por nitrógeno. Debe recuperarse 98% del EO absorbiéndolo con agua. El absorbedor operará a 20 atm, utilizando agua con 0.04% mol

de EO a 30 °C, y el gas entra a 30 °C saturado con agua. ¿Cuántas unidades de transferencia se requieren si se utilizan 1.4 moles de H₂O por mol de gas seco? Estime el diámetro de la columna y la altura del empaque si se utilizan anillos Pall de $1\frac{1}{2}$ in. y la velocidad del flujo total de gas de alimentación es 10 000 mol/h.

Solución Los datos de equilibrio⁶ para 30 y 40 °C se presentan en la figura 18.24. A partir de un balance de calor similar al del ejemplo 18.4, se estimó que el aumento de temperatura del líquido es de 12.5 °C, lo que da lugar a que la línea de equilibrio para la columna se curvee hacia arriba. Los puntos extremos de la línea de operación se determinan mediante un balance de materia.

Base de cálculo Entran 100 moles de gas seco y 140 moles de solución.

Entrada	Salida
87 N ₂	87 N ₂
10 CO ₂	10 CO ₂
3 EO	0.06 EO (= 3 × 0.02)
100	97.06

Se supone que la absorción de CO₂ es despreciable, así como el efecto del H₂O sobre la composición del gas.

En la parte superior: $x = 0.0004$ $y = \frac{0.06}{97.06} = 0.00062$

Moles de EO absorbidos: $3 \times 0.98 = 2.94$

Moles de EO en el agua: $140 \times 0.0004 = 0.056$

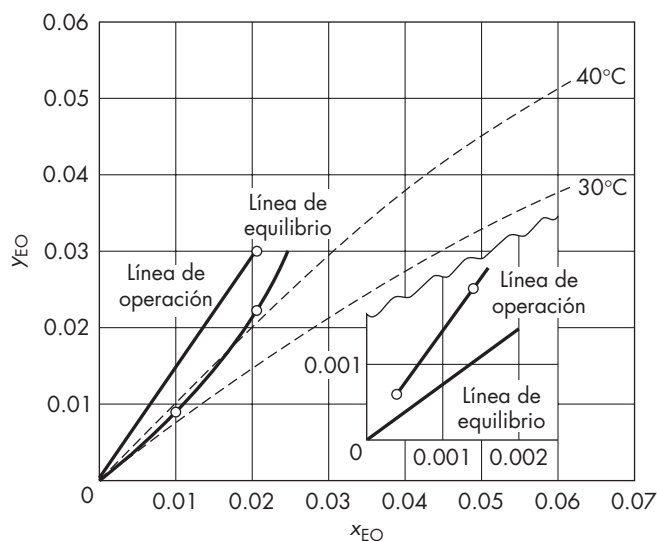


FIGURA 18.24

Diagrama yx para el ejemplo 18.7.

En el fondo:

$$x = \frac{2.94 + 0.056}{140 + 2.94} = 0.0210$$

$$y = 0.030$$

$$N_{Oy} = \int \frac{dy}{y - y^*} = \sum \frac{\Delta y}{(y - y^*)_L}$$

y	$y - y^*$	ΔN_{Oy}
0.03	0.008	—
0.015	0.006	2.14
0.005	0.0024	2.55
0.0006	0.0003	4.36
		$N_{Oy} = 9.05 = 9.0$ unidades de transferencia

Diámetro de la columna Para calcular el diámetro de la columna se utiliza la correlación generalizada para la caída de presión de la figura 18.6. Tomando como base la entrada de gas,

$$\bar{M} = 0.87(28) + 0.1(44) + 0.03(44) = 30.1$$

A 40°C,

$$\rho_y = \frac{30.1}{359} \times 20 \times \frac{273}{313} = 1.46 \text{ lb/ft}^3 \left(0.0234 \text{ g/cm}^3 \right)$$

$$\frac{G_x}{G_y} \sqrt{\frac{\rho_y}{\rho_x - \rho_y}} = \frac{1.4 \times 18}{1 \times 30.1} \sqrt{\frac{1.46}{62.2 - 1.46}} = 0.130$$

A partir de la figura 18.6 para $\Delta P = 0.5$ in. H₂O/ft,

$$\frac{G_y^2 F_p \mu_x^{0.1}}{\rho_y (\rho_x - \rho_y) g_c} = 0.045$$

A partir de la tabla 18.1, $F_p = 40$. A 40°C, $\mu = 0.656$ cP. Por lo tanto,

$$G_y^2 = \frac{0.045(1.46)(62.2 - 1.46)(32.2)}{40(0.656)^{0.1}} = 3.35$$

$$G_y = 1.83 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{s} = 6\,590 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h}$$

$$G_x = \frac{1.4 \times 18}{1 \times 30.1} \times 6\,590 = 5\,520 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h}$$

Para una velocidad de alimentación de 10000 moles/h $\times 30.1 = 3.01 \times 10^5$ lb/h,

$$S = \frac{3.01 \times 10^5}{6\,590} = 45.7 \text{ ft}^2 \quad D = 7.6 \text{ ft}$$

Se utiliza una columna de 8 ft de diámetro.

Altura de la columna Se obtienen H_y y H_x a partir de los datos amoníaco-agua y oxígeno-agua, con anillos Raschig de $1\frac{1}{2}$ in. A partir de la figura 18.22 para $G_y = 500$ y $G_x = 1500$,

$$H_{y,\text{NH}_3} = 1.4 \text{ ft}$$

Se supone que la viscosidad es la del N_2 a 40°C y a 1 atm, es decir, 0.0181 cP (apéndice 8). La difusividad del EO en el gas se calcula a partir de la ecuación (17.28) obteniendo para 40°C y 20 atm,

$$D_v = 7.0 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$\text{Sc} = \frac{\mu}{\rho D_v} = \frac{1.81 \times 10^{-4}}{(7.0 \times 10^{-3})(2.34 \times 10^{-2})} = 1.10$$

A partir de la tabla 18.1, $f_p = 1.36$ para anillos Pall de 1.5 in. de forma que H_y es menor debido a este factor. Se supone que H_y varía con $G_y^{0.3}$ y $G_x^{-0.4}$. Por lo tanto,

$$H_{y,\text{EO}} = 1.4 \left(\frac{1.10}{0.66} \right)^{1/2} \frac{1}{1.36} \left(\frac{6590}{500} \right)^{0.3} \left(\frac{1500}{5520} \right)^{0.4} = 1.71 \text{ ft}$$

De la figura 18.21, $H_{x,\text{O}_2} = 0.9 \text{ ft}$ para $G_x = 1500$. De la ecuación (17.33), $D_v = 2.15 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$ para EO en H_2O a 40°C :

$$\text{Sc} = \frac{0.00656}{1.0 \times 2.15 \times 10^{-5}} = 305$$

Utilizando la ecuación (18.44) con el factor de corrección f_p y $\text{Sc} = 381$ para O_2 en agua a 25°C ,

$$H_{x,\text{EO}} = 0.9 \left(\frac{5520/0.656}{1500/0.894} \right)^{0.3} \left(\frac{305}{381} \right)^{0.5} \frac{1}{1.36} = 0.96 \text{ ft}$$

De acuerdo con la figura 18.24, el valor promedio de m es del orden de 1.0, y a partir de la ecuación (18.28)

$$H_{O_y} = H_y + \frac{mG_M}{L_M} H_x = 1.71 + \frac{1.0 \times 0.96}{1.4} = 2.40 \text{ ft}$$

Para 9 unidades de transferencia, se necesitan 22 ft. Se requiere de 24 ft de empaque en dos secciones de 12 ft, con redistribución del líquido.

Absorción en columnas de platos

La absorción de gases puede realizarse en una columna equipada con platos perforados u otro tipo de platos que normalmente se utilizan en destilación. En ocasiones se elige una columna de platos perforados en vez de una columna empacada para evitar el problema de la distribución del líquido en una torre de un gran diámetro y disminuir la incertidumbre en el escalamiento. Los métodos para determinar el número de platos teóricos y estimar la eficiencia media de los platos se estudiarán en el capítulo 21.

ABSORCIÓN CON REACCIÓN QUÍMICA

La absorción seguida de reacción química en la fase líquida se utiliza con frecuencia para lograr una separación más completa de un soluto a partir de una mezcla gaseosa. Por ejemplo, a menudo se utiliza una solución ácida diluida para retirar NH_3 de corrientes gaseosas, y se emplean soluciones básicas para separar CO_2 y otros gases ácidos. La reacción en la fase líquida reduce la presión parcial de equilibrio del soluto sobre la solución, lo cual da lugar a un gran aumento de la fuerza impulsora de la transferencia de masa. Si la reacción es esencialmente irreversible para las condiciones de absorción, la presión parcial de equilibrio es cero y N_{Oy} se calcula a partir del cambio de la composición del gas. Para $y^* = 0$,

$$N_{Oy} = \int_a^b \frac{dy}{y} = \ln \frac{y_b}{y_a} \quad (18.48)$$

Para ilustrar el efecto de una reacción química, considere la absorción de NH_3 en HCl diluido con una reducción de 300 veces en la concentración del gas (6 a 0.02%). A partir de la ecuación (18.48), $N_{Oy} = \ln 300 = 5.7$, que es comparable con $N_{Oy} = 12$ para la misma variación de concentración utilizando agua en las condiciones del ejemplo 18.4.

Una ventaja adicional de la absorción con reacción es el aumento del coeficiente de transferencia de masa. Parte de este incremento viene dado por la mayor área de la superficie de contacto efectiva, ya que la absorción puede ahora tener lugar en las regiones prácticamente estancadas (retención estática), lo mismo que en la retención dinámica del líquido. Para la absorción de NH_3 en soluciones de H_2SO_4 , $K_g a$ fue de 1.5 a 2 veces el valor para la absorción en agua.²² Puesto que la resistencia de la película gaseosa está controlando, este efecto se deberá esencialmente a un aumento del área efectiva. Los valores de $K_g a$ para la absorción del NH_3 en soluciones ácidas fueron los mismos que en el caso de la vaporización de agua, donde también se esperaba que toda el área de la superficie de contacto fuera efectiva. Los factores $K_{g,\text{vap}}/K_{g,\text{abs}}$ y $K_{g,\text{reac}}/K_{g,\text{abs}}$ disminuyen al aumentar el flujo de líquido y tienden hacia la unidad cuando la retención total es mucho mayor que la retención estática.

El factor $K_{g,\text{reac}}/K_{g,\text{abs}}$ también depende de la concentración del reactante y es menor cuando sólo está presente un ligero exceso de reactivo en la solución de la alimentación de la columna. Se han publicado datos sobre la retención de líquido en relación con el área efectiva para anillos Raschig y monturas Berl,²¹ pero no se dispone de resultados similares para empaques más modernos.

Cuando la resistencia de la película líquida es dominante, como en la absorción de CO_2 o H_2S en soluciones acuosas, una reacción química rápida en el líquido puede conducir a un aumento muy grande del coeficiente de transferencia de masa. Los coeficientes que se representan en la figura 18.23 para el sistema CO_2 - H_2O - NaOH están comprendidos entre 1 y 4 moles/ $\text{ft}^3 \cdot \text{atm} \cdot \text{h}$, en comparación con los valores típicos para CO_2 en agua de 0.05 a 0.2 moles/ $\text{ft}^3 \cdot \text{atm} \cdot \text{h}$. La reacción rápida consume una gran parte del CO_2 muy cerca de la superficie de contacto gas-líquido, lo que da lugar a que el gradiente para el CO_2 sea mayor, originando un aumento del proceso de transferencia de masa en el líquido. La relación entre el valor aparente de k_L y el correspondiente a la absorción física define un factor de avance ϕ , que varía desde 1 hasta 1000 o más. En libros especializados se describen métodos para predecir ϕ a partir de datos cinéticos y

de transferencia de masa.^{2, 8, 20} Cuando el valor de ϕ es muy grande, la película gaseosa pasa a ser la resistencia que controla.

Aunque el CO_2 que se absorbe en una solución de NaOH da altas velocidades de transferencia de masa, los costos de los reactivos y los problemas para desecharla hacen que este enfoque sea impracticable para el uso a gran escala. En cambio, el CO_2 se extrae usando soluciones acuosas de aminas o de carbonato de potasio, donde la reacción química es reversible. La absorción en soluciones de aminas se puede llevar a cabo entre 20 y 50 °C y las soluciones agotadas se pueden regenerar con vapor entre 100 y 130 °C.¹⁰ La regeneración completa no es necesaria, puesto que la presión de equilibrio del CO_2 es muy baja hasta cuando casi 20% de la amina ha reaccionado. La figura 18.25 muestra las líneas de equilibrio y de operación para el caso de un estudio reciente de absorción de CO_2 en soluciones de monoetanolamina.⁵ El módulo Rate Frac de Aspen Plus se combinó con datos termodinámicos y cinéticos para modelar el absorbedor y desorbedor empacados, y para ayudar a determinar las condiciones de operación óptimas. En la figura 18.25 se muestra sólo 85% de la extracción, pero a la misma relación L/G se puede obtener más de 95% de extracción con una columna más alta.

Cuando la absorción va acompañada por una reacción muy lenta, los valores aparentes de $K_g a$ pueden ser más bajos que con la absorción simple. Un ejemplo de esto lo constituye la absorción de Cl_2 en agua seguida por la hidrólisis del cloro disuelto. La lenta reacción de hidrólisis controla esencialmente la velocidad global de absorción.

Operación con flujo en corrientes paralelas

Cuando la reacción química es esencialmente irreversible y la presión parcial de equilibrio del soluto es cero, el número de unidades de transferencia para una separación dada es el mismo para la operación en contracorriente o para flujo de corrientes paralelas de líquido y gas. La figura 18.26 muestra líneas de operación típicas para ambos casos. En este diagrama x es el soluto total absorbido y que ha reaccionado, y no la cantidad de soluto presente en la forma original. Cuando se opera en corrientes paralelas con alimentación

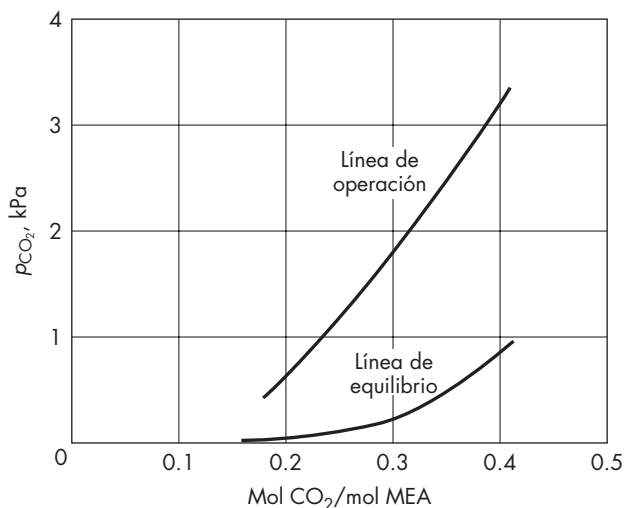
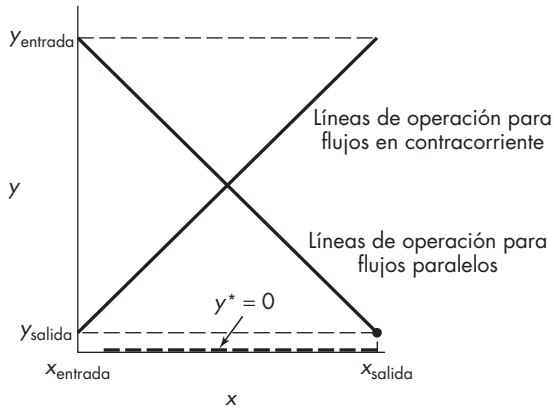


FIGURA 18.25

Absorción de CO_2 en una solución de monoetilamina (MEA). (Según Freguia y Rochelle⁵.)

**FIGURA 18.26**

Líneas de operación para flujos paralelos y en contracorriente para la absorción con reacción química irreversible.

por la parte superior, el gas que sale por el fondo está expuesto al líquido enriquecido, el que ha absorbido una gran cantidad de soluto; pero si $y^* = 0$, la fuerza impulsora es simplemente y y N_{Oy} se calcula de acuerdo con la ecuación (18.48), de igual manera que en el caso de flujo en contracorriente.

La ventaja de la operación en paralelo es que no existe la inundación como una limitación, y es factible utilizar un flujo de gas muy superior al normal. Esto permite reducir el diámetro de columna requerido, y el correspondiente aumento de las velocidades másicas del líquido y del gas da lugar a elevados coeficientes de transferencia de masa. Es posible utilizar flujos de líquido tan elevados como 50 000 a 100 000 lb/ft² · h (70 a 140 kg/m²). Los valores de $K_g a$ o H_{Oy} se pueden estimar, aproximadamente, extrapolando los datos de flujo en contracorriente para el mismo sistema a las velocidades másicas más elevadas.

Absorción en tanques

Los procesos en los cuales la absorción gaseosa va acompañada por una reacción química normalmente se llevan a cabo en tanques donde las burbujas del gas se dispersan en la fase líquida. El líquido se mezcla con un agitador o por medio de las mismas burbujas del gas y también puede existir una apreciable mezcla del propio gas. Esto tiende a disminuir la conversión. Sin embargo, cuando el gas que no ha reaccionado se puede reciclar o casi no tiene costo (como el aire), no se requiere una alta conversión del gas. Un importante ejemplo se da en el uso del aire para oxidar materia orgánica en aguas negras o lodo residual de alcantarillas.

Uno de los métodos de aereación utiliza inyectores o difusores colocados cerca del fondo del tanque. Los cabezales de tubería con múltiples orificios se denominan difusores burdos y producen burbujas de 1 a 5 mm. Los tubos de cerámica porosa o de polímeros generan burbujas más finas, pero la coalescencia puede aumentar el tamaño de las burbujas. Los tanques grandes pueden contener más de 100 difusores, cada uno dispersando de 5 a 20 SCFM de aire y desahogando la mayoría del gas hacia la atmósfera. Otros dispositivos para dispersión de gases incluyen turbinas cerca del fondo del tanque con un inyector en la parte inferior e impulsores de flujo axial montados cerca de la superficie, para atrapar el gas de el espacio del vapor, o para aspersar el líquido hacia el aire.²³

En los equipos de aereación, la velocidad de transferencia de masa se controla por medio de la resistencia de la película del líquido, debido a la baja solubilidad del

oxígeno. En un tanque de 15 ft de profundidad con difusores burdos, sólo se absorbe de 5 a 10% del oxígeno del aire.¹⁷ Con difusores de burbujas finas, es posible utilizar de 10 a 25% de oxígeno.¹² Sin embargo, incluso con burbujas finas, los valores de $K_L a$ son sólo de 5 a 20 h⁻¹, mucho menores que los de una columna empacada típica (véase figura 18.21). Debido a que hay muchos tipos de aeradores, no existe una correlación general para $K_L a$ y las unidades generalmente se diseñan o seleccionan con base en los datos de comportamiento proporcionados por el proveedor. La cantidad de oxígeno o el porcentaje de utilización de éste se da para condiciones estándar; se corrige para diferencias en la profundidad del líquido, el flujo de gas, la temperatura, el nivel de oxígeno disuelto y las propiedades de la solución.¹²

El oxígeno de alta pureza está hallando un creciente uso en el tratamiento de aguas negras y otro tipo de oxidaciones en fase líquida. A igual presión total, la solubilidad del oxígeno puro es cinco veces mayor que la del oxígeno del aire y la fracción molar de oxígeno es casi constante en la medida que éste se consume, a diferencia del caso del aire. Además, las burbujas de oxígeno se elevan más lentamente a medida que se contraen, incrementando el tiempo de permanencia del gas. Con impulsores montados en la superficie, que extraen el gas del espacio de vapor y generan burbujas finas, se puede obtener una utilización de oxígeno de hasta 90%.¹ Comparado con un sistema que utiliza aire, el flujo de gas efluente se reduce cerca de 100 veces y la liberación de compuestos orgánicos volátiles casi se elimina.

SÍMBOLOS

a	Área de la superficie de contacto por unidad de volumen de empaque, m ² /m ³ o ft ² /ft ³ ; a_{abs} , para absorción; a_{reac} , para reacción química; a_{vap} , para vaporización
C	Concentración másica en la fase líquida, g/g, kg mol/m ³ , ppm, o lb mol/ft ³ ; C_a , en el líquido que entra; C_b , en el líquido que sale; C^* , concentración de la fase líquida en equilibrio con la composición y del gas; C_a^* , en el líquido que entra; C_b^* , en el líquido que sale
C_p	Capacidad calorífica molar, cal/g mol · °C
C_s	Factor de capacidad, $u_0 \sqrt{(\rho_y/(\rho_x - \rho_y))}$
D	Diámetro de columna, m o ft
D_p	Diámetro del empaque, mm o in.
D_v	Difusividad, m ² /s, cm ² /s o ft ² /h; D_{ix} , en el líquido; D_{iy} , en el gas
F	Volumen del gas que entra como alimentación de la torre, m ³ ; $F_{\text{mín}}$, valor mínimo
F_p	Factor de empaque para caída de presión
f_p	Coficiente relativo de transferencia de masa (tabla 18.1)
f_p^p	Factor $(V/S)/(1 - y)(y - y^*)(K'_y a)$ en el ejemplo 18.6
G	Velocidad másica basada en la sección transversal total de la torre, kg/m ² · h o lb/ft ² · h; G_x , de la corriente líquida; $\bar{G}_x$, valor medio; G_y , de la corriente gaseosa
G_M	Velocidad másica molar, kg mol/m ² · h o lb mol/ft ² · h
g_c	Factor de proporcionalidad de la ley de Newton, 32.174 ft · lb/lb _f · s ²
H	Altura de una unidad de transferencia, m o ft; H_G , forma alternativa de H_y ; H_L , forma alternativa de H_x ; H_{Ox} , global, basada en la fase líquida; H_{Oy} , global, basada en la fase gaseosa; H_x , individual, basada en la fase líquida; H_y , individual basada en la fase gaseosa

K_a	Coefficiente global volumétrico de transferencia de masa, $\text{kg mol/m}^3 \cdot \text{h} \cdot \text{unidad de fracción mol}$ o $\text{lb mol/ft}^3 \cdot \text{h} \cdot \text{unidad de fracción mol}$; $K_x a$, basada en la fase líquida; $K_y a$, basada en la fase gaseosa; $K'_x a$, $K'_y a$, incluyen los factores para la difusión en un solo sentido, para las fases líquida y gaseosa, respectivamente
$K_L a$	Coefficiente global volumétrico de transferencia de masa para la fase líquida basado en la diferencia de concentración, h^{-1}
$K_g a$	Coefficiente global volumétrico de transferencia de masa para la fase gaseosa, basado en la la presión parcial como fuerza impulsora, $\text{kg mol/m}^3 \cdot \text{h} \cdot \text{atm}$ o $\text{lb mol/ft}^3 \cdot \text{h} \cdot \text{atm}$
k_L	Coefficiente individual de transferencia de masa para la fase líquida basada en la diferencia de concentración, m/h o ft/h
ka	Coefficiente individual volumétrico de transferencia de masa, $\text{kg mol/m}^3 \cdot \text{h} \cdot \text{unidad de fracción mol}$; $k_x a$, para la fase líquida; $k_y a$, para la fase gaseosa
$k_L a$	Coefficiente individual volumétrico de transferencia de masa para la fase líquida, basado en la diferencia de concentración, h^{-1}
$k_g a$	Coefficiente individual volumétrico de transferencia de masa para la fase gaseosa, basado en la presión parcial como fuerza impulsora, $\text{kg mol/m}^3 \cdot \text{h} \cdot \text{atm}$ o $\text{lb mol/ft}^3 \cdot \text{h} \cdot \text{atm}$
L	Velocidad de flujo molar del líquido, mol/h ; L_a , del líquido que entra; L_b , del líquido que sale; $L_{\min}$, valor mínimo
L_M	Velocidad másica molar del líquido, $\text{kg mol/m}^2 \cdot \text{h}$ o $\text{lb mol/ft}^2 \cdot \text{h}$
M	Peso molecular; $\bar{M}$, peso molecular promedio
m	Pendiente de la curva de equilibrio
N	Número de unidades de transferencia; N_G , forma alternativa de N_y ; N_L , forma alternativa de N_x ; N_{Ox} , global, basado en la fase líquida; N_{Oy} , global, basado en la fase gaseosa; N_x , individual, fase líquida; N_y , individual, fase gaseosa
N_A	Flujo de transferencia de masa del componente A, $\text{kg mol/m}^2 \cdot \text{s}$ o $\text{lb mol/ft}^2 \cdot \text{h}$
N_H	Número de unidades de transferencia de calor
NTP	Número de platos teóricos
NTU	Número de unidades de transferencia
n	Exponente en la ecuación (18.24)
P	Presión total, atm ; P'_A , presión de vapor del componente A
p_A	Presión parcial del componente A
Q	Cantidad de calor, cal ; Q_a , calor de absorción; Q_{xx} , Q_{yy} , variaciones de calor sensible en el líquido y el gas, respectivamente; Q_v , calor de vaporización
r	Velocidad de absorción por unidad de volumen, $\text{kg mol/m}^3 \cdot \text{h}$ o $\text{lb mol/ft}^3 \cdot \text{h}$
S	Área de la sección transversal de la torre, m^2 o ft^2
Sc	Número de Schmidt, $\mu/\rho D_v$
T	Temperatura, $^{\circ}\text{F}$ o $^{\circ}\text{C}$; T_a , en el líquido que entra; T_b , en el líquido que sale; T_i , en un punto intermedio; $T_{\max}$, valor máximo
u_0	Velocidad superficial del gas, basada en la torre vacía, m/s o ft/s ; u_{0f} , en la inundación
V	Velocidad de flujo molar del gas, mol/h ; V_a , a la salida; V_b , a la entrada; $V_{\min}$, valor mínimo
x	Fracción mol de soluto (componente A) en el líquido; x_a , en el líquido que entra; x_b , en el líquido que sale; x_i , en la superficie de contacto gas-líquido; $x_{\max}$, valor

	máximo; x^* , concentración de equilibrio correspondiente a la composición y de la fase gaseosa; x_b^* , en equilibrio con y_b
x_B	Fracción mol del componente B en el líquido; x_{Ba} , en el líquido de entrada; x_{Bb} , en el líquido de salida
$(1-x)_L$	Factor de difusión en un solo sentido en la fase líquida
y	Fracción mol de soluto (componente A) en el gas; y_a , en el gas de salida; $y_{a, \text{máx}}$, valor máximo; y_b , en el gas de entrada; y_p , en la superficie de contacto gas-líquido; y^* , concentración de equilibrio correspondiente a la composición x de la fase líquida; y_a^* , en equilibrio con x_a ; y_b^* , en equilibrio con x_b
y_B	Fracción mol del componente B en el gas; y_{Ba} , en el gas de salida; y_{Bb} , en el gas de entrada; y_b^* , en equilibrio con x_b
$(1-y)_L$	Factor para la difusión en un solo sentido en la fase gaseosa
Z	Distancia vertical por debajo de la parte superior del empaque, m o ft; Z_T , altura total de la sección empacada

Letras griegas

α	Constante en la ecuación (18.24)
γ_A	Coefficiente de actividad del componente A
ΔC	Fuerza impulsora de concentración, g/g o ppm; ΔC_a , en el líquido que entra; ΔC_b , en el líquido de salida
ΔH	Calor de disolución, kcal/g mol; ΔH_v , calor de vaporización
ΔP	Caída de presión, in. de agua/ft de empaque; ΔP_{inund} , en la inundación
$\overline{\Delta x}_L$	Media logarítmica de $x_b - x_b^*$ y $x_a - x_a^*$
$\overline{\Delta y}_L$	Media logarítmica de $y_b - y_b^*$ y $y_a - y_a^*$
ε	Porosidad o fracción de huecos de la sección empacada
μ	Viscosidad, cP o lb/f · h; μ_x , del líquido
ν	Viscosidad cinemática, μ/ρ , m ² /s o ft ² /s
ρ	Densidad, kg/m ³ o lb/ft ³ ; ρ_x , del líquido; ρ_y , del gas
ρ_M	Densidad molar, kg mol/m ³ o lb mol/ft ³ ; ρ_{Mx} , del líquido; ρ_{My} , del gas
ϕ	Factor de avance en la absorción con reacción química, adimensional

PROBLEMAS

- 18.1.** El diseño de una planta requiere un absorbedor para recuperar 95% de acetona desde una corriente de aire utilizando agua como líquido absorbente. El aire que entra contiene 14% mol de acetona. El absorbedor está provisto de enfriamiento y opera a 80 °F y 1 atm para dar lugar a un producto que contiene 5.0% mol de acetona. La alimentación de agua a la torre contiene 0.02% mol de acetona. La torre ha de diseñarse para operar al 50% de la velocidad de inundación. a) ¿Cuántas libras de agua por hora deben introducirse como alimentación de la torre, si el flujo de gas, medido a 1 atm y 32 °F, es de 500 ft³/min? b) ¿Cuántas unidades de transferencia se necesitan con base en la fuerza impulsora global de la fase gaseosa? c) Si la torre se empaca con anillos Raschig de 1 in., ¿cuál será la altura del empaque?

Para el equilibrio. Suponga que $p_A = P_A' \gamma_A x$, donde $\ln \gamma_A = 1.95(1-x)^2$. La presión de vapor de acetona a 80 °F es 0.33 atm.

- 18.2.** Un absorbedor debe recuperar 99% de amoníaco de una corriente de alimentación de aire-amoníaco, utilizando agua como líquido absorbente. El contenido de amoníaco en el aire es de 20% mol. La temperatura del absorbedor se mantiene a 30 °C mediante serpentines de enfriamiento y la presión es de 1 atm. *a)* ¿Cuál es la velocidad de flujo mínimo de agua? *b)* Para un flujo de agua 40% superior al valor mínimo, ¿cuántas unidades globales de transferencia basadas en la fase gaseosa se necesitan?
- 18.3.** Un gas soluble se absorbe en agua utilizando una torre empacada. La relación de equilibrio puede tomarse como $y_e = 0.06x_e$. Las condiciones terminales son las siguientes:

	Parte superior	Parte inferior
x	0	0.08
y	0.001	0.009

Si $H_x = 0.24$ m y $H_y = 0.36$ m, ¿cuál será la altura de la sección empacada?

- 18.4.** Una columna de absorción se alimenta por el fondo con un gas que contiene 5% de benceno y 95% de aire. Por la parte superior de la columna se introduce un aceite de absorción no volátil que contiene 0.2% en peso de benceno. Otros datos son:

Alimentación, 2 000 kg de aceite de absorción por hora

Presión total, 1 atm

Temperatura (constante), 26 °C

Peso molecular del aceite de absorción, 230

Viscosidad del aceite de absorción, 4.0 cP

Presión de vapor del benceno a 26 °C, 100 mm de Hg

Volumen del gas que entra, 0.3 m³/s

Empaque de la torre, monturas Intalox de 1 in. de tamaño nominal

Fracción del benceno que entra y que es absorbido, 0.90

Velocidad másica del gas que entra, 1.1 kg/m² · s

Calcule el diámetro y la altura de la sección empacada de la torre. Suponga que se aplica la ley de Raoult.

- 18.5.** Una corriente de vapor que contiene 3.0% mol de benceno se va a purificar mediante lavado con aceite en un absorbedor empacado con el fin de reducir la concentración de benceno en el gas a 0.02%. El aceite tiene un peso molecular promedio de 250, una densidad de 54.6 lb/ft³ y contiene 0.015% de benceno. El flujo de gas es de 1 500 ft³/min a 25 °C y 1 atm. *a)* Si el sistema opera isotérmicamente a 25 °C con un flujo de líquido de 14 000 lb/h, ¿cuántas unidades de transferencia se requieren? *b)* ¿Cuántas unidades de transferencia se necesitarían si operase adiabáticamente? *c)* ¿Cuál sería el principal efecto de operar con un aceite de menor peso molecular, tal como $M = 200$?
- 18.6.** Una corriente residual acuosa que contiene 1.0% en peso de NH₃ se va a desabsorber con aire en una columna empacada con el fin de separar 99% de NH₃. ¿Cuál es el flujo mínimo de aire, en kilogramos de aire por kilogramo de agua, si la columna opera a 20 °C? ¿Cuántas unidades de transferencia se requieren para un flujo de aire igual al doble del valor mínimo?
- 18.7.** Una columna de 8 ft de diámetro empacada con 20 ft de monturas Berl de 1 $\frac{1}{2}$ in. opera con flujo de aire a 1.5 atm y 40 °C. La torre está aparentemente próxima a la inundación, puesto que $\Delta p = 24$ in. de agua. La velocidad másica del líquido es 8.5 veces la del gas. *a)* Si la torre se reempacara de nuevo con monturas Intalox de 1.5 in. ¿cuál sería la caída

de presión? b) Si la caída de presión fuese la misma que con las monturas Berl, ¿cuánto se podrían aumentar las velocidades de flujo de operación?

- 18.8.** Un absorbedor debe separar 99% del soluto *A* de una corriente gaseosa que contiene 4% mol de *A*. Las soluciones de *A* en el solvente siguen la ley de Henry, y el aumento de temperatura del líquido es despreciable. a) Calcule N_{Oy} para la operación a 1 atm, utilizando un flujo de líquido libre de soluto 1.5 veces el valor mínimo. b) Para la misma velocidad de líquido, calcule N_{Oy} para la operación a 2 atm y a 4 atm. c) ¿Sería el efecto de la presión sobre N_{Oy} parcialmente compensado mediante una variación en H_{Oy} ?
- 18.9.** Un gas que contiene 2% de *A* y 1% de *B* se va a absorber con un solvente en el que *A* es 5 veces más soluble que *B*. Demuestre que utilizando dos columnas en serie con regeneración separada del líquido de cada columna se podrían recuperar *A* y *B* en una forma relativamente pura. Utilice un diagrama *yx* para representar las líneas de equilibrio y operación en la absorción simultánea de *A* y *B*, y estime la relación entre *A* y *B* en el líquido procedente del primer absorbedor.
- 18.10.** Un absorbedor empacado con monturas Intalox de 1 in. opera a 50 °C y 10 atm con una velocidad másica de líquido de 5 veces la velocidad másica del gas. Suponiendo que el gas y el líquido son similares al aire y el agua, ¿qué velocidad másica del gas dará una caída de presión de 0.5 in. de H_2O /ft de empaque? Utilice las correlaciones generalizadas para obtener el efecto del cambio de las propiedades físicas, y aplique una corrección a los datos de la figura 18.4.
- 18.11.** Una columna empacada con Mellapak 250Y es operada a 1 atm con aire y una solución acuosa a $G_x = 8G_y$ y 60% de la velocidad de inundación (véase figura 18.8). a) ¿Cuál es la velocidad superficial del gas y la velocidad másica? b) Si la presión se cambiara a 2 atm, ¿qué velocidad másica y superficial debería utilizarse?
- 18.12.** Una columna empacada se utiliza para remover tolueno a partir de agua por desorción con aire. El agua contiene 600 ppm de tolueno (en peso), y la concentración debe ser reducida a 2 ppm. La columna operará a 20 °C y una presión media de 1.1 atm. La relación de equilibrio es

$$P_{\text{tol}} = 256x$$

donde P_{tol} = presión parcial del tolueno, atm, en la fase gaseosa, y x = fracción molar del tolueno en el líquido. a) Determine la velocidad mínima del aire en g mol/min para una velocidad de agua de 100 L/min. b) Calcule N_{Ox} para una velocidad del aire del doble de la mínima. c) Determine la altura empacada requerida si $H_y = 0.7$ m y $H_x = 0.6$ m.

- 18.13.** Si una columna empacada con monturas Berl de 1 in. es reempacada con anillos metálicos Pall, ¿cuáles serán los principales cambios en las características de operación?
- 18.14.** Calcule la fracción de absorción de oxígeno de una burbuja de 2 mm que se eleva 15 ft en agua pura a 20 °C. Suponga que la burbuja se eleva a su velocidad terminal y tiene el mismo coeficiente externo de transferencia de masa que una esfera rígida. La solubilidad del oxígeno es de 9 mg/L y su difusividad es de 2×10^{-5} cm²/s.
- 18.15.** Se empacará una columna de destilación de benceno-tolueno con un empaque IMTP de $1 \frac{1}{2}$ in. Para las condiciones en la parte más baja de la columna, donde $L/V = 1.3$, ¿cuál es la caída de presión a esa relación?
- 18.16.** Se diseñó un absorbedor de gas en columna empacada para extraer 98% de *A* del aire a un flujo del líquido de 1.2 veces el mínimo. El solvente que ingresa está libre de *A*. a) ¿Cuántas

unidades de transferencia se requieren? b) Si el aire contiene una pequeña cantidad de gas *B*, que sólo es la mitad de soluble que el gas *A*, ¿qué fracción de *B* se absorbe bajo las condiciones del inciso a)?

- 18.17.** Estime el tiempo requerido para la absorción de 90 por ciento de oxígeno de una burbuja de oxígeno de 1 mm que se eleva en agua pura a 20 °C?

REFERENCIAS

1. Cheng, A.T.Y. y G.E. Storms. Trabajo presentado en la *Pardue Industrial Waste Conference*, 1996.
2. Danckwerts. P.V. *Gas-Liquid Reactions*. Nueva York: McGraw-Hill, 1970.
3. Eckert, J.S. *Chem. Eng. Prog.* **66**(3): 39 (1970).
4. Fair, J.F. y J.L. Bravo. *Chem. Eng. Prog.* **86**(1): 19 (1990).
5. Freguia, S. y G.T. Rochelle. *AIChE J.* **49**: 1676 (2003)
6. Gmehling, J., U. Onken y W. Arlt. *Vapor-Liquid Equilibria Data Collection*, vol. 1. Dechema, Frankfurt/Main, 1979.
7. Harriott, P. *Environ. Sci. Tech.* **23**: 309 (1989).
8. Harriott, P. *Chemical Reactor Design*. Nueva York: Marcel Dekker, 2003.
9. Kister, H.Z. y D.R. Gill. *Chem. Eng. Prog.* **87**(2): 32 (1991)
10. Kohl, A. y F. Reisenfeld. *Gas purification*, 2a. ed. Houston: Gulf Publishing, 1974.
11. Lincoff, A.H. y J.M. Gossett. *International Symposium on Gas Transfer at Water Surfaces*. Ithaca, N.Y.: Cornell University, junio de 1983.
12. Metcalf y Eddy, Inc. *Wastewater Engineering*, 4a. ed. Wakefield, Mass.: Metcalf y Eddy, 2003, pp. 437-54.
13. Norton Chemical Process Products Corp., Akron, Ohio, 1987.
14. Perry, D., D.E. Nutter y A. Hale. *Chem. Eng. Prog.* **86**(1): 30 (1990).
15. Perry, J. H. *Chemical Engineers' Handbook*, 6a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1894; a) pp. 3-101; b) pp. 18-23; c) pp. 18-39.
16. Perry, R.H. y D.W. Green (eds.). *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1975, pp. 14-43.
17. Reynolds, T.D. y P. A. Richards. *Unit Operations and Processes in Environmental Engineering*, 2a. ed. Boston: PWS, 1996, p. 500.
18. Robbins, L.A., *Chem. Eng. Prog.* **87**(5): 87 (1991).
19. Sherwood, T.K. y F.A. L. Holloway. *Trans. AIChE* **36**: 21, 39 (1940).
20. Sherwood, T.K., R.L. Pigford y C. R. Wilke. *Mass Transfer*, Nueva York: McGraw-Hill, 1975, p. 442.
21. Shulman, H.L., C.F. Ullrich, A.Z. Proulx y J.O. Zimmerman. *AIChE J.* **1**: 253 (1955).
22. Shulman, H.L., C.F. Ullrich y N. Wells. *AIChE J.* **1**: 247 (1955).
23. Sincero, A.P. y G.A. Sincero. *Environmental Engineering; A Design Approach*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1996, p. 331.
24. Sperandio, A., A. M. Richard y M. Huber. *Chem. Ing. Tech.* **37**: 322 (1965).
25. Spiegel, L. y W. Meier. *I. Chem. E. Symp. Ser.* **104**: A203 (1987).
26. Stedman, D.F. *Trans. AIChE* **33**:153 (1937).
27. Strigle, L., Jr. *Random Packings and Packed Towers*. Houston, Tex.: Gulf Publishing, 1987.
28. VonStockar, U. y C.R. Wilke. *Ind. Eng. Chem. Fund.* **16**: 88, 94 (1977).
29. Whitney, R.P. y J.E. Vivian. *Chem. Eng. Prog.* **45**: 323 (1949).

CAPÍTULO 19

Operaciones de humidificación

Las operaciones de humidificación y deshumidificación implican transferencia de materia entre una fase líquida pura y un gas permanente que es casi insoluble en el líquido. Estas operaciones son algo más sencillas que las de absorción y desorción, ya que el líquido contiene solamente un componente y no hay gradientes de concentración ni resistencia a la transferencia de materia en la fase líquida. Por otra parte, tanto la transferencia de calor como la transferencia de materia son importantes y se condicionan mutuamente. En los capítulos anteriores ambos fenómenos se han tratado en forma separada; aquí y en el secado de sólidos (que se estudiará en el capítulo 24) las dos transferencias transcurren de manera conjunta y tanto la concentración como la temperatura varían simultáneamente.

DEFINICIONES

En las operaciones de humidificación, especialmente cuando se aplican al sistema aire-agua, se recurre con frecuencia a algunas definiciones especiales. La base habitual para los cálculos de ingeniería es una unidad de masa de gas libre de vapor, donde la palabra *vapor* se refiere a la forma gaseosa del componente que también está presente como líquido, mientras que el *gas* es el componente que sólo está presente en forma gaseosa. En este tratamiento se utiliza como base una unidad de masa de gas libre de vapor. En la fase gaseosa, el vapor se referirá como el componente *A* y el gas que permanece como componente *B*. Debido a que las propiedades de la mezcla de gas-vapor varían con la presión total, ésta debe ser fija. Siempre que no se especifique otra cosa, se supone que la presión total es de 1 atm. Además, se supone que las mezclas del gas y del vapor siguen la ley de los gases ideales.

La *humedad* $\mathcal{H}$ es la masa de vapor que acompaña a una unidad de masa de gas libre de vapor. De acuerdo con esta definición, la humedad depende solamente de la presión parcial del vapor en la mezcla cuando se fija la presión total. Si la presión parcial del vapor es p_A atm, la relación molal de vapor al gas a 1 atm es $p_A/(P - p_A)$. La humedad es, por lo tanto,

$$\mathcal{H} = \frac{M_A p_A}{M_B (P - p_A)} \quad (19.1)$$

donde M_A y M_B son los pesos moleculares de los componentes A y B , respectivamente.

La humedad está relacionada con la fracción molar en la fase gaseosa por medio de la ecuación

$$y = \frac{\mathcal{H}/M_A}{1/M_B + \mathcal{H}/M_A} \quad (19.2)$$

Puesto que $\mathcal{H}/M_A$ es generalmente pequeño en comparación con $1/M_B$, con frecuencia se considera que es directamente proporcional a $\mathcal{H}$.

Gas saturado es un gas en el que el vapor está en equilibrio con el líquido a la temperatura del gas. La presión parcial del vapor en un gas saturado es igual a la presión de vapor del líquido a la temperatura del gas. Si $\mathcal{H}_s$ es la humedad de saturación y P'_A es la presión de vapor del líquido,

$$\mathcal{H}_s = \frac{M_A P'_A}{M_B (P - P'_A)} \quad (19.3)$$

La *humedad relativa* $\mathcal{H}_R$ se define como la relación entre la presión parcial del vapor y la presión de vapor del líquido a la temperatura del gas. Generalmente se expresa sobre una base porcentual, de forma que 100% de humedad significa a gas saturado y 0% de humedad corresponde a gas libre de vapor. Por definición

$$\mathcal{H}_R = 100 \frac{p_A}{p'_A} \quad (19.4)$$

El *porcentaje de la humedad* $\mathcal{H}_A$ es la relación entre la humedad real $\mathcal{H}$ y la humedad de saturación $\mathcal{H}_s$ a la temperatura del gas sobre una base porcentual, o

$$\mathcal{H}_A = 100 \frac{\mathcal{H}}{\mathcal{H}_s} = 100 \frac{p_A / (P - p_A)}{P'_A / (P - P'_A)} = \mathcal{H}_R \frac{P - P'_A}{P - p_A} \quad (19.5)$$

Para todas las humedades diferentes de 0 o 100%, el porcentaje de humedad es menor que la humedad relativa.

El *calor húmedo* c_s es la energía calorífica necesaria para aumentar la temperatura de 1 g o 1 lb de gas y cualquier vapor que pueda estar contenido, en 1 °C o 1 °F. Por lo tanto,

$$c_s = c_{pB} + c_{pA} \mathcal{H} \quad (19.6)$$

donde c_{pB} y c_{pA} son los calores específicos del gas y del vapor, respectivamente.

El *volumen húmedo* v_H es el volumen total de una unidad de masa de gas libre de vapor, más el vapor que pueda estar contenido con él, a 1 atm y a la temperatura del gas. De acuerdo con la ley de los gases y los valores del volumen molar estándar (véase el capítulo 1, página 10), v_H en unidades está relacionado con la humedad y la temperatura por medio de la ecuación

$$v_H = \frac{0.0224T}{273} \left(\frac{1}{M_B} + \frac{\mathcal{H}}{M_A} \right) \quad (19.7a)$$

donde v_H está en metros cúbicos por gramo y T en grados Kelvin. En unidades fps la ecuación es

$$v_H = \frac{359T}{492} \left(\frac{1}{M_B} + \frac{\mathcal{H}}{M_A} \right) \quad (19.7b)$$

donde v_H está en pies cúbicos por libra y T en grados Rankine. Para el gas libre de vapor $\mathcal{H} = 0$, y v_H es el volumen específico del gas permanente. Para gas saturado $\mathcal{H} = \mathcal{H}$ y v_H corresponde al *volumen de saturación*.

El *punto de rocío* es la temperatura a la que es preciso enfriar (a humedad constante) una mezcla vapor-gas para que se sature. El punto de rocío de una fase gaseosa saturada es igual a la temperatura del gas.

La *entalpía total* H_y es la entalpía de una unidad de masa de gas más el vapor que le acompaña. Para calcular H_y es preciso elegir dos estados de referencia, uno para el gas y otro para el vapor. Sea T_0 la temperatura de referencia elegida para ambos componentes, basados en la entalpía del componente A en el líquido A a T_0 . (Para la mayoría de los problemas aire-agua $T_0 = 32^\circ\text{F}$.) Sea la temperatura del gas T y la humedad $\mathcal{H}$. La entalpía total es la suma de tres términos: el calor sensible del vapor, el calor latente del líquido a T_0 y el calor sensible del gas libre de vapor. Por lo tanto,

$$H_y = c_{pB}(T - T_0) + \mathcal{H}\lambda_0 + c_{pA}\mathcal{H}(T - T_0) \quad (19.8)$$

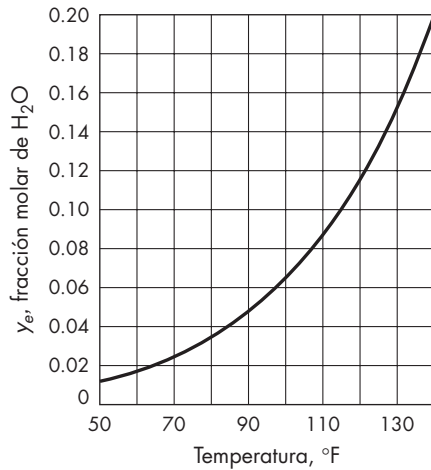
donde λ_0 es el calor latente del líquido a T_0 . A partir de la ecuación (19.6) resulta

$$H_y = c_s(T - T_0) + \mathcal{H}\lambda_0 \quad (19.9)$$

Equilibrio entre fases

En las operaciones de humidificación y deshumidificación, la fase líquida es un solo componente puro. La presión parcial de equilibrio del soluto en la fase gaseosa es, por tanto, función exclusiva de la temperatura cuando la presión total del sistema se mantiene constante. Por otra parte, a presiones moderadas, la presión parcial de equilibrio es casi independiente de la presión total y virtualmente igual a la presión de vapor de líquido. De acuerdo con la ley de Dalton, la presión parcial de equilibrio puede convertirse en la fracción molar de equilibrio y_e en la fase gaseosa. Puesto que el líquido es puro, x_e es siempre la unidad. Los datos de equilibrio con frecuencia se presentan como gráficas de y_e frente a la temperatura para una presión total dada, tal como se muestra en la figura 19.1 para el sistema aire-agua a 1 atm. La fracción molar de equilibrio y_e está relacionada con la humedad de saturación por medio de la ecuación (19.2); por lo tanto,

$$y_e = \frac{\mathcal{H}_s/M_A}{1/M_B + \mathcal{H}_s/M_A} \quad (19.10)$$

**FIGURA 19.1**

Equilibrio para el sistema aire-agua a 1 atm.

Saturador adiabático

El agua es a menudo rociada dentro de una corriente de gas en una tubería o en una cámara para llevar al gas a la saturación. La tubería o la cámara son aisladas, por lo que el proceso es adiabático. El gas, con una humedad inicial $\mathcal{H}$ y temperatura T , es enfriado y humidificado. Si no se evapora toda el agua y hay tiempo suficiente para que el gas llegue a un equilibrio con el agua, a la temperatura de salida del gas se le llama *temperatura de saturación adiabática* T_s . El líquido que queda está también a T_s y puede ser recirculado a las boquillas del rociador. El valor de T_s depende de la temperatura y la humedad inicial del aire y, en un menor grado, de la temperatura inicial del agua. Para simplificar el análisis, se supone que el agua se suministra a la temperatura T_s .

Conviene aplicar un balance de entalpía al proceso. El trabajo de la bomba se desprecia y el balance de entalpía se basa en T_s como una temperatura de referencia. Puesto que la entalpía del líquido de reposición es cero, la entalpía total del gas que entra es igual a la del gas que sale. El gas que sale está a la temperatura de referencia y su entalpía es simplemente $\mathcal{H}_s \lambda_s$, donde $\mathcal{H}_s$ es la humedad de saturación y λ_s es el calor latente, ambos a T_s . A partir de la ecuación (19.9) la entalpía total del gas que entra es $c_s(T - T_s) + \mathcal{H}\lambda_s$, y el balance de entalpía es

$$c_s(T - T_s) + \mathcal{H}\lambda_s = \mathcal{H}_s \lambda_s$$

$$\text{o} \quad \frac{\mathcal{H}_s - \mathcal{H}}{T - T_s} = \frac{c_s}{\lambda_s} = \frac{c_{pB} + c_{pA} \mathcal{H}}{\lambda_s} \quad (19.11)$$

Para encontrar la temperatura de saturación adiabática para gases diferentes que el aire se utiliza un balance de calor similar a la ecuación (19.11). Sin embargo, es más conveniente utilizar las capacidades caloríficas molares, como en el siguiente ejemplo.

La ecuación (19.11) no se puede resolver directamente para la temperatura de saturación adiabática T_s , puesto que $\mathcal{H}_s$, c_s y λ_s son todas funciones de T_s . Por lo tanto, T_s se obtiene por un cálculo de prueba y error, o, en el caso de un sistema aire-agua, por el uso de gráficas de humedad.

EJEMPLO 19.1 Un conducto de gas a 320 °F y 1 atm se va a enfriar por medio de aspersión de agua. El gas contiene 14% de CO₂, 7% de H₂O, 3% de O₂ y 76% de N₂. a) Calcule la temperatura de saturación adiabática si el agua rociada entra a 80 °F. b) Repita el proceso para agua que entra a T_s .

Solución

a) Base: 100 mol de gas. Suponga que T_s es 120 °F y evalúe la capacidad calorífica molar C_p para cada gas a $(320 + 120)/2 = 220$ °F.

Gas	Número de moles n	Calor específico molar C_p	nC_p
CO ₂	14	9.72	136.08
H ₂ O	7	8.11	56.77
O ₂	3	7.14	21.42
N ₂	76	6.98	530.48
	$\Sigma n = 100$		$\Sigma nC_p = 744.75$

Haciendo un balance de calor para z moles de agua evaporada:

$$\begin{aligned}\sum nC_p(T - T_s) &= z\lambda_s + 18z(120 - 80) \\ &= z(\lambda_s + 720)\end{aligned}$$

A 120 °F, según el apéndice 7,

$$\lambda_s = 1\,025.5 \times 18 = 18\,459 \text{ Btu/lb mol}$$

$$\text{Entonces } 744.75(320 - 120) = z(18\,459 + 720) = 19\,179z$$

$$z = 7.77$$

Total de moles de agua en el gas de salida: $7 + 7.77 = 14.77$

Fracción molar de agua en el gas de salida:

$$y = \frac{14.77}{107.77} = 0.137$$

A partir de la figura 19.1, el valor de saturación y_s a 120 °F es 0.115. Por lo tanto, la temperatura de saturación debe ser mayor que 120 °F, puesto que una estimación mayor de T_s reducirá y y aumentará y_s .

Utilice la figura 19.1 para una nueva estimación de T_s . Para $y_e = 0.137$, $T_s = 126$ °F. Entonces $\lambda_s = 1\,022.1 \times 18 = 18\,398$ Btu/lb mol. Despreciando los cambios en ΣnC_p , se obtiene

$$\begin{aligned}744.75(320 - 126) &= z[18\,398 + 18(126 - 80)] = 19\,226z \\ z &= 7.51\end{aligned}$$

Total de moles de agua: $7 + 7.51 = 14.51$

$$y = \frac{14.51}{107.51} = 0.135$$

Esto es todavía más cercano a 0.137, así que $T_s \cong 126^\circ\text{F}$.

b) El último término del balance de calor disminuye si $T_{\text{entrada}} = T_s$. Para $T_s = 126^\circ\text{F}$,

$$744.75(320 - 126) = z(18\,398)$$

$$z = 7.85$$

$$y = \frac{7.85 + 7}{107.51} = 0.138$$

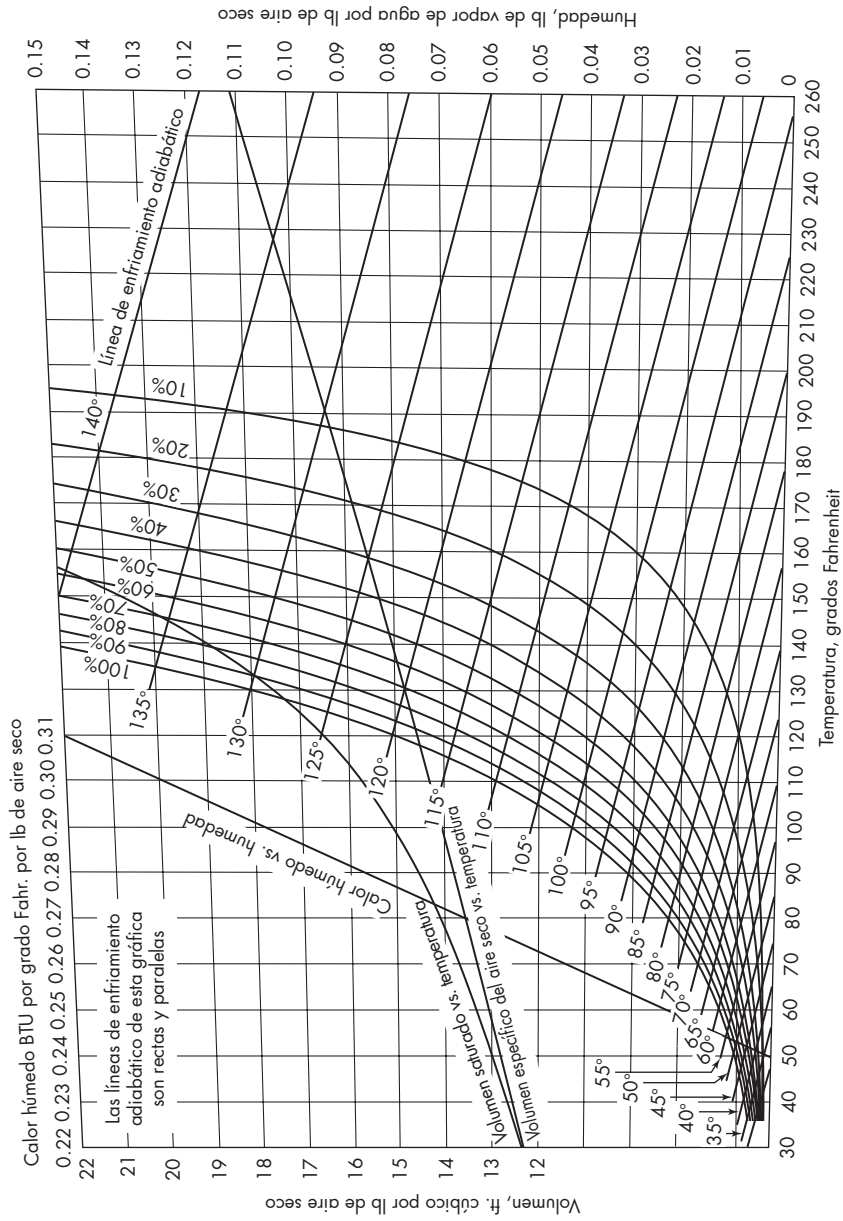
La temperatura de saturación debe ser ligeramente mayor que 126°F , pero la diferencia es despreciable. Se necesitará más exactitud en la información de la presión de vapor para encontrar la temperatura de saturación con una variación de 0.1°F .

CARTA (O GRÁFICA) DE HUMEDAD

Un diagrama apropiado para mostrar las propiedades de las mezclas de un gas permanente y un vapor condensable es la gráfica de humedad. En la figura 19.2 se presenta una gráfica para mezclas de aire y agua a 1 atm. Se han propuesto muchas formas para tales gráficas. La figura 19.2 está basada en la gráfica de Grosvenor.²

En la figura 19.2 se ha representado en forma gráfica la temperatura en el eje de las abscisas y la humedad en el de las ordenadas. Cualquier punto de la gráfica representa una mezcla definida de aire y agua. La línea curva marcada con 100% representa la humedad de aire saturado en función de la temperatura del aire. Utilizando la presión de vapor del agua, las coordenadas de los puntos de esta línea se obtienen a partir de la ecuación (19.3). Cualquier punto por encima y a la izquierda de la línea de saturación representa una mezcla de aire saturado y agua líquida. Esta región solamente es importante para comprobar la formación de niebla. Cualquier punto por debajo de la línea de saturación representa aire no saturado, y un punto sobre el eje de temperaturas representa aire seco. Las líneas curvas situadas entre la línea de saturación y el eje de temperaturas, marcadas con porcentajes enteros, representan mezclas de aire y agua de *porcentajes de humedad* definidas. Tal como indica la ecuación (19.5), la interpolación lineal entre la línea de saturación y el eje de temperaturas permite localizar las líneas de porcentaje de humedad constante.

Las líneas oblicuas que descienden hacia la derecha de la línea de saturación son las llamadas *líneas de enfriamiento adiabático*. Son representaciones gráficas de la ecuación (19.11), trazadas cada una de ellas para un valor constante dado de la temperatura de saturación adiabática. Para un valor determinado de T_s , tanto H_s como λ_s son fijos, y la línea de $\mathcal{H}$ frente a T se puede representar asignando valores a $\mathcal{H}$ y calculando los correspondientes valores de T . La ecuación (19.11) pone de manifiesto que la pendiente de la línea de enfriamiento adiabático, cuando se traza sobre coordenadas verdaderamente rectangulares, es $-c_s/\lambda_s$, de acuerdo con la ecuación (19.6); esta pendiente depende de la humedad. Por lo tanto, en coordenadas rectangulares las líneas de enfriamiento adiabático no son rectas ni paralelas. En la figura 19.2 se han distorsionado suficientemente las ordenadas para hacer que las líneas adiabáticas sean rectas y paralelas, de forma que la interpolación entre ellas se realice con facilidad. Los extremos de las líneas adiabáticas se identifican con las correspondientes temperaturas de saturación adiabática.

**FIGURA 19.2**

Gráfica de humedad. Aire-agua a 1 atm.

Uso de la gráfica de humedad

La utilidad de la gráfica de humedad como fuente de datos para una mezcla definida de aire-agua se aprecia en la figura 19.3, que es una porción de la gráfica de la figura 19.2. Suponga, por ejemplo, que una determinada corriente de aire no saturado tiene una temperatura T_1 y un porcentaje de humedad $\mathcal{H}_{A1}$. El punto a representa este aire en la gráfica y corresponde a la intersección de la línea de la temperatura constante para T_1 con la línea de porcentaje de humedad constante para $\mathcal{H}_{A1}$. La humedad $\mathcal{H}_1$ del aire viene dada por el punto b , que es la coordenada de humedad del punto a . El punto de rocío se obtiene siguiendo la línea de humedad constante que pasa por el punto a hasta el punto c , situado sobre la línea de 100%. El punto de rocío se lee entonces en el punto d en el eje de temperatura. La temperatura de saturación adiabática es la temperatura que se aplica

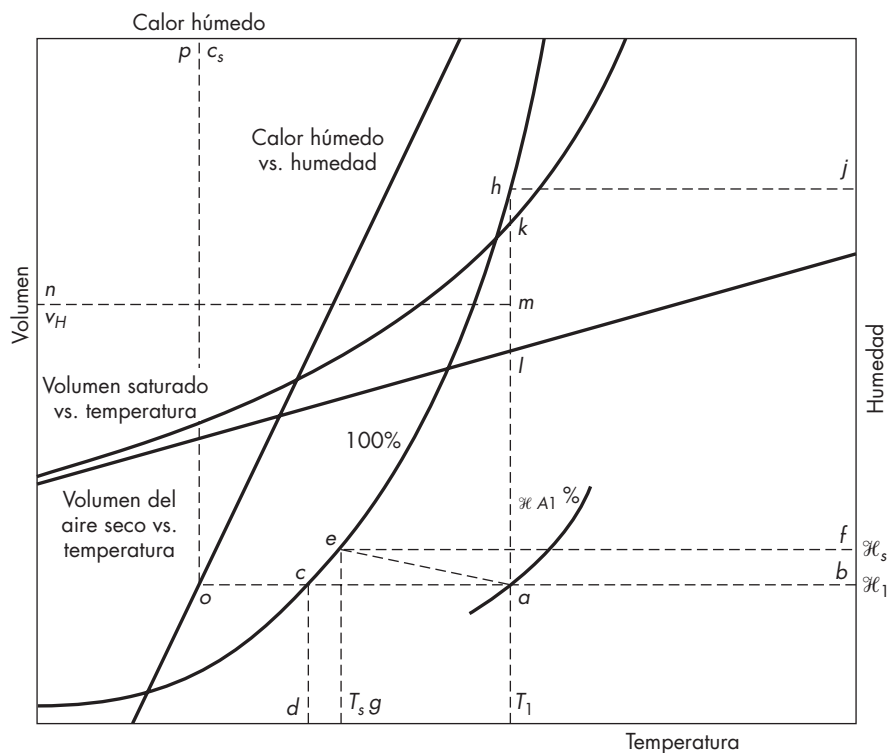


FIGURA 19.3
Uso de la gráfica de humedad.

a la línea de enfriamiento adiabático a través del punto a . La humedad a la saturación adiabática se encuentra siguiendo la línea de saturación adiabática a través del punto a hasta su intersección e en la línea de 100%, y leyendo la humedad $\mathcal{H}_s$ del punto f sobre la escala de humedad. Tal vez será necesario efectuar una interpolación entre las líneas adiabáticas. La temperatura de saturación adiabática T_s viene dada por el punto g . Si el aire original se satura subsecuentemente a temperatura constante, la humedad después de la saturación se obtiene siguiendo la línea de temperatura constante que pasa por el punto a hasta el punto h , situado sobre la línea de 100% y leyendo la humedad en el punto j .

El volumen húmedo del aire original se encuentra localizando los puntos k y l sobre las curvas para los volúmenes saturado y seco, respectivamente, correspondientes a la temperatura T_1 . El punto m se obtiene entonces desplazándose a lo largo de la línea lk una distancia $(\mathcal{H}_A / 100) \overline{kl}$ desde el punto l , donde $\overline{kl}$ es el segmento comprendido entre los puntos l y k . El volumen húmedo v_H viene dado por el punto n en las escalas de volúmenes. El calor húmedo del aire se obtiene localizando el punto o , es decir, la intersección de la línea de humedad constante que pasa por el punto a con la línea del calor húmedo, y leyendo el calor húmedo c_s del punto p sobre la escala superior.

EJEMPLO 19.2 La temperatura y el punto de rocío del aire que entra en un secador son 150 y 60 °F (65.6 y 15.6 °C), respectivamente. ¿Qué datos adicionales se pueden obtener a partir de la gráfica de humedad?

Solución El punto de rocío es la coordenada de temperatura de la línea de saturación correspondiente a la humedad del aire. La humedad de saturación para una temperatura de 60 °F es 0.011 lb de agua por libra (0.011 g/g) de aire seco, y ésta es la humedad del aire. A partir de la temperatura y la humedad del aire se localiza el punto representativo del aire en la gráfica. Para $\mathcal{H} = 0.011$ y $T = 150$ °F, por interpolación se encuentra que el porcentaje de humedad $\mathcal{H}_A$ es 5.2%. La línea de enfriamiento adiabático que pasa por este punto interseca a la línea de 100% en 85 °F (29.4 °C), y ésta es la temperatura de saturación adiabática. La humedad del aire saturado a esta temperatura es 0.026 lb de agua por libra (0.026 g/g) de aire seco. El calor húmedo del aire es 0.245 Btu/lb de aire seco · °F (1.03 J/g · °C). El volumen del aire saturado a 150 °F es 20.7 ft³/lb (1.29 m³/kg) de aire seco, y el volumen específico del aire seco a 150 °F es 15.35 ft³/lb (0.958 m³/kg). Por lo tanto, el volumen húmedo es

$$v_H = 15.35 + \frac{0.011 \times 359}{18} \left(\frac{610}{492} \right) = 15.62 \text{ ft}^3 / \text{lb aire seco} \left(0.978 \text{ m}^3 / \text{kg} \right)$$

Gráficas de humedad para sistemas distintos del aire-agua

Es posible elaborar una gráfica de humedad para cualquier sistema en función de la presión total que se desee. Los datos que se requieren son la presión de vapor y el calor latente de vaporización del componente condensable en función de la temperatura, los calores específicos del gas y el vapor puros, así como los pesos moleculares de ambos componentes. Si se requiere de una gráfica sobre una base molar, se pueden modificar fácilmente todas las ecuaciones para utilizar unidades molares. Si se desea trazar una gráfica a una presión diferente de 1 atm, habrá que realizar algunas modificaciones obvias en las ecuaciones anteriores. Se han publicado cartas para diversos sistemas de uso común diferentes del aire-agua.⁵

TEMPERATURA DEL BULBO HÚMEDO

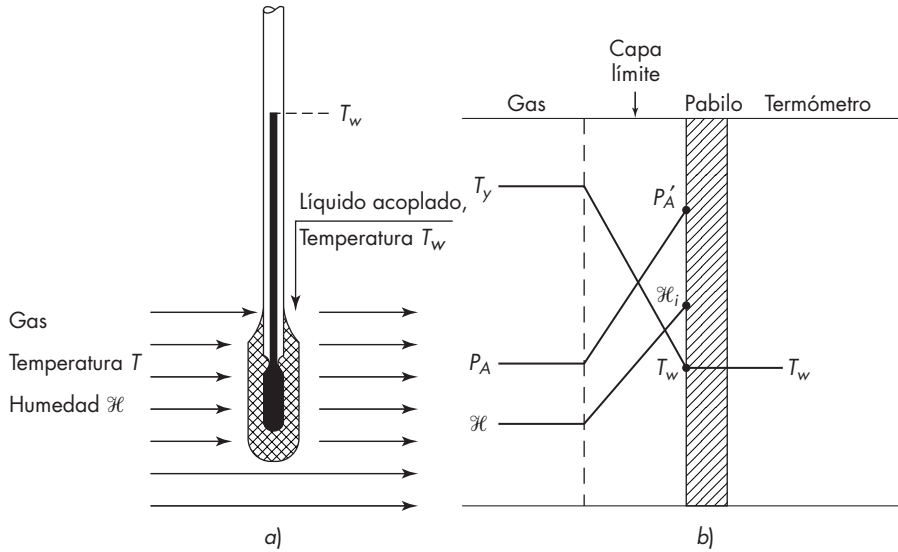
Las propiedades que se han considerado hasta ahora y que se representan en las gráficas de humedad son magnitudes estáticas o de equilibrio. También son importantes las velocidades con las que la materia y el calor se transfieren entre las fases del gas y el líquido en situaciones de no equilibrio. Las fuerzas impulsoras para la transferencia de materia y calor son las diferencias de concentración y temperatura, las cuales son predecibles utilizando una cantidad llamada temperatura del bulbo húmedo.

La temperatura del bulbo húmedo es la temperatura de no equilibrio que en estado estacionario alcanza una pequeña masa de líquido cuando se encuentra sumergido, en condiciones adiabáticas, en una corriente de gas. Puesto que el flujo de gas es continuo, las propiedades de éste son constantes y por lo regular se evalúan en condiciones de entrada. Si el gas no está saturado, parte del líquido se evapora, enfriando el líquido restante hasta que la velocidad de transferencia de calor hacia el líquido balancea el calor necesario para la evaporación. La temperatura del líquido cuando se alcanza el estado estacionario es la temperatura del bulbo húmedo.

El método para medir la temperatura del bulbo húmedo se ilustra en la figura 19.4a. Un termómetro o un dispositivo equivalente para medir la temperatura, tal como un termopar, se recubre con un pabito, el cual es saturado con un líquido puro y se sumerge en una corriente de gas a una temperatura T y una humedad $\mathcal{H}$ definidas. Suponga que la temperatura inicial del líquido es próxima a la del gas. Puesto que el gas no está saturado, el líquido se evapora; y debido a que el proceso es adiabático, el calor latente es suministrado en principio por el enfriamiento del líquido. A medida que la temperatura del líquido disminuye por debajo de la del gas, se produce una transferencia de calor sensible hacia el líquido. Finalmente se alcanza un estado estacionario a una temperatura del líquido tal, que el calor requerido para evaporar el líquido y calentar el vapor hasta la temperatura del gas es exactamente compensado por el calor sensible transferido desde el gas hacia el líquido. Esta temperatura de estado estacionario se representa por T_w , y recibe el nombre de *temperatura del bulbo húmedo*. Es una función de T y $\mathcal{H}$. En la figura 19.4b se muestran los gradientes de temperatura y de concentración en estado estacionario.

Para medir con precisión la temperatura del bulbo húmedo es necesario tomar tres precauciones: 1) el pabito debe estar totalmente húmedo, de forma que no existan áreas secas del pabito que estén en contacto con el gas; 2) la velocidad del gas ha de ser suficientemente grande (por lo menos de 5 m/s) para asegurar que la velocidad de flujo de calor por radiación desde los alrededores más calientes hacia el bulbo es despreciable en comparación con la velocidad del flujo de calor sensible por conducción y convección desde el gas hacia el bulbo, y 3) el líquido acoplado que se suministra al bulbo debe estar a la temperatura del bulbo húmedo. Cuando se toman estas precauciones, la temperatura del bulbo húmedo es independiente de la velocidad del gas para un amplio intervalo de velocidades de flujo.

La temperatura del bulbo húmedo se asemeja superficialmente a la temperatura de saturación adiabática T_s . Por supuesto, para mezclas aire-agua las dos temperaturas son prácticamente iguales. Sin embargo, esto es una coincidencia y no se cumple con otras mezclas distintas de aire y agua. La temperatura de bulbo húmedo difiere fundamentalmente de la temperatura de saturación adiabática. La temperatura y la humedad del gas varían durante la saturación adiabática, y el punto final está en verdadero equilibrio en vez de un estado estacionario dinámico.

**FIGURA 19.4**

a) Termómetro de bulbo húmedo; b) gradientes en la capa límite de gas.

Por lo general, junto con el bulbo húmedo, se utiliza un termómetro no recubierto para medir T , la temperatura real del gas, que recibe el nombre de *temperatura del bulbo seco*.

Teoría de la temperatura del bulbo húmedo

A la temperatura del bulbo húmedo, la velocidad de transferencia de calor desde el gas hacia el líquido puede igualarse al producto de la velocidad de evaporación por la suma del calor latente de evaporación a la temperatura T_w y el calor sensible del vapor. Puesto que la radiación es despreciable, el balance se escribe

$$q = M_A N_A [\lambda_w + c_{pA}(T - T_w)] \quad (19.12)$$

donde q = velocidad de transferencia de calor sensible hacia el líquido

N_A = velocidad molar de vaporización

λ_w = calor latente de líquido a la temperatura del bulbo húmedo T_w

La velocidad de transferencia de calor se expresa en función del área, de la caída de temperatura y de un coeficiente efectivo de transferencia de calor en la forma habitual, o sea

$$q = h_y(T - T_i)A \quad (19.13)$$

donde h_y = coeficiente de transferencia de calor entre el gas y la superficie del líquido

T_i = temperatura de la superficie de contacto

A = área de la superficie del líquido

La velocidad de transferencia de masa se expresa en función del coeficiente de transferencia de masa, del área y de la fuerza impulsora en fracción mol de vapor, es decir

$$N_A = \frac{k_y}{(1-y)_L} (y_i - y) A \quad (19.14)$$

donde N_A = velocidad molar de transferencia del vapor
 y_i = fracción mol del vapor en la superficie de contacto
 y = fracción mol del vapor en la corriente de aire
 k_y = coeficiente de transferencia de masa, mol por unidad de área por unidad de fracción mol
 $(1-y)_L$ = factor para la difusión en un solo sentido

Si el pabalo está totalmente húmedo y no se observan puntos secos, toda el área del pabalo está disponible tanto para la transferencia de calor como para la transferencia de masa y las áreas de las ecuaciones (19.13) y (19.14) son iguales. Como la temperatura del líquido es constante, no son necesarios gradientes de temperatura en el líquido que actúen como fuerzas impulsoras de la transferencia de calor dentro del mismo, la superficie del líquido está a la misma temperatura que el interior, y la temperatura de la superficie del líquido T_i es igual a T_w . Puesto que el líquido es puro, no hay gradientes de concentración, y considerando que existe equilibrio entre la superficie de contacto, y_i es la fracción mol de vapor en el gas saturado a la temperatura T_w . Resulta conveniente sustituir los términos de fracción mol de la ecuación (19.14) por humedades mediante el empleo de la ecuación (19.12), teniendo en cuenta que y_i corresponde a $\mathcal{H}_w$, la humedad de saturación a la temperatura del bulbo húmedo. [Véase ecuación (19.10).] A continuación se sustituye q de la ecuación (19.13) y N_A de la ecuación (19.14) en la ecuación (19.12) para obtener

$$h_y (T - T_w) = \frac{k_y}{(1-y)_L} \left(\frac{\mathcal{H}_w}{1/M_B + \mathcal{H}_w/M_A} - \frac{\mathcal{H}}{1/M_B + \mathcal{H}/M_A} \right) \times [\lambda_w + c_{pA} (T - T_w)] \quad (19.15)$$

La ecuación (19.15) puede simplificarse, sin un error importante, en el intervalo habitual de temperatura y humedad en la siguiente forma: 1) el factor $(1-y)_L$ es prácticamente la unidad y puede omitirse; 2) el término de calor sensible $C_{pA} (T - T_w)$ es pequeño en comparación con λ_w y es despreciable, y 3) los términos $\mathcal{H}_w/M_A$ y $\mathcal{H}/M_A$ son pequeños comparados con $1/M_B$ y pueden eliminarse de los denominadores de los términos de humedad. Con estas simplificaciones la ecuación (19.15) se transforma en

$$h_y (T - T_w) = M_B k_y \lambda_w (\mathcal{H}_w - \mathcal{H})$$

o

$$\frac{\mathcal{H} - \mathcal{H}_w}{T - T_w} = - \frac{h_y}{M_B k_y \lambda_w} \quad (19.16)$$

Para una temperatura de bulbo húmedo dada, λ_w y $\mathcal{H}_w$ son fijos. Por lo tanto, la relación entre $\mathcal{H}$ y T depende de la relación h_y/k_y . La estrecha analogía entre la transferencia de masa y transferencia de calor proporciona información considerable sobre la magnitud de esta relación y los factores que la afectan.

En el capítulo 12 se vio que la transferencia de calor por conducción y convección entre una corriente de fluido y la frontera de un sólido o un líquido depende del número de Reynolds DG/μ y el número de Prandtl $c_p \mu/k$. Por otra parte, tal como se explicó en el capítulo 17, el coeficiente de transferencia de masa depende del número de Reynolds y del número de Schmidt $\mu/\rho D_v$. En el mismo capítulo se explicó también que las velocidades de transferencia de masa y de transferencia de calor, cuando estos procesos están bajo el control de la misma capa límite, vienen dadas por ecuaciones que son idénticas en la forma. Para flujo turbulento de la corriente gaseosa estas ecuaciones son

$$\frac{h_y}{c_p G} = b \text{Re}^n \text{Pr}^m \quad (19.17)$$

$$\text{y} \quad \frac{\bar{M} k_y}{G} = b \text{Re}^n \text{Sc}^m \quad (19.18)$$

donde b, n, m = constantes

$\bar{M}$ = peso molecular promedio de la corriente gaseosa

Al sustituir h_y de la ecuación (19.17) y k_y de la ecuación (19.18) en la ecuación (19.16), y suponiendo que $\bar{M} = M_B$, se obtiene

$$\frac{\mathcal{H} - \mathcal{H}_w}{T - T_w} = - \frac{h_y}{M_B k_y \lambda_w} = - \frac{c_p}{\lambda_w} \left(\frac{\text{Sc}}{\text{Pr}} \right)^m \quad (19.19)$$

$$\text{y} \quad \frac{h_y}{M_B k_y} = c_p \left(\frac{\text{Sc}}{\text{Pr}} \right)^m \quad (19.20)$$

Si m se toma como $\frac{2}{3}$, el valor predicho de $h_y/M_B k_y$ para aire en agua es $0.24(0.62/0.71)^{2/3}$, o $0.22 \text{ Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$ ($0.92 \text{ J/g} \cdot ^\circ\text{C}$). El valor experimental⁶ es $0.26 \text{ Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$ ($1.09 \text{ J/g} \cdot ^\circ\text{C}$), algo mayor que lo predicho, debido a la transferencia de calor por radiación. En el caso de líquidos orgánicos en aire, dicho valor es mayor y está comprendido en el intervalo de 0.4 a 0.5 $\text{Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$ (1.6 a $2.0 \text{ J/g} \cdot ^\circ\text{C}$). La diferencia, tal como indica la ecuación (19.20), se debe a las diferentes relaciones de los números de Prandtl y Schmidt para agua y vapores orgánicos.

Línea psicrométrica y relación de Lewis

Para una determinada temperatura del bulbo húmedo, la ecuación (19.19) se representa en la gráfica de humedad como una línea recta de pendiente $-h_y/M_B k_y \lambda_w$ que intersecta la línea de 100% a T_w . Esta línea recibe el nombre de *línea psicrométrica*. Cuando una línea psicrométrica, de acuerdo con la ecuación (19.19), y una línea de saturación adiabática, de acuerdo con la ecuación (19.11), se grafican para el mismo punto de la curva de 100%, la relación entre ambas líneas depende de las magnitudes relativas de c_s y $h_y/M_B k_y$.

Para el sistema aire-agua en condiciones ordinarias, el calor húmedo c_s es casi igual al calor específico c_p , y la siguiente ecuación se aproxima mucho a la realidad:

$$\frac{h_y}{M_B k_y} \cong c_s \quad (19.21)$$

La ecuación (19.21) se conoce como *relación de Lewis*.⁴ Cuando esta relación se mantiene, la línea psicrométrica y la línea de saturación adiabática son en esencia iguales. Por lo tanto, en la figura 19.2, donde se representa el sistema aire-agua, se utiliza la misma línea para ambas. Para otros sistemas es preciso utilizar líneas diferentes para las líneas psicrométricas. Para casi todas las mezclas de aire y vapores orgánicos, las líneas psicrométricas presentan pendientes más acusadas que las líneas de saturación adiabática, y la temperatura del bulbo húmedo de cualquier mezcla no saturada es mayor que la temperatura de saturación adiabática.

Medida de la humedad

La humedad de una corriente o masa de gas se obtiene midiendo el punto de rocío o la temperatura del bulbo húmedo, o bien, por métodos directos de absorción.

Métodos del punto de rocío. Si un disco de pulido y enfriado previamente se introduce en un gas de humedad desconocida y su temperatura va disminuyendo en forma gradual, el disco alcanza una temperatura en la cual se condensa humedad sobre la superficie pulida. La temperatura a la que comienza a empañarse la superficie es la temperatura de equilibrio entre el vapor en el gas y la fase líquida. Por lo tanto, corresponde al punto de rocío. La comprobación se realiza aumentando lentamente la temperatura del disco hasta alcanzar un valor al cual justo desaparece el empañado. A partir del valor promedio de las temperaturas de formación y desaparición del empañado se lee fácilmente la humedad en la gráfica correspondiente.

Métodos psicrométricos. Un método empleado a menudo para medir la humedad consiste en determinar simultáneamente las temperaturas del bulbo seco y del bulbo húmedo. A partir de estas lecturas, la humedad se encuentra localizando la intersección de la línea psicrométrica con la línea de saturación para el valor observado de la temperatura del bulbo húmedo y siguiendo la línea psicrométrica hasta su intersección con la ordenada correspondiente a la temperatura del bulbo seco.

Métodos directos. El contenido de vapor del gas se puede determinar por análisis directo de un volumen conocido de gas mediante una técnica analítica adecuada.

TORRES DE ENFRIAMIENTO

Cuando se pone en contacto un líquido caliente con un gas insaturado, parte del líquido se evapora y la temperatura del mismo desciende. La aplicación más importante de este principio se encuentra en el uso de las torres de enfriamiento para disminuir la temperatura de agua recirculada que usan los condensadores e intercambiadores de calor en plantas químicas, plantas de energía y unidades de aire acondicionado. Las torres de enfriamiento son columnas de un gran diámetro con tipos de empaque especiales diseñados para ofrecer un buen contacto líquido-gas con una baja caída de presión. El agua caliente se distribuye sobre el empaque por medio de boquillas aspersoras o por una rejilla con tubos o bateas con muescas. El aire pasa a través del empaque por medio de ventiladores de tiro forzado o inducido, o en ciertos diseños es arrastrado por convección natural. En las enormes

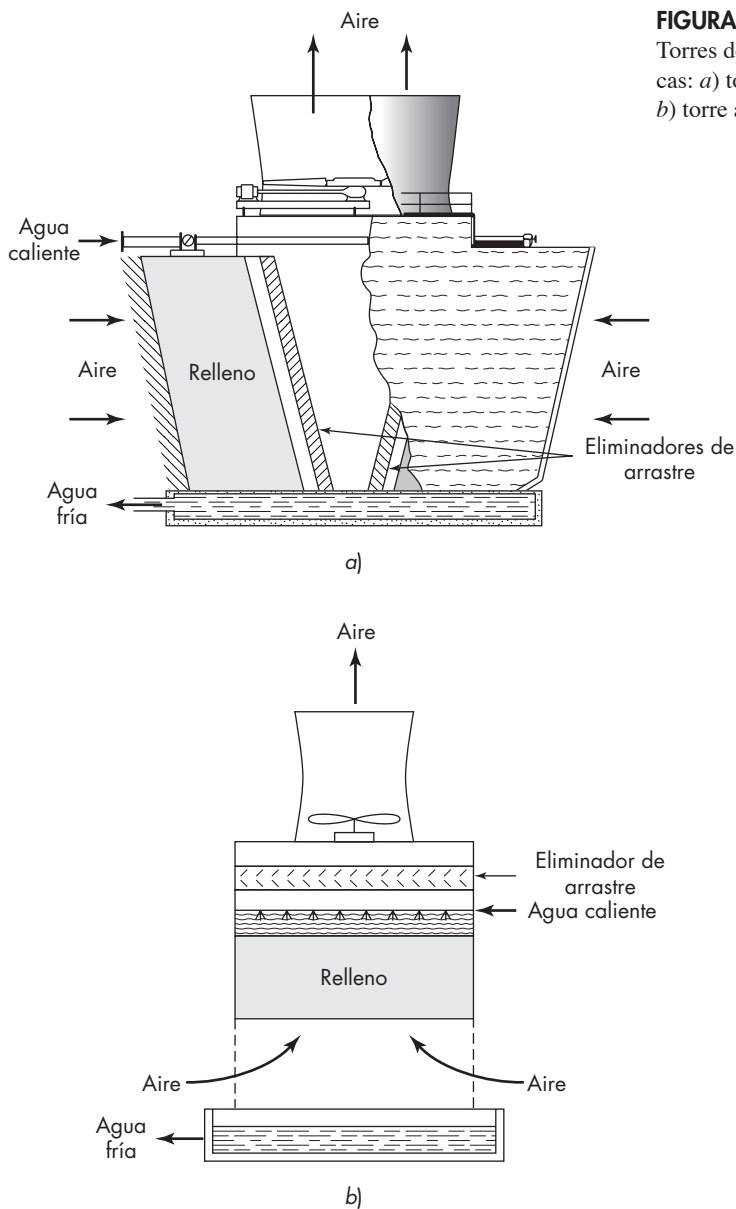
torres de concreto de tiro natural, usadas principalmente en conjunto con plantas de energía, el empaque ocupa sólo la sección de la base; el resto de la torre funciona como una chimenea para crear el flujo de aire. Véase figura 19.5.

En la figura 19.6 se muestran dos de los mayores tipos de torres enfriadoras de tiro forzado. El material preferido para empaque es poliéster corrugado reforzado con vidrio.⁸ En la torre de flujo cruzado, que es rectangular en su sección transversal, el aire pasa horizontalmente a través de las camas inclinadas de empaque o relleno, en tanto que el agua fluye hacia abajo. Rejillas de ventilación inclinadas evitan el escape de gotas de agua hacia el exterior y deflectores angulados, llamados eliminadores de arrastre, capturan la mayoría de las pequeñas gotas de agua que están suspendidas en el aire de salida. El aire es impulsado a través de la torre por un ventilador del tipo de propela con varias aspas. En las grandes unidades, se puede modificar el ángulo de inclinación de las palas



FIGURA 19.5

Torre de enfriamiento de tiro natural (cortesía de Joseph Gonyeau, P.E., www.nucleartourist.com.)

**FIGURA 19.6**

Torres de enfriamiento típicas: a) torre de flujo cruzado; b) torre a contracorriente.

para variar el flujo de aire. El ventilador con frecuencia se localiza en la garganta de un cilindro de forma venturi que favorece un flujo suave del aire hacia el ventilador y ofrece cierta recuperación de presión en la sección de expansión. El cilindro también descarga el aire húmedo muy por encima del nivel del suelo, lo que disminuye la posibilidad de recirculación hacia la entrada de aire.³ Este tipo de cilindro recuperador de presión se usa principalmente con grandes torres de enfriamiento.

En las torres a contraflujo (contracorriente), el aire entra por debajo de la capa de relleno y circula en contracorriente ascendente hacia el flujo de agua descendente. Ésta es una distribución más eficiente para la transferencia de calor y permite una mayor aproximación de la temperatura, como se mostró en el capítulo 15 para los intercambiadores de calor a contracorriente y flujo cruzado. La torre a contraflujo se utiliza con un ventilador de corriente de aire forzada colocado en la base de la torre, pero es necesario que exista un gran espacio debajo del relleno para una buena distribución de aire.

En torres más antiguas, el empaque consistía de secoya horizontal o tablillas de ciprés separadas de tal forma que el agua en el relleno de las tablillas podía salpicar y las gotas eran interceptadas en la siguiente capa de empaque. Los rellenos de tipo salpicadura todavía se utilizan en algunas torres de flujo cruzado, pero se emplean barras en forma de V de cloruro de polivinilo en lugar de tablillas de madera.⁸ La caída de presión es menor debido a que el flujo de aire es paralelo a las barras o tablillas, y la estructura abierta permite que la inspección y la limpieza sean relativamente fáciles. El empaque de tipo salpicadura no se recomienda para torres a contracorriente.

El tipo de empaque más común para nuevas instalaciones es el relleno celular o el empaque tipo película, que consiste en láminas acanaladas de plástico semejantes a las que se utilizan en los intercambiadores de calor de tipo placa. El agua fluye sobre la superficie del empaque, proporcionando más área de transferencia por unidad de volumen que los empaques de tipo salpicadura. Las láminas de plástico están separadas en un espacio de $\frac{3}{4}$ a 1.0 in. (18 a 25 mm) para permitir velocidades *elevadas de flujo* de aire y agua con sólo una caída de presión moderada. La profundidad del relleno es sólo de unos cuantos pies, es decir, una pequeña fracción de la altura total de la unidad. Cuando se utilizan rellenos celulares, la consideración anterior es especialmente importante a fin de obtener una adecuada distribución de agua en la parte superior, puesto que la redistribución no ocurre de manera natural, como en el caso de los empaques empaquetados de manera aleatoria.

La reducción de la temperatura del agua en la torre de enfriamiento se produce principalmente por evaporación, y aun cuando la temperatura del aire sea baja, también se registra cierta transferencia del calor sensible hacia el aire. Sin embargo, incluso cuando el aire está más caliente que el agua, es posible que el agua se enfríe por evaporación si la temperatura del bulbo húmedo es inferior que la del agua. En la práctica, la temperatura de descarga del agua es de 5 a 15°F (3 a 8°C) por encima de la temperatura del bulbo húmedo, y esta diferencia se conoce como la *aproximación*. El cambio en la temperatura del agua desde la entrada hasta la salida se conoce como el *intervalo*, y éste es generalmente de 10 a 30°F (6 a 17°C).⁷

La pérdida de agua por evaporación durante el enfriamiento es pequeña. Puesto que se requiere de aproximadamente 1 000 Btu para vaporizar 1 lb de agua, y 50 lb se deben enfriar a 20 °F para proporcionar 1 000 Btu, un intervalo de 20 °F lo que significa una pérdida por evaporación de 2%. Además hay pérdidas de las gotas esparcidas, referidas como desplazamiento o efecto del viento, pero en una torre bien diseñada esta cantidad es sólo de alrededor de 0.2%. La composición o cantidad total del agua suministrada debe ser igual a la de evaporación y las pérdidas de desplazamiento más la cantidad de purga o expulsión necesaria para limitar la formación de sales disueltas.

Las torres de enfriamiento se seleccionan generalmente después de consultar con los fabricantes del equipo y tomando en cuenta diversos factores tales como el requerimiento de calor máximo y promedio, el intervalo de temperatura necesario, la disponibilidad y la

calidad del agua y las condiciones climáticas locales. La torre se diseña con frecuencia para satisfacer las condiciones más extremas, como cuando la temperatura del bulbo húmedo excede un cierto límite algunos días al año. Los datos de clima detallados para los propósitos de diseño que consideran todas las regiones de Estados Unidos están disponibles por la Marley Cooling Tower Company³ o por agencias gubernamentales.

Teoría de las torres de enfriamiento a contracorriente

Cuando se mide la temperatura de bulbo húmedo, la transferencia de calor y la transferencia de masa tienen lugar en un estado estacionario con gradientes como se muestran en la figura 19.4*b*. El flujo del calor hacia la superficie de contacto concuerda con el que es necesario para la evaporación del agua que se difunde como vapor dentro de la masa global del gas. No hay un gradiente significativo en el líquido, el cual permanece a una temperatura constante. En contraste, en una torre de enfriamiento, la temperatura del agua varía cuando las gotas pasan a través de la torre, y esto es necesario para considerar el flujo de calor en la fase líquida, así como la transferencia de calor y masa en el gas.

Los gradientes típicos en el fondo (parte inferior) y en la parte superior de la torre de enfriamiento están representados en la figura 19.7. En el fondo, la temperatura del aire puede ser mayor que la temperatura del agua (figura 19.7*a*), pero el agua se comienza a enfriar, porque la temperatura de la superficie de contacto T_i es menor que la temperatura global del agua T_x . La humedad en la superficie de contacto es mayor que en la masa global del gas, el cual proporciona una fuerza impulsora para la transferencia de masa del vapor de agua. Si la temperatura del aire a la entrada es menor que la temperatura del agua a la salida, como se representa en la figura 19.7*b*, los gradientes son similares en forma, pero existe menor transferencia del calor sensible a través de la película gaseosa. En todos los casos, la temperatura de la superficie de contacto debe ser superior a la temperatura del bulbo húmedo, puesto que si $T_x = T_w$, todos los calores de vaporización deben provenir del gas, y no existirá gradiente de temperatura en el agua ni enfriamiento del agua.

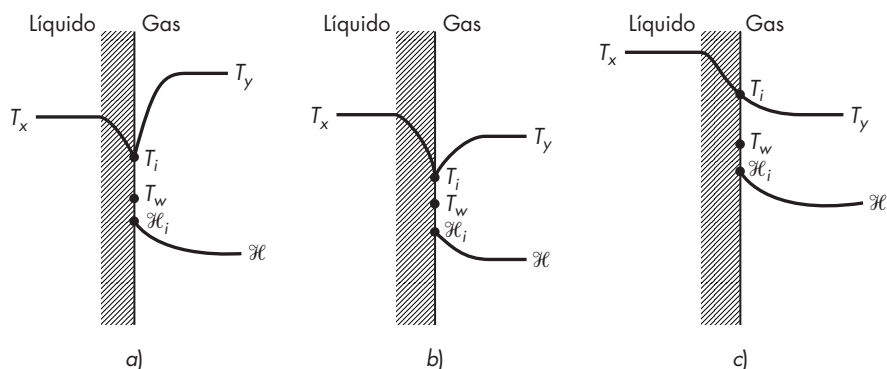


FIGURA 19.7

Condiciones en la torre de enfriamiento: *a*), *b*) en el fondo de la torre; *c*) en la parte superior de la torre.

A medida que el aire pasa hacia arriba de la torre, la temperatura del aire podría disminuir para una distancia corta, pero eventualmente se irá incrementando en forma gradual cuando el aire más caliente entra en contacto con el agua más caliente. En la parte superior, los gradientes deben ser como los que se muestran en la figura 19.7c. El calor transferido del agua a la superficie de contacto se utiliza para calentar el aire, así como para proveer el calor de vaporización, aunque el agua enfriada a causa de la evaporación que la que proviene de la transferencia de calor sensible al aire. La temperatura del gas a la salida tiene por lo regular unos grados Fahrenheit menos que la temperatura del agua de entrada.

Ecuaciones para el análisis de la torre de enfriamiento

Considere la torre de enfriamiento a contracorriente que se muestra en la figura 19.8. El aire a la humedad $\mathcal{H}_b$ y a la temperatura T_{yb} entra por el fondo de la torre y sale por la parte superior con una humedad $\mathcal{H}_a$ y a una temperatura T_{ya} . El agua entra por la parte superior a la temperatura T_{xa} y sale por el fondo a la temperatura T_{xb} . La velocidad másica del aire es G'_y , la masa del aire libre de vapor por hora y por unidad de la sección transversal de la torre. Las velocidades másicas del agua a la entrada y a la salida son, respectivamente, G_{xa} y G_{xb} . A una distancia Z del fondo a la zona de contacto, las temperaturas del aire y del agua son T_y y T_x , y la humedad es $\mathcal{H}$. En la superficie de contacto gas-líquido, la temperatura es T_i y la humedad $\mathcal{H}_i$. Suponga por conveniencia que la temperatura de la superficie de contacto es mayor que la temperatura del gas, como se muestra en la figura 19.7c. (La siguiente derivación es válida sólo si $T_i < T_y$.)

Un balance de entalpía para una sección corta de la torre dZ es

$$G'_y dH_y = d(G_x H_x) \quad (19.22)$$

Puesto que la variación en la velocidad del líquido en la torre es sólo de 1 a 2%, se supone que G_x es constante.

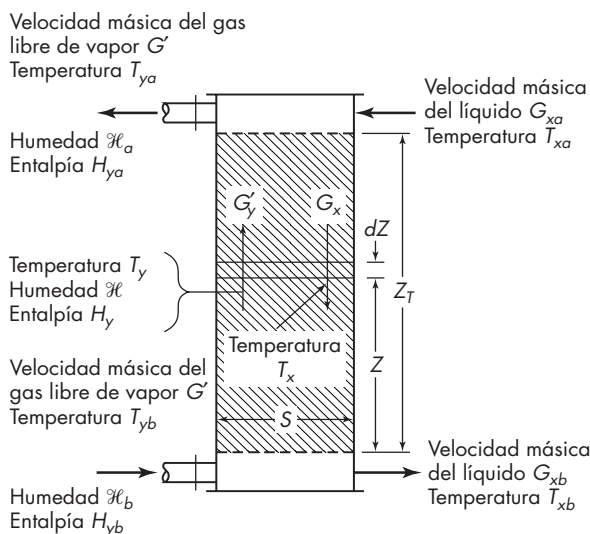


FIGURA 19.8

Diagrama de flujo para un contactor gas-líquido en contracorriente.

$$G'_y dH_y = G_x c_L dT_x \quad (19.23)$$

La variación en la entalpía del gas es la variación en el calor sensible más la variación en la humedad multiplicada por el calor de vaporización.

$$dH_y = c_s dT_y + \lambda_0 d\mathcal{H} \quad (19.24)$$

donde λ_0 = calor de vaporización a 32 °F.

La entalpía del aire saturado es

$$H_{y,\text{sat}} = c_s (T_y - 32) + \lambda_0 \mathcal{H}_s \quad (19.25)$$

El balance global de energía para la torre es

$$G'_y (H_a - H_b) = G_x c_L (T_{xa} - T_{xb}) \quad (19.26)$$

En un punto intermedio de la torre, el balance de entalpía es

$$G'_y (H_a - H_y) = G_x c_L (T_{xa} - T_x) \quad (19.27)$$

La ecuación (19.27) es la línea de operación para la torre, y se representa como una línea recta de pendiente $G_x c_L / G'_y$ en una gráfica de la entalpía del aire *versus* la temperatura del agua en la figura 19.9. La línea de equilibrio proporciona la entalpía de aire saturado con vapor de agua [ecuación (19.25)] como una función de la temperatura. El diagrama de entalpía-temperatura para la torre de enfriamiento es similar al de la columna de desorción, pero se transfiere energía, en lugar de un soluto, desde el agua hacia el aire. Para temperaturas de agua dadas y las condiciones del aire a la entrada, hay una velocidad mínima de aire que corresponde a la línea de operación que exactamente toca la línea de equilibrio, como se observa en la figura 19.9. A causa de la curvatura de la línea de equilibrio, la velocidad mínima de aire a veces se determina por una línea tangente a la curva. Por lo general se escoge la velocidad del aire de 1.2 a 2.0 veces el valor mínimo.

La altura requerida del empaque para una torre de enfriamiento se determina utilizando el diagrama de la línea de operación-línea de equilibrio y un coeficiente global basado en una fuerza impulsora de la entalpía. Para demostrar que esto es válido, se examinan las ecuaciones de la velocidad para el sistema aire-agua.

La velocidad de la transferencia del calor sensible del agua a la superficie de contacto es

$$G_x c_L dT_x = h_x a (T_x - T_i) dZ \quad (19.28)$$

donde $h_x a$ = coeficiente volumétrico de transferencia de calor para el líquido. La velocidad de la transferencia de calor de la superficie de contacto al gas es

$$G'_y c_s dT_y = h_y a (T_i - T_y) dZ \quad (19.29)$$

donde $h_y a$ = coeficiente volumétrico de transferencia de calor para el gas.

La velocidad de transferencia de masa del vapor de agua a través de la película gaseosa se expresa primero en la forma normal, utilizando una velocidad de flujo molar y una fuerza impulsora de la fracción molar. Para un gas diluido se supone que $(1 - y)_L \cong 1.0$.

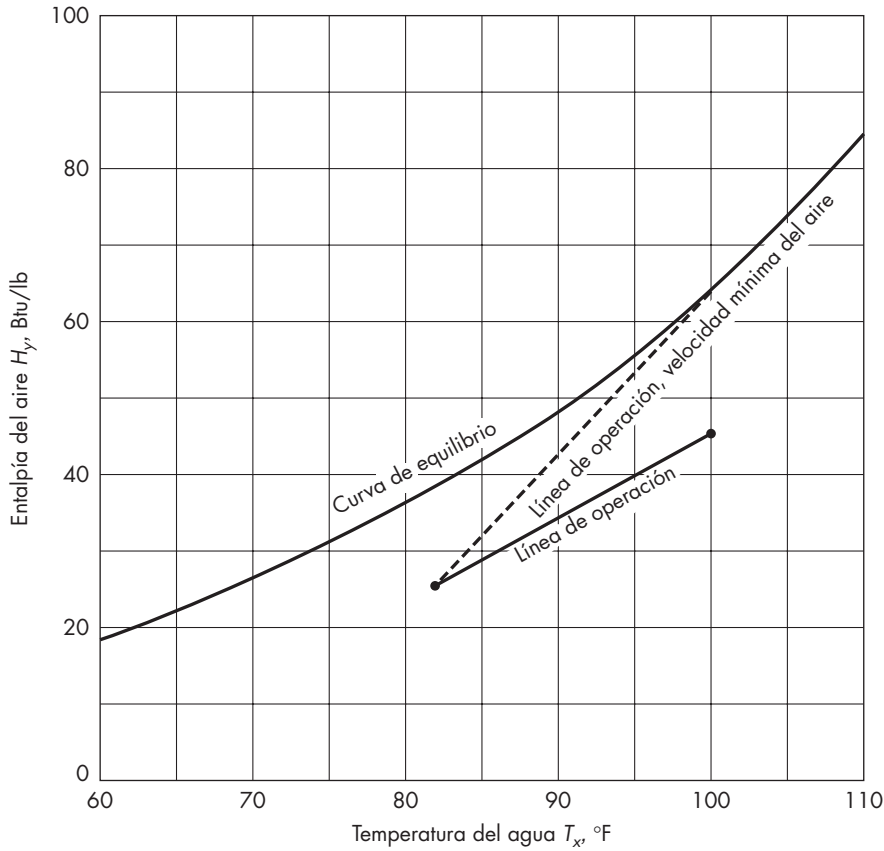
**FIGURA 19.9**

Diagrama de operación para una torre de enfriamiento; gráfica de la entalpía del aire contra la temperatura del agua.

$$G_M dy = k_y a (y_i - y) dZ \quad (19.30)$$

Puesto que para la baja humedad del aire, $G_M \cong G'_y/M_B$, donde M_B es el peso molecular del gas inerte (aire), y es aproximadamente proporcional a $\mathcal{H}$ y $\mathcal{H}/M_A \ll 1/M_B$, la ecuación (19.30) cambia a

$$G'_y d\mathcal{H} = k_y a M_B (\mathcal{H}_i - \mathcal{H}) dZ \quad (19.31)$$

Se supone que los términos a en $h_x a$, $h_y a$ y $k_y a$ son idénticos.

La ecuación (19.31) se convierte a una base de energía multiplicándola por λ_0 .

$$G'_y \lambda_0 d\mathcal{H} = k_y a M_B \lambda_0 (\mathcal{H}_i - \mathcal{H}) dZ \quad (19.32)$$

Al combinar las ecuaciones (19.32) y (19.29) se obtiene

$$G'_y (\lambda_0 d\mathcal{H} + c_s dT_y) = [k_y a M_B \lambda_0 (\mathcal{H}_i - \mathcal{H}) + h_y a (T_i - T_y)] dZ \quad (19.33)$$

La relación de Lewis $h_y = c_s M_B k_y$ se utiliza para reemplazar $h_y a$ en el término entre corchetes de la ecuación (19.33)

$$G'_y (\lambda_0 d\mathcal{H} + c_s dT_y) = k_y a M_B [\lambda_0 (\mathcal{H}_i - \mathcal{H}) + c_s (T_i - T_y)] dZ \quad (19.34)$$

Partiendo de que el término entre paréntesis del lado izquierdo es la variación diferencial de la entalpía y el término entre corchetes es la diferencia de entalpía, la ecuación (19.34) se convierte en

$$G'_y dH_y = k_y a M_B (H_i - H_y) dZ \quad (19.35)$$

De esta manera, la velocidad del cambio de la entalpía del gas es proporcional a la diferencia entre la entalpía en la superficie de contacto y la de la masa global del gas, y el coeficiente de transferencia es el coeficiente de transferencia normal de la película gaseosa multiplicado por M_B , puesto que G'_y y H están basados en masa, no en moles.

Para determinar las condiciones en la superficie de contacto, la velocidad de transferencia de calor en la película líquida se iguala al cambio de la entalpía del gas.

$$h_x a (T_x - T_i) dZ = k_y a M_B (H_i - H_y) dZ \quad (19.36)$$

$$\text{o} \quad \frac{H_i - H_y}{T_i - T_x} = - \frac{h_x a}{k_y a M_B} \quad (19.37)$$

Así, una línea vinculatoria desde el punto H_i, T_i en la curva de equilibrio al punto H_y, T_x en la línea de operación, tiene una pendiente $-h_x a / k_y a M_B$. Construyendo líneas vinculatorias de esta pendiente para diferentes valores de H_i , es posible integrar la ecuación (19.35) para obtener la altura global.

$$\int \frac{dH_y}{H_i - H_y} = \frac{k_y a M_B Z_T}{G'_y} \quad (19.38)$$

Sin embargo, en la mayoría de los empaques, no hay correlaciones publicadas para $h_x a$ y $k_y a$, por lo que conviene utilizar una aproximación simple basada en un coeficiente global y una fuerza impulsora de entalpía global.

$$G'_y dH_y = K_y a (H_y^* - H_y) dZ \quad (19.39)$$

$$\text{donde} \quad \frac{1}{K_y a} = \frac{1}{k_y a M_B} + \frac{m}{h_x a}$$

$$m = \frac{dH^*}{dT} = \text{pendiente de la línea de equilibrio}$$

H_y^* = entalpía del gas en equilibrio con el líquido a una temperatura T_x

El número de unidades de transferencia y la altura de una unidad de transferencia se definen de la misma manera que en el caso de la absorción de gases.

$$\int \frac{dH_y}{H_y^* - H_y} = N_{Oy} = \frac{Z_T}{H_{Oy}} \quad (19.40)$$

donde $H_{Oy} = G'_y/(K_y a)$.

Es probable que el uso de un coeficiente global de la fase gaseosa introduzca algún error en el diseño o análisis del funcionamiento de la torre de enfriamiento, debido a que la pendiente de la línea de equilibrio varía con la temperatura. Como se muestra en la figura 19.10, la pendiente se incrementa de 30 a 40% por un cambio en la temperatura de 10 °F. Sin embargo, la película gaseosa tiene la mayor resistencia, así que el cambio en $K_y a$ con la temperatura es relativamente pequeño. Con relleno celular en las velocidades del flujo normal, el valor de H_{Oy} es por lo regular de 2 a 3 ft (0.6 a 1 m). H_{Oy} será de 10 a 20 ft (3 a 6 m)¹ para torres antiguas con tablas de madera.

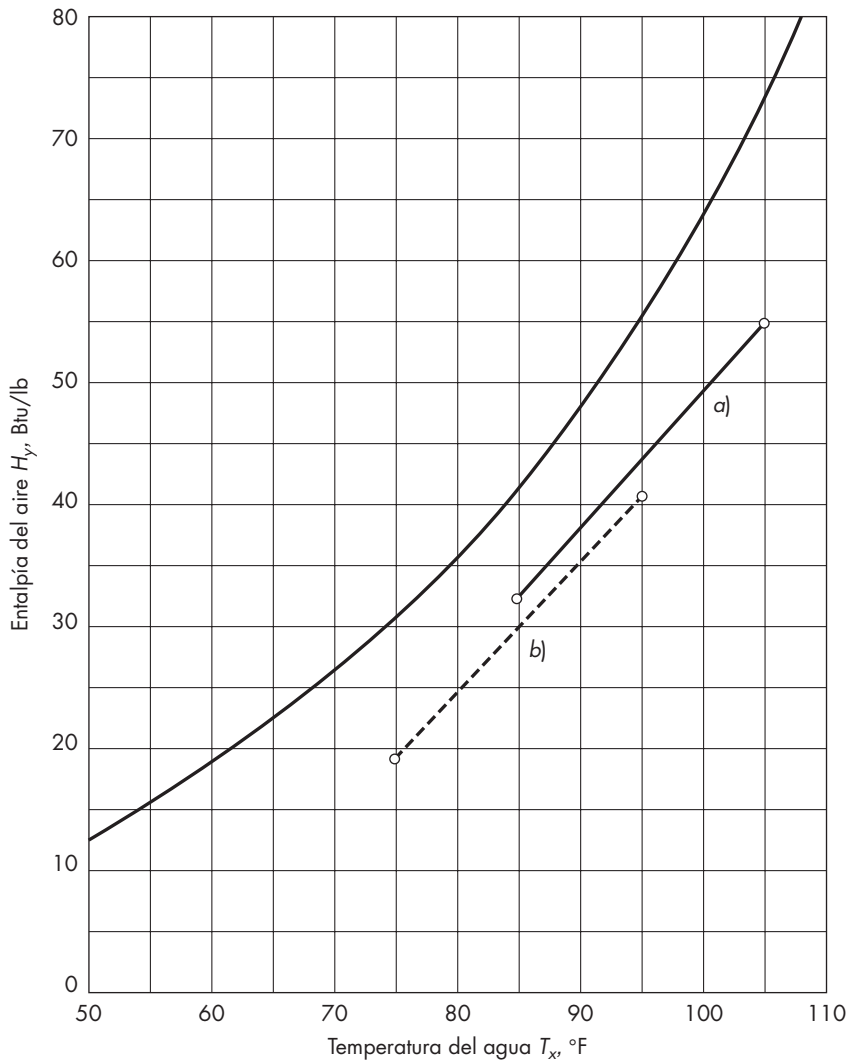


FIGURA 19.10
Diagrama de operación
para el ejemplo 19.3.

Aunque los detalles del diseño de las torres de enfriamiento por lo regular se dejan a los especialistas, los efectos de las variaciones en las condiciones del clima en el funcionamiento de una torre existente son fácilmente predecibles. A partir de la información para las condiciones normales, se hace un balance de energía a manera de comprobación, y el número de unidades de transferencia global se calcula utilizando un diagrama de entalpía. Una nueva línea de operación se localiza entonces por tanteo para obtener el mismo número de unidades de transferencia. Esto se ilustra en el ejemplo 19.3.

EJEMPLO 19.3 Una torre de enfriamiento de desplazamiento inducida a contracorriente opera con las temperaturas de entrada y salida del agua de 105 y 85 °F, respectivamente, cuando el aire tiene unas temperaturas de bulbo seco y de bulbo húmedo, respectivamente, de 90 y 76 °F. La torre tiene un relleno de plástico apilado de 4 ft, y las velocidades de flujo son $G_y = 2000 \text{ lb/h} \cdot \text{ft}^2$ y $G_x = 2200 \text{ lb/h} \cdot \text{ft}^2$. *a)* Determine el número de unidades de transferencia, la altura de la unidad de transferencia con base en la fuerza impulsora de la fase gaseosa global, y la temperatura de aproximación. *b)* Si la carga de enfriamiento es la misma, pero la temperatura del aire desciende a 70 °F con una temperatura de bulbo húmedo de 60 °F, calcule la temperatura del agua y la temperatura de aproximación.

Solución

a) A partir de la carta psicrométrica (figura 19.2) se determinan la humedad y el calor húmedo de entrada

$$\mathcal{H}_b = 0.017 \text{ lb agua/lb de aire} \quad \mathcal{H}_R = \frac{0.017}{0.031} \times 100 = 55\%$$

$$c_s = 0.248 \text{ Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$$

$$H_b = 0.248(90 - 32) + 1075(0.017) = 32.7 \text{ Btu/lb}$$

$$2200(1.0)(105 - 85) = 2000(H_a - 32.7)$$

$$H_a = 54.7 \text{ Btu/lb}$$

Los puntos $T_{xa} = 105$, $H_a = 54.7$ y $T_{xb} = 85$, $H_b = 32.7$ se grafican en la figura 19.10 como los puntos finales de la línea de operación. El número de unidades de transferencia se obtiene determinando la fuerza impulsora a la mitad de la columna y utilizando la media logarítmica ΔH a fin de obtener el número de unidades de transferencia para cada sección.

T_x	H^*	H	$H^* - H$	$\overline{(H^* - H)}_L$	ΔN
85	41.5	32.7	8.8		
95	55.5	43.7	11.8	10.2	1.08
105	73	54.7	18.3	14.8	0.74
					$N_{Oy} = 1.82$

$$H_{Oy} = \frac{4}{1.82} = 2.2 \text{ ft}$$

La temperatura de aproximación es $85 - 76 = 9^\circ\text{F}$

b) Para $T_y = 70^\circ\text{F}$ y $T_w = 60^\circ\text{F}$,

$$\mathcal{H}_b = 0.009 \quad c_s = 0.244$$

$$H_b = 0.244(70 - 32) + 1075(0.009) = 18.9 \text{ Btu/lb}$$

Para la misma carga de enfriamiento y flujos de agua y aire constantes

$$2\,200(1.0)(20) = 2\,000(H_a - 18.9)$$

$$H_a = 18.9 + 22 = 40.9$$

La línea de operación se localiza por tanteo para dar el mismo número de unidades de transferencia. Para $T_{xa} = 95^\circ\text{F}$, $T_{xb} = 75^\circ\text{F}$, $N_{Oy} = 1.78$, que es muy cercano a 1.82. La línea de operación se representa como una línea punteada en la figura 19.9. La aproximación de la temperatura de bulbo húmedo es

$$T_{xb} - T_w = 75 - 60 = 15^\circ\text{F}$$

La posición de la línea de operación depende mucho de la temperatura del bulbo húmedo del aire que entra, debido a que esto fija la entalpía del aire. Las variaciones de temperatura del bulbo seco casi no tienen efecto. Si el aire está saturado al 100%, el enfriamiento tendrá lugar en la medida en que la temperatura del agua rebase la temperatura del bulbo húmedo. En la práctica, las torres no están diseñadas para operar con una temperatura de aproximación menor a 5°F (2.8°C), y son más comunes las aproximaciones de 10 a 15°F (5.6 a 8.3°C). Como resulta evidente en el ejemplo 19.3, la temperatura de bulbo húmedo desciende por debajo de la temperatura del agua que sale, pero la temperatura de aproximación se incrementa a causa de la curvatura de la línea de equilibrio.

Si la velocidad del gas o del líquido varían, se esperan algunas variaciones en el número de unidades de transferencia. El coeficiente de la película gaseosa se incrementa con la potencia de alrededor de 0.8 de la velocidad del gas, así que si la película gaseosa es la que controla, H_{Oy} aumenta con la potencia 0.2 de G'_y . Al disminuir la velocidad del líquido se registra un aumento en H_{Oy} a causa de la humectación incompleta del empaque.

SÍMBOLOS

A	Área de la superficie del líquido, m^2 o ft^2
a	Área de transferencia, m^2/m^3 o ft^2/ft^3
b	Constante en las ecuaciones (19.17) y (19.18)
C_p	Calor molar específico, $\text{J/g mol} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/lb mol} \cdot ^\circ\text{F}$
c_L	Calor específico del líquido, $\text{J/g} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$
c_p	Calor específico, $\text{J/g} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$; c_{pA} , c_{pB} , de los componentes A y B , respectivamente
c_s	Calor húmedo, $\text{J/g} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$
D	Diámetro, m o ft
D_v	Difusividad, m^2/h , cm^2/s , o ft^2/h
G	Velocidad másica, $\text{kg}/\text{m}^2 \cdot \text{h}$ o $\text{lb}/\text{ft}^2 \cdot \text{h}$; G_x , del líquido en cualquier punto; G_{xa} , del líquido a la entrada; G_{xb} , del líquido a la salida; G'_y , del gas, masa de gas libre de vapor por unidad de área de la sección transversal de la torre por hora
G_M	Velocidad másica molar, $\text{kg mol}/\text{m}^2 \cdot \text{h}$ o $\text{lb mol}/\text{ft}^2 \cdot \text{h}$
H	Entalpía, J/g o Btu/lb ; H_x , del líquido; H_y , del gas; H_{xa} , H_{yb} , del gas a la entrada y salida, respectivamente; H^* , valor de equilibrio; H_y^* , del gas en equilibrio con el líquido
H_{Oy}	Altura de una unidad de transferencia, m o ft , global, basada en la fase gaseosa

$\mathcal{H}$	Humedad, masa de vapor por unidad de masa de gas libre de vapor; $\mathcal{H}_a$, en la parte superior del contactor; $\mathcal{H}_b$, en el fondo del contactor; $\mathcal{H}_i$, en la superficie de contacto gas-líquido; $\mathcal{H}_s$, humedad de saturación; $\mathcal{H}_w$, humedad de saturación para la temperatura del bulbo húmedo
$\mathcal{H}_A$	Porcentaje de humedad, $100\mathcal{H}/\mathcal{H}_s$
$\mathcal{H}_R$	Humedad relativa, $100 p_A/P'_A$
h	Coefficiente de transferencia de calor, $\text{W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}$; h_x , del lado del líquido; h_y , del lado del gas
$K_y a$	Coefficiente volumétrico global de transferencia de masa basado en la fase gaseosa
k	Conductividad térmica, $\text{W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$
k_y	Coefficiente de transferencia de masa, $\text{g mol/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{unidad de fracción mol}$ o $\text{lb mol/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{unidad de fracción mol}$
M	Peso molecular; M_A, M_B , de los componentes A y B , respectivamente; $\bar{M}$, peso molecular promedio de la corriente gaseosa
m	Exponente en las ecuaciones (19.17) y (19.18); también, pendiente de la línea de equilibrio
N	Número de unidades de transferencia; N_{Oy} , global, basada en la fase gaseosa
N_A	Velocidad de transferencia o de vaporización del líquido, mol/h
n	Exponente en las ecuaciones (19.17) y (19.18); también número de moles (ejemplo 19.1)
P	Presión, atm; P'_A , presión de vapor del líquido
Pr	Número de Prandtl, $c_p \mu / k$
p_A	Presión parcial de vapor, atm
q	Velocidad de transferencia de calor sensible hacia el líquido, W o Btu/h
Re	Número de Reynolds, DG/μ
Sc	Número de Schmidt, $\mu/(\rho D_v)$
T	Temperatura, K, $^\circ\text{C}$, $^\circ\text{R}$ o $^\circ\text{F}$; T_i , en la superficie de contacto gas-líquido; T_s , temperatura de saturación adiabática; T_w , temperatura del bulbo húmedo; T_x , de la masa global del líquido; T_{xa} , del líquido en la parte superior del contactor; T_{xb} , del líquido en el fondo del contactor; T_y , de la masa global del gas; T_{ya} , del gas en la parte superior del contactor; T_{yb} , del gas en el fondo del contactor; T_0 , temperatura de referencia para el cálculo de entalpía
v_H	Volumen húmedo, m^3/kg o ft^3/lb
x	Fracción mol del componente gaseoso en la corriente líquida; x_e , valor de equilibrio
y	Fracción mol del componente líquido en la corriente gaseosa; y_e , valor de equilibrio; y_i , en la superficie de contacto gas-líquido; y_s , valor de saturación
$(1-y)_L$	Factor de difusión en un solo sentido
Z	Distancia desde el fondo de la zona de contacto, m o ft; Z_T , altura total de la sección de contacto
z	Número de moles del agua evaporada (ejemplo 19.1)

Letras griegas

λ	Calor latente de vaporización, J/g o Btu/lb ; λ_s , para T_s ; λ_w , para T_w ; λ_0 , para T_0
μ	Viscosidad, cP o $\text{lb/ft} \cdot \text{h}$
ρ	Densidad del gas, kg/m^3 o lb/ft^3

PROBLEMAS

- 19.1.** Un método para separar acetona de acetato de celulosa consiste en pasar una corriente de aire sobre las fibras de acetato de celulosa. Para conocer las propiedades de las mezclas aire-acetona, el departamento de control del proceso necesita una gráfica de humedad para el sistema aire-acetona. Después de una investigación, se encontró que sería satisfactorio un intervalo de humedad de 0 a 6.0 y de temperatura de 5 a 55 °C. Trace las siguientes regiones de una gráfica de humedad para el sistema aire-acetona a la presión total de 760 de mm de Hg: *a)* líneas de humedad porcentual para 50 a 100%; *b)* volumen saturado *versus* temperatura; *c)* calor latente de la acetona *versus* temperatura; *d)* calor húmedo *versus* humedad; *e)* líneas de enfriamiento adiabático para temperaturas de saturación adiabática de 20 y 40 °C, y *f)* líneas de temperatura del bulbo húmedo (psicrométricas), para temperaturas del bulbo húmedo de 20 y 40 °C. Los datos necesarios se presentan en la tabla 19.1. Para el vapor de acetona, $c_p = 1.47 \text{ J/g} \cdot ^\circ\text{C}$ y $h/(M_b k_y) = 1.7 \text{ J/g} \cdot ^\circ\text{C}$.
- 19.2.** Una mezcla de aire y vapor de benceno debe enfriarse desde 70 a 15 °C en un condensador-enfriador tubular. La humedad a la entrada es 0.7 kg de vapor de benceno por kilogramo de aire. Calcule *a)* la temperatura del bulbo húmedo del gas que entra, *b)* la humedad de la salida, y *c)* la cantidad total de calor que es preciso transferir por kilogramo de aire.
- 19.3.** Una torre de enfriamiento a contracorriente con relleno celular de 30 in. fue diseñada para una temperatura de aproximación de 10 °F y un intervalo de enfriamiento de 17°F cuando la temperatura del bulbo húmedo es de 75 °F. La sección transversal de la torre es de 36 × 36 ft, y las velocidades de los flujos de aire y agua son 523 000 cfm (a 90 °F) y 6000 gpm. *a)* ¿Cuál es la entalpía del aire a la entrada y la variación de entalpía a través de la torre? *b)* Calcule N_{O_2} y H_{O_2} para estas condiciones, *c)* ¿Cuánto relleno más sería necesario si la temperatura del bulbo húmedo fuera de 78 °F y la temperatura de aproximación deseada fuera de 7 °F?
- 19.4.** Para la torre de enfriamiento descrita en el ejemplo 19.3, predecir el efecto de incrementar la velocidad del aire en 20% con la misma velocidad del líquido y una temperatura del bulbo húmedo de 75 °F.
- 19.5.** *a)* Demuestre que para gotas pequeñas de agua evaporadas en aire caliente, el tiempo de vaporización es proporcional al cuadrado del tamaño de la gota. *b)* Calcule el tiempo de evaporación de gotas de 50 μm en aire a 140 °F. *c)* Evalúe el coeficiente volumétrico de transferencia de calor para un rociador de gotas de 50 μm que contiene 1% de gotas por volumen.

TABLA 19.1

Propiedades de la acetona

Temperatura, °C	Presión de vapor, mm Hg	Calor latente, J/g	Temperatura, °C	Presión de vapor, mm Hg	Calor latente, J/g
0		564	50	620.9	
10	115.6		56.1	760.0	521
20	179.6	552	60	860.5	517
30	281.0		70	1 189.4	
40	420.1	536	80	1 611.0	495

- 19.6.** Se hace circular aire a 27 °C y 60% de humedad relativa a través de tubos de 1.5 cm de diámetro exterior, por los cuales el agua fluye a 60 cm/s y a 15 °C. La velocidad del aire aproximada en los tubos es de 1.5 m/s. *a)* ¿Se condensará el agua en los tubos? *b)* ¿Cuál es la temperatura de la pared y la temperatura de la superficie de contacto si ocurre la condensación?
- 19.7.** Utilizando la teoría de la penetración, con el mismo tiempo de contacto para el gas y el líquido, encuentre los valores aproximados de $k_y a$ y $h_x a$. ¿Qué fracción de la resistencia total está en la fase gaseosa?
- 19.8.** Aire a 160 °F tiene con una temperatura de bulbo húmedo de 102 °F. Determine la humedad relativa, el porcentaje de humedad y el punto de rocío.
- 19.9.** Para aire fluyendo a 150 °F y 20 ft/s en un gran ducto cuadrado de 4 ft por lado, ¿cuál es el coeficiente para transferencia de calor por radiación hacia un termómetro de bulbo húmedo de 0.5 in de diámetro? ¿Cómo se compara esto con el coeficiente por convección?
- 19.10.** Para la torre de enfriamiento descrita en el ejemplo 19.3, prediga las temperaturas del agua de entrada y de salida si las temperaturas del bulbo seco y del bulbo húmedo son 100 y 168 °F respectivamente.

REFERENCIAS

1. Burger, R. *Hydrocarbon Proc.*, **70**(3): 59 (1991).
2. Grosvenor, W.M. *Trans. AIChE* **1**: 184 (1908).
3. Hensley, J.C. (ed.). *Cooling Tower Fundamentals*. 2a. ed. Overland Park, KS: Marley Cooling Tower Co., 1998.
4. Lewis, W.K. *Trans AIME* **44**: 325 (1922).
5. Perry, R.H. y D.W. Green (eds.). *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1997, pp. 12-29, 12-30.
6. Sherwood, T.K. y R.L. Pigford. *Absorption and Extraction*, 2a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1952, pp. 97-101.
7. Strigle, R.F., Jr. *Random Packing and Packed Towers*. Houston, TX: Gulf Publication Co., 1987.
8. Willa, J.L. *Chem. Eng.* **104**(11): 92 (1997).

CAPÍTULO 20

Operaciones de equilibrio de etapas

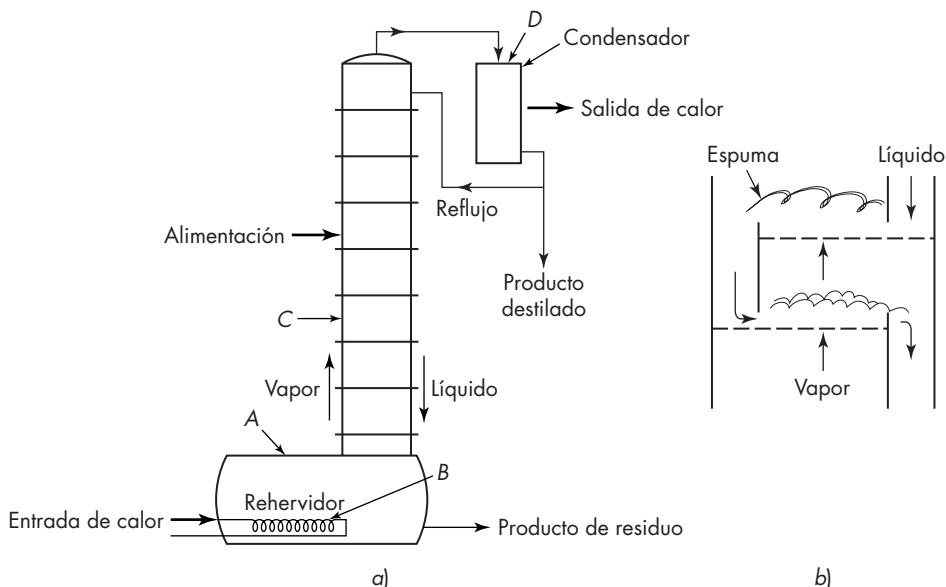
Un tipo de dispositivo de transferencia de materia consiste en el acoplamiento de unidades individuales, o etapas, interconectadas de forma que los materiales que se someten a procesamiento pasan sucesivamente a través de cada etapa. Las dos corrientes circulan en contracorriente a través del equipo; en cada etapa, se ponen en contacto, se mezclan y se separan. Estos sistemas de múltiple etapa reciben el nombre de *cascadas*. Para que exista transferencia de materia es preciso que las corrientes que entran en cada etapa no estén en equilibrio, ya que es la desviación de las condiciones de equilibrio lo que proporciona la fuerza impulsora para la transferencia. Por lo general, las corrientes que salen no están en equilibrio, pero sí mucho más próximas al mismo de lo que estaban las corrientes de entrada. La proximidad del acercamiento al equilibrio depende de la efectividad del mezclado y de la transferencia de materia entre las fases. Para simplificar el diseño de una cascada, se supone con frecuencia que las corrientes que salen de las etapas están en equilibrio, lo que por definición, conduce al concepto de etapa *ideal*. Posteriormente se aplica un factor de corrección o de eficiencia para tomar en cuenta cualquier desviación real con respecto al equilibrio.

Con el fin de ilustrar el concepto de una cascada de etapas de equilibrio, se describirán dos dispositivos típicos de múltiple etapa en contracorriente: uno para destilación o absorción de gas, donde las etapas están acomodadas una encima de la otra en una columna vertical, y otro para el contacto sólido-líquido como en la lixiviación, donde las etapas están en una serie de tanques agitados sobre el mismo nivel. En capítulos posteriores se consideran otros equipos para la transferencia de masa.

EQUIPO PARA ETAPAS DE CONTACTO

Equipo típico de destilación

En la figura 20.1 se muestra un equipo para la destilación continua. La columna *C* se alimenta de forma continua con una mezcla líquida que se desea destilar, y el líquido en el rehervidor *A* se convierte parcialmente en vapor mediante el calor transferido del

**FIGURA 20.1**

a) Rehervidor con columna de fraccionamiento: A, rehervidor; B, elemento de calentamiento; C, columna; D, condensador. b) Detalle del plato perforado.

elemento de calentamiento *B*. La corriente de vapor procedente del destilador se pone a su vez en íntimo contacto en contracorriente con el líquido hirviente que desciende por la columna o torre *C*. Este líquido debe ser suficientemente rico en el componente más volátil, de forma que se produzca transferencia de materia del componente más volátil desde el líquido hacia el vapor en cada una de las etapas de la columna. Este líquido se obtiene condensando el vapor del destilado y haciendo retornar algo de líquido a la parte superior de la columna. Este líquido que retorna recibe el nombre de *reflujo*. El empleo de reflujo aumenta la pureza del producto del destilado, pero implica un costo adicional, ya que el vapor generado en la caldera tiene que proporcionar tanto el producto del destilado como el reflujo, y el costo de esta energía representa una gran parte del costo total de la separación por destilación.

El reflujo que entra por la parte superior de la columna con frecuencia está a la temperatura de ebullición; pero si está frío, se calienta casi inmediatamente hasta su temperatura de ebullición al ponerse en contacto con el vapor. En el resto de la columna el vapor en cualquier etapa tiene la misma temperatura que el líquido que es su punto de ebullición. La temperatura aumenta a medida que se desciende en la columna debido al aumento en la presión y la concentración del componente menos volátil (o de alto punto de ebullición).

El enriquecimiento del vapor se produce en cada etapa debido a que el vapor procedente de una etapa tiene una menor concentración en el componente más volátil que la del vapor que estaría en equilibrio con el líquido que entra en dicha etapa. Si, como es usual, el vapor del destilado se condensa por completo, éste tiene la misma composición que el producto y el reflujo. Sin embargo, el reflujo tiene una composición del vapor en equilibrio que es todavía más rica que el vapor que viene hacia la parte superior de la etapa. Por lo tanto,

el vapor se enriquece con el componente más volátil a expensas del líquido de reflujo. Esto baja parcialmente el reflujo del componente más volátil, pero si las velocidades de flujo están correctamente ajustadas, el líquido que desciende hacia la segunda etapa será capaz de enriquecer el vapor de baja calidad que viene hacia la segunda etapa. En todas las etapas de la columna algo del componente más volátil se difunde desde la fase líquida hacia la de vapor, con una correspondiente difusión del componente menos volátil desde el vapor hacia el líquido. El calor de vaporización del componente más volátil es suministrado por el calor de condensación del menos volátil, y la velocidad de flujo molal total ascendente de vapor en la columna es aproximadamente constante.

La parte superior de la columna, arriba del plato de alimentación, se conoce como *sección de rectificación*. Aquí la corriente de vapor se enriquece en componentes más volátiles, al estar en contacto con el reflujo. No importa dónde se origine el reflujo, con tal de que su concentración en el componente más volátil sea suficientemente grande para obtener el producto deseado. La fuente habitual del reflujo es el condensado que sale del condensador *D*. Parte del condensado se retira como producto mientras que el resto se devuelve a la parte superior de la columna. En ocasiones el reflujo se genera mediante condensación parcial del vapor de destilado; en este caso el reflujo tiene una composición diferente de la del vapor que sale como producto de destilado. Siempre que no se forme un azeótropo, el vapor que llega al condensador tendrá una pureza tan grande como se desee, utilizando una torre suficientemente alta y un reflujo elevado.

La sección de la columna por debajo del plato de alimentación es la *sección de eliminación o de enriquecimiento*, en la cual los componentes más volátiles son eliminados progresivamente del líquido y es enriquecido en los componentes menos volátiles. Si la alimentación es líquida, como suele suceder, se adiciona al flujo líquido en la sección más baja de la columna. Si en la adición la alimentación está fría, el rehervidor debe proveer más vapor a fin de elevar la temperatura hasta el punto de ebullición. Para realizar esto, el vapor adicional se condensa cuando se supone en contacto con la alimentación, incluso adicionando más destilado al líquido que fluye hacia abajo a través de la sección de eliminación. En el siguiente capítulo se estudiarán los detalles del funcionamiento de la columna y los efectos de la condición de la alimentación.

Al salir el líquido que se extrae del rehervidor que contiene la mayor parte del componente menos volátil y por lo regular sólo una pequeña parte de los componentes más volátiles. El líquido se conoce como *producto de residuo o residuos*.

La columna que se representa en la figura 20.1a contiene un número de platos, o bandejas, colocados uno encima de otro. Algunos de estos platos presentan perforaciones y se conocen como platos perforados; los detalles se observan en la figura 20.1b. Consisten en bandejas horizontales que tienen un número de orificios y un plato vertical, el cual actúa como un reductor y un dique segmentado. A veces, como se verá en el capítulo 21, los orificios contienen válvulas o bujías, las cuales se elevan cuando pasa vapor a través de ellas. El reductor de un plato dado llega cerca de la bandeja de arriba. El líquido fluye sobre los diques del plato a los platos localizados debajo de la columna, pasando a través de los platos donde el vapor naciente causa que el líquido espume. El espacio de vapor alrededor de la espuma contiene una bruma de gotas finas formada por las burbujas colapsadas. La mayoría de las gotas caen de regreso dentro del líquido, pero algunas son arrastradas por el vapor hasta los platos superiores. Para una explicación del efecto de este arrastre en el funcionamiento de la columna véase el capítulo 21.

Equipo típico de lixiviación

En la lixiviación, un material soluble se disuelve a partir de su mezcla con un sólido inerte por medio de un líquido solvente. En la figura 20.2 se ilustra esquemáticamente un diagrama de flujo en una planta típica de lixiviación en contracorriente. Consiste en una serie de unidades, en cada una de las cuales el sólido procedente de la etapa anterior se mezcla con el líquido procedente de la unidad siguiente y la mezcla se deja asentar. El sólido se transfiere entonces a la unidad siguiente y el líquido a la unidad anterior. A medida que el líquido fluye de una unidad a otra, se va enriqueciendo en el soluto, mientras que el sólido al fluir entre las unidades en dirección inversa, se va empobreciendo en soluto. El sólido descargado desde un extremo del sistema es extraído mientras que la solución que sale por el otro extremo está concentrada en el soluto. La eficacia de la extracción depende de la cantidad de solvente y del número de unidades. En principio, el soluto no extraído puede reducirse hasta cualquier cantidad deseada si se utiliza una cantidad suficiente de solvente y de un número adecuado de unidades.

La lixiviación en varias etapas también se puede llevar a cabo en un solo equipo, donde la fase sólida se mueva mecánicamente para lograr un flujo de contracorriente. En la figura 23.1 se muestran dos ejemplos.

FUNDAMENTOS DE LOS PROCESOS POR ETAPAS

En la torre de platos perforados y en la planta de lixiviación en contracorriente que se representan en las figuras 20.1 y 20.2, la cascada consiste en una serie de unidades o etapas interconectadas. El estudio del equipo como un todo se realiza mejor si se fija la atención sobre las corrientes que pasan entre las etapas individuales. Una unidad individual de una cascada recibe dos corrientes, una fase V y una fase L procedentes de dos unidades adyacentes, las pone en contacto y descarga las fases L y V , respectivamente, hacia las mismas unidades adyacentes. El hecho de que las unidades de contacto puedan disponerse una encima de otra, como en la columna de platos perforados, o lateralmente, como en una planta de lixiviación en etapas, es importante desde el punto de vista mecánico y es posible que afecte algo los detalles de operación de las etapas individuales. Sin embargo, para cualquier tipo de disposición se utilizan las mismas ecuaciones de los balances de materia.

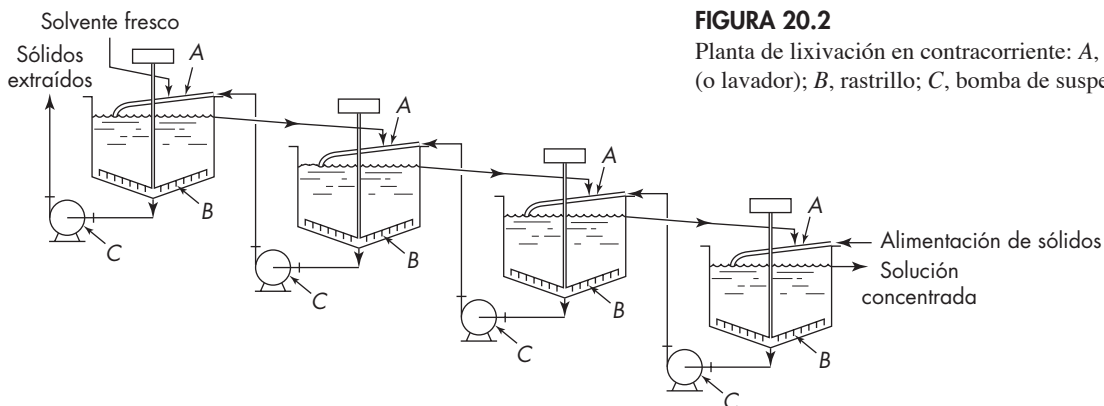


FIGURA 20.2

Planta de lixiviación en contracorriente: A, lixivador (o lavador); B, rastrillo; C, bomba de suspensión.

Terminología para plantas de contacto por etapas

Las unidades individuales de contacto de una cascada se numeran sucesivamente comenzando desde un extremo y así hasta el final. En este libro las etapas se numeran en el sentido del flujo de la fase L , y la última etapa corresponde a la descarga de la fase L . Una etapa general del sistema es la etapa *enésima*, que corresponde al número n contando desde la entrada de la fase L . La etapa inmediata anterior a la etapa n en la secuencia es la etapa $n - 1$, y la inmediata siguiente es la etapa $n + 1$. Utilizando como ejemplo una columna de platos, en la figura 20.3 se indica cómo se numeran las etapas de la cascada. El número total de etapas es N . Así que N es la última etapa de la planta, y por lo tanto, la *enésima* etapa.

Para designar las corrientes y concentraciones pertenecientes a una etapa, todas las corrientes procedentes de dicha etapa llevan como subíndice el número de la unidad. Así, para un sistema de dos componentes, y_{n+1} es la fracción mol del componente A en la fase V que sale de la etapa $n + 1$, y L_n es la velocidad de flujo molar de la fase L que sale de la *enésima* etapa. Las corrientes que entran y salen de la cascada y las que entran y salen de la etapa n de una torre de platos se señalan en la figura 20.3. Las magnitudes de V_a , L_b , y_a y x_b de la tabla B, página 549, son iguales a V_1 , L_N , y_1 y x_N , respectivamente. Esto se constata en la figura 20.3.

Balances de materia

Las fracciones mol se usan en las siguientes derivaciones, pero a menudo se emplean ecuaciones similares basadas en fracciones masa para los problemas de extracción. Considérese la parte de la cascada que incluye las etapas desde la 1 hasta la n , tal como se muestra en la sección delimitada por la línea discontinua de la figura 20.3. El ingreso total de material a esta sección es $L_a + V_{n+1}$ mol/h y la salida total es $L_n + V_a$ mol/h. Puesto que, bajo un flujo estable, no hay ni acumulación ni disminución, la entrada y la salida son iguales y

$$L_a + V_{n+1} = L_n + V_a \quad (20.1)$$

La ecuación (20.1) corresponde a un balance total de materia. Es posible escribir otro balance igualando la entrada y salida del componente A . Puesto que el número de moles de este componente en una corriente es igual al producto de la velocidad de flujo por la fracción molar de A en la corriente, la entrada de componente A en la sección de estudio, para un sistema de dos componentes, es $L_a x_a + V_{n+1} y_{n+1}$ mol/h, la salida es $L_n x_n + V_a y_a$ mol/h, y

$$L_a x_a + V_{n+1} y_{n+1} = L_n x_n + V_a y_a \quad (20.2)$$

También puede escribirse un balance de materia para el componente B , pero tal ecuación no es independiente de las ecuaciones (20.1) y (20.2), puesto que si se resta la ecuación (20.2) de la ecuación (20.1) el resultado es la ecuación del balance de materia para el componente B . Las ecuaciones (20.1) y (20.2) contienen toda la información que es factible obtener a partir de los balances de materia aplicados a la sección elegida.

Los balances globales para toda la cascada se obtienen de la misma manera:

Balance de materia total:
$$L_a + V_b = L_b + V_a \quad (20.3)$$

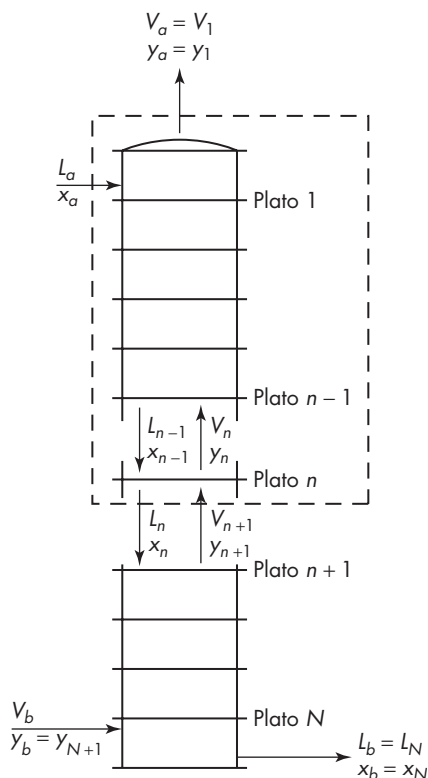
**FIGURA 20.3**

Diagrama del balance de materia para una columna de platos.

Balance del componente A:
$$L_a x_a + V_b y_b = L_b x_b + V_a y_a \quad (20.4)$$

Balances de entalpía

En muchos procesos de etapas de equilibrio, el balance general de energía se simplifica despreciando las energías mecánica potencial y cinética. Si, además, el proceso es adiabático y transcurre sin intercambio de trabajo, se aplica un sencillo balance de entalpía. Por tanto, en un sistema de dos componentes, para las primeras n etapas,

$$L_a H_{L,a} + V_{n+1} H_{V,n+1} = L_n H_{L,n} + V_a H_{V,a} \quad (20.5)$$

donde H_L y H_V son las entalpías por mol de la fase L y la fase V , respectivamente. Para toda la cascada,

$$L_a H_{L,a} + V_b H_{V,b} = L_b H_{L,b} + V_a H_{V,a} \quad (20.6)$$

Métodos gráficos para sistemas de dos componentes

Para sistemas que sólo contienen dos componentes es posible resolver gráficamente muchos problemas de transferencia de materia. Los métodos se basan en balances de

materia y relaciones de equilibrio; algunos métodos más complejos requieren también de balances de entalpía. Estos métodos más complejos se tratarán en el capítulo 21. Los fundamentos de los métodos gráficos sencillos se tratan a continuación. Sus aplicaciones detalladas a operaciones específicas se consideran en capítulos posteriores.

Diagrama de la línea de operación

Para un sistema binario, las composiciones de las dos fases de una cascada se representan en una gráfica donde x es la abscisa y y la ordenada. Tal como indica la ecuación (20.2), el balance de materia en un punto intermedio de la columna incluye x_n , la concentración de la fase L que sale de la etapa n , y y_{n+1} , la concentración de la fase V que entra en dicha etapa. Con objeto de mostrar más claramente la relación, la ecuación (20.2) se escribe así

$$y_{n+1} = \frac{L_n}{V_{n+1}} x_n + \frac{V_a y_a - L_a x_a}{V_{n+1}} \quad (20.7)$$

La ecuación (20.7) es la ecuación de la línea de operación para la columna; si se grafican los puntos x_n y y_{n+1} para todas las etapas, la línea que pasa por todos estos puntos recibe el nombre de *línea de operación*. Observe que si L_n y V_{n+1} son constantes a través de la columna, la ecuación es la de una línea recta de pendiente L/V y ordenada al origen $y_a - (L/V)x_a$, de forma que la línea se localiza fácilmente. En este caso la línea de operación puede trazarse también como una recta que une las composiciones extremas (x_a, y_a) y (x_b, y_b) . Para ver que esto se cumple basta prolongar la línea discontinua de la figura 20.3 hasta incluir el plato N , y considerar que la corriente V_b , procedente de la etapa del residuo, es equivalente a una corriente procedente de una etapa hipotética $N + 1$, de forma que y_b corresponde a y_{N+1} y x_b a x_N . De manera análoga, la corriente L_a en la parte superior de la columna se considera proveniente de una etapa hipotética numerada cero, de forma que el punto (x_0, y_1) o (x_a, y_a) corresponde al verdadero extremo superior de la línea de operación.

En una columna empacada u otro dispositivo de contacto que no presenta etapas, como el que se describe en el capítulo 18 para la absorción de gases, x y y son funciones continuas de la altura Z , mientras que en las torres por etapas x y y sólo tienen valores discretos. La línea de equilibrio es por supuesto continua, pero la línea de operación se traza para conectar una serie de composiciones, relacionando y_{n+1} a x_n . Sin embargo, por lo regular, no se tiene la certeza de los valores de y_n y x_n , por lo que se traza la línea de operación como una línea sólida.

Cuando las velocidades de flujo no son constantes en la columna, la línea de operación no es recta en una representación gráfica sencilla. Es posible utilizar las composiciones extremas para localizar los extremos de la línea; además se aplican los cálculos del balance de materia sobre secciones de la columna con el fin de determinar unos cuantos puntos intermedios. Con frecuencia sólo se necesitan uno o dos puntos debido a que por lo general la línea de operación apenas presenta una ligera curvatura.

La posición de la línea de operación con relación a la línea de equilibrio determina el sentido de la transferencia de materia, así como el número de etapas que se requieren para una separación dada. Los datos de equilibrio se obtienen por experimentación, a partir de cálculos termodinámicos o de fuentes publicadas,² y la línea de equilibrio es simplemente una representación gráfica de los valores de x_e y y_e en equilibrio. Para el caso de rectificación en una columna de destilación, la línea de operación tiene que estar situada por debajo de la línea de equilibrio, tal como se indica en la figura 20.4a. De esta forma, el vapor pro-

cedente de un plato es menos concentrado en el componente más volátil que el vapor en equilibrio con el líquido que sale del plato, de manera que el vapor que pasa a través del líquido se enriquecerá en el componente más volátil. Las pendientes relativas de las líneas no son importantes, siempre y cuando las líneas no se toquen; la línea de operación podría tener menos pendiente que la línea de equilibrio y todavía se produciría un enriquecimiento progresivo del vapor. La fuerza impulsora para la transferencia de materia es la diferencia $y_e - y_{n+1}$, tal como se muestra en la figura 20.4a.

Cuando se desea transferir un componente desde la fase V hasta la fase L , como en la absorción de un material soluble desde un gas inerte, la línea de operación tiene que estar situada por encima de la línea de equilibrio, como se observa en la figura 20.4b. La fuerza impulsora para la transferencia de materia es ahora $y_{n+1} - y_e$, o la diferencia entre la composición real del vapor y la composición del vapor en equilibrio con el líquido para la correspondiente posición en la columna. En el diseño de absorbedores de gases por lo general se selecciona la velocidad del flujo de líquido para que la línea de operación tenga mayor pendiente que la línea de equilibrio, lo que da lugar a una fuerza impulsora moderada grande en el fondo de la columna y permite realizar la separación deseada en relativamente pocas etapas.

Al absorber un componente del gas en un solvente no volátil, la velocidad total del gas disminuye mientras que aumenta la velocidad total del líquido a medida que las dos fases circulan a través de la columna. Por consiguiente, la línea de operación es en general curva, aunque la variación porcentual de la pendiente, o L/V , no es tan grande como la variación individual de L o de V , puesto que tanto L como V son mayores en el fondo de la columna y menores en la parte superior. Más adelante, en el ejemplo 20.1, se representa un método para calcular puntos intermedios de la línea de operación.

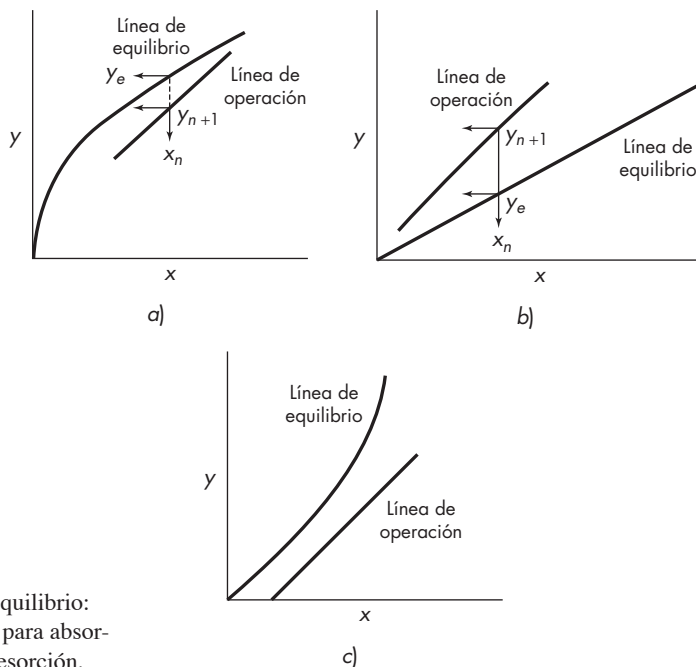


FIGURA 20.4

Líneas de operación y equilibrio:
 a) para rectificación, b) para absorción de gases, c) para desorción.

La operación contraria a la absorción de gases recibe el nombre de desorción o eliminación, una operación que se realiza para recuperar un soluto valioso contenido en la solución absorbida y regenerar a su vez la solución. La línea de operación debe situarse por debajo de la línea de equilibrio, tal como muestra la figura 20.4c. Habitualmente se modifican la temperatura o la presión para hacer que la línea de equilibrio tenga mayor pendiente que en el proceso de absorción.

Etapas ideales de contacto

La etapa ideal es un estándar con el que se compara una etapa real. En una etapa ideal, la fase V que sale de la etapa está en equilibrio con la fase L que sale de dicha etapa. Por ejemplo, si el plato n de la figura 20.3 es una etapa ideal, las concentraciones x_n y y_n son las coordenadas de un punto situado sobre la curva de x_e frente a y_e correspondiente al equilibrio entre las fases. En una columna de platos, las etapas ideales también se denominan *platos perfectos*.

Para utilizar etapas ideales en un diseño, se necesita aplicar un factor de corrección, llamado *eficiencia de etapa* o *eficiencia de plato*, la cual relaciona la etapa ideal con una real. Las eficiencias de platos se estudian en el capítulo 21, mientras que el presente tratamiento sólo se restringe a las etapas ideales.

Determinación del número de etapas ideales

Un problema de importancia general consiste en determinar el número de etapas ideales que se requieren en una cascada real para cubrir un intervalo deseado de concentración desde x_a hasta x_b o y_a hasta y_b . Si es posible determinar este número y si se dispone de información acerca de la eficiencia de las etapas, se procede a calcular el número de etapas reales. Éste es el método habitualmente utilizado para el diseño de cascadas.

Un método sencillo para determinar el número de etapas ideales cuando sólo hay dos componentes en cada fase consiste en una construcción gráfica utilizando el diagrama de la línea de operación. La figura 20.5 muestra la línea de operación y la curva de equilibrio para un absorbedor de gases típico. Los extremos de la línea de operación son el punto a , de coordenadas (x_a, y_a) , y el punto b , de coordenadas (x_b, y_b) . A continuación se resuelve el problema para determinar el número de etapas ideales necesarias para alcanzar una variación de la concentración de la fase gaseosa desde y_b hasta y_a y una variación de la concentración de la fase líquida desde x_a hasta x_b .

La concentración de la fase gaseosa que sale de la etapa superior, que es la etapa 1, es y_a o bien y_1 . Si la etapa es ideal, el líquido que sale está en equilibrio con el vapor que sale también, de forma que el punto (x_1, y_1) está situado sobre la curva de equilibrio. Este hecho fija el punto m , que se localiza desplazándose en forma horizontal desde el punto a hasta la curva de equilibrio. La abscisa del punto m es x_1 . Se utiliza ahora la línea de operación. Ésta pasa a través de todos los puntos que tienen coordenadas del tipo (x_n, y_{n+1}) y, puesto que x_1 se conoce, y_2 se obtiene desplazándose verticalmente desde el punto m hasta la línea de operación en el punto n , cuyas coordenadas son (x_1, y_2) . El escalón o triángulo definido por los puntos a , m y n representa una etapa ideal, que es la primera de la columna. La segunda etapa se localiza de forma gráfica sobre el diagrama repitiendo el mismo proceso de construcción, pasando horizontalmente hasta el punto o de la curva de equilibrio que tiene las coordenadas (x_2, y_2) , y verticalmente hasta la línea

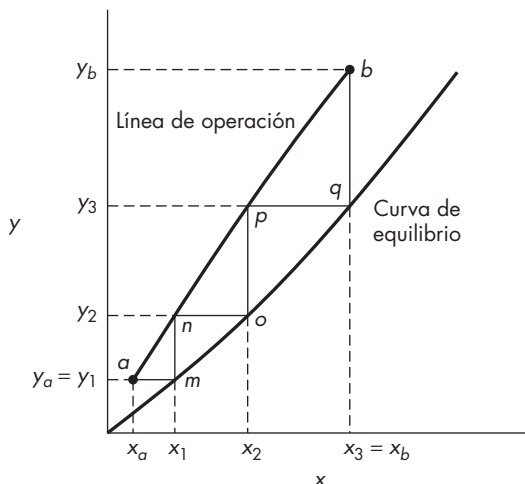
**FIGURA 20.5**

Diagrama de la línea de operación para un absorbedor de gases.

de operación en el punto p , de coordenadas (x_2, y_3) . La tercera etapa se obtiene haciendo de nuevo la construcción para trazar el triángulo pqb . Para la situación que muestra la figura 20.5, la tercera etapa es la última, puesto que la concentración del gas que sale de dicha etapa es y_b , y la del líquido que sale es x_b , las concentraciones extremas deseadas. Para esta separación se requieren tres etapas ideales.

Es posible utilizar la misma construcción para determinar el número de etapas ideales que se requieren en una cascada cualquiera, independientemente de que se utilice para la absorción de gases, destilación, lixiviación o extracción de líquidos. La construcción gráfica etapa por etapa que utiliza alternativamente las líneas de operación y equilibrio para obtener el número de etapas ideales se aplicó en principio para el diseño de columnas de rectificación y se conoce con el nombre de *método de McCabe-Thiele*.⁴ La construcción puede iniciarse por cualquiera de los extremos de la columna y, en general, el último paso no coincidirá exactamente con las concentraciones extremas como ocurre en el caso de la figura 20.5. En este caso conviene asignar una fracción de etapa, o bien, redondear el número de etapas ideales hasta el número entero más próximo.

EJEMPLO 20.1 Utilizando una columna de platos, se va a absorber acetona desde una mezcla con aire en un aceite de absorción no volátil. El gas que entra contiene 30% mol de acetona, mientras que el líquido absorbente a la entrada está libre de acetona. Se va a absorber 97% de la acetona contenida en el aire y el licor concentrado que saldrá por el fondo de la torre contendrá 10% en mol de acetona. La relación de equilibrio es $y_e = 1.9X_e$. Represente gráficamente la línea de operación y determine el número de etapas ideales.

Solución Considere como base 100 moles del gas que entra y represéntelo por V_b . La acetona que entra es, por tanto, $0.3 \times 100 = 30$ moles; el aire que entra es $100 - 30 = 70$ moles. Con una absorción de 97%, la acetona que sale es $0.03 \times 30 = 0.9$ mol y $y_a = 0.9/70.9 = 0.0127$; la acetona absorbida es $30 - 0.9 = 29.1$ moles. Para 10% de acetona en la solución que sale, no existiendo acetona en el aceite que entra, $0.1L_b = 29.1$, y $L_b = 291$ moles. Por tanto, $L_a = 291 - 29.1 = 261.9$ moles.

Para encontrar un punto intermedio en la línea de operación, se aplica un balance de acetona a la parte superior de la torre, suponiendo un valor particular de yV , las moles de acetona que salen con el gas. Para una salida de 10 moles en el gas,

$$y = \frac{10}{10 + 70} = 0.125$$

Las moles de acetona perdidos por el gas en esta sección son $10 - 0.9$, o sea 9.1 y han de ser iguales a las moles ganados por el líquido. Por tanto, cuando $y = 0.125$,

$$x = \frac{9.1}{261.9 + 9.1} = 0.0336$$

Cálculos similares para $yV = 20$ conducen a $y = 20/90 = 0.222$ y $x = 19.1/(261.9 + 19.1) = 0.068$.

La línea de operación está graficada en la figura 20.6. Aunque solamente parece ligeramente curvada, la pendiente en la parte superior es 1.57 veces la pendiente de la parte inferior. La pendiente local no es igual a la relación local L/V , pues cuando y es grande, el cambio en y no es proporcional a la cantidad transferida, debido al cambio en el flujo total. La relación L/V se ve modificada por un factor de sólo 1.26 desde la base hasta la parte superior. Con gases enriquecidos, no se puede obtener un diseño correcto usando una pendiente promedio o una L/V promedio y el método del factor de absorción que se presenta en la siguiente sección.

El número de etapas ideales es 4 y una fracción. Tomando como base la variación que se requiere en x con relación al cambio que se produciría en un paso completo, la fracción es l_1/l_2 , o sea 0.27. Una construcción similar basada en las variaciones de y conduce a una fracción de 0.33; estos valores difieren debido a que las líneas de equilibrio y operación no son paralelas. La respuesta entonces será 4.3 etapas.

Método del factor de absorción para calcular el número de etapas ideales

Cuando tanto la línea de operación como la de equilibrio son rectas en un determinado intervalo de concentraciones desde x_a hasta x_b , el número de etapas ideales se calcula de forma directa y la construcción gráfica no es necesaria. A continuación se deducen las fórmulas a utilizar con este fin.

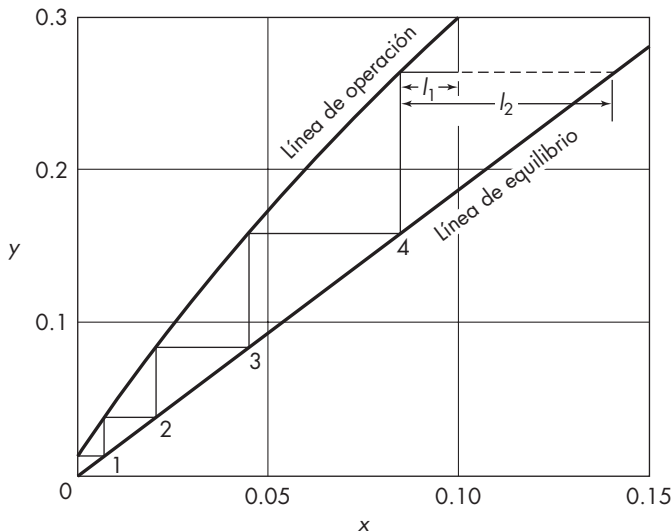


FIGURA 20.6

Diagrama para el ejemplo 20.1.

Sea la ecuación de la línea de equilibrio

$$y_e = mx_e + B \quad (20.8)$$

donde, por definición, m y B son constantes. Si la etapa n es ideal,

$$y_n = mx_n + B \quad (20.9)$$

Para el caso de etapas ideales y L/V constante, al sustituir x_n en la ecuación (20.7), se obtiene,

$$y_{n+1} = \frac{L(y_n - B)}{mV} + y_a - \frac{Lx_a}{V} \quad (20.10)$$

Es conveniente definir el factor de absorción A mediante la ecuación

$$A \equiv \frac{L}{mV} \quad (20.11)$$

El factor de absorción es la relación entre la pendiente de la línea de operación L/V y la línea de equilibrio m . Cuando ambas líneas son rectas, es una constante. La ecuación (20.10) se escribe entonces así

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= A(y_n - B) + y_a - Amx_a \\ &= Ay_n - A(mx_a + B) + y_a \end{aligned} \quad (20.12)$$

Por lo regular A se hace mayor que 1.0 para permitir la eliminación casi completa del soluto de la fase V . El valor de $mx_a + B$, de acuerdo con la ecuación (20.8), es la concentración del vapor en equilibrio con la fase L que entra y cuya concentración es x_a , tal como se observa en la figura 20.7. El símbolo y^* se utiliza para indicar la concentración de la fase V en equilibrio con una fase L especificada. Por tanto,

$$y_a^* = mx_a + B \quad (20.13)$$

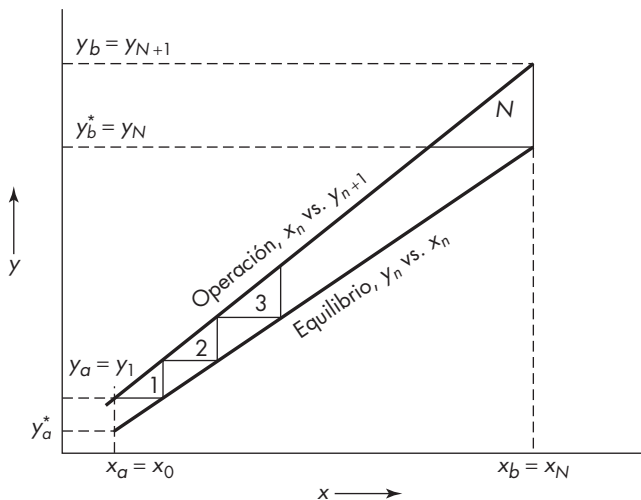


FIGURA 20.7

Derivación de la ecuación del factor de absorción.

y la ecuación (20.12) se transforma en

$$y_{n+1} = Ay_n - Ay_a^* + y_a \quad (20.14)$$

La ecuación (20.14) se utiliza para calcular, etapa por etapa, el valor de y_{n+1} para cada una de las etapas, comenzando por la etapa 1. El método puede seguirse con ayuda de la figura 20.7.

Para la etapa 1, utilizando $n = 1$ en la ecuación (20.14) y teniendo en cuenta que $y_1 = y_a$, se obtiene

$$y_2 = Ay_1 - Ay_a^* + y_a = y_a(1 + A) - Ay_a^*$$

Para la etapa 2, utilizando $n = 2$ en la ecuación (20.14) y eliminando y_2 , resulta

$$\begin{aligned} y_3 &= Ay_2 - Ay_a^* + y_a = A[y_a(1 + A) - Ay_a^*] - Ay_a^* + y_a \\ &= y_a(1 + A + A^2) - y_a^*(A + A^2) \end{aligned}$$

Estas ecuaciones pueden generalizarse para la etapa n -ésima, obteniendo

$$y_{n+1} = y_a(1 + A + A^2 + \cdots + A^n) - y_a^*(A + A^2 + \cdots + A^n) \quad (20.15)$$

Para toda la cascada $n = N$, el número total de etapas, y

$$y_{n+1} = y_{N+1} = y_b$$

Por tanto

$$y_b = y_a(1 + A + A^2 + \cdots + A^N) - y_a^*(A + A^2 + \cdots + A^N) \quad (20.16)$$

Las sumas entre paréntesis de la ecuación (20.16) son dos sumas de series geométricas. La suma de una serie de este tipo es

$$s_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$$

donde s_n = suma de los n primeros términos de la serie

a_1 = primer término

r = relación constante de cada término al término anterior

La ecuación (20.16) se escribe entonces así

$$y_b = y_a \frac{1 - A^{N+1}}{1 - A} - y_a^* A \frac{1 - A^N}{1 - A} \quad (20.17)$$

La ecuación (20.17) es una forma de la ecuación de Kremser.³ Puede utilizarse como tal o en la forma de una gráfica que relaciona N , A y las concentraciones extremas.^{1,5} También es posible expresarla en una forma más sencilla utilizando el método que se presenta a continuación.

Para la etapa N , la ecuación (20.14) es

$$y_b = Ay_N - Ay_a^* + y_a \quad (20.18)$$

A partir de la figura 20.7 se aprecia que $y_N = y_b^*$, y la ecuación (20.18) se escribe en esta forma

$$y_a = y_b - A(y_b^* - y_a^*) \quad (20.19)$$

Agrupando los términos de la ecuación (20.17) que contienen A^{N+1} , se obtiene

$$A^{N+1}(y_a - y_a^*) = A(y_b - y_b^*) + y_a - y_b \quad (20.20)$$

Al sustituir $y_a - y_b$ de la ecuación (20.19) en la ecuación (20.20), resulta

$$A^N(y_a - y_a^*) = y_b - y_a^* - y_b^* + y_a^* = y_b - y_b^* \quad (20.21)$$

Tomando logaritmos en la ecuación (20.21) y despejando N se obtiene

$$N = \frac{\ln[(y_b - y_b^*)/(y_a - y_a^*)]}{\ln A} \quad (20.22)$$

y a partir de la ecuación (20.19),

$$\frac{y_b - y_a}{y_b^* - y_a^*} = A \quad (20.23)$$

La ecuación (20.22) se reescribe así

$$N = \frac{\ln[(y_b - y_b^*)/(y_a - y_a^*)]}{\ln[(y_b - y_a)/(y_b^* - y_a^*)]} \quad (20.24)$$

En la figura 20.8 se muestran las diferencias de concentración de la ecuación (20.24).

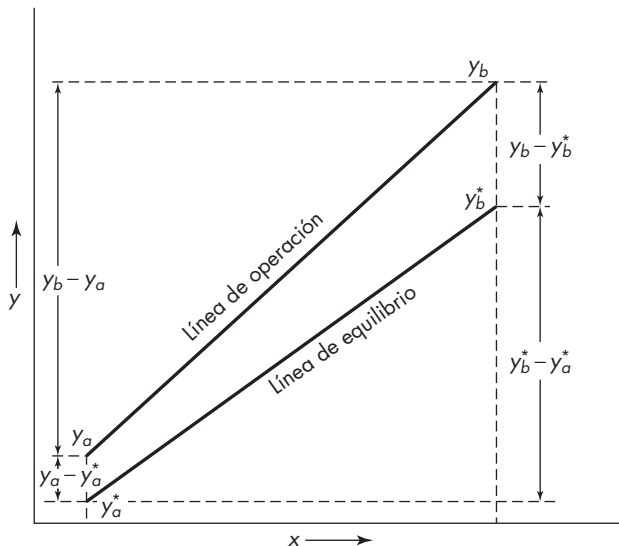


FIGURA 20.8
Diferencias de concentración
en la ecuación (20.24).

Cuando las líneas de equilibrio y operación son rectas y paralelas, A es la unidad y las ecuaciones (20.22) y (20.24) son indeterminadas. En este caso el número de pasos es igual al cambio global de concentración dividido entre la fuerza impulsora, que es constante. Por tanto,

$$N = \frac{y_b - y_a}{y_a - y_a^*} = \frac{y_b - y_a}{y_b - y_b^*} \quad (20.25)$$

Si la pendiente de la línea de operación es inferior a la de la línea de equilibrio, A es menor que 1.0, pero aún es posible utilizar las ecuaciones (20.22) y (20.24) invirtiendo ambos términos para obtener

$$N = \frac{\ln[(y_a - y_a^*)(y_b - y_b^*)]}{\ln(1/A)} \quad (20.26)$$

$$o \quad N = \frac{\ln[(y_a - y_a^*)(y_b - y_b^*)]}{\ln[(y_b^* - y_a^*)(y_b - y_a)]} \quad (20.27)$$

En el diseño de un absorbedor, como se estableció antes, por lo general se selecciona la velocidad de flujo del líquido para que la línea de operación tenga una pendiente más pronunciada que la línea de equilibrio o bien, para que A sea mayor que la unidad. Los valores de A menores que 1.0 se presentan cuando se trata con dos o más componentes absorbibles. Si el valor de A es ligeramente superior a 1.0 para el soluto principal, un segundo componente con una solubilidad mucho menor (mayor valor de m) tendrá un valor de A notablemente inferior a 1.0. Si la corriente gaseosa y la solución son diluidas, se utilizan las ecuaciones precedentes de forma independiente con cada componente.

Forma de la ecuación (20.24) para la fase L

La elección de y como coordenada de concentración en vez de x es arbitraria. Es la variable convencional en los cálculos de absorción de gases. También se utiliza para los cálculos de desorción o eliminación, pero en la práctica es más frecuente utilizar ecuaciones en x , que son

$$\begin{aligned} N &= \frac{\ln[(x_a - x_a^*)(x_b - x_b^*)]}{\ln[(x_a - x_b)(x_a^* - x_b^*)]} \\ &= \frac{\ln[(x_a - x_a^*)(x_b - x_b^*)]}{\ln S} \end{aligned} \quad (20.28)$$

donde x^* = concentración de equilibrio correspondiente a y
 S = factor de eliminación o absorción

El factor de eliminación S está definido por

$$S \equiv \frac{1}{A} = \frac{mV}{L} \quad (20.29)$$

El factor de eliminación es la relación entre la pendiente de la línea de equilibrio y la de la línea de operación, y las condiciones se seleccionan habitualmente de forma que S sea mayor que la unidad. En la figura 20.9 se muestran las diferencias de concentración de la ecuación (20.28).

En las derivaciones no se ha supuesto que la extensión de la línea de equilibrio pasen por el origen de las coordenadas. Sólo es necesario que la línea sea recta en el intervalo en el que los pasos que representan las etapas toquen a la línea, tal como se señala mediante la línea AB en la figura 20.9. Por tanto, una línea de equilibrio que comienza recta cerca del origen pero se hace curva para concentraciones más elevadas se ajusta a veces a una recta sobre parte de su intervalo con el fin de permitir utilizar la ecuación de Kremser.

Las distintas formas de la ecuación de Kremser se han deducido utilizando concentraciones en fracciones molares; ésta es la elección habitual en el caso de la destilación o la absorción. Para algunas operaciones, incluidas la extracción y la lixiviación, las concentraciones se expresan utilizando relaciones de masas o de moles, definidas como la cantidad de componente que se difunde dividida entre la cantidad de componentes inertes que no se difunden. Si esta elección de unidades conduce a líneas de operación y de equilibrio rectas, se pueden utilizar las mismas ecuaciones de Kremser para encontrar el número de etapas ideales.

En el diseño de una planta, N se calcula a partir de las concentraciones extremas propuestas y un valor seleccionado de A o S . Para la absorción se utiliza la ecuación (20.22) o (20.24) y para la desorción, la ecuación (20.28). A fin de estimar el efecto de un cambio en las condiciones de operación de una planta existente, se utiliza la ecuación (20.21) o bien, la siguiente ecuación análoga (20.30) para la desorción.

$$S^N = \frac{x_a - x_a^*}{x_b - x_b^*} \quad (20.30)$$

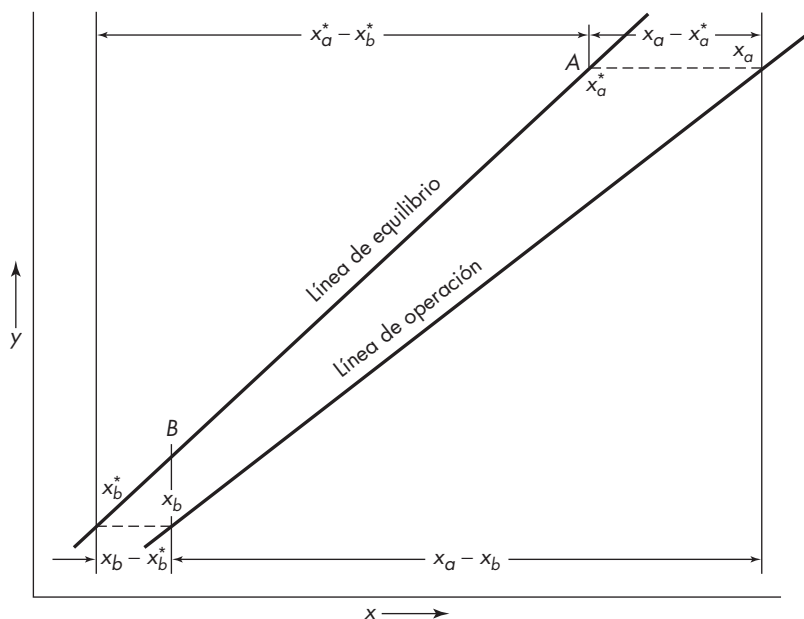


FIGURA 20.9

Diferencias de concentración en la ecuación (20.28).

EJEMPLO 20.2 Se elimina amoníaco a partir de una solución acuosa diluida por contacto en contracorriente con aire en una columna que contiene siete platos perforados. La relación de equilibrio es $y_e = 0.8x_e$, y cuando el flujo molar de aire es 1.5 veces el de la solución, se separa 90% del amoníaco. a) ¿Cuántas etapas ideales ha de tener la columna y cuál es la eficiencia de las etapas? b) ¿Qué porcentaje de separación se obtendría si la velocidad de flujo del aire aumentase hasta 2.0 veces el de la solución?

Solución

a) El factor de desorción es

$$S = \frac{mV}{L} = 0.8 \times 1.5 = 1.2$$

Todas las concentraciones pueden expresarse en función de x_a , la fracción molar de NH_3 en la solución que entra:

$$x_b = 0.1x_a \quad x_b^* = 0 \quad \text{puesto que } y_b = 0$$

A partir de un balance de amoníaco, $V \Delta y = Vy_a = L \Delta x = L(0.9x_a)$. Por tanto

$$y_a = \frac{L}{V}(0.9x_a) = \frac{0.9}{1.5}x_a = 0.6x_a$$

Por otra parte,

$$x_a^* = \frac{y_a}{m} = \frac{0.6x_a}{0.8} = 0.75x_a$$

A partir de la ecuación (20.28),

$$\begin{aligned} N &= \frac{\ln[(x_a - 0.75x_a)(0.1x_a - 0)]}{\ln S} \\ &= \frac{\ln(0.25x_a/0.1x_a)}{\ln 1.2} = 5.02 \end{aligned}$$

La separación corresponde a 5.02 etapas ideales, de forma que la eficiencia de las etapas es $5.02/7 = 72\%$.

b) Si V/L aumenta hasta 2.0 y el número de etapas ideales N no varía (misma eficiencia de etapa), $S = 0.8 \times 2.0 = 1.6$. Entonces a partir de la ecuación (20.30)

$$\ln \frac{x_a - x_a^*}{x_b} = 5.02 \ln 1.6 = 2.36$$

$$\frac{x_a - x_a^*}{x_b} = 10.59$$

Sea f la fracción de amoníaco eliminado, de forma que $x_b = (1 - f)x_a$. Mediante un balance de materia,

$$\begin{aligned} y_a &= \frac{L}{V}(x_a - x_b) \\ &= \frac{1}{2}[x_a - (1 - f)x_a] = \frac{1}{2}fx_a \\ x_a^* &= \frac{y_a}{m} = \frac{0.5fx_a}{0.8} = 0.625fx_a \end{aligned}$$

Por tanto
$$x_a - x_a^* = (1 - 0.625f)x_a$$

También,
$$x_a - x_a^* = 10.59x_b = 10.59(1 - f)x_a$$

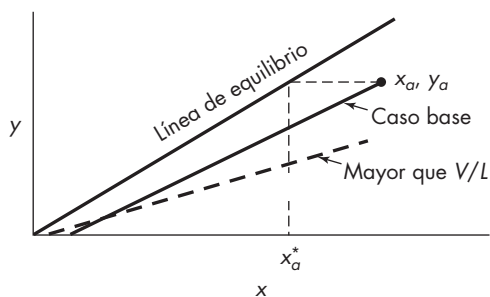
**FIGURA 20.10**

Diagrama para el ejemplo 20.2.

de donde $f = 0.962$ o 96.2% que se separa.

En la figura 20.10 se representan las condiciones para el caso original y para el nuevo.

Cálculo de etapas de equilibrio para sistemas multicomponentes

Para sistemas que contienen más de dos o tres componentes, los procedimientos gráficos resultan, en general, de poco valor y el número de etapas ideales que se requiere para un problema determinado se establece mediante cálculos algebraicos. Esto requiere el conocimiento y aplicación de las relaciones de equilibrio; balances de materia [ecuaciones (20.1) y (20.2)]; y (algunas veces) balances de entalpía [ecuaciones (20.5) y (20.6)]. Los cálculos se inician en algún punto de la cascada donde las condiciones son conocidas. Sobre la base de ciertas suposiciones, las condiciones de las etapas siguientes que satisfacen los requerimientos de equilibrio y los balances de materia y energía se obtienen matemáticamente, por lo general mediante iteración. Los cálculos se continúan, etapa por etapa, hasta que se alcanzan las condiciones extremas deseadas, o bien, como ocurre con frecuencia, se llega a la evidencia de que no es posible alcanzarlas. Si ocurre esto, se modifican las suposiciones iniciales y se repite todo el cálculo hasta la resolución del problema. Para los cálculos preliminares en sistemas multicomponentes se dispone de ciertos métodos aproximados que reducen el trabajo en forma considerable, pero el cálculo riguroso de cascadas multicomponentes se efectúa actualmente por computadora. (Véase capítulo 22.)

SÍMBOLOS

A	Factor de absorción, L/mV , adimensional
a_1	Primer término de la progresión geométrica
B	Constante en la ecuación (20.8)
f	Fracción de amoníaco absorbido (ejemplo 20.2)
H	Entalpía específica, J/g o Btu/lb; H_L , de la fase L ; $H_{L,a}$, a la entrada; $H_{L,b}$, a la salida; $H_{L,n}$, de la fase L que sale de la etapa n ; H_V , de la fase V ; $H_{V,a}$, a la salida; $H_{V,b}$, a la entrada; $H_{V,n+1}$, de la fase V que sale de la etapa $n + 1$
L	Velocidad de flujo de la fase L , kg mol/h o lb mol/h; L_N , procedente de la etapa final de la cascada; L_a , a la entrada; L_b , a la salida; L_n , procedente de la etapa n
l_1, l_2	Longitudes de los segmentos de línea de la figura 20.6

m	Pendiente de la curva de equilibrio, dy_e/dx_e
N	Número total de etapas ideales
n	Número de la serie de la etapa ideal, contando desde la entrada de la fase L
r	Relación entre los términos sucesivos de la progresión geométrica
S	Factor de desorción, mV/L , adimensional
s_n	Suma de los n primeros términos de la progresión geométrica
V	Velocidad de flujo de la fase V , kg mol/h o lb mol/h; V_a , a la salida; V_b , a la entrada; V_{n+1} , procedente de la etapa $n + 1$; V_1 , que sale de la primera etapa de la cascada
x	Fracción molar en la fase L ; utilizada para el componente A cuando sólo están presentes dos componentes; x_N , en la fase L procedente de la etapa final de la cascada; x_a , a la entrada; x_b , a la salida; x_e , en equilibrio; x_n , fracción molar en la fase L procedente de la etapa n ; x^* , fracción molar en la fase L en equilibrio con una corriente especificada de la fase V ; x_a^* , en equilibrio con y_a ; x_b^* , en equilibrio con y_b ; x_0 , en la fase L que entra en la primera etapa de la cascada; x_1 , x_2 , en la fase L que sale la primera y la segunda etapas, respectivamente
y	Fracción molar en la fase V ; utilizada para el componente A cuando sólo están presentes dos componentes; y_{N+1} , en la fase V que entra en la etapa N de la cascada; y_a , a la salida; y_b , a la entrada; y_e , en equilibrio; y_n , en la fase V procedente de la etapa n ; y^* , fracción molar en la fase V en equilibrio con una corriente especificada de la fase L ; y_a^* , en equilibrio con x_a ; y_b^* , en equilibrio con x_b ; y_1 , y_2 , en la fase V que sale de la primera y segunda etapas, respectivamente

PROBLEMAS

- 20.1** Calcule el número de etapas ideales para el sistema descrito en el ejemplo 20.1, si las condiciones se modifican como se indica a continuación:

Acetona en el gas que entra, 25% mol
 Acetona en el aceite que entra, 1.5% mol
 Acetona en el líquido residual, 8% mol
 Acetona absorbida, 90%

- 20.2.** ¿Cuáles son los efectos sobre las concentraciones de las corrientes gaseosa y líquida de salida, correspondientes a los siguientes cambios de las condiciones de operación de la columna del ejemplo 20.2? a) Una caída en la temperatura de operación que modifica la relación de equilibrio para ser $y_e = 0.6x_e$. No se modifican con respecto al diseño original: N , L/V , y_b y x_a . b) Una reducción en la relación L/V desde 1.5 hasta 1.25. No se modifican con respecto al diseño original: temperatura, N , y_b y x_a . c) Un aumento en el número de etapas ideales desde 5.02 hasta 8. No se modifican con respecto al diseño original: temperatura, L/V , y_b y x_a .
- 20.3.** Se utiliza una columna con ocho platos y se estima una eficiencia de platos de 75% para remover el componente A de un gas diluido por absorción en agua. ¿En qué factor debe exceder la relación L/V la pendiente de la línea de equilibrio para lograr remover 95% del componente A ?
- 20.4.** Si un absorbedor de amoníaco tiene 2% de amoníaco en el gas que entra y nada de amoníaco en el agua que entra, ¿qué fracción de amoníaco puede absorberse con un factor de absorción de 0.9 y $N = 5$ o $N = 10$?

- 20.5.** Se elimina un hidrocarburo tóxico del agua con aire en una columna con ocho etapas ideales. *a)* ¿Qué factor de eliminación se necesita para remover 98%? *b)* ¿Qué porcentaje removido se logra con un factor de eliminación de 2.0?
- 20.6.** Para las condiciones del ejemplo 20.1, ¿cuántas etapas ideales serán necesarias para 97% de absorción de la acetona del aceite que entra, el cual contiene 0.005 fracción mol de acetona?
- 20.7.** Se alimenta un absorbedor de platos perforado, que contiene ocho platos ideales, con una mezcla de 5% de butano y 95% de aire. El líquido absorbente es aceite pesado no volátil con un peso molecular de 250 y gravedad específica de 0.90. La absorción ocurre a 1 atm y 15 °C: La recuperación de butano es de 95%. La presión de vapor del butano a 15 °C es de 1.92 atm y la densidad del butano líquido es de 580 kg/m³ a 15 °C. *a)* Calcule los metros cúbicos de aceite fresco absorbente por metro cúbico de butano recuperado. *b)* Repita los cálculos de *a)*, asumiendo que la presión total es de 3 atm y todos los otros factores permanecen constantes. Considere que aplican las leyes de Raoult y de Dalton.
- 20.8.** Demuestre cómo los balances de materia y la relación de equilibrio se pueden usar para la solución numérica del ejemplo 20.1. Calcule las composiciones del vapor y del líquido para las etapas 1 y 2 y compare los resultados con la solución gráfica.
- 20.9.** Una solución acuosa con 25 ppm de un compuesto orgánico volátil (COV) se trata con nitrógeno a $S = 0.80$. ¿Qué fracción del COV se extrae con 5 o con 10 etapas ideales?
- 20.10.** Se considera el uso de una columna de platos para extraer SO₂ por absorción en agua. La concentración de SO₂ es de 500 ppm y el flujo del aire es de 560 ft³/min a 1 atm y 80 °F. La relación de equilibrio para soluciones diluidas a 80 °F es $y = 31.5x$. *a)* ¿Cuál es el flujo mínimo de líquido en gal/min para una extracción de 90%? *b)* ¿Cuántas etapas ideales se necesitan si el flujo del líquido es 1.5 veces el mínimo?
- 20.11.** Se utiliza una columna de desorción de aire para extraer 99 por ciento de un hidrocarburo volátil (A), del agua. *a)* Si el factor de remoción es 1.8, ¿cuántas etapas ideales se necesitan? *b)* El agua también contiene trazas del compuesto B, que es dos veces más volátil que A y del compuesto C, con volatilidad de la mitad de la de A. ¿Qué porcentaje de de remoción se espera para B y C?

REFERENCIAS

1. Brown, G.G., M. Sounders, Jr. y H.V. Nyland. *Int. Eng. Chem.* **24**:522 (1932).
2. Gmehling, J., U. Onken, *et al.* *Vapor Liquid Equilibria Data Collection*. Frankfurt: DECHEMA, 1977.
3. Kremser, A. *Natl. Petr. News* **22**(21):42 (mayo 21, 1930).
4. McCabe, W.L. y E.W. Thiele. *Ind. Eng. Chem.* **17**:605 (1925).
5. Perry, R.H. y D.W. Green (eds.). *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1997, p. 13-38.

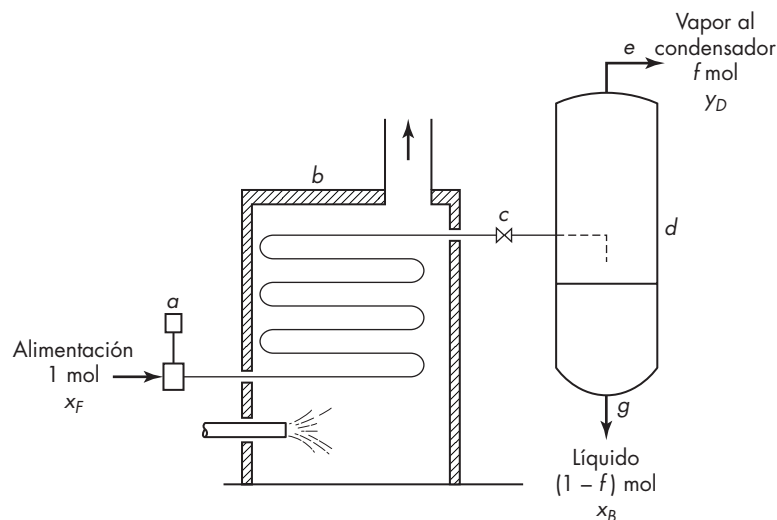
CAPÍTULO 21

Destilación

En la práctica, la destilación puede llevarse a cabo según dos métodos principales. El primer método se basa en la producción de vapor mediante la ebullición de la mezcla líquida que se desea separar y la condensación de los vapores sin permitir que el líquido retorne a la columna del equipo de destilación. Por lo tanto, no hay reflujo. El segundo método se basa en el retorno de una parte del condensado a la columna, en condiciones tales que el líquido que retorna se pone en contacto íntimo con los vapores que ascienden hacia el condensador. Es posible realizar cualquiera de los dos métodos como un proceso continuo o discontinuo (por etapas). La primera sección de este capítulo se ocupa de los procesos de destilación continua en estado estacionario, incluyendo la vaporización parcial en una sola etapa sin reflujo (destilación *flash* o rápida) y la destilación continua con reflujo (rectificación) para sistemas que contienen sólo dos componentes. (La destilación multicomponente se estudiará en el capítulo 22.) Las últimas secciones están dedicadas al diseño y operación de equipo de destilación, tales como las columnas de platos perforados y con destilación discontinua.

DESTILACIÓN FLASH

La destilación instantánea o *flash* consiste en la vaporización de una fracción definida del líquido, en una manera tal que el vapor que se forma está en equilibrio con el líquido residual, separando el vapor del líquido y condensando el vapor. La figura 21.1 muestra los elementos que conforman una planta de destilación instantánea. La alimentación se hace circular por medio de la bomba *a*, a través del calentador *b*, y se reduce la presión en la válvula *c*. Una mezcla íntima de vapor y líquido entra en el separador *d*, en el que permanece el tiempo suficiente para permitir que se separen las corrientes de vapor y líquido. Debido al gran contacto existente entre el líquido y el vapor antes de su separación, las corrientes que se separan están en equilibrio. El vapor sale a través de la línea *e* y el líquido a través de la línea *g*.

**FIGURA 21.1**Planta de destilación *flash* o instantánea.

Destilación flash de mezclas binarias

La destilación instantánea (destilación *flash*) se usa de manera extensa en la refinación del petróleo, en la cual sus fracciones se calientan en destiladores de tubos y el fluido calentado se evapora instantáneamente (*flash*) en corrientes de vapor y corrientes de líquido residuales, cada una de las cuales contiene muchos componentes. El líquido proveniente de un absorbedor se somete a destilación instantánea para recuperar una parte de soluto y el líquido de un reactor a alta presión se puede destilar instantáneamente a baja presión, generando algo del vapor.

Considere 1 mol de una mezcla de dos componentes que entra como alimentación del equipo que se representa en la figura 21.1. Sea la concentración de la alimentación x_F , expresada como fracción mol del componente más volátil. Sea f la fracción mol de la alimentación que se vaporiza y retira continuamente como vapor. Por lo tanto, $1 - f$ es la fracción mol de la alimentación que sale de forma continua como líquido. Sean y_D y x_B las concentraciones del vapor y el líquido, respectivamente. A partir de un balance de materia para el componente más volátil, basado en 1 mol de alimentación, toda la cantidad de este componente que entra en la alimentación tiene que salir en las dos corrientes que salen del destilador.

$$x_F = fy_D + (1 - f)x_B \quad (21.1)$$

En la ecuación (21.1) hay dos incógnitas: x_B y x_D . Para usar la ecuación, debe contarse con una segunda relación entre las incógnitas. Tal relación está dada por la curva de equilibrio o por una ecuación basada en la *volatilidad relativa*, α . Para las componentes A y B en una mezcla, α se define como

$$\alpha_{AB} = \frac{y_{Ae}/x_{Ae}}{y_{Be}/x_{Be}} \quad (21.2)$$

Para mezclas ideales, la volatilidad relativa es igual a la relación entre las presiones de vapor, ya que se cumple la ley de Raoult y α es casi constante en el rango de temperaturas presente en una destilación típica.

$$\begin{aligned}
 p_A &= P'_A x_A & y_A &= p_A / P \\
 p_B &= P'_B x_B & y_B &= p_B / P \\
 \alpha_{AB} &= \frac{y_A / x_A}{y_B / x_B} = \frac{P'_A / P}{P'_B / P} = \frac{P'_A}{P'_B}
 \end{aligned}
 \quad (21.3)$$

Para mezclas binarias, generalmente se omiten los subíndices, puesto que $x_B = 1 - x_A$ y $y_B = 1 - y_A$. La ecuación (21.2) se puede convertir en una forma más útil, relacionando directamente y con x , que se entiende que son y_{Ac} y x_{Ac} .

$$y = \frac{\alpha x}{1 + (\alpha - 1)x} \quad (21.4)$$

La fracción f de la ecuación (21.1) no se fija directamente, sino que depende de la entalpía de la corriente caliente que ingresa y de las entalpías del vapor y del líquido que dejan la cámara de destilación instantánea.

$$H_F = f H_y + (1 - f) H_x \quad (21.5)$$

donde H_F , H_y y H_x son respectivamente las entalpías del líquido de alimentación, el vapor y el líquido producidos.

EJEMPLO 21.1 Una mezcla con 50% en mol de benceno y 50% de tolueno se somete a una destilación instantánea a una presión en el separador de 1 atm. El líquido que ingresa se calienta a una temperatura que ocasionará que 50% de la alimentación se evapore. *a)* ¿Cuáles son las composiciones del vapor y del líquido que abandonan la cámara de destilación instantánea?; *b)* ¿cuál es la temperatura de la alimentación que se requiere?

Solución El diagrama del punto de ebullición para benceno-tolueno se muestra en la figura 21.2. El punto de ebullición de la alimentación es de 92 °C y se supone que la temperatura en el separador es de alrededor de 95 °C. A 95 °C, $\alpha = 2.45$, basado en las presiones de vapor del benceno y del tolueno.

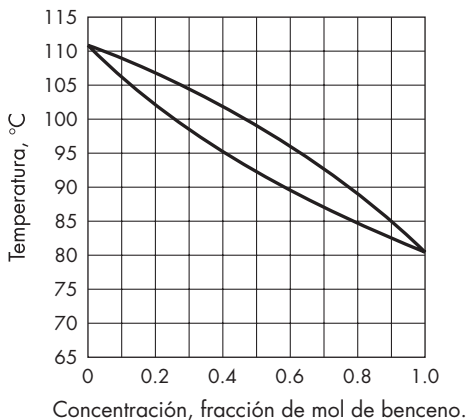


FIGURA 21.2

Diagrama del punto de ebullición (sistema benceno-tolueno a 1 atm).

a) De las ecuaciones (21.1) y (21.4) con $f = 0.4$ y $X_F = 0.5$,

$$0.5 = 0.4 \left(\frac{2.45x}{1 + 1.45x} \right) + 0.6x$$

$$(0.5 - 0.6x)(1 + 1.45x) = 0.98x$$

$$0.87x^2 + 0.855x - 0.5 = 0$$

$$x = 0.412$$

$$y = \frac{2.45 \times 0.412}{1 + (1.45 \times 0.412)} = 0.632$$

De la figura 21.2 para $x = 0.412$, $T = 95^\circ\text{C}$

b) La entalpía de evaporación y los calores específicos de los líquidos son

para el benceno: $\lambda = 7360 \text{ cal/g mol}$, $C_p = 33 \text{ cal/mol} \cdot ^\circ\text{C}$

para el tolueno: $\lambda = 7960 \text{ cal/g mol}$, $C_p = 40 \text{ cal/mol} \cdot ^\circ\text{C}$

Seleccione el líquido a 95°C como base para la entalpía.

El C_p promedio para el líquido es $(0.5 \times 33) + (0.5 \times 40) = 36.5 \text{ cal/mol} \cdot ^\circ\text{C}$

El valor promedio de λ es $(0.632 \times 7360) + (0.368 \times 7960) = 7581 \text{ cal/g mol}$.

De la ecuación (21.5),

$$H_F = (T_F - 95)(36.5) = 0.4(7581)$$

$$T_F = 178^\circ\text{C}$$

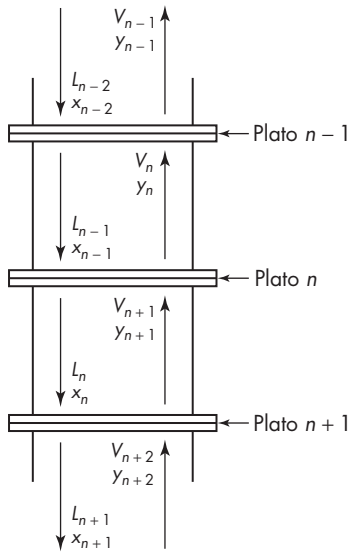
DESTILACIÓN CONTINUA CON REFLUJO

La destilación *flash* o instantánea se utiliza esencialmente para la separación de componentes que tienen temperaturas de ebullición muy diferentes. No es eficaz en la separación de componentes de volatilidad comparable, los cuales requieren del uso de la destilación con reflujo. Para la producción en gran escala, es más común la destilación continua — que se describe en esta sección —, que la destilación discontinua que se estudiará posteriormente en este capítulo.

Acción en un plato ideal

En un plato ideal, por definición, el líquido y el vapor que salen del plato se encuentran en equilibrio. Considere un solo plato de una columna en una cascada de platos ideales, tal como el plato n que se representa en la figura 21.3. Suponga que los platos se numeran en serie desde la parte superior (destilado) hasta la parte inferior (residuo) de la columna y que el plato que se considera es el número n partiendo desde la parte superior. Por lo tanto, el plato inmediatamente superior es el plato $n - 1$ y el inmediatamente inferior es el plato $n + 1$. Los subíndices representan en todos los casos el punto de origen de la magnitud correspondiente.

En el plato n entran dos corrientes de fluido y salen otras dos. Una corriente de líquido L_{n-1} mol/h, procedente del plato $n - 1$ y una corriente de vapor V_{n+1} mol/h, procedente del plato $n + 1$, se ponen en contacto íntimo. Una corriente de vapor V_n mol/h asciende hacia el plato $n - 1$, y una corriente de líquido L_n mol/h, desciende hacia el plato $n + 1$. Puesto que las corrientes de vapor son la fase V , sus concentraciones se representan por y . Las corrientes de líquido son la fase L , y sus concentraciones se representan por x . Por lo tanto, las concentraciones de las corrientes que entran y salen del plato n son las siguientes:

**FIGURA 21.3**Diagrama del balance de materia para el plato n .

Vapor que sale del plato y_n
 Líquido que sale del plato x_n
 Vapor que entra en el plato y_{n+1}
 Líquido que entra en el plato x_{n-1}

En la figura 21.4 se representa el diagrama del punto de ebullición para la mezcla tratada. Las cuatro concentraciones anteriormente citadas se representan también en esta figura. Según la definición de un plato ideal, el vapor y el líquido que salen del plato n están en equilibrio, de forma que x_n y y_n representan concentraciones de equilibrio. Esto se ilustra en la figura 21.4. El vapor es enriquecido en el componente más volátil A a medida que asciende por la columna, y el líquido disminuye en A a medida que el flujo desciende. Por tanto, las concentraciones de A en ambas fases aumentan con la altura de la columna; x_{n-1} es mayor que x_n , y y_n es mayor que y_{n+1} . Aunque las corrientes que salen del plato están en equilibrio, las que entran no lo están, como se observa en la figura 21.4. Cuando el vapor procedente del plato $n+1$ y el líquido procedente del plato $n-1$ se ponen en contacto, sus concentraciones tienden hacia el equilibrio, tal como se representa por las flechas de la figura 21.4. Parte del componente más volátil A se vaporiza desde el líquido, disminuyendo la concentración del líquido desde x_{n-1} hasta x_n ; y algo del componente menos volátil B se condensa desde el vapor, aumentando la concentración del vapor desde y_{n+1} hasta y_n . Puesto que las corrientes de líquido están a sus puntos de burbuja y las corrientes de vapor a sus puntos de rocío, el calor liberado en la condensación del componente B suministra el calor necesario para vaporizar el componente A . Cada plato de la cascada actúa como un aparato de intercambio en el que el componente A se transfiere hacia la corriente de vapor y el componente B hacia la corriente de líquido. Por otra parte, puesto que la concentración de A , tanto en el líquido como en el vapor, aumenta con la altura de la columna, la temperatura disminuye y la temperatura del plato n resulta ser mayor que la del plato $n-1$ y menor que la del plato $n+1$.

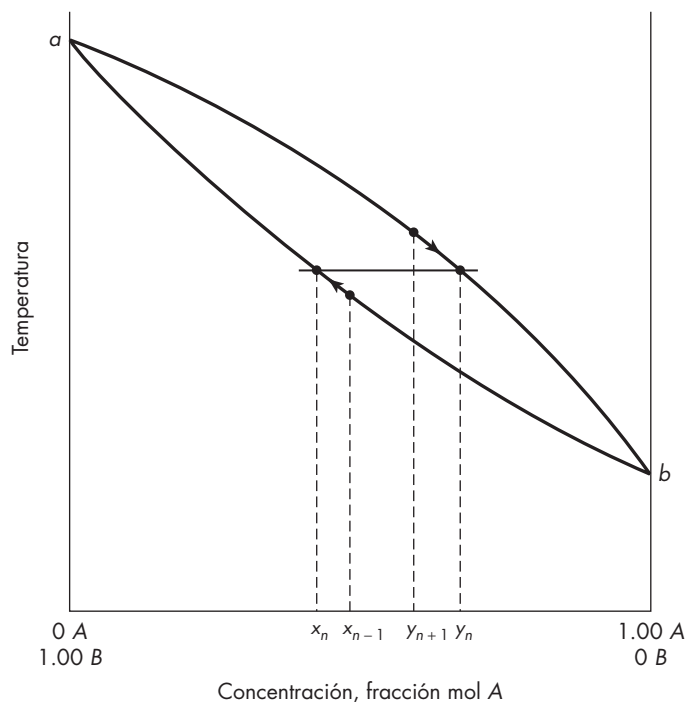
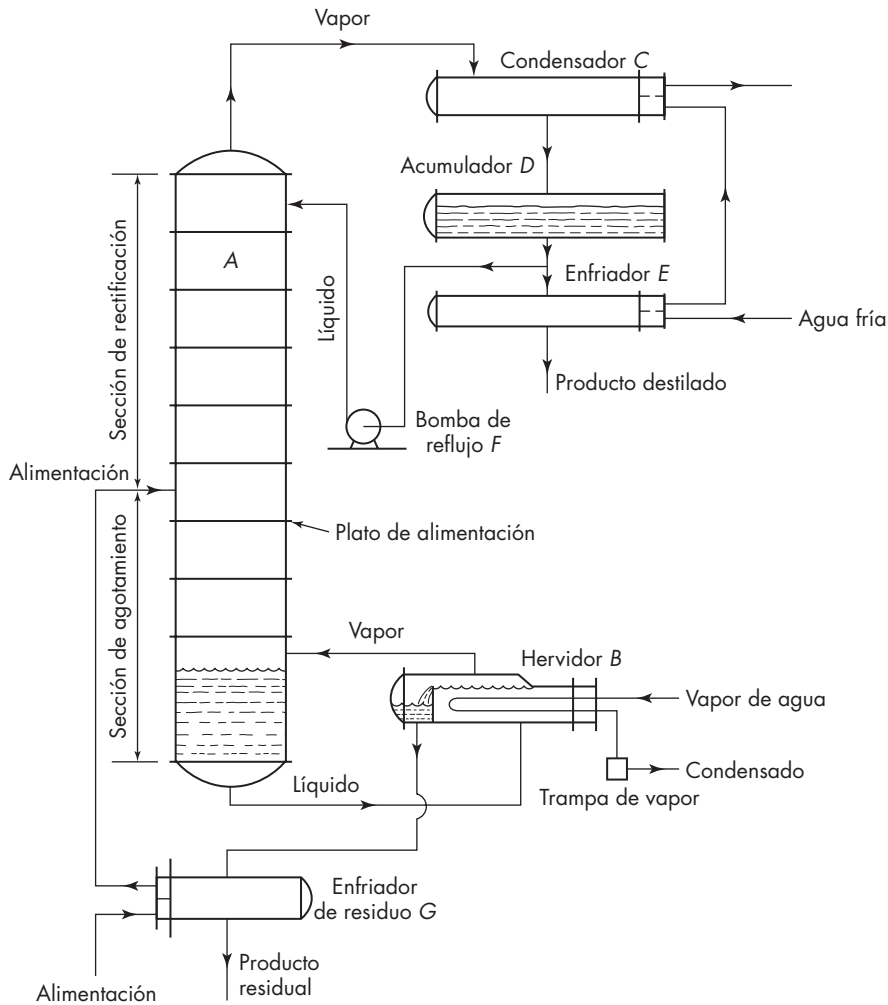
**FIGURA 21.4**

Diagrama del punto de ebullición que muestra la rectificación en un plato ideal.

Combinación de rectificación y agotamiento

Para obtener productos prácticamente puros, tanto de la parte superior como la parte inferior de la columna de destilación, la alimentación se introduce en un plato de la parte central de la columna. Si la alimentación es líquida, desciende por la columna hacia el hervidor y se agota en el componente A por el vapor que asciende desde el hervidor. Por este medio se obtiene un producto residual, que es el componente B casi puro.

En la figura 21.5 se representa una columna típica de fraccionamiento continuo equipada con los accesorios necesarios y que contiene secciones (zonas) de rectificación y agotamiento. La columna A se alimenta cerca de su parte central con un flujo de alimentación constante de concentración definida. Suponga que la alimentación es un líquido a su temperatura de ebullición. La acción de la columna no depende de esta suposición y más adelante se considerarán otras condiciones de la alimentación. El plato en el que se introduce la alimentación recibe el nombre de *plato de alimentación*. Todos los platos que se encuentran por encima del plato de alimentación constituyen la sección (zona) de rectificación, mientras que todos los platos por debajo de la alimentación, *incluyendo también el plato de alimentación*, constituyen la sección (zona) de agotamiento. La alimentación desciende por la sección de agotamiento hasta el fondo de la columna, donde se mantiene un nivel definido de líquido. El líquido fluye por gravedad hasta el hervidor B, que es un vaporizador calentado con vapor de agua que genera vapor y lo devuelve al fondo de la columna. El vapor asciende por toda la columna. En el extremo del intercambiador de calor hay un vertedero. El producto residual se retira desde la masa de líquido en el lado de la corriente descendente del vertedero y circula a través del enfriador G.

**FIGURA 21.5**

Columna de fraccionamiento continuo con secciones de rectificación y agotamiento.

Este enfriador también precalienta la alimentación mediante el intercambio de calor con los residuos calientes.

Los vapores que ascienden a través de la sección de rectificación se condensan totalmente en el condensador *C*, y el condensado se recolecta en el acumulador *D*, en el que se mantiene un nivel definido. La bomba de reflujo *F* toma el líquido del acumulador y lo descarga en el plato superior de la torre. Esta corriente de líquido recibe el nombre de *reflujo*. Constituye el líquido que desciende por la sección de rectificación que se requiere para interaccionar con el vapor que asciende. Sin el reflujo no habría rectificación en esta sección de la columna, y la concentración del producto de destilado no sería mayor que

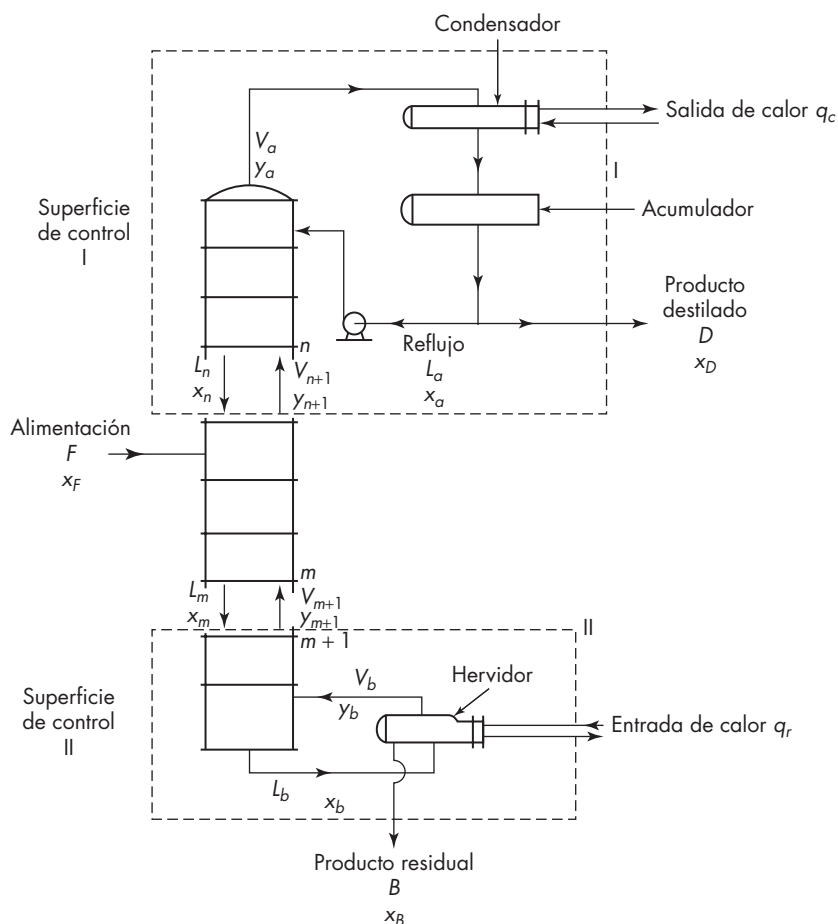
**FIGURA 21.6**

Diagrama de balance de materia para una columna de fraccionamiento continuo.

la del vapor que asciende del plato de alimentación. El condensado que no es recogido por la bomba de reflujo se enfría en el intercambiador de calor E , llamado *enfriador de producto*, y se retira como producto destilado. Si no se forman azeótropos, los productos destilados y residual pueden obtenerse con cualquier pureza deseada siempre y cuando haya suficientes platos y se utilice un reflujo adecuado.

La planta que se representa en la figura 21.5 con frecuencia se simplifica para pequeñas instalaciones. En lugar del hervidor puede instalarse un serpentín de calentamiento en el fondo de la columna para generar vapor desde la masa de líquido. A veces el condensador se sitúa encima de la parte superior de la columna y se suprimen el acumulador y la bomba de reflujo. En este caso el reflujo retorna por gravedad al plato superior. Una válvula especial, llamada *divisor del reflujo*, se utiliza para controlar la velocidad de retorno del reflujo. El resto del condensado constituye el producto destilado.

Balances de materia en columnas de platos

Balances globales de materia para sistemas de dos componentes

La figura 21.6 es un diagrama del balance de materia para una planta típica de destilación continua. La columna se alimenta con F mol/h de concentración x_F y genera D mol/h del producto destilado de concentración x_D , y B mol/h de producto residual de concentración x_B . Es posible escribir dos balances globales de materia independientes.

$$\text{Balance total de materia} \quad F = D + B \quad (21.6)$$

$$\text{Balance del componente A} \quad Fx_F = Dx_D + Bx_B \quad (21.7)$$

Eliminando B de estas ecuaciones se obtiene

$$\frac{D}{F} = \frac{x_F - x_B}{x_D - x_B} \quad (21.8)$$

Eliminando D resulta

$$\frac{B}{F} = \frac{x_D - x_F}{x_D - x_B} \quad (21.9)$$

Las ecuaciones (21.8) y (21.9) son aplicables para todos los valores de los flujos de vapor y líquido en el interior de la columna.

Velocidades netas de flujo

La magnitud D es la diferencia entre las velocidades de flujo de las corrientes que entran y salen por la parte superior de la columna. Un balance de materia alrededor del condensador y del acumulador de la figura 21.6 conduce a

$$D = V_a - L_a \quad (21.10)$$

La diferencia entre las velocidades de flujo del vapor y del líquido en cualquier parte de la sección superior de la columna es también igual a D , tal como se deduce considerando la parte de la planta encerrada por la superficie de control I de la figura 21.6. Esta superficie incluye el condensador y todos los platos por encima de $n + 1$. Un balance total de materia alrededor de esta superficie de control conduce a

$$D = V_{n+1} - L_n \quad (21.11)$$

Esta cantidad D es la *velocidad neta de flujo* de materia que asciende en la sección superior de la columna. Independientemente de los cambios en V y L , su diferencia es constante e igual a D .

Balances similares para el componente A dan lugar a las ecuaciones

$$Dx_D = V_a y_a - L_a x_a = V_{n+1} y_{n+1} - L_n x_n \quad (21.12)$$

El producto Dx_D es la velocidad neta de flujo del componente A, que asciende en la sección superior de la columna y que es constante a través de esta parte del equipo.

En la sección inferior de la columna, las velocidades netas de flujo también son constantes pero su sentido es descendente. La velocidad neta de flujo de material total es igual a B , y la del componente A es Bx_b . Se aplican las siguientes ecuaciones:

$$B = L_b - V_b = L_m - V_{m+1} \quad (21.13)$$

$$Bx_B = L_b x_b - V_b y_b = L_m x_m - V_{m+1} y_{m+1} \quad (21.14)$$

Se utiliza el subíndice m en lugar de n para representar un plato general de la sección de agotamiento.

Líneas de operación

Puesto que hay dos secciones en la columna, hay también dos líneas de operación: una para la sección de rectificación y otra para la sección de agotamiento. Se considera primero la sección de rectificación. Tal como se vio en el capítulo 20 [ecuación (20.7)], la línea de operación para esta sección es

$$y_{n+1} = \frac{L_n}{V_{n+1}} x_n + \frac{V_a y_a - L_a x_a}{V_{n+1}} \quad (21.15)$$

Sustituyendo el valor de $V_a y_a - L_a x_a$ de la ecuación (21.12) se obtiene

$$y_{n+1} = \frac{L_n}{V_{n+1}} x_n + \frac{Dx_D}{V_{n+1}} \quad (21.16)$$

La pendiente de la línea definida por la ecuación (21.16), como es habitual, es la relación entre el flujo de la corriente de líquido y el de la corriente de vapor. Para un posterior análisis es conveniente eliminar V_{n+1} de la ecuación (21.16) mediante la ecuación (21.11), para obtener

$$y_{n+1} = \frac{L_n}{L_n + D} x_n + \frac{Dx_D}{L_n + D} \quad (21.17)$$

Para la sección de la columna por debajo del plato de alimentación, aplicando un balance de materia en la superficie de control II de la figura 21.6, se obtiene

$$V_{m+1} y_{m+1} = L_m x_m - Bx_B \quad (21.18)$$

En una forma diferente, se convierte en

$$y_{m+1} = \frac{L_m}{V_{m+1}} x_m - \frac{Bx_B}{V_{m+1}} \quad (21.19)$$

Ésta es la ecuación para la línea de operación en la sección de agotamiento. De nuevo, la pendiente es la relación entre el flujo de líquido y el flujo de vapor. Eliminando V_{m+1} de la ecuación (21.19) por medio de la ecuación (21.13) se obtiene

$$y_{m+1} = \frac{L_m}{L_m - B} x_m - \frac{Bx_B}{L_m - B} \quad (21.20)$$

La ecuación (21.17) muestra que la pendiente de la línea de operación en la sección de rectificación siempre es menor que 1.0; en la sección de agotamiento, la pendiente siempre es mayor que 1.0, como se indica en la ecuación (21.20).

Número de platos ideales; método de McCabe-Thiele

Cuando las líneas de operación correspondientes a las ecuaciones (21.17) y (21.20) se representan gráficamente, de manera conjunta con la curva de equilibrio en el diagrama xy , conviene utilizar la construcción paso por paso (escalones) de McCabe-Thiele para calcular el número de platos *ideales* que se requieren para alcanzar una diferencia de concentración definida, bien en la sección de rectificación o en la de agotamiento.¹⁰ Sin embargo, en las ecuaciones (21.17) y (21.20) se observa que, a menos que L_n y L_m sean constantes, las líneas de operación son curvas y sólo es posible representarlas de forma gráfica si se conoce la variación de estas corrientes internas con concentración. En el caso general se necesitan balances de entalpía para determinar la posición de una línea de operación curva. Más adelante en este capítulo se describirá el método para realizar esto.

Sobreflujo molar constante

Para la mayoría de las destilaciones, los flujos molares del vapor y del líquido son casi constantes en cada sección de la columna y las líneas de operación son casi rectas. Esto proviene de las entalpías molares de evaporación casi iguales, de tal manera que a medida que el vapor asciende por la columna, cada mol que se condensa suministra energía para vaporizar alrededor de 1 mol que desciende. Por ejemplo, las entalpías de evaporación del tolueno y del benceno son de 7960 y 7360 cal/mol, respectivamente, de modo que 0.92 mol de tolueno corresponde a 1.0 mol de benceno.[†] Los cambios en la entalpía de las corrientes del líquido y del vapor, y las pérdidas de calor a partir de la columna a menudo requieren que se forme ligeramente más vapor en la base, de modo que la relación del flujo molar de vapor en la base de una sección de la columna con respecto a la de la parte superior sea incluso más cercana a 1.0. Al diseñar columnas o interpretar el rendimiento de una planta, a menudo se utiliza el concepto de *sobreflujo molar constante*, lo que simplemente significa que, en las ecuaciones (21.11) y (21.20), los subíndices n , $n + 1$, m y $m + 1$ sobre L y V se pueden suprimir y L y V se refieren ahora a los flujos en la parte superior de la columna, y $\bar{L}$ y $\bar{V}$ indican flujos en la sección inferior. En este modelo simplificado, las ecuaciones de balance de materia son lineales y las líneas de operación, rectas. Una línea de operación se puede graficar si se conocen las coordenadas de dos puntos sobre ella. Entonces, se usa el método de McCabe-Thiele sin requerir balances de energía. Sin embargo, el método se puede modificar para incluir balances de energía, tal como el ejemplo 21.5.

[†] Para benceno-tolueno y muchas otras parejas análogas de hidrocarburos, el calor de vaporización por unidad de *masa* es mayor para el componente más volátil, pero la relación todavía es próxima a 1.0 y las líneas de operación basadas en la fracción masa serían casi rectas. Sin embargo, para sistemas tales como etanol-agua, los calores de vaporización son aproximadamente iguales por mol pero muy diferentes por unidad de masa, de forma que la utilización de unidades molares resulta ventajosa para los cálculos de destilación.

Relación de reflujo

El análisis de las columnas de fraccionamiento se facilita utilizando el concepto de *relación de reflujo*, del que se emplean dos modalidades. Una de ellas es la relación entre el reflujo y el producto destilado, y la otra es la relación que existe entre el reflujo y el vapor. Ambas relaciones se refieren a cantidades de la sección de rectificación. Las ecuaciones para estas relaciones son

$$R_D = \frac{L}{D} = \frac{V - D}{D} \quad \text{y} \quad R_V = \frac{L}{V} = \frac{L}{L + D} \quad (21.21)$$

En este libro solamente se utilizará R_D .

Si el numerador y el denominador de los términos del segundo miembro de la ecuación (21.17) se dividen entre D , para el sobreflujo molar constante, se obtiene

$$y_{n+1} = \frac{R_D}{R_D + 1} x_n + \frac{x_D}{R_D + 1} \quad (21.22)$$

La ecuación (21.22) es la ecuación de la línea de operación de la sección de rectificación. Su pendiente es $R_D/(R_D + 1)$; por sustitución de $L = V - D$ de la ecuación (21.21), se demuestra que es igual a L/V . La y que intercepta esta línea es $x_D/(R_D + 1)$. El valor de x_D está fijado por las condiciones del diseño, mientras que la relación de reflujo R_D es una variable de operación que se puede controlar a voluntad ajustando la porción entre el reflujo y el producto destilado, o bien modificando la cantidad de vapor que se forma en el hervidor para una velocidad de flujo dada del producto destilado. Se puede obtener un punto del extremo superior de la línea de operación tomando x_n igual a x_D en la ecuación (21.22):

$$y_{n+1} = \frac{R_D}{R_D + 1} x_D + \frac{x_D}{R_D + 1} = \frac{x_D(R_D + 1)}{R_D + 1} = x_D \quad (21.23)$$

La línea de operación para la sección de rectificación intercepta la diagonal en el punto (x_D, x_D) . Esto se cumple lo mismo para un condensador total que para uno parcial. (Los condensadores parciales se consideran en la próxima sección.)

Condensador y plato superior

La construcción de McCabe-Thiele para el plato superior depende de la acción del condensador. La figura 21.7 muestra los diagramas de los balances de materia para el plato superior y el condensador. La concentración del vapor procedente del plato superior es y_1 , y la del reflujo que entra en el plato superior es x_c . De acuerdo con las propiedades generales de las líneas de operación, el límite superior de la línea está en el punto (x_c, y_1) .

El dispositivo más sencillo para obtener reflujo y producto líquido, y uno de los utilizados con mayor frecuencia, es el condensador total que se representa en la figura 21.7b, que condensa todo el vapor procedente de la columna y proporciona tanto el producto como el reflujo. Cuando se utiliza un solo condensador total de este tipo, las concentraciones del vapor que procede del plato superior, la del reflujo que va a dicho plato y la del producto destilador son iguales y todas pueden representarse por x_D . El extremo de la línea de operación es el punto (x_D, x_D) , que es la intersección de la línea de

operación con la diagonal. El triángulo abc de la figura 21.8a representa el plato superior en la columna.

Cuando se utiliza un condensador parcial, el líquido de reflujo no tiene la misma composición que el producto destilado; es decir, $x_c \neq x_D$. Algunas veces se utilizan dos condensadores en serie, primero un condensador parcial para generar el reflujo y después un condensador final para obtener el producto líquido. Un dispositivo de este tipo se presenta en la figura 21.7c. El vapor que sale del condensador parcial tiene una composición y' , que es la misma que x_D . En estas condiciones es aplicable el diagrama de la figura 21.8b. La línea de operación pasa por el punto (x_D, x_D) de la diagonal, pero, por lo que a la columna se refiere, la línea de operación termina en el punto a' , que tiene de coordenadas (x_c, y_1) . El triángulo $a'b'c'$ de la figura 21.10b representa el plato superior de la columna. Puesto que el vapor que sale de un condensador parcial está normalmente en equilibrio con el líquido condensado, la composición del vapor y' es el valor de la ordenada de la curva de equilibrio donde la abscisa es x_c , tal como se indica en la figura 21.8b. El condensador parcial, representado por el triángulo de trazos discontinuos aba' de la figura 21.8b, es por lo tanto equivalente a una etapa teórica adicional del aparato de destilación.

En el tratamiento precedente se supone que el condensador retira sólo el calor latente y que el condensado es líquido en su punto de burbuja. En este caso el reflujo L es igual

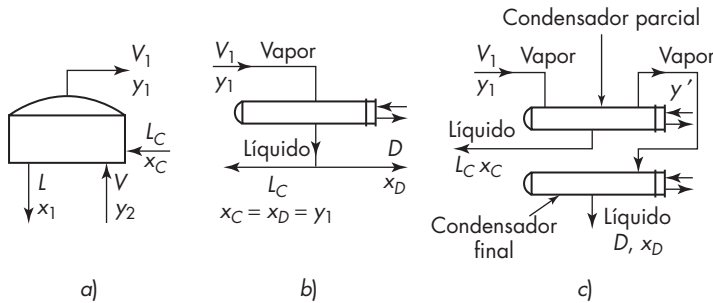


FIGURA 21.7

Diagramas de los balances de materia para el plato superior y el condensador: a) plato superior; b) condensador total; c) condensadores parcial y final.

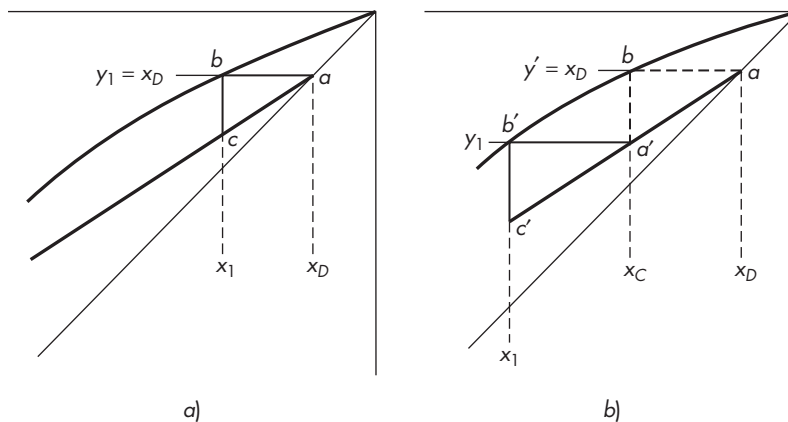


FIGURA 21.8

Construcción gráfica para el plato superior: a) utilizando un condensador total; b) utilizando condensadores parcial y final.

a L_c , el reflujo procedente del condensador, y $V = V_1$. Si el reflujo se enfría por debajo de su punto de burbuja, una parte del vapor procedente del plato 1 tiene que condensar para calentar el reflujo, de forma que $V_1 < V$ y $L > L_c$. La cantidad adicional ΔL que se condensa en el interior de la columna se determina a partir de la ecuación siguiente:

$$\Delta L = \frac{L_c c_{pc} (T_1 - T_c)}{\lambda_c} \quad (21.24)$$

donde c_{pc} = calor específico del condensado
 T_1 = temperatura del líquido en el plato superior
 T_c = temperatura del condensado que retorna
 λ_c = calor de vaporización del condensado

La relación de reflujo real en la columna es entonces

$$\frac{L}{D} = \frac{L_c + \Delta L}{D} = \frac{L_c [1 + c_{pc} (T_1 - T_c) / \lambda_c]}{D} \quad (21.25)$$

Por lo general, la temperatura T_1 no se conoce, pero normalmente es casi igual a T_{bc} , la temperatura en el punto de burbuja del condensado. Por lo tanto, comúnmente se utiliza T_{bc} en lugar de T_1 en las ecuaciones (21.24) y (21.25). En el subenfriamiento, el reflujo causa que la corriente de vapor de destilado V_1 sea menor que V_n . Si el calor en el hervidor no varía y D se mantiene constante, retorna menor cantidad de líquido que antes hacia la columna, y disminuye la relación de reflujo aparente R_D . Sin embargo, el vapor extra que condensa para calentar el reflujo hasta su punto de burbuja, aumenta la cantidad del líquido que descende por la columna, de forma que la pendiente de la línea de operación (L/V)_n no cambia. Una desventaja seria puede ocurrir cuando se utiliza un condensador enfriado con aire, a causa de los cambios en la temperatura del aire que conducen a fluctuaciones en T_c , y hacen que la operación de la columna sea difícil de controlar.

Plato en el fondo de la columna y hervidor

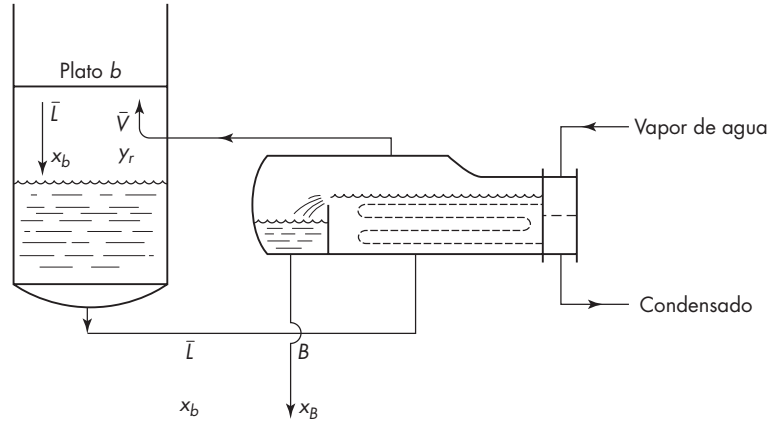
La acción en la parte inferior (residuo) de la columna es análoga a la de la parte superior (destilado). Por lo tanto, la ecuación (21.20), escrita para el sobreflujo molar constante, se transforma, con $\bar{L}$ y posteriormente $\bar{V}$ utilizados para representar las velocidades de flujo en esta sección,

$$y_{m+1} = \frac{\bar{L}}{\bar{L} - B} x_m - \frac{Bx_B}{\bar{L} - B} \quad (21.26)$$

Si x_m se toma igual a x_B en la ecuación (21.26), y_{m+1} también es igual a x_B , de forma que la línea de operación para la sección de agotamiento cruza a la diagonal en el punto (x_B, x_B) . Esto se cumple independientemente del tipo de hervidor utilizado siempre que haya un solo producto residual. La parte inferior de la línea de operación deberá entonces construirse utilizando el punto (x_B, x_B) y la pendiente $\bar{L}/(\bar{L} - B)$, que es igual a $\bar{L}/\bar{V}$, pero en la siguiente sección se describirá un método más conveniente al tratar los platos de alimentación.

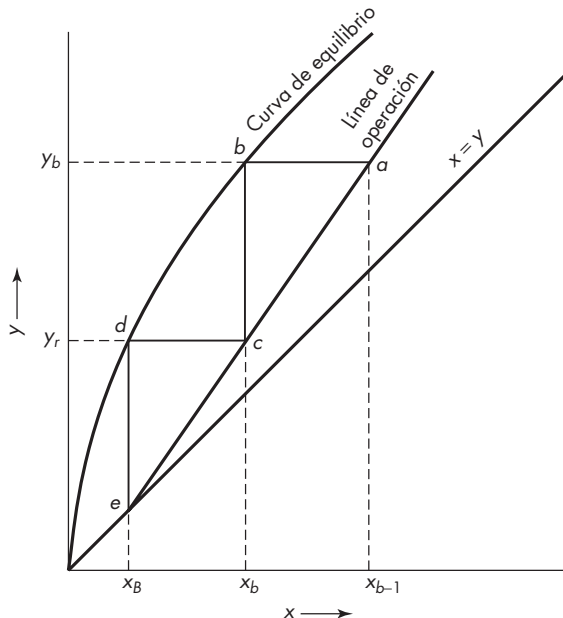
FIGURA 21.9

Diagrama de los balances de materia para el plato inferior y el intercambiador de calor.



El diagrama del balance de materia para el plato inferior y el hervidor se representa en la figura 21.9. El punto más bajo de la línea de operación de la columna misma es el punto correspondiente al plato inferior (x_b , y_r), donde x_b y y_r son las concentraciones del líquido que sale del plato inferior y del vapor procedente del hervidor. Sin embargo, tal como se vio, la línea de operación puede prolongarse hasta cortar a la diagonal en el punto (x_B , x_B).

En el tipo de hervidor común que se representa en las figuras 21.5 y 21.9, el vapor que sale del mismo está en equilibrio con el líquido que sale como producto residual. Por lo tanto, x_B y y_r son las coordenadas de un punto situado sobre la curva de equilibrio y el hervidor actúa como un plato ideal. En la figura 21.10 se muestra la construcción gráfica para el hervidor (triángulo cde) y para el plato inferior (triángulo abc). Un hervidor de este tipo recibe el nombre de *hervidor parcial*. En la figura 13.8 se ilustra con detalle su construcción.

**FIGURA 21.10**

Construcción gráfica para el plato inferior y el hervidor: triángulo cde , hervidor; triángulo abc , plato inferior.

Plato de alimentación

En el plato donde se introduce la alimentación pueden variar la velocidad del líquido o la del vapor, o la de ambos, dependiendo de la condición térmica de la alimentación. La figura 21.11 representa en forma esquemática las corrientes de vapor y líquido que entran y salen del plato de alimentación, para diferentes condiciones de alimentación. En la figura 21.11a se supone que la alimentación está fría y que toda la corriente de alimentación se suma al líquido que desciende por la columna. Además algo de vapor se condensa para calentar la alimentación hasta el punto de burbuja; esto da lugar a que el flujo de líquido sea aun mayor en la sección de agotamiento y a que disminuya el flujo de vapor en la sección de rectificación.

En la figura 21.11b se supone que la alimentación está en su punto de burbuja. No se requiere condensación para calentar la alimentación, de forma que $V = \bar{V}$ y $\bar{L} = F + L$. Si la alimentación está parcialmente en forma de vapor, como indica la figura 21.11c, la porción de líquido de la alimentación forma parte de $\bar{L}$ y la porción de vapor forma parte de V . Si la alimentación es vapor saturado, como muestra la figura 21.11d, toda la alimentación forma parte de V , de modo que $L = \bar{L}$ y $V = F + \bar{V}$. Finalmente, si la alimentación es vapor sobrecalentado, como en la figura 21.11e, parte del líquido procedente de la sección de rectificación se vaporiza con el fin de enfriar la alimentación hasta el estado de vapor saturado. Por tanto, el vapor de la sección de rectificación consta de: 1) el vapor procedente de la sección de agotamiento, 2) la alimentación y 3) los moles adicionales vaporizados en el enfriamiento de la alimentación. El flujo de líquido que pasa a la sección de agotamiento es menor que en la sección de rectificación por la cantidad de vapor adicional que se ha formado.

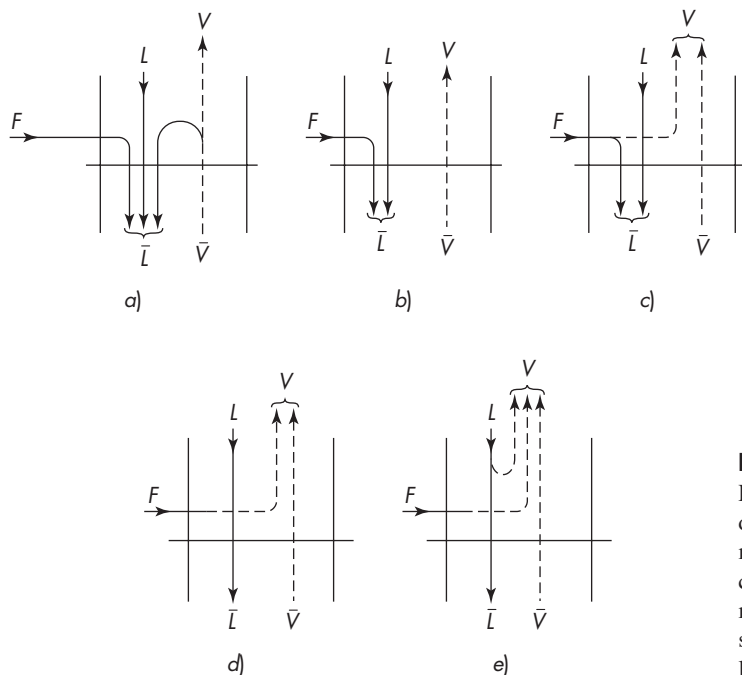


FIGURA 21.11

Flujo a través del plato de alimentación para diferentes condiciones de alimentación: a) alimentación como líquido frío; b) alimentación como líquido saturado; c) alimentación parcialmente vaporizada; d) alimentación como vapor saturado; e) alimentación como vapor sobrecalentado.

Es posible caracterizar los cinco tipos de alimentación utilizando un único factor, representado por q y definido como los moles de líquido que fluyen en la sección de agotamiento como consecuencia de la introducción de cada mol de alimentación. Por tanto, q tiene los siguientes límites numéricos para las distintas condiciones:

Alimentación fría, $q > 1$

Alimentación en el punto de burbuja (líquido saturado), $q = 1$

Alimentación parcialmente como vapor, $0 < q < 1$

Alimentación en el punto de rocío (vapor saturado), $q = 0$

Alimentación como vapor sobrecalentado, $q < 0$

Si la alimentación es una mezcla de líquido y vapor, q es la fracción de líquido. Tal alimentación puede producirse por una evaporación instantánea (o *flash*) de equilibrio, de forma que $q = 1 - f$, donde f es la fracción de la corriente original vaporizada en el *flash*.

El valor de q para la alimentación como líquido frío se obtiene a partir de la ecuación

$$q = 1 + \frac{c_{pL}(T_b - T_F)}{\lambda} \quad (21.27)$$

Para vapor sobrecalentado la ecuación es

$$q = -\frac{c_{pV}(T_F - T_d)}{\lambda} \quad (21.28)$$

donde c_{pL}, c_{pV} = calores específicos del líquido y el vapor, respectivamente

T_F = temperatura de la alimentación

T_b, T_d = temperaturas del punto de burbuja y del punto de rocío de la alimentación, respectivamente

λ = calor de vaporización

Línea de alimentación

El valor de q obtenido a partir de la ecuación (21.27) o (21.28) se utiliza con los balances de materia para encontrar el lugar de todos los puntos de intersección de las líneas de operación. La ecuación para esta línea de intersecciones se obtiene como se indica a continuación.

La contribución de la corriente de alimentación al flujo interno de líquido es qF , de forma que la velocidad de flujo total del reflujo en la sección de agotamiento es

$$\bar{L} = L + qF \quad \text{y} \quad \bar{L} - L = qF \quad (21.29)$$

De manera análoga, la contribución de la corriente de alimentación al flujo interno de vapor es $F(1 - q)$, y por tanto la velocidad de flujo total de vapor en la sección de rectificación es

$$V = \bar{V} + (1 - q)F \quad \text{y} \quad V - \bar{V} = (1 - q)F \quad (21.30)$$

Para sobreflujo molar constante, las ecuaciones de los balances de materia para las dos secciones son

$$Vy_n = Lx_{n+1} + Dx_D \quad (21.31)$$

$$\bar{V}y_m = \bar{L}x_{m+1} - Bx_B \quad (21.32)$$

Para localizar el punto de intersección de las líneas de operación, sea $y_n = y_m$ y $x_{n+1} = x_{m+1}$, y al restar la ecuación (21.32) de la ecuación (21.31):

$$y(V - \bar{V}) = (L - \bar{L})x + Dx_D + Bx_B \quad (21.33)$$

A partir de la ecuación (21.7), los dos últimos términos de la ecuación (21.33) se sustituyen por Fx_F . Por otra parte, al sustituir $L - \bar{L}$ de la ecuación (21.29) y $V - \bar{V}$ de la ecuación (21.30) y simplificando se llega a

$$y = -\frac{q}{1-q}x + \frac{x_F}{1-q} \quad (21.34)$$

La ecuación (21.34) representa una línea recta, que recibe el nombre de *línea de alimentación*, sobre la que están situadas las intersecciones de las líneas de operación. La posición de la líneas depende sólo de x_F y de q . La pendiente de la línea de alimentación es $-q/(1-q)$ y, como es posible demostrar sustituyendo x por y en la ecuación (21.34) y simplificando, la línea corta a la diagonal en $x = x_F$.

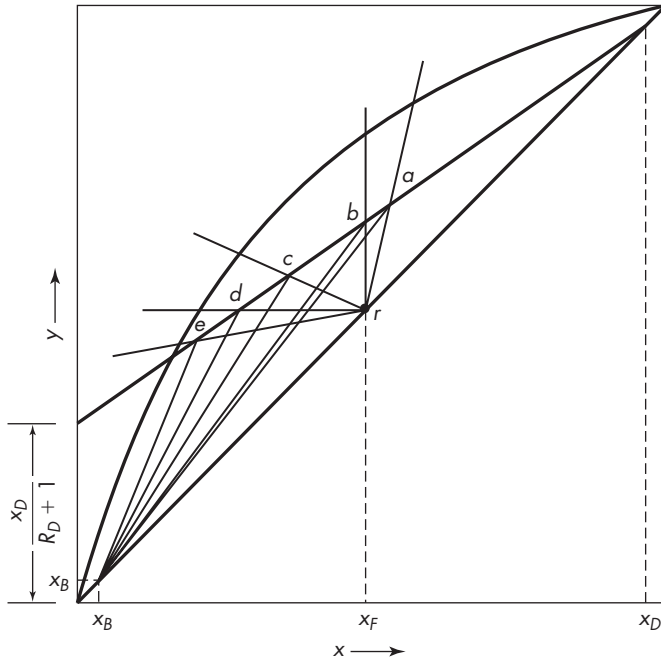
Construcción de líneas de operación

El método más sencillo para representar las líneas de operación es 1) localizar la línea de alimentación; 2) calcular el eje y que intercepta a $x_D/(R_D + 1)$ de la línea de rectificación y representar en forma gráfica la línea que pasa por la intersección y el punto (x_D, x_D) ; 3) trazar la línea de agotamiento que pasa por el punto (x_B, x_B) y la intersección de la línea de rectificación con la línea de alimentación. Las líneas de operación de la figura 21.12 muestran el resultado de este procedimiento.

En la figura 21.12 se representan de forma gráfica las líneas de operación para diferentes tipos de alimentación, bajo el supuesto de que x_F , x_B , x_D , L y D son constantes. Las correspondientes líneas de alimentación están representadas. Si la alimentación es un líquido frío, las pendientes de las líneas de alimentación se dirigen hacia arriba y a la derecha; si la alimentación es un líquido saturado, la línea es vertical; si la alimentación es una mezcla de vapor y líquido, las pendientes de las líneas se dirigen hacia arriba y a la izquierda, y la pendiente de la relación entre el líquido y el vapor tiene un valor negativo; si la alimentación es un vapor saturado, la línea es horizontal; y, finalmente, si la alimentación es un vapor sobrecalentado, las pendientes de las líneas se dirigen hacia abajo y a la izquierda.

Localización del plato de alimentación

Una vez representadas en forma gráfica las líneas de operación, el número de platos ideales se obtiene empleando la construcción habitual de paso por paso (escalones), tal como se ilustra en la figura 21.13. La construcción puede comenzarse indistintamente por la parte

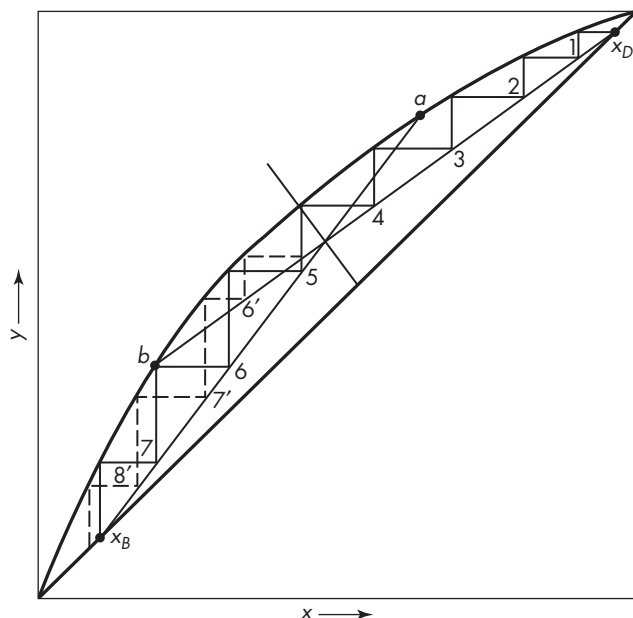
**FIGURA 21.12**

Efecto de la condición de la alimentación sobre la línea de alimentación: *ra*, alimentación como líquido frío; *rb*, alimentación como líquido saturado; *rc*, alimentación parcialmente vaporizada; *rd*, alimentación como vapor saturado; *re*, alimentación como vapor sobrecalentado.

inferior de la línea de agotamiento o por la parte superior de la línea de rectificación. En lo sucesivo se supone que la construcción comienza por la parte superior y que, además, se utiliza un condensador total. Al acercarse a la intersección de las líneas de operación, hay que decidir cuándo los escalones deben trasladarse de la línea de rectificación a la línea de agotamiento. El cambio deberá realizarse de tal forma que se obtenga el máximo enriquecimiento por plato con el fin de que el número total de platos de la columna sea mínimo. La figura 21.13 pone de manifiesto que este criterio se cumple si el traslado se realiza inmediatamente después de alcanzar un valor de x que sea menor que la coordenada x de la intersección de las dos líneas de operación. El plato de alimentación siempre está representado por el triángulo que tiene un vértice en la línea de rectificación y otro en la de agotamiento. Para la posición óptima, el triángulo que representa el plato de alimentación está montado en la intersección de las líneas de operación.

El traslado de una línea de operación a otra, y por lo tanto la localización del plato de alimentación, puede hacerse en cualquier lugar entre los puntos a y b de la figura 21.13; pero si el plato de alimentación está localizado en cualquier otro punto distinto del óptimo se precisa un número de plato innecesariamente más grande. Por ejemplo, si en la figura 21.13 el plato de alimentación es el número 7, los pasos más pequeños representados por la línea de trazos discontinuos da lugar a un requerimiento de 8 platos ideales más el hervidor, mientras que si la alimentación se introduce en el plato número 5 basta con 7 platos y el hervidor. Observe que el líquido en el plato de alimentación no tiene la misma composición que el de la alimentación, excepto por coincidencia, aun cuando la localización del plato de alimentación sea óptima.

Cuando se analiza el funcionamiento de una columna real, el cambio de una línea de operación a otra ha de realizarse en un plato real de alimentación. Debido a los cambios

**FIGURA 21.13**

Localización del plato óptimo de alimentación: —, con alimentación en el plato 5 (localización óptima); ---, con alimentación en el plato 7.

de composición de la alimentación y a las incertidumbres en la eficiencia de los platos, las columnas grandes operan con frecuencia introduciendo la alimentación unos pocos platos por encima o por debajo de la localización óptima. Si se prevén grandes cambios en la composición de la alimentación conviene proveer varias localizaciones alternativas para la entrada de alimentación.

En una columna real con un número de platos fijo, la alimentación en un plato incorrecto afectaría seriamente el funcionamiento de la columna. Si se alimenta en un plato muy bajo, por ejemplo, cercano al punto *b* en la figura 21.13, se aumenta el número de platos en la sección de rectificación; pero muchos de ellos están operando ahora en una región con temperaturas muy cercanas donde la fuerza impulsora es pequeña. Estos platos hacen una separación muy pequeña. Por lo tanto, el diagrama debe cambiar, bajando la calidad de los productos residuales y de destilado, lo que refleja el deficiente funcionamiento de los platos. Si se alimenta en una parte muy alta de la columna, se originan consecuencias similares.

Requerimientos de calefacción y enfriamiento

La pérdida de calor en una gran columna aislada es relativamente pequeña. De forma que la columna misma es, esencialmente, adiabática. Los efectos térmicos de toda la unidad están restringidos al condensador y al hervidor. Si el calor latente molar promedio es λ y la variación total de calor sensible en las corrientes de líquido es pequeña, el calor comunicado en el hervidor q_r es $\bar{V}\lambda$, ya sea en watts o Btu por hora. Cuando la alimentación es un líquido a la temperatura de burbuja ($q = 1$), el calor suministrado en el hervidor es aproximadamente igual al removido en el condensador, pero esto no se cumple para otros valores de q . (Véase balances de entalpía en la página 728.)

Si como medio de calentamiento se utiliza vapor de agua saturado, la cantidad de éste que se requiere en el hervidor es

$$\dot{m}_s = \frac{\bar{V}\lambda}{\lambda_s} \quad (21.35)$$

donde $\dot{m}_s$ = consumo de vapor de agua
 $\bar{V}$ = velocidad del vapor generado por el hervidor
 λ_s = calor latente del vapor de agua
 λ = calor latente molar de la mezcla

Si se utiliza agua como medio de enfriamiento en el condensador y el condensado no está subenfriado, el requerimiento de agua de enfriamiento es

$$\dot{m}_w = \frac{V\lambda}{T_2 - T_1} \quad (21.36)$$

donde $\dot{m}_w$ = consumo de agua
 $T_2 - T_1$ = aumento de temperatura del agua de enfriamiento

EJEMPLO 21.2 Se va a diseñar una columna de fraccionamiento continuo para separar 30 000 kg/h de una mezcla de 40% de benceno y 60% de tolueno en un producto destilado que contiene 97% de benceno y un producto residual de 98% de tolueno. Estos porcentajes están expresados en peso. Se utilizará una relación de reflujo de 3.5 moles por 1 mol de producto. Los calores latentes molares del benceno y del tolueno son 7 360 y 7 960 cal/g mol, respectivamente. El benceno y el tolueno forman un sistema ideal con una volatilidad relativa del orden de 2.5; la curva de equilibrio se muestra en la figura 21.14. La alimentación tiene una temperatura de ebullición de 95 °C a la presión de 1 atm. *a)* Calcule los moles de los productos destilados y residuales por hora. *b)* Determine el número de platos ideales y la posición del plato de alimentación *i)* si la alimentación es un líquido a su temperatura de ebullición; *ii)* si la alimentación es un líquido a 20 °C (calor específico = 0.44 cal/g · °C); *iii)* si la alimentación es una mezcla de dos tercios de vapor y un tercio de líquido. *c)* Si para el calentamiento se utiliza vapor de agua a la presión manométrica de 20 lb_f/in.² (1.36 atm), ¿qué cantidad de vapor se requiere por hora para cada uno de los tres casos anteriores, despreciando las pérdidas de calor y suponiendo que el reflujo es un líquido saturado? *d)* Si el agua de enfriamiento entra en el condensador a 25 °C y sale a 40 °C, ¿qué cantidad de agua de enfriamiento será necesaria, en metros cúbicos por hora?

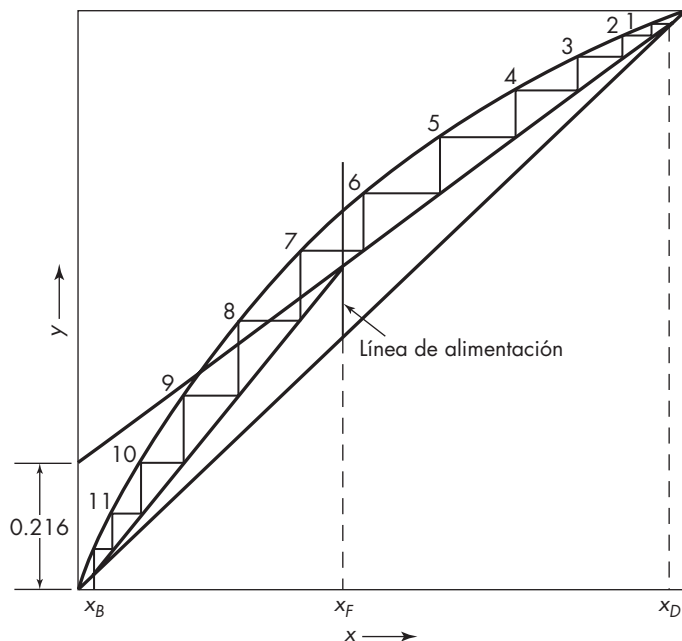
Solución

a) El peso molecular del benceno es 78, y el del tolueno es 92. Las concentraciones de alimentación, el producto destilado y el producto residual, en fracción mol de benceno, son

$$x_F = \frac{\frac{40}{78}}{\frac{40}{78} + \frac{60}{92}} = 0.440 \quad x_D = \frac{\frac{97}{78}}{\frac{97}{78} + \frac{3}{92}} = 0.974$$

$$x_B = \frac{\frac{2}{78}}{\frac{2}{78} + \frac{98}{92}} = 0.0235$$

El peso molecular promedio de la alimentación es

**FIGURA 21.14**

Ejemplo 21.2, parte b)i).

$$\frac{100}{\frac{40}{78} + \frac{60}{92}} = 85.8$$

El calor promedio de vaporización de la alimentación es

$$\lambda = 0.44(7\,360) + 0.56(7\,960) = 7\,696 \text{ cal/g mol}$$

El flujo de alimentación F es $30\,000/85.8 = 350 \text{ kg mol/h}$. A partir de un balance global de benceno, utilizando la ecuación (21.8),

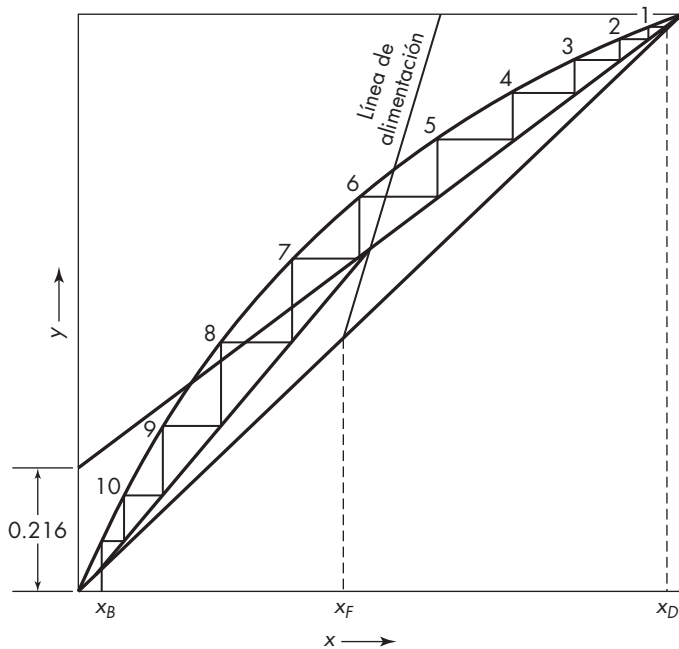
$$D = 350 \left(\frac{0.440 - 0.0235}{0.974 - 0.0235} \right) = 153.4 \text{ kg mol/h}$$

$$B = 350 - 153.4 = 196.6 \text{ kg mol/h}$$

b) A continuación se determina el número de platos ideales y la colocación del plato de alimentación.

i) El primer paso consiste en representar en forma gráfica el diagrama de equilibrio y sobre él trazar verticales por x_D , x_F y x_B , prolongándolas hasta la diagonal del diagrama, tal como se representa en la figura 21.14. El segundo paso consiste en trazar la línea de alimentación. En este caso $f = 0$ y la línea de alimentación es vertical y es una continuación de la línea $x = x_F$. El tercer paso es representar en forma gráfica las líneas de operación. La intersección de la línea de rectificación con el eje y , de acuerdo con la ecuación (21.22), es $0.974/(3.5 + 1) = 0.216$. Este punto se conecta con el punto x_D en la línea de referencia yx . A partir de la intersección de esta línea de operación de la rectificación con la línea de alimentación se traza la línea de agotamiento.

El cuarto paso consiste en trazar los escalones (pasos) rectangulares entre las dos líneas de operación y la curva de equilibrio. Al trazar los pasos, el traslado de la línea de rectificación a la línea de agotamiento se produce en el escalón (paso) número siete. Continuando el trazado

**FIGURA 21.15**

Ejemplo 21.2, parte b)ii).

de escalones se encuentra que, además del hervidor, se necesitan 11 platos ideales y que la alimentación deberá introducirse en el séptimo plato contando desde la parte superior.[†]

ii) El calor latente de vaporización de la alimentación λ es $7696/858.8 = 89.7$ cal/g. Sustituyendo en la ecuación (21.27) se obtiene

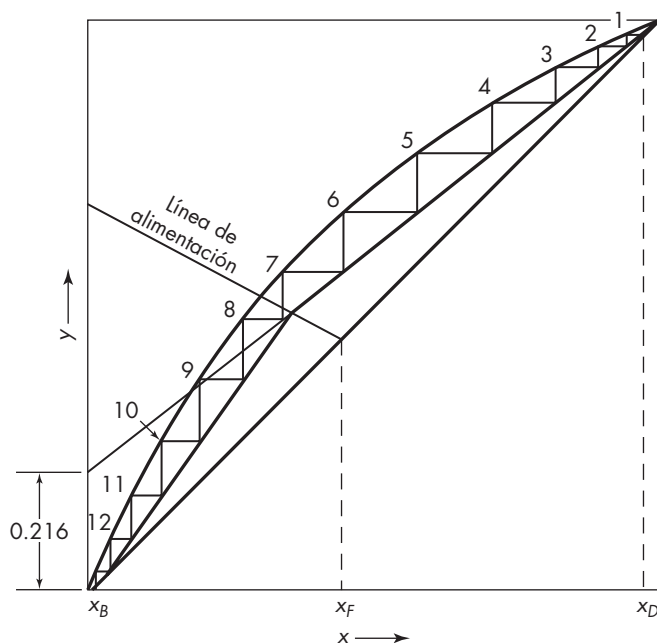
$$q = 1 + \frac{0.44(95 - 20)}{89.7} = 1.37$$

A partir de la ecuación (21.34) la pendiente de la línea de alimentación es $-1.37/(1 - 1.37) = 3.70$. Al trazar los escalones para este caso, tal como se muestra en la figura 21.15, se encuentra que se requieren un hervidor y 10 platos ideales, y que la alimentación deberá introducirse en el sexto plato.

iii) A partir de la definición de q se sigue que para este caso $q = \frac{1}{3}$ y la pendiente de la línea de alimentación es -0.5 . La solución se presenta en la figura 21.16. Esto indica que se necesitan un hervidor y 12 platos, y que la alimentación entra por el séptimo plato.

Cuando la alimentación es en su mayoría vapor se requieren más platos, en parte porque la línea de alimentación se inclina a la izquierda y se requieren unos cuantos platos más en la sección de rectificación. Sin embargo, la razón principal es que la alimentación vaporizada

[†] Para cumplir literalmente las condiciones del problema, el último escalón, que representa al hervidor, debería de alcanzar exactamente la concentración x_B . Esto se cumple aproximadamente en la figura 21.14. Sin embargo, habitualmente x_B no corresponde a un número entero de etapas (pasos o platos). Una elección arbitraria de las cuatro magnitudes x_D , x_F , x_B y R_D no es necesariamente consistente con un número entero de escalones (pasos o platos). Mediante un ligero ajuste de una de las cuatro magnitudes se obtiene un número entero, pero teniendo en cuenta que antes de establecer el número de platos reales es preciso aplicar la eficiencia de los platos, no existen razones suficientes para realizar este ajuste.

**FIGURA 21.16**

Ejemplo 21.2, parte b)iii).

parcialmente contribuye a que exista menos líquido en la sección (zona) de agotamiento, que con una alimentación totalmente líquida, al tiempo que se reduce la relación de reflujo en la sección (zona) de agotamiento.

c) El flujo de vapor V en la sección de rectificación, que se condensa en el condensador, es 4.5 moles por mol de producto destilado, o bien $4.5 \times 153.4 = 690$ kg mol/h. A partir de la ecuación (21.30)

$$\bar{V} = 690 - 350(1 - q)$$

Utilizando el calor de vaporización del tolueno en vez del benceno con el fin de obtener un diseño ligeramente conservador, $\lambda = 7\,960$ cal/g mol; el calor cedido por 1 lb de vapor a 20 lb/in.² manométricas, según el apéndice 7, es 939 Btu/lb; por lo tanto $\lambda_s = 939/1.8 = 522$ cal/g. Partiendo de la ecuación (21.35), el vapor requerido es

$$\dot{m}_s \frac{7\,960}{522} \bar{V} = 15.25 [690 - 350(1 - q)] \quad \text{kg/h}$$

Los resultados se presentan en la tabla 21.1.

Nota: utilizando la ecuación $\alpha = 2.34 + 0.27x$ para la volatilidad relativa de las mezclas de benceno-tolueno, un programa de computadora indica que se requieren 10.59 platos para la parte i), 10.17 para la parte ii), y 11.85 para la parte iii).

d) El agua de enfriamiento requerida, que es la misma en todos los casos, de acuerdo con la ecuación (21.26), es

$$\dot{m}_w = \frac{7\,960 \times 690}{40 - 25} = 366\,160 \text{ kg/h}$$

TABLA 21.1

Solución al ejemplo 21.1, parte c)

Caso	q	Consumo de vapor en el hervidor $\dot{m}_s$, kg/h	Número de platos ideales	Datos computacionales
i)	1.0	10 520	11	10.59
ii)	1.37	12 500	10	10.17
iii)	0.333	6 960	12	11.85

La densidad del agua a 25 °C, a partir del apéndice 6, es 62.24 lb/ft³, o 996.3 kg/m³. El requerimiento de agua es 366 160/996.3 = 367.5 m³/h.

El empleo de la alimentación fría, caso ii), requiere el menor número de platos ideales, pero la mayor cantidad de consumo de vapor. La energía total requerida para el hervidor y el precalentador es casi la misma para los tres casos. La alimentación se precalienta, en la mayoría de los casos, para conservar casi la misma velocidad de flujo del vapor en ambas secciones de la columna y para hacer uso de energía en un vapor de líquido caliente tal como en el producto residual.

Número mínimo de platos

Puesto que la pendiente de la línea de rectificación es $R_D/(R_D + 1)$, la pendiente aumenta con la relación de reflujo hasta que, cuando R_D es infinito, $V = L$ y la pendiente es igual a 1. Las líneas de operación coinciden entonces con la diagonal. Esta condición recibe el nombre de *reflujo total*. Para reflujo total el número de platos es mínimo, pero tanto las velocidades de alimentación como los productos de destilado y residual son cero. El reflujo total representa un caso limitante en la operación de columnas de fraccionamiento. El número mínimo de platos que se requiere para una separación dada se encuentra construyendo escalones en un diagrama xy entre las composiciones x_D y x_B , utilizando la línea de 45° como línea de operación para ambas secciones de la columna. Puesto que no hay alimentación en la columna cuando opera el reflujo total, no existe discontinuidad entre las secciones superior e inferior.

Para el caso especial de mezclas ideales, se dispone de un método sencillo para calcular los valores de $N_{\min}$ a partir de las concentraciones extremas x_B y x_D . Esto se basa en la volatilidad relativa de los dos componentes α_{AB} , que se define en función de las concentraciones de equilibrio

$$\alpha_{AB} = \frac{y_{Ae}/x_{Ae}}{y_{Be}/x_{Be}} \quad (21.37)$$

Una forma útil de la ecuación (21.37) para encontrar y_e a partir de x_e es

$$y_e = \frac{\alpha_{AB} x_e}{1 + (\alpha_{AB} - 1)x_e} \quad (21.38)$$

Una mezcla ideal sigue la ley de Raoult, y la volatilidad relativa es la relación entre las presiones de vapor. Por lo tanto

$$\begin{aligned}
 p_A &= P'_A x_A & y_A &= \frac{p_A}{P} \\
 p_B &= P'_B x_B & y_B &= \frac{p_B}{P} \\
 \alpha_{AB} &= \frac{y_A/x_A}{y_B/x_B} = \frac{P'_A/P}{P'_B/P} = \frac{P'_A}{P'_B}
 \end{aligned} \tag{21.39}$$

La relación P'_A/P'_B no varía mucho para los intervalos de temperaturas que se encuentran en una columna típica, de forma que la volatilidad relativa se toma como constante en la deducción que se hace a continuación.

Para un sistema binario y_A/y_B y x_A/x_B se sustituyen por $y_A/(1-y_A)$ y $x_A/(1-x_A)$, de forma que para el plato $n+1$ la ecuación (21.37) se escribe así

$$\frac{y_{n+1}}{1-y_{n+1}} = \alpha_{AB} \frac{x_{n+1}}{1-x_{n+1}} \tag{21.40}$$

Puesto que para el reflujo total $D=0$ y $L/V=1$, $y_{n+1}=x_n$. Según la ecuación (21.16), y puesto que la línea de operación es de 45° , esto lleva a

$$\frac{x_n}{1-x_n} = \alpha_{AB} \frac{x_{n+1}}{1-x_{n+1}} \tag{21.41}$$

En la parte superior de la columna, si se utiliza el condensador total, $y_1=x_D$, de forma que la ecuación (21.40) se transforma en

$$\frac{x_D}{1-x_D} = \alpha_{AB} \frac{x_1}{1-x_1} \tag{21.42}$$

Escribiendo la ecuación (21.41) para una sucesión de n platos se obtiene

$$\begin{aligned}
 \frac{x_1}{1-x_1} &= \alpha_{AB} \frac{x_2}{1-x_2} \\
 &\dots\dots\dots \\
 \frac{x_{n-1}}{1-x_{n-1}} &= \alpha_{AB} \frac{x_n}{1-x_n}
 \end{aligned} \tag{21.43}$$

Si la ecuación (21.42) y todas las ecuaciones del conjunto de las ecuaciones (21.43) se multiplican entre sí al tiempo que se eliminan los términos intermedios, entonces

$$\frac{x_D}{1-x_D} = (\alpha_{AB})^n \frac{x_n}{1-x_n} \tag{21.44}$$

Para alcanzar la composición de descarga del fondo de la columna hacen falta $N_{\min}$ platos y un intercambiador de calor, y la ecuación (21.44) se transforma en

$$\frac{x_D}{1-x_D} = (\alpha_{AB})^{N_{\min}+1} \frac{x_B}{1-x_B}$$

Resolviendo por logaritmos la ecuación para $N_{\min}$ se obtiene

$$N_{\min} = \frac{\ln[x_D(1-x_B)/x_B(1-x_D)]}{\ln \alpha_{AB}} - 1 \quad (21.45)$$

La ecuación (21.45) es la *ecuación de Fenske*, la cual se aplica cuando α_{AB} es constante. Si la variación del valor de α_{AB} desde el fondo de la columna hasta la parte superior es moderada, se recomienda para α_{AB} la media geométrica de los valores extremos.

Reflujo mínimo

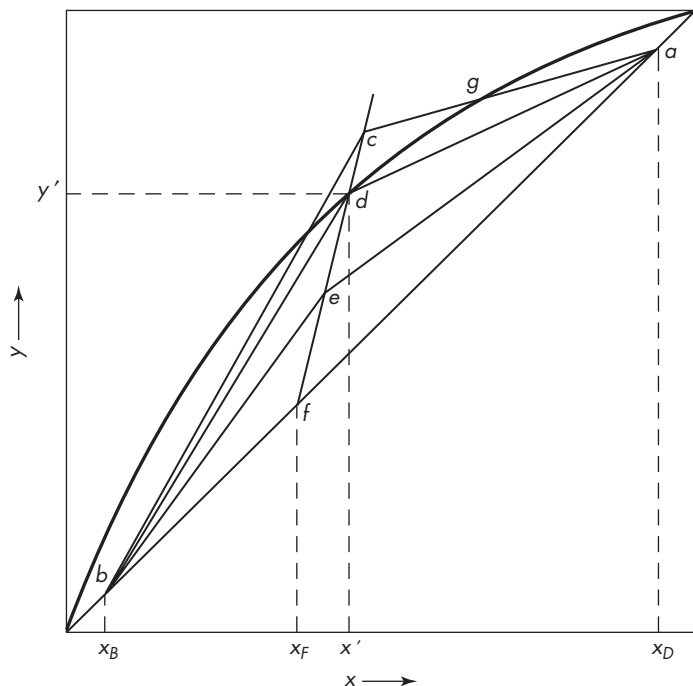
Para un reflujo inferior al total, el número de platos que se requieren para una separación dada es mayor que para el reflujo total, y aumenta de forma continua a medida que disminuye la relación de reflujo. A medida que la relación disminuye, el número de platos se hace muy grande y, para un valor mínimo definido, llamado *relación de reflujo mínima*, el número de platos se hace infinito. Todas las columnas reales que producen una cantidad finita de los productos deseados de destilado y de residuo han de operar con una relación de reflujo comprendida entre el valor mínimo, para el que el número de platos es infinito, y una relación de reflujo infinito, para cuando el número de platos es mínimo. Si L_a/D es la relación de reflujo de operación y $(L_a/D)_{\min}$ es la relación de reflujo mínima, entonces

$$\left(\frac{L_a}{D}\right)_{\min} < \frac{L_a}{D} < \infty \quad (21.46)$$

La relación de reflujo mínima se obtiene siguiendo el desplazamiento de las líneas de operación a medida que se va reduciendo el reflujo. En la figura 21.17 ambas líneas coinciden con la diagonal *afb* para el reflujo total. En una operación real y las líneas *ae* y *eb* representan líneas de operación típicas. A medida que se va reduciendo el reflujo, la intersección de las líneas de operación se va desplazando a lo largo de la línea de alimentación hacia la curva de equilibrio, el área del diagrama disponible para el trazado de los escalones se estrecha y el número de escalones aumenta. Cuando una o las dos líneas de operación, tocan la curva de equilibrio, el número de escalones (o pasos) necesarios para atravesar el punto de contacto se hace infinito. La relación de reflujo correspondiente a esta situación es, por definición, la relación de reflujo mínima.

Para el tipo normal de curva de equilibrio, que es cóncava hacia abajo en toda su longitud, el punto de contacto, para el reflujo mínimo, de las líneas de operación y de equilibrio se produce en la intersección de la línea de alimentación con la curva de equilibrio, tal como se muestra mediante las líneas *ad* y *db* en la figura 21.17. Una disminución posterior del reflujo lleva a la intersección de las líneas de operación fuera de la curva de equilibrio, tal como se observa por las líneas *agc* y *cb*. Por consiguiente, aun con un número infinito de platos no es posible atravesar el punto *g* y la relación de reflujo para esta condición es inferior al valor mínimo.

La pendiente de la línea de operación *ad* de la figura 21.17 es tal que la línea pasa a través de los puntos (x', y') y (x_D, x_D) , donde x' y y' son las coordenadas de la intersección de la línea de alimentación con la curva de equilibrio. Sea la relación de reflujo mínima R_{Dm} .

**FIGURA 21.17**

Relación de reflujo mínima.

Por lo tanto

$$\frac{R_{Dm}}{R_{Dm} + 1} = \frac{x_D - y'}{x_D - x'}$$

o

$$R_{Dm} = \frac{x_D - y'}{y' - x'} \quad (21.47)$$

La ecuación (21.47) no puede aplicarse a todos los sistemas. Así, la curva de equilibrio tiene una concavidad hacia arriba, como ocurre, por ejemplo, en el sistema etanol-agua que se representa en la figura 21.18, es evidente que la línea de rectificación toca antes la curva de equilibrio entre las abscisas x_F y x_D y la línea ac corresponde al reflujo mínimo. La línea de operación ab corresponde a un reflujo inferior al mínimo, aun cuando no corta a la línea de alimentación por debajo del punto (x', y') . En tal situación, la relación de reflujo mínima se calcula a partir de la pendiente de la línea de operación ac que es tangente a la curva de equilibrio.

Zona invariante

Para la relación de reflujo mínima se forma un ángulo agudo con la intersección de una línea de operación y la curva de equilibrio, tal como señala el punto d de la figura 21.17 o el punto de tangencia de la figura 21.18. En cada ángulo se puede trazar un número infinito de escalones, que corresponde a un número infinito de platos ideales, en los que no hay variaciones de concentración del líquido ni del vapor al pasar de un plato a otro, de forma que $x_{n-1} = x_n$ y $y_{n-1} = y_n$. Para describir estas series infinitas de platos se utiliza el término de *zona invariante*. También se utiliza el término *punto de contracción* (o de acercamiento) que es el más descriptivo.

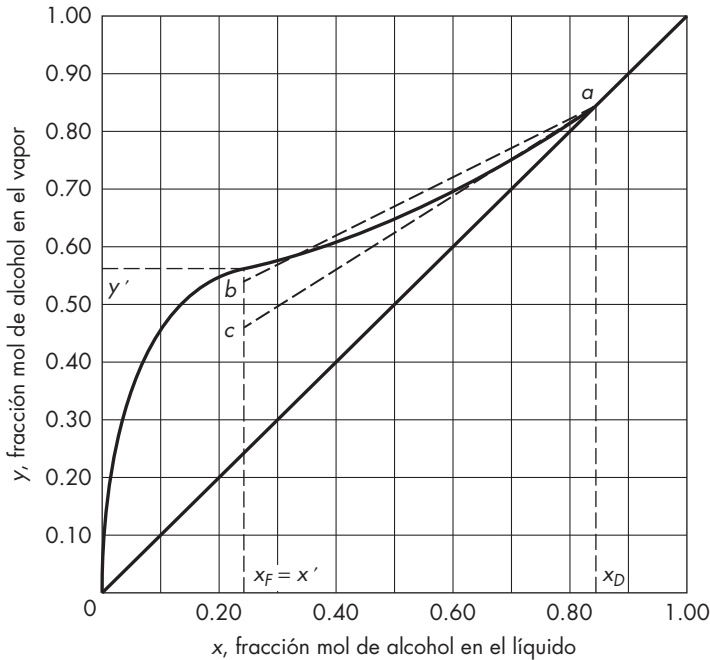
**FIGURA 21.18**

Diagrama de equilibrio (sistema etanol-agua).

En la figura 21.17 se aprecia que con una curva de equilibrio normal, la intersección de la línea q con la curva de equilibrio, para la relación de reflujo mínima, a las concentraciones del líquido y vapor en el plato de alimentación (y con un número infinito de platos a ambos lados de dicho plato). Se forma así una zona invariante en el fondo de la zona de rectificación y otra en la cima de la sección de agotamiento. Las dos zonas difieren sólo en que en una de ellas la relación de líquido a vapor es L/V mientras que en la otra es $\bar{L}/\bar{V}$.

Relación óptima de reflujo

Al aumentar la relación de reflujo desde el valor mínimo, el número de platos disminuye, rápidamente al principio y después cada vez más lento, hasta que, para reflujo total, el número de platos es mínimo. Veremos después que el área de la sección transversal de la columna es, en general, aproximadamente proporcional a la velocidad de flujo del vapor. A medida que se incrementa la relación de reflujo, aumentan tanto V como L para una producción dada, y se alcanza un punto en el que el aumento del diámetro de la columna es más rápido que la disminución del número de platos. El costo de la unidad es aproximadamente proporcional al área total de los platos, o bien, al producto del número de platos por el área de la sección transversal de la columna; de esta forma, los costos de adquisición para la columna disminuyen primero y aumentan después con la relación de reflujo. Los costos de adquisición en el equipo de transferencia de calor —el hervidor y el condensador— aumentan regularmente con la relación de reflujo. La curva 2 en la figura 21.19 muestra el total de costos de adquisición anuales, los cuales caen abruptamente primero y luego continúan de una manera asintótica a una profundidad mínima.

También son importantes los costos de calentamiento y enfriamiento, señalados por la curva 1, que aumentan linealmente con la relación de reflujo. En la relación óptima de reflujo, el costo del vapor es de alrededor de dos tercios del costo total anual, esto es, la suma de los costos de adquisición y los de calentamiento y enfriamiento.²¹ En la curva más alta se muestra el costo total. Esto es un mínimo para una relación de reflujo definida que no es mayor que el reflujo mínimo. Éste es el punto de operación más económico y el reflujo correspondiente recibe el nombre de *relación óptima de reflujo*. La figura 21.19 se basa en un estudio de destilación de benceno-tolueno, en donde las composiciones de los productos fueron de 92% benceno y 95% tolueno, y la relación óptima de reflujo fue 1.1 veces R_{Dm} .²¹ En un estudio de optimización similar, donde los productos eran muy puros —99.7% benceno y 99.83% tolueno— la relación óptima de reflujo fue 1.25 R_{Dm} .⁶ La relación óptima de reflujo depende del costo de energía; será cercana a R_{Dm} , donde los costos de energía son relativamente altos, y alejada de R_{Dm} cuando el equipo de destilación está hecho de aleaciones costosas. Además, la mayoría de las plantas operan en relaciones de reflujo por encima del nivel óptimo, porque en este intervalo el costo total no es muy sensible a la relación de reflujo en este intervalo, y si se utiliza una relación de reflujo mayor a la óptima se obtiene la mejor flexibilidad de operación.[†]

EJEMPLO 21.3 ¿Cuál es *a)* la relación mínima de reflujo y *b)* el número de platos ideales para los casos *b)i)*, *b)ii)* y *b)iii)* del ejemplo 21.2?

Solución

a) Para la relación de reflujo mínima se utiliza la ecuación (21.47). Aquí $x_D = 0.974$. Los resultados se dan en la tabla 21.2.

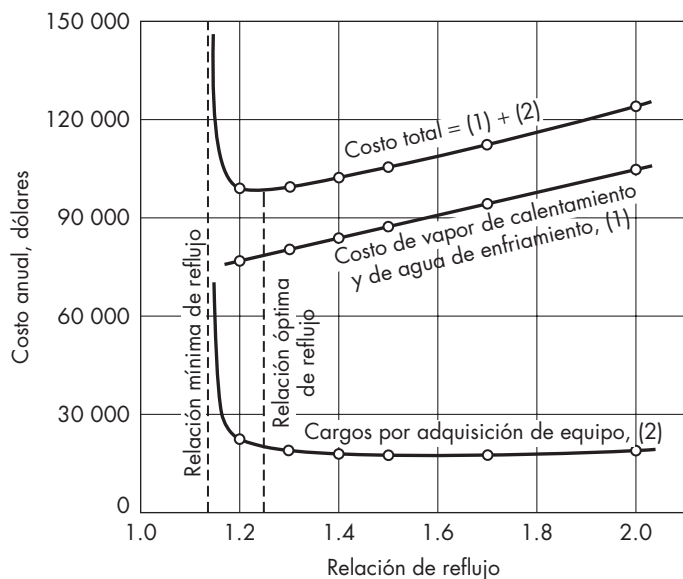


FIGURA 21.19

Relación óptima de reflujo. (Con autorización de M. S. Peters y K. D. Timmerhaus, *Plant Design and Economics for Chemical Engineers*, 3a. ed., 1980, McGraw-Hill.)

[†] A causa de las desviaciones en la columna a partir del sobreflujo molar constante, la verdadera relación mínima de reflujo puede ser mayor que la obtenida a partir del diagrama McCabe-Thiele. (Véase página 731.)

TABLA 21.2

Caso	x'	y'	R_{Dm}
b) i)	0.440	0.658	1.45
b) ii)	0.521	0.730	1.17
b) iii)	0.300	0.513	2.16

b) Para el mínimo número de platos, la relación de reflujo es infinita, las líneas de operación coinciden con la diagonal y no existen diferencias entre los tres casos. Utilice la ecuación de Fenske [ecuación (21.45)].

Puesto que $\alpha = 2.34 + 0.27x$, (véase página 686),

$$\text{en } x = 0.024, \alpha = 2.35 \quad \text{en } x = 0.974, \alpha = 2.60$$

$$\alpha = \sqrt{2.35 \times 2.60} = 2.47$$

De la ecuación (21.42),

$$N_{\min} = \ln \left(\frac{0.974 \times 0.976}{0.024 \times 0.026} \right) - 1 = 8.105 - 1 = 7.1$$

El número mínimo de platos ideales es 7 más un rehervidor.

Productos prácticamente puros

Cuando el producto residual o el de destilado son prácticamente puros, no es posible utilizar un solo diagrama para cubrir todo el intervalo de concentraciones puesto que los escalones cerca de $x = 0$ y $x = 1$ son muy pequeños. Es recomendable preparar diagramas auxiliares para los extremos del intervalo de construcción, a gran escala, de forma que los escalones individuales sean suficientemente grandes para su trazado. Sin embargo, en la práctica, por lo regular los cálculos se hacen por la computadora, y la escala puede aumentarse fácilmente para cubrir el intervalo deseado. (Por supuesto que con cálculos hechos por computadora, no es necesario mostrar el diagrama McCabe-Thiele para encontrar el número de platos que se necesitan, pero es de ayuda para visualizar la solución del problema.)

Otro método para el tratamiento de productos prácticamente puros se basa en el principio de que la ley de Raoult se aplica al componente mayor y la ley de Henry al componente menor en cada extremo de la curva de equilibrio. Por tanto, en estas regiones, las líneas de operación y equilibrio son rectas, así que se puede utilizar la ecuación (20.27) no se necesita la construcción gráfica. Es posible utilizar la misma ecuación para cualquier intervalo de concentración en el que las líneas de operación y equilibrio sean rectas o casi rectas.

EJEMPLO 21.4 Una mezcla de 2% mol de etanol y 98% mol de agua ha de destilarse en una columna de platos para obtener un producto residual que no contenga más de 0.01% mol de etanol. El vapor, introducido a través de un serpentín abierto sobre el líquido en el plato inferior, se utilizará como una fuente de vapor. La alimentación está a temperatura de ebullición. El flujo de vapor será de 0.2 mol por mol de alimentación. Para disoluciones diluidas de etanol y agua, la línea de equilibrio es recta y viene dada por $y_e = 9.0x_e$. ¿Cuántos platos ideales se requieren?

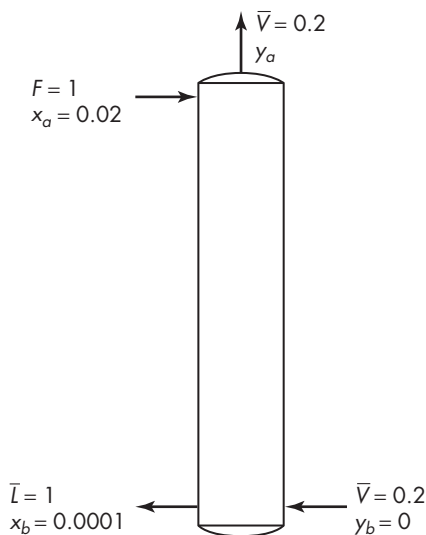
**FIGURA 21.20**

Diagrama del balance de materia para el ejemplo 21.4.

Solución Puesto que las líneas de operación y equilibrio son rectas, se utiliza la ecuación (20.27) en vez de una construcción gráfica. El diagrama del balance de materia aparece en la figura 21.20. No se necesita hervidor puesto que el vapor de agua entra como vapor. Por otra parte, el flujo de líquido en la torre es igual a la alimentación que entra en la columna. De acuerdo con las condiciones del problema

$$\begin{aligned} F = \bar{L} = 1 \quad \bar{V} = 0.2 \quad y_b = 0 \quad x_a = 0.02 \\ x_b = 0.0001 \quad m = 9.0 \quad y_a^* = 9.0 \times 0.02 = 0.18 \\ y_b^* = 9.0 \times 0.0001 = 0.0009 \end{aligned}$$

Para utilizar la ecuación (20.27) se necesita y_a , la concentración del vapor que sale de la columna. Se obtiene a partir de un balance global de etanol

$$\bar{V}(y_a - y_b) = \bar{L}(x_a - x_b) \quad 0.2(y_a - 0) = 1(0.02 - 0.0001)$$

donde $y_a = 0.0995$. Sustituyendo en la ecuación (20.27) se obtiene

$$\begin{aligned} N &= \frac{\ln[(0.0995 - 0.18) / (0 - 0.0009)]}{\ln[(0.0009 - 0.18) / (0 - 0.0995)]} \\ &= \frac{\ln 89.4}{\ln 1.8} = 7.6 \text{ platos ideales} \end{aligned}$$

BALANCES DE ENTALPÍA

Las variaciones reales en las corrientes V y L en una columna de destilación dependen de las entalpías de las mezclas del líquido y del vapor. Las limitaciones impuestas por asumir un sobreflujo molar constante se pueden eliminar por medio de los balances de entalpía

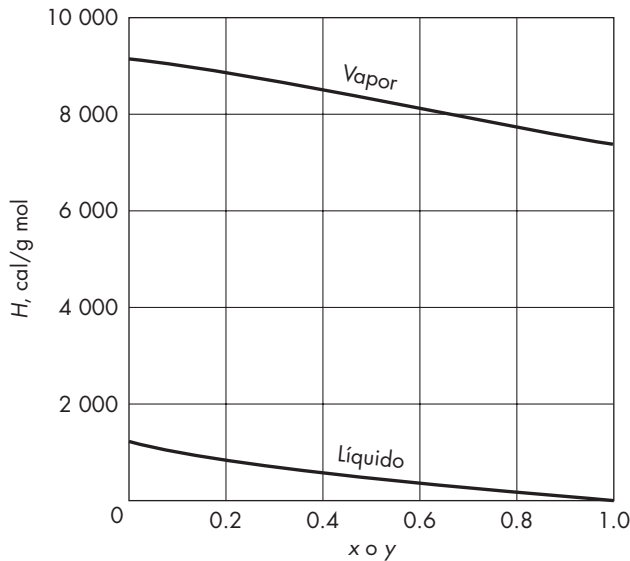
**FIGURA 21.21**

Diagrama entalpía-concentración para benceno-tolueno a 1 atm.

usados conjuntamente con los balances de materia y los equilibrios de fase. Los datos de entalpía pueden estar disponibles a partir de un diagrama entalpía-concentración, tal como el que se muestra en la figura 21.21 o del banco de datos de las propiedades termodinámicas que se usan en un programa de computación. Aunque la mayoría de las columnas de destilación se diseñan usando computadoras, las ecuaciones básicas de balances de entalpía se dan aquí y el ejemplo 21.5 se incluye para ilustrar la pequeña diferencia que esto tiene en el diagrama de McCabe-Thiele para un sistema ideal típico.

Como las soluciones de benceno-tolueno son ideales, la figura 21.21 se construyó usando capacidades caloríficas molares promedio y entalpías de evaporación. La temperatura de referencia se tomó a 80 °C, el punto de ebullición del benceno, para simplificar cálculos.

Los valores de entalpía de la figura 21.21 son para mezclas líquidas a la temperatura de burbuja y para mezclas de vapor a la temperatura de rocío, ambas a 1.0 atm. Por tanto, cada punto de la línea corresponde a una temperatura diferente comprendida entre 110.6 y 80 °C, pero la temperatura para $x = 0.5$ no es la misma que para $y = 0.5$, tal como puede apreciarse por la diferencia entre los puntos de burbuja y rocío de la figura 21.2. La ligera curvatura de las gráficas entalpía-concentración se debe a la variación no lineal del punto de rocío con la fracción mol de benceno.

Considere un balance global de entalpía para el sistema que se representa en la figura 21.6. Además de las magnitudes que se presentan en la figura, sean H_F , H_D y H_B las entalpías específicas de la alimentación, del producto destilado y producto residual, respectivamente, todas ellas en unidades de energía por mol. El balance de entalpía para todo el sistema es

$$FH_F + q_r = DH_D + BH_B + q_c \quad (21.48)$$

Cuando la alimentación es un líquido a la temperatura de ebullición, H_F está comprendida entre H_D y H_B , y los términos FH_F y $DH_D + BH_B$ se compensan aproximadamente y se

anulan, haciendo que el calor suministrado en el hervidor q_r sea aproximadamente igual al removido en el condensador q_c .

Para unas corrientes dadas de la alimentación y los productos, solamente uno de los efectos caloríficos, q_r o q_c , es objeto de elección independiente por el diseñador u operador. En el diseño de una columna, q_c generalmente se selecciona para corresponder a la relación de reflujo y a los moles de vapor de destilado deseados. Entonces q_r se calcula a partir de la ecuación (21.48). Sin embargo, al operar una columna, q_r se varía con frecuencia para modificar la velocidad de flujo de vapor y la relación de reflujo, y en consecuencia las variaciones en q_c .

Balances de entalpía en las secciones de rectificación y agotamiento

Con referencia a la figura 21.6, sea $H_{y,n+1}$ la entalpía específica del vapor que asciende desde el plato $n + 1$, y $H_{x,n}$ la entalpía específica del líquido que sale del plato n . El balance de entalpía para la sección comprendida dentro de la superficie de control I es

$$V_{n+1}H_{y,n+1} = L_nH_{x,n} + DH_D + q_c \quad (21.49)$$

Una forma alternativa se obtiene eliminando q_c , por medio de la relación

$$q_c = V_aH_{y,a} - RH_D - DH_D \quad (21.50)$$

$$V_{n+1}H_{y,n+1} = L_nH_{x,n} + V_aH_{y,a} - RH_D \quad (21.51)$$

La ecuación (21.51) podría también deducirse aplicando un balance en la parte superior de la columna sin incluir el condensador. Tenga en cuenta que se supone que el reflujo ha de estar a la misma temperatura que el producto destilado, de forma que $H_R = H_D$.

Al utilizar la ecuación (21.51) se conocen los términos $V_aH_{y,a}$ y RH_D , mientras que Y_{n+1} y L_n deben determinarse. Si se elige un valor de x_n , se obtiene $H_{x,n}$ a partir de un diagrama entalpía-concentración, o bien se calcula a partir del calor específico promedio y el punto de burbuja. El valor de $H_{y,n+1}$ depende de y_{n+1} , que no se conoce mientras no se trace la línea de operación en el diagrama de McCabe-Thiele, o bien se especifiquen valores de Y_{n+1} y L_n para la ecuación de la línea de operación.

La obtención de un valor exacto de V_{n+1} requiere una resolución por prueba y error utilizando la ecuación (21.51), el diagrama de entalpía-concentración, y las siguientes ecuaciones para los balances de materia individual y global:

$$y_{n+1} = \frac{L_n x_n}{V_{n+1}} + \frac{Dx_D}{V_{n+1}} \quad (21.52)$$

$$V_{n+1} = L_n + D \quad (21.53)$$

Sin embargo, es posible obtener un valor satisfactorio de V_{n+1} generalmente en la primera prueba utilizando los flujos en la parte superior de la columna L_a y V_a para calcular y_{n+1} a partir de x_n en la ecuación (21.52) (esto corresponde a utilizar una línea de operación recta basada en el sobreflujo molar constante). Después se evalúa $H_{y,n+1}$ a partir de y_{n+1} y se obtiene V_{n+1} de la ecuación (21.52) después de sustituir L_n por $V_{n+1} - D$.

Solamente se requieren unos cuantos valores de V_{n+1} y L_n para establecer una línea de operación ligeramente curva. Los valores de V_{n+1} y L_n para un cálculo plato por plato, se obtienen utilizando los correspondientes valores del plato anterior, V_n y L_{n-1} , en el cálculo de y_{n+1} a partir de la ecuación (21.52).

En la sección de agotamiento de la columna, las velocidades de flujo en un plato intermedio m se calculan utilizando un balance de entalpía para la superficie de control II de la figura 21.6:

$$V_{m+1}H_{y,m+1} = L_m H_{x,m} + q_r - BH_B \quad (21.54)$$

$$y_{m+1} = \frac{L_m}{V_{m+1}} x_m - \frac{Bx_B}{V_{m+1}} \quad (21.55)$$

$$L_m = V_{m+1} + B \quad (21.56)$$

Siguiendo el mismo método que antes, se elige un valor de x_m y se calcula y_{m+1} a partir de la ecuación (21.55), utilizando L_b y V_b como valores aproximados de L_m y V_{m+1} . Se calcula entonces V_{m+1} a partir de la ecuación (21.51), utilizando las entalpías específicas $H_{x,m}$ y $H_{y,m+1}$ y sustituyendo $V_{m+1} + B$ por L_m .

EJEMPLO 21.5 Una mezcla de 50% mol de benceno y tolueno se va a separar, por destilación a la presión atmosférica, en productos de una pureza de 98% utilizando la relación de reflujo 1.2 veces el valor mínimo. La alimentación es un líquido a la temperatura de ebullición. Utilice balances de entalpía (tabla 21.3) para calcular los flujos de vapor y líquido en las partes superior, media e inferior de la columna y compare estos valores con los basados en el sobreflujo molar constante. Estime la diferencia del número de platos teóricos para los métodos.

Solución

$$x_F = 0.50 \quad x_D = 0.98 \quad x_B = 0.02$$

A partir de la ecuación (21.8)

$$\frac{D}{F} = \frac{x_F - x_B}{x_D - x_B} = \frac{0.5 - 0.02}{0.98 - 0.02} = 0.50$$

$$\text{Base de cálculo:} \quad F = 100 \text{ mol} \quad D = 50 \text{ mol} \quad B = 50 \text{ mol}$$

A partir de la ecuación (21.6)

$$R_{Dm} = \frac{x_D - y'}{y' - x'} \quad \text{basada en } \frac{L}{V} = \text{constante}$$

Para esta alimentación, $q = 1.0$ y $x' = x_F = 0.50$. A partir de la curva de equilibrio, $y' = 0.72$, y

$$R_{Dm} = \frac{0.98 - 0.72}{0.72 - 0.50} = 1.18$$

$$R_D = 1.2(1.18) = 1.42$$

$$R = 1.42(50) = 71 \text{ mol}$$

TABLA 21.3
Datos para el ejemplo 21.5

Componente	Entalpía de vaporización, cal/g mol	Calor específico a presión constante, cal/g mol °C		Temp. de ebullición °C
		Líquido	Vapor	
Benceno	7 360	33	23	80.1
Tolueno	7 960	40	33	110.6

En la parte superior de la columna

$$V_1 = R + D = 71 + 50 = 121 \text{ mol}$$

Balance de entalpía. Se elige 80 °C como temperatura de referencia de entalpía, de forma que la entalpía del reflujo y del producto destilado a 80 °C es cero. Para el vapor de benceno la entalpía es el calor de vaporización a 80 °C más el calor sensible del vapor

$$H_y = 7\,360 + 23(T - 80) \text{ cal/mol}$$

Para el vapor de tolueno, la entalpía de vaporización a 80 °C se calcula a partir del valor a la temperatura de ebullición:

$$\Delta H_v = \Delta H_{v,b} + (C_{p,l} - C_{p,v})(T_b - T)$$

Para tolueno a $T = 80$ °C, $\Delta H_v = 7\,960 + (40 - 33)(110.6 - 80) = 8\,174$ cal/mol. Para tolueno a T °C, $H_y = 8\,174 + 33(T - 80)$.

A partir de la ecuación (21.51) con $H_D = 0$ y $V_a = V_1$

$$V_{n+1}H_{y,n+1} = L_n H_{x,n} + V_1 H_{y,1}$$

Para evaluar $H_{y,1}$ se supone que la temperatura en el plato superior es del orden de 80 °C. Puesto que $y_1 = x_D = 0.98$,

$$H_y = 0.98(7\,360) + 0.02(8\,174) = 7\,376 \text{ cal/mol}$$

En la figura 21.2 se encuentra que para $x_n = 0.5$, $T_b = 92$ °C. Entonces

$$\begin{aligned} H_{x,n} &= (0.5 \times 33 + 0.5 \times 40)(92 - 80) \\ &= 438 \text{ cal/mol} \end{aligned}$$

Para estimar y_{n+1} , se utiliza la línea de operación para el sobreflujo molar constante (línea de trazos discontinuas en la figura 21.22):

$$\begin{aligned} y_{n+1} &\approx 0.70 \quad T_d \approx 93 \text{ °C} \quad \text{a partir de la figura 21.2} \\ H_{y,n+1} &= 0.7(7\,360 + 23 \times 13) + 0.3(8\,174 + 33 \times 13) \\ &= 7\,942 \text{ cal/mol} \end{aligned}$$

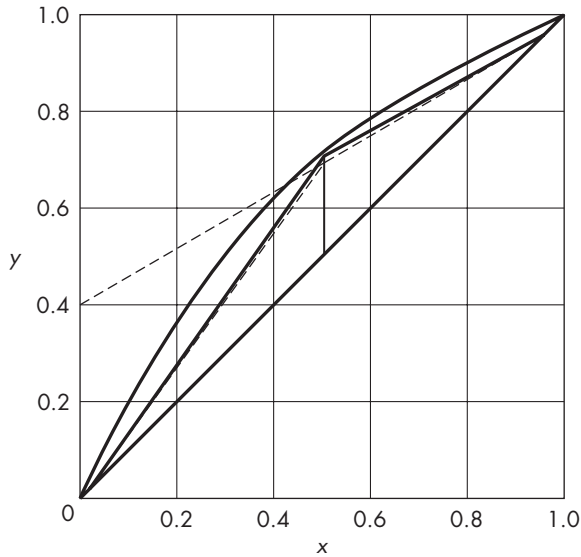
**FIGURA 21.22**

Diagrama de McCabe-Thiele para el ejemplo 21.5 destilación benceno-tolueno: ----, basado en el sobreflujo molar constante, —, basado en el balance de entalpía.

Puesto que $L_n = V_{n+1} - D$, a partir de la ecuación (21.51)

$$V_{n+1}(7\,942) = (V_{n+1} - 50)(438) + 121(7\,376)$$

$$V_{n+1} = \frac{870\,596}{7\,504} = 116.0 \text{ mol} \quad L_n = 66.0 \text{ mol}$$

A partir de la ecuación (21.52),

$$y_{n+1} = \frac{66}{116}(0.50) + \frac{50(0.98)}{116} = 0.707$$

Esto es suficientemente próximo a 0.70.

Un cálculo similar para $x_n = 0.7$ conduce a

$$V_{n+1} = 118 \quad L_n = 68 \quad y_{n+1} = 0.818$$

La línea de operación, que se representa en la figura 21.22 mediante una línea continua, es casi recta pero está situada por encima de la línea de operación basada en el sobreflujo molar constante (línea de trazos discontinuos).

Para obtener el flujo de vapor en el hervidor, se aplica un balance global para calcular q_r :

$$FH_F + q_r = DH_D + BH_B + q_c$$

Para la alimentación a 92 °C,

$$H_F = (0.5 \times 33 + 0.5 \times 40)(92 - 80)$$

$$= 438 \text{ cal/mol}$$

Para el residuo a 111 °C,

$$\begin{aligned}
 H_B &= (0.02 \times 33 + 0.98 \times 40)(111 - 80) \\
 &= 1\,236 \text{ cal/mol} \\
 q_c &= 121 \times 7\,376 = 892\,496 \text{ cal} \\
 q_r &= 50 \times 0 + 50 \times 1\,236 + 892\,496 - 100 \times 438 \\
 &= 910\,496 \text{ cal}
 \end{aligned}$$

Se aplica entonces un balance de entalpía alrededor del hervidor:

$$q_r + L_b H_{x,b} = V_b H_{y,b} + B H_b$$

El vapor procedente del hervidor contiene 5% de benceno a 111 °C, y

$$\begin{aligned}
 H_{y,b} &= 0.05(7\,360 + 23 \times 31) + 0.95(8\,174 + 33 \times 31) \\
 &= 9\,141 \text{ cal/mol}
 \end{aligned}$$

El líquido que va al hervidor contiene alrededor de 4% de benceno a 110 °C, y

$$H_{x,b} = 0.04(33 \times 30) + 0.96(40 \times 30) = 1\,192 \text{ cal/mol}$$

Puesto que $L_b = V_b + 50$, y $H_{y,b} - H_{x,b} = 9\,141 - 1\,192 = 7\,949 \text{ cal/mol}$,

$$\begin{aligned}
 V_b &= \frac{910\,496 + 50(1\,192) - 50(1\,236)}{7\,949} = 114.3 \\
 L_b &= 114.3 + 50 = 164.3
 \end{aligned}$$

Aproximadamente se obtiene el mismo valor para V_b a partir de q_r y el calor de vaporización de tolueno:

$$V_b \approx \frac{q_r}{\Delta H_v} = \frac{910\,496}{7\,960} = 114.4$$

Se utiliza la ecuación (21.54) para obtener un valor intermedio de V_{m+1} :

$$V_{m+1} H_{y,m+1} = L_m H_{x,m} + q_r - B H_B$$

Para $x_m = 0.4$, $Y_{m+1} = 0.55$ (a partir de la línea de operación en la figura 21.22); también

$$T_m = 95 \text{ °C} \quad T_{m+1} = 97 \text{ °C}$$

$$\begin{aligned}
 H_{y,m+1} &= 0.55[7\,360 + 23(97 - 80)] + 0.45[8\,174 + 33(17)] = 8\,194 \text{ cal/mol} \\
 H_{x,m} &= (0.4 \times 33 + 0.6 \times 40)(95 - 80) \\
 &= 558 \text{ cal/mol} \\
 L_m &= V_{m+1} + 50
 \end{aligned}$$

A partir de la ecuación (21.54)

$$8\,194V_{m+1} = 558(V_{m+1} + 50) + 910\,496 - 1\,236 \times 50$$

$$V_{m+1} = 114.8 \text{ mol}$$

$$L_m = 164.8 \text{ mol}$$

Observe que en este caso prácticamente no hay variación de L y V en la sección de agotamiento, en contraste con 7% de disminución de L en la sección de rectificación. La línea de operación inferior puede trazarse como una recta hasta la intersección de la línea de operación superior con la línea q .

Al contar las etapas se encuentra que se requieren unas 27 etapas ideales para esta separación, comparadas con las 21 basadas en la suposición del sobreflujo molar constante. La diferencia sería menor si se utilizara una mayor relación de reflujo. Los cálculos se han basado en 1.2 veces el valor nominal de $R_{\min}$, pero corresponde en realidad a aproximadamente 1.1 veces el valor mínimo de la relación de reflujo real, como se observa en la figura 21.22.

En el ejemplo 21.5, el flujo molar de líquido disminuye en 7% al pasar desde la parte superior hasta el plato de alimentación debido principalmente al mayor calor molar de vaporización del tolueno. Los términos correspondientes a la variación de calor sensible de las corrientes de líquido y vapor aproximadamente se compensan y por ello se anulan, puesto que el líquido tiene una capacidad calorífica mayor para una velocidad de flujo menor que el vapor. En la sección de agotamiento de la columna casi no hay variación en el flujo de líquido, aunque la composición de vapor todavía varía más que en la sección de rectificación. La velocidad de flujo del líquido en la sección de agotamiento casi siempre es mayor que la velocidad del vapor; y en el ejemplo 21.5, el producto de velocidad de flujo y la capacidad térmica para el líquido fue 1.73 veces la del vapor. Solamente una parte de la energía necesaria para calentar el líquido, desde la temperatura del plato de alimentación hasta la temperatura del hervidor, procede del enfriamiento del vapor y el resto procede de la condensación de vapor en la columna. La diferencia entre el calor de condensación del tolueno y el calor de vaporización del benceno se utiliza para proporcionar la energía extra que se requiere para calentar el líquido, de forma que sólo hay un ligero incremento en el flujo de vapor desde el hervidor hasta el plato de alimentación.

Cambios similares en L y V se observan también en otras mezclas ideales.[†] El componente más volátil tiene un menor calor molar de vaporización, puesto que el calor de vaporización es aproximadamente proporcional a la temperatura normal de ebullición (regla de Trouton). La variación en V será mayor en la parte superior de la columna, donde L es menor que V , y puede ser casi cero en la sección inferior, donde $L/V > 1.0$. El porcentaje de variación de L/V será menor que la variación de L o V , pero un ligero desplazamiento hacia arriba de las líneas de operación puede ser importante cuando se opera cerca de la relación de reflujo mínima, como en el caso del ejemplo 21.5. Para la operación con una relación de reflujo dos veces el valor mínimo o más, el efecto de la curvatura de la línea de operación será muy pequeño.

La pendiente de la línea de operación recta es L/V para esta sección de la columna, pero la pendiente local de una línea de operación curva no es igual al valor local de L/V .

[†]Para sistemas acuosos, los calores molares de vaporización pueden ser ligeramente diferentes, llevando a variaciones significativas en L y V .

Comenzando con la ecuación para la sección de rectificación [ecuación (21.52)], las siguientes ecuaciones se obtienen sustituyendo primero L_n y después V_{n+1} por $V_{n+1} - D$ y $L_n + D$:

$$\begin{aligned} V_{n+1}y_{n+1} &= (V_{n+1} - D)x_n + Dx_D \\ V_{n+1}(y_{n+1} - x_n) &= D(x_D - x_n) \end{aligned} \quad (21.57)$$

$$\begin{aligned} (L_n + D)y_{n+1} &= L_nx_n + Dx_D \\ L_n(y_{n+1} - x_n) &= D(x_D - y_{n+1}) \end{aligned} \quad (21.58)$$

Dividiendo la ecuación (21.58) entre la ecuación (21.57), se obtiene

$$\frac{L_n}{V_{n+1}} = \frac{x_D - y_{n+1}}{x_D - x_n} \quad (21.59)$$

Por lo tanto, L_n/V_{n+1} es la pendiente de la cuerda que une los puntos (x_D, x_D) y (y_{n+1}, x_n) . Una deducción similar para la sección de agotamiento muestra que

$$\frac{L_m}{V_{m+1}} = \frac{y_{m+1} - x_B}{x_m - x_B} \quad (21.60)$$

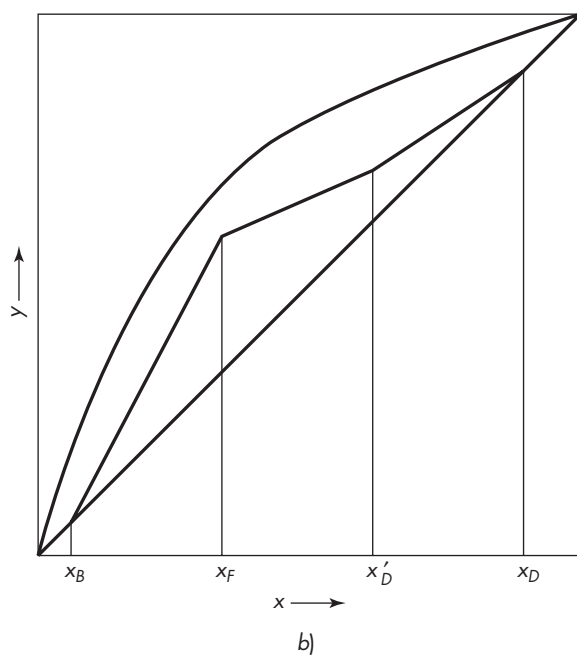
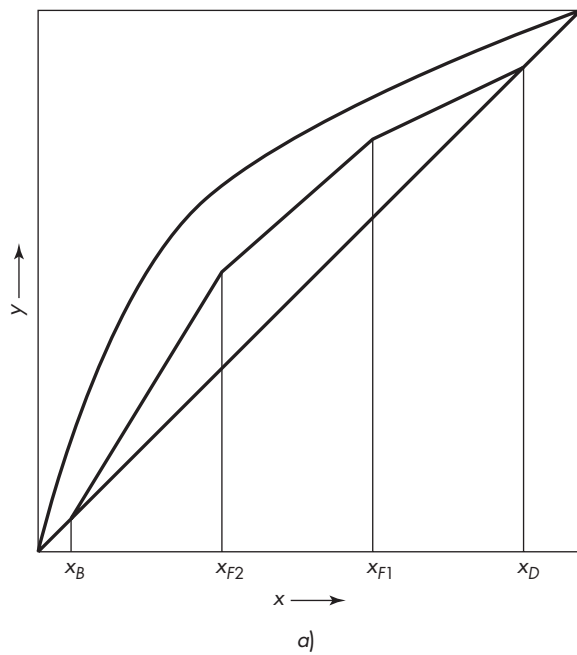
Alimentaciones múltiples y extracción por destilación de corrientes laterales

En algunas ocasiones una columna es alimentada con dos (o incluso más) corrientes, que ingresan a la columna por diferentes platos. En la figura 21.23a se ilustra el diagrama xy para una columna con dos alimentaciones de líquido F_1 y F_2 . La línea de operación superior, por encima de donde ingresa F_1 , no se afecta; la línea media tiene una pendiente mayor a la de la línea superior, a causa del líquido aumentado a partir de F_1 ; y la línea para la sección más baja, donde la cantidad de líquido es el mayor y tiene la mayor pendiente. El diagrama se construye (o un programa de computadora se prepara) a partir de las cantidades relativas de líquido y vapor en cada sección de la columna. Los platos se colocan en la forma usual.

Procedimientos similares se utilizan cuando una corriente lateral se extrae por destilación por debajo de la parte superior de la columna, con una composición x'_D . La extracción por destilación reduce la cantidad de líquido que pasa por la sección de abajo, así que la pendiente de la línea de operación en esta región es menor que en la sección más alta. Esto se ilustra en la figura 21.23b. Como sucedió antes, la pendiente de la línea de operación es equivalente a la relación de líquido a vapor L/V en cualquier parte de la columna.

DISEÑO DE COLUMNAS DE PLATOS PERFORADOS

Para pasar de platos ideales a platos reales es preciso aplicar una corrección para tener en cuenta la eficiencia de los platos. Antes de que el diseño esté completo es preciso

**FIGURA 21.23**

Columnas de destilación compleja: *a)* con dos alimentaciones de líquido; *b)* con extracción por destilación de corrientes laterales.

tomar otras decisiones importantes, algunas de tanta relevancia como fijar el número de platos. Un error en estas decisiones da lugar a un mal fraccionamiento, menor capacidad de la deseada, baja flexibilidad de operación y, con grandes errores, una columna que no puede operar. La corrección de tales errores una vez que la planta se ha construido, llega a ser muy costosa. Puesto que muchas de las variables que influyen sobre la eficiencia de los platos dependen del diseño de platos individuales, se consideran en primer lugar los fundamentos del diseño de platos.

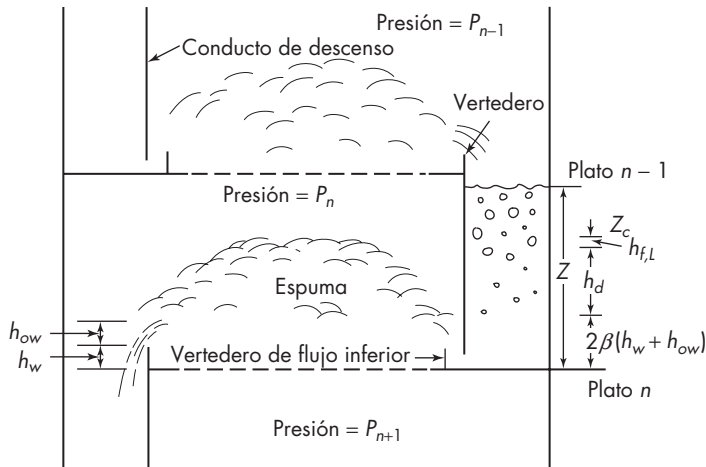
La extensión y variedad de las columnas de rectificación y sus aplicaciones es enorme. Las unidades más grandes se encuentran por lo común en la industria del petróleo, pero también existen plantas de destilación grandes y muy complicadas en el fraccionamiento de solventes, en la separación de aire líquido y en los procesos químicos en general. Los diámetros de las torres varían desde 300 mm (1 ft) hasta más de 9 m (30 ft), y el número de platos puede oscilar desde unos pocos hasta aproximadamente un centenar. El espaciado entre platos varía desde 150 mm, o menor a 1 o 2 m. Inicialmente las columnas más utilizadas fueron las de platos con campanas de burbujeo, mientras que en la actualidad la mayor parte de las columnas contiene platos perforados o platos de válvula. Muchos tipos de distribución de líquido están especificados. Las columnas operan a altas o bajas presiones y con temperaturas como las de los gases licuados hasta de 900 °C, que se alcanzan en la rectificación de vapores de sodio y de potasio. Los materiales que se someten a destilación varían enormemente en cuanto a viscosidad, difusividad, naturaleza corrosiva, tendencia a formar espuma y complejidad de composición. Las torres de platos son igualmente útiles en absorción como en rectificación, y los fundamentos de diseño de platos se aplican a ambas operaciones.

Es preferible que sean expertos quienes diseñen las columnas de fraccionamiento, en especial las unidades grandes y las de aplicaciones no usuales. Aunque es posible calcular el número de platos ideales y los requerimientos de calor con bastante exactitud sin tener mucha experiencia previa, existen otros factores de diseño que no se pueden calcular con exactitud; además es probable que haya varias soluciones igualmente válidas para un mismo problema. Tal como ocurre en la mayor parte de las actividades de ingeniería, el diseño de columnas de fraccionamiento se apoya sobre unos cuantos principios, sobre cierto número de correlaciones empíricas (que están en constante revisión) y, en especial, sobre la experiencia y el buen juicio.

El tratamiento que sigue está limitado al tipo habitual de columnas, equipadas con platos perforados, que operan a presiones no muy diferentes de la atmosférica para tratar mezclas que tienen propiedades ordinarias.

Operación normal de un plato perforado

Un plato perforado está diseñado para poner en íntimo contacto una corriente ascendente de vapor con una corriente descendente de líquido. El líquido fluye a través del plato y pasa sobre un vertedero hacia un tubo de descenso que conduce al plato inferior. Por lo tanto, en cada plato hay modelo de flujo cruzado en vez de flujo en contracorriente, pero la columna en su conjunto todavía puede considerarse que opera con flujo en contracorriente del líquido y el vapor. El hecho de que exista flujo cruzado del líquido sobre el plato, es importante al analizar el comportamiento hidráulico de la columna y al predecir la eficiencia de los platos.

**FIGURA 21.24**

Operación normal de un plato perforado.

La figura 21.24 muestra un plato de una columna de platos perforados en operación normal. Los conductos de descenso son las regiones en forma de segmento comprendidas entre la pared curva de la columna y la cuerda recta del vertedero. Cada conducto de descenso ocupa generalmente de 10 a 15% de la columna de la sección transversal, dejando de 70 a 80% del área de la columna para burbujeo y contacto. En columnas pequeñas el conducto de descenso puede ser un tubo soldado al plato, que se proyecta hacia arriba del plato para formar un vertedero circular. En columnas muy grandes, es común disponer de conductos adicionales de descenso en la mitad de los platos con el fin de disminuir el recorrido del flujo de líquido. En algunos casos se instala un vertedero a la entrada del plato, tal como se ilustra en la figura 21.24, con el fin de mejorar la distribución del líquido y evitar las burbujas de vapor procedentes de la entrada del conducto de descenso.

El vapor pasa a través de la región del plato perforado, que ocupa la mayor parte del espacio comprendido entre los conductos de descenso. Los orificios tienen generalmente un tamaño comprendido entre 5 y 12 mm ($\frac{3}{16}$ a $\frac{1}{2}$ in.) y están situados en disposición triangular. Cerca del vertedero de descarga se suprimen una o dos filas de orificios con el fin de permitir cierta desgasificación del líquido antes de que pase sobre el vertedero. También es posible suprimir algunos orificios cerca de la entrada del líquido para impedir que entren burbujas en el conducto de descenso. En condiciones normales, la velocidad del vapor es suficientemente elevada para crear una mezcla espumosa de líquido y vapor con una elevada superficie de transferencia de masa. La densidad promedio de la espuma puede ser tan baja como 0.2 de la densidad del líquido y la altura de la espuma es, por tanto, varias veces el valor correspondiente a la cantidad de líquido existente sobre el plato.

Caída de la presión del vapor

El flujo de vapor a través de los orificios y del líquido que circula sobre el plato requiere una diferencia de presión. La caída de presión a través de un plato es, por lo general, de 50 a 70 mm de H_2O , y la caída de presión a través de la columna de 40 platos es, por tanto, de 2 a 3 m de H_2O . La presión necesaria se desarrolla de manera automática en el hervidor, que genera vapor a una presión suficiente para vencer la caída de presión en la columna

y en el condensador. La caída total de presión se calcula para determinar la presión y la temperatura en el hervidor, y la caída de presión por plato debe de comprobarse con el fin de asegurarse que el plato operará correctamente, sin goteo ni inundación.

La caída de presión a través de un plato puede dividirse en dos partes: la pérdida por fricción en los orificios y la caída de presión debida al líquido existente (retención de líquidos) sobre el plato. La caída de presión por lo general se expresa como una carga equivalente en milímetros o pulgadas de líquido

$$h_t = h_d + h_l \quad (21.61)$$

donde h_t = caída total de presión, mm de líquido

h_d = pérdida por fricción en el plato seco, mm de líquido

h_l = carga equivalente de líquido sobre el plato, mm de líquido

Algunos investigadores¹ incluyen un término h_σ en la ecuación (21.61) para permitir la diferencia de presión entre el interior y el exterior de una burbuja pequeña. Este término puede ser de 10 a 20 mm de líquido cuando la tensión superficial es grande y el tamaño del orificio es de 3 mm o menor, pero generalmente se desprecia para líquidos orgánicos y para placas perforadas con orificios mayores.

La caída de presión a través de los orificios (o perforaciones) es predecible a partir de una modificación de la ecuación (8.28) para el flujo a través de un orificio:

$$h_d = \left(\frac{u_0^2}{C_0^2} \right) \left(\frac{\rho_V}{2g\rho_L} \right) = 51.0 \left(\frac{u_0^2}{C_0^2} \right) \left(\frac{\rho_V}{\rho_L} \right) \quad (21.62)$$

donde u_0 = velocidad del vapor a través de las perforaciones, m/s

ρ_V = densidad del vapor

ρ_L = densidad del líquido

C_0 = coeficiente del orificio

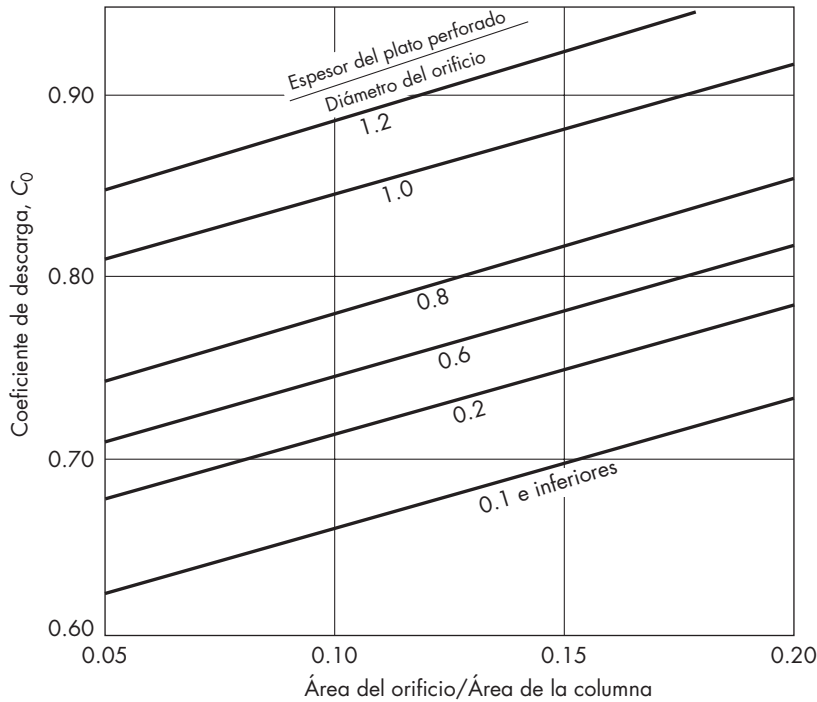
La ecuación (21.62) da h_d en milímetros de líquido. El coeficiente es

$$\frac{1\,000\text{ mm/m}}{2 \times 9.8\text{ m/s}^2} = 51.0$$

Si u_0 se expresa en pies por segundo y h_d en pulgadas, el coeficiente se transforma en

$$\frac{12}{2 \times 32.2} = 0.186$$

El coeficiente del orificio C_0 depende de la fracción de área abierta (la relación entre el área total de la sección transversal de los orificios y la sección transversal de la columna) y de la relación entre el espesor del plato y el diámetro de la perforación, tal como muestra la figura 21.25. El aumento de C_0 con el área abierta es similar a la variación de C_0 para un solo orificio a medida que aumenta la relación entre el diámetro del orificio y el diámetro de la tubería. Los coeficientes varían con el espesor del plato, pero para la mayor parte de los platos perforados, el espesor es solamente 0.1 a 0.3 veces el tamaño de la perforación. Para este espesor y la fracción típica del área abierta es de 0.08 a 0.10, el valor de C_0 es de 0.66 a 0.72.

**FIGURA 21.25**

Coeficientes de descarga para el flujo de vapor en platos perforados. [I. Liebson, R. E. Kelley y L.A. Bullington, *Petrol. Refin.*, **36**(2): 127, 1957; **36**(3):288, 1957.]

La cantidad de líquido sobre el plato aumenta con la altura del vertedero y con la velocidad de flujo del líquido, pero disminuye ligeramente al aumentar la velocidad de flujo de vapor debido a que esto disminuye la densidad de la espuma. La retención de líquido también depende de las propiedades físicas del líquido y el vapor, y sólo se dispone de métodos aproximados para predecir la retención. Un método sencillo para estimar h_l utiliza la altura del vertedero h_w , la altura calculada del líquido claro sobre el vertedero h_{ow} y de un factor empírico de correlación β :

$$h_l = \beta (h_w + h_{ow}) \quad (21.63)$$

La altura sobre el vertedero se calcula a partir de una forma de la ecuación de Francis, que para un vertedero de segmentos rectos es

$$h_{ow} = 43.4 \left(\frac{q_L}{L_w} \right)^{2/3} \quad (21.64)$$

donde h_{ow} = altura, mm

q_L = velocidad de flujo del líquido claro, m³/min

L_w = longitud del vertedero

Si q_L/L_w está en galones por pulgada, un coeficiente de 0.48 en la ecuación (21.64) da lugar a h_{ow} en pulgadas.

La altura real de la espuma sobre el vertedero es mayor que h_{ow} , puesto que el vapor sólo se ha separado parcialmente del líquido, dando lugar a que la velocidad de flujo volumétrico en el vertedero sea mayor que la del líquido solo. Sin embargo, la altura real sobre el vertedero no se necesita estimar para h_p , puesto que el efecto de la densidad de la espuma está incluido en el factor de correlación β . Para alturas típicas de vertedero de 25 a 50 mm (1 a 2 in.) y para el intervalo normal de velocidades de vapor, los valores de β son de 0.4 a 0.7. La variación de β con las velocidades de flujo de vapor y líquido es compleja y no existe una correlación aceptada de manera general. Con fines de diseño se utiliza un valor de $\beta = 0.6$ en la ecuación (21.63) y se tolera algo de error toda vez que la mayor parte de la caída de presión para elevados flujos de vapor se deba a las perforaciones.

Cuando h_{ow} es pequeña en comparación con h_w , la ecuación (21.63) indica que h_l debe ser menor que h_w , lo que da lugar a menos líquido sobre el plato perforado que el que corresponde a la altura del vertedero. Esta situación es habitual.

Nivel del conducto de descenso

El nivel de líquido en el conducto de descenso ha de ser considerablemente mayor que aquél sobre el plato debido a la caída de presión a través de este último. Observe en la figura 21.24 que la parte superior del conducto de descenso del plato n está a la misma presión que el plato $n - 1$. Por lo tanto, el nivel equivalente en el conducto de descenso tiene que superar al del plato por una altura h_l más las pérdidas por fricción en el líquido $h_{f,L}$. La altura total del líquido claro Z_c es

$$Z_c = \beta (h_w + h_{ow}) + h_l + h_{f,L} \quad (21.65)$$

Utilizando las ecuaciones (21.61) y (21.63) para h_l se obtiene

$$Z_c = 2\beta (h_w + h_{ow}) + h_d + h_{f,L} \quad (21.66)$$

Las contribuciones a Z_c se muestran en la figura 21.24. Observe que el aumento de h_w o h_{ow} se duplica, puesto que esto aumenta el nivel de líquido sobre el plato y aumenta la caída de presión para el flujo de vapor. El término para $h_{f,L}$ es generalmente pequeño; corresponde a una o dos cabezas basadas en la velocidad del líquido debajo del fondo del conducto de descenso.

El nivel real del líquido aireado Z en el conducto de descenso es mayor que Z_c debido a las burbujas arrastradas. Si la fracción media de volumen de líquido es ϕ_d , el nivel es

$$Z = \frac{Z_c}{\phi_d} \quad (21.67)$$

Cuando la altura del líquido aireado se hace tan grande o mayor que el espaciado entre los platos, se impide el flujo sobre el vertedero hacia el plato siguiente y la columna se inunda. Para diseños conservadores, se supone un valor de $\phi_d = 0.5$, y el espaciado entre los platos y las condiciones de operación se eligen de forma que Z sea menor que el espaciado entre los platos.

Límites de operación para platos perforados

Para velocidades bajas de vapor, la caída de presión no es suficientemente grande para evitar que el líquido descienda a través de algunas perforaciones. Esta condición recibe el nombre de *goteo* y es más probable que ocurra si hay un ligero gradiente de la cabeza de líquido a través del plato. Con un gradiente de este tipo, el vapor tiende a fluir a través de la región donde hay menos líquido y, por tanto, menos resistencia al flujo, mientras que el líquido fluye por el espacio donde la profundidad es mayor. El goteo disminuye la eficiencia del plato, ya que algo de líquido pasa al plato siguiente sin hacer contacto con el vapor. El límite inferior de operación podría ampliarse utilizando perforaciones más pequeñas o una menor fracción de área abierta, pero estos cambios aumentan la caída de presión y reducen la velocidad máxima de flujo. Un plato perforado por lo general opera en un intervalo de velocidades de flujo comprendido entre tres y cuatro veces los puntos correspondientes al goteo y la inundación. Si se desea un intervalo mayor, conviene utilizar otros tipos de platos tales como los de válvula. (Véase página 746.)

El límite superior de la velocidad de vapor en una columna de placas perforadas generalmente se determina por la velocidad a la cual el arrastre se vuelve excesivo, provocando una gran caída en la eficiencia del plato para un pequeño aumento de flujo de vapor. A este límite se le denomina punto de inundación o, más adecuadamente, *punto de inundación de arrastre*, dado que la velocidad de vapor permisible se ve a veces limitada por otros factores. Cuando la caída de vapor en un plato es demasiado elevada

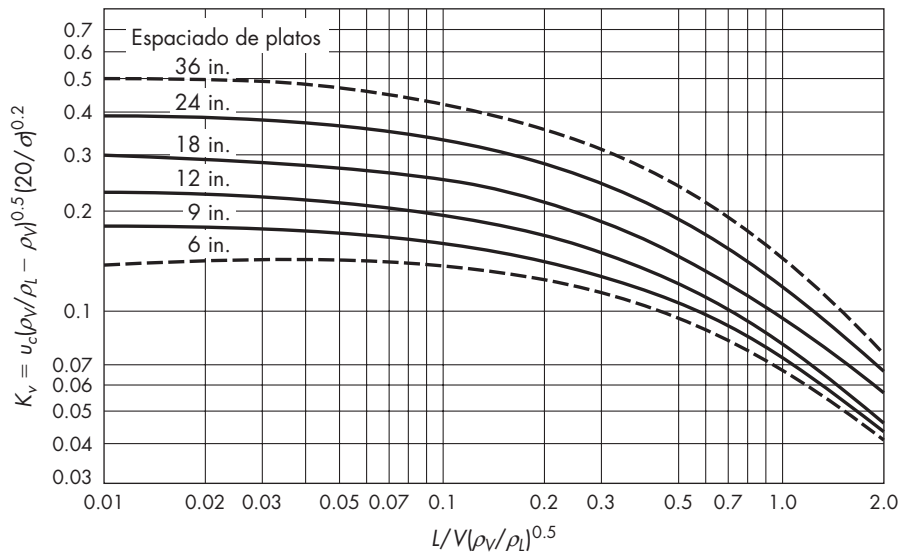


FIGURA 21.26

Valores de K_v para platos perforados en condiciones de inundación; L/V = relación entre las velocidades de flujo de masa de líquido a vapor, u está en pies por segundo y σ en dinas por centímetro. [J.R. Fair, *Petrol. Chem. Eng.*, **33**(10):45, 1961. Courtesy Petroleum Engineer.]

y el líquido en el tubo de descenso regresa al plato superior, se inhibe el flujo desde ese plato. Esto lleva a un incremento en el nivel del líquido y a un posterior incremento en la caída de presión. Este fenómeno se denomina *inundación del tubo de descenso* y puede ocurrir antes de que el arrastre se vuelva excesivo. Para líquidos con baja tensión superficial, el límite puede ser la velocidad que hace que la altura de la espuma sea igual al espaciamiento entre platos, llevando a un regreso al plato de arriba.

Las primeras correlaciones para el límite de inundación se enfocaron en el arrastre y la velocidad de asentamiento de las gotas del líquido. Para gotas más grandes, la velocidad terminal varía con $\sqrt{\rho_L - \rho_V} / \rho_V$ [véase ecuación (7.43)] y este término se incluye en la correlación, aun cuando $\rho_L - \rho_V$ sea prácticamente lo mismo que ρ_L en la mayoría de los casos. La figura 21.26 es una correlación⁵ empírica para platos perforados que se cita ampliamente y se aplica para platos de válvulas y platos con campanas de burbujeo. Para un determinado valor de $L / V (\rho_L - \rho_V)^{0.5}$ y un espaciamiento de plato determinado, la correlación da un valor de K_v que se usa para calcular la máxima velocidad de vapor permisible.

$$u_c = K_v \sqrt{\frac{\rho_L - \rho_V}{\rho_V}} \left(\frac{\sigma}{20} \right)^{0.2} \quad (21.68)$$

donde u_c = máxima velocidad de vapor basada en el área de burbujeo, ft/s
 σ = tensión superficial del líquido, dina/cm

Obsérvese que los efectos de espaciamiento entre platos y otras variables en la correlación son similares a los esperados para otros tipos de inundación. El incremento en el espaciado de platos demora el establecimiento de inundación en el tubo de descenso y la que se da por la altura de espuma, además de disminuir la posibilidad de que las gotas arrastradas alcancen el siguiente plato. El incremento en la densidad del vapor hace descender u_c en la ecuación (21.68) y también aumenta la caída de presión en el plato seco, lo cual puede llevar a la inundación del tubo de descenso. El término de tensión superficial, que no estaba en la correlación original, se añadió, debido a las menores velocidades de inundación que se observan en algunos líquidos orgánicos. Es típico el valor de $\sigma = 20$ dina/cm para los líquidos orgánicos; la correlación muestra que la velocidad de inundación para tales líquidos es de alrededor de 20% más baja que para el agua, con una σ aproximada de 72 dina/cm. Puede que la correlación no sea confiable para líquidos con baja tensión superficial, por lo que en esos casos la velocidad podría estar limitada por la altura de arrastre.

El efecto de la presión se refleja en ρ_V , que está incluida tanto en la abscisa como en la ordenada de la figura 21.26. Para la mayoría de las destilaciones a presión atmosférica, $L/V (\rho_V / \rho_L)^{0.5}$ es bastante pequeña, K_v es casi constante y u_c varía con $\rho_V^{-0.5}$. Para la operación a alta presión, donde K_v desciende cuando ρ_V se incrementa, hay un mayor efecto de ρ_V sobre u_c . La velocidad de inundación es mucho más baja para columnas que operan a alta presión que para las que se encuentran a presión atmosférica.

La correlación de la figura 21.26 no incluye el efecto de la altura del vertedero, que puede variar desde $\frac{1}{2}$ a 4 in. El incremento de h_w aumenta la altura del líquido sobre el plato, lo cual probablemente hace descender u_c , pero no se cuenta con muchos datos al respecto. Kister¹⁰ ofrece un análisis detallado de la inundación y una correlación alternativa para la inundación por arrastre.

EJEMPLO 21.6 Una columna de platos perforados que opera a presión atmosférica va a producir metanol casi puro a partir de una alimentación acuosa que contiene 40% en mol de metanol. El flujo del destilado es de 5 800 kg/h. *a)* Para una relación de reflujo de 3.5 y un espaciamiento entre platos de 18 in., calcule la velocidad de vapor permisible y el diámetro de la columna, y *b)* calcule la caída de presión por plato si cada plato perforado tiene $\frac{3}{8}$ de in. de espesor con orificios de $\frac{1}{4}$ de diámetro sobre un espaciamiento triangular de $\frac{3}{4}$ de in. y una altura de esclusa de 2 in. ¿Cuál es la altura de arrastre en el tubo de descenso?

Solución Calcule u_c en la parte superior de la columna, porque la inundación es más probable aquí, donde la densidad de vapor es más elevada que en la base.

Propiedades físicas del metanol. El peso molecular es 32, el punto de ebullición normal es 65 °C y la densidad de vapor es

$$\rho_v = \frac{32 \times 273}{22.4 \times 338} = 1.15 \text{ kg/m}^3$$

De Perry, *Chemical Engineers' Handbook*, 6a. ed., pp. 3-188, la densidad de metanol líquido es 810 kg/m³ a 0 °C y 792 kg/m³ a 20 °C. A 65 °C, la densidad estimada ρ_L es de 750 kg/m³. El libro de Lange, *Handbook of Chemistry*, 9a. ed., 1956, p. 1650, da la tensión superficial del metanol a 20 y 100 °C. Por interpolación, a 65 °C, $\sigma = 19$ dina/cm.

a) Velocidad del vapor y diámetro de la columna. En la figura 21.26, la abscisa es

$$\frac{L}{V} \left(\frac{\rho_v}{\rho_L} \right)^{1/2} = \frac{3.5 \left(\frac{1.15}{750} \right)^{1/2}}{4.5 \left(\frac{1.15}{750} \right)^{1/2}} = 3.04 \times 10^{-2}$$

Para un espaciamiento de platos de 18 in.

$$K_v = 0.29 = u_c \left(\frac{\rho_v}{\rho_L - \rho_v} \right)^{1/2} \left(\frac{20}{\sigma} \right)^{0.2}$$

Velocidad de vapor permisible:

$$\begin{aligned} u_c &= 0.29 \left(\frac{750 - 1.15}{1.15} \right)^{1/2} \left(\frac{19}{20} \right)^{0.2} \\ &= 7.32 \text{ ft/s o } 2.23 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Flujo de vapor:

$$\begin{aligned} V &= D(R + 1) = 4.5D \\ &= \frac{5800 \times 4.5}{3600 \times 1.15} = 6.30 \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

Área transversal de la columna:

$$\text{Área de burbujeo} = \frac{6.30}{2.23} = 2.83 \text{ m}^2$$

Si el área de burbujeo es 0.7 del área total de la columna,

$$\text{Área de la columna} = \frac{2.83}{0.7} = 4.04 \text{ m}^2$$

Diámetro de la columna:

$$D_c = \left(\frac{4 \times 4.04}{\pi} \right)^{1/2} = 2.27 \text{ m}$$

b) Caída de presión. El área del plato de una unidad de tres orificios en un arreglo triangular de $\frac{3}{4}$ de in. es $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} (\frac{3}{4} \times \sqrt{3}/2) = 9\sqrt{3}/64 \text{ in.}^2$. El área del orificio en esta sección (mitad de orificio) es $\frac{1}{2} \times \pi/4 \times (\frac{1}{4})^2 = \pi/128 \text{ in.}^2$. De este modo, el área del orificio es $\pi/128 \times 64/9\sqrt{3} = 0.1008$, o 10.08 por ciento del área de burbujeado.

La velocidad del vapor a través de los orificios:

$$u_0 = \frac{2.23}{0.1008} = 22.1 \text{ m/s}$$

Utilice la ecuación (21.62) para la caída de presión a través de los orificios. De la figura 21.25, $C_0 = 0.73$. De aquí

$$h_d = \frac{51.0 \times 22.1^2 \times 1.15}{0.73^2 \times 750} = 71.7 \text{ mm de metanol}$$

La cabeza del líquido sobre el plato:

$$\text{Altura de la esclusa: } h_w = 2 \times 25.4 \text{ mm} = 50.8 \text{ mm}$$

La altura del líquido por arriba de la esclusa: asuma que el área del tubo de descenso es 15% del área a cada lado de la columna. De Perry, 6a. ed., pp. 1-26, la longitud de la cuerda para ese segmento del tubo de descenso es 1.62 veces el radio de la columna, de modo que

$$L_w = 1.62 \times 2.27/2 = 1.84 \text{ m}$$

La tasa de flujo del líquido es

$$q_L = \frac{5800 \times 3.5}{750 \times 60} = 0.45 \text{ m}^3/\text{min}$$

De la ecuación (21.64),

$$h_{ow} = 43.4 \left(\frac{0.45}{1.84} \right)^{2/3} = 17.0 \text{ mm}$$

De la ecuación (21.63), con $\beta = 0.6$

$$h_i = 0.6(50.8 + 17.0) = 40.7 \text{ mm}$$

La cabeza total del líquido [de la ecuación (21.61)]

$$h_l = 71.7 + 40.7 = 112.4 \text{ mm}$$

c) La altura de arrastre del tubo de descenso. Use la ecuación (21.66). Estime $h_{iL} = 10 \text{ mm de metanol}$. Entonces

$$Z_c = 2 \times 40.7 + 71.7 + 10 = 163.1 \text{ mm}$$

De la ecuación (21.67),

$$Z = \frac{163.1}{0.5} = 326 \text{ mm (12.8 in.)}$$

Dado que Z es menor que el espaciamiento del plato, no se debería producir la inundación del tubo de descenso. En un diseño conservador, se podría usar un diámetro de columna de 2.5 m, de modo que la velocidad del vapor fuera de un 20 por ciento menor que u_c .

Columnas de platos con válvulas

En una columna de platos con válvulas (figura 21.27), las aberturas del plato son bastante grandes, típicamente de 38 mm ($1\frac{1}{2}$ in.) de diámetro. Las aberturas están cubiertas con tapas o “válvulas” que se elevan y caen a medida que los flujos de vapor varían, suministrando un área para el flujo de vapor. Los tubos de descenso y el flujo cruzado del líquido se usan como en los platos perforados comunes. Los platos con válvulas son más caros que las tradicionales pero tienen la ventaja de una mayor *relación de rechazo* (la relación de la máxima velocidad de vapor permisible para la velocidad más baja a la que la columna funcionará satisfactoriamente), hasta 10 o más, de modo que el rango de operación de la columna es grande. Recientes desarrollos de platos con válvulas han aumentado el área de burbujeo disponible y mejorado la distribución del flujo de vapor a través de los platos. La información sobre el diseño y las limitantes de las columnas de platos con válvulas se encuentran disponibles en Norton Chemical Process Corporations,¹⁸ Koch- Glitsch LP y otros fabricantes.

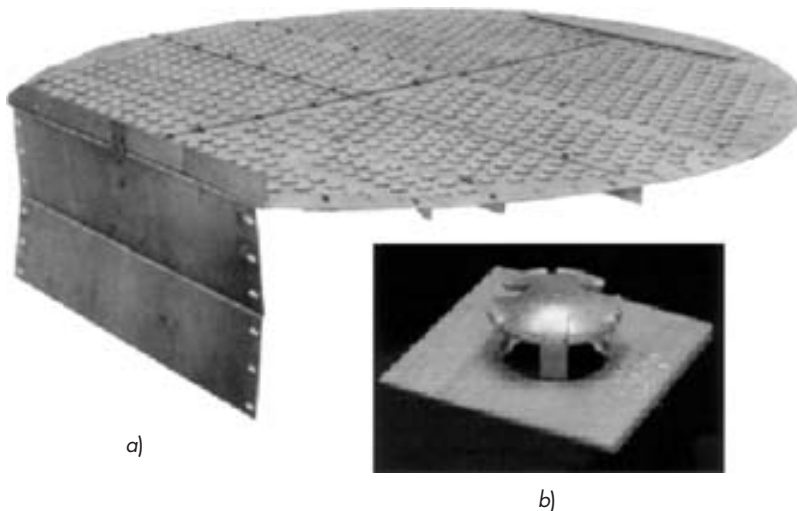


FIGURA 21.27

a) Plato de válvulas (Koch-Glitsch); b) válvula sencilla (abierta).

EFICIENCIA DE PLATOS

Para pasar de platos ideales a platos reales es preciso conocer la eficiencia de los platos. El tratamiento que sigue es aplicable tanto para columnas de absorción de gases como para columnas de destilación.

Tipos de eficiencia de platos

Existen tres tipos de eficiencia de platos: 1) eficiencia global, que se refiere a toda la columna; 2) eficiencia de Murphree, que se aplica a un solo plato, y 3) eficiencia local, que se refiere a una localización específica en un solo plato.

La *eficiencia global* η_o es sencilla de utilizar pero también es la que tiene menos fundamento. Se define como una relación entre el número de platos ideales que se necesitan en toda la columna y el número de platos reales.⁸ Por ejemplo, si se tienen seis platos ideales y la eficiencia global es de 60%, el número de platos reales es $6/0.60 = 10$.

La *eficiencia Murphree*¹² η_M está definida por

$$\eta_M = \frac{y_n - y_{n+1}}{y_n^* - y_{n+1}} \quad (21.69)$$

donde y_n = concentración real del vapor que sale del plato n

y_{n+1} = concentración real del vapor que entra en el plato n

y_n^* = concentración del vapor en equilibrio con el líquido del conducto de des-
censo que sale del plato n

La eficiencia de Murphree es, por tanto, la variación de la composición del vapor al pasar de un plato al siguiente, dividida entre la variación que tendría lugar si el vapor que sale estuviese en equilibrio con el *líquido que sale*. En general, el líquido que sale no es igual que el líquido promedio situado sobre el plato y esta distinción es importante al comparar las eficiencias local y de Murphree.

La eficiencia de Murphree se ha definido utilizando las concentraciones del vapor, tal como es habitual, pero las eficiencias medidas rara vez se basan en un análisis de la fase de vapor a causa de la dificultad de obtener muestras fiables. En su lugar, se toman muestras del líquido en los platos, y las composiciones del vapor se determinan a partir de un diagrama de McCabe-Thiele. Una eficiencia de un plato se define utilizando concentraciones del líquido, pero esto se utiliza sólo ocasionalmente para cálculos de desorción o agotamiento.

Las columnas que operan a gran velocidad tendrán un arrastre significativo, y esto reduce la eficiencia del plato, porque las gotas del líquido arrastrado son menos ricos en el componente más volátil que es el vapor. Aunque se han publicado métodos aceptados para arrastre,¹ la mayor parte de las correlaciones empíricas para la eficiencia de Murphree se basan en muestras de líquido que provienen de platos, y esto incluye el efecto de arrastre.

La *eficacia local* η' está definida por

$$\eta' = \frac{y'_n - y'_{n+1}}{y'_{en} - y'_{n+1}} \quad (21.70)$$

donde y'_n = concentración del vapor que sale de un lugar específico sobre el plato n
 y'_{n+1} = concentración del vapor que entra en el plato n en el mismo lugar
 y'_{en} = concentración del vapor en equilibrio con el líquido en el mismo lugar

Puesto que y'_n no puede ser superior a y'_{en} , una eficiencia local tampoco es superior a 1.00, o 100%.

Relación entre las eficiencias de Murphree y local. En pequeñas columnas, el líquido sobre un plato está suficientemente agitado por el vapor que fluye a través de las perforaciones para que no haya diferencias medibles de los gradientes de concentración en el líquido en su flujo a través del plato. La concentración del líquido en el conducto de descenso x_n es la del líquido en todo el plato. La variación de concentración desde x_n hasta x_{n+1} ocurre a la salida del conducto de descenso, puesto que el líquido que sale de este último se mezcla vigorosamente con el líquido del plato $n + 1$. Puesto que la concentración del líquido sobre el plato es constante, la del vapor procedente del plato es también constante y no existen gradientes de concentración en las corrientes de vapor. Una comparación de las cantidades en las ecuaciones (21.69) y (21.70) indica que $y_n = y'_n$, $y_{n+1} = y'_{n+1}$ y $y_n^* = y'_{en}$. Por tanto $\eta_M = \eta'$, y las eficiencias local y de Murphree son iguales.

En columnas grandes, la mezcla del líquido en la dirección de flujo no es completa y existe gradiente de concentración en el líquido situado sobre el plato. La máxima variación posible es desde una concentración x_{n-1} a la entrada del líquido hasta una concentración x_n a la salida del líquido. Para analizar el efecto de un gradiente de concentración, considere una parte del diagrama de McCabe-Thiele, tal como se muestra en la figura 21.28. Este diagrama corresponde a una eficiencia de Murphree de aproximadamente 0.9, con y_n casi igual a y_n^* . Sin embargo, si no hay mezcla horizontal del líquido, el vapor cerca de la entrada del líquido estaría en contacto con el líquido de composición x_{n-1} y sería considerablemente más rico que el vapor que hace contacto con el líquido de composición x_n cerca de la salida. Para ser consistente con una composición media del vapor y_n , la composición local del vapor ha de estar comprendida entre y_a cerca de la salida del líquido y y_b cerca de la entrada del líquido. La eficiencia local es, por consiguiente, considerablemente menor que la eficiencia de Murphree, y η' sería del orden de 0.6 para este ejemplo.

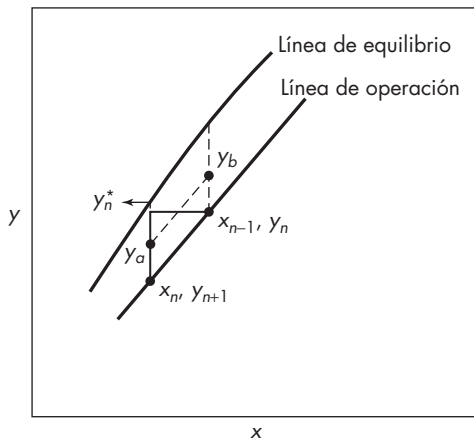


FIGURA 21.28

Composiciones local y media del vapor para un plato no mezclado.

Cuando la eficiencia local es elevada, tal como 0.8 o 0.9, la presencia de gradientes de concentración en el líquido produce a veces una concentración media del vapor mayor que y_n^* , y la eficiencia de Murphree es, por lo tanto, mayor de 100%. Un ejemplo de esto se representa más adelante en la figura 21.33.

La relación entre η_M y η' depende del grado de mezcla del líquido, independientemente de que el vapor se mezcle o no antes de pasar al plato siguiente. Los cálculos han puesto de manifiesto⁹ sólo una pequeña diferencia de eficiencia para vapor completamente mezclado o vapor no mezclado, pero el efecto de que no haya mezcla de líquido puede ser bastante grande. La mayor parte de los estudios han supuesto mezcla completa del vapor con el fin de simplificar los cálculos para diferentes grados de mezcla del líquido. Investigadores de la Universidad de Delaware¹ desarrollaron una correlación basada en flujo de tapón (pistón) del líquido a través del plato con difusión de remolino en la fase líquida, que se representa en la figura 21.29. La abscisa es $(mV/L)\eta'$, y el parámetro de las gráficas es un número de Peclet para dispersión axial:

$$Pe = \frac{Z_l^2}{D_E t_L} \quad (21.71)$$

donde Z_l = longitud de la trayectoria de flujo de líquido, m

D_E = difusividad de remolino, m²/s

t_L = tiempo de residencia del líquido sobre el plato, s

Para la destilación a la presión atmosférica en una columna de 0.3 m (1 ft) de diámetro, el número de Peclet es del orden de 10, con base en correlaciones empíricas para la dispersión sobre tapas de burbujeo y sobre platos perforados.^{2,7} Esto ocurre en el intervalo donde se producirá un importante aumento de la eficiencia como consecuencia de la existencia de gradientes en el plato. Para una columna de 1 m o más de diámetro, sería de esperar que el número de Peclet fuese superior a 20 y que la eficiencia fuera casi tan elevada como si no

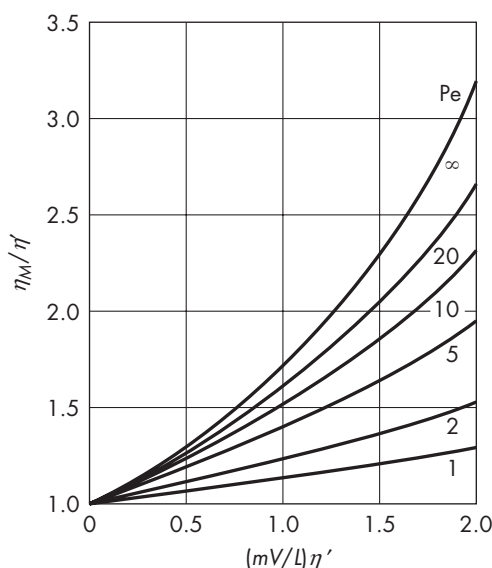
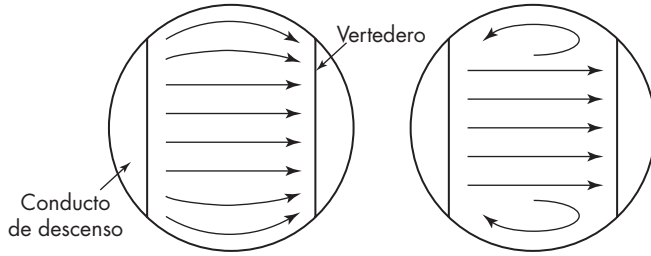


FIGURA 21.29

Relación entre las eficiencias de Murphree y local.

**FIGURA 21.30**

Posibles modelos de flujo del líquido en una columna grande.

hubiese mezcla en la dirección de flujo. Sin embargo, pruebas en columnas muy grandes conducen a veces a menores eficiencias de los platos que en columnas de tamaño medio, debido probablemente a la modificación del flujo de tapón (pistón). Con una columna grande y conductos de descenso segmentados, el líquido que circula alrededor del borde del área de burbujeo, tal como se indica en la figura 21.30, tiene un recorrido de flujo apreciablemente mayor que el líquido que cruza por el centro, y puede resultar en una amplia distribución de los tiempos de residencia o aun en algo de flujo de retroceso del líquido. Estos efectos se minimizan mediante un diseño especial de plato.^{10,14}

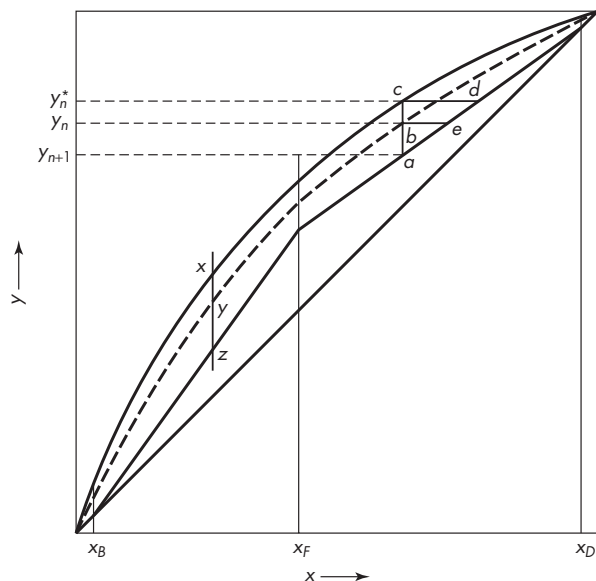
Uso de la eficiencia de Murphree

Cuando se conoce la eficiencia de Murphree, es posible utilizarla con facilidad en el diagrama de McCabe-Thiele. En la figura 21.31 se presenta el diagrama para un plato real comparado con el de un plato ideal. El triángulo *acd* representa el plato ideal y el triángulo *abe* el plato real. El plato real, en vez de enriquecer el vapor desde y_{n+1} hasta y_n^* representado por el segmento *ac*, consigue un menor enriquecimiento $y_n - y_{n+1}$, correspondiente al segmento *ab*. De acuerdo con la definición de η_M , la eficiencia de Murphree está dada por la relación *ab/ca*. Para aplicar la eficiencia de Murphree conocida a toda una columna, basta con sustituir la verdadera curva de equilibrio y_e contra x_e por una curva de equilibrio efectiva y'_e contra x_e , cuyas coordenadas se calculan a partir de la ecuación

$$y'_e = y + \eta_M(y_e - y) \quad (21.72)$$

En la figura 21.31 se presenta una curva de equilibrio efectiva para $\eta_M = 0.60$. Observe que la posición de la curva y'_e contra x_e depende tanto de la línea de operación como de la verdadera curva de equilibrio. Una vez representada en forma gráfica la curva de equilibrio efectiva, se realiza la habitual construcción de escalones y se determina el número de platos reales. El hervidor no está sometido a la reducción por efecto de la eficiencia de los platos, y se utiliza la verdadera curva de equilibrio para el último escalón en la sección de agotamiento.

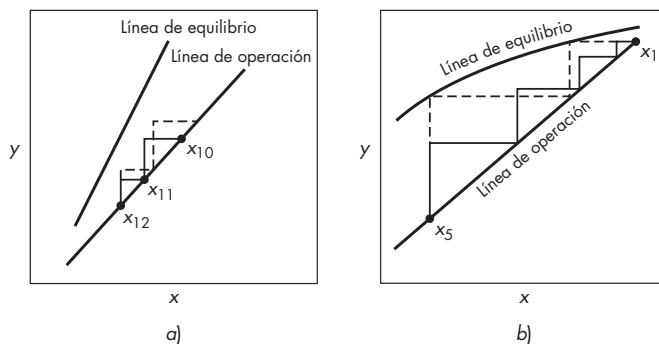
Relación entre las eficiencias de Murphree y global. La eficiencia global de una columna no es la misma que la eficiencia de Murphree media de los platos individuales. La relación entre estas eficiencias depende de las pendientes relativas de la línea de equilibrio y la línea de operación. Cuando la línea de equilibrio tiene una pendiente más pronunciada que la línea de operación, situación típica de las columnas de agotamiento, la eficiencia global será mayor que la eficiencia de Murphree si η_M es menor que 1.0. Considere una parte de la columna donde la composición del líquido varía desde x_{12} hasta

**FIGURA 21.31**

Uso de la eficiencia de Murphree en un diagrama xy . La línea de trazos discontinuos es la curva de equilibrio efectiva, y' , contra x_e para $\eta_M = 0.60$; $ba/ca = yz/xz = 0.60$.

x_{10} , una variación de 1.0 que requiere de una etapa ideal, tal como muestra la figura 21.32a. Si para esta variación se requieren dos platos reales, la eficiencia global de esta parte de la columna será de 50%. Sin embargo, si se trazan dos escalones parciales suponiendo que $\eta_M = 0.50$, tal como se representa por la línea de trazos discontinuos, el valor predicho para x_{10} es demasiado elevado, ya que el primer escalón avanza hasta la mitad desde x_{12} hasta x_{10} y el segundo escalón provoca un cambio mucho mayor. El valor correcto de η_M es del orden de 0.40, tal como indican los escalones trazados con una línea continua.

Cuando la línea de equilibrio tiene una pendiente menos pronunciada que la línea de operación, como habitualmente ocurre cerca de la parte superior de la sección de rectificación, la eficiencia global es menor que la eficiencia de Murphree, tal como se ilustra en la figura 21.32b. En este caso se necesitan dos platos ideales para pasar desde x_1 hasta x_5 y se requieren cuatro platos reales; la eficiencia global es de 0.50. Por prueba y error se encuentra que una eficiencia de Murphree de 0.6 conduce a un valor correcto de x_5 trazando cuatro escalones parciales.

**FIGURA 21.32**

Relación entre las eficiencias de Murphree y global: a) $\eta_M < \eta_o$; b) $\eta_M > \eta_o$.

Para columnas con ambas secciones de agotamiento y rectificación, el valor global de η_o estará muy cercano al valor medio de η_M , puesto que el valor mayor de η_o en la sección de agotamiento, con $mV/L > 1$, tiende a compensar el valor menor de η_o en la sección de rectificación, con $mV/L < 1$. Por esta razón, a veces se ignora en el diseño de una columna la diferencia entre η_o y η_M . Sin embargo, al analizar el funcionamiento de una columna real o una sección de una columna, donde se mide el cambio de composición sobre varios platos, deberá determinarse el valor correcto de η_M por prueba y error en vez de determinar η_o y suponer que $\eta_o = \eta_M$.

Para el caso especial donde las líneas de operación y equilibrio son rectas, se aplica la siguiente ecuación:

$$\eta_o = \frac{\ln [1 + \eta_M(mV/L - 1)]}{\ln (mV/L)} \quad (21.73)$$

donde m es la pendiente de la línea de equilibrio. Observe que cuando $mV/L = 1.0$ o cuando $\eta_M \approx 1.0$, $\eta_M = \eta_o$.

EJEMPLO 21.7 Para una columna de desorción usada para remover trozos de un compuesto orgánico ligeramente soluble de agua, la línea de equilibrio es $y^* = 120x$ y la relación L/V es 15. Si la eficiencia de plato de Murphree es 0.4 ¿cuál será la eficiencia global?

Solución

$$\frac{mV}{L} = 120/15 = 8$$

De la ecuación (21.73)

$$\eta_o = \frac{\ln[1 + 0.4(8 - 1)]}{\ln 8} = 0.64$$

Factores que influyen en la eficiencia de los platos

Aunque se han realizado muchos estudios^{9,11,12,16,23} sobre eficiencia de platos y se han presentado algunas correlaciones empíricas,^{2,3,14,19} el mejor método para predecir la eficiencia aún está en discusión. Muchos autores han recomendado la correlación de O'Connell,¹⁹ un diagrama que es un ajuste burdo de datos de 31 columnas de proceso con platos de campanas de burbujeo. Se ha demostrado que la eficiencia de los platos, que fluctúa del 90 al 30 por ciento, decae con valores crecientes de la viscosidad del flujo de alimentación en μ_L veces la volatilidad relativa de los componentes clave. Una ecuación que ajusta esta correlación gráfica fue dada por Lockett,¹⁴

$$\eta_o = 0.492(\mu_L \alpha)^{-0.245} \quad (21.74)$$

donde μ_L = viscosidad del líquido, cP.

La eficiencia cae en la medida que la viscosidad del líquido se incrementa, principalmente debido al descenso en la difusividad, que afecta la resistencia de la película líquida. En la mayoría de las destilaciones, la película gaseosa tiene la resistencia de control, de modo que el efecto de un cambio en la viscosidad del líquido no es grande. Un valor elevado de α para un sistema binario implica un alto valor de m a bajos valores

de x y una elevada resistencia de la película líquida. Sin embargo, cuando x se aproxima a 1, $m \cong 1/\alpha$, de modo que el efecto de m sobre la eficiencia total debería ser pequeño. Una correlación con $\mu_L m$ podría constituir una mejora, pero no parece probable que μ_L y m pudieran tener exactamente el mismo efecto.

Las teorías de transferencia de masa se han estado usando con datos experimentales para desarrollar correlaciones complejas para la eficiencia local y de platos.^{1,3} Estos métodos permiten considerar los efectos de las propiedades físicas de un líquido y del vapor, las velocidades de flujo, y las dimensiones de platos. Además, ajustan los datos mejor que la ecuación (21.74), pero aún no se pueden obtener estimaciones confiables de la eficiencia. La mayoría de las columnas están diseñadas usando eficiencias medidas para el mismo tipo de plato y sistemas similares. Sin embargo, las teorías son útiles para predecir los efectos de los cambios en las propiedades físicas.

El requerimiento más importante para obtener eficiencias satisfactorias es que los platos funcionen correctamente. Es esencial un contacto íntimo y adecuado entre el vapor y el líquido. Cualquier tipo de mal funcionamiento de la columna, tal como una excesiva formación de espuma o demasiado arrastre, una pobre distribución de vapor, o corto circuitos, derrames, o súbitas descargas del líquido, hacen que descienda la eficiencia de los platos.

La eficiencia de los platos es una función de la velocidad de transferencia de masa entre el líquido y el vapor. La predicción de coeficientes de transferencia de masa en platos perforados y su relación con la eficiencia de platos se tratará después. En la figura 21.33 se presentan algunos valores publicados de la eficiencia de platos para una columna de 1.2 m. Esta columna tenía platos con perforaciones de 12.7 mm y un área abierta de 8.32%, una altura de vertedero de 51 mm y un espaciado entre platos de 0.61 m. Los datos se representan de manera gráfica frente a un parámetro de flujo F , que tiende a cubrir aproximadamente el mismo intervalo para diferentes presiones totales, toda vez que la velocidad de inundación varía de forma inversamente proporcional con $\sqrt{\rho_v}$, tal como indica la ecuación (21.68). El parámetro F , generalmente conocido como *factor* F , se define de esta forma:

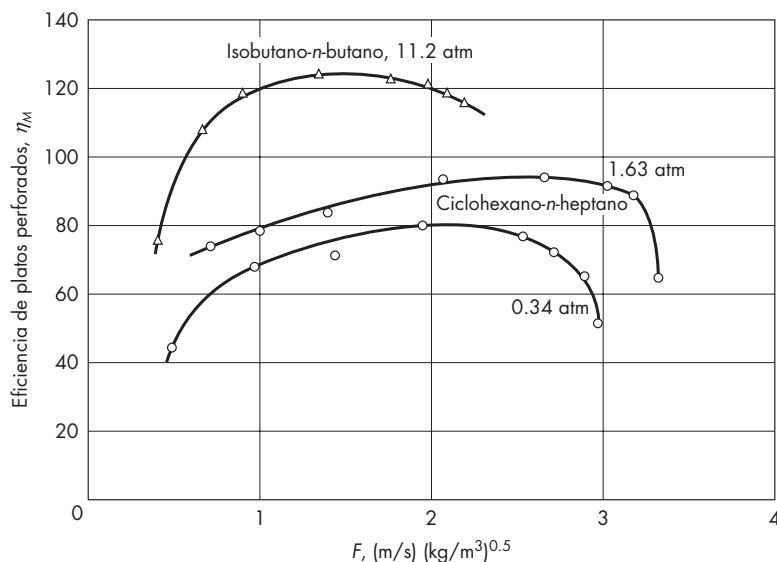


FIGURA 21.33

Eficiencia de platos perforados en una columna de 1.2 m. (Según M. Sakata y T. Yanagi, 3rd Int. Symp. Dist., p. 3.2/21, ICE, 1979.)

$$F \equiv u \sqrt{\rho_V} \quad (21.75)$$

A presiones bastante altas, K_v disminuye mientras que ρ_v se incrementa y los valores permisibles de F se ven de cierto modo reducidos, como se muestra en la figura 21.33 para los datos del butano a 11.2 atm. Obsérvese que el factor F es similar a K_v pero no incluye la densidad del líquido o la tensión superficial.

El intervalo habitual de F para platos perforados es de 1 a 3 (m/s) (kg/m³)^{0.5}, o 0.82 a 2.46 (ft/s) (lb/ft³)^{0.5}.

EJEMPLO 21.8 ¿Cuál es el factor F en la parte superior de la columna en el ejemplo 21.6 si la velocidad de vapor es la máxima permisible?

Solución A partir de la ecuación (21.75) el factor F es

$$\begin{aligned} F &= u_c \sqrt{\rho_V} \\ &= 2.23 \sqrt{1.15} = 2.39 \frac{\text{m}}{\text{s}} \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)^{0.5} \end{aligned}$$

Como se muestra en la figura 21.33, éste es un valor razonable para una columna de platos perforados a una presión de 1 atm.

La eficiencia no varía mucho con la velocidad del vapor en el intervalo comprendido entre el punto de goteo y el punto de inundación. Al aumentar el flujo de vapor, aumenta también la altura de la espuma creando una mayor área de transferencia de masa, de forma que la masa total transferida asciende casi tan rápido como lo hace la velocidad del vapor. Los datos de la figura 21.33 fueron obtenidos a reflujo total, de forma que el aumento de la velocidad del líquido también contribuye a aumentar el área de la superficie de contacto. La pronunciada disminución de la eficiencia que se produce antes de alcanzar el punto de inundación se debe al arrastre.

Los datos para ciclohexano-*n*-heptano presentan menor eficiencia para la operación a menor presión, lo que se ha confirmado en ensayos con otros sistemas. El descenso de la presión disminuye la concentración de la fuerza impulsora en la fase gaseosa pero aumenta la difusividad del vapor. Esto también baja la temperatura, lo cual aumenta la viscosidad del líquido y la tensión superficial, y disminuye los coeficientes de difusión en el líquido. La disminución de la eficiencia se debe a la combinación de estos efectos.

Las eficiencias mayores que 100% para el sistema isobutano-butano muestran el efecto de los gradientes de concentración del líquido; la eficiencia local para este caso se estima en 80%, basado en la figura 21.29 y $Pe \cong 80$. Otro estudio de la separación *i*-butano-*n*-butano en una columna de platos de 2.9 m con válvulas mostró una eficiencia de plato de Murphree de 119% y una eficiencia local calculada de 82%.¹⁰

Teoría de eficiencia de platos

La teoría de la doble película es aplicable a la transferencia de masa en un plato perforado para ayudar a extender y correlacionar información para la eficiencia de platos. Se supone que las burbujas que se forman en las perforaciones crecen a través de la masa de líquido que se mezcla verticalmente y tiene la composición local x_A . Las burbujas varían en su

composición cuando crecen, y se supone que no son mezclas de la fase gaseosa en la dirección vertical. Para una unidad de área de plato con una velocidad superficial $\bar{V}_s$, el número de moles transferido en una rebanada de espesor dz es

$$\bar{V}_s \rho_M dy_A = K_y a (y_A^* - y_A) dz \quad (21.76)$$

Al integrar sobre la altura de líquido aireado Z se obtiene

$$\int_{y_{A1}}^{y_{A2}} \frac{dy_A}{y_A^* - y_A} = \ln \frac{y_A^* - y_{A1}}{y_A^* - y_{A2}} = \frac{K_y a Z}{\bar{V}_s \rho_M} \quad (21.77)$$

$$\text{o} \quad \frac{y_A^* - y_{A2}}{y_A^* - y_{A1}} = \exp \left(- \frac{K_y a Z}{\bar{V}_s \rho_M} \right) \quad (21.78)$$

La eficacia local η' está dada por

$$\eta' = \frac{y_{A2} - y_{A1}}{y_A^* - y_{A1}} \quad (21.79)$$

$$\text{y} \quad 1 - \eta' = \frac{y_A^* - y_{A1} - y_{A2} + y_{A1}}{y_A^* - y_{A1}} \quad (21.80)$$

A partir de la ecuación (21.78),

$$1 - \eta' = \exp \left(- \frac{K_y a Z}{\bar{V}_s \rho_M} \right) = e^{-N_{Oy}} \quad (21.81)$$

donde N_{Oy} es el número de las unidades totales de transferencia de la fase gaseosa. Para la destilación de líquidos de baja velocidad, como el agua, el alcohol o el benceno alrededor de 100 °C, el valor de N_{Oy} es de alrededor de 2, casi independiente de la velocidad del gas en el rango de operación normal de la columna. Esto da una eficiencia local de 63 a 86% y la eficiencia de Murphree podría ser mayor o menor, dependiendo del grado de mezclado lateral sobre el plato y la cantidad de arrastre.

Es posible estimar la importancia relativa de las resistencias de gas y líquido si se supone que la teoría de la penetración se aplica a ambas fases y con el mismo tiempo de contacto. A partir de la teoría de la penetración [ecuación (17.54)] da k_c , k_y y k_x igual a $k_c \rho_{My}$ y $k_c \rho_{Mx}$, respectivamente,

$$\frac{k_y}{k_x} = \left(\frac{D_{vy}}{D_{vx}} \right)^{1/2} \frac{\rho_{My}}{\rho_{Mx}} \quad (21.82)$$

EJEMPLO 21.9 a) Utilice la teoría de la penetración para estimar la fracción de la resistencia total que está en la película gaseosa en la destilación de la mezcla benceno-tolueno a 110 °C y 1 atm de presión. La viscosidad del líquido μ es 0.26 cP. Las difusividades y las densidades para el líquido son

$$D_{vx} = 6.74 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s} \quad \rho_{Mx} = 8.47 \text{ mol/L}$$

y para el vapor,

$$D_{vy} = 0.0494 \text{ cm}^2/\text{s} \quad \rho_{My} = 0.0318 \text{ mol/L}$$

b) ¿De qué manera una reducción de cuatro veces en la presión total variará la eficiencia local y la importancia relativa de las resistencias de la película gaseosa y la película líquida?

Solución

a) Al sustituir dentro de la ecuación (21.82) se obtiene

$$\frac{k_y}{k_x} = \left(\frac{0.0494}{6.74 \times 10^{-5}} \right)^{1/2} \frac{0.0318}{8.47} = 0.102$$

Por tanto, se predice que el coeficiente de la película gaseosa será sólo 10% del coeficiente de la película líquida, y si $m = 1$, alrededor de 90% de la resistencia global de la transferencia de masa que estará en la película gaseosa.

b) Suponga que la columna está operada en el mismo factor F y que esto da la misma área de la superficie de contacto a y la altura de la espuma Z . La temperatura de ebullición del tolueno a 0.25 atm es 68 °C, o 341 K, comparado con 383 K a 1 atm.

Película gaseosa. Puesto que $D_{vy} \propto T^{1.81}/P$, el nuevo valor de D_{vy} es

$$D'_{vy} = \left(\frac{341}{383} \right)^{1.81} \frac{D_{vy}}{0.25} = 3.24 \text{ veces el viejo valor}$$

Suponiendo que la teoría de la penetración tiene la misma $t_r k_c$ se incrementa por $\sqrt{3.24}$, o 1.8, pero a 0.25 atm y 68 °C, ρ_{My} es 0.00894 mol/L, por lo tanto k_y cambia por $1.8 \times 0.00894/0.0318 = 0.506$.

Película líquida. Aquí $D_{ux} \propto T/\mu$, y a partir de que $\mu = 0.35$ cP a 68 °C, el nuevo valor de D_{ux} es

$$D'_{ux} = \frac{341}{383} \left(\frac{0.26 D_{ux}}{0.35} \right) = 0.66 \text{ veces el viejo valor}$$

Por lo tanto k_c disminuye por $\sqrt{0.66} = 0.81$, y considerando la pequeña variación en la densidad molar a 8.92 mol/L, k_x varía por $0.81 \times 8.92/8.47 = 0.86$.

Si la eficiencia total a 1 atm de presión es 0.86, que corresponde a dos unidades de transferencia, y si los valores relativos de k_x y k_y están estimados como en la parte a), el nuevo valor de K'_y se obtiene de la siguiente manera:

$$k'_y = 0.506 k_y \quad k'_x = 0.86 k_x$$

A 1 atm, $k_y = 0.102 k_x$ y $K_y = 0.907 k_y$. Por lo tanto

$$k'_x = \frac{0.86}{0.102} k_y = 8.43 k_y$$

Para $m = 1$,

$$\begin{aligned} \frac{1}{K'_y} &= \frac{1}{k'_y} + \frac{1}{k'_x} = \frac{1}{0.506 k_y} + \frac{1}{8.43 k_y} = \frac{2.10}{k_y} \\ K'_y &= 0.476 k_y \end{aligned}$$

La relación del número de unidades de transferencia es la relación de los coeficientes globales divididos entre la velocidad del flujo molar. Si la columna es operada al mismo factor F , $\sqrt{\rho_y}$ cambia por $[(383 \times 0.25)/341]^{0.5} = 0.53$, y $\bar{V}_s$ cambia por $1/0.53$. Si a , el área por unidad de volumen, es la misma, el nuevo valor de N'_{Oy} es

$$N'_{Oy} = 2 \times \frac{0.476}{0.53} = 1.35 \quad \eta' = 1 - e^{-1.80} = 0.74$$

De este modo, se espera que la eficiencia local sea de 78 a 74 por ciento, con 94% de la resistencia total en la fase gaseosa. No se espera un acuerdo muy estrecho entre estos valores de eficiencia, debido a las premisas hechas para simplificar el análisis, pero la tendencia es correcta, como se muestra en la figura 21.33, y queda claro que la resistencia de la película gaseosa es más importante a bajas presiones. Para destilación a altas presiones, k_y y k_x están más cerca de ser iguales.

DESTILACIÓN EN COLUMNAS EMPACADAS

Las columnas empacadas con frecuencia se utilizan para destilación cuando la separación es relativamente fácil y se requiere de un diámetro de columna no muy grande. Por lo general, son menos costosas que las columnas de platos y tienen una menor caída de presión. La desventaja principal es la dificultad de obtener una buena distribución del líquido, particularmente en columnas con un diámetro muy grande o columnas muy altas. Incluso cuando el líquido se rocía sobre todo el empaque en la parte superior de la columna, el líquido tiende a moverse hacia la pared y al flujo a través del empaque en canales o caminos preferenciales. Las regiones de alto flujo de líquido tienden a tener un flujo de vapor bajo, y las variaciones locales en L/V disminuyen la separación que podría alcanzarse.⁶ Para minimizar este efecto, las columnas altas a menudo se dividen en secciones, con redistribuidores cada 3 a 4 m.

La altura de la columna por lo general está basada en el número de platos teóricos y la altura equivalente a un plato teórico (HETP, por sus siglas en inglés). En la mayoría de los casos, la línea de operación superior está ligeramente mayor que la línea de equilibrio, y lo contrario es verdadero para la línea de operación inferior, lo cual hace que la HETP media sea casi la misma que H_{Oy} . Los tamaños de $1\frac{1}{2}$ o 2 in., de los empaques típicos tienen alrededor de la misma capacidad (velocidad de vapor permisible) que una columna de platos perforados, y la altura empacada equivalente a un plato teórico, por lo general, se encuentra en el intervalo de 1 a 2 ft (0.3 a 0.6 m). Los empaques más pequeños tienen valores bajos de HETP, en algunas ocasiones menores a 1.0 ft, pero también tienen una menor capacidad y con frecuencia no se les utiliza en una columna grande. La caída de presión por plato teórico equivalente es casi siempre menor que para una columna de platos perforados o tapa burbujeante, lo cual es una importante desventaja para la operación en vacío.

La destilación de torres empacadas con frecuencia también se opera sobre un intervalo moderado de velocidades de flujo a una eficiencia de separación casi constante. La información para la separación del isooctano-tolueno en un reflujo total se muestra en la figura 21.34. Las tres torres de empaque de metal Intalox (IMTP) numeradas como 25, 40 y 50 corresponden a los tamaños nominales de 1, 1.5 y 2 in., respectivamente. A medida que la capacidad del factor se incrementa, tanto la velocidad de líquido como la velocidad de vapor se incrementan, lo cual explica por qué la HETP es casi constante. La película

gaseosa tiene una resistencia controlante para la transferencia de masa, y H_{Oy} se incrementa con G_y elevado a una potencia entre 0.3 y 0.4 pero esto se compensa con el descenso en H_{Oy} al aumentar G_x , tal como se muestra en la figura 18.22. El efecto neto es casi constante a HTU o HETP sobre un intervalo de 2 a 2.5 veces el intervalo de flujos. La HETP disminuye en la región de carga a causa del aumento más rápido en la retención de líquido suspendido y el área húmeda, pero HETP disminuye en forma drástica cuando la inundación se aproxima. Con estos empaques de alta capacidad, el crecimiento de HETP es creíble debido al arrastre del líquido. La velocidad recomendada para diseñar estos empaques es 20% menos que la velocidad a la cual la HETP comienza a crecer rápidamente.

Empaques estructurados de hojas de metal dan ligeramente una mejor separación que los empaques de descarga, y los valores de HETP son casi constantes sobre un intervalo de tres a cuatro veces el intervalo de las velocidades de flujo. Aunque son más eficientes los empaques de tipo gasa, con valores de HETP que se incrementan a partir de 3 a 6 in. (0.1 a 0.2 m) sobre el cuádruple del intervalo de velocidades. La gasa está húmeda por completo aun a velocidades de flujo bajas, y es posible predecir la HETP a partir de ecuaciones fundamentales para la transferencia de masa en canales húmedos.² No existe una teoría correspondiente para otros empaques estructurados o para empaques de descarga, porque es difícil predecir el área húmeda. Bajas tensiones de superficie tienden a incrementar el área húmeda, pero valores muy bajos pueden llevar a la formación de espuma, lo cual incrementa la HETP.

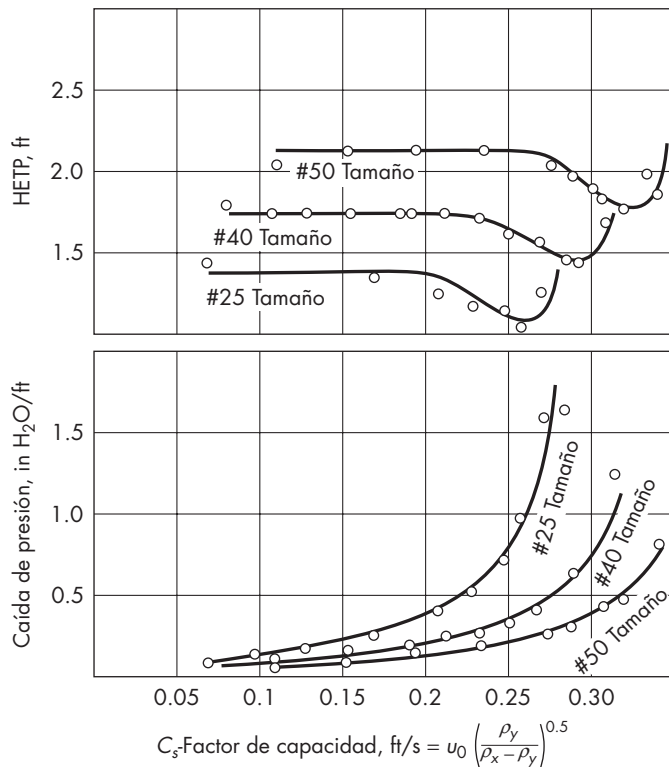


FIGURA 21.34

HETP y caída de presión en la destilación de isooctano y tolueno en torres empacadas de metal Intalox.²²

DESTILACIÓN DISCONTINUA

En algunas plantas pequeñas, los productos volátiles se recuperan a partir de una solución líquida por destilación discontinua. La mezcla se carga en un destilador o hervidor y se le suministra calor por medio de un serpentín o a través de la pared del recipiente hasta que el líquido alcanza la temperatura de ebullición y se vaporiza entonces una parte de la carga. En el método más sencillo de operación, los vapores pasan directamente desde un destilador hasta el condensador, tal como se observa en la figura 21.35. El vapor que en un determinado momento sale del destilador está en equilibrio con el líquido existente en el mismo, pero como el vapor es más rico en el componente más volátil, las composiciones del líquido y el vapor no son constantes.

Para mostrar cómo es que las composiciones varían con el tiempo, considere lo que ocurre si n_0 moles se cargan en un destilador discontinuo. Sean n los moles de líquido que quedan en el destilador en un determinado momento, mientras que y y x son las composiciones del vapor y el líquido. Los moles totales del componente A que quedan en el destilador n_A serán

$$n_A = xn \quad (21.83)$$

Si se vaporiza una cantidad de líquido dn , la variación de moles del componente A es dn_A , o dn_A . Diferenciando la ecuación (21.83) se obtiene

$$dn_A = d(xn) = n dx + x dn \quad (21.84)$$

Por lo tanto

$$n dx + x dn = y dn$$

Al reordenar,

$$\frac{dn}{n} = \frac{dx}{y-x} \quad (21.85)$$

La ecuación (21.85) se integra entre los límites x_0 y x_1 , las concentraciones inicial y final,

$$\int_{n_0}^{n_1} \frac{dn}{n} = \int_{x_0}^{x_1} \frac{dx}{y-x} = \ln \frac{n_1}{n_0} \quad (21.86)$$

La ecuación (21.86) se conoce como ecuación de Rayleigh. La función $dx/(y-x)$ se integra numérica o gráficamente utilizando los datos de equilibrio tabulados o una curva de equilibrio.

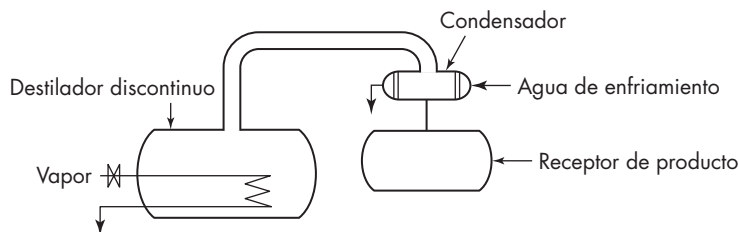


FIGURA 21.35

Destilación simple en un destilador discontinuo.

Es posible deducir una alternativa sencilla a la ecuación de Rayleigh para una mezcla ideal, tomando como base la volatilidad relativa. Aunque la temperatura en el destilador aumenta durante una destilación discontinua, la volatilidad relativa, que es una relación de presiones de vapor, no varía mucho y se puede utilizar un valor medio. A partir de la ecuación (21.37)

$$\frac{y_A}{y_B} = \alpha_{AB} \frac{x_A}{x_B} \quad (21.87)$$

Si la mezcla tiene n_A moles de A y n_B moles de B, la relación n_A/n_B es igual a x_A/x_B ; cuando se vaporizan dn moles, la variación de A es $y_A dn$, o bien dn_A , y la variación de B es $y_B dn$ o dn_B . Sustituyendo estos términos en la ecuación (21.87) se obtiene

$$\frac{dn_A/dn}{dn_B/dn} = \frac{dn_A}{dn_B} = \alpha_{AB} \frac{n_A}{n_B}$$

$$\text{o} \quad \frac{dn_A}{n_A} = \alpha_{AB} \frac{dn_B}{n_B} \quad (21.88)$$

Después de integrar entre límites

$$\ln \frac{n_A}{n_{0A}} = \alpha_{AB} \ln \frac{n_B}{n_{0B}} \quad (21.89)$$

$$\text{o} \quad \frac{n_B}{n_{0B}} = \left(\frac{n_A}{n_{0A}} \right)^{1/\alpha_{AB}} \quad (21.90)$$

La ecuación (21.90) se representa de forma gráfica como una línea recta, en coordenadas logarítmicas, para ayudar a seguir el curso de una destilación discontinua, o bien, puede utilizarse directamente si se especifica la recuperación de uno de los componentes.

EJEMPLO 21.10 Una carga de pentano crudo contiene 15% mol de *n*-butano y 85% de *n*-pentano. Si se utiliza una destilación discontinua sencilla a la presión atmosférica para separar 90% del butano, ¿cuánto pentano se separará? ¿Cuál será la composición del líquido remanente?

Solución El líquido final es pentano prácticamente puro y su temperatura de ebullición es 36 °C. La presión de vapor del butano a esta temperatura es 3.4 atm, con una volatilidad relativa de 3.4. Para las condiciones iniciales, la temperatura de ebullición es de 27 °C y la volatilidad relativa es 3.6. Por lo tanto, se utiliza para α_{AB} un valor promedio de 3.5.

Base del cálculo: 1 mol de alimentación

$$n_{0A} = 0.15 \text{ (butano)} \quad n_A = 0.015 \quad n_{0B} = 0.85 \text{ (pentano)}$$

A partir de la ecuación (21.90)

$$\frac{n_B}{0.85} = 0.1^{1/3.5} = 0.518 \quad n_B = 0.518(0.85) = 0.440$$

$$n = 0.44 + 0.015 = 0.455 \text{ mol} \quad x_A = \frac{0.015}{0.455} = 0.033$$

Destilación discontinua con reflujo

La destilación discontinua con un destilador sencillo no conduce a una buena separación, salvo que la volatilidad relativa sea muy grande. En muchos casos, se emplea una columna de rectificación con reflujo para mejorar la eficiencia de un destilador discontinuo. Si la columna no es demasiado grande, se instala sobre la parte superior del destilador o hervidor, tal como muestra la figura 20.1, o bien puede acoplarse independientemente por medio de tuberías de conexión para las corrientes de líquido y vapor.

La operación de un destilador discontinuo con columna se analiza utilizando un diagrama de McCabe-Thiele, con la misma ecuación de la línea de operación que se ha utilizado para la sección de rectificación de una destilación discontinua [ecuación (21.22)]:

$$y_{n+1} = \frac{R_D}{R_D + 1} x_n + \frac{x_D}{R_D + 1}$$

El sistema se opera para mantener constante la composición del destilado, aumentando la relación de reflujo a medida que varía la composición de líquido en el intercambiador de calor. El diagrama de McCabe-Thiele para este caso tendría líneas de operación de diferente pendiente, situadas de tal forma que se requiera el mismo número de etapas ideales para pasar desde x_D hasta x_B en todo momento. En la figura 21.36 se presenta un diagrama típico para un destilador de cinco etapas ideales, incluido el hervidor. La línea de operación más alta es para las condiciones iniciales, cuando la concentración del hervidor inferior al destilador es todavía la misma que la composición de la carga. (La concentración x_B es ligeramente inferior a x_F debido a la retención de líquido en los platos.) La línea de operación más baja y los escalones de líneas de trazos discontinuos corresponden a las condiciones en que aproximadamente un tercio de la carga se ha retirado como producto de destilado.

Para determinar la relación de reflujo que se requiere para un x_D constante y un x_B dado es preciso realizar un cálculo por prueba y error, puesto que el último escalón trazado sobre la supuesta línea de operación debe coincidir exactamente con x_B . Sin embargo, una

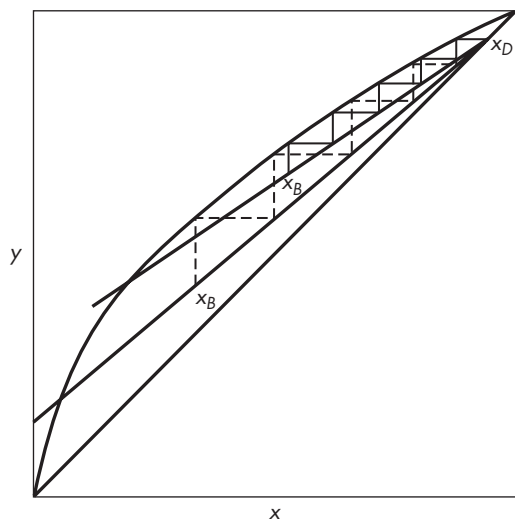


FIGURA 21.36

Diagramas de McCabe-Thiele para una destilación discontinua. Línea de operación más alta y líneas continuas: condiciones iniciales; línea de operación más baja y líneas de trazos discontinuos: después de retirar un tercio de la carga.

vez que la relación de reflujo inicial se ha seleccionado por este método, el valor de x_B para la última etapa de destilación se obtiene suponiendo un valor de R_D , construyendo la línea de operación y trazando el número correcto de pasos para terminar en x_B . Al aplicar un balance de materia, ecuaciones (21.8) y (21.9), se calcula la cantidad de producto y de carga que queda en el intercambiador de calor.

Un método alternativo de operación de un sistema de destilación discontinuo consiste en fijar la relación de reflujo y dejar variar con el tiempo la pureza del producto de destilado, deteniendo la destilación cuando la cantidad de producto o la concentración promedio en el producto total alcanza un determinado valor. Para calcular el funcionamiento del sistema, se trazan líneas de operación de pendiente constante, comenzando con distintos valores de x_D y trazando los escalones correspondientes al número de etapas reales para determinar x_B . Se calcula entonces el número total de moles que quedan en el destilador integrando la ecuación (21.86), donde x_D es igual a y y x_1 es igual a x_B .

SÍMBOLOS

a	Área de interfase entre el líquido y el vapor por unidad de volumen de empaque, m^{-1} o ft^{-1}
B	Velocidad de flujo del producto residual, mol/h, kg/h, o lb/h
C_0	Coficiente de descarga, para el flujo a través de perforaciones de platos perforados
C_s	Factor de capacidad, $u_o \sqrt{\rho_y / (\rho_x - \rho_y)}$
C_p	Calor específico a presión constante, J/g · °C o Btu/lb · °F; C_{pc} , del condensado; C_{pL} , del líquido; c_{pv} , del vapor
D	Velocidad de flujo del producto de cabeza, mol/h, kg/h, o lb/h
D_c	Diámetro de la columna, m o ft
D_E	Difusividad de remolino, m^2/s
D_v	Difusividad, m^2/s , cm^2/s , o ft^2/h ; D_{wv} , en el líquido; D_{wy} , en el vapor
F	Velocidad de alimentación, mol/h, kg/h, o lb/h; F_1 , F_2 , alimentaciones para columna de alimentaciones múltiples, también factor para estimar la capacidad de la columna, definida por la ecuación (21.75)
f	Fracción de alimentación que se vaporiza
G	Velocidad de masa basada en la sección transversal total de la torre; $\text{kg}/\text{m}^2 \cdot \text{h}$ o $\text{lb}/\text{ft}^2 \cdot \text{h}$; G_x , de la corriente del líquido; G_y , del vapor
g	Aceleración de la gravedad, m/s^2 o ft/s^2
H	Entalpía, energía por mol o por unidad de masa; H_B , del producto de cola; H_D , del producto destilado; H_F , de la alimentación; H_R , del reflujo; H_x , del líquido saturado; H_{xm} , del líquido del plato m de la columna de agotamiento; H_{xn} , del líquido del plato n de la columna de rectificación; H_y , del vapor saturado; $H_{y,a}$, del vapor que entra a la columna; $H_{y,m+1}$, del vapor del plato $m + 1$ de la columna de agotamiento; $H_{y,n+1}$, del vapor del plato $n + 1$ de la columna de rectificación; H_{y1} , del vapor del plato superior
H_{Oy}	Altura global de una unidad de transferencia, basada en la fase de vapor
HETP	Altura equivalente a un plato teórico
HTU	Altura de una unidad de transferencia

h	Caída de presión o carga, mm de líquido; h_d , para el plato seco; $h_{f,L}$, pérdida de fricción en el líquido; h_p , carga equivalente del líquido en el plato; h_{ow} , altura del líquido claro sobre el vertedero; h_t , caída total por plato; h_w , altura del vertedero
K_v	Coeficiente en la ecuación (21.66); K'_v , en la ecuación (21.65)
K_y	Coeficiente global de transferencia de masa, basado en la fase de vapor; K'_y , valor nuevo en el ejemplo 21.9
k	Coeficiente individual de transferencia de masa; k_c , basado en la diferencia de concentración, m/h o ft/h; k_x , k_y , en las fases de líquido y vapor, respectivamente, con base en las diferencias de fracciones molares, kg mol/m ² · s · unidad de fracción mol o lb mol/ft ² · h · unidad de fracción mol; k'_k , k'_y , valores nuevos en el ejemplo 21.9
L	Velocidad de flujo del líquido en general o en la columna de rectificación, mol/h, kg/h, o lb/h; L_a , que entra en la parte superior de la columna; L_b , que sale por el fondo de la columna; L_c , del reflujo del condensador; L_m , del plato m de la columna de agotamiento; L_n , del plato n de la columna de rectificación; $\bar{L}$, en la columna de desorción
L_w	Longitud del vertedero, m
m	Número sucesivo de platos en la columna de agotamiento, contados a partir del plato de alimentación; también, pendiente de la curva de equilibrio, dy_e/dx_e
$\dot{m}$	Velocidad de flujo de masa, kg/h o lb/h; $\dot{m}_s$ de la corriente hacia el hervidor; $\dot{m}_w$, del agua de enfriamiento hacia el condensador
N	Número de platos ideales; $N_{\min}$, número mínimo de platos ideales
N_{O_y}	Número global de unidades de transferencia basado en la fase de vapor; N'_{O_y} , valor nuevo en el ejemplo 21.9
n	Número sucesivo de platos en la columna de rectificación, contados a partir de la parte superior; también, número de moles en el destilador o mezcla; n_A , n_B , de los componentes A y B, respectivamente; n_0 , número de moles cargados en el destilador; n_{0A} , n_{0B} , de los componentes A y B, respectivamente; n_1 , valor final; también exponente en la ecuación (21.44)
P	Presión, N/m ² o lb _f /ft ² ; P_{n-1} , P_n , P_{n+1} , en el espacio de vapor sobre los platos $n - 1$, y $n + 1$, respectivamente; P' , presión de vapor; P'_A , P'_B , de los componentes A y B, respectivamente
Pe	Número de Peclet para la dispersión axial, $Z_i^2/D_E t_L$
p_A , p_B	Presión parcial de los componentes A y B, respectivamente, N/m ² o lb _f /ft ²
q	Velocidad de flujo de calor, W o Btu/h; q_c , calor removido en el condensador; q_r , calor adicionado en el hervidor; también, moles de líquido en la sección de agotamiento en la columna por moles de alimentación
q_L	Velocidad de flujo volumétrico en el conducto de descenso, m ³ /s o ft ³ /s
R	Relación de reflujo; $R_D = L/D$; $RV = L/V$; R_{Dm} , relación de reflujo mínima
T	Temperatura, °C o °F; T_F , de la alimentación; T_b , punto de burbuja; T_{bc} , punto de burbuja del condensado; T_c , del condensado; T_d , punto de rocío; T_1 , del líquido en el plato superior; también, temperatura de entrada del agua de enfriamiento; $T_2 - T_1$, aumento de temperatura del agua de enfriamiento
t	Tiempo, s o h; t_L tiempo de residencia del líquido sobre el plato; t_T tiempo de residencia sobre la superficie de transferencia en la teoría de penetración

u	Velocidad lineal, m/s o ft/s; u_c , velocidad máxima permisible para el vapor, basada en el área de la sección de burbujeo; u_0 , velocidad de vapor a través de las perforaciones en el plato perforado o velocidad superficial en la columna empacada
V	Velocidad de flujo de vapor, en general o en la columna de rectificación, mol/h, kg/h o lb/h; V_a , procedente de la parte superior de la columna; V_b , que entra en el fondo de la columna; V_{m+1} , procedente del plato $m + 1$ en la columna de agotamiento; V_n , V_{n+1} , procedentes de los platos n y $n + 1$, respectivamente, en la columna de rectificación; V_1 , que va al condensador procedente del plato superior; $\bar{V}$, en la columna de agotamiento
$\bar{V}_s$	Velocidad superficial, m/s o ft/s
x	Fracción mol o fracción de masa en el líquido; x_A , del componente A ; x_{Ae} , en equilibrio con el vapor de concentración y_{Ae} ; x_B , en el producto residual, también, del componente B en el líquido; x_{Be} , en equilibrio con el vapor de concentración y_{Be} ; x_D , en el producto de destilado; x_D' , en la corriente lateral de la extracción por destilación; x_F , en la alimentación; x_a , en el líquido que entra en la columna de una sola sección; x_b , en el líquido que sale en la columna de una sola sección; x_c , en el reflujo procedente del condensador; x_e , en equilibrio con el vapor de composición y_e ; x_m , en el líquido procedente del plato m de la sección de agotamiento de la columna; x_{n-1} , x_n , en el líquido procedente de los platos $n - 1$ y n , respectivamente, de la columna de rectificación; x' , en la intersección de la línea de alimentación y la curva de equilibrio; x_0 , x_1 , valores inicial y final en la destilación discontinua
y	Fracción mol o fracción de masa en el vapor; y_A , y_B , de los componentes A y B , respectivamente; y_{Ae} , y_{Be} , en equilibrio con líquidos de concentración x_{Ae} , x_{Be} , respectivamente; y_D , en el vapor del producto de destilado; y_a , en el vapor que sale de la columna de una sola sección; y_b , en el vapor que entra en la columna de una sola sección; y_e , en equilibrio con el líquido de concentración x_e ; y_{m+1} , del vapor procedente del plato $m + 1$ de la sección de agotamiento de la columna; y_n , y_{n+1} , en el vapor procedente de los platos n y $n + 1$, respectivamente, de la sección de rectificación de la columna; y_r , a partir del hervidor; y^* , del vapor en equilibrio con la corriente específica del líquido; y_a^* , en equilibrio con x_a ; y_b^* , en equilibrio con x_b ; y_n^* , en equilibrio con x_n ; y_1 , del vapor procedente de la parte superior del plato; y' , en la intersección de la línea de alimentación con la curva de equilibrio; también, del vapor que sale del condensador parcial; y'_e , el valor de pseudoequilibrio [ecuación(21.72)]; y'_{en} , en equilibrio con el líquido para una localización específica en el plato n ; y'_n , en el vapor que sale de una localización específica del plato n ; y'_{n+1} , que entra en el plato n para la misma localización que y'_n .
Z	Altura del líquido en el conducto de descenso, m o ft; altura real del líquido aireado; Z_c , altura del líquido claro
Z_l	Longitud de la trayectoria de flujo del líquido

Letras griegas

α_{AB}	Volatilidad relativa del componente A con relación al componente B
β	Factor de corrección en la ecuación (21.63)
ΔH_v	Entalpía de vaporización, cal/mol; $\Delta H_{v,b}$, a la temperatura de ebullición
ΔL	Líquido adicional condensado de la condensación fría [ecuación (21.24)]

η	Eficiencia; η_M , eficiencia de Murphree del plato; η_o , eficiencia global de los platos; η' , eficiencia local del plato
λ	Calor latente de vaporización, energía por unidad de masa; λ_c , del condensado; λ_s , del vapor de agua
μ	Viscosidad, Pa · s, cP, o lb/ft · s
ρ	Densidad, kg/m ³ o lb/ft ³ ; ρ_L , del líquido; ρ_v , del vapor
ρ_M	Densidad molar, kg mol/m ³ o lb mol/ft ³ ; ρ_{Mx} , del líquido; ρ_{My} , del vapor
σ	Tensión superficial, dina/cm
ϕ_d	Fracción de volumen del líquido en la mezcla aireada

PROBLEMAS

- 21.1. Un líquido que contiene 25% en mol de tolueno, 40% en mol de etilbenceno y 35% en mol de agua se somete a una destilación continua e instantánea a una presión total de 0.5 atm. Los datos para estas sustancias se dan en la tabla 21.4. Suponiendo que las mezclas de tolueno y etilbenceno obedecen a la ley de Raoult y que los hidrocarburos son completamente inmiscibles en agua, calcule la temperatura y las composiciones de las fases líquida y vapor *a*) en el punto de burbuja, *b*) en el punto de rocío, y *c*) en el punto de 50% (la mitad de la alimentación sale como vapor y la otra mitad como líquido).
- 21.2. Una planta ha destilado una mezcla que contiene 75% mol de metanol y 25% mol de agua. El producto de destilado debe contener 99.99% mol de metanol y el producto residual 0.002% mol. La alimentación es fría y para cada mol de alimentación condensa 0.15 moles de vapor

TABLA 21.4
Presiones de vapor de etilbenceno, tolueno y agua

Temperatura, °C	Presión de vapor, mm Hg		
	Etilbenceno	Tolueno	Agua
50	35.2		92.5
60	55.5	139.5	149.4
70	84.8	202.4	233.7
80	125.8	289.4	355.1
90	181.9	404.6	525.8
100	257.0	557.2	760.0
110	353.3		
110.6		760.0	
120	481.8		

TABLA 21.5
Datos de equilibrio para metanol-agua

<i>x</i>	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
<i>y</i>	0.417	0.579	0.669	0.729	0.780	0.825	0.871	0.915	0.959	1.0

TABLA 21.6
Sistema acetona-metanol

Fracción mol de acetona			Fracción mol de acetona		
Temperatura, °C	Líquido	Vapor	Temperatura, °C	Líquido	Vapor
64.5	0.00	0.000	56.7	0.50	0.586
63.6	0.05	0.102	56.0	0.60	0.656
62.5	0.10	0.186	55.3	0.70	0.725
60.2	0.20	0.322	55.05 [†]	0.80	0.80
58.65	0.30	0.428	56.1	1.00	1.00
57.55	0.40	0.513			

[†] Azeotropo.

en el plato de alimentación. La relación de reflujo en la parte superior es 1.4 y el reflujo está a la temperatura de burbuja. Calcule *a*) el número mínimo de platos; *b*) la relación mínima de reflujo; *c*) el número de platos utilizando un condensador total y un hervidor, suponiendo una eficiencia de platos media de Murphree de 72%; *d*) el número de platos que utilizan un hervidor y un condensador parcial que opera con el reflujo en equilibrio con el vapor que va al condensador final. Los datos de equilibrio se presentan en la tabla 21.5.

- 21.3.** Los datos de equilibrio-temperatura de ebullición para el sistema acetona-metanol a 760 mm Hg se dan en la tabla 21.6. Se va a diseñar una columna para separar una alimentación que contiene 25% mol de acetona y 75% mol de metanol en un producto de destilado con 78% mol de acetona y un producto residual con 1.0% mol de acetona. La alimentación entra como una mezcla de equilibrio de 30% de líquido y 70% de vapor. Se utilizará una relación de reflujo al doble del valor mínimo. Se utilizará un hervidor externo. El producto residual se retira del hervidor. El condensado (reflujo y producto destilado) sale del condensador a 25 °C, y el reflujo entra en la columna a esta temperatura. Los calores latentes molares para ambos componentes son 7 700 g cal/g mol. La eficiencia de Murphree de los platos es de 70%. Calcule *a*) el número de platos que se requieren por encima y por debajo de la alimentación; *b*) el calor que se necesita en el hervidor, en Btu por libra mol de producto destilado; *c*) el calor retirado en el condensador, en Btu por libra mol de producto destilado.
- 21.4.** Una mezcla equimolar de benceno y tolueno se va a separar en una torre de campanas de burbujeo a razón de 100 kg mol/h a 1 atm de presión. El producto destilado debe contener por lo menos 98% mol de benceno. La alimentación es líquido saturado. Se dispone de una torre de 24 platos. La alimentación puede introducirse en cualquier plato comprendido entre los números 11 y 17 contando desde la parte superior. La máxima capacidad de vaporización del hervidor es 120 kg mol/h. La eficiencia de los platos es de 50%. ¿Cuántos moles por hora de producto destilado se pueden obtener de esta torre?
- 21.5.** Una solución acuosa de un componente volátil A, que contiene 7.94% mol de A, se precalienta hasta la temperatura de ebullición y se introduce como alimentación por la parte superior de una columna de agotamiento que opera a la presión atmosférica. El vapor procedente de la parte superior de la columna debe contener 11.25% mol de A. No se devuelve reflujo. Se están considerando dos métodos, ambos con el mismo consumo de calor, que corresponden a una vaporización de 0.562 moles por mol de alimentación en cada caso. El método 1 utilizará un destilador en el fondo de una columna de platos, generando vapor mediante

TABLA 21.7

Datos de equilibrio en fracción molar de A

x	0.0035	0.0077	0.0125	0.0177	0.0292	0.0429	0.0590	0.0784
y	0.0100	0.0200	0.0300	0.0400	0.0600	0.0800	0.1000	0.1200

el empleo de vapor de agua que condensa en el interior de un serpentín sumergido en el líquido del destilador. En el método 2 se suprimen el destilador y el serpentín, y se inyecta vapor vivo directamente por debajo del plato inferior. Los datos de equilibrio se presentan en la tabla 21.7. Pueden aplicarse las suposiciones simplificadoras habituales. ¿Cuáles son las ventajas de cada método?

21.6. Una torre que contiene seis platos ideales, un intercambiador de calor y un condensador total, se utiliza para separar parcialmente oxígeno a partir de aire a la presión manométrica de 65 lb_f/in.². Se desea operar con una relación de reflujo (reflujo a producto) de 2.6 y obtener un producto residual con 51% en peso de oxígeno. El aire entra a la columna a la presión manométrica de 65 lb_f/in.² y 30% en masa de vapor. En la tabla 21.8 se da la entalpía de las mezclas de oxígeno y nitrógeno a esta presión. Calcule la composición de producto de destilado si los vapores se condensan pero no se enfrían.

21.7. Una columna de rectificación que contiene el equivalente a tres platos ideales va a alimentarse continuamente de 0.4% mol de amoníaco y 99.6% mol de agua. Antes de que la alimentación entre en la columna se convierte totalmente en vapor saturado y después se introduce entre los platos segundo y tercero desde la parte superior de la columna. Los vapores procedentes del plato superior se condensan por completo pero no se enfrían. Por cada mol de alimentación se devuelve al plato superior como reflujo 1.35 moles de condensado, mientras que el resto del destilado se retira como producto destilado. El líquido procedente del plato inferior pasa a un hervidor calentado con serpentines en cuyo interior condensa el vapor generado por debajo del plato inferior, y el producto residual se retira de forma continua del hervidor o destilador. La vaporización en el intercambiador de calor es 0.7 mol por mol de alimentación. Para el intervalo de concentración que interviene en este problema, la relación de equilibrio viene dada por la ecuación

TABLA 21.8

Entalpía de oxígeno-nitrógeno a 65 lb_f/in.² manométricas

Temperatura, °C	Líquido		Vapor	
	N ₂ , wt%	H _x , cal/g mol	N ₂ , wt%	H _y , cal/g mol
-163	0.0	420	0.0	1840
-165	7.5	418	19.3	1755
-167	17.0	415	35.9	1685
-169	27.5	410	50.0	1625
-171	39.0	398	63.0	1570
-173	52.5	378	75.0	1515
-175	68.5	349	86.0	1465
-177	88.0	300	95.5	1425
-178	100.0	263	100.0	1405

$$y = 12.6x$$

Calcule la fracción mol de amoníaco en *a)* el producto residual que sale del hervidor o destilador, *b)* el producto destilado, *c)* el líquido de reflujo que sale del plato de alimentación.

- 21.8.** Se desea obtener un producto destilado que contenga 80% mol de benceno a partir de una mezcla de alimentación que contiene 68% mol de benceno y 32% de tolueno. Para esta operación se consideran los siguientes métodos, todos ellos a presión atmosférica. Para cada método, calcule los moles de producto por 100 moles de alimentación y el número de moles vaporizados por 100 moles de alimentación. *a)* Destilación continua de equilibrio. *b)* Destilación continua en un destilador equipado con un condensador parcial, donde 55% mol de los vapores que entran se condensan y devuelven al destilador. El condensador parcial está construido de tal forma que el vapor y el líquido que salen están en equilibrio y la retención es despreciable.
- 21.9.** La operación de una columna de fraccionamiento está circunscrita por dos relaciones de reflujo límite: una correspondiente al uso de un número infinito de platos y otra a reflujo total o relación de reflujo infinita. Considere una columna de rectificación que se alimenta por el fondo con un flujo constante y suponga también que la columna tiene un número infinito de platos. *a)* ¿Qué ocurre en una columna de este tipo cuando opera a reflujo total? *b)* Suponga que se retira de la parte superior de la columna un flujo constante de producto. ¿Qué ocurre a medida que se retira más y más producto en etapas sucesivas, si cada etapa alcanza el estado estacionario entre los cambios?
- 21.10.** Un destilador de laboratorio se carga con 10 L de una mezcla metanol-agua con una fracción mol 0.70 de metanol. Esto se va a destilar en forma discontinua sin reflujo a una presión de 1 atm hasta que se alcancen los 5 L en el destilador, esto es, hasta que 5 L se hayan evaporado. La velocidad de entrada de calor es constante con el valor de 4 kW. Los volúmenes parciales molares son 40.5 cm³/g mol para el metanol y 18 cm³/g mol para el agua. Despreciando las variaciones de volumen con la mezcla y utilizando un calor medio de vaporización de 40 kJ/g mol, calcule *a)* el tiempo t_r que se requiere para vaporizar 5 L; *b)* la fracción mol del metanol en el producto que sale del destilador a los tiempos $t_r/2$, $3t_r/4$ y t_r ; *c)* la composición media del destilado total para el tiempo t_r . Los datos de equilibrio para el sistema metanol-agua se dan en la tabla 21.5.
- 21.11.** Una mezcla equimolar de A y B, con una volatilidad relativa de 2.3 debe separarse en un producto destilado con 98.5% de A y un producto residual con 2% de A, así como un producto líquido intermedio con 80% de A y que representa 40% de la alimentación A. *a)* Deduzca la ecuación para la línea de operación en la sección intermedia de la columna y dibuje las tres líneas de

<i>P</i> , atm	Temperatura, °C	
	<i>n</i> -C ₄ H ₁₀	<i>n</i> -C ₅ H ₁₂
0.526	-16.3	18.5
1	-0.5	36.1
2	18.8	58.0
5	50.0	92.4
10	79.5	124.7
20	116.0	164.3

- operación para el diagrama de McCabe-Thiele. *b)* Calcule las cantidades de cada producto por 100 moles de alimentación y determine la relación de reflujo mínima si la alimentación es un líquido a la temperatura de ebullición. *c)* ¿Cuánto aumenta la relación de reflujo mínima como consecuencia de la retirada de la corriente lateral de producto?
- 21.12.** Se utiliza la destilación para preparar productos de 99% de pureza a partir de una mezcla de *n*-butano y *n*-pentano. En la tabla de la página anterior se dan las presiones de vapor.
- a)* Represente en forma gráfica las presiones de vapor de tal forma que permitan una interpolación exacta y determine la volatilidad relativa media para columnas que operan a 1, 2 y 8 atm. *b)* Determine el número mínimo de platos ideales para la separación a estas tres presiones. ¿Cuál es la principal ventaja de realizar la separación a presiones superiores a la atmosférica?
- 21.13.** Etilbenceno (temperatura de ebullición de 136.2 °C) y estireno (temperatura de ebullición de 145.2 °C) se separan por destilación continua en una columna que opera al vacío para mantener la temperatura por debajo de 110 °C y evitar la polimerización del estireno. La alimentación consiste en 30 000 kg/h con 54% de etilbenceno y 46% de estireno (porcentajes en peso), y los productos son de 97 y 0.2% de etilbenceno. La volatilidad relativa es 1.37 y con una relación de reflujo de 6.15 se necesitan alrededor de 70 platos. La parte superior de la columna opera a 50 mm Hg y 58 °C, y la caída de presión media por plato es 2.5 mm Hg. *a)* Si la columna está diseñada para tener un factor F de 2.8 (m/s)(kg/m³)^{0.5} en la parte superior, ¿qué diámetro de columna se requiere? *b)* Para una columna de diámetro uniforme, ¿cuál será el factor F en el fondo de la columna. *c)* Si la columna se construye en dos secciones, con un diámetro menor para la sección inferior, ¿qué diámetro deberá utilizarse de forma que F no sea superior a 2.8? (Véase C.J. King, *Separation Processes*, McGraw-Hill, Nueva York, 1971, p. 608, para mayor información acerca de este sistema.)
- 21.14.** Una planta produce dos corrientes formadas por mezclas de benceno y tolueno, una con 37% de benceno y otra con 68% de benceno. Se dispone de dos cantidades aproximadamente iguales de ambas corrientes y se propone una torre de destilación con dos puntos de alimentación para producir benceno de 98% y tolueno de 99% en la forma más eficiente. Sin embargo, mezclando las dos corrientes e introduciéndolas en un solo punto la operación sería más sencilla. Para la misma velocidad de reflujo, calcule el número de etapas ideales que se requiere en los dos casos.
- 21.15.** Tolueno saturado con agua a 30 °C tiene 680 ppm de H₂O y ha de secarse hasta 0.3 ppm de H₂O mediante destilación fraccionada. La alimentación se introduce en el plato superior de la columna, y el vapor de destilado se condensa, se enfría hasta 30 °C y se separa en dos capas. La capa acuosa se retira y la capa de tolueno, saturada con agua, se recircula. La volatilidad relativa media del agua con respecto al tolueno es 120. ¿Cuántas etapas teóricas se necesitan si se utilizan 0.25 moles de vapor por mol de alimentación líquida? (Desprecie la variación de L/V en la columna.)
- 21.16.** Una columna de 15 platos perforados se utiliza para preparar metanol de 99% a partir de una alimentación que contiene 40% de metanol y 60% de agua (en % mol). Los platos tienen 8% de área abierta, perforaciones de $\frac{1}{4}$ in., vertederos de 2 in. y conductos de descenso segmentados. *a)* Si la columna opera a presión atmosférica, estime el límite de inundación con base en las condiciones en la parte superior de la columna. ¿Cuál es el factor F y la caída de presión por plato en este límite? *b)* Para la velocidad de flujo calculada en la parte *a)*, determine el factor F y la caída de presión por plato cerca del fondo de la columna. ¿Qué sección de la columna se inundaría primero al aumentar la velocidad del vapor?

- 21.17.** Una columna de destilación va a separar metanol y agua con el reflujo que retorna a la columna en este punto de burbuja. Ahora está instalado un condensador grande, que enfría de manera significativa la corriente de reflujo. El control del dispositivo mantiene la relación de reflujo aparente (o externa) constante. Si la misma cantidad de producto sale como antes, ¿qué le pasará a *a*) la pendiente de la línea de operación, *b*) el calor impuesto al hervidor y *c*) la pureza del producto destilado?
- 21.18.** *a*) Use los datos de la tabla 21.8 (pág. 732) y 21.9 para calcular la volatilidad relativa del sistema N_2 - O_2 para diferentes composiciones a 65 lb/in² de presión manométrica; *b*) ¿qué tan cerca de un sistema ideal está éste?; y *c*) despreciando el efecto de trazas de gases, ¿cuál es el número mínimo de platos ideales que se requiere para separar los productos del aire con 99% de pureza?
- 21.19.** Se estima que la eficiencia de Murphree para el sistema diagramado en la figura 21.13 es de 65%. *a*) ¿Cuántos platos debería contener la columna, y cuál debería ser el plato de alimentación?; *b*) ¿qué sucedería si la alimentación se introduce en el plato 5 real? Use un diagrama para ayudarse con la explicación.
- 21.20.** Una torre empacada con empaques de metal Intalox #40 se usa para destilar isooctano (2,2,4-trimetil pentano) y tolueno a presión atmosférica. El líquido alimentado contiene 40% mol de isooctano y se precalienta a 100 °C antes de ingresar a la columna. Ésta debería tener 32 platos ideales. *a*) ¿Cuál es el flujo de vapor recomendada en ft/s, lb mol/h · ft² y lb/ · ft²?; *b*) ¿si se usara un tamaño de empaque #25 decrecería significativamente el volumen de la sección empacada?
- 21.21.** En la mayoría de las columnas de destilación ocurre inundación por arrastre antes que se alcance el punto de arrastre del tubo de descenso. Demuestre que se puede revertir la situación para espaciamientos entre platos pequeños (6 in. o 9 in.) y para ciertas alturas de la esclusa (espaciamientos pequeños entre los platos se usan en columnas de destilación de aire para hacer descender el área de la transferencia de calor con el medio ambiente).
- 21.22.** Una mezcla que contiene 50 g mol de benceno y 50 g mol de clorobenceno se destila por destilación simple sin reflujo hasta que 40% de la carga inicial sea extraída por la parte superior. El sistema benceno-clorobenceno se puede considerar ideal, con una volatilidad relativa promedio de 5.3. *a*) ¿Cuáles son las composiciones de la parte superior extraída y del residuo luego de completada la destilación?; *b*) los efluentes superiores producto de la primera destilación se someten a una segunda destilación simple. Nuevamente 40% de la carga se extrae por la parte superior. ¿Cuál es la composición de este nuevo producto obtenido? ¿Cuál es su masa en gramos? ¿Cuántos gramos de cloro contiene?

REFERENCIAS

1. Bennet, D.L., R. Agrawal y P.J. Cook. *AIChE J.* **29**: 434 (1983).
2. *Bubble Tray Design Manual*, Nueva York: American Institute of Chemical Engineers, 1958.
3. Chan, H. y J.R. Fair. *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.* **23**: 814 (1984).
4. Bravo, J.L., J.A. Rocha y J.R. Fair. *Hydrocarbon Proc.* **64**: (1): 91 (1985).
5. Fair, J.R., *Petrol Chem. Eng.* **33**(10): 45 (1961).
6. Fischer, W.R., M.F. Doherty y J.M. Douglas. *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.* **24**: 995 (1985).
7. Gerster, J.A. *Ind. Eng. Chem.* **52**: 645 (1960).

8. Harriot, P. *Environ. Sci. Technol.* **23**: 309 (1988).
9. Jones, J.B. y C. Pyle. *Chem. Eng. Prog.* **51**: 424 (1955).
10. Kister, H. Z. *Distillation Design*, Nueva York: McGraw-Hill, 1992.
11. Klemola, K. T. y J. K. Ilme. *Ind. Eng. Chem. Res.* **35**: 4579 (1996).
12. Kunesch, J. G., T. P. Ognisty, M. Sakata y G. X. Chen. *Ind. Eng. Chem. Res.* **35**: 2660 (1996).
13. Lewis, W. K. Jr. *Ind. Chem. Eng.* **28**: 399 (1936).
14. Locket, M. J. *Distillation Tray Fundamentals*, Cambridge, Eng.: Cambridge Univ. Press, 1986.
15. McCabe, W. L. y E. W. Thiele. *Ind. Eng. Chem.* **17**: 605 (1925).
16. McFarland, S.A., P.M. Sigmund y M. Van Winkle. *Hydro. Proc.* **51**(7): 111 (1972).
17. Murphree, E. V. *Ind. Eng. Chem.* **17**: 747 (1925).
18. *Valve Tray Design Manual*, Akron, Oh: Norton Chemical Process Products Corp., 1996.
19. O'Connell, H. E. *Trans. AIChE.* **42**: 741 (1946).
20. Perry, R. H. y D. W. Green (eds.). *Perry's Chemical Engineers' Handbook*. 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1997, pp. 2-257, 2-262.
21. Peters M. S. y K. D. Timmerhaus. *Plant Design and Economics for Chemical Engineers*, 3a. ed. Nueva York: Mc Graw-Hill, 1980, p. 387.
22. Strigle, R.F. Jr. y F. Rukovena, Jr. *Chem. Eng. Prog.* **75**(3): 87 (1979).
23. Vital, T. J., S.S. Grossel y P. I. Olsen. *Hydro. Proc.* **63**(11):147 (1984).

CAPÍTULO 22

Introducción a la destilación multicomponente

En la destilación multicomponente, como es el caso de la destilación de mezclas binarias, los balances de masa y entalpía y equilibrios vapor-líquido se utilizan para efectuar los cálculos de las etapas de equilibrio. Para cada componente se escribe un balance de materia aplicado a la columna en su conjunto o para cada etapa individual, pero sólo hay un balance de entalpía para la columna o para cada etapa. Los equilibrios entre fases son mucho más complejos que para sistemas binarios, debido al número de componentes y a que los equilibrios dependen de la temperatura que varía de una etapa a otra. En los sistemas binarios, la temperatura y el equilibrio también cambian de una etapa a otra, pero, excepto con los azeótropos, el componente más volátil es más volátil que el otro componente que pasa a través de toda la columna. En las mezclas multicomponentes, uno de los componentes puede ser más volátil que el promedio en una parte de la columna y menos volátil que el promedio en cualquier otra parte, lo que conduce a perfiles de concentración complejos.

En la práctica fundamentalmente se utilizan computadoras digitales, debido al gran número de cálculos que es preciso realizar para cuantificar las variables de ingeniería en el diseño y operación, así como las numerosas iteraciones que se requieren para conseguir la convergencia de las soluciones a las ecuaciones. Este capítulo no incluye programas de computadora, pero todos ellos se basan en los principios que se explican en este libro.

EQUILIBRIOS ENTRE FASES PARA LA DESTILACIÓN MULTICOMPONENTE

Los equilibrios vapor-líquido para una mezcla están descritos por los coeficientes de distribución, o factores K , siendo K para cada componente la relación entre las fracciones molares de las fases de vapor y líquido en equilibrio:

$$K_i \equiv \frac{y_{ie}}{x_{ie}} \quad (22.1)$$

Si las leyes de Raoult y Dalton son aplicables, es posible calcular los valores de K_i a partir de la presión de vapor y la presión total del sistema:

$$p_i = x_i P_i' \quad (22.2)$$

$$y_i = \frac{p_i}{P} \quad (22.3)$$

$$K_i = \frac{x_i P_i'}{P x_i} = \frac{P_i'}{P} \quad (22.4)$$

La ley de Raoult es una buena aproximación para mezclas de compuestos similares, como las parafinas que se encuentran en fracciones de petróleo de baja temperatura de ebullición o de aromáticos recuperados a partir de la producción de coque. Sin embargo, a presiones elevadas, los factores K no varían de forma inversamente proporcional con la presión total debido a los efectos de compresibilidad.

Los factores K dependen fuertemente de la temperatura debido a la variación de la presión de vapor, pero los valores relativos de K para dos componentes sólo varían moderadamente con la temperatura. La relación de los factores K es la misma que la volatilidad relativa de los componentes:

$$\alpha_{ij} = \frac{y_i/x_i}{y_j/x_j} = \frac{K_i}{K_j} \quad (22.5)$$

Cuando se aplica la ley de Raoult,

$$\alpha_{ij} = \frac{P_i'}{P_j'} \quad (22.6)$$

Como se verá más adelante, la volatilidad relativa media de un componente clave en el producto destilado con relación a la de un componente clave en el producto residual se utiliza para estimar el número mínimo de etapas en una destilación multicomponente.

Cálculo del punto de burbuja y del punto de rocío

La determinación de la temperatura de burbuja (temperatura inicial de ebullición de una mezcla líquida) o de la temperatura de rocío (temperatura inicial de condensación) es necesaria para el cálculo de una destilación súbita (*flash*) y para cada una de las etapas de una destilación multicomponente. Las ecuaciones básicas para la temperatura de burbuja son las siguientes:

$$\sum_{i=1}^{N_c} y_i = \sum_{i=1}^{N_c} K_i x_i = 1.0 \quad (22.7)$$

y para la temperatura de rocío,

$$\sum_{i=1}^{N_c} x_i = \sum_{i=1}^{N_c} \frac{y_i}{K_i} = 1.0 \quad (22.8)$$

donde N_c es el número de componentes.

Para utilizar la ecuación (22.7), se supone un valor de la temperatura y los valores de K_i se obtienen a partir de tablas publicadas o de los datos de la presión de vapor y de la presión total conocida. Si la sumatoria de $K_i x_i$ es superior a 1.0, se elige una temperatura inferior y se repite el cálculo hasta que se cumpla la ecuación (22.7). Si la temperatura de burbuja se determina exactamente ($\sum K_i x_i = 1.00$), la composición del vapor en equilibrio con este líquido viene dada directamente por los términos $K_i x_i$. Sin embargo, cuando la sumatoria se acerca a 1.0, la composición del vapor se puede determinar con poco error a partir de la contribución relativa de cada término a la sumatoria:

$$y_i = \frac{K_i x_i}{\sum_{i=1}^{N_c} K_i x_i} \quad (22.9)$$

Un procedimiento similar se utiliza para determinar la temperatura de rocío de una mezcla de vapor y la composición del líquido en equilibrio con esta mezcla.

EJEMPLO 22.1 Encuentre las temperaturas de burbuja y de rocío, así como las correspondientes composiciones del vapor y del líquido para una mezcla de 33% en mol de *n*-hexano, 37% en mol de *n*-heptano y 30% en mol de *n*-octano a 1.2 atm de presión total.

Solución Se representan las presiones de vapor de los tres componentes en una gráfica semilogarítmica de $\log P$ contra T (véase figura 22.1) o de $\log P$ contra $1/T_{\text{abs}}$, donde T_{abs} es la temperatura absoluta en Kelvin.

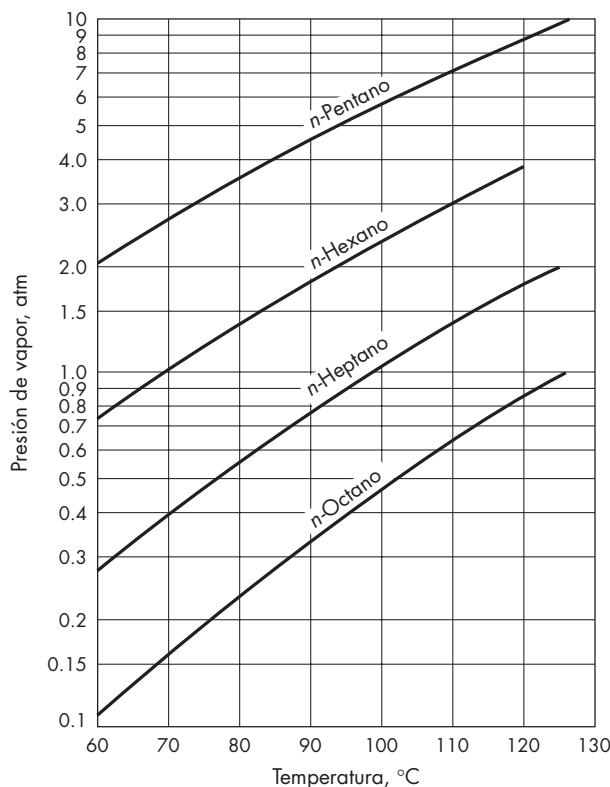


FIGURA 22.1

Diagrama para el ejemplo 22.1.

Temperatura de burbuja. Se elige $T = 105^\circ\text{C}$, para la cual la presión de vapor del heptano, que es el componente intermedio, es 1.2 atm.

Componente	P'_i 105 °C, atm	$K_i = P'_i/1.2$	x_i	$y_i = K_i x_i$
1. Hexano	2.68	2.23	0.33	0.7359
2. Heptano	1.21	1.01	0.37	0.3737
3. Octano	0.554	0.462	0.30	0.1386
				$\Sigma = 1.248$

Debido a que $\sum y_i$ es demasiado grande, se prueba con una temperatura menor. Puesto que la principal contribución proviene del primer término, se toma una temperatura para la cual K_i es menor en un factor 1/1.24. Se elige $T = 96^\circ\text{C}$, para la que $P'_i = 2.16$ atm.

Componente	P'_i a 96 °C	K_i	x_i	$K_i x_i$	y_i
1	2.16	1.8	0.33	0.5940	0.604
2	0.93	0.775	0.37	0.2868	0.292
3	0.41	0.342	0.30	0.1025	0.104
				$\Sigma = 0.9833$	1.000

Puesto que $\sum K_i x_i = 0.9833$, $y_i = K_i x_i / 0.9833$.

Por interpolación se encuentra que la temperatura de burbuja es de 97°C , que es suficientemente próxima a 96°C , de forma que es posible calcular las composiciones del vapor mediante la ecuación (22.9). El vapor en equilibrio con el líquido contiene 60.4% en mol de *n*-hexano, 29.2% en mol de *n*-heptano y 10.4% en mol de *n*-octano.

Punto de rocío. El punto de rocío es más elevado que el punto de burbuja, así que se utiliza una temperatura de 105°C como un primer intento.

Componente	K_i	y_i	y_i/K_i
1	2.23	0.33	0.1480
2	1.01	0.37	0.366
3	0.458	0.30	0.655
			$\Sigma = 1.169$

Puesto que la sumatoria es demasiado alta, se elige una temperatura mayor. Se toma $T = 110^\circ\text{C}$, para la que K_3 es 17% superior.

Componente	P'_i	K_i	y_i	y_i/K_i	x_i
1	3.0	2.5	0.33	0.132	0.130
2	1.38	1.15	0.37	0.3217	0.317
3	0.64	0.533	0.30	0.5625	0.553
				$\Sigma = 1.0162$	1.000

Por extrapolación se encuentra que la temperatura de rocío 110.5°C , y la composición del líquido en equilibrio con el vapor se obtiene dividiendo los valores de y_i/K_i entre 1.0162.

DESTILACIÓN FLASH DE MEZCLAS MULTICOMPONENTES

La ecuación (21.1) se escribe para cada componente de una destilación flash de la siguiente forma:

$$y_{Di} = \frac{x_{Fi}}{f} - \frac{1-f}{f} x_{Bi} \quad (22.10)$$

Puesto que las corrientes del destilado y del residuo están en equilibrio, la ecuación anterior se modifica para dar,

$$\frac{y_{Di}}{x_{Bi}} = K_i = \frac{1}{f} \left(\frac{x_{Fi}}{x_{Bi}} + f - 1 \right) \quad (22.11)$$

Despejando x_{Bi} de la ecuación (22.11) y sumando para los N_c componentes se obtiene,

$$\sum_{i=1}^{N_c} x_{Bi} = 1 = \sum_{i=1}^{N_c} \frac{x_{Fi}}{f(K_i - 1) + 1} \quad (22.12)$$

Esta ecuación se resuelve por iteración de la misma forma que se ha utilizado la ecuación (22.8) para el cálculo de la temperatura de rocío, y los valores finales de T y K_i se emplean para calcular las composiciones de las corrientes de productos.

EJEMPLO 22.2 La mezcla del ejemplo 22.1 se somete a una destilación flash a 1.2 atm de presión y se vaporiza 60% de la alimentación. a) Calcule la temperatura de destilación *flash* y la composición de los productos de líquido y vapor. b) ¿A qué temperatura debe calentarse la alimentación líquida para conseguir una vaporización de 60% en destilación *flash*?

Solución

a) La temperatura de destilación flash estará comprendida entre la temperatura de burbuja (97°C) y la temperatura de rocío (110.5°C). Se supone $T = 105^{\circ}\text{C}$, que es $97 + 0.6(110.5 - 97)$. A partir de la figura 22.1, $K_1 = 2.68/1.2 = 2.23$, $K_2 = 1.21/1.2 = 1.01$, y $K_3 = 0.554/1.2 = 0.462$. El valor de f es 0.6. El segundo miembro de la ecuación (22.12) se transforma en:

$$\begin{aligned} & \frac{0.33}{0.6(2.23 - 1) + 1} + \frac{0.37}{0.6(1.01 - 1) + 1} + \frac{0.30}{0.6(0.462 - 1) + 1} \\ & = 0.190 + 0.368 + 0.443 = 1.001 \end{aligned}$$

La temperatura de destilación *flash* es 105°C . La composición del líquido producto es *n*-hexano, 19.0% en mol; *n*-heptano, 36.8% en mol y *n*-octano, 44.2% en mol.

La composición del vapor producto se calcula a partir de los valores de K y x :

<i>n</i> -hexano, $y = 0.190(2.23)$	$= 0.424$
<i>n</i> -heptano, $y = 0.368(1.01)$	$= 0.372$
<i>n</i> -octano, $y = 0.442(0.462)$	$= 0.204$
	<u>1.000</u>

b) Para determinar la temperatura de la alimentación antes de ser sometida a destilación flash, se aplica un balance de entalpía utilizando 105 °C como temperatura de referencia. Los calores de vaporización a 105 °C y los calores específicos promedio del líquido entre 105 y 200 °C se obtienen a partir de la bibliografía.

	C_p , cal/mol · °C	ΔH_v , cal/mol
<i>n</i> -hexano	62	6 370
<i>n</i> -heptano	70	7 510
<i>n</i> -octano	78	8 560

Tomando como base el líquido a 105 °C, las entalpías de los productos son

$$H_{\text{vapor}} = 0.6(0.424 \times 6\,370 + 0.372 \times 7\,510 + 0.204 \times 8\,560)$$

$$H_{\text{vapor}} = 4\,345 \text{ cal} \quad H_{\text{líquido}} = 0$$

Para la alimentación,

$$\bar{C}_p = 0.33 \times 62 + 0.37 \times 70 + 0.30 \times 78$$

$$= 69.8 \text{ cal/mol } ^\circ\text{C}$$

$$69.8(T_0 - 105) = 4\,345$$

$$T_0 = 167 \text{ } ^\circ\text{C} = \text{temperatura de precalentamiento}$$

Para un resultado más exacto podrían reevaluarse las capacidades caloríficas del líquido en el intervalo de 105 a 170 °C.

FRACCIONAMIENTO DE MEZCLAS MULTICOMPONENTES

Tal como en la fraccionación de mezclas binarias, se suponen platos ideales en el diseño de cascadas y el número de etapas se corrige subsiguientemente con la eficiencia de platos. Las dos condiciones limitantes del reflujo total (número de platos mínimo) y reflujo mínimo se determinan para ayudar a validar el diseño.

Los cálculos para plantas de destilación se realizan utilizando cualquiera de los dos métodos. En el primero de ellos, se supone la separación deseada de los componentes y se calcula el número de platos por encima y por debajo de la entrada de la alimentación a partir de una relación de reflujo determinada. En el segundo se supone el número de platos por encima y por debajo de la alimentación, y se calcula la separación de los componentes utilizando flujos del reflujo procedente del condensador y del vapor procedente del hervidor. El primer método es el más frecuente en la destilación binaria, mientras que el segundo es preferible en los casos de sistemas multicomponentes, especialmente cuando los cálculos se realizan con computadora.

En los cálculos finales con computadora no se supone que el sobreflujo molar sea constante, ni que los factores K sean independientes de la temperatura, se introduce también la eficiencia de los platos, pero en las estimaciones preliminares con frecuencia se consideran dichas suposiciones a fin de simplificar. Cuando se supone que los coeficientes

de actividad son independientes de la temperatura, se utilizan los métodos de grupos, en los que el número de etapas ideales de una cascada es la variable dependiente. Los cálculos permiten obtener este número sin necesidad de calcular las temperaturas de los platos, ni las composiciones de las corrientes intermedias entre los platos. Si los valores de α dependen de la temperatura, no se utilizan estos métodos sencillos y es necesario realizar los cálculos plato por plato. La temperatura y la composición del líquido para el plato $n + 1$ se calculan por tanteo a partir de los valores ya conocidos para el plato n , y los cálculos se realizan de un plato a otro comenzando por la parte superior o por el fondo de la columna.

En lo que resta del capítulo se aplican estos métodos en la siguiente forma: las estimaciones del número mínimo de platos a reflujo infinito, así como el reflujo mínimo para un número infinito de platos, se realizan por métodos de grupos suponiendo las volatilidades relativas constantes, y se basan en el punto de vista del diseño. Se describe una relación empírica para el cálculo del número de platos en un reflujo de operación.

Componentes clave

El objetivo de la destilación es la separación de la alimentación en corrientes de productos casi puros. En la destilación binaria, la pureza generalmente se define especificando x_D y x_B , las fracciones mol del componente ligero en los productos del destilado y residuo. Tal como indica la ecuación (21.8), al fijar estas concentraciones quedan fijadas las cantidades de ambos productos por unidad de alimentación. Se elige entonces la relación de reflujo y se calcula el número de etapas teóricas.

En la destilación multicomponente, hay tres o más componentes en los productos, y las especificaciones de las concentraciones de un componente en cada uno de ellos no caracteriza totalmente estos productos. Sin embargo, si se especifican las concentraciones de dos de los tres o tres de los cuatro componentes para los productos de destilado y residuo, generalmente es imposible cumplir exactamente estas especificaciones. Un aumento en la relación de reflujo o del número de platos aumenta la velocidad de la separación y se alcanza la concentración deseada de un componente en cada producto, pero sería una casualidad que las demás concentraciones coincidieran con las especificadas de antemano. El diseñador por lo general elige dos componentes cuyas concentraciones o recuperaciones fraccionales en los productos de destilado y residuo constituyen un buen índice de la separación conseguida. Después se identifican estos componentes, llamados componentes clave. Puesto que los componentes clave tienen diferente volatilidad, el más volátil, identificado por el subíndice L , recibe el nombre de *clave ligero*, y el menos volátil, identificado por el subíndice H , es el *clave pesado*.

Una vez elegidos los componentes clave, el diseñador asigna arbitrariamente valores bajos para x_H en el destilado (x_{DH}) y para x_L en el residuo (x_{BL}), de la misma forma en que se asignan valores pequeños para x_{DB} y x_{BA} en la destilación binaria. La elección de pequeños valores para x_{BL} y x_{DH} quiere decir que la mayor parte del clave ligero sale del destilado mientras que la mayor proporción del clave pesado lo hace con el residuo. El destilado puede ser el clave ligero prácticamente puro si los claves son los dos componentes más volátiles, ya que los componentes más pesados que el clave pesado tenderán a concentrarse en la fase líquida y no ascenderán mucho por encima del plato de alimentación. Con frecuencia hay componentes más ligeros que el clave ligero y éstos se recuperan casi por completo en el destilado. Los componentes más pesados que el clave

pesado por lo general se recuperan totalmente en el producto residual. Las excepciones a estas generalizaciones se encuentran en la destilación de materiales con temperaturas de ebullición muy próximas, como ocurre en las mezclas de isómeros.

Contrariamente al caso binario, la elección de dos claves no determina los balances de masa, puesto que no todas las demás fracciones mol se pueden calcular exclusivamente por balances de materia y se requieren cálculos de equilibrio para calcular las concentraciones del vapor a la temperatura de rocío a partir del plato superior y del líquido a la temperatura de burbuja que sale del intercambiador de calor.

Aun cuando dos componentes cualesquiera se consideran como claves, generalmente son adyacentes en el orden de volatilidad. Una elección de este tipo recibe el nombre de *separación nítida*. En las separaciones nítidas los claves son los únicos componentes que aparecen en ambos productos en concentraciones apreciables.

Número mínimo de platos

La ecuación de Fenske (21.45) es aplicable a dos componentes cualesquiera, i y j , para una planta convencional que opera con una relación de reflujo infinita. En este caso la ecuación adquiere la forma

$$N_{\min} = \frac{\ln \left[(x_{Di}/x_{Bi})(x_{Dj}/x_{Bj}) \right]}{\ln \bar{\alpha}_{ij}} - 1 \quad (22.13)$$

$$\bar{\alpha}_{ij} = \sqrt[3]{\alpha_{Dij}\alpha_{Fij}\alpha_{Bij}} \quad (22.14)$$

Los subíndices D , F y B de la ecuación (22.14) se refieren a las temperaturas del destilado, del plato de alimentación y del residuo de la columna.

EJEMPLO 22.3 Se va a destilar una mezcla con 33% de n -hexano, 37% de n -heptano y 30% de n -octano para obtener un producto destilado con una fracción molar 0.01 de n -heptano y un producto residual con una fracción mol de 0.01 de n -hexano. La columna operará a 1.2 atm con una alimentación vaporizada de 60%. Calcule las composiciones de los productos y el número de platos ideales a reflujo infinito.

Solución El n -hexano es el clave ligero (LK), el n -heptano es el clave pesado (HK) y el n -octano es el no clave pesado (HNK), que pasa casi totalmente al residuo. Las composiciones de los productos se obtienen mediante un balance de materia suponiendo que en el destilado la fracción mol de n -hexano es de 0.99 y que no contiene n -octano. Tomando como base para efectuar los cálculos una velocidad de alimentación de 100 mol/h,

$$F = D + B = 100$$

Para el hexano,

$$\begin{aligned} Fx_F &= Dx_D + Bx_B \\ 100 \times 0.33 &= 0.99D + (100 - D)(0.01) \\ D &= \frac{32}{0.98} = 32.65 \text{ mol/h} \\ B &= 100 - D = 67.35 \text{ mol/h} \end{aligned}$$

La cantidad de hexano en el producto de cabeza es

$$Dx_D = 32.65 \times 0.99 = 32.32 \text{ mol/h}$$

La composición del producto residual se calcula directamente puesto que esta corriente contiene todo el octano, todo el heptano menos $0.01D$, o sea, $37 - 0.01(32.65) = 36.67 \text{ mol/h}$, y 0.68 mol/h de hexano. Las composiciones se dan en la tabla 22.1.

TABLA 22.1

Componente	Alimentación, mol	Destilado		Residuos		<i>K</i> a 105 °C, 1.2 atm
		Mol	<i>x</i>	Mol	<i>x</i>	
LK <i>n</i> -hexano	33	32.32	0.99	0.68	0.010	2.23
HK <i>n</i> -heptano	37	0.33	0.01	36.67	0.544	1.01
HNK <i>n</i> -octano	30	0	0	30	0.446	0.462
	100	32.65		67.35		

El número mínimo de platos se obtiene a partir de la ecuación de Fenske [ecuación (22.13)], utilizando la volatilidad relativa del clave ligero con respecto al clave pesado, que es la relación de los factores de equilibrio *K*. Los valores de *K* para la temperatura de destilación flash se tomaron del ejemplo 22.2 y se presentan en la tabla 22.1

$$\alpha_{LK,HK} = \frac{2.23}{1.01} = 2.21$$

$$N_{\min} = \frac{\ln[(0.99/0.01)/(0.01/0.544)]}{\ln 2.21} - 1 = 10.8 - 1 = 9.8$$

El número mínimo de etapas ideales es 9.8 más un hervidor.

Una estimación más exacta de $N_{\min}$ se obtiene utilizando una volatilidad relativa media basada en la parte superior, centro y fondo de la columna. La temperatura en la parte superior es del orden de 75 °C, la temperatura de ebullición del *n*-hexano a 1.2 atm, y la volatilidad relativa es 2.53 a partir de las presiones de vapor de la figura 22.1. La temperatura en el fondo es del orden de 115 °C, según un cálculo de la temperatura de burbuja para el producto residual, lo que da una volatilidad relativa de 2.15. A partir de la ecuación (22.14)

$$\bar{\alpha}_{LK,HK} = \sqrt[3]{2.53 \times 2.21 \times 2.15} = 2.29$$

Utilizando ln 2.29 en el denominador de la ecuación (22.13) se obtiene $N_{\min} = 9.4$.

Para comprobar la suposición de que no hay octano en el destilado, se aplica la ecuación (22.13) al heptano y al octano utilizando $\alpha = K_2/K_3 = 1.01/0.462 = 2.19$

$$N_{\min} + 1 = 10.4 = \frac{\ln[(0.01/0.544)/(x_{D3}/0.446)]}{\ln 2.19}$$

a partir de lo cual $x_{D3} = 2.4 \times 10^{-6}$, que es despreciable.

Relación de reflujo mínima

La relación de reflujo mínima para una destilación multicomponente tiene el mismo significado que para la destilación binaria; para esta relación de reflujo, apenas se consigue la separación deseada, pero se necesita un número infinito de platos. La relación de reflujo mínima constituye una guía para seleccionar una relación de reflujo razonable para la operación de una columna, así para estimar el número de platos que se requieren para una determinada separación dada con ciertos valores de la relación de reflujo.

En el caso de un sistema multicomponente, la separación deseada generalmente se refiere a la cantidad de clave ligero recuperado en el destilado y a la cantidad de clave pesado recuperado en el residuo. Por ejemplo, suponga que las especificaciones corresponden a 98% de recuperación del clave ligero en el destilado y a 99% del clave pesado en el residuo. Las fracciones mol reales de los componentes clave en los productos generalmente no están especificadas, ya que dependen de las cantidades de componentes no clave en la alimentación. Pequeñas variaciones de estos componentes no clave en la alimentación modificarían las composiciones de los productos sin afectar significativamente a la separación básica de los clave ligero y pesado.

Aunque la separación que se alcanza en una columna depende en cierto grado de todos los componentes presentes en la alimentación, es posible obtener un valor aproximado de la relación de reflujo mínima tratando la mezcla como pseudobinaria. Tomando solamente los moles de clave ligero y de clave pesado como constituyentes de una nueva alimentación pseudobinaria, las composiciones de los productos se calculan junto con una curva de equilibrio líquido-vapor basada en α_{LK-HK} . Después se obtiene R_{Dm} utilizando la ecuación (21.47), tal como se ilustra en la figura 21.17. Una ecuación alternativa para una *alimentación de líquido saturado*² de la relación mínima de la velocidad de líquido a la velocidad de alimentación para una mezcla binaria de A y B es la siguiente:

$$\frac{L_{\min}}{F} = \frac{(Dx_{DA}/Fx_{FA}) - \alpha_{AB}(Dx_{DB}/Fx_{FB})}{\alpha_{AB} - 1} \quad (22.15)$$

Los términos entre paréntesis de la ecuación (22.15) son las recuperaciones fraccionales de A y B en el producto de destilado. Para una mezcla multicomponente, estos términos especificarán la recuperación del clave ligero en el destilado y la fracción del clave pesado en la alimentación que se obtiene en el destilado. Observe que el valor mínimo de L depende principalmente de la volatilidad relativa. Al cambiar la recuperación del clave ligero desde 0.95 hasta 0.99 o aun 0.999, $L_{\min}/F$ varía solamente de 4 a 5%, puesto que el término $\alpha_{AB}(Dx_{DB}/Fx_{FB})$ es por lo general muy pequeño. La composición de la alimentación tiene poco efecto en la ecuación (22.15); pero cuando x_{FA} es bajo, D será pequeño y la relación de reflujo L/D será mayor que para una alimentación más rica.

La ecuación (22.15) constituye una buena aproximación para mezclas multicomponente si los componentes clave representan 90% o más de la alimentación. Generalmente se sobreestima el valor de L que se requiere para estos casos, puesto que los componentes más volátiles que el clave ligero o más pesados que el clave pesado son más fáciles de separar que los componentes clave. Para otras mezclas, la distribución de componentes no clave en los productos debe estimarse como primer paso en un cálculo más riguroso de la relación de reflujo mínima. No es posible especificar de antemano la composición completa de los productos, y la cantidad de componentes no clave en los productos varía

con la relación de reflujo, aun cuando el número de platos se ajuste para mantener la separación deseada de los componentes clave. Con objeto de ayudar a estimar las composiciones de los productos para el reflujo mínimo, se han introducido los conceptos de componentes *distribuidos* y *no distribuidos*.

Componentes distribuidos y no distribuidos

Un componente distribuido se encuentra tanto en el producto destilado como en el residuo, mientras que un componente no distribuido se encuentra solamente en uno de los productos. El clave pesado y el clave ligero siempre están distribuidos, lo mismo que otros componentes cualesquiera que tengan volatilidades comprendidas entre las de los dos clave. Los componentes más volátiles que el clave ligero se recuperan casi por completo en el destilado, y los menos volátiles que el clave pesado se encuentran casi completamente en los residuos. El que tales compuestos se llamen distribuidos o no distribuidos depende de la interpretación de la definición. Para una columna real con un número finito de platos, todos los componentes están teóricamente presentes en ambos productos, si bien algunos están en concentraciones inferiores al límite de detección. Si la fracción mol de un componente pesado no clave en el destilado es 10^{-6} o inferior, el componente se considera no distribuido desde el punto de vista práctico. Sin embargo, con el fin de comenzar un cálculo plato por plato para hallar el número de platos de la columna, es preciso estimar este valor pequeño pero finito.

Para el caso de reflujo mínimo, la diferencia entre los componentes distribuidos y no distribuidos es más clara, ya que los componentes pesados no clave por lo general están ausentes del destilado y los componentes ligeros no clave no están presentes en el residuo. Las concentraciones de estas especies pueden hacerse cero debido a un número infinito de platos en la columna y a las condiciones que conducen a una reducción progresiva de la concentración en cada plato más allá del plato de alimentación.

Considere que se requiere que un componente pesado esté ausente por completo del destilado. Si x_D es cero y se supone flujo molar constante, la ecuación del balance de materia para la parte superior de la columna [ecuación (21.17)] se transforma en

$$y_{n+1} = \left(\frac{L}{V} \right)_n x_n \quad (22.16)$$

Para una etapa ideal $y_n = Kx_n$, y la relación de las concentraciones de vapor para los platos sucesivos es

$$\frac{y_n}{y_{n+1}} = \frac{KV}{L} \quad (22.17)$$

Si K para el componente que se considera es más baja que L/V , y_n será menor que y_{n+1} ; y si esto se cumple para todos los platos por encima de la alimentación, un número infinito de platos hará que y sea cero. Por supuesto que K es una función de la temperatura, pero si K es menor que L/V para la temperatura del plato de alimentación, todavía será menor para los platos por encima de la alimentación donde la temperatura es más baja, y la disminución de y de un plato a otro será más rápida. Los componentes pesados generalmente estarán no distribuidos si K es más de 10% inferior al valor de K para el clave pesado, o si la volatilidad relativa basada en el clave pesado es menor que 0.9.

Los componentes ligeros están no distribuidos para el reflujo mínimo si el valor de K es suficientemente grande para los platos por debajo del plato de alimentación. Si se supone que x_B es cero, la ecuación (21.19) conduce a

$$y_{m+1} = \frac{\bar{L}}{\bar{V}} x_m \quad (22.18)$$

Por lo tanto,

$$\frac{y_{m+1}}{y_m} = \frac{\bar{L}}{K\bar{V}} \quad (22.19)$$

Si K es siempre mayor que $\bar{L} / \bar{V}$ en la sección inferior de la columna, y se hará cero, justificándose así la suposición $x_B = 0$. En la práctica, un valor de K o volatilidad relativa 10% superior al del clave ligero casi siempre conduce a un componente no distribuido. En el caso de una alimentación con componentes sólo ligeramente más volátiles que el clave ligero o ligeramente menos volátiles que el clave pesado, existen técnicas para calcular si tales componentes se distribuyen y para estimar sus concentraciones en los productos.⁵

Cálculo de la relación de reflujo mínima

Para la relación de reflujo mínima, hay zonas invariantes por encima y por debajo del plato de alimentación en las que las composiciones del líquido y del vapor no varían de plato a plato. Estas zonas son similares a las regiones de “corte” que se muestran en la figura 21.17, pero no se presentan necesariamente en el plato de alimentación como en el caso de la destilación binaria. Si hay componentes no distribuidos en la alimentación, sus concentraciones varían de un plato a otro cerca de la alimentación, y las concentraciones se reducen a cero cuando se alcanza la zona invariante. Así, para una alimentación con los componentes ligero y pesado no distribuidos, el líquido por encima de la zona invariante tendrá todos los componentes excepto los pesados no distribuidos.

En la zona invariante inferior, todos los componentes excepto los ligeros no distribuidos estarán presentes. Las dos zonas invariantes estarán a temperaturas diferentes y tendrán diferentes composiciones de líquido y vapor debido a los componentes no distribuidos. Si los componentes no distribuidos son una pequeña fracción de la alimentación, las temperaturas de las dos zonas invariantes serán casi las mismas y el cálculo de la relación de reflujo mínima resulta relativamente sencillo. Cuando estas temperaturas difieren considerablemente, resulta difícil el cálculo exacto del reflujo mínimo debido a que las volatilidades relativas en las dos zonas son diferentes. El análisis que se representa a continuación intenta introducir los conceptos básicos para la determinación de la relación de reflujo mínima y la obtención de una ecuación aproximada que sea adecuada. La deducción completa de la ecuación de R_{DM} está fuera del alcance de este libro.

La ecuación de balance de materia para cada componente en la sección superior de la columna [ecuación (21.17)] puede expresarse como y_n/K en vez de x_n , lo que supone un equilibrio perfecto entre el vapor y el líquido:

$$V_{n+1,i} y_{n+1,i} = \frac{L_n y_{ni}}{K_i} + D x_{Di} \quad (22.20)$$

En la zona invariante no hay cambio de composición de un plato a otro, de forma que $y_{n+1,i} = y_{ni}$, y se representa por $y_{\infty i}$. El subíndice ∞ representa un número infinito de platos. La ecuación (22.20) se transforma entonces en

$$V_{\infty} y_{\infty i} = \frac{L_{\infty} y_{\infty i}}{K_{\infty i}} + D x_{Di} \quad (22.21)$$

Al reordenar esta ecuación se obtiene

$$y_{\infty i} = \frac{D x_{Di}}{V_{\infty} - L_{\infty}/K_{\infty i}} \quad (22.22)$$

$$o \quad y_{\infty i} = \frac{D}{V_{\infty}} \left(\frac{x_{Di}}{1 - L_{\infty}/V_{\infty} K_{\infty i}} \right) \quad (22.23)$$

La ecuación (22.23) se suma para todos los componentes que aparecen en el destilado, y la suma ha de ser igual a 1.0:

$$\sum y_{\infty i} = 1.0 = \frac{D}{V_{\infty}} \sum \frac{x_{Di}}{1 - L_{\infty}/V_{\infty} K_{\infty i}} \quad (22.24)$$

Un tratamiento análogo para la sección inferior de la columna conduce a

$$\bar{V}_{\infty} y_{\infty i} = \frac{\bar{L}_{\infty} y_{\infty i}}{\bar{K}_{\infty i}} - B x_{Bi} \quad (22.25)$$

$$y_{\infty i} = - \frac{B x_{Bi}}{\bar{V}_{\infty} - \bar{L}_{\infty}/\bar{K}_{\infty i}} \quad (22.26)$$

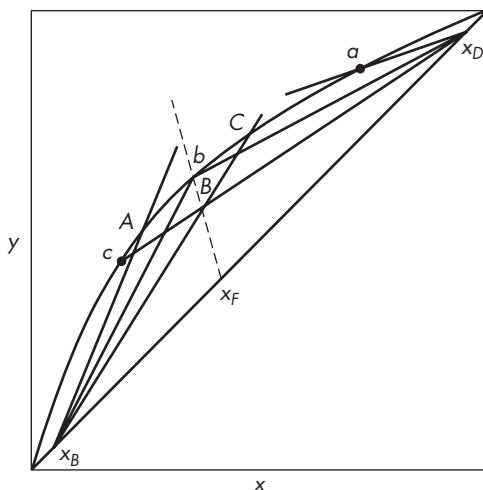
$$y_{\infty i} = - \frac{B}{\bar{V}_{\infty}} \left(\frac{x_{Bi}}{1 - \bar{L}_{\infty}/\bar{V}_{\infty} \bar{K}_{\infty i}} \right) \quad (22.27)$$

La ecuación (22.27) se suma para todos los componentes que aparecen en el producto residual y se cambian los signos para que el denominador sea positivo:

$$\sum y_{\infty i} = 1.0 = \frac{B}{\bar{V}_{\infty}} \sum \frac{x_{Bi}}{\bar{L}_{\infty}/\bar{V}_{\infty} \bar{K}_{\infty i} - 1} \quad (22.28)$$

Para determinar la relación de reflujo mínima mediante la ecuación (22.24), se supone un valor de R_D , lo que da L/V y D/V . La temperatura para que se cumpla la ecuación (22.24) con todos los términos positivos se determina por tanteo. Otros conjuntos de valores de K darán una suma igual a 1.0, pero con algunos términos negativos, lo cual carece de significado físico.

Las velocidades de flujo en la sección inferior de la columna se calculan entonces a partir de las condiciones de la alimentación: $\bar{L} = L + qF$, $\bar{V} = V - (1 - q)F$, donde q es el número de moles de líquido que entran a la sección de agotamiento por mol de alimentación [véanse ecuaciones (21.27) y (21.28)]. Se encuentra la temperatura que cumple la ecuación (22.28) con todos los términos positivos. La temperatura en la zona invariante inferior será más alta que la que corresponde a la zona invariante superior si hay algunos

**FIGURA 22.2**

Zonas invariantes en un sistema binario.

componentes no distribuidos. Si las temperaturas calculadas son las mismas o están en orden invertido, el valor de R_D es incorrecto y se repiten los cálculos para un valor menor de R_D . La figura 22.2 muestra cómo se aplicaría este procedimiento a un sistema binario. Para un valor seleccionado de R_D o L/V , se encontraría una temperatura que corresponde a un punto de acercamiento, donde la línea de operación corta a la línea de equilibrio. En el caso de un valor más elevado de R_D , el corte superior ocurre para un menor valor de x o para una mayor temperatura, mientras que el corte inferior ocurre para un mayor valor de x y menor temperatura. Para un binario, los dos puntos de contracción coinciden en la relación de reflujo mínima verdadera, pero para una alimentación multicomponente, las zonas invariantes difieren en temperatura y composición. Desafortunadamente, no existe un método sencillo para determinar la temperatura de separación, y es preciso realizar cálculos plato por plato en la región comprendida entre zonas para hallar el valor exacto de R_{Dm} .

Underwood⁸ desarrolló un método aproximado pero suficientemente exacto para determinar R_{Dm} . Se considera que la volatilidad relativa para cada componente es la misma en las zonas de invariantes superior e inferior y se supone que el flujo mol es constante. Las ecuaciones para las zonas invariantes se expresan en función de la volatilidad relativa α_i , donde $\alpha_i = K_i/K_{ref}$, tomando generalmente el clave pesado como componente de referencia. Las dos ecuaciones se combinan con un balance global de materia y la ecuación de características de la alimentación para obtener una ecuación que es preciso resolver por tanteo. La raíz correcta ϕ de esta ecuación está comprendida entre los valores de α para los componentes clave. Otros valores de ϕ cumplen con la ecuación pero carecen de significado físico. La ecuación es

$$1 - q = \sum \frac{\alpha_i x_{Fi}}{\alpha_i - \phi} = \sum f_i \quad (22.29)$$

El valor de ϕ se utiliza para obtener V_{min}/D

$$\frac{V_{min}}{D} = R_{Dm} + 1 = \sum \frac{\alpha_i x_{Di}}{\alpha_i - \phi} \quad (22.30)$$

Observe que todos los componentes de la alimentación están comprendidos en la sumatoria de la ecuación (22.29), pero en la ecuación (22.30) solamente se incluyen los que se encuentran en el destilado. Si en la alimentación hay uno o más componentes comprendidos entre los clave ligero y pesado, existen dos o más valores de ϕ comprendidos entre los valores α de los clave que cumplirán la ecuación (22.29). El valor correcto de ϕ debe hallarse entonces resolviendo simultáneamente las ecuaciones (22.29) y (22.30).

EJEMPLO 22.4 Una mezcla con 4% de *n*-pentano, 40% de *n*-hexano, 50% de *n*-heptano y 6% de *n*-octano, ha de destilarse a 1 atm con 98% del hexano y 1% del heptano recuperado en el destilado. *a)* ¿Cuál es la relación de reflujo mínima si la alimentación entra como líquido a la temperatura de ebullición? *b)* ¿Cuáles son las temperaturas y composiciones de las zonas invariantes superior e inferior?

Solución Las claves son *n*-hexano y *n*-heptano, y los otros componentes tienen una diferencia suficiente de volatilidad para estar no distribuidos. A continuación se dan los moles en los productos por 100 moles de alimentación justamente con el valor de K para 80 °C.

		x_F	Fx_F	Moles en D	x_D	Moles en B	x_B	K_{80°	Kx_F
	<i>n</i> -C ₅	0.04	4	4	0.092	0	0	3.62	0.145
LK	<i>n</i> -C ₆	0.40	40	39.2	0.897	0.8	0.014	1.39	0.556
HK	<i>n</i> -C ₇	0.50	50	0.5	0.011	49.5	0.879	0.56	0.280
	<i>n</i> -C ₈	0.06	6	0	0	6	0.107	0.23	0.014
				$D = 43.7$		$B = 56.3$			0.995

a) La temperatura de burbuja es 80 °C, y a esta temperatura α_{LK-HK} es 1.39/0.56 = 2.48. Se utiliza la ecuación (22.15) para una solución aproximada:

$$\frac{L_{\min}}{F} = \frac{0.98 - 2.48(0.01)}{2.48 - 1} = 0.645$$

$$\frac{L_{\min}}{D} = \frac{L_{\min}}{F} \frac{F}{D} = 0.645 \left(\frac{1}{0.437} \right) = 1.48$$

Para utilizar el método de Underwood, los valores de K a 80 °C se convierten en volatilidades relativas y la raíz de la ecuación (22.29), que está comprendida entre 1 y 2.48, se encuentra por tanteo. Puesto que $q = 1.0$, la suma de los términos es cero.

	α_i	x_{Fi}	$f_p, \phi = 1.5$	$f_p, \phi = 1.48$
<i>n</i> -C ₅	6.46	0.04	0.052	0.052
<i>n</i> -C ₆	2.48	0.40	1.012	0.992
<i>n</i> -C ₇	1.0	0.50	-1.00	-1.042
<i>n</i> -C ₈	0.41	0.06	-0.023	-0.023
			0.041	-0.021

Mediante posteriores tanteos o por interpolación, $\phi = 1.487$. A partir de la ecuación (22.30),

$$\begin{aligned}
 R_{Dm} + 1 &= \sum \frac{\alpha_i x_{Di}}{\alpha_i - 1.487} \\
 &= \frac{6.46(0.092)}{6.46 - 1.487} + \frac{2.48(0.897)}{2.48 - 1.487} + \frac{1(0.011)}{1 - 1.487} \\
 &= 0.120 + 2.24 - 0.023 = 2.337 \\
 R_{Dm} &= 1.34
 \end{aligned}$$

Observe que este valor es 10% inferior al valor aproximado que se ha obtenido utilizando la ecuación (22.15).

b) Para hallar las condiciones en la zona invariante superior, se utiliza la ecuación (22.24) con las siguientes relaciones de flujo:

$$\begin{aligned}
 \frac{V}{D} &= R_D + 1 = 2.34 & \frac{D}{V} &= 0.427 \\
 \frac{V}{F} &= \frac{V}{D} \frac{D}{F} = 2.34 \times 0.437 = 1.02 & \frac{L}{V} &= \frac{R_D}{R_D + 1} = \frac{1.34}{2.34} = 0.573 \\
 y_i &= \frac{D}{V} \left(\frac{x_{Di}}{1 - L/VK_i} \right)
 \end{aligned}$$

	x_{Di}	K_{80°	y_i	K_{81°	y_i	$K_{81.2^\circ}$	y_i	y_i a 81.1°C
	$n\text{-C}_5$ 0.092	3.62	0.047	3.72	0.046	3.74	0.046	0.046
LK	$n\text{-C}_6$ 0.897	1.39	0.652	1.43	0.639	1.44	0.636	0.637
HK	$n\text{-C}_7$ 0.011	0.56	-0.202	0.58	0.389	0.584	0.249	0.317
					1.074		0.931	1.00

Para una supuesta $T = 80^\circ\text{C}$, el valor de y calculado para el heptano es negativo, de forma que la temperatura debe ser ligeramente mayor (así que $K_i > L/V$). El término para el heptano es muy sensible a la temperatura supuesta, y los valores de K deben darse con cuatro cifras significativas para hacer la sumatoria igual a 1.00. A partir de los anteriores valores

$$T \text{ zona superior} \approx 81.1^\circ\text{C}$$

Las composiciones del vapor en esta zona (y_i en la columna final) se corrigen para que la suma sea correcta, realizando el mayor ajuste posible en el valor del heptano.

La composición y la temperatura del vapor en la zona invariante inferior se obtiene utilizando la ecuación (22.28) con las siguientes relaciones de flujo. Para $q = 1.0$.

$$\begin{aligned}
 V &= \bar{V} & \bar{L} &= L + F \\
 \frac{B}{\bar{V}} &= \frac{B}{F} \frac{F}{\bar{V}} = \frac{0.563}{1.02} = 0.552 & \frac{\bar{L}}{\bar{V}} &= \frac{L}{V} + \frac{F}{V} = 0.573 + \frac{1}{1.02} = 1.55 \\
 y_i &= \frac{B}{\bar{V}} \left(\frac{x_{Bi}}{\bar{L}/\bar{V}K_i - 1} \right)
 \end{aligned}$$

		x_{Bi}	K_{83°	y_i	$K_{83.2^\circ}$	y_i	y_i a 83.3°C
LK	$n\text{-C}_6$	0.014	1.52	0.392	1.53	0.591	0.662
HK	$n\text{-C}_7$	0.879	0.618	0.322	0.622	0.325	0.326
	$n\text{-C}_8$	0.107	0.258	0.012	0.26	0.012	0.012
				0.726		0.928	1.000

Aquí el término para el hexano varía más rápido con la temperatura, y los valores finales de y_i se ajustan consecuentemente:

$$T \text{ zona inferior} \approx 83.3^\circ\text{C}$$

Las composiciones del líquido en la zona invariante se calculan a partir de $x_i = y_i/K_i$.

		Zona inferior	Zona superior
$T, ^\circ\text{C}$		83.3	81.1
LK	x	0.433	0.442
	y	0.662	0.637
HK	x	0.524	0.543
	y	0.326	0.317
	$\alpha_{\text{LK-HK}}$	2.46	2.47
	$y_{\text{LK}}/y_{\text{HK}}$	2.03	2.01

Entre las zonas invariantes superior e inferior, la fracción mol de ambos componentes clave disminuye en la fase de vapor, y disminuye también la relación de clave ligero a clave pesado. Esta región de la columna sirve para separar los componentes ligeros no clave del líquido que desciende y el componente pesado no clave del material que asciende y forma el destilado. La pequeña cantidad de *fraccionamiento inverso* muestra para los componentes clave un fenómeno interesante que se encuentra con frecuencia en las columnas reales que operan con una relación de reflujo cercana al valor mínimo.

Cálculo de la relación de reflujo necesaria y de los perfiles de concentración

El número de platos que se necesitan para una separación específica con una relación de reflujo seleccionada se determina mediante cálculos plato por plato, conocidos con el nombre de método de Lewis-Matheson.⁴ La cantidad de todos los componentes en los productos ha de estar especificada para iniciar el cálculo. A partir de la composición del destilado (que es la misma que la del vapor procedente de la parte superior si se utiliza un condensador total), la temperatura y la composición del líquido del plato superior se determinan calculando la temperatura de rocío a partir de la ecuación (22.8):

$$\sum x_i = 1.0 = \sum \frac{y_i}{K_i}$$

Los factores K se toman de una tabla de valores o se calculan mediante ecuaciones empíricas para una determinada presión y temperatura. Si las mezclas no son ideales, se requieren ecuaciones para calcular los coeficientes de actividad.

A partir de la composición del líquido del plato superior y de la composición del destilado, se utilizan ecuaciones de los balances de materia para hallar la composición del vapor procedente del plato 2:

$$y_{2i}V_2 = L_1x_{11} + Dx_{Di} \quad (22.31)$$

Se podría considerar flujo molar constante, pero si los cálculos se realizan por computadora, es posible aplicar un balance de entalpía y tener en cuenta también la variación de presión de una etapa a otra. Los cálculos se continúan de esta forma, utilizando alternativamente las relaciones de equilibrio y de los balances de materia, hasta que la composición sea próxima a la de la alimentación. Se efectúan cálculos similares para la sección inferior de la columna, empezando por un estimado en un hervidor o composición de producto residual. El paso siguiente es encontrar las composiciones en la etapa de alimentación para los dos conjuntos de cálculos. Teniendo en cuenta las diferencias que se obtienen para los componentes individuales, se reajustan las composiciones de los productos y se repiten los cálculos hasta que todos los errores sean inferiores a un valor especificado. En algunos procedimientos, el número de platos y el plato de alimentación se fijan de antemano, y se repiten los cálculos para diferentes relaciones de reflujo hasta que se obtienen las condiciones deseadas en el plato de alimentación.

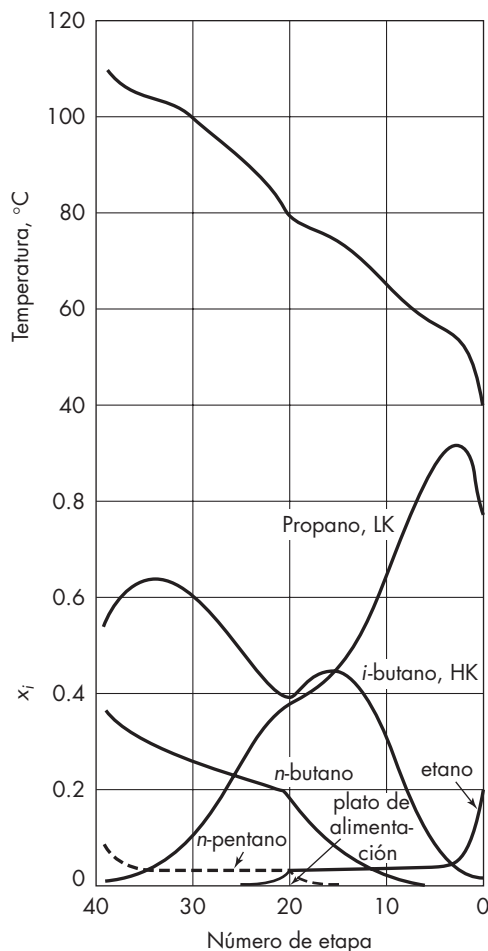
Converger las condiciones especificadas en el plato de alimentación es fácil cuando los componentes no claves son todos ligeros o todos pesados.^{10a} En otras situaciones esto se dificulta bastante, aun cuando se pueda asumir que el flujo molar o las volatilidades relativas son constantes. En el caso general es necesario emplear más bien métodos matrices que forman las bases de los programas de cómputo que se encuentran comercialmente. Estos métodos se exponen en la referencia 10b.

En la figura 22.3 se muestran los perfiles de concentración calculados⁹ para un despropanizador que opera a 300 lb/in² absolutas. Hay 40 etapas contando el hervidor y el condensador, con alimentación que entra como líquido en la etapa 20. La relación de reflujo es 2.62, que corresponde a 1.25 R_{Dm} . Los perfiles de concentración son característicos de sistemas con componentes más ligeros y más pesados que los clave. Los máximos que se presentan para el componente ligero y el pesado, así como la forma de los demás perfiles, se interpretan mejor examinando las relaciones de equilibrio y de las líneas de operación para los componentes individuales en un diagrama y - x .

En la sección superior de la columna, L/V es aproximadamente constante, y la línea de operación para el etano es

$$y_{n+1} = 0.724x_n + 0.061$$

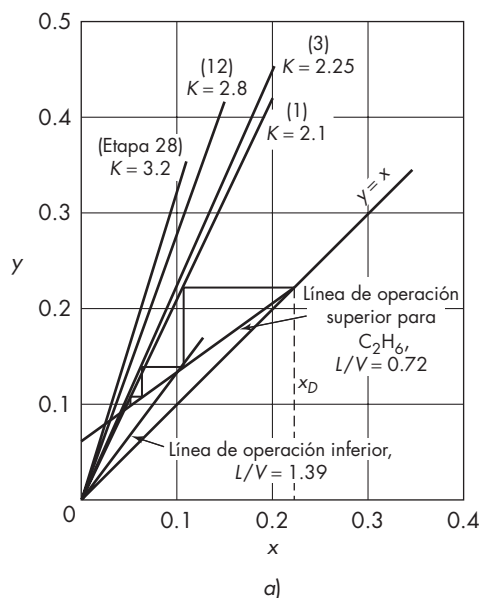
La relación de equilibrio $y = Kx$ se presenta en la figura 22.4a como una familia de líneas rectas cuya pendiente aumenta con n . Cada una de las rectas se utiliza sólo una vez para el número de plato apropiado. Partiendo de $x_D = 0.222$, sólo se requieren unos cuantos platos para reducir x hasta aproximadamente 0.05, que corresponde a un “punto de corte”. El punto de corte se desplaza hacia valores más bajos de x a medida que aumenta la temperatura y K aumentan, pero la variación plato a plato es muy pequeña, tal como se indica en la figura 22.3. En el plato de alimentación, el cálculo se conecta a la línea de operación

**FIGURA 22.3**

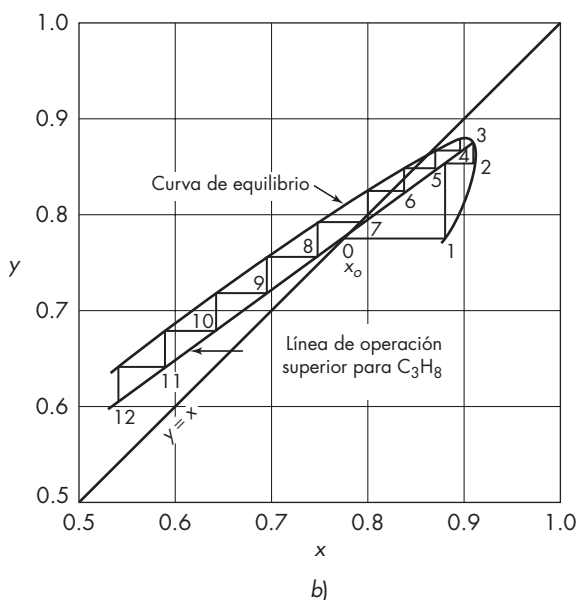
Perfiles de temperatura y concentración para un despropanizador.

inferior, lo que da lugar a una rápida disminución de x y los valores inferiores a 10^{-6} en el fondo de la columna.

En la figura 22.4b se muestra una parte del diagrama y - x para el propano. La curva de equilibrio es la línea que une los puntos de los platos individuales, cada uno a temperatura diferente. Desde el plato de alimentación hasta el plato 6, la temperatura es suficientemente alta como para que K sea superior a 1.0, y el vapor resulta más rico en propano que el líquido. El enriquecimiento de plato a plato es casi constante en esta región. Para el piso 5 y superiores, K es menor que 1.0 y el aumento de x y por etapa se hace menor. En el plato 3 la curva de equilibrio corta la línea de operación, lo que en el caso de una mezcla binaria daría lugar a que ya no hubiese posterior variación de concentración. Sin embargo, en este sistema multicomponente, una posterior disminución de la temperatura sitúa la curva de equilibrio por debajo de la línea de operación y es posible trazar más escalones entre las dos líneas, lo que da lugar a un retroceso de x hacia los valores más bajos de un producto con 77% de propano. Por lo tanto, los platos superiores de la columna sirven para enriquecer el destilado en etano, principalmente debido a la reducción de la

**FIGURA 22.4**

Diagramas de las líneas de operación para los componentes individuales de un despropanizador; a) para C_2H_6 ; b) para C_3H_8 .



cantidad de propano. No se podría llegar a 90% de propano eliminando estos pocos platos, puesto que todo el etano termina en el producto de destilado, y el pico de concentración de propano se desplaza unos cuantos platos más cerca de la alimentación. Sería posible tomar un producto de corriente lateral algunos platos por debajo de la parte superior de la columna, que sería más rica en propano, pero para obtener productos puros sería mejor enviar el propano crudo a una columna de desetanización.

El perfil de concentración para el clave pesado *i*-butano parece normal desde la parte superior de la columna hasta el plato 15. En esta región, K es menor que 0.7, y la línea de operación está situada por encima de la curva de equilibrio, de forma que x disminuye al ascender en la columna. Desde el plato de alimentación hasta el plato 15, la temperatura es suficientemente alta para hacer $K > 0.7$, y la línea de equilibrio se desplaza para dar valores superiores a la línea de operación. Por lo tanto, la concentración de *i*-butano aumenta al ascender desde el plato de alimentación. La variación de la temperatura de los platos en esta región está fuertemente influida por la disminución de los componentes pesados no clave *n*-butano y *n*-pentano. Sin estos componentes u otros similares, el clave pesado no presentaría un máximo de concentración. Con una cantidad relativamente grande de componentes pesados no clave, el clave pesado no sólo presenta un máximo sino que aumenta con mayor rapidez que el clave ligero y exhibe una fracción inversa en unas cuantas etapas.

Las pocas primeras etapas por encima del hervidor presentan cambios bruscos de las concentraciones de *n*-pentano y *n*-butano, similar a lo que ocurre para el etano cerca de la parte superior de la columna; esto da lugar a un máximo de concentración de *i*-butano en el plato 34. La concentración de *n*-pentano es prácticamente constante desde el plato 35 hasta el plato de alimentación debido a la presencia de un punto de corte, que varía lentamente a medida que la temperatura disminuye en forma gradual. El *n*-butano no presenta una meseta de este tipo debido a que su volatilidad es del orden de 0.8 la del *i*-butano, que es el clave pesado.

Modelos para destilación de multicomponentes basados en difusión

Las columnas de destilación de multicomponentes a menudo se diseñan calculando el número ideal de etapas y dividiendo por una eficiencia global estimada, η_o , o mediante el uso de una eficiencia de Murphree constante, η_M , en cada etapa de los cálculos. Sin embargo, los valores de η_M pueden ser bastante diferentes para cada componente y los valores cambian con la temperatura y la composición. Un enfoque alternativo destaca los modelos basados en difusión que usan datos termodinámicos y las estrictas ecuaciones de Maxwell-Stephan para la difusión de multicomponentes para obtener las velocidades de transferencia de masa para cada componente. Estas velocidades se usan conjuntamente con correlaciones empíricas para transferencia de masa e hidráulica de *flujo en los platos* para encontrar los cambios de concentración en cada plato.³ No hay necesidad de determinar eficiencias de plato, pero los valores de η_M se pueden calcular para cada componente para ilustrar las diferencias entre los modelos basados en difusión y los modelos de etapas de equilibrio. Estas diferencias pueden llegar a ser significativas.

En la fase de vapor, el flujo de cualquier componente depende de los flujos de los otros componentes además de la fuerza potencial de fracción de mol. Un componente menor puede presentar una eficiencia local negativa en algún punto debido a las moléculas que son transportadas en contra del gradiente de concentración, o la eficiencia puede ser muy alta, más grande que 100%, a causa de los flujos de los otros componentes. También se pueden encontrar valores inusuales de η_M para los componentes más importantes cerca de los platos donde las concentraciones pasan por un mínimo o un máximo locales, como se demuestra para los componentes clave liviano y pesado en el ejemplo del depropanizador de la figura 22.3.

Cuando los componentes de una mezcla difieren significativamente en tamaño molecular o en polaridad, las interacciones difusionales de la fase de vapor pueden tener un

gran efecto sobre el comportamiento de la columna. Los cálculos basados en difusión para el sistema metanol-isopropanol-agua mostraron una eficiencia total de la columna de 39 por ciento menos que el promedio para los pares binarios.⁷ Un análisis similar de la separación agua-etanol-acetona mostró que se necesitó 50% más de platos para cumplir con las especificaciones de los productos que cuando se usa un modelo de equilibrio con una eficiencia de 60%.

Para la separación de una mezcla de líquido casi ideal, como en un debutanizador, el modelo basado en difusión mostró cambios repentinos en la eficiencia en unas pocas etapas, pero los perfiles de composición de los componentes clave no fue muy distinta de la calculada utilizando el modelo más sencillo de etapas de equilibrio.⁶ Sin embargo, el modelo basado en difusión, se recomienda si se necesitan perfiles exactos para los componentes menores. En el ejemplo del debutanizador, las eficiencias fueron relativamente bajas para el propano (45 a 60%) pero se incrementaron con el peso molecular en el caso de los componentes más pesados, lo que es opuesto al cambio en los coeficientes de difusión binaria. Esta tendencia muestra la importancia de la resistencia en la fase líquida, que se vuelve más grande para componentes de bajo peso molecular a causa de los altos valores de K . [La constante de equilibrio K es equivalente a m en la ecuación (17.61).] La película gaseosa tiene la resistencia controlante para los componentes clave, como la tiene para la mayoría de los sistemas binarios, pero la película del líquido puede controlar a los componentes más livianos.

Número de platos ideales a partir del reflujo de operación

Aunque el cálculo preciso del número de platos en la destilación multicomponente se realiza mejor con una computadora, existe un método empírico sencillo que se utiliza con frecuencia para las estimaciones preliminares. Se trata del método de Gilliland.¹ La correlación sólo requiere conocer el número mínimo de platos a reflujo total y la relación de reflujo mínima. La correlación se presenta en la figura 22.5 y se explica por sí misma.

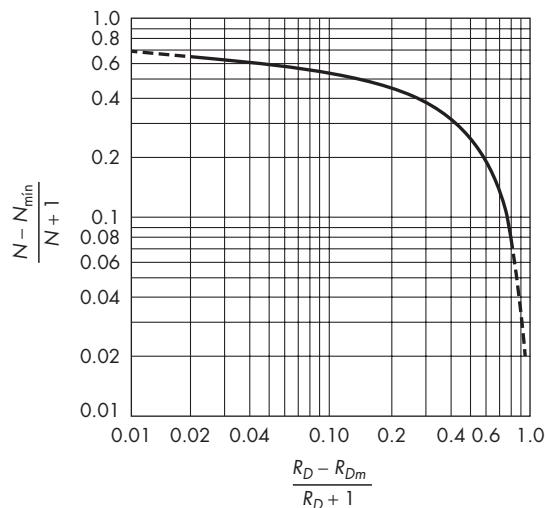
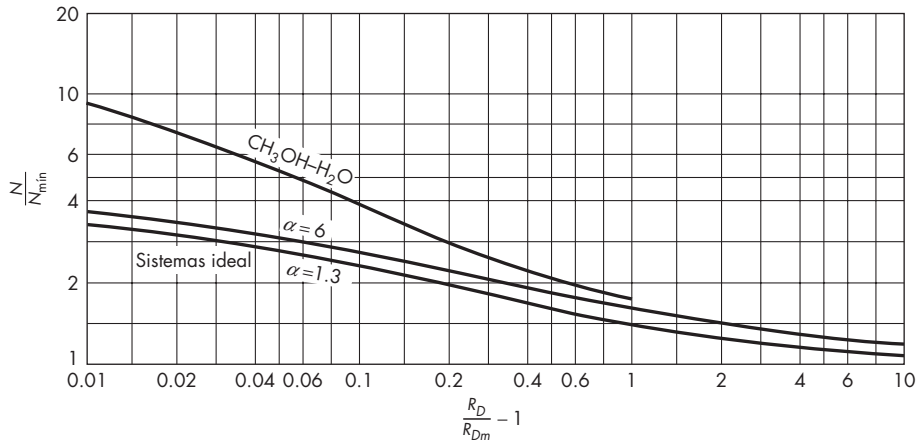


FIGURA 22.5
Correlación de Gilliland.

**FIGURA 22.6**Correlación alternativa para $N/N_{\min}$

Sin embargo, la correlación Gilliland está basada principalmente en cálculos para sistemas con volatilidades relativas casi constantes y puede tener un error considerable para sistemas no ideales. Una correlación alternativa en la figura 22.6 muestra que la relación de $N/N_{\min}$ (para sistemas binarios) depende principalmente de R_D/R_{Dm} para un intervalo amplio de volatilidades relativas. Por el otro lado, para el sistema metanol-agua, donde α varía de 7.5 para disoluciones diluidas a 2.7 en el caso metanol casi puro, los valores de $N/N_{\min}$ son mucho mayores y varían más rápido que con sistemas ideales.

El diagrama de McCabe-Thiele en la figura 22.7 muestra por qué es de esta forma. La parte superior de la línea de equilibrio es virtualmente lineal y paralela a la línea de operación, y se necesitarán varios platos en la zona de rectificación de la columna. Situaciones similares se presentan en la destilación multicomponente, donde variaciones en los coeficientes de actividad con respecto a la concentración pueden derivar en una pequeña fuerza impulsora en una porción considerable de la columna.

EJEMPLO 22.5 Estime el número de platos ideales que se requieren para la separación especificada en el ejemplo 22.3 si la relación de reflujo es $1.5R_{Dm}$.

Solución Según el ejemplo 22.3, el número de etapas ideales es 9.4 más un rehervidor de calor, o sea 10.4. El valor de R_{Dm} se obtiene por el método de Underwood.

		x_F	x_D	K	α
LK	<i>n</i> -hexano	0.33	0.99	2.23	2.21
HK	<i>n</i> -heptano	0.37	0.01	1.01	1.0
	<i>n</i> -octano	0.30	0	0.462	0.457

Para una alimentación líquida, $q = 1$,

$$\sum \frac{\alpha_i x_{Fi}}{\alpha_i - \phi} = 0$$

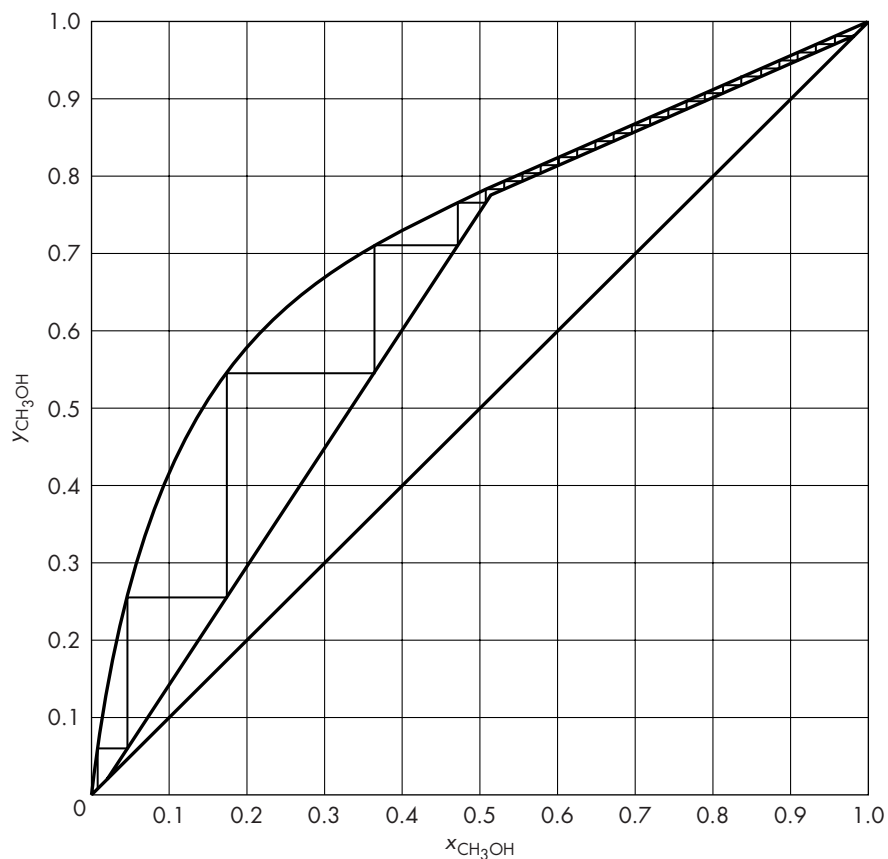
**FIGURA 22.7**

Diagrama McCabe-Thiele para metanol-agua a $R_D = 1.1 R_{DM}$.

Por tanteo, $\phi = 1.45$:

$$R_{DM} + 1 = \sum \frac{\alpha_i x_{Di}}{\alpha_i - 1.45} = \frac{2.21(0.99)}{2.21 - 1.45} + \frac{1.0(0.01)}{1 - 1.45} = 2.86$$

$$R_{DM} = 1.86$$

$$R_D = 1.5 \times 1.86 = 2.79$$

$$\frac{R_D - R_{DM}}{R_D + 1} = \frac{2.79 - 1.86}{3.79} = 0.245$$

A partir de la figura 22.5,

$$\frac{N - N_{\min}}{N + 1} = 0.41$$

$$N - 10.4 = 0.41N + 0.41$$

$$N = \frac{10.81}{0.59} = 18.3 \text{ etapas}$$

A partir de la figura 22.6, a $R_D/R_{Dm} - 1 = 0.5$, $N/N_{\min} = 1.8$

$$N = 10.4(1.8) = 18.7 \text{ etapas}$$

DESTILACIÓN AZEOTRÓPICA Y EXTRACTIVA

La separación de componentes que tienen aproximadamente las mismas temperaturas de ebullición es difícil de realizar por destilación simple aun cuando las mezclas sean ideales, y una separación completa a menudo resulta imposible debido a la formación de azeótropos. En tales sistemas con frecuencia es posible mejorar la separación adicionando un tercer componente para modificar la volatilidad relativa de los componentes originales. El componente añadido puede ser un líquido de elevada temperatura de ebullición o un “solvente” miscible con ambos componentes clave pero químicamente más semejante a uno de ellos. El componente clave que es más similar al solvente y tendrá un menor coeficiente de actividad en la solución que el otro componente, de forma que mejora la separación. Este proceso recibe el nombre de *destilación extractiva* y es análogo a la extracción líquido-líquido con una fase adicional de vapor.

Un ejemplo de destilación extractiva es el uso de furfural para permitir la separación de butadieno de una mezcla que contiene butano y butenos. El furfural, que es un solvente altamente polar, disminuye la actividad del butadieno más que las de los butenos o el butano, y el butadieno se concentra en la corriente rica en furfural que sale del fondo de la columna. El butadieno se separa por destilación del furfural, que se devuelve a la parte superior de la columna de destilación extractiva. Esta columna opera con un reflujo que contiene butano y butenos, pero el reflujo total de líquido en la parte superior de la columna será la suma del reflujo del furfural.

La separación de la mezcla original también se facilita añadiendo un solvente que forme un azeótropo con uno de los componentes clave. Este proceso recibe el nombre de *destilación azeotrópica*. El azeótropo constituye el destilado o producto residual que sale de la columna y después se separa en el solvente y el componente clave. Por lo general el material que se adiciona forma un azeótropo de temperatura de ebullición mínima y se retira como producto destilado; tales materiales reciben el nombre de *arrastradores*. El azeótropo contendrá algunos de todos los componentes presentes en la alimentación, pero tendrá una relación muy diferente de los componentes clave en comparación con la alimentación.

Un ejemplo de destilación azeotrópica es el uso de benceno, heptano o ciclohexano para permitir la separación de etanol y agua, que forma un azeótropo de temperatura mínima con 95.6% en peso de alcohol. La mezcla alcohol-agua con aproximadamente 95% de alcohol se introduce como alimentación cerca de la mitad de la columna de deshidratación, y el alcohol prácticamente puro se separa como producto residual. El vapor destilado es un azeótropo ternario, que se condensa y se separa en dos fases. La capa orgánica superior, se devuelve como reflujo a la parte superior de la columna de deshidratación, mientras que la capa de agua se envía a una columna de agotamiento, donde el alcohol y el hidrocarburo arrastrados se retiran con el producto del destilado y se devuelven a la primera columna. El producto residual del fondo de la columna es una corriente acuosa que se descarga en un vertedero o se envía a una tercera columna para recuperar algo de alcohol.

SÍMBOLOS

B	Velocidad de flujo de producto pesado o residual, mol/h
C_p	Capacidad calorífica molar, cal/g mol · °C; $\bar{C}_p$, valor medio
D	Velocidad de flujo de producto ligero o de destilado, mol/h
F	Velocidad de alimentación, mol/h
f	Fracción de alimentación que se vaporiza; f_i , del componente i
H	Entalpía de la corriente, cal/g mol o Btu/lb mol
K	Relación de equilibrio, y_e/x_e ; K_i , K_j , de los componentes i y j ; K_{ref} , del componente de referencia; K_∞ , para un número infinito de platos; $\bar{K}$, sección de agotamiento
L	Velocidad de flujo de líquido, en general o de la sección de rectificación, mol/h; L_{min} , velocidad de flujo mínima [ecuación (22.15)]; L_n , en el plato n ; L_∞ , para un número infinito de platos; $\bar{L}$, en la sección de agotamiento
m	Número de platos en la sección de agotamiento
N	Número de platos ideales; N_{min} , número mínimo para reflujo total
N_c	Número de componentes
n	Número de platos en la sección de rectificación
P	Presión total, atm o lb _f /ft ² ; P' , presión de vapor; P'_i , P'_j , de los componentes i y j
p	Presión parcial, atm o lb _f /ft ² ; p_i , del componente i
q	Moles de líquido en la sección de agotamiento por mol de alimentación
R_D	Relación de reflujo, L/D ; R_{Dm} , valor mínimo
T	Temperatura, °C o °F; T_{abs} , temperatura absoluta, K o °R; T_0 , temperatura de precalentamiento (ejemplo 22.2b)
V	Velocidad de flujo de vapor, en general o en la sección de rectificación, mol/h; V_{min} , para la relación de reflujo mínima [ecuación (22.30)]; V_{n+1} , para el plato $n + 1$; V_∞ , para un número infinito de platos; $\bar{V}$, en la sección de agotamiento
x	Fracción molar del componente en la fase líquida; x_B , en el fondo de la columna o residuo; x_D , en la parte superior de la columna o destilado; x_{DA} , x_{DB} , de los componentes A y B en destilados; x_F , en la alimentación; x_H , del clave pesado; x_L , del clave ligero; x_e , del líquido en equilibrio con el vapor de composición y_e ; x_i , del componente i ; x_{ie} , vapor de equilibrio para el componente i ; x_j , del componente j ; x_m , x_n , en los platos m y n
y	Fracción molar del componente en la fase de vapor; y_D , en la cabeza; y_e , de vapor en equilibrio con el líquido de composición x_e ; y_i , y_j , de los componentes i y j ; y_{ie} , valor de equilibrio para el componente i ; y_m , y_n , para los platos m y n ; y_{ni} , del componente i para el plato n ; y_{∞} , para un número infinito de platos

Letras griegas

α	Volatilidad relativa, adimensional; α_{AB} , del componente A en relación con el componente B en un sistema binario; α_B , α_D , α_F , en el residuo, destilado y alimentación, respectivamente; $\alpha_{LK,HK}$, del clave ligero con respecto al clave pesado; α_i , del componente i , definido como K_i/K_{ref} ; α_{ij} , del componente i con respecto al componente j ; $\bar{\alpha}_{ij}$, valor promedio, definido por la ecuación (22.24)
ΔH_v	Calor de vaporización, cal/mol
ϕ	Raíz de la ecuación (22.29)

PROBLEMAS

- 22.1.** En la tabla 22.2 aparecen los datos de la alimentación de una columna de destilación convencional y las velocidades relativas. La recuperación del componente 2 en el destilado es de 99 y 98% del componente 3 ha de salir en el residuo. Calcule el número mínimo de platos.

TABLA 22.2

Componente	x_{Fi}	α_i
1	0.05	2.1
2	0.42	1.7
3	0.46	1.0
4	0.07	0.65

TABLA 22.3

	Componente	x_{Fi}	α_i
LK	1	0.06	2.6
	2	0.40	1.9
	3	0.05	1.5
HK	4	0.42	1.0
	5	0.07	0.6

TABLA 22.4

	Componente	Punto de ebullición, °C	x_{Fi}	α_i	% recuperado en D
LK	Etilbenceno	136.2	0.054	1.23	99.0
	<i>p</i> -Xileno	138.5	0.221	1.15	
	<i>m</i> -Xileno	139.1	0.488	1.13	
HK	<i>o</i> -Xileno	144.4	0.212	1.0	3.8
	<i>n</i> -Propilbenceno	159.3	0.025	0.70	

- 22.2.** Para las condiciones del problema 22.1, estime la relación de reflujo mínima si la alimentación es líquido a la temperatura de burbuja. ¿Cuántos platos se requerirán para una relación de reflujo 1.3 veces el valor mínimo?
- 22.3.** La alimentación de una columna de destilación, que opera a 270 lb_f/in.² absolutas, contiene 10% de etano, 45% de propano, 30% de *i*-butano y 15% de *n*-butano. Calcule la temperatura de burbuja de la alimentación y la fracción vaporizada cuando el líquido entra a la columna si la alimentación se calienta 20 °C por arriba de la temperatura de burbuja.

- 22.4.** Una mezcla de cinco componentes ha de destilarse para obtener una recuperación de 99% de los claves ligero y pesado en el destilado y en el residuo (véase tabla 22.3). Calcule las composiciones del producto para el caso de reflujo infinito. Explique cómo se desplazarían estas concentraciones si disminuyera la relación de reflujo, utilizando como guía las composiciones para reflujo mínimo.
- 22.5.** Una mezcla de xilenos y otros aromáticos se separa en una gran columna de fraccionamiento que opera a presión atmosférica. Calcule el número mínimo de platos y la relación de reflujo mínima para las condiciones de la tabla 22.4. Utilice la correlación de Gilliland para estimar la relación de reflujo que permitirá realizar la separación con 100 etapas ideales. Las volatilidades relativas se calculan para 18 lb_f/in.² absolutas y 150 °C, las condiciones estimadas cerca del plato de alimentación.
- 22.6.** Una mezcla de 30% de benceno; 25% de tolueno y 45% de etilbenceno se va a separar por destilación a presión atmosférica, con 98% del benceno y sólo 1% del tolueno en el destilado. *a)* Calcule el número mínimo de platos ideales y las composiciones aproximadas de los productos. *b)* Estime la concentración de etilbenceno en el destilado. *c)* Si la destilación se efectuara a 0.2 atm, ¿habrá algún cambio en $N_{\min}$ o en el calor impuesto?
- 22.7.** Encuentre las temperaturas del punto de rocío y el punto de burbuja y las composiciones correspondientes del líquido y del vapor para una mezcla de 25% en mol de *n*-pentano, 40% en mol de *n*-hexano y 35% en mol de *n*-heptano a una presión total de 1.5 atm.
- 22.8.** Demuestre por qué el valor de $N / N_{\min}$ para la destilación metanol-agua a un determinado valor de R_D / R_{Dm} dependerá de la composición de la alimentación.
- 22.9.** La alimentación a un depropanizador que opera a 250 lb_f/in.² contiene 6% de etano, 41% de propano, 28% de *i*-butano, 23% de *n*-butano y 2% de *n*-pentano (todos en porcentaje en mol). *a)* Si se recupera en el destilado 98% de propano y 98% de *i*-butano en los productos del fondo, ¿cuáles son las composiciones del destilado y del fondo?; *b)* use la ecuación para una alimentación de líquido saturado para estimar la relación de reflujo mínima.

REFERENCIAS

1. Gilliland, E.R. *Ind. Eng. Chem.* **32**: 110 (1940).
2. King, C.J. *Separation Processes*, 2a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1980, p.416.
3. Kirshnamurthy, R. y R. Taylor. *AIChE J.* **31**: 445, 446 (1985).
4. Lewis, W.L. y G.L. Matheson. *Ind. Eng. Chem.* **24**: 494 (1932).
5. Shiras, R.N., D.N. Hanson y C. H. Gibson. *Ind. Eng. Chem.* **42**: 871 (1950).
6. Taylor, R., R. Krishna y H. Kooijman. *Chem. Eng. Prog.* **99**(7): 28 (2003).
7. Toor, H.L. y J.K. Burchard. *AIChE J.* **6**: 2 02 (1960).
8. Underwood, A.J.V. *Chem. Eng. Prog.* **44**: 603 (1948).
9. Vorhis, F.H. Chevron Research Co., comunicación privada, 1983.
10. Wankat, P.C. *Equilibrium Staged Separations*. Nueva York: Elsevier, 1988; *a)* p. 243, *b)* pp. 251-63.

CAPÍTULO 23

Lixiviación y extracción

En este capítulo se estudian los métodos de separación de un constituyente a partir de un sólido o un líquido por medio de un solvente líquido. Estas técnicas comprenden dos categorías. La primera de ellas, llamada *lixiviación* o *extracción del sólido*, se utiliza para disolver materia soluble a partir de su mezcla con un sólido insoluble. La segunda, llamada *extracción del líquido*, se emplea para separar dos líquidos miscibles utilizando un disolvente que disuelve preferentemente a uno de ellos. Aunque los dos procesos tienen ciertos fundamentos en común, las diferencias tanto en el equipo como en ciertos aspectos teóricos, justifican un tratamiento por separado.

LIXIVIACIÓN

La lixiviación difiere muy poco del lavado o filtrado de sólidos que se estudia en el capítulo 29, y el equipo de lixiviación recuerda mucho a la sección de lavado de diferentes filtros. En la lixiviación, la cantidad de material soluble separado es con frecuencia mayor que en el lavado por filtración ordinaria, y las propiedades de los sólidos pueden variar considerablemente durante la operación de lixiviación. Una alimentación de sólidos gruesos, duros o granulados, se desintegra para formar una pulpa cuando se retira su contenido de material soluble.

Equipo de lixiviación

Cuando los sólidos forman una masa abierta y permeable a lo largo de toda la operación de lixiviación, el solvente se percola a través de un lecho no agitado de sólidos. Con sólidos impermeables o materiales que se desintegran durante la lixiviación, los sólidos se dispersan en el solvente y después se separan de él. Ambos métodos pueden realizarse por cargas o en operación continua.

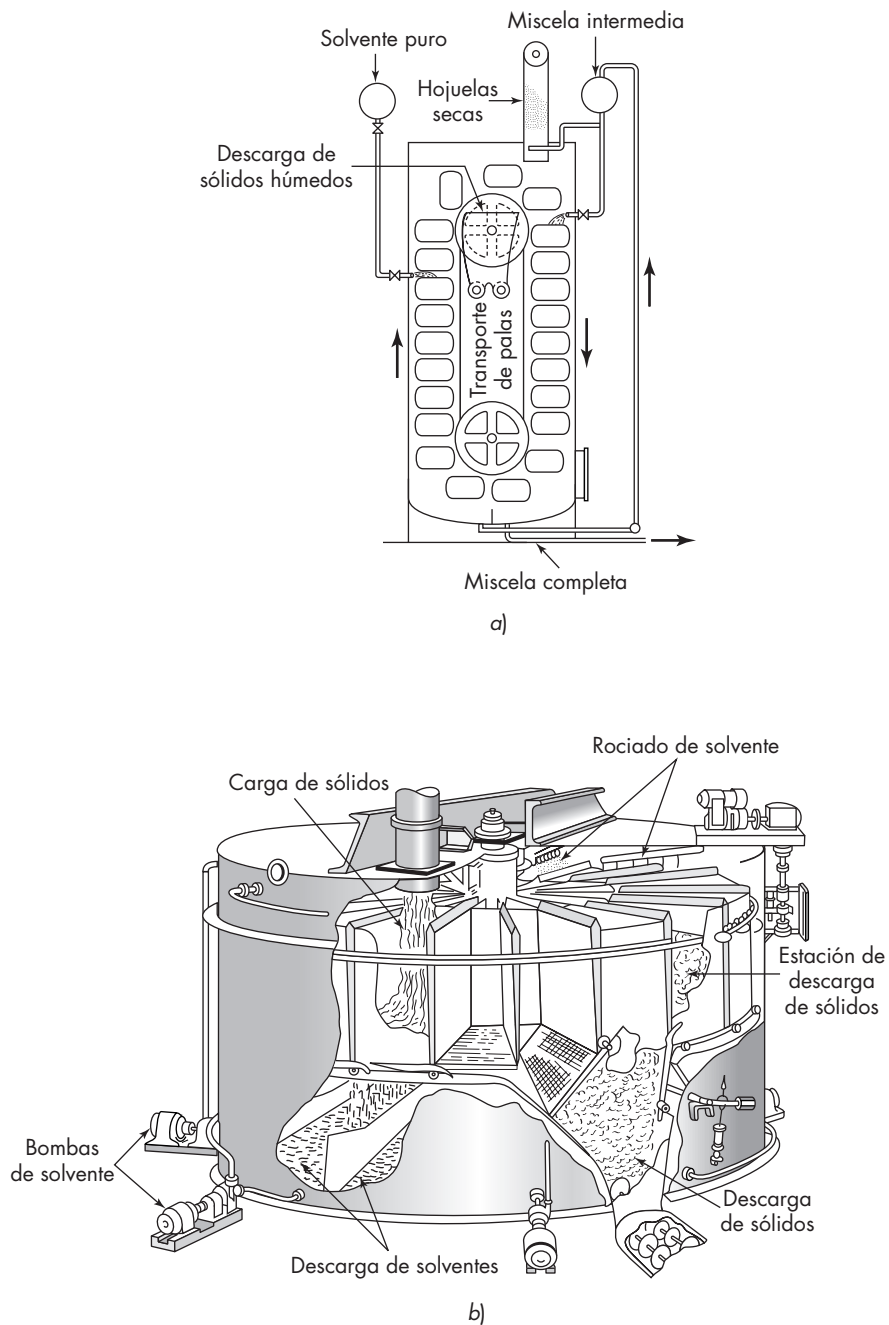
Lixiviación por percolación a través de un lecho estacionario de sólidos

La lixiviación de un lecho estacionario de sólidos se realiza en un tanque con un fondo falso perforado para soportar los sólidos y permitir la salida del solvente. Los sólidos se cargan en el tanque, se rocían con el solvente hasta reducir su contenido de soluto a un valor económicamente mínimo y luego se vacían. En algunos casos, la velocidad de disolución es tan rápida que es suficiente un solo paso del solvente a través del material, pero es más frecuente utilizar flujo en contracorriente del solvente a través de una batería de tanques. En este método, el solvente fresco se introduce en el tanque que contiene el sólido ya tratado; fluye a través de varios tanques en serie y finalmente se retira del tanque por el que se carga la alimentación de sólido. Una serie de tanques de este tipo recibe el nombre de *batería de extracción*. El sólido contenido en uno o cualquiera de los tanques es estacionario hasta que se extrae por completo. Las conexiones de las tuberías se disponen de tal forma que tanto el solvente fresco como la disolución concentrada se puedan introducir y retirar, respectivamente, de cualquier tanque, lo que permite cargar y descargar a la vez un tanque. Los demás tanques de la batería se mantienen en operación en contracorriente, avanzando los tanques de entrada y descarga a medida que se carga y retira el material. Tal proceso se conoce a veces como *proceso Shanks*.

En algunos casos de lixiviación en lechos de sólidos, el solvente es volátil, por lo que es preciso utilizar recipientes cerrados operados a presión. También se requiere presión para forzar el paso de solvente a través del lecho en el caso de sólidos poco permeables. Una serie de estos tanques de presión operados con flujo de solvente en contracorriente recibe el nombre de *batería de difusión*.

Lixiviación en lecho móvil⁵

En los aparatos que se presentan en la figura 23.1, los sólidos se mueven a través del solvente con muy poca o ninguna agitación. El extractor de Bollman (figura 23.1a) contiene un elevador de palas en el interior de una carcasa cerrada. Hay perforaciones en el fondo de cada pala. Tal como se muestra en el dibujo, en el extremo superior derecho de la máquina las palas son cargadas con sólidos en forma de hojuelas, como frijoles de soya y se rocían con una cantidad apropiada de *miscela intermedia* a medida que descenden. La miscela intermedia es una solución intermediaria del solvente que contiene algo de aceite extraído y de pequeñas partículas sólidas. A medida que los sólidos y el solvente descenden en corrientes paralelas por la parte derecha de la máquina, el solvente va extrayendo más aceite de la soya. Al mismo tiempo los sólidos finos se separan del solvente por filtración, de forma que es posible bombear la *miscela totalmente limpia* desde el fondo derecho de la carcasa. A medida que los frijoles de soya parcialmente extraídos ascienden por la parte izquierda de la máquina, una corriente de solvente puro percola a través de ellos en contracorriente y después se bombea desde el colector izquierdo hasta el tanque de almacenamiento de la miscela intermedia. Los frijoles de soya extraídos se vacían de las palas de la parte superior del elevador en una tolva, de donde se retiran mediante un transportador de paletas. La capacidad de unidades típicas es de 50 a 500 toneladas de soya durante 24 horas.

**FIGURA 23.1**

Equipo de lixiviación de lecho móvil: *a)* extractor de Bollman; *b)* extractor Rotocel^{11b} (con permiso de McGraw-Hill, Inc.).

En la figura 23.1*b* se ilustra el extractor Rotocel, en el cual una canasta horizontal está dividida dentro de compartimientos amurallados con un piso que es permeable al líquido. La canasta rota lentamente alrededor de un eje vertical. Para cada compartimiento los sólidos son admitidos en el punto de alimentación; los compartimientos pasan sucesivamente una serie de fases de rociado de solvente, una sección de drenaje y un punto de descarga en el cual el piso del compartimiento se abre para descargar los sólidos extraídos. Los compartimientos vacíos se movilizan al punto de alimentación para recibir la siguiente carga de sólidos. Para obtener la extracción en contracorriente, antes del punto de descarga se alimenta sólo al último compartimiento de solvente fresco, y los sólidos en cada compartimiento precedente se lavan con el efluente del chorro sucesivo.

Lixiviación de sólidos dispersos

Los sólidos que forman lechos impermeables, bien antes o durante la lixiviación, se tratan dispersándolos en el disolvente mediante agitación mecánica en un tanque o mezclador de flujo. El residuo lixiviado se separa después de la solución concentrada por sedimentación o filtración.

De esta forma es posible lixiviar pequeñas cantidades de material por cargas en un tanque agitado, con una salida en el fondo para retirar el residuo sedimentado. La lixiviación continua en contracorriente se obtiene con varios espesadores de gravedad conectados en serie, como se muestra en la figura 23.2, o bien, cuando el contacto en un espesador no resulta adecuado, se coloca un tanque de agitación entre cada pareja de espesadores. Un rendimiento adicional, que se utiliza cuando los sólidos son demasiado finos para sedimentar por gravedad, consiste en separar el residuo de la miscela en un sistema de centrifugas continuas de transportador helicoidal de tazón de sólidos. Se han desarrollado muchos otros dispositivos de lixiviación para fines especiales, tales como la extracción con solventes de diferentes aceites de semillas. Cada diseño específico está regido por las propiedades del solvente y del sólido que se lixivía.⁵ Con frecuencia, el material disuelto o soluto se recupera por cristalización o por evaporación.

Fundamentos de lixiviación continua en contracorriente

El método más importante de lixiviación consiste en la utilización de etapas continuas en contracorriente. Aun en una batería de extracción, donde el sólido no se desplaza física-

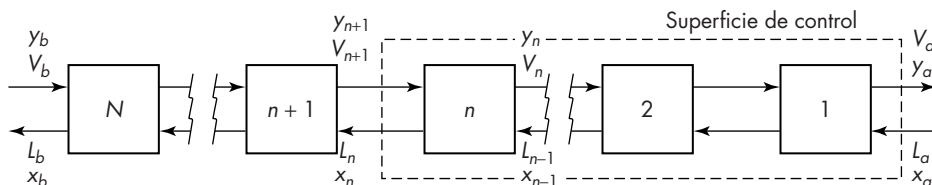


FIGURA 23.2

Cascada de lixiviación en contracorriente.

mente de una etapa a otra, la carga de una celda se trata por una sucesión de líquidos de concentración constantemente decreciente como si se fuese desplazando de una etapa a otra en un sistema en contracorriente.

Debido a su importancia, aquí sólo se estudiará el método continuo en contracorriente. Por otra parte, puesto que por lo general se utiliza un método por etapas, no se considerará el método de contacto diferencial. Al igual que en otras separaciones de cascadas de etapas, la lixiviación se considera, en primer lugar, desde el punto de vista de etapas ideales y, después, tomando en cuenta la eficiencia de las etapas.

Etapas ideales en la lixiviación en contracorriente

La figura 23.2 presenta un diagrama de balance de materia para una cascada continua en contracorriente. Las etapas se numeran en el sentido del flujo del sólido. La fase V es el líquido que sobrefluye de una etapa a otra en sentido contrario al del flujo del sólido, disolviendo soluto a medida que se desplaza desde la etapa N hasta la etapa 1. La fase L es el sólido que fluye desde la etapa 1 hasta la etapa N . Los sólidos agotados salen de la etapa N y la solución concentrada es el sobreflujo que sale de la etapa 1.

Se supone que el sólido exento de soluto es insoluble en el solvente y que la velocidad de flujo de este sólido es constante a través de la cascada. El sólido es poroso e inerte (sin adsorción) y lleva consigo una cantidad de solución que puede o no ser constante. Sea L el flujo de este líquido retenido y V el flujo de la solución en sobreflujo. Los flujos V y L pueden expresarse en unidades de masa por unidad de tiempo o bien sobre un flujo definido de sólido seco exento de soluto. Por otra parte, de acuerdo con la nomenclatura estándar, las concentraciones extremas son las siguientes:

- Solución retenida por el sólido que entra x_a
- Solución retenida por el sólido que sale x_b
- Solvente fresco que entra en el sistema y_b
- Solución concentrada que sale del sistema y_a

Como en la absorción y destilación, el funcionamiento cuantitativo de un sistema en contracorriente se analiza utilizando una línea de equilibrio y una línea de operación. Como se estudió, el método a utilizar depende de que estas líneas sean rectas o curvas.

Equilibrio

En la lixiviación, siempre que esté presente una cantidad suficiente de solvente para disolver todo el soluto que entra con el sólido y no exista adsorción del soluto por el sólido, el equilibrio se alcanza cuando el soluto se disuelve por completo y la concentración de la solución que se forma es uniforme. Tal condición puede alcanzarse fácilmente o con dificultad, dependiendo de la estructura del sólido. Estos factores se consideran al tratar la eficiencia de las etapas. Ahora se supondrá que se cumplen las condiciones necesarias para que se alcance el equilibrio. Por lo tanto, la concentración del líquido retenido por el sólido que sale de una etapa cualquiera es la misma que la del líquido que sobrefluye de la misma etapa. La relación de equilibrio es simplemente $x_e = y$.

Línea de operación

La ecuación de la línea de operación se obtiene aplicando balances de materia a la parte de la cascada que contiene las n primeras unidades, tal como se representa por medio de la superficie de control indicada por las líneas de trazos discontinuos en la figura 23.2. Estos balances son

$$\text{Solución total:} \quad V_{n+1} + L_a = V_a + L_n \quad (23.1)$$

$$\text{Soluto:} \quad V_{n+1}y_{n+1} + L_ax_a = L_nx_n + V_ay_a \quad (23.2)$$

Despejando y_{n+1} se obtiene la ecuación de la línea de operación, que es la misma que se ha deducido para el caso general de una cascada de etapas de equilibrio [ecuación (20.7)]:

$$y_{n+1} = \left(\frac{L_n}{V_{n+1}} \right) x_n + \frac{V_ay_a - L_ax_a}{V_{n+1}} \quad (23.3)$$

Como es habitual, la línea de operación pasa por los puntos (x_a, y_a) y (x_b, y_b) y, si las velocidades de flujo son constantes, la pendiente es L/V .

Flujo inferior (o refinado) constante y variable

Han de considerarse dos casos. Si la densidad y la viscosidad de la solución varían en forma considerable con la concentración de soluto, los sólidos procedentes de las etapas con numeración más baja pueden retener más líquido que los de las etapas con numeración más alta. Por lo tanto, tal como indica la ecuación (23.3), la pendiente de la línea de operación variará de una unidad a otra. Sin embargo, si la masa de la solución retenida por el sólido es independiente de la concentración, L_n es constante y la línea de operación es recta. Esta condición recibe el nombre de *flujo inferior (o flujo refinado) de solución constante*. Si el flujo inferior es constante, también lo es el flujo superior (extracto o sobreflujo). El flujo inferior constante y variable se dan en consideraciones separadas.

Número de etapas ideales para flujo inferior (o refinado) constante

Cuando la línea de operación es recta conviene utilizar una construcción de McCabe-Thiele para determinar el número de etapas ideales, pero como en la lixiviación la línea de equilibrio es siempre recta, se puede utilizar directamente la ecuación (20.24) para el caso de flujo inferior constante. El uso de esta ecuación resulta especialmente sencillo en este caso ya que $y_a^* = x_a$ y $y_b^* = x_b$.

La ecuación (20.24) no puede utilizarse para toda la cascada si L_a , la solución que entra con los sólidos no extraídos, es diferente de L , el flujo inferior en el interior del sistema. Se han deducido ecuaciones para esta situación,^{1,7} pero aplicando balances de materia es fácil calcular el funcionamiento de la primera etapa separadamente y aplicar después la ecuación (20.24) al resto de las etapas.

Número de etapas ideales para flujo inferior variable

Cuando el flujo inferior y el superior varían de una etapa a otra, para los cálculos se utiliza una modificación del método gráfico de McCabe-Thiele. Los puntos extremos en la línea de operación se determinan utilizando balances de materia. Suponiendo que la cantidad de flujo inferior L se conoce como una función de la composición del mismo flujo, se escoge un valor intermedio de x_n para establecer L_n , y a partir de la ecuación (23.1) se calcula V_{n+1} . Entonces la composición del flujo superior y_{n+1} se calcula a partir de la ecuación (23.2), y el punto (x_n, y_{n+1}) se grafica a lo largo con las composiciones extremas para obtener la línea de operación curva. Excepto para grandes variaciones de L y V , o para una línea de operación muy próxima a la línea de equilibrio, basta con calcular un solo punto intermedio.

EJEMPLO 23.1 Se va a extraer aceite de una comida con benceno, utilizando un extractor continuo en contracorriente. La unidad a tratar es de 1 000 kg de comida (basada en el sólido totalmente agotado) por hora. La comida no tratada contiene 400 kg de aceite y está contaminada con 25 kg de benceno. La mezcla de solvente fresco contiene 10 kg de aceite y 655 kg de benceno. Los sólidos agotados han de contener 60 kg de aceite no extraído. Experimentos realizados en idénticas situaciones a las de la batería que se proyecta, indican que la solución retenida depende de la concentración de la solución en la forma que se indica en la tabla 23.1. Encuentre *a*) la concentración de la solución concentrada, o extracto; *b*) la concentración de la solución que sale con los sólidos extraídos; *c*) la masa de solución que sale con la comida extraída; *d*) la masa del extracto; *e*) el número de etapas que se requieren. Todas las magnitudes están dadas por hora.

Solución Sean x y y las fracciones masa de aceite en las soluciones de los flujos inferior y superior.

Para la entrada de solvente,

$$V_b = 10 + 655 = 665 \text{ kg solución/h}$$

$$y_b = \frac{10}{665} = 0.015$$

Determine la cantidad y composición de la solución en los sólidos agotados, por prueba y error.

Si $x_b = 0.1$, la solución retenida, a partir de la tabla 23.1, es 0.505 kg/kg. Por lo tanto

TABLA 23.1

Datos para el ejemplo 23.1

Concentración, kg de aceite/kg de solución	Solución retenida, kg/kg de sólido	Concentración, kg de aceite/kg de solución	Solución retenida, kg/kg de sólido
0.0	0.500	0.4	0.550
0.1	0.505	0.5	0.571
0.2	0.515	0.6	0.595
0.3	0.530	0.7	0.620

$$L_b = 0.505(1\,000) = 505 \text{ kg/h}$$

$$x_b = \frac{60}{505} = 0.119$$

A partir de la tabla 23.1, la solución retenida es 0.507 kg/kg:

$$L_b = 0.507(1\,000) = 507$$

$$x_b = \frac{60}{507} = 0.118 \text{ (suficientemente próximo)}$$

El benceno en el flujo inferior para L_b es $507 - 60 = 447 \text{ kg/h}$.

Para la entrada del sólido,

$$L_a = 400 + 25 = 425 \text{ kg solución/h}$$

$$x_a = \frac{400}{425} = 0.941$$

Aceite en el extracto = entrada de aceite $- 60 = 10 + 400 - 60 = 350 \text{ kg/h}$.

Benceno en el extracto = $655 + 25 - 447 = 233 \text{ kg/h}$.

$$V_a = 350 + 233 = 583 \text{ kg/h}$$

$$y_a = \frac{350}{583} = 0.600$$

Las respuestas a los incisos a) a d) son:

a) $y_a = 0.60$

b) $x_b = 0.118$

c) $L_b = 507 \text{ kg/h}$

d) $V_a = 583 \text{ kg/h}$

e) Determine las concentraciones de entrada y salida para la primera etapa y localice la línea de operación para las etapas restantes. Partiendo de que $x_1 = y_a = 0.60$, la solución retenida es 0.595 kg/kg de sólido.

$$L_1 = 0.505(1\,000) = 595$$

Balance de materia global:

$$V_2 = L_1 + V_a - V_2 = 595 + 583 - 425 = 753 \text{ kg/h}$$

Balance de aceite:

$$L_a x_a + V_2 y_2 = L_1 x_1 + V_a y_a$$

$$V_2 y_2 = 595(0.60) + 583(0.60) - 425(0.941) = 307$$

$$y_2 = \frac{307}{753} = 0.408$$

El punto $x_1 = 0.60, y_2 = 0.408$ está en el extremo final de la línea de operación para las etapas restantes. Para determinar un punto intermedio en la línea de operación, se escoge $x_n = 0.30$.

$$L_n = \text{solución retenida} = 0.53(1\,000) = 530 \text{ kg/h}$$

Para un balance global,

$$V_{n+1} = 530 + 583 - 425 = 688 \text{ kg/h}$$

Un balance de aceite da

$$\begin{aligned} V_{n+1}y_{n+1} &= L_n x_n + V_a y_a - L_a x_a \\ &= 530(0.30) + 583(0.60) - 400 = 108.8 \end{aligned}$$

$$y_{n+1} = \frac{108.8}{688} = 0.158$$

Los puntos x_n, y_{n+1}, x_a, y_a y x_b, y_b definen una línea de operación ligeramente curva, tal como se muestra en la figura 23.3. Se requieren cuatro etapas ideales.

Solución saturada concentrada

Un caso especial de lixiviación se presenta cuando el soluto tiene una solubilidad limitada y la solución concentrada alcanza la saturación. Esta situación se puede tratar

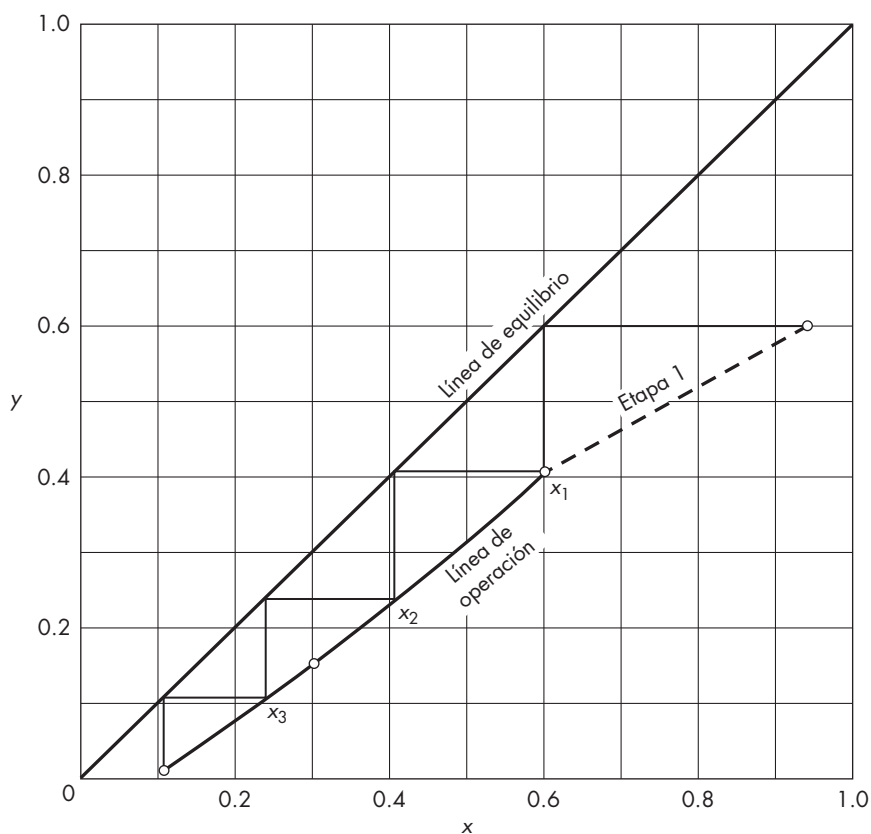


FIGURA 23.3

Diagrama de McCabe-Thiele para lixiviación (ejemplo 23.1).

por los métodos anteriores.⁶ La entrada de solvente a la etapa N será el máximo, que es consistente con un sobreflujo procedente de la etapa 1 y todos los líquidos, excepto el que sale empapando al flujo inferior procedente de la etapa 1, no estarán saturados. Si se usa muy poco solvente y si la saturación se alcanza en otras etapas diferentes a la primera, todas menos una de las etapas “saturadas” son inefectivas y la concentración de soluto en el flujo inferior procedente de la etapa N es superior a la que se requiere si se utiliza más solvente fresco.

Eficiencia de las etapas

En la mayoría de las operaciones de lixiviación, el soluto está distribuido a través de un sólido más o menos permeable. La velocidad de lixiviación está dominada principalmente por la velocidad de difusión a través del sólido, tal como se estudió en el capítulo 17, y el número real de etapas que se requieren puede ser considerablemente mayor que el número de etapas ideales. En el lavado de sólidos impermeables, donde el soluto está confinado a una película de solución concentrada en las superficies de sólidos, el acercamiento al equilibrio es rápido, y la eficiencia de las etapas se considera como la unidad.

EXTRACCIÓN DE LÍQUIDOS

Cuando la separación por destilación es ineficaz o muy difícil, la extracción de líquidos es una de las alternativas a considerar. Mezclas con temperaturas de ebullición próximas o sustancias que no pueden soportar la temperatura de destilación, aun en condiciones de vacío, con frecuencia se separan de las impurezas por extracción, que utiliza diferencias de estructura química en vez de diferencias de volatilidad. Por ejemplo, la penicilina se recupera del caldo de fermentación por extracción con un solvente, tal como acetato de butilo, después de disminuir el pH para obtener un coeficiente de partición favorable. El solvente se trata después con una solución amortiguadora de fosfato para extraer la penicilina del solvente y obtener una solución acuosa purificada, a partir de la cual se obtiene la penicilina por secado. La extracción también se utiliza para recuperar ácido acético de soluciones diluidas; la destilación sería posible en este caso, pero la etapa de extracción reduce en forma considerable la cantidad de agua que es preciso destilar.

Uno de los principales usos de la extracción es separar los productos del petróleo que tienen diferente estructura química pero aproximadamente el mismo punto de ebullición. Las fracciones de aceite lubricante (punto de ebullición $> 300^\circ\text{C}$) se tratan con solventes polares de baja temperatura de ebullición tales como fenol, furfural o metilpirrolidona, para extraer los aromáticos y dejar que el aceite contenga fundamentalmente parafinas y naftenos. Los aromáticos tienen malas características de viscosidad-temperatura, pero no pueden separarse por destilación debido a que se traslapan los puntos de ebullición. En un proceso similar, los aromáticos se extraen del reformado catalítico utilizando un solvente polar de alta temperatura de ebullición y después se destila el extracto para dar benceno, tolueno y xilenos puros que se utilizan como productos químicos intermedios. Un excelente solvente para este fin es el compuesto cíclico $\text{C}_4\text{H}_8\text{SO}_2$ (sulfolano), que

tiene una elevada selectividad para aromáticos y una volatilidad muy baja (por ejemplo de 290 °C).

En el caso de que sea posible utilizar indistintamente la destilación y la extracción, por lo general se elige la destilación, a pesar de que se requiere calentamiento y enfriamiento. En la extracción es preciso recuperar el solvente (generalmente por destilación) para su reutilización, y la operación combinada es más compleja y con frecuencia más costosa que la destilación sola sin extracción. Sin embargo, la extracción ofrece mayor flexibilidad en la selección de las condiciones de operación, ya que el tipo y cantidad de solvente, así como la temperatura de operación, se pueden variar a voluntad. En este sentido, la extracción se parece más a la absorción de gases que a la destilación simple. En muchos problemas, la elección entre los métodos a utilizar se basará en un estudio comparativo de destilación y extracción.

La extracción se utiliza para separar más de dos componentes y en algunas aplicaciones se requiere una mezcla de solventes en vez de un solo solvente. Estos métodos más complicados no se tratan en este libro.

Equipo de extracción^{12a}

En la extracción líquido-líquido, lo mismo que en la absorción de gases y destilación, es preciso poner en buen contacto dos fases para permitir la transferencia de materia y después separarlas. En la absorción y la destilación, la separación de las fases es fácil y rápida. En la extracción, sin embargo, las dos fases tienen densidades comparables, de forma que la energía disponible para mezcla y separación —si se utiliza flujo por gravedad— es pequeña, mucho menor que en caso de una fase líquida y otra gaseosa. Con frecuencia las dos fases son difíciles de mezclar y todavía más difíciles de separar. Las viscosidades de ambas fases también son relativamente elevadas y las velocidades lineales a través de la mayor parte del equipo de extracción son bajas. En algunos tipos de extractores, por tanto, la energía de mezcla y separación se comunica mecánicamente.

El equipo de extracción opera ya sea por cargas o de forma continua. Una cierta cantidad de líquido de alimentación puede mezclarse con una cantidad determinada de solvente en un tanque agitado; después se dejan decantar las fases y se separan. El extracto es la capa de solvente más el soluto extraído y el refinado es la capa de la que se ha separado el soluto. El extracto será más ligero o más pesado que el refinado, de forma que el extracto unas veces sale por la parte superior del equipo y otras por el fondo. Por supuesto que es posible repetir la operación si se requiere más de un contacto, pero cuando las cantidades que intervienen son grandes y se necesitan varios contactos, resulta más económico el flujo continuo. La mayor parte del equipo de extracción es continuo con sucesivas etapas de contacto o bien con contacto diferencial. Tipos representativos son los mezcladores-sedimentadores, las torres verticales de diferentes tipos que operan con flujo por gravedad, los extractores de torre agitados y los extractores centrífugos. Las características de diferentes tipos de equipo de extracción se presentan en la tabla 23.2. La extracción líquido-líquido también puede llevarse a cabo utilizando membranas porosas tal como se describe en el capítulo 26. Este método es prometedor en el caso de separaciones difíciles.

Mezcladores-sedimentadores

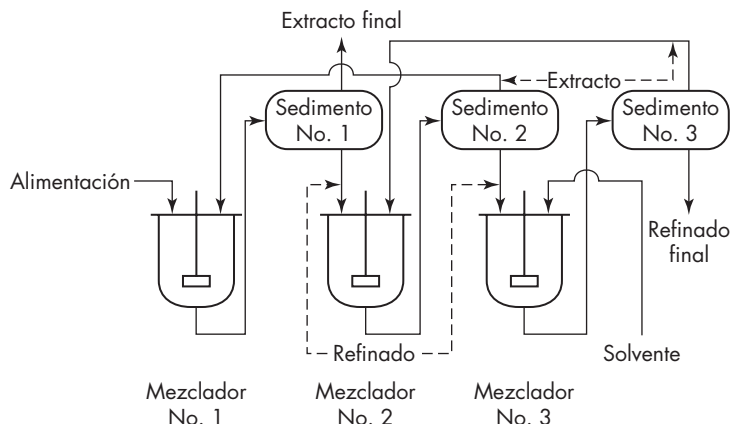
Para la extracción discontinua, el mezclador y el sedimentador pueden ser la misma unidad. Es muy frecuente el uso de un tanque que contiene un agitador de aspas (propulsor) o turbina. Al terminar el ciclo de mezcla, se detiene el agitador y las capas se dejan decantar por gravedad, retirando después el extracto y refinado que se recogen en recipientes separados, sacándolos a través de una línea inferior de descarga provista de una mirilla de vidrio. Los tiempos de mezcla y sedimentación que se requieren para una extracción determinada sólo se obtienen por experimentación; son típicos cinco minutos para mezcla y 10 minutos para sedimentación, pero son frecuentes tiempos mucho mayores y menores.

En el caso de flujo continuo, el mezclador y el sedimentador son piezas distintas del equipo. El mezclador puede ser un pequeño tanque agitado equipado con líneas de entrada y salida, así como placas deflectoras para evitar la formación de cortocircuitos; también puede ser una bomba centrífuga u otro mezclador de flujo. El sedimentador con frecuencia es un sencillo decantador continuo que trabaja por gravedad. Con líquidos que se emulsionan con facilidad y que tienen densidades aproximadamente iguales, tal vez sera necesario hacer pasar la descarga del mezclador a través de un tamiz o una pieza de fibra de vidrio para que puedan coalescer las gotitas de la fase dispersa antes de que sea posible la sedimentación por gravedad. Para separaciones más difíciles, se emplean centrífugas tubulares o tipo disco.

TABLA 23.2
Características de funcionamiento de equipo comercial de extracción

Tipo	Capacidad de líquido de las corrientes combinadas, ft ³ /ft ² · h [†]	HTU, ft	Eficiencia del plato o de la etapa, %	Espaciado entre platos o etapas, in.	Aplicaciones típicas
Mezclador-sedimentador			75-100		Proceso Duo-Sol para aceites lubricantes
Columna empacada	20-150	5-20			Recuperación de fenol
Columna de platos perforados	10-200	1-20	6-24	30-70	Proceso furfural para aceite lubricante
Columna de placas deflectoras	60-105	4-6	5-10	4-6	Recuperación de ácido acético
Torre agitada	50-100	1-2	80-100	12-24	Químicos farmacéuticos y orgánicos

[†] ft² es el área total de la sección transversal.

**FIGURA 23.4**

Sistema de extracción mezclador-sedimentador.

Si, como es habitual, se requieren varias etapas de contacto, se utiliza un tren de mezcladores-sedimentadores que opera con flujo en contracorriente, tal como se muestra en la figura 23.4. El refinado procedente de cada sedimentación constituye la alimentación del siguiente mezclador, en el que se pone en contacto con un extracto intermedio o solvente fresco. El principio es el mismo que el de un sistema de lixiviación continua con etapas en contracorriente como el que se presenta en la figura 20.2.

Torres de extracción empacadas

Los extractores de torre proporcionan contactos diferenciales, no contactos por etapas. Así, la mezcla y la sedimentación ocurren en forma continua y simultánea. La extracción se puede realizar en una torre abierta, con gotas del líquido pesado que caen a través del líquido liviano que se eleva o viceversa; sin embargo, estas torres, llamadas torres de aspersión, rara vez se usan, debido a una acentuada mezcla axial en la fase continua. En cambio, la torre se llena con empaques tipo anillos o sillas (véase figura 18.2), que provoca que las gotas se aglutinen y se vuelvan a formar, y tiendan a la dispersión axial límite.

En una torre de extracción hay una continua transferencia de materia entre las fases y la composición de cada fase cambia a medida que fluye a través de la torre. En un nivel dado, por supuesto, no se alcanza el equilibrio; por cierto, es la separación del equilibrio la que proporciona la fuerza potenciadora para la transferencia de masa. El procedimiento de diseño para las torres de extracción es similar al de las torres de absorción empacadas, pero la altura de la unidad de transferencia es generalmente mayor que para un absorbedor típico.

Velocidades de inundación en torres empacadas. Si el flujo de la fase dispersa o de la fase continua se mantiene constante y el de la otra fase se incrementa gradualmente, se alcanza un punto donde la fase dispersa se aglutina, la cantidad retenida de esa fase se incrementa y finalmente ambas fases efluyen por la salida de la fase continua. El efecto,

similar a la acción correspondiente en una columna de absorción, se llama inundación. Cuanto más grande es el flujo de una fase en inundación, más pequeña es el de la otra. Obviamente, una columna se debería operar a flujos, por debajo del punto de inundación. Las velocidades de inundación en columnas empacadas se pueden estimar a partir de una ecuación empírica.¹⁰

Torres de platos perforados

La redispersión de las gotas de líquido se puede realizar también por medio de platos perforados transversales, análogos a los de destilación que se describieron en el capítulo 20. Estas perforaciones en una torre de extracción son de $1\frac{1}{2}$ a $4\frac{1}{2}$ mm de diámetro. El espaciado entre los platos varía de 150 a 600 mm (de 6 a 24 in.). Por lo general el líquido ligero es la fase dispersa y los conductos de descenso permiten el paso de la fase continua de un plato a otro. Tal como muestra la figura 23.5a), el líquido ligero se recoge formando una delgada capa debajo de cada plato y se proyecta en forma de chorros en el interior de la capa gruesa del líquido pesado situado encima. En la figura 23.5b) se ilustra un diseño modificado, en el que las perforaciones sólo existen en un lado del plato, alternando a la derecha y a la izquierda de un plato a otro. Casi toda la extracción tiene lugar en la zona de mezcla situada encima de las perforaciones; el líquido ligero (aceite) asciende y se acumula en un espacio debajo del plato superior, fluyendo entonces transversalmente sobre un vertedero hasta la siguiente serie de perforaciones. El líquido pesado que forma la fase continua (solvente) pasa horizontalmente desde la zona de la mezcla hasta la zona de sedimentación, donde las finas gotas de líquido ligero tienen oportunidad de separarse y ascender hacia el plato superior. Con frecuencia este diseño reduce en forma considerable la cantidad de aceite que el solvente arrastra hacia abajo y aumenta la efectividad del extractor.

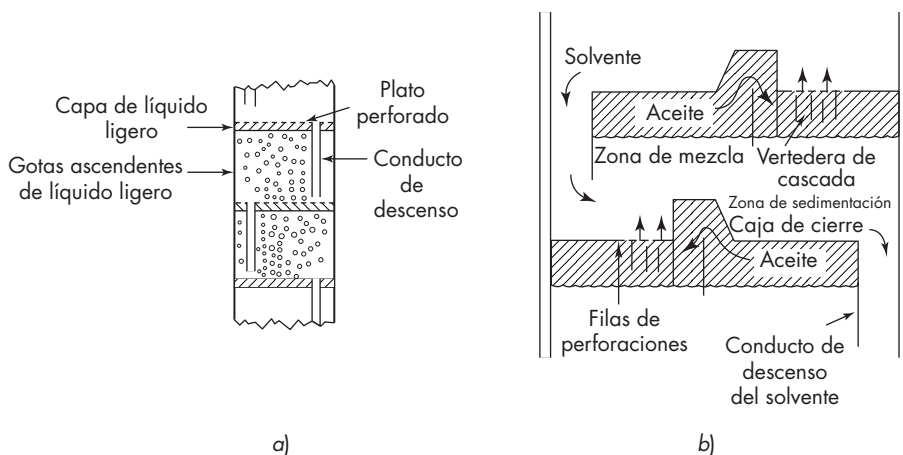


FIGURA 23.5

Torres de extracción de platos perforados: a) perforaciones en platos horizontales; b) plato perforado de vertedero de cascada con zonas de mezcla y sedimentación. (Según Bushell y Fiocco.⁴)

Torres de placas deflectoras

Estas torres de extracción contienen una serie de placas deflectoras horizontales. El líquido pesado fluye por encima de cada placa y cae a la inferior en cascada; el líquido ligero fluye por debajo de cada placa y se proyecta en forma de rocío hacia arriba desde el borde a través de la fase pesada. Los dispositivos más frecuentes son los de disco y anillos así como los de placas segmentadas, que van de un lado a otro. En ambos tipos el espaciado entre las placas es de 100 a 150 mm (4 a 6 in.).

Las torres de placas deflectoras carecen de pequeñas perforaciones que puedan obstruirse o aumentar de diámetro por la corrosión. Son capaces de tratar soluciones sucias que contienen sólidos en suspensión; una modificación de las torres de discos y anillos están equipadas con raspadoras con el fin de separar los sólidos que se depositan sobre las

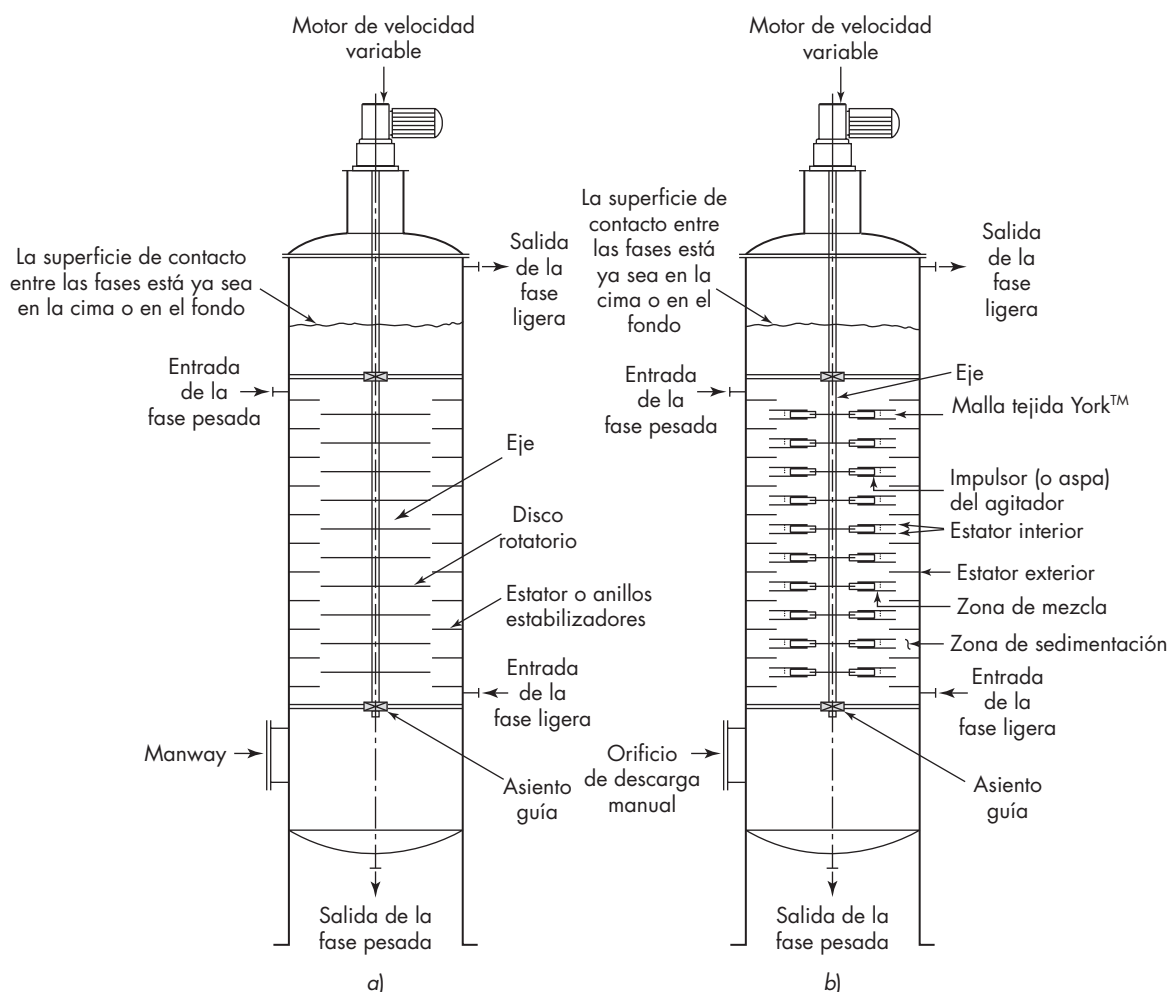


FIGURA 23.6

Extractores de torre agitada: a) unidad de discos rotatorios; b) extractor de York-Sheibel.

placas. Puesto que el flujo del líquido es suave y llano, sin cambios bruscos de velocidad y dirección, las torres de placas son muy convenientes para líquidos que se emulsifican fácilmente. Sin embargo, por la misma razón, no son efectivos como mezcladores y cada placa equivale solamente a 0.05 a 0.1 etapa ideal.¹⁷

Extractores de torre agitada

Los mezcladores-sedimentadores comunican energía mecánica para la mezcla de dos fases líquidas, pero los extractores de torre descritos hasta ahora no, sino que dependen del flujo por gravedad tanto para la mezcla como para la separación. Sin embargo, en algunos extractores de torre se comunica energía mecánica por medio de turbinas interiores u otros agitadores, instalados sobre un eje central rotatorio. En el contrator de discos rotatorios que se ilustra en la figura 23.6a, discos planos dispersan el líquido y lo impelen hacia la pared de la torre, donde anillos estáticos crean zonas de reposo en las que se separan las fases. En otros diseños hay grupos de impulsores (o aspas) que son separados por zonas de calma para dar lugar, de hecho, a un sistema de mezcladores-sedimentadores unos encima de otros. En el extractor de York-Scheibel que se representa en la figura 23.6b, las regiones que rodean a los agitadores están empacadas con tela metálica para favorecer la coalescencia y separación de las fases. La mayor parte de la extracción tiene lugar en las secciones de mezcla, aunque también se produce algo en las secciones de calma, de forma que la eficiencia de cada unidad de mezclador-sedimentador es a veces superior a 100%. Por lo regular cada mezclador-sedimentador tiene una altura de 300 a 600 mm (1 a 2 ft), de forma que es posible obtener varios contactos teóricos con una altura razonablemente corta de columna. Sin embargo, el problema de mantenimiento de las partes móviles internas, especialmente con líquidos corrosivos, constituye una seria desventaja.

Columnas pulsadas

La agitación también puede comunicarse por medios externos, tal como ocurre en las columnas pulsadas. Una bomba reciprocante “pulsas” todo el contenido de la columna a intervalos frecuentes, de forma que un rápido movimiento reciprocante de amplitud relativamente pequeña se superpone al flujo ordinario de las fases líquidas. La torre es de empaque ordinario, o bien, de platos perforados especiales. En una torre empacada, la pulsación dispersa los líquidos y suprime la canalización, de manera que mejora de forma considerable el contacto entre las fases. En las torres de platos perforados pulsadas, las perforaciones son más pequeñas que en las torres no pulsadas, oscilando entre 1.5 a 33 mm de diámetro, con un área abierta total en cada plato de 6 a 23% de la sección transversal de la torre. Estas torres se utilizan casi siempre para tratar líquidos radiactivos altamente corrosivos. No utilizan conductos de descenso. En el comportamiento ideal, la pulsación provoca la dispersión del líquido ligero en la fase pesada durante la carrera ascendente, mientras que la fase pesada se proyecta en forma de chorro en la fase ligera durante la carrera descendente. En estas condiciones la eficiencia de las etapas puede ser de 70%. Sin embargo, esto es posible sólo cuando los volúmenes de las dos fases son aproximadamente iguales y cuando casi no hay variación de volumen durante la extracción. En el caso más frecuente, las dispersiones sucesivas son menos efectivas y hay retromezclado de una fase en una dirección, con lo cual la eficiencia de los platos disminuye a 30%. En columnas pesadas, tanto de empaque como de platos perforados, la altura que se requiere

para obtener un determinado número de contactos teóricos es con frecuencia menor que la tercera parte de la requerida en una columna no pulsada.¹⁴

Extractores centrífugos

La dispersión y separación de las fases se acelera considerable por medio de la fuerza centrífuga, tal como sucede en varios extractores comerciales. El extractor Podbielniak contiene una cinta perforada situada en el interior de una pesada carcasa metálica, que va enrollada en espiral alrededor de un eje hueco horizontal, a través del cual entran y salen los líquidos. El líquido ligero se bombea hasta la parte exterior de la espiral a una presión comprendida entre 3 y 12 atm para vencer la fuerza centrífuga, mientras que el líquido pesado se introduce por el centro. Los líquidos fluyen en contracorriente a través del paso formado por la cinta y las paredes de la carcasa. El líquido pesado se mueve hacia fuera a lo largo de la cara externa de la espiral, mientras que el líquido ligero es forzado por desplazamiento a fluir hacia dentro a lo largo de la cara interna. Se genera así un rociado altamente cortante en la superficie de contacto líquido-líquido dando lugar a una rápida transferencia de materia. Además, parte del líquido se rocía a través de las perforaciones de la cinta y aumenta la turbulencia. En una sola máquina es posible conseguir hasta 20 contactos teóricos, si bien lo más frecuente es de 3 a 10 contactos teóricos. Los extractores centrífugos son caros y encuentran una aplicación relativamente limitada. Tienen la ventaja de producir muchos contactos teóricos en un pequeño espacio y tener tiempos de residencia muy pequeños (del orden de 4 segundos). Son muy valiosos para la extracción de productos sensibles tales como vitaminas y antibióticos.

Equipo auxiliar

La fase dispersa de una torre de extracción se deja coalescer en algún punto para formar una capa continua de la que se retira una corriente de producto. La superficie de contacto entre esta capa y la fase continua predominante se forma en una sección abierta en la cima o en el fondo de una torre empacada; en una torre de platos perforados la sección abierta se forma cerca de la parte superior de la torre cuando la fase ligera se dispersa. Si la fase pesada es la que se dispersa, la superficie de contacto entre ambas fases se mantiene cerca del fondo de la torre. El nivel de esta superficie de contacto controla automáticamente de una forma análoga al caso de un decantador continuo por gravedad por medio de una línea de venteo de sobreflujo para la fase pesada. En columnas grandes, la superficie de contacto se mantiene a veces en el nivel deseado por medio de un controlador de nivel que acciona una válvula situada en la línea de descarga de líquido pesado.

En la extracción líquido-líquido casi siempre es necesario separar el solvente del extracto o del refinado, o de ambos. Por lo tanto, resultan esenciales equipos auxiliares tales como sistemas de destilación, evaporadores, calentadores y condensadores, para su empleo en sistemas de extracción y, con frecuencia, su costo es mucho mayor que el dispositivo de extracción en sí. Tal como se mencionó al inicio de la sección, si una determinada separación se puede realizar tanto por destilación como por extracción, por lo general resulta más favorable, desde el punto de vista económico, la destilación. La extracción proporciona una solución a los problemas que no pueden resolverse sólo por destilación, pero por lo general no suprime la necesidad de utilizar la destilación o la evaporación en alguna parte del sistema de separación.

Fundamentos de la extracción

Puesto que la mayor parte de los métodos de extracción continua usan contactos en contracorriente entre dos fases, una corriente formada por un líquido más ligero y otra por un líquido más pesado, muchos de los fundamentos de la absorción de gases en contracorriente y de destilación se aplican a la extracción de líquido. Así, cuestiones tales como etapas ideales, eficiencia de las etapas, relación mínima entre las dos corrientes y tamaño del equipo tienen la misma importancia en la extracción que en la destilación.

Extracción de soluciones diluidas

Para la extracción discontinua o multietapa de soluciones diluidas, donde los cambios en la velocidad del flujo son despreciables y el coeficiente de distribución[†] K_D es constante, conviene utilizar un factor de extracción E , el cual es equivalente al factor de agotamiento S definido por la ecuación (20.29)

$$E \equiv \frac{K_D V}{L} \quad (23.4)$$

Para una extracción de una sola etapa con solvente puro, la fracción de soluto restante es $1/(1 + E)$ y la fracción recuperada es $E/(1 + E)$. Las diversas formas de la ecuación Kremser [ecuaciones (20.24), (20.25), (20.26) y (20.28)] se utilizan para una cascada de extracción en contracorriente.

EJEMPLO 23.2 Se recupera penicilina F a partir de un caldo de fermentación acuoso diluido por extracción con acetato de amilo, utilizando 6 volúmenes de solvente por 100 volúmenes de la fase acuosa. A pH = 3.2, el coeficiente de distribución K_D es 80. *a)* ¿Cuál es la fracción de penicilina que se recuperará en una sola etapa ideal? *b)* ¿Cuál será la recuperación con extracción de dos etapas utilizando solvente fresco en ambas etapas? *c)* ¿Cuántas etapas ideales serán necesarias para dar la misma recuperación que en la parte *b)* si se utilizó una cascada en contraflujo con $V/L = 0.06$?

Solución

a) Por un balance de materia, a partir de que $y_0 = 0$,

$$\begin{aligned} L(x_0 - x_1) &= Vy_1 \\ y_1 &= K_D x_1 \\ x_1 \left(\frac{VK_D}{L} + 1 \right) &= x_0 \end{aligned}$$

El factor de extracción es

$$E = \frac{VK_D}{L} = \frac{6 \times 80}{100} = 4.8$$

Por lo tanto

$$\frac{x_1}{x_0} = \frac{1}{1 + E} = \frac{1}{5.8} = 0.172$$

[†] El coeficiente de distribución es la relación de la concentración de equilibrio del soluto en el extracto con respecto a la del refinado.

La recuperación es $1 - 0.172 = 0.828$, es decir, 82.8%.

b) Con el mismo valor de E ,

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{1}{1+E}$$

$$\frac{x_2}{x_0} = \frac{1}{(1+E)^2} = 0.0297$$

La recuperación es $1 - 0.0297 = 0.9703$ o 97.0%.

c) Con K_D y V/L constante, el número de etapas ideales se calcula a partir de la forma de desorción (agotamiento) de la ecuación de Kremser [ecuación (20.28)], utilizando E en lugar de este equivalente, el factor de agotamiento S .

$$N = \frac{\ln \left[(x_a - x_a^*) / (x_b - x_b^*) \right]}{\ln E}$$

Sea $x_a = x_0 = 100$. Por lo tanto, $x_b = 3.0$ y $y_a = 97(100)/6 = 1\,617$.

$$x_a^* = \frac{y_a}{K_D} = \frac{1\,617}{80} = 20.2$$

$$x_b^* = 0$$

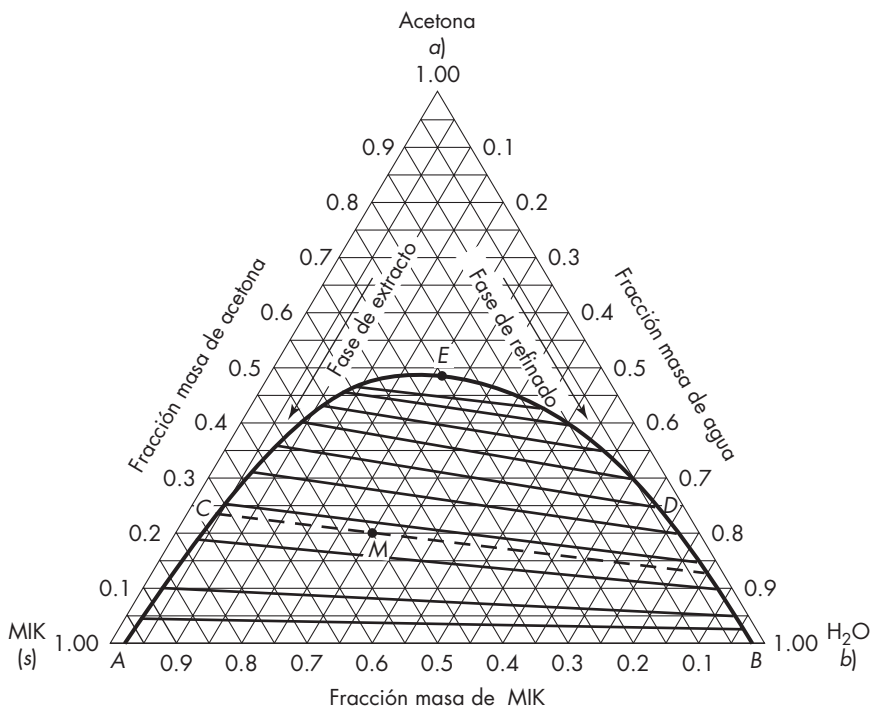
$$N = \frac{\ln \left[(100 - 20.2) / 3 \right]}{\ln 4.8} = 2.09$$

Al utilizar un proceso en contracorriente se requiere sólo un número ligeramente mayor de etapas ideales que en la parte b), pero se necesita la mitad del solvente y se aumenta la concentración del extracto.

Extracción de soluciones concentradas: equilibrio de fases

En la extracción de soluciones concentradas, las relaciones de equilibrio son más complicadas que en otras separaciones, debido a que están presentes tres o más componentes y en cada fase hay de cada uno de los componentes. Los datos de equilibrio se presentan con frecuencia en un diagrama triangular, como los que se ilustran en las figuras 23.7 y 23.8. El sistema acetona-agua-metilisobutilcetona (MIK), representada en la figura 23.7, es un ejemplo de un sistema tipo I, que presenta miscibilidad parcial del solvente (MIK) y el diluyente (agua), pero miscibilidad completa del solvente y el componente que se desea extraer (acetona). Anilina-*n*-heptano-metilciclohexano (MCH) forman un sistema tipo II (figura 23.8), donde el solvente (anilina) es parcialmente miscible con los otros dos componentes.

Algunas de las características de un proceso de extracción se ilustran a partir de la figura 23.7. Cuando se añade solvente a una mezcla de acetona y agua, la composición de la mezcla que resulta está situada sobre una línea recta que une el punto del solvente puro y el punto correspondiente a la mezcla binaria original. Cuando se añade suficiente cantidad de solvente para que todas las composiciones estén situadas debajo de la curva en forma de domo, la mezcla se separa en dos fases. Los puntos que representan las composiciones de las fases pueden unirse por una recta a lazo de unión de composiciones

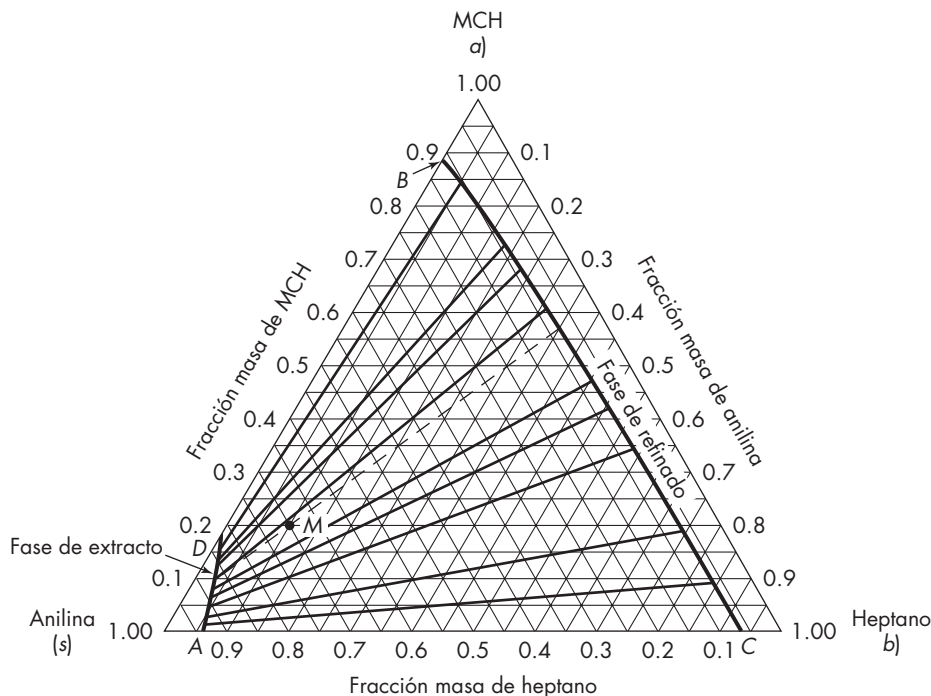
**FIGURA 23.7**

Sistema acetona-MIK-agua a 25 °C. (Según Othmer, White y Trueger.¹⁰).

de la mezcla que pasa a través del punto representativo de la composición global de la mezcla. Para mayor claridad, sólo se representan unas cuantas rectas de composiciones de la mezcla, y las demás se pueden obtener por interpolación. La línea ACE representa las composiciones de la capa de MIK (extracto) y la línea BDE representa las composiciones de la capa de agua (refinado). Al aumentar el contenido global de acetona de la mezcla, las composiciones de las dos fases se acercan entre sí y se hacen iguales en el punto E, que recibe el nombre de *punto crítico*.

Las líneas de unión de la figura 23.7 tienen una pendiente ascendente hacia la izquierda y la fase del extracto es más rica en acetona que la fase de refinado. Esto sugiere que la mayor parte de la acetona se podría extraer de la fase del agua usando sólo una moderada cantidad de solvente. Si las líneas de unión fueran horizontales o con pendiente ascendente hacia la derecha, tal como en la figura 23.8, la extracción sería posible, pero se tendría que usar más solvente, pues el extracto final no sería tan rico en el componente deseado (acetona en la figura 23.7 y MCH en la figura 23.8).

Para el sistema que ilustra la figura 23.7, la relación del producto acetona con el diluyente agua debería ser alta para un proceso de extracción práctico. La solubilidad del agua en el solvente MIK es de sólo 2%, pero a medida que se incrementa la concentración de la acetona, el contenido de agua de la fase del extracto también aumenta. Los datos de la figura 23.7 se vuelven a diagramar en la figura 23.9 para mostrar el incremento gradual

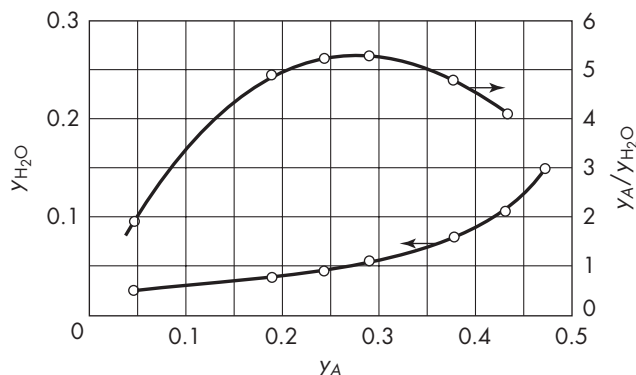
**FIGURA 23.8**

Sistema anilina-*n*-heptano-MCH a 25°C: *a*, soluto, MCH; *b*, diluyente, *n*-heptano; *s*, solvente, anilina. (Según Varteressian y Fenske.¹⁶).

en el contenido de agua y_{H_2O} con el contenido de acetona y_A . La relación y_A/y_{H_2O} pasa a través de un máximo de aproximadamente 27% en peso de acetona en la fase del extracto. Se podría obtener una concentración más elevada de acetona, pero la mayor cantidad de agua en el extracto probablemente haría que la operación en esas condiciones fuera indeseable.

Las composiciones de la fase que resultan de la extracción de una sola etapa se obtienen con facilidad al utilizar el diagrama triangular. Por ejemplo, si una mezcla con 40% de acetona y 60% de agua se pone en contacto con la misma masa de MIK como solvente, la mezcla global estará representada por el punto *M* de la figura 23.7. Se traza ahora una nueva recta de composición, encontrando que la fase de extracto sería 0.232 de acetona, 0.043 de agua y 0.725 MIK. La fase de refinado sería 0.132 de acetona, 0.845 de agua y 0.023 de MIK. Un repetido contacto de la fase de refinado con solvente fresco, un proceso que recibe el nombre de extracción con corrientes cruzadas, permitiría recuperar la mayor parte de la acetona, pero sería menos eficiente que utilizar una cascada en contracorriente debido al gran volumen de solvente que se requiere.

La relación de acetona a agua en el producto es de 5.4; y la del refinado de 0.156. En la figura 23.8, los números correspondientes al el punto *M*, la relación de MCH a *n*-heptano, son 3.3 en el producto y 1.6 en el refinado. La separación es marcadamente más efectiva en el sistema MIK-acetona-agua.

**FIGURA 23.9**

Composición de la fase de extracto para el sistema MIK-ace-tona- H_2O .

Uso del método de McCabe-Thiele

La separación que se alcanza con un determinado número de etapas ideales en una cascada en contracorriente se determina utilizando un diagrama triangular y técnicas gráficas especiales, pero una modificación del método de McCabe-Thiele, que es la que se utiliza aquí, resulta sencilla y conduce a resultados satisfactorios en la mayoría de los casos. El método fija la atención en la concentración de soluto en las fases de extracto y de refinado, y el diagrama no muestra la concentración del diluyente en el extracto ni la concentración de solvente en el refinado. Sin embargo, estos componentes menores de ambas fases se tienen en cuenta al determinar el flujo total de extracto y refinado, lo que afecta a la posición de la línea de operación.

Para aplicar el método de McCabe-Thiele a la extracción, los datos de equilibrio se representan en un gráfico rectangular, donde la fracción masa de soluto en el extracto, o fase V , se representa como ordenada, y la fracción masa de soluto en la fase de refinado se representa como abscisa. Para un sistema de tipo I, la línea de equilibrio termina para composiciones iguales en el punto crítico. El uso de sólo una concentración para caracterizar una mezcla ternaria tal vez parezca extraño, pero si las fases que salen de una etapa dada están en equilibrio, solamente se requiere una concentración para fijar las composiciones de ambas fases.

La línea de operación para el diagrama de extracción está basada en la ecuación (23.3), que expresa la relación entre la concentración de soluto que sale de la etapa n en la fase L y la que viene de la etapa $n + 1$ en la fase V . Los puntos extremos de la línea de operación (x_a, y_a) y (x_b, y_b) están generalmente determinados por un balance global de materia, teniendo en cuenta los datos del equilibrio ternario. Debido a que disminuye la fase de refinado (L) y aumenta la fase de extracto (V) a medida que pasan a través de la columna, la línea de operación es curva. Para establecer uno o más puntos intermedios de la línea de operación se aplica un balance de materia a una parte de la cascada. El número de etapas ideales se determina entonces trazando escalones en la forma habitual.

Si el número de etapas ideales está especificado, la fracción de soluto extraído y las composiciones finales se determinan por prueba y error. Se supone la fracción extraída o la composición del extracto final y se construye la línea de la curva de operación. Si se requieren muchas etapas, se supone una menor fracción extraída y se repiten los cálculos. Algunos cálculos se efectúan por lo regular en la computadora.

EJEMPLO 23.3 Una planta de extracción en contracorriente se utiliza para extraer acetona (A) a partir de su mezcla con agua por medio de metilisobutilcetona (MIK) a una temperatura de 25 °C. La alimentación consta de 40% de acetona y 60% de agua. Como líquido de extracción se utiliza igual masa de solvente puro. ¿Cuántas etapas ideales se requieren para extraer 99% de acetona que entra con la alimentación? ¿Cuál es la composición del extracto después de separado el solvente?

Solución Se utilizan los datos de la figura 23.7 para preparar la gráfica de la relación de equilibrio y_a contra x_a , que es la curva superior de la figura 23.10. Los puntos extremos de la línea de operación se determinan mediante balances de materia teniendo en cuenta las cantidades de agua en la fase del extracto y de MIK en la fase de refinado. Base: $F = 100$ unidades de masa por hora.

Sean n = velocidad de flujo másico de H_2O en el extracto
 m = velocidad de flujo másico de MIK en el refinado

Para una recuperación de 99% de A, el extracto tiene $0.99 \times 40 = 39.6A$, y el refinado tiene $0.4A$. Los flujos totales son

En la cima, $L_a = F = 100 = 40A + 60 H_2O$
 $V_a = 39.6A + n H_2O + (100 - m)MIK = 139.6 + n - m$

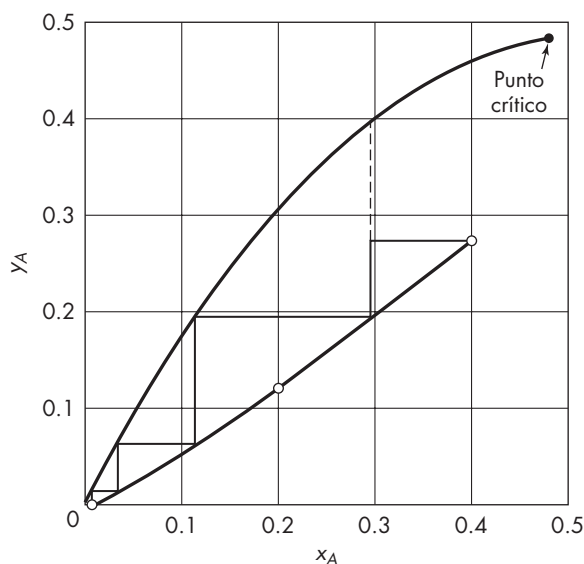


FIGURA 23.10

Diagrama de McCabe-Thiele para extracción (ejemplo 23.3).

En el fondo, $V_b = 100 \text{ MIK}$

$$L_b = 0.4A + (60 - n)\text{H}_2\text{O} + m\text{MIK} = 60.4 + m - n$$

Puesto que n y m son pequeños y tienden a anularse en las sumas de V_a y L_a , el flujo total de extracto V_a es del orden de 140, lo que daría lugar a $y_{A,a} \approx 39.6/140 = 0.283$. El valor de $x_{A,b}$ es del orden de $0.4/60 = 0.0067$. Estas estimaciones se ajustan después de calcular los valores de n y m .

A partir de la figura 23.8 para $y_A = 0.283$, $y_{\text{H}_2\text{O}} = 0.049$,

$$n = \frac{0.049}{1 - 0.049}(39.6 + 100 - m)$$

Si m es muy pequeño, $n \approx (0.049/0.951)(139.6) = 7.2$.

A partir de la figura 23.8 para $x_a = 0.007$, $x_{\text{MIK}} = 0.02$,

$$\begin{aligned} m &= \frac{0.02}{1 - 0.02}(0.4 + 60 - n) \\ &\approx \frac{0.02}{0.98}(0.4 + 52.8) = 1.1 \end{aligned}$$

Valor revisado de $n = (0.049/0.951)(139.6 - 1.1) = 7.1$:

$$V_a = 139.6 + 7.1 - 1.1 = 145.6$$

$$y_{A,a} = \frac{39.6}{145.6} = 0.272$$

$$L_b = 60.4 + 1.1 - 7.1 = 54.4$$

$$x_{A,b} = \frac{0.4}{54.4} = 0.0074$$

Se representan los puntos $(0.0074, 0)$ y $(0.40, 0.272)$ para establecer los extremos de la línea de operación.

Para un punto intermedio de la línea de operación se toma $y_A = 0.12$ y se calcula V y L . A partir de la figura 23.7, $y_{\text{H}_2\text{O}} = 0.03$ y $y_{\text{MIK}} = 0.85$. Puesto que la fase de refinado tiene solamente de 2 a 3% de MİK, suponiendo que la cantidad de MİK en el extracto es 100, la misma que la alimentación de solvente:

$$100 \approx Vy_{\text{MIK}}$$

$$V \approx \frac{100}{0.85} = 117.6$$

Mediante un balance global desde la entrada de solvente (fondo) hasta el punto intermedio,

$$V_b + L = L_b + V$$

$$L \approx 54.4 + 117.6 - 100 = 72.0$$

Un balance de A para la misma sección de x_A :

$$Lx_A + Vby_b = Lbx_b + Vy_A$$

$$Lx_A \approx 0.4 + 117.6(0.12) - 0$$

$$x_A \approx \frac{14.5}{72} = 0.201$$

Este valor es probablemente muy exacto, pero es posible determinar valores corregidos de V , L y x_a . Para $x_A = 0.201$, $x_{\text{MIK}} \approx 0.03$ (véase figura 23.8). Un balance de MIK desde la entrada de solvente hasta el punto intermedio conduce a

$$V_b + Lx_{\text{MIK}} = L_b x_{\text{MIK},b} + Vy_{\text{MIK}}$$

$$Vy_{\text{MIK}} = 100 + 72(0.03) - 1.1$$

$$\text{Valor revisado de } V = \frac{101.1}{0.85} = 118.9$$

$$\text{Valor revisado de } L = 54.4 + 118.9 - 100 = 73.3$$

$$\text{Valor revisado de } x_A = \frac{0.4 + 118.9(0.12)}{73.3} = 0.200$$

Se representa $x_A = 0.20$, $y_A = 0.12$, que da lugar a una línea de operación ligeramente curva. A partir de la figura 23.10, $N = 3.4$ etapas.

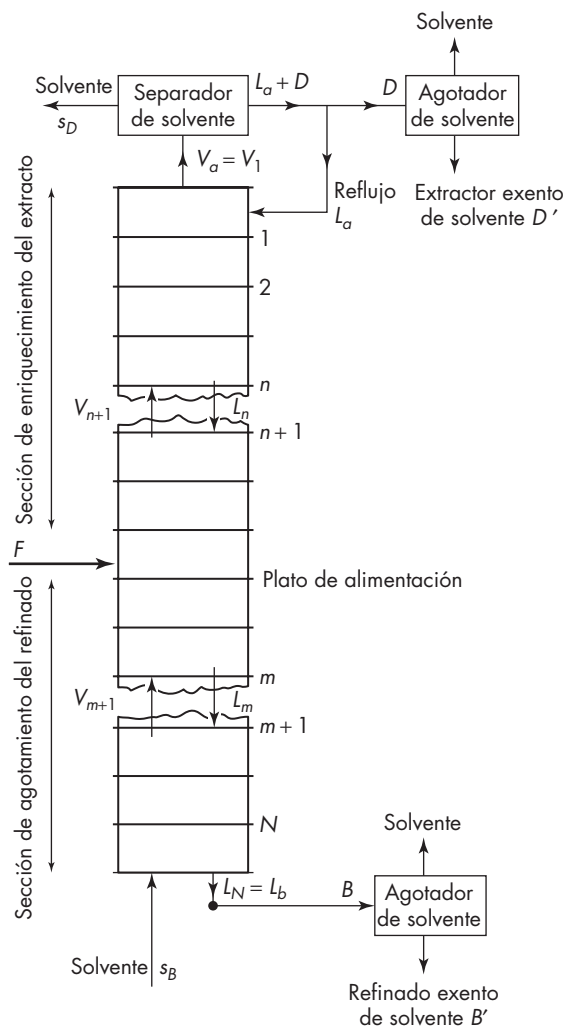
Extracción en contracorriente de sistemas tipo II utilizando reflujo

Al igual que en la destilación, en la extracción en contracorriente es posible utilizar reflujo para mejorar la separación de los componentes de la alimentación. Este método resulta especialmente efectivo para el tratamiento de sistemas tipo II, debido a que en una cascada alimentada por el centro y el uso de reflujo, los dos componentes de la alimentación se pueden separar en productos prácticamente puros.

En la figura 23.11 se presenta el diagrama de flujo para la extracción en contracorriente con reflujo. Para resaltar la analogía entre este método y el fraccionamiento se supone que la cascada es una columna de platos. Sin embargo, es posible utilizar cualquier otro tipo de cascada. El método requiere que se separe suficiente solvente del extracto que sale de la cascada para formar un refinado, parte del cual retorna a la cascada como

TABLA 23.3
Comparación de extracción y destilación, utilizando reflujo en ambos casos

Destilación	Extracción
Flujo de vapor en la cascada V	Flujo de extracto en la cascada V
Flujo de líquido en la cascada L	Flujo de refinado en la cascada L
Producto destilado D	Producto de extracto D
Producto de residuo B	Producto de refinado B
Condensador	Separador de solvente
Enfriador del producto de residuo	Agotamiento del solvente refinado
Enfriador del producto de destilado	Agotamiento del solvente extraído
Calor al hervidor q_r	Solvente a la cascada s_B
Eliminación de calor en el condensador q_c	Eliminación de solvente en el separador s_D
Relación de reflujo $R_D = L_a/D$	Relación de reflujo $R_D = L_a/D$
Sección de rectificación	Sección de enriquecimiento del extracto
Sección de agotamiento	Sección de agotamiento del refinado

**FIGURA 23.11**

Extracción en contracorriente con reflujo.

reflujo, retirando el resto como producto de la planta. El refinado se retira de la planta como producto residual y el solvente fresco se introduce por el fondo de la cascada. No se devuelve nada del refinado residual como reflujo, ya que el número de etapas que se requieren es el mismo si se recicla o no refinado al fondo de la cascada.¹⁶ La situación no es la misma que en la destilación continua, en la que parte del residuo ha de vaporizarse para suministrar calor a la columna.

El separador de solvente, que generalmente es un destilador simple, se representa en la figura 23.11. Tal como se observa también en la figura 23.11, el solvente ha de eliminarse de ambos productos por agotamiento o en algunos casos por lavado con agua con el fin de obtener productos exentos de solvente.

En la tabla 23.3 queda patente la estrecha analogía entre destilación y extracción cuando en ambos casos hay reflujo. Observe que el solvente juega en extracción el mismo papel que el calor en la destilación.

Relaciones de reflujo límite

Al igual que en la destilación, existen dos casos límite en la operación de un extractor en contracorriente con reflujo. Cuando la relación de reflujo R_d se vuelve muy grande, el número de etapas tiende hacia un valor mínimo, y cuando R_d disminuye, se alcanza un valor mínimo de la relación de reflujo para el cual el número de etapas se hace infinito. El número mínimo de etapas y la relación de reflujo mínima se obtienen exactamente por los mismos métodos utilizados para determinar sus valores en la destilación.

Ejemplos prácticos de extracción con reflujo

Hay pocos ejemplos prácticos, si acaso, de reflujo de la forma sencilla que se muestra en la figura 23.11. Para sistemas tales como anilina-heptano-metilciclohexano MCH (véase figura 23.8) la relación de MCH a heptano en el extracto es sólo moderadamente mayor que en el refinado, de forma que se necesitarían muchas etapas para obtener productos de alta pureza. Además, la baja solubilidad de ambos solutos en anilina requeriría utilizar un gran flujo de solvente. Sin embargo, en diversos procesos industriales para la separación extractiva se ha aplicado una modificación del concepto de reflujo. El enriquecimiento del

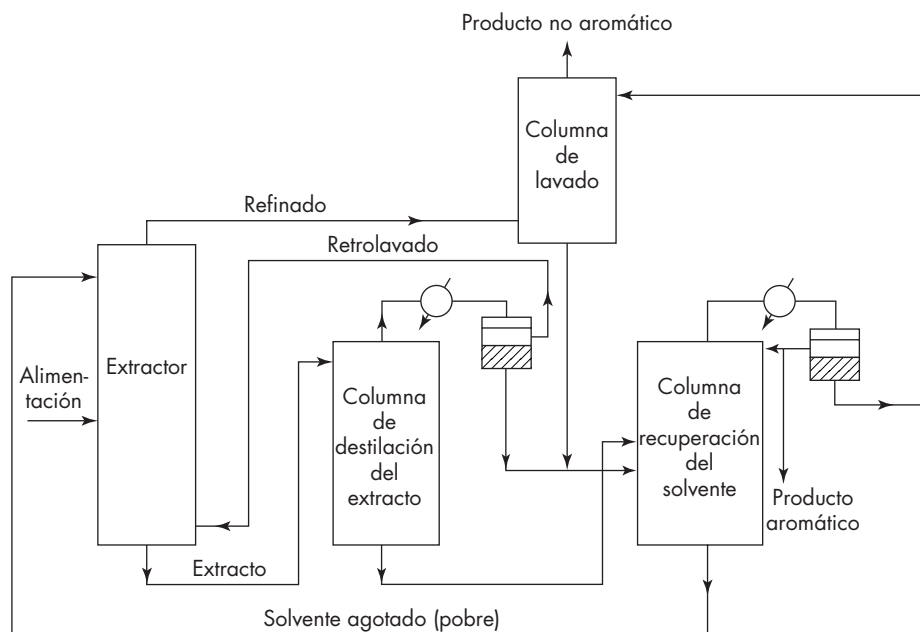


FIGURA 23.12

Proceso Sulfolane de extracción. (Según Broughton y Asselin.³).

extracto se consigue efectuando un lavado en contracorriente con otro líquido, elegido de tal forma que las pequeñas cantidades de este líquido que se disuelven en el extracto se puedan separar fácilmente. Un ejemplo de este tipo es el proceso Sulfolane para la extracción de aromáticos.

Proceso Sulfolane. En la figura 23.12 se presenta un diagrama de flujo para el proceso Sulfolane.³ La alimentación de hidrocarburos se introduce cerca de la parte central del extractor, y el solvente pesado se introduce como alimentación por la parte superior. En la sección superior casi todos los aromáticos son extraídos del refinado, pero el solvente en este punto también contiene un pequeño porcentaje de parafinas y naftenos. Los puntos de ebullición se traslapan, de forma que la separación de aromáticos puros por destilación de este material no es posible. Por otra parte, el Sulfolane y los hidrocarburos forman un sistema tipo I con un punto crítico, de forma que no se pueden obtener aromáticos exentos de parafinas refluendo una parte del producto de extracto exento de solvente.

En la sección inferior del extractor, las parafinas con punto de ebullición medio y alto son desplazadas de la fase del extracto por contacto con una fracción de hidrocarburos de bajo punto de ebullición preparada por destilación del extracto. En el sistema hay agua que forma un azeótropo de baja temperatura de ebullición con los hidrocarburos más ligeros, de tal forma que la destilación es en realidad una destilación azeotrópica (véase capítulo 22). Los vapores procedentes de la columna se condensan, se separan en dos fases y la fase de hidrocarburos se regresa al extractor de lavado. En la sección inferior del extractor existen suficientes etapas para producir una transferencia casi completa de las parafinas medias y pesadas hacia la fase de refinado. El extracto sale saturado con hidrocarburos ligeros, pero éstos se separan en la columna de destilación azeotrópica.

El solvente se recupera en la segunda columna de destilación, que es una columna de destilación al vacío con vapor de agua y que utiliza reflujo de la fase orgánica para obtener aromáticos de alta pureza. La columna final es una columna de extracción multietapa, en la que se utiliza agua para lavar el solvente del refinado. Hay un ciclo cerrado de agua para minimizar las pérdidas de solvente y se puede tolerar una pequeña cantidad de agua en el solvente de extracción.

La corriente de retrolavado se llama a veces contradisolvente o reflujo, pero el término *reflujo* debiera reservarse para corrientes que tienen la misma composición que el producto. La corriente de retrolavado no tiene por qué ser un material de bajo peso molecular, y en alguna versión del proceso Sulfolane está formada por una fracción parafínica pesada que se puede separar fácilmente tanto del extracto como del refinado.

TÉCNICAS ESPECIALES DE EXTRACCIÓN

Las técnicas especiales de extracción se han desarrollado para aumentar la efectividad de los procesos de extracción, especialmente en la recuperación de productos biológicos sensibles. Éstas incluyen la extracción que sólo utiliza fases acuosas y la extracción con fluidos supercríticos mediante solventes que tienen una presión y temperatura por arriba del punto crítico del solvente.

Uso de fases acuosas

Este método separa proteínas por medio de la partición entre dos fases acuosas que contienen polímeros u otros solutos mutuamente incompatibles.^{9,19} En un sistema así, la fase liviana es agua que contiene 10% de polietilenglicol y cerca de 0.5% de dextrano y la fase pesada es agua conteniendo 15% de dextrano y 1% de glicol. Se pueden usar soluciones de fosfato de potasio en lugar de dextrano para la fase pesada.⁸ En estos líquidos, no es probable que las proteínas se desnaturalicen como podría ocurrirles en solventes orgánicos. Las proteínas se particionan entre las fases con coeficientes de distribución que dependen del pH y pueden variar desde 0.01 hasta más de 100.

La tensión en la superficie de contacto es muy baja para estos sistemas, y se crean áreas de superficie grandes sin velocidades de corte elevadas. Una desventaja es que las diferencias de densidad entre las fases también es bastante baja, de tal forma que se necesitan tiempos de sedimentación grandes o centrifugación para aumentar la velocidad de sedimentación.

Extracción con fluidos supercríticos

Ciertos compuestos se separan a partir de sólidos o líquidos por extracción con un solvente supercrítico. Además de su poder disolvente selectivo, un fluido supercrítico posee varias ventajas sobre los solventes líquidos convencionales. Su densidad y viscosidad son bajas, y las difusividades de los solutos en estos fluidos son elevadas —aproximadamente 100 veces más grandes que las de los líquidos ordinarios—. En consecuencia, los fluidos supercríticos penetran con facilidad los sólidos porosos o fibrosos. Los solutos se recuperan a partir de los fluidos supercríticos con sólo variar la temperatura o la presión, aunque también se emplean otros medios. La desventaja principal de la extracción con fluidos supercríticos es que se requiere de una presión elevada.

Equilibrio de fases

Un solvente útil para la extracción supercrítica, especialmente en el procesamiento de alimentos, es el dióxido de carbono, que tiene un punto crítico de 31.06 °C y 73.8 bars (1070 lb_f/in.²). El diagrama de fases para el CO₂ puro (véase figura 23.13) muestra las regiones de equilibrio del sólido, líquido y gas, así como las condiciones en las cuales existe el fluido supercrítico. En la región supercrítica no hay distinción entre el líquido y el gas, ni tampoco existe fase de transición de uno a otro; los fluidos supercríticos actúan como un gas muy denso o un líquido móvil y ligero.

La solubilidad y selectividad en un fluido supercrítico son funciones fuertemente dependientes de la temperatura y la presión. Para la extracción prácticamente total de solutos mediante CO₂ supercrítico, como se indica en la figura 23.13, se utiliza presión muy elevada, debido a que las solubilidades son las más altas. El solvente cargado puede entonces pasarse a través de una serie de tanques de separación en los que la temperatura o presión cambian progresivamente, para derivar en lo que recibe el nombre de fraccionamiento multietapas. Es ventajosa la remoción selectiva de componentes volátiles que producen olor en condiciones cercanas al punto crítico. Aquí las solubilidades son muy pequeñas, pero la selectividad para los compuestos más volátiles es mucho más elevada.

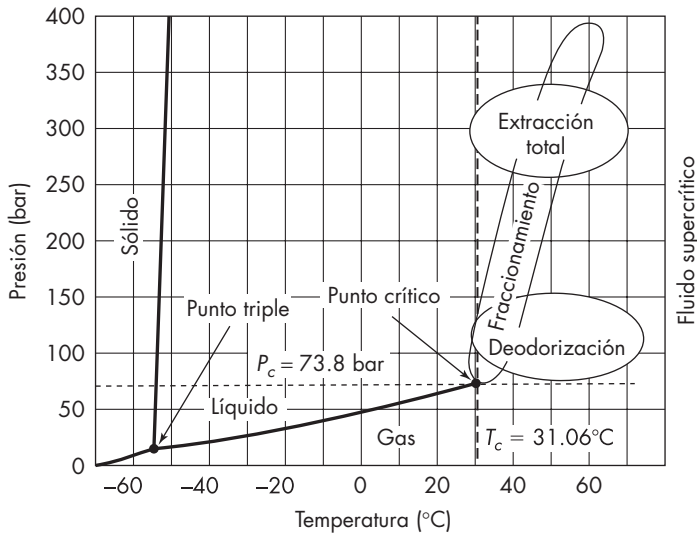
**FIGURA 23.13**

Diagrama de fases para el dióxido de carbono, que ilustra regiones útiles para las aplicaciones en el procesamiento de alimentos.¹²

Los diagramas de equilibrio de fases para uno o más solutos en el CO_2 supercrítico y otros solventes llegan a ser muy complicados.² Se ha publicado relativamente poca información acerca del equilibrio; esta carencia aunada al costo del equipo de alta presión y las dificultades de escalamiento han limitado las aplicaciones comerciales de la extracción de fluidos supercríticos.

Proceso comercial¹³

Un ejemplo práctico de un proceso de extracción con fluido supercrítico es la descafeinación del café. Primero, los granos de café se remojan en agua para hacer la extracción más selectiva y posteriormente se cargan en un tanque de extracción a través del cual circula el CO_2 supercrítico para disolver la cafeína. En un tanque depurador (de lavado de gases), la cafeína se transfiere del CO_2 al agua, también a presión elevada. La extracción se continúa hasta que el contenido de cafeína de los granos, originalmente de 0.7 a 3%, se reduzca a menos de 0.02%. Al final del ciclo por lotes, el agua se despresuriza y destila totalmente de la cafeína. En un proceso alternativo, la cafeína se separa del CO_2 por adsorción sobre carbón activado. En ambos casos, la extracción con fluido supercrítico no afecta el sabor ni el aroma característicos del café.

SÍMBOLOS

a_v	Superficie específica del empaque, m^2/m^3 o ft^2/ft^3
B	Producto de residuo, kg o lb de mezcla base por hora; B' , producto residual que sale del agotador

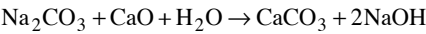
C_1	Factor en la ecuación (23.4), función del tipo de empaque
D	Producto destilado, kg o lb de mezcla base por hora; D' , producto destilado que sale del agotador del solvente
E	Factor de extracción, $K_D V/L$
F	Alimentación de la cascada de extracción, kg o lb de mezcla base por hora
g	Aceleración de la gravedad, m/s^2
HTU	Altura de una unidad de transferencia, m o ft
K_D	Coefficiente de distribución, y_e/x_e
L	Flujo inferior, o fase de refinado, kg o lb totales o mezcla base por hora; L_N , que sale de la etapa final; L_a , que entra en la cascada; L_b , que sale de la cascada; L_m , que sale de la etapa m ; L_n , que sale de la etapa n
m	Número de etapas en la sección de agotamiento; también, velocidad de flujo de masa de MIK en el refinado (ejemplo 23.3), kg/h o lb/h
N	Número de etapas ideales
n	Número de etapas en la sección de rectificación; también velocidad de flujo de masa de agua en el extracto (ejemplo 23.3), kg/h o lb/h
P_c	Presión crítica, bars
q	Calor adicionado, J/g o Btu/lb; $-q_c$, en el condensador; q_c , en el hervidor
R	Relación de velocidades superficiales, $\bar{V}_{s,d}/\bar{V}_{s,c}$
R_D	Relación de reflujo
S	Factor de agotamiento, definido por la ecuación (20.29)
s	Velocidad de flujo del solvente, kg/h o lb/h; s_B , solvente añadido al producto residual; s_D , solvente retirado del producto destilado
T_c	Temperatura crítica, °C
V	Sobreflujo, o fase de extracto, masa o moles de mezcla base por hora; V_a , que sale de la cascada; V_b , que entra en la cascada; V_{m+1} , que sale de la etapa $m + 1$; V_{n+1} , que sale de la etapa $n + 1$
$\bar{V}_s$	Velocidad superficial, basada en la sección transversal de la columna, m/h o ft/h; $\bar{V}_{s,c}$ de la fase continua; $\bar{V}_{s,d}$ de la fase dispersa
x	Fracción masa del soluto en el flujo inferior o fase L ; x_A , x_{MIK} , fracción masa de la acetona y de MIK, respectivamente, basadas en toda la fase L ; x_a , a la entrada; x_b , a la salida; x_e , valor de equilibrio; x_n , que sale de la etapa n
x^*	Concentración de solución de flujo inferior (refinado) en equilibrio con una disolución específica de sobreflujo extracto; x_a^* , en equilibrio con y_a ; x_b^* , en equilibrio con y_b
y	Fracción masa del soluto en el sobreflujo o fase V ; y_A , $y_{\text{H}_2\text{O}}$, y_{MIK} , fracción masa de acetona, agua, MIK, respectivamente, basada sobre la fase V total; y_a , a la salida; y_b , a la entrada; y_e , valor de equilibrio; y_{n+1} , que sale de la etapa $n + 1$
y^*	Concentración de la solución del sobreflujo en equilibrio con la solución específica en el flujo inferior; y_a^* , en equilibrio con x_a ; y_b^* , en equilibrio con x_b

PROBLEMAS

23.1. Se va a extraer un mineral de cobre tostado, que contiene cobre como CuSO_4 , mediante un extractor de etapas en contracorriente. Cada hora se va a tratar una carga consistente en 10

toneladas de sólidos inertes, 1.2 toneladas de sulfato de cobre y 0.5 toneladas de agua. La solución concentrada producida debe consistir en 90% de H₂O y 10% de CuSO₄ en peso. La recuperación de CuSO₄ será de 98% del contenido en el mineral. Como solvente fresco se utilizará agua pura. A la salida de cada etapa una tonelada de sólidos inertes retiene dos toneladas de agua más sulfato de cobre disuelto en agua. En cada etapa se alcanza el equilibrio. ¿Cuántas etapas se requerirán?

23.2. Una batería de extracción de cinco etapas en contracorriente se utiliza para extraer el lodo procedente de la reacción



El CaCO₃ lleva consigo 1.5 veces su peso de disolución al fluir de una unidad a otra. Se desea recuperar 90% de NaOH. Los productos de la reacción entran en la primera unidad sin exceso de reactantes pero con 0.6 kg de H₂O por kilogramo de CaCO₃. a) ¿Cuánta agua de lavado debe utilizarse por kilogramo de carbonato de calcio? b) ¿Cuál es la concentración de la solución que sale de cada unidad, suponiendo que el CaCO₃ es completamente insoluble?

23.3. En el problema 23.2 se ha encontrado que el lodo retiene una proporción de solución que varía con la concentración en la forma que se indica en la tabla 23.4. Si se desea producir una solución de 12% de NaOH, ¿cuántas etapas deberán utilizarse para recuperar 97% del NaOH?

23.4. Se va a extraer aceite de hígado de bacalao utilizando éter en una batería de extracción en contracorriente. Por experimentación, se ha encontrado que el arrastre de disolución por la masa de hígado triturado es el que se muestra en la tabla 23.5. En la batería de extracción la carga por celda es de 100 lb, basada en hígados totalmente agotados. Los hígados no extraídos contienen 0.043 galones de aceite por libra de material agotado (tratado). Se desea obtener una recuperación de aceite de 95%. El extracto final debe contener 0.65 galones de aceite por galón de extracto. La alimentación de éter que entra en el sistema está exenta de aceite. a) ¿Cuántos galones de éter se necesitan por carga de hígados? b) ¿Cuántos extractores se requieren?

TABLA 23.4

NaOH, % en peso	0	5	10	15	20
Kg de solución/kg de CaCO ₃	1.50	1.75	2.20	2.70	3.60

TABLA 23.5

Solución retenida por 1 lb de hígados agotados, gal.	Concentración de la solución gal. de aceite/gal. de solución	Solución retenida por 1 lb de hígados agotados, gal.	Concentración de la solución gal. de aceite/gal. de solución
0.035	0	0.068	0.4
0.042	0.1	0.081	0.5
0.050	0.2	0.099	0.6
0.058	0.3	0.120	0.68

- 23.5.** En una batería continua de mezcladores-sedimentadores en contracorriente, 100 kg/h de una solución de acetona-agua 40:60 se quiere reducir hasta 10% de acetona por extracción con 1,1,2-tricloroetano a 25 °C. *a)* Determine la velocidad mínima del solvente. *b)* Para 1.8 veces la relación mínima (velocidad de disolvente)/(velocidad de alimentación), determine el número de etapas que se requieren. *c)* Para las condiciones del apartado *b)*, calcule las velocidades de flujo másico de todas las corrientes. Los datos se proporcionan en la tabla 23.6.
- 23.6.** Un antibiótico que se ha extraído de un caldo de fermentación utilizando acetato de amilo a pH bajo, se extrae posteriormente en agua limpia a pH = 6, donde $K_D = 0.15$. Si la velocidad de flujo del agua se establece a 0.45 veces la velocidad del solvente, ¿cuántas etapas ideales se necesitarán para recuperar 98% del antibiótico en una cascada a contracorriente?
- 23.7.** De pequeñas partículas de semillas de colza 0.58 mm de diámetro se extrajo aceite por contacto con hexano. Las partículas contenían originalmente 43.82% de aceite y 6.43% de humedad. Después del secado, se reportó el contenido de aceite en la harina seca para

TABLA 23.6**Datos de equilibrio**

Curva de solubilidad límite					
$C_2H_3Cl_3$, % en peso		Agua, % en peso	Acetona, % en peso		
94.73		0.26			5.01
79.58		0.76			19.66
67.52		1.44			31.04
54.88		2.98			42.14
38.31		6.84			54.85
24.04		15.37			60.59
15.39		26.28			58.33
6.77		41.35			51.88
1.72		61.11			37.17
0.92		74.54			24.54
0.65		87.63			11.72
0.44		99.56			0.00
Líneas de unión					
% de peso en la capa acuosa			% de agua en la capa de tricloroetano		
$C_2H_3Cl_3$	Agua	Acetona	$C_2H_3Cl_3$	Agua	Acetona
0.52	93.52	5.96	90.93	0.32	8.75
0.73	82.23	17.04	73.76	1.10	25.14
1.02	72.06	26.92	59.21	2.27	38.52
1.17	67.95	30.88	53.92	3.11	42.97
1.60	62.67	35.73	47.53	4.26	48.21
2.10	57.00	40.90	40.00	6.05	53.95
3.75	50.20	46.05	33.70	8.90	57.40
6.52	41.70	51.78	26.26	13.40	60.34

diferentes tiempos de extracción.¹⁵ Los resultados se dan en la tabla siguiente. Determine el coeficiente de difusión efectiva para el aceite en las partículas humedecidas con hexano usando la ecuación para difusión transiente en esferas. Asuma que se usó un gran exceso de hexano y que la resistencia a la transferencia de masa externa fue despreciable

Tiempo, min	75	90	105	120
Aceite en harina seca, kg/100 kg de material inerte	11.5	7.97	4.35	3.88

- 23.8.** Una solución que contiene 10 g/L de una valiosa proteína y 1 g/L de una impureza de proteína se extrae en un recipiente agitado usando un solvente orgánico. El coeficiente de distribución es $K = 8$ para la proteína valiosa y de 0.5 para la impureza. El volumen inicial es de 500 L y se usan 400 L de solvente para la extracción. ¿Cuáles son las concentraciones finales de las dos fases y qué fracción de cada proteína se recupera en la fase de solvente?
- 23.9.** Para mostrar el efecto de la distribución del tamaño de partícula sobre la velocidad de extracción, considere un sólido conteniendo aceite con algunas partículas con un tamaño de la mitad del tamaño promedio y algunas 1.5 veces el tamaño promedio (es decir, 25% de 0.5 mm, 50% de 1.0 mm y 25% de 1.5 mm). Para un coeficiente de difusión efectivo de $1 \times 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{s}$, determine los tiempos de extracciones de 50, 90 y 99%, y compárelas con los tiempos esperados basados en el tamaño promedio de partícula.
- 23.10.** Se va a extraer un soluto orgánico de una solución acuosa diluida usando un solvente con un coeficiente de distribución de 6.8. Para un extractor continuo en contraflujo, ¿cuántas etapas ideales se necesitan si el flujo del solvente es 0.35 veces el de la solución y se requiere una recuperación del soluto de 99%?

REFERENCIAS

1. Baker, E.M. *Trans. AIChE* **32**: 62 (1936).
2. Brennecke, J.F. y C.A. Eckert. *AIChE J.* **35**: 1409 (1989).
3. Broughton, D.B. y G.F. Asselin. *Proc. Seventh World Petroleum Congress*, vol. 4, Nueva York: Elsevier, 1967, p. 65.
4. Bushnell, J.D. y R.J. Fiocco. *Hydrocarbon Proc.* **59**(5): 119 (1980).
5. Cofield, E.P., Jr. *Chem. Eng.* **58**(1): 127 (1951).
6. Elgin, J.C. *Trans. AIChE* **32**: 451 (1936).
7. Grosberg, J.A. *Ind. Eng. Chem.* **42**: 154 (1950).
8. Harrison, R.G., P. Todd, S.R. Rudge y D.P. Petrides. *Bioseparation and Engineering*. Nueva York: Oxford Press, 2003, p. 172.
9. King, R.S., H.W. Blanch y J.M. Prausnitz. *AIChE J.* **34**: 1585 (1988).
10. Kumar, A. y S. Hartland. *Trans. Inst. Chem. Engrs.* **72A**: 89 (1994).
11. Othmer, D.F., R.E. White y E. Trueger. *Ind. Eng. Chem.* **33**: 1240 (1941).
12. Perry, R.H. y D.W. Green (eds.). *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1997; a) pp. 15-22 a 15-47; b) p. 18-56.
13. Rivzi, S.S., A.L. Benado, J.A. Zollweg y J.A. Daniels. *Food Tech.* **40**(6): 55 (1986).
14. Sage, G. y F.W. Woodfield. *Chem. Eng. Prog.* **50**: 396 (1954).
15. Sasmaz, D.J. *AOCS*. **73**: 669 (1996).
16. Skelland, A.H.P. *Ind. Eng. Chem.* **53**: 799 (1961).
17. Treybal, R.E. *Liquid Extraction*, 2a. ed. Nueva York; McGraw-Hill, 1963.
18. Varteressian, K.A. y M.R. Fenske. *Ind. Eng. Chem.* **29**: 270 (1937).
19. Walter, H., D.E. Brooks y D. Fisher. *Partitioning in Aqueous Two-Phase Systems*. Nueva York: Academic, 1985.

CAPÍTULO 24

Secado de sólidos

En general, el secado de sólidos consiste en separar pequeñas cantidades de agua u otro líquido de un material sólido con el fin de reducir el contenido de líquido residual hasta un valor aceptablemente bajo. El secado es por lo común la etapa final de una serie de operaciones y, con frecuencia, el producto que se extrae de un secador está listo para ser empaquetado.

El agua u otros líquidos pueden separarse de los sólidos de manera mecánica mediante prensas o centrífugas, o bien de modo térmico mediante evaporación. Este capítulo trata sobre el secado por vaporización térmica. Por lo general, resulta más barato eliminar líquidos por métodos mecánicos que por métodos térmicos, y por esta razón es aconsejable reducir el contenido de líquido tanto como sea posible antes de alimentar el material a un secador térmico.

El contenido de líquido de una sustancia seca varía de un producto a otro. En ocasiones, el producto no contiene líquido, por lo que recibe el nombre de *totalmente seco*; pero lo más frecuente es que el producto contenga algo de líquido. La sal de mesa seca, por ejemplo, contiene 0.5% de agua, el carbón seco 4% y la caseína seca 8%. El secado es un término relativo y sólo significa que hay una reducción del contenido de líquido desde un valor inicial hasta algún valor final aceptable.

Los sólidos que se secan presentan diferentes formas —escamas, gránulos, cristales, polvos, hojas o láminas continuas— y poseen propiedades muy diferentes. El líquido que ha de vaporizarse puede estar sobre la superficie del sólido, como en el secado de cristales salinos, completamente en el interior del sólido, como en el caso de eliminación del solvente de una lámina de un polímero, o parte en el exterior y parte en el interior. La alimentación de algunos secadores es un líquido en el que está suspendido el sólido en forma de partículas o en solución. El producto que se seca puede soportar temperaturas elevadas o tal vez requiera un tratamiento suave a temperaturas bajas o moderadas. Esto da lugar a que en el mercado exista un gran número de tipos de secadores comerciales. Las diferencias residen fundamentalmente en la manera en que los sólidos se mueven en la zona de secado y en la forma en la que se transfiere el calor.

Clasificación de secadores

No existe una forma sencilla de clasificar el equipo de secado. Algunos secadores son continuos, mientras que otros operan de manera discontinua o por cargas; algunos mantienen en agitación los sólidos y otros no. Para reducir la temperatura de secado puede operarse con

vacío. Existen secadores que pueden operar con cualquier tipo de material, mientras que otros presentan limitaciones debido a la clase de alimentación que pueden aceptar.

Los equipos de secado se clasifican en: 1) secadores en los que el sólido se encuentra directamente expuesto a un gas caliente (por lo general aire); 2) secadores en los que el calor es transferido al sólido desde un medio externo tal como vapor de agua condensante, generalmente a través de una superficie metálica con la que el sólido está en contacto,⁵ y 3) secadores que son calentados por energía dieléctrica, radiante o de microondas. Los secadores que exponen los sólidos a un gas caliente se llaman *secadores directos* o *adiabáticos*; aquellos en los que el calor es transferido desde un medio externo reciben el nombre de *secadores indirectos* o *no adiabáticos*. Algunas unidades combinan el secado adiabático y no adiabático, y se denominan *secadores directos-indirectos*. Algunas unidades tienen más de un medio de transferencia de calor, como gas caliente más una superficie calentada o gas caliente más radiación.

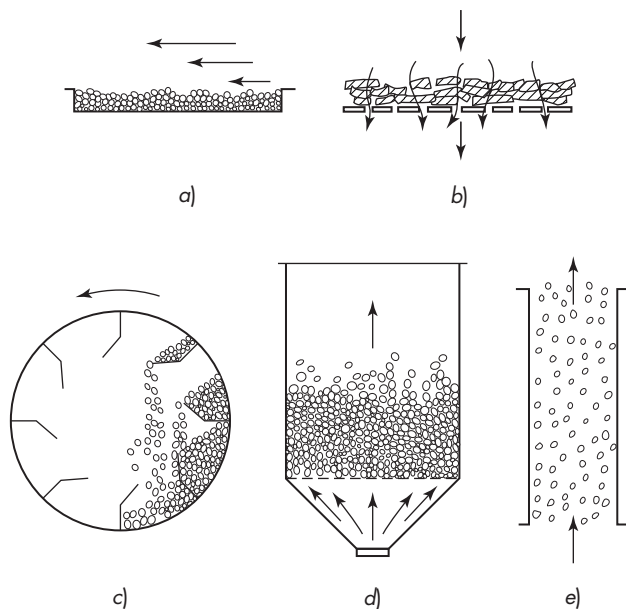
Tratamiento de sólidos en los secadores

La mayor parte de los secadores industriales operan con partículas de sólidos durante todo el ciclo de secado, o una parte de él aunque, por supuesto, algunos secan grandes piezas individuales, tales como vasijas de cerámica o láminas de un polímero. Las propiedades de partículas de sólidos se tratan en el capítulo 28. Por el momento sólo se describen los diferentes modelos de movimiento de partículas de sólidos a través de secadores, a fin de comprender los fundamentos del secado.

En los secadores adiabáticos los sólidos están expuestos al gas en algunas de las formas siguientes:

1. El gas circula sobre la superficie de un lecho o una lámina de sólidos, o bien sobre una o ambas caras de una lámina o película continua. Este proceso se llama *secado con circulación transversal* (véase figura 24.1a).
2. El gas circula a través de un lecho de sólidos granulares gruesos que están soportados sobre un tamiz. Este proceso recibe el nombre de *secado con circulación a través del sólido*. Como en el caso del secado con circulación transversal, la velocidad del gas se mantiene baja para evitar el arrastre de partículas sólidas (véase figura 24.1b).
3. Los sólidos descienden en forma de lluvia a través de una corriente gaseosa que se mueve lentamente, con frecuencia dando lugar a un arrastre no deseado de las partículas finas en el gas (véase figura 24.1c).
4. El gas pasa a través de los sólidos con una velocidad suficiente para fluidizar el lecho, tal como se ha estudiado en el capítulo 7. Inevitablemente se produce arrastre de las partículas más finas (véase figura 24.1d).
5. Los sólidos son totalmente arrastrados por una corriente gaseosa de alta velocidad y transportados de manera neumática desde un dispositivo de mezcla hasta un separador mecánico (véase figura 24.1e).

En los secadores no adiabáticos el único gas a separar es el agua o disolvente que se vaporiza, aunque en ocasiones se hace circular a través de la unidad una pequeña cantidad de “gas de barrido” (con frecuencia aire o nitrógeno). Los secadores no adiabáticos difieren principalmente en la forma en la que los sólidos se exponen a la superficie caliente o otra fuente de calor. Las modalidades son las siguientes:

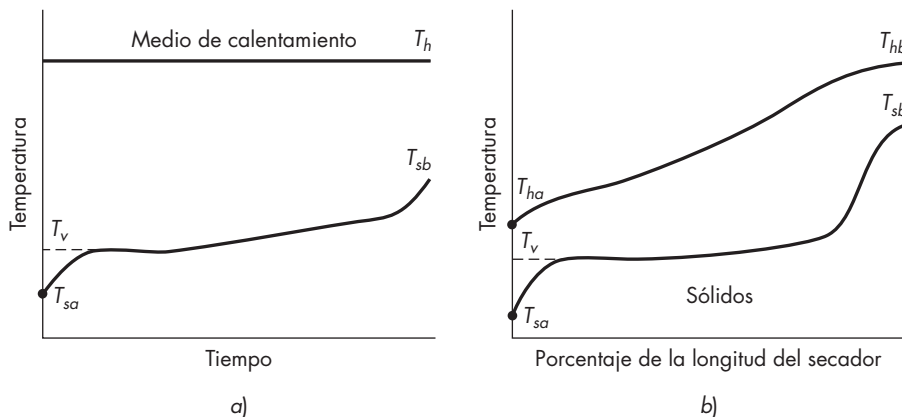
**FIGURA 24.1**

Modelos de interacción gas-sólido en los secadores: *a)* flujo de gas sobre un lecho estático de sólidos; *b)* flujo de gas a través de un lecho de sólidos preformados; *c)* acción de lluvia en un secador rotatorio; *d)* lecho fluidizado de sólidos; *e)* flujo en paralelo gas-sólido en un secador súbito de transporte neumático.

1. Los sólidos se esparcen sobre una superficie horizontal estacionaria o que se desplaza lentamente y se “cuecen” hasta que se secan. La superficie se calienta eléctricamente o mediante un fluido de transferencia de calor, como vapor de agua o agua caliente. De manera alterna, el calor puede aplicarse por medio de un calentador radiante situado encima del sólido.
2. Los sólidos se mueven sobre una superficie caliente, por lo general cilíndrica, por medio de un agitador o un transportador de tornillo o de palas.
3. Los sólidos se deslizan por gravedad sobre una superficie inclinada caliente o bien son transportados en sentido ascendente por la superficie durante un tiempo y deslizándose posteriormente hasta una nueva localización. (Véase “Secadores rotatorios”, p. 856.)

FUNDAMENTOS DEL SECADO

Debido a la gran variedad de materiales que se secan en equipos comerciales y a los muchos tipos de equipos que se utilizan, no existe una sola teoría de secado que comprenda todos los materiales y tipos de secadores. Las variaciones posibles en forma y tamaño de los materiales, de los equilibrios de humedad, de los mecanismos del flujo de humedad a

**FIGURA 24.2**

Modelos de temperatura en secadores: *a)* secador discontinuo; *b)* secador adiabático continuo en contracorriente.

través del sólido, así como en el método de transferencia de calor que se requiere para la vaporización, impiden que exista un tratamiento unificado. Los fundamentos generales que se utilizan en forma semicuantitativa se consideran confiables. Los usuarios rara vez diseñan los secadores, más bien se adquieren a compañías especializadas en la ingeniería y fabricación de este tipo de equipos.

Modelos de temperatura en secadores

La forma en que la temperatura varía en los secadores depende de la naturaleza y contenido de líquido del material de alimentación, de la temperatura del medio de calentamiento, del tiempo de secado y de la temperatura final que toleran los sólidos secos. Sin embargo, el modelo de variación es similar para todos los secadores. En la figura 24.2 se presentan algunos modelos típicos.

En un secador discontinuo con un medio de calentamiento a temperatura constante (véase figura 24.2*a*) la temperatura de los sólidos húmedos aumenta muy rápido desde su valor inicial T_{sa} hasta la temperatura de vaporización T_v . En un secador no adiabático sin gas de barrido, T_v es prácticamente la temperatura de ebullición del líquido a la presión existente en el secador. Si se utiliza un gas de barrido, o el secador es adiabático, T_v es la temperatura de bulbo húmedo del gas, o un valor muy próximo a ella (dicha temperatura es la de saturación adiabática si el gas es aire y el líquido que se evapora es agua). El secado transcurre a T_v durante un periodo considerable, pero con frecuencia después de un corto tiempo, la temperatura de los sólidos húmedos aumenta de manera gradual como una zona de sólidos secos que se forma cerca de la superficie. La temperatura de vaporización depende de las resistencias de la transferencia de masa y calor en la zona seca, así como también de éstas en la capa límite externa. En las etapas finales del secado, la temperatura de los sólidos aumenta muy rápido hasta algún valor mayor de T_{sb} .

El tiempo de secado que se representa en la figura 24.2*a* varía en un intervalo comprendido desde unos pocos segundos hasta muchas horas. Los sólidos pueden estar a T_v

durante la mayor parte del ciclo de secado o durante una pequeña fracción del mismo. La temperatura del medio de calentamiento es con frecuencia constante, tal como se indica en la figura, o se programa para cambiarse durante la secuencia del secado.

En un secador continuo ideal, cada partícula o elemento del sólido pasa a través de un ciclo similar al que se muestra en la figura 24.2a, en su recorrido desde la entrada hasta la salida del secador. Cuando se opera en estado estacionario, la temperatura en cualquier punto del secador continuo es constante, pero varía a lo largo de la longitud del secador. La figura 24.2b ilustra un patrón de temperatura para un secador adiabático en contracorriente. La entrada de los sólidos y la salida del gas se encuentran a la izquierda; mientras que la entrada del gas y la salida de los sólidos están a la derecha. Los sólidos se calientan rápidamente desde T_{sa} hasta T_v . La temperatura de vaporización puede variar durante la secuencia del secado, aun cuando la temperatura de bulbo húmedo permanezca constante. Cerca de la entrada de gas, los sólidos pueden calentarse a temperaturas superiores a T_v en una longitud relativamente corta del secador, puesto que la energía necesaria para calentar los sólidos secos es pequeña comparada con la que se requiere para la vaporización. Para materiales sensibles al calor, el secador se diseña para mantener la T_{sb} cercana a la T_v . El gas caliente entra en el secador a la T_{hb} , por lo general con poca humedad. El perfil de temperatura del gas puede tener una forma compleja, debido a la variación de la fuerza impulsora de la temperatura y al cambio en el coeficiente global de transferencia de calor durante el proceso de secado.

Transferencia de calor en secadores

El secado de sólidos húmedos es por definición un proceso termodinámico. Aunque es a menudo complicado por difusión en el sólido o a través de un gas, es posible secar muchos materiales simplemente calentándolos por encima del punto de ebullición del líquido —quizás bastante por arriba, para liberar las últimas trazas del material adsorbido—. Los materiales húmedos, por ejemplo, se pueden secar por exposición a vapor altamente sobrecalentado. Aquí no hay limitantes a la difusión; el problema es simplemente de transferencia de calor. En la mayoría de los secados adiabáticos, en los que se encuentra presente aire o gas inerte, la temperatura superficial depende de las velocidades de transferencia de masa y de transferencia de calor y se pueden usar los principios vistos en los capítulos 10, 14 y 17 para los cálculos de secado. Sin embargo, muchos secadores se diseñan sólo sobre la base de consideraciones de transferencia de calor.

Cálculo de la carga térmica. El calor se debe aplicar a un secador para lograr lo siguiente:

1. Calentar la alimentación (sólidos y líquido) hasta la temperatura de evaporación.
2. Evaporar el líquido.
3. Calentar los sólidos hasta su temperatura final.
4. Calentar el vapor hasta su temperatura final.
5. Calentar el aire u otro gas agregado hasta su temperatura final.

Los puntos 1, 3, 4 y 5 son a menudo despreciables comparados con el 2. En general, la velocidad total de transferencia de calor se puede calcular de la manera siguiente. Si m_s es la masa de sólidos completamente secos que se desea obtener mediante secado por unidad de tiempo y X_a y X_b son los contenidos en masa inicial y final del líquido por

unidad de masa de sólido completamente seco, entonces la cantidad de calor transferido por unidad de masa de sólido q_T/m_s , es

$$\begin{aligned} \frac{q_T}{\dot{m}_s} = & c_{ps}(T_{sb} - T_{sa}) + X_a c_{pL}(T_v - T_{sa}) + (X_a - X_b)\lambda \\ & + X_b c_{pL}(T_{sb} - T_v) + (X_a - X_b)c_{pv}(T_{va} - T_v) \end{aligned} \quad (24.1)$$

donde

T_{sa} = temperatura de la alimentación

T_v = temperatura de vaporización

T_{sb} = temperatura final de los sólidos

T_{va} = temperatura final del vapor

λ = calor latente de vaporización

c_{ps} , c_{pL} , c_{pv} = calores específicos del sólido, líquido y vapor, respectivamente.

La ecuación (24.1) se basa en los calores específicos promedio para el intervalo de temperatura desde la entrada hasta la salida y en el calor de vaporización a una temperatura constante T_v . Sin embargo, si la vaporización ocurre sobre un intervalo de temperaturas, se aplica también la ecuación (24.1), debido a que el cambio de entalpía total es independiente de la trayectoria seguida desde el estado inicial hasta el final.

En un secador adiabático, el calor transferido a los sólidos, al líquido y al vapor, tal como se expresa en la ecuación (24.1), proviene del enfriamiento del gas; para un secador adiabático continuo el balance de calor conduce a

$$q_T = \dot{m}_g c_{sb}(T_{hb} - T_{ha}) \quad (24.2)$$

donde $\dot{m}_g$ = velocidad másica del gas seco

c_{sb} = calor húmedo del gas para la humedad de entrada

Coefficientes de transferencia de calor. En los cálculos de secadores, la ecuación básica de transferencia de calor, una forma de la ecuación (11.14), se aplica para cada sección del secador: la sección de precalentamiento, la sección donde ocurre la mayoría de la evaporación y la sección donde los sólidos se calientan hasta su temperatura final. De este modo

$$q_T = UA \overline{\Delta T} \quad (24.3)$$

donde U = coeficiente global

A = área de transferencia de calor

ΔT = diferencia media de temperatura (no necesariamente la media logarítmica).

En ocasiones se conocen A y $\overline{\Delta T}$, y la capacidad del secador se estima a partir de un valor de U calculado o medido. Para secadores de placas perforadas y de bandas en movimiento, A es el área de la superficie horizontal que transporta los sólidos húmedos. Para los secadores de tambor, A es el área de superficie activa del tambor y para los secadores de circulación a través del sólido se considera como el área de la superficie total de las

partículas. En algunos secadores, tales como los de transportadores de tornillos sinfín o rotatorios, es difícil determinar el área efectiva para la transferencia de materia y calor. Tales secadores se diseñan sobre la base de un coeficiente *volumétrico* de transferencia de calor U_a , donde a es el área de transferencia de calor por unidad de volumen del secador (que es desconocida). La ecuación aplicable es

$$q_T = Ua V \overline{\Delta T} \quad (24.4)$$

donde Ua = coeficiente volumétrico de transferencia de calor, Btu/ft³ · h · °F o W/m³ · °C
 V = volumen del secador, ft³ o m³

Para muchos secadores no se dispone de correlaciones generales de transferencia de calor y es preciso determinar de manera experimental los coeficientes. Los coeficientes empíricos con frecuencia se basan en definiciones más o menos arbitrarias de la transferencia de calor y de la diferencia media de temperatura. Ejemplos de correlaciones empíricas se presentan más adelante en este capítulo al tratar el tipo particular de secador al que se aplican.

Unidades de transferencia de calor

Algunos secadores adiabáticos, en especial los secadores rotatorios, se diseñan en función del número de unidades de transferencia de calor que contienen. Las unidades de transferencia de calor se estudiaron en el capítulo 15, p. 478. Para un intercambiador de dos fluidos, las unidades de transferencia de calor se basan por lo general en la corriente con la menor capacidad [véase ecuación (15.9)], pero en los secadores siempre se basan en la fase gaseosa. El número de unidades de transferencia en un secador viene dado por

$$N_t = \int_{T_{ha}}^{T_{hb}} \frac{dT_h}{T_h - T_s} \quad (24.5)$$

$$N_t = \frac{T_{hb} - T_{ha}}{\overline{\Delta T}} \quad (24.6)$$

Cuando el contenido inicial de líquido de los sólidos es elevado y la mayor parte del calor transferido se utiliza en la vaporización, $\overline{\Delta T}$ se considera como la diferencia media logarítmica entre las temperaturas de bulbo seco y húmedo. Por lo tanto,

$$\overline{\Delta T} = \overline{\Delta T}_L = \frac{T_{hb} - T_{wb} - (T_{ha} - T_{wa})}{\ln[(T_{hb} - T_{wb}) / (T_{ha} - T_{wa})]} \quad (24.7)$$

Para el sistema aire-agua $T_{wb} = T_{wa}$ y la ecuación (24.6) se transforma en

$$N_t = \ln \frac{T_{hb} - T_{wb}}{T_{ha} - T_{wb}} \quad (24.8)$$

En la ecuación (24.8) se supone que $T_v = T_{wb}$, lo cual puede ser válido o no. Sin embargo, para fines de cálculo, con frecuencia se hace esta suposición, debido a que T_v por lo general se desconoce.

La longitud de una unidad de transferencia y el número de unidades de transferencia apropiadas para un buen diseño se considera más adelante en la sección “Equipo de secado”.

Equilibrio entre fases

Los datos de equilibrio para sólidos húmedos por lo general se expresan mediante relaciones entre la humedad relativa del gas y el contenido de líquido del sólido, en masa de líquido por unidad de masa de sólido completamente seco.[†] En la figura 24.3 se presentan ejemplos de relaciones de equilibrio. Las curvas de este tipo son casi independientes de la temperatura. Las abscisas de tales curvas pueden convertirse con facilidad en humedades absolutas, es decir, en masa de vapor por unidad de masa de gas seco.

El resto del tratamiento de esta sección está basado en el sistema aire-agua, pero es preciso recordar que los principios fundamentales son igualmente aplicables a otros gases y líquidos.

Cuando un sólido húmedo se pone en contacto con aire de una humedad inferior a la correspondiente al contenido de humedad del sólido, dada por la curva de equilibrio-humedad, el sólido tiende a perder humedad y secarse hasta alcanzar el equilibrio con el aire. Cuando el aire es más húmedo que el sólido en equilibrio con él, el sólido absorbe humedad del aire hasta que se alcanza el equilibrio.

Los sólidos porosos, como los catalizadores o los adsorbentes a menudo tienen un contenido apreciable de humedad en equilibrio a una moderada humedad relativa. El agua líquida en capilares finos ejerce una presión de vapor anormalmente baja, debido a la superficie altamente cóncava de los meniscos. Los adsorbentes como sílica o alúmina tienen monocapas de agua fuertemente adsorbida en superficie y esta agua tiene una presión de vapor mucho más baja que el agua líquida. Los lechos de partículas no porosas como la arena, tienen un contenido de humedad en equilibrio despreciable en aire húmedo a menos que las partículas sean tan pequeñas que las secciones de líquido que tocan las partículas tengan un radio de curvatura muy pequeño.

En fases fluidas la difusión está regida por las diferencias de concentración expresadas en fracciones mol. Sin embargo, en un sólido húmedo el término *fracción mol* tiene poco significado, y para los cálculos de secado, el contenido de humedad casi siempre se expresa en masa de agua por unidad de masa de sólido totalmente seco. Esta práctica es la que se sigue a lo largo de este capítulo.

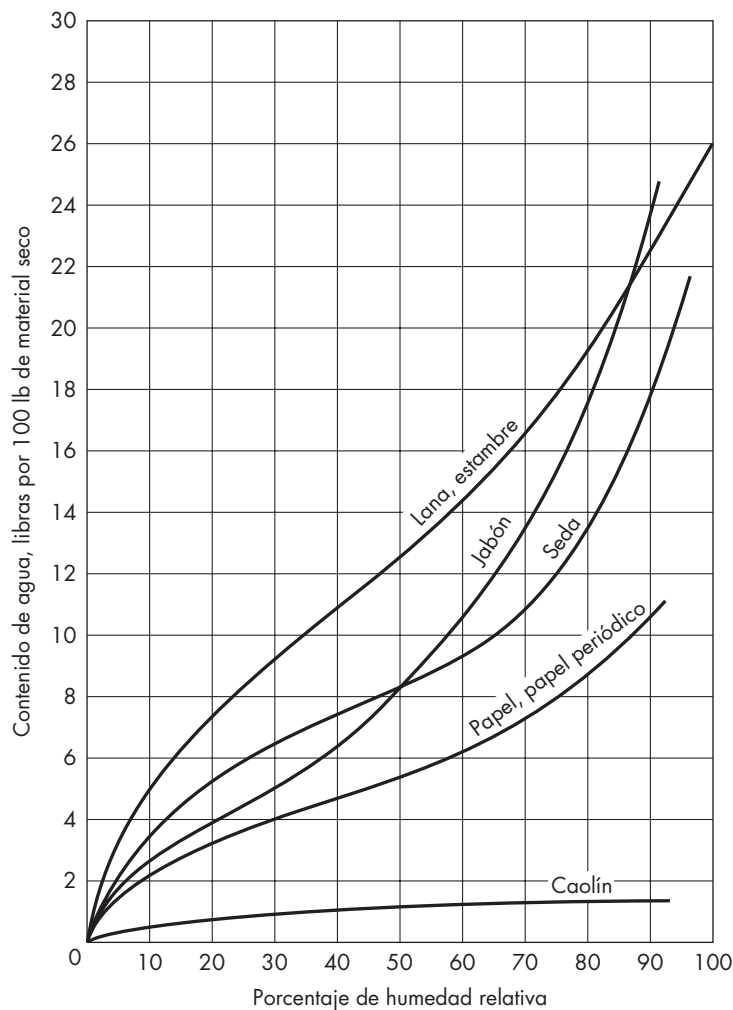
Humedad de equilibrio y humedad libre

El aire que entra en un secador no suele estar completamente seco, sino que contiene algo de humedad y posee una humedad relativa definida. Para un aire de humedad definida, el contenido de humedad del sólido que sale del secador no puede ser inferior al contenido de humedad de equilibrio correspondiente a la humedad del aire que entra. La porción de agua del sólido húmedo que no puede ser removida por el aire que entra, debido a la humedad de éste, recibe el nombre de *humedad de equilibrio*.

El agua libre es la diferencia entre el contenido total de agua del sólido y el contenido de agua en el equilibrio. Por lo tanto, si X_T es el contenido total de humedad y X^* es el contenido de humedad en el equilibrio, la humedad libre X viene dada por

$$X = X_T - X^*$$

[†] Se dice que el contenido de líquido expresado en esta forma está sobre *base seca*; puede exceder, y con frecuencia ocurre, a 100%.

**FIGURA 24.3**

Curvas de equilibrio-humedad a 25 °C.

En los cálculos de secado es más interesante X que X_r .

Algunos autores utilizan el término *agua ligada* para citar el contenido de humedad menor que el contenido de humedad de equilibrio de un sólido a 100% de humedad relativa y *agua no ligada* para el contenido de humedad mayor que este valor.

SECADO CON CIRCULACIÓN TRANSVERSAL

Cuando intervienen transferencia de materia y de calor, el mecanismo del secado depende de la naturaleza de los sólidos y del método de contacto entre los sólidos y el gas. Existen tres tipos de sólidos: cristalinos, porosos y no porosos. Las partículas cristalinas no contienen líquido interior y el secado tiene lugar sólo en la superficie del sólido. Un

lecho de tales partículas se considera, por supuesto, como un sólido altamente poroso. Los sólidos en verdad porosos, tales como gránulos de catalizadores, contienen líquido en el interior de los poros. Los sólidos no porosos comprenden geles coloidales, tales como jabón, pegamento y arcilla plástica; sólidos celulares densos, como madera y cuero; y muchos otros materiales poliméricos.

La transferencia de materia entre la superficie sólida y el gas está regida por las relaciones que se describieron en el capítulo 17. Sin embargo, la velocidad de secado de sólidos que contienen líquido interno depende de la forma en la que se mueve el líquido y la distancia que tiene que recorrer hasta alcanzar la superficie. Esto es en especial importante en el secado de circulación transversal de láminas o lechos de sólidos. El secado por este método es lento y en general se realiza por cargas, y ha sido desplazado por otros métodos más rápidos en la mayor parte de las operaciones de secado a gran escala; sin embargo, sigue siendo importante en la fabricación de productos farmacéuticos y de química fina, especialmente cuando las condiciones de secado deben controlarse con cuidado.

Condiciones constantes de secado. Considere un lecho de sólidos húmedos, quizá de 50 a 75 mm (2 a 3 in) de profundidad, sobre el cual circula aire. Suponga que la temperatura, la humedad, la velocidad y la dirección del flujo de aire a través de la superficie de secado son constantes. Esto se denomina *condiciones constantes de secado*. Observe que sólo las condiciones de la corriente de aire son constantes, pues el contenido de humedad y otros factores del sólido están cambiando con el tiempo y la posición en el lecho.

Velocidades de secado

A medida que transcurre el tiempo, el contenido de humedad X_T disminuye en general como se representa en la gráfica A de la figura 24.4. Después de un corto periodo durante el cual se calienta el material alimentado hasta la temperatura de vaporización, la representación gráfica se hace lineal, después se curva hacia el eje de las abscisas y al final se hace horizontal. La velocidad de secado, que es derivada de la curva A, se representa por la gráfica B; para un periodo considerable, la velocidad es constante o disminuye

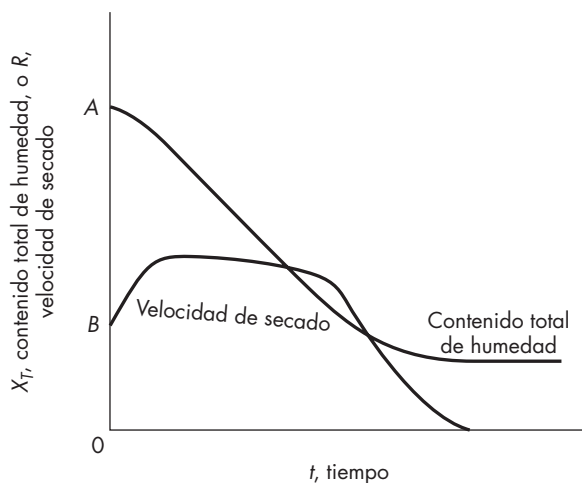


FIGURA 24.4

Gráficas típicas del contenido total de humedad y de la velocidad de secado contra el tiempo de secado.

ligeramente. Este tiempo a menudo se conoce como *periodo de velocidad constante*, aun cuando la velocidad de secado disminuya algo. Después viene el *periodo de velocidad decreciente*, en el que la velocidad de secado tal vez disminuya de modo lineal con el tiempo o genere gráficas que son cóncavas hacia arriba o hacia abajo, dependiendo de la naturaleza del sólido y el mecanismo del flujo de la humedad interna. En ocasiones, como se observa en la figura 24.6 para el secado de platos de cerámica porosos, existen dos periodos de velocidad decreciente.

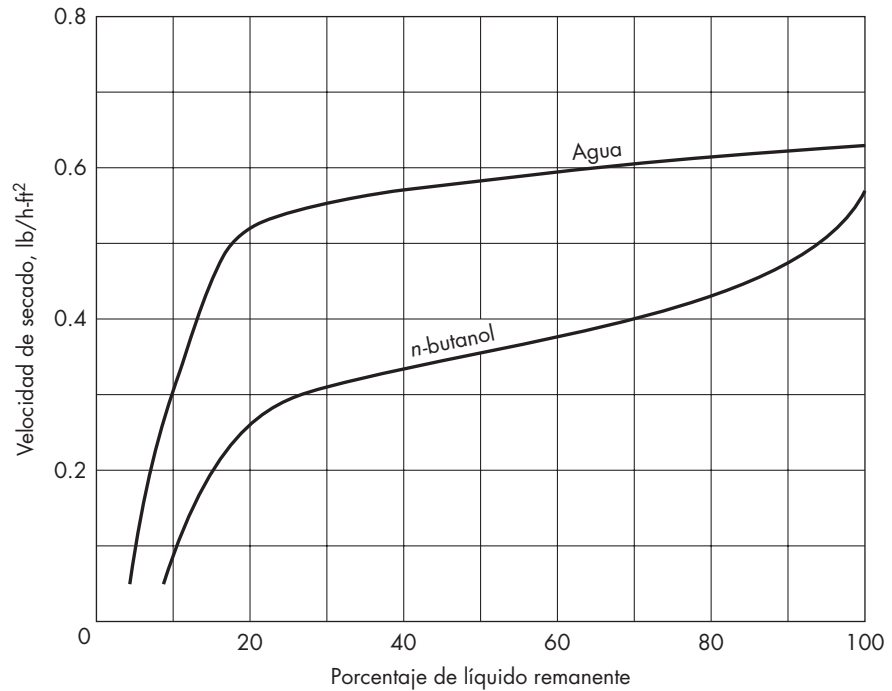
También es posible un periodo de velocidad de secado casi constante en una placa porosa con un amplio rango de tamaños de poros, pues la acción de la capilaridad puede hacer que los poros se mantengan llenos de líquido mientras que la interfase gas-líquido en los poros se conserva por debajo de la superficie. La velocidad de secado depende entonces de la presión de vapor del líquido en los pequeños poros, la fracción de la superficie que está mojada y la velocidad de difusión lateral de las áreas húmedas hacia el área seca en relación con la velocidad de transferencia de masa en la capa límite del gas.

Otro ejemplo de un periodo prolongado de velocidad de secado casi constante es el secado de sólidos granulares embebidos en agua y esparcidos en una capa fina sobre una bandeja. Si los sólidos son bastante uniformes en tamaño, como en un lecho de cuentas de vidrio o arena tamizada sobre una bandeja, el nivel de agua en los poros del lecho debe retirarse en la medida que ocurre el secado, pero los estudios^{8,15} han encontrado una tasa casi constante hasta que se extrae cerca de 80% del agua (véase figura 24.5). La difusión superficial del agua adsorbida (véase pág. 852) o el flujo ascendente de agua en una capa superficial muy delgada es el mecanismo probable del transporte de este líquido, pero aún no se ha presentado una explicación para este fenómeno.

En un periodo de velocidad real constante, la temperatura de superficie es la misma que la del bulbo húmedo, siempre que no haya retransferencia de calor por radiación o por conducción a través del sólido. Sin embargo, en un secador de charolas en la práctica es probable que el material que está en una bandeja reciba una radiación significativa de la bandeja que está por encima y conducción desde la bandeja de abajo, haciendo que la temperatura inicial de evaporación sea mayor que T_{wb} e incrementando la velocidad de secado, debido al aumento de la fuerza motriz para la difusión de vapor. Sin embargo, como es difícil determinar T_v , los coeficientes de transferencia de calor para los secadores generalmente se calculan usando $T_h - T_{wb}$ como la fuerza motriz.

La figura 24.5 muestra datos experimentales para lechos de secado de cuentas de vidrio en un pequeño túnel de secado, con agua o *n*-butanol como el líquido a evaporar. La velocidad de secado se grafica contra el contenido de agua, definida como el porcentaje de volumen vacío en el lecho sólido que se llena con líquido. La curva para el agua muestra una velocidad de secado levemente decreciente en la medida en que el contenido de humedad decae hasta cerca de 20% de su valor inicial (4 kg/100 kg de sólido seco), posteriormente se lleva acabo una rápida caída de la velocidad de secado. Para el *n*-butanol, la abrupta caída inicial de la velocidad de secado es seguida por una declinación más gradual pero aún significativa, con un cambio hacia una rapidez de descenso más pronunciada cuando se tiene un contenido de butanol de alrededor de 25% del valor inicial.

Otros alcoholes y líquidos aromáticos dieron resultados similares a los del butanol, con una caída inicial de la velocidad de secado y un largo periodo en que la velocidad desciende linealmente antes del periodo en que ésta cae rápidamente.^{8,11} Aunque la velo-

**FIGURA 24.5**

Velocidad de secado en lechos de perlas de vidrio, de 88 a 105 μm de diámetro, para agua y *n*-butanol. (Según Morgan y Yerazunis.⁸)

cidad de secado no es constante, la sección media de estas curvas a menudo se denomina periodo de tasa constante.

Durante el periodo de velocidad real, donde la temperatura de la superficie de contacto T_i se considera igual a la temperatura de bulbo húmedo T_{wb} , la velocidad de secado por unidad de área R_c se estima con bastante precisión a partir de las correlaciones desarrolladas para evaporación desde la superficie libre de un líquido. Los cálculos se basan en la transferencia de masa [ecuación (24.9)] o en la transferencia de calor [ecuación (24.10)], como se indica a continuación:

$$\dot{m}_v = \frac{M_v k_y (y_i - y)}{(1 - y)_L} \quad (24.9)$$

$$\dot{m}_v = \frac{h_y (T - T_i) A}{\lambda_i} \quad (24.10)$$

donde $\dot{m}_v$ = velocidad de evaporación

A = área de secado

h_y = coeficiente de transferencia de calor

- k_y = coeficiente de transferencia de masa
 M_v = peso molecular del vapor
 T = temperatura del gas
 T_i = temperatura de la superficie de contacto
 y = fracción molar del vapor en el gas
 y_i = fracción molar del vapor en la superficie de contacto
 λ_i = calor latente de vaporización a la temperatura T_i

Para estimar el coeficiente para un gas en flujo turbulento paralelo a la superficie de un sólido, como en un secador de bandeja, se recomienda la siguiente ecuación⁹

$$Nu = \frac{h_y D_e}{k} = 0.037 Re^{0.8} Pr^{0.33} \quad (24.11)$$

La ecuación (24.11) da coeficientes 60% mayores que la ecuación de Dittus-Boelter [ecuación (12.32)] para transferencia de calor en tubos largos. La diferencia se podría deber a la superficie más rugosa del lecho de sólidos, pero el principal factor probablemente sea el coeficiente alto cerca de la entrada donde se está desarrollando la capa límite térmica. Para tubos cortos, el efecto de entrada es función de L/D y para flujos turbulentos la relación de los coeficientes está dada por la ecuación (12.36):

$$\frac{h_i}{h_\infty} = 1 + \left(\frac{D}{L}\right)^{0.7} \quad (12.36)$$

En un intercambiador de calor típico, L/D 50 y se puede ignorar el efecto de entrada. En un secador de bandejas, L/D_e puede ser de sólo 2 a 4 y h_i/h_∞ sería entonces de 1.6 a 1.4. En algunos estudios de secado, en laboratorios, L/D fue de sólo 0.6 a 1.0 y se reportaron coeficientes de 2 a 3 veces los determinados con la ecuación de Dittus-Boelter.

Las ediciones previas de este libro incluían una ecuación dimensional de ediciones anteriores de *Perry's Chemical Engineers' Handbook*,

$$h_y = 8.8G^{0.8} / D^{0.2}$$

Para cálculos de diseño aproximados, ahora recomendamos la ecuación (24.11) o la ecuación (12.32) combinadas con la ecuación (12.36). Para desarrollar una correlación más confiable, se necesitan más datos sobre secadores de escala industrial.

Cuando el flujo es perpendicular a la superficie, a velocidades del aire de entre 0.9 y 4.5 m/s, la ecuación es¹⁸

$$H_y = 24.2G^{0.37}$$

En unidades fps, con h en Btu/ft²·°F y G en lb/ft²·h, el coeficiente en la ecuación (24.12) es 0.37.

La velocidad de secado constante R_c es simplemente

$$R_c = \frac{\dot{m}_v}{A} = \frac{h_y(T - T_i)}{\lambda_i} \quad (24.13)$$

Contenido crítico de humedad

El punto en el cual termina el periodo de velocidad constante (aunque la velocidad de secado sea o no en verdad constante) se llama *contenido de humedad crítico*. A veces es claramente identificable, tal como se indica con el punto *B* en la figura 24.6; con más frecuencia esto es aproximado. En la figura 24.5 es de aproximadamente 25% (del volumen [vacío] del poro en los sólidos) para agua y *n*-butanol. Esto representa el contenido de humedad debajo del cual el líquido insuficiente puede ser transferido desde el interior del sólido para mantener una película continua o muy cerca a continua en la superficie.

Si el contenido inicial de humedad del sólido es inferior al punto crítico, no existe el periodo de velocidad constante.

EJEMPLO 24.1 Una torta de filtración de 24 in. (610 mm) de lado y 2 in. (51 mm) de espesor, soportada en un tamiz se seca por ambos lados con aire a la temperatura de bulbo húmedo de 80 °F (26.7 °C) y una temperatura de bulbo seco de 160 °F (71.1 °C). El aire fluye paralelo a las caras de la torta con una velocidad de 8 ft/s (2.44 m/s). La densidad seca de la torta es 120 lb/ft³ (1 922 kg/m³). El contenido de humedad de equilibrio es despreciable. Bajo estas condiciones de secado, la humedad crítica, sobre una base seca, es de 9%. *a)* ¿Cuál es la velocidad de secado, durante el periodo de velocidad constante? *b)* ¿Cuánto tiempo se necesitará para secar este material desde un contenido inicial de humedad de 20% (base seca) hasta un contenido final de humedad de 10%? El diámetro equivalente D_e es igual a 6 in. (153 mm). Suponga que la transferencia de calor por radiación o por conducción es despreciable.

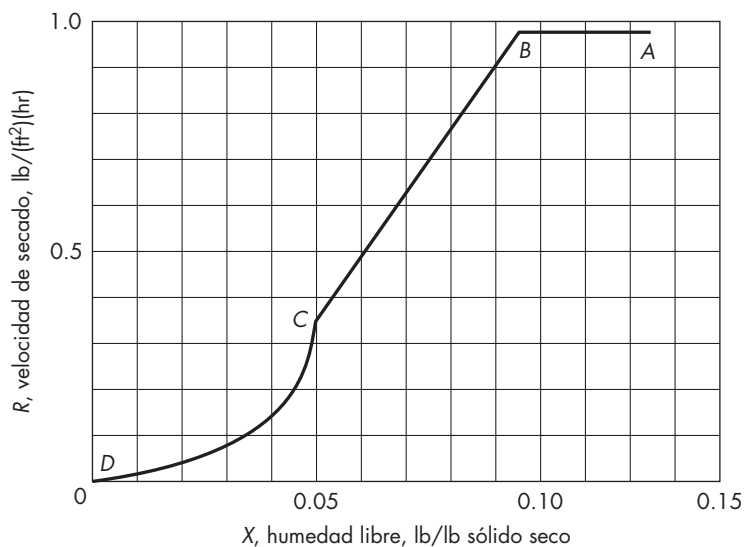


FIGURA 24.6

Curva de la velocidad de secado para un plato de cerámica porosa. (Según Sherwood y Comings.¹⁵)

Solución La temperatura de interfase T_i es la temperatura de bulbo húmedo del aire, 80 °F. Entonces, λ_i es, por el apéndice 7, 1049 Btu/lb.

a) El coeficiente h_y se obtiene con la ecuación (24.11). Para el aire a 160 °F y 1 atm, despreciando el vapor de agua,

$$\rho = \frac{29}{369} \times \frac{492}{620} = 0.0641 \text{ lb/ft}^3$$

$$G = 8 \times 3600 \times 0.0641 = 1846 \text{ lb/h} \cdot \text{ft}^2$$

$$\mu = 0.0205 \text{ cP} \quad (\text{App. 8})$$

$$\text{Re} = \frac{0.5 \times 1846}{0.0205 \times 2.42} = 1.86 \times 10^4$$

$$\text{Pr} = 0.69$$

$$k = 0.0171 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F} \quad (\text{App. 12})$$

$$\text{Nu} = 0.037(1.86 \times 10^4)^{0.8}(0.69)^{0.33} = 85.2$$

$$h_y = \frac{85.2 \times 0.017}{0.5} = 2.90 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}$$

Sustituyendo en la ecuación (24.13), se obtiene

$$R_c = \frac{2.9(160 - 80)}{1049} = 0.221 \text{ lb/h} \cdot \text{ft}^2$$

b) Dado que el secado se produce por ambas caras, el área A es $2 \times (24/12)^2 = 8 \text{ ft}^2$. La velocidad de secado m_v es, por lo tanto:

$$\dot{m}_v = 0.221 \times 8 = 1.77 \text{ lb/h}$$

El volumen de la torta es $(24/12)^2 \times \frac{2}{12} = 0.667 \text{ ft}^3$, y la masa de sólidos completamente secos es $120 \times 0.667 = 80 \text{ lb}$. La cantidad de humedad que va a evaporarse es $80(0.20 - 0.10) = 8 \text{ lb}$. El tiempo de secado t_r es, por lo tanto, $8/1.77 = 4.52 \text{ h}$.

Secado en el periodo de velocidad decreciente

Los métodos para estimar las velocidades de secado en el periodo de velocidad decreciente dependen de si el sólido es poroso o no. En un lecho de partículas no porosas, cuando ya no hay más humedad en la superficie, tiene lugar una posterior evaporación por debajo de la superficie a una rapidez que depende de las resistencias de las transferencias de masa y de calor en el sólido parcialmente seco.

Sólidos no porosos. La distribución de la humedad en un sólido no poroso típico es cualitativamente consistente por lo que se deriva de suponer que la humedad fluye por difusión a través de los sólidos, en concordancia con la ecuación (17.49). Esto difiere algo a partir de la distribución teórica, sobre todo porque la difusividad varía de manera considerable con el contenido de humedad y es en especial sensible al encogimiento.

La ecuación (17.49) ha sido muy utilizada como base para los cálculos de la velocidad de secado de sólidos no porosos.^{10,16} En los materiales que secan de esta forma se dice que el secado se realiza por difusión, aunque es probable que el mecanismo real sea considerablemente más complicado que el de difusión simple.

La difusión es característica de los materiales que secan lentamente. La resistencia a la transferencia de masa de vapor de agua desde la superficie del sólido hasta el aire es en general despreciable, y la difusión en el sólido controla la velocidad global de secado. Por lo tanto, el contenido de humedad en la superficie es muy próximo al valor de equilibrio. La velocidad del aire tiene poco o ningún efecto, mientras que su humedad influye sobre el proceso sobre todo al determinar el contenido de la humedad en el equilibrio. Puesto que la difusividad se incrementa con la temperatura, la velocidad de secado aumenta con la temperatura del sólido.

Sólidos porosos. En un material poroso, la difusión de la humedad interna hacia la superficie del lecho o hacia la superficie de las partículas puede limitar la tasa de secado. La humedad fluye a través de los poros de los sólidos por capilaridad^{1,2,4} y hasta cierto punto por difusión superficial. En la figura 24.6, se muestra la curva de la velocidad de secado para un plato de cerámica poroso. Ésta muestra un nítido quiebre en la curva de velocidad descendente para un contenido de humedad de 0.05 lb/lb de sólido seco (punto C). Esto se ha denominado *segundo punto crítico*. Sin embargo, el tipo de comportamiento mostrado en esta figura no es común, pues la velocidad constante rara vez es verdaderamente constante y aunque puede haber cierto cambio en la velocidad descendente a bajos contenidos de humedad, la transición no es lo suficientemente clara como para indicar un segundo contenido de humedad crítico.

Cálculo del tiempo de secado para condiciones de secado constantes

Para el secado en condiciones constantes, el tiempo de secado se determina a partir de la curva de la velocidad de secado cuando se dispone de la misma. Con frecuencia esta curva se obtiene en un experimento de secado con el material en cuestión, y esto conduce directamente al tiempo de secado. Las curvas de velocidad de secado para un conjunto de condiciones con frecuencia se modifican para otras condiciones y, por lo tanto, resulta útil calcular el tiempo de secado a partir de la curva de velocidad de secado. Por definición:

$$R = -\frac{dm_v}{A dt} = -\frac{m_s}{A} \frac{dX}{dt} \quad (24.14)$$

Al integrar la ecuación (24.14) entre X_1 y X_2 , los contenidos inicial y final de humedad libre, respectivamente, resulta,

$$t_T = \frac{m_s}{A} \int_{X_2}^{X_1} \frac{dX}{R} \quad (24.15)$$

donde t_T es el tiempo total de secado. La ecuación (24.15) se puede integrar numéricamente a partir de la curva de velocidad de secado, o bien de forma analítica si se dispone de ecuaciones de R en función de X .

Para el periodo de velocidad constante $R = R_c$ y el tiempo de secado es simplemente

$$t_c = \frac{m_s(X_1 - X_2)}{AR_c} \quad (24.16)$$

En el periodo de velocidad descendente, la curva de velocidad de secado puede ser convexa hacia arriba, lo que significa que la velocidad de secado cae menos rápidamente que el contenido de humedad del sólido. Como aproximación, se puede asumir que la velocidad de secado es proporcional al contenido de humedad. Entonces,

$$R = aX \quad (24.17)$$

De la ecuación (24.14)

$$aX = \frac{-m_s dX}{A dt} \quad (24.18)$$

Integrando entre X_c y X_2 , los contenidos de humedad libre crítico y final se obtiene

$$\ln \left(\frac{X_c}{X_2} \right) = \frac{aA}{m_s} (t_T - t_c) \quad (24.19)$$

Dado que $a = R_c / X_c$,

$$(t_T - t_c) = \frac{m_s X_c}{AR_c} \ln \left(\frac{X_c}{X_2} \right) \quad (24.20)$$

$$t_T = \frac{m_s}{AR_c} \left(X_1 - X_c + X_c \ln \frac{X_c}{X_2} \right) \quad (24.21)$$

Se puede usar la ecuación (24.21) para estimar el tiempo de secado bajo condiciones diferentes. Si la curva de secado muestra una pronunciada caída en la velocidad durante el periodo descendente, la ecuación (24.21) no es aplicable y los efectos de los parámetros de secado cambiantes no se pueden predecir fácilmente.

SECADO CON CIRCULACIÓN A TRAVÉS DEL SÓLIDO

Si las partículas del sólido húmedo tienen suficiente tamaño, el gas puede pasar a través del lecho en vez de sobre él, dando lugar, por lo general, a un importante aumento de la velocidad de secado. Aun cuando las partículas individuales sean demasiado pequeñas para permitir esta situación, en muchos casos el material se puede “acondicionar” en una forma adecuada para efectuar el secado con circulación a través del sólido. Por ejemplo, una torta de filtración se puede granular o extruir en forma de “biscuits” o de cilindros de tipo spaghetti, de aproximadamente 6 mm de diámetro y varios centímetros de longitud. El material acondicionado por lo general mantiene la forma durante el secado y forma un lecho permeable de porosidad bastante elevada.

La velocidades de transferencia de masa y de calor hacia las superficies de las partículas en un lecho de sólidos se calculan a partir de la ecuación (17.78), tal como se ilustra en el ejemplo 24.2. Sin embargo, los resultados de tales cálculos se utilizan sólo para estimaciones preliminares, de forma que siempre es aconsejable, y con frecuencia necesario, realizar ensayos experimentales con el material real que se va a secar.

EJEMPLO 24.2 La torta de filtración del ejemplo 24.1 se extrusiona a través de un tamiz para formar cilindros de $\frac{1}{4}$ in. de diámetro y 3 in. de longitud. La carga de sólidos es 8 lb de sólidos secos por pie cuadrado de superficie del tamiz. La porosidad del empaque es de 45%.

A través del lecho se pasa aire, con una temperatura de bulbo seco de 160 °F y una temperatura de bulbo húmedo de 80 °F, con una velocidad superficial de 4 ft/s. (La velocidad del aire es menor que la del ejemplo 24.1 para minimizar la caída de presión y evitar el empolvamiento del material de secado.) El contenido de la humedad crítica de los sólidos, como antes, es de 9%. ¿Cuánto tiempo se necesitará para secar los sólidos desde 20 a 10% de humedad?

Solución Puesto que el contenido de humedad crítica es inferior a 10%, todo el secado tiene lugar en el periodo de velocidad constante y que la temperatura de vaporización, como antes, es 80 °F y λ es 1 049 Btu/lb. Por lo tanto, por pie cuadrado de la superficie del tamiz, la masa de agua a evaporar es $8(0.20 - 0.10) = 0.8$ lb, y la cantidad de calor Q_T que hay que transferir es $0.8 \times 1\,049 = 839$ Btu.

La masa de sólidos secos en un cilindro es:

$$m_p = \frac{\pi \times \left(\frac{1}{4}\right)^2}{4 \times 144} \times \frac{3}{12} \times 120 = 0.0102 \text{ lb}$$

Despreciando los extremos de las piezas, el área de la superficie de un cilindro es

$$A_p = \frac{\pi \times \frac{1}{4}}{12} \times \frac{3}{12} = 0.0164 \text{ ft}^2$$

El área total expuesta por 8 lb de sólidos es

$$A = \frac{8}{0.0102} \times 0.0164 = 12.9 \text{ ft}^2$$

El coeficiente de transferencia de calor se obtiene a partir de la forma equivalente de la ecuación (17.78):

$$\frac{hD}{k} = 1.17 \text{ Re}^{0.585} \text{ Pr}^{1/3}$$

Para aire a 1 atm y 160°F, las propiedades son

$$\rho = \frac{29}{359} \times \frac{492}{620} = 0.0641 \text{ lb/ft}^3 \quad \mu = 0.020 \text{ cP} \quad (\text{apéndice 8})$$

$$k = 0.0171 \text{ Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F} \quad (\text{apéndice 12}) \quad c_p = 0.25 \text{ Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F} \quad (\text{apéndice 14})$$

El número de Reynolds, basado en el diámetro de las partículas, es

$$\begin{aligned} \text{Re} &= \frac{D_p G}{\mu} = \frac{D_p \bar{V} \rho}{\mu} \\ &= \frac{\frac{1}{48} \times 4 \times 0.0641}{0.020 \times 6.72 \times 10^{-4}} = 397 \end{aligned}$$

El número de Prandtl es

$$\text{Pr} = \frac{0.25 \times 0.020 \times 2.42}{0.0171} = 0.71$$

A partir de la ecuación (17.78),

$$\begin{aligned} h &= \frac{0.0171 \times 1.17 \times 397^{0.585} \times 0.71^{1/3}}{\frac{1}{48}} \\ &= 28.4 \text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F} \end{aligned}$$

El calor transferido desde el gas hasta una pequeña sección del lecho es

$$\dot{m}_g c_s dT_h = h dA (T_h - T_w)$$

la que se integra para obtener

$$\ln \frac{T_{hb} - T_w}{T_{ha} - T_w} = \frac{hA}{\dot{m}_g c_s}$$

Por pie cuadrado de la superficie del tamiz, la velocidad de flujo de masa del aire es

$$\dot{m}_g = 4 \times 3\,600 \times 0.0641 = 923 \text{ lb/h}$$

A partir de la figura 19.2, $c_s = 0.245$. Por lo tanto,

$$\ln \frac{T_{hb} - T_w}{T_{ha} - T_w} = \frac{28.4 \times 12.9}{923 \times 0.245} = 1.62$$

Puesto que $T_{hb} - T_w = 160 - 80 = 80^\circ\text{F}$,

$$\begin{aligned} T_{ha} - T_w &= 15.83^\circ\text{F} \\ \overline{\Delta T_L} &= \frac{80 - 15.83}{\ln(80/15.83)} = 39.6^\circ\text{F} \end{aligned}$$

Si q_T es la velocidad de transferencia de calor y t_T es el tiempo de secado, 3.5

$$\begin{aligned} q_T &= \frac{Q_T}{t_T} = hA \overline{\Delta T_L} \\ &= 28.4 \times 12.9 \times 39.6 \\ &= 14\,500 \text{ Btu/h} \end{aligned}$$

Puesto que $Q_T = 839 \text{ Btu}$,

$$t_T = \frac{879}{14\,500} = 0.058 \text{ h, o } 3.5 \text{ min}$$

Observe que el contenido de humedad final de 10% en el ejemplo 24.2 es el valor promedio para todos los sólidos. La capa superior, expuesta al aire más caliente, será secada a 10% de humedad en alrededor de 1.7 minutos, así que al final de 3.5 minutos de tiempo de secado, La capa superior estará más seca que el promedio y la capa inferior será algo más húmeda. Observe también que el tiempo de secado en el ejemplo 24.2 es menor que 1.3% del tiempo requerido con el secado con circulación transversal (ejemplo 24.1). Aunque la carga de sólidos en el ejemplo 24.2 es sólo 40% que la del ejemplo 24.1, la cantidad de sólidos secados por unidad de tiempo con el secado de circulación a través de sólidos es más de 20 veces tan grande como el secado con circulación transversal. Es verdad que esto es para secado constante, pero las velocidades de secado en el periodo de velocidad decreciente también aumentan, principalmente a causa de la reducción en la distancia de difusión.

Secado de partículas suspendidas

La velocidad de transferencia de calor de un gas a una sola partícula se estima a partir de la ecuación (12.64), que provee la diferencia de velocidad entre la partícula o el gas que se conoce. Las velocidades de transferencia de masa desde la superficie de una partícula

sólida o una gota de líquido se encuentran a partir de la ecuación (17.71) o de la figura 17.7. Con frecuencia, como ocurre en una torre de secado o un secador rotatorio, sólo una parte del secado se realiza mientras que las partículas descienden a través del gas y, por lo tanto, tales secadores se diseñan utilizando ecuaciones empíricas (véase “Secadores rotatorios”, p. 856).

La transferencia hacia partículas suspendidas se estima a partir de una ecuación semejante a la ecuación (17.75); y con frecuencia resulta adecuado suponer simplemente que el número de Nusselt o el número de Sherwood es 2.0, lo que corresponde al valor límite para una velocidad relativa de cero. Sin embargo, tal como se verá más adelante al tratar los secadores de lecho fluidizado, no siempre es posible calcular una diferencia media de temperatura o una fuerza impulsora para la transferencia de masa entre el gas y el sólido, y las velocidades de secado se obtienen por experimentación.

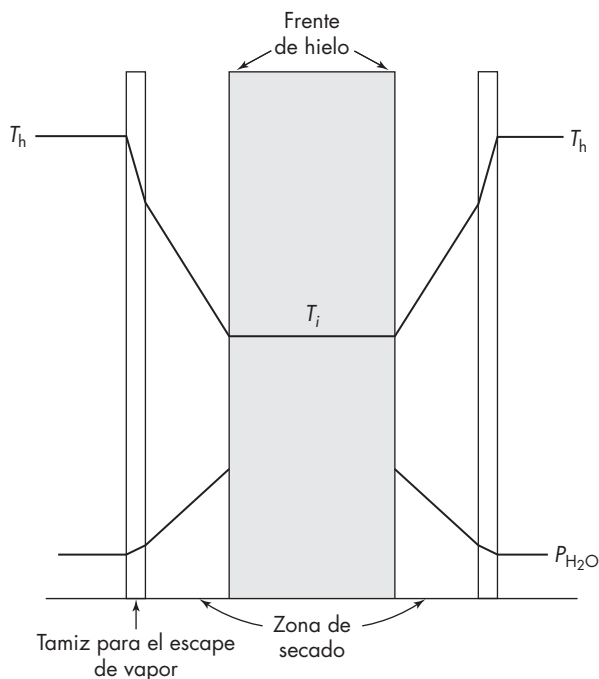
La difusión interna en partículas esféricas se estima a partir de una ecuación análoga a la ecuación (10.32).

El tiempo que se requiere para secar partículas individuales es en general muy corto, de manera que, de hecho, carecen de sentido los términos de *velocidad constante* y *velocidad decreciente*. En los secadores flash (de secado súbito), y en algunos tipos de secadores de pulverización, el secado se completa en tiempos cortos, de $\frac{1}{2}$ a 5 s.

SECADO POR CONGELACIÓN

Liofilización, o secado por congelación, es un proceso para secado de alimentos, vitaminas y otros productos sensibles al calor a temperaturas por debajo de 0 °C.^{7,14} El material que va a ser secado se congela rápidamente y se coloca en capas delgadas sobre platos perforados en cámaras especiales de vacío, o se congela en lugares por refrigeración circulante dentro de platos perforados. El vacío completo es aplicado y un fluido pasa a través de los platos para suplir el calor de sublimación. A medida que procede el secado, el frente de hielo se retira desde la superficie, dejando atrás una zona de sólido poroso casi seco. En la mayoría de los periodos de secado, la temperatura en el frente de hielo es prácticamente constante a valores por debajo de 0 °C. Esta temperatura se determina por un balance entre la velocidad de transferencia de calor a través de la zona de secado y la película gaseosa externa y la velocidad de transferencia de masa del vapor de agua a través de las mismas regiones. Esto es similar al balance alcanzado en la medición de la temperatura de bulbo húmedo de un gas. Pero en el secado por congelación, la resistencia a la transferencia de calor y de masa aumenta con el tiempo.

Los perfiles de temperatura y presión parcial están representados en la figura 24.7 para un material secado desde ambos lados. Los tamices o varillas entre el material y la superficie de calentamiento permiten el escape del vapor de agua, pero adhieren una resistencia a la transferencia de calor. La mayor resistencia a la transferencia de masa y de calor está en la zona de secado del material, y el tiempo de secado es casi proporcional al cuadrado del espesor de las muestras. Los tiempos de secado son por lo general de varias horas, porque el calor requerido para la sublimación es mucho mayor que el cambio en entalpía del sólido seco, y las diferencias de temperatura son más pequeñas que en otros tipos de secado.

**FIGURA 24.7**

Gradientes en el secado por congelación.

EQUIPO DE SECADO

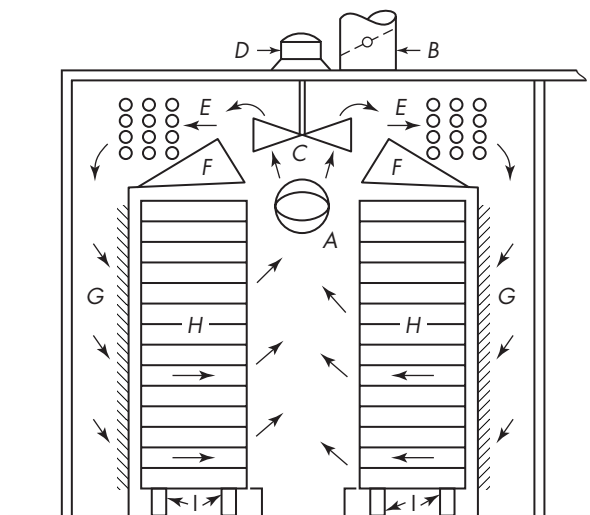
En este apartado sólo se considerarán un reducido número de secadores de los muchos tipos comerciales existentes.^{12a,19} El primero y gran grupo comprende secadores para sólidos granulares o rígidos y pastas semisólidas; el segundo grupo se refiere a secadores que aceptan alimentaciones líquidas o suspensiones.

Secadores para sólidos y pastas

Los secadores típicos de sólidos y pastas comprenden secadores de platos perforados y de tamices transportadores, para materiales que no se pueden agitar, así como torres de secado, rotatorios, transportadores de tornillo sinfín, de lecho fluidizado y flash para materiales que se pueden agitar. Estos tipos de secadores se han ordenado, hasta donde es posible, atendiendo el grado de agitación y el método de exposición del sólido al gas o del contacto con una superficie caliente, tal como se explica al comienzo de este capítulo. Sin embargo, la clasificación se complica por el hecho de que algunos tipos de secadores pueden ser lo mismo adiabáticos que no adiabáticos, o bien, una combinación de ambos.

Secadores de platos perforados

En la figura 24.8 se ilustra un secador típico discontinuo de platos perforados. Consiste en una cámara rectangular de chapa metálica que contiene dos carretones para soportar los bastidores H . Cada bastidor lleva numerosos platos perforados poco profundos, tal

**FIGURA 24.8**

Secador de platos perforados.

vez 750 mm (30 in.) de ancho y de 50 a 150 mm (2 a 6 in.) de profundidad, que se cargan con el material a secar. Entre los platos se hace circular aire caliente con una velocidad de 2 a 5 m/s (7 a 15 ft/s) por medio del ventilador *C* y el motor *D*, pasando sobre los calentadores *E*. Las placas deflectoras *G* distribuyen el aire de manera uniforme sobre el conjunto de platos. Parte del aire húmedo se expulsa de forma continua a través del conducto de descarga *B*; mientras que por *A* entra la reposición del aire fresco. Los bastidores van montados sobre las ruedas *I*, de forma que al final del ciclo de secado es posible retirarlos de la cámara y descargar el contenido de los platos.

Los secadores de platos resultan convenientes cuando la velocidad de producción es pequeña. Prácticamente pueden secar cualquier producto, pero la mano de obra necesaria para la carga y descarga da lugar a costos de operación elevados. Con frecuencia, se utilizan en el secado de materiales valiosos tales como colorantes y productos farmacéuticos. El secado por circulación de aire sobre capas estacionarias de sólidos es lento y, por consiguiente, los ciclos de secado son largos: de 3 a 48 horas por carga. En ocasiones se utiliza el secado con circulación a través de sólidos, pero esto es poco frecuente, ya que no es necesario ni económico en secadores discontinuos, debido a que el acortamiento del ciclo de secado no reduce la mano de obra necesaria para cada carga. Sin embargo, el ahorro de energía es significativo.

Los secadores de bandejas se pueden operar bajo vacío, generalmente con calentamiento indirecto. Las bandejas pueden descansar sobre platos huecos de metal alimentados con vapor o agua caliente, o ellos mismos pueden contener espacios para el calentamiento del fluido. El vapor del sólido se extrae por medio de un eyector o una bomba de vacío. A veces se añade un pequeño flujo de nitrógeno para ayudar a extraer los vapores, pero la mayor parte del calor de la evaporación proviene de la conducción a través de la bandeja y el sólido húmedo. Los secadores a vacío son considerablemente más caros que los que operan a presión atmosférica, pero los primeros se prefieren para calentar materiales sensibles al calor. Además, la recuperación de solventes orgánicos es más sencilla que si se usa un gran flujo de aire en un secador adiabático.

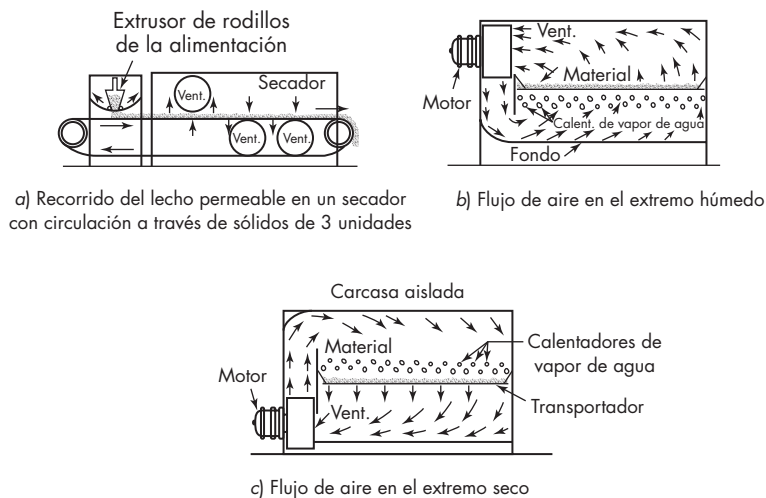


FIGURA 24.9
Secador de tamiz transportador con circulación a través de sólidos.

Secadores de tamices transportadores

Un secador típico de tamiz transportador con circulación a través de sólidos se representa en la figura 24.9. Una capa de 25 a 150 mm (1 a 6 in.) de espesor del material que se va a secar se transporta lentamente sobre un tamiz metálico que se mueve a través de una larga cámara o túnel de secado. La cámara consiste de una serie de secciones separadas, cada una con su propio ventilador y calentador de aire. En el extremo de entrada del secador, el aire por lo general pasa hacia arriba a través del tamiz y de los sólidos, mientras que cerca del extremo de descarga, donde el material está seco y puede desprender polvo, el aire circula hacia abajo a través del tamiz. La temperatura y la humedad del aire son diferentes en distintas secciones con el fin de alcanzar las condiciones óptimas de secado en cada punto.

Las dimensiones típicas de los secadores de tamiz transportador son de 2 m (6 ft) de ancho y 4 a 50 m (12 a 150 ft) de longitud, dando lugar a tiempos de 5 a 120 minutos. El tamaño mínimo del tamiz es de 30 mallas. Materiales gruesos, escamosos o fibrosos se pueden secar con circulación a través de sólidos sin ningún pretratamiento y sin pérdidas de material a través del tamiz. Sin embargo, las pastas y las tortas de filtración de partículas finas deben acondicionarse antes de que puedan tratarse en un secador de tamiz transportador. Los agregados por lo general conservan su forma durante el secado y sólo cae una pequeña cantidad de polvo a través del tamiz. A veces se instala un dispositivo para recuperar los finos que son arrastrados desde el tamiz.

Los secadores de tamiz transportador operan de forma continua y suave con una gran variedad de sólidos; su costo es razonable, y el consumo de vapor de agua es bajo, siendo típico el valor de 2 kg de vapor de agua por kilogramo de agua evaporada. El aire recircula a través y es expulsado de cada sección de forma independiente o bien circula desde una sección a otra en contracorriente con el sólido. Estos secadores son en especial aplicables cuando las condiciones de secado se modifican notablemente a medida que disminuye el contenido de humedad del sólido. Se diseñan por métodos similares a los que se ilustran en el ejemplo 24.2.

Torres de secado

Un secador de torre contiene una serie de bandejas circulares montadas una sobre la otra con un vástago central rotativo. La alimentación sólida colocada sobre la bandeja superior se expone a la corriente de aire o gas caliente que pasa a lo largo de la bandeja. Luego el sólido es raspado y cae a la bandeja inferior. De esta manera se traslada a través del secador y, descargándose como producto seco por la base del secador. El flujo del sólido y del gas puede ser paralelo o a contracorriente. Cierta mezcla de sólidos ocurre cuando el material es raspado de cada bandeja, de modo que los sólidos finales son más uniformes que con otros secadores de bandejas.

El *turbosecador* que se representa en la figura 24.10 es una torre de secado con recirculación interna del gas caliente. Los ventiladores de turbina hacen circular el aire o el gas hacia fuera entra algunas bandejas, pasando sobre los elementos de calentamiento, y hacia dentro en otras bandejas. Las velocidades del gas son generalmente de 0.6 a 2.4 m/s (2 a 8 ft/s). Las dos bandejas inferiores del secador que se representa en la figura 24.10 constituyen una sección de enfriamiento de sólidos secos. El aire precalentado por lo general se introduce por el fondo de la torre y se expulsa por la parte superior, dando lugar a flujo en contracorriente. Un turbosecador funciona parcialmente con secado de circulación transversal, como en un secador de platos perforados, y parcialmente en forma de lluvia de partículas a través de gas caliente cuando éstas caen de una bandeja a otra.

Secadores rotatorios

Un secador rotatorio consiste en una carcasa cilíndrica giratoria, dispuesta en forma horizontal o ligeramente inclinada hacia la salida. La alimentación húmeda entra por un

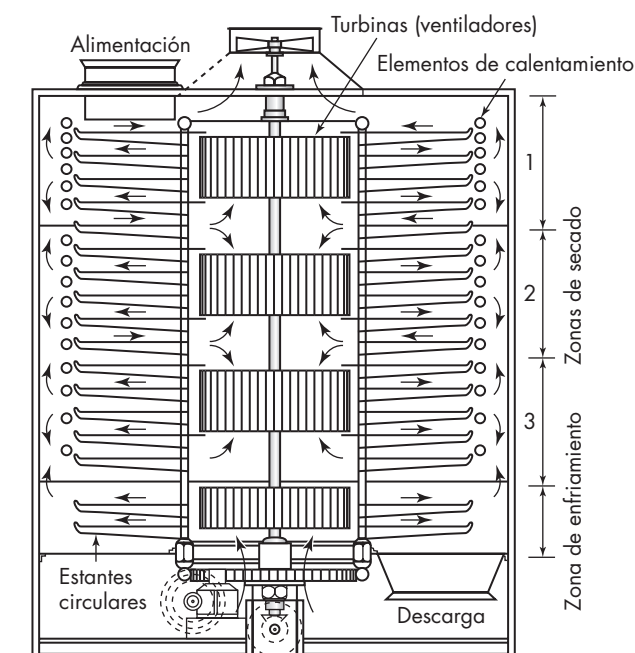


FIGURA 24.10
Turbosecador.

extremo del cilindro; el producto seco descarga por el otro. Al girar la carcasa, unas pestañas internas levantan los sólidos para caer después en forma de lluvia a través del interior de la carcasa. Los secadores rotatorios se calientan por un contacto directo del gas con los sólidos, por gas caliente que pasa a través de un encamisado externo, o por medio de vapor de agua que condensa en un conjunto de tubos instalados sobre la superficie interior de la carcasa. El último de estos tipos recibe el nombre de secador rotatorio con tubos de vapor de agua. En un secador rotatorio directo-indirecto el gas caliente pasa primeramente a través del encamisado y luego a través de la carcasa, donde se pone en contacto con los sólidos.

En la figura 24.11 se representa un típico secador rotatorio adiabático que opera con aire caliente en contracorriente. Una carcasa rotatoria *A*, construida con chapa de acero, está soportada sobre dos conjuntos de rodillos *B* y accionada por medio de un engranaje y un piñón *C*. En el extremo superior hay una campana *D*, que a través del ventilador *E* conecta con una chimenea, y una conducción *F* que introduce el material húmedo desde la tolva de alimentación. Las pestañas *G*, que elevan el material que se seca y lo dejan caer después a través de la corriente de aire caliente, están soldadas sobre la superficie interior de la carcasa. Por el extremo inferior del secador se descarga el producto seco en un transportador de tornillo *H*. Justamente detrás del transportador de tornillo hay un conjunto de tubos con aletas calentados con vapor para precalentar el aire. El aire circula a través del secador mediante un ventilador que, si se desea, descarga en el calentador de aire, de forma que todo el sistema se encuentra a sobrepresión. De modo opcional, el ventilador puede estar situado en la descarga, con lo cual aspira el aire a través del secador y mantiene el sistema con un ligero vacío. Esto resulta útil cuando el material tiende a formar polvos. Los secadores rotatorios de este tipo se utilizan con frecuencia para sal, azúcar y todo tipo de materiales granulares y cristalinos que deben mantenerse limpios y que no se pueden exponer directamente a gases de combustión muy calientes.

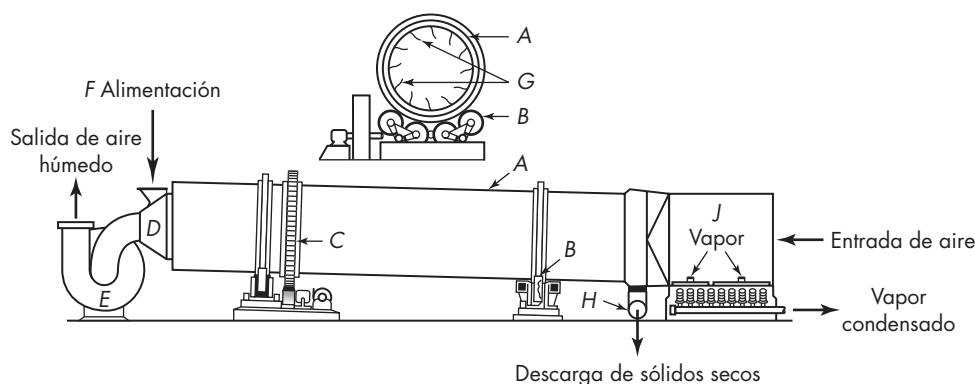


FIGURA 24.11

Secador rotatorio calentado con aire en contracorriente: *A*, carcasa del secador; *B*, rodillos para el soporte de la carcasa; *C*, engranaje; *D*, campana de descarga de aire; *E*, ventilador de descarga; *F*, conducto de alimentación; *G*, pestañas elevadoras; *H*, descarga de producto; *J*, calentador de aire.

La velocidad másica permitida para el gas en un secador rotatorio de contacto directo depende de las características de formación de polvos del material que se seca y varía entre 2000 y 25 000 kg/m² · h (400 y 5 000 lb/ft² · h) para partículas gruesas. Las temperaturas típicas del gas a la entrada oscilan entre 120 a 175 °C (250 y 350 °F) para aire calentado con vapor y entre 550 a 800 °C (1 000 y 1 500 °F) para gases de combustión procedentes de un horno. Los diámetros de los secadores están comprendidos entre 1 a 3 m (3 y 10 ft); la velocidad periférica de la carcasa en general varía entre 20 y 25 m/min (60 y 75 ft/min).

Los secadores rotatorios de contacto directo se diseñan con base en la transferencia de calor. Una ecuación empírica *dimensional* para la velocidad de transferencia de calor q_T en Btu/h es^{12b}

$$\begin{aligned} q_T &= \frac{0.5G^{0.67}}{D} V \overline{\Delta T} \\ &= 0.125\pi DLG^{0.67} \overline{\Delta T} \end{aligned} \quad (24.22)$$

donde V = volumen del secador, ft³

L = longitud del secador, ft

$\overline{\Delta T}$ = diferencia media de temperatura, tomada como una medida logarítmica de las depresiones del bulbo húmedo a la entrada y salida del secador.

G = velocidad másica, lb/ft² · h

D = diámetro del secador, ft

El coeficiente volumétrico de transferencia de calor Ua en Btu/ft³ · h · °F, a partir de la ecuación (24.22), es

$$Ua = \frac{0.5G^{0.67}}{D} \quad (24.23)$$

La temperatura más conveniente del gas a la salida es una cuestión económica; se estima a partir de las ecuaciones (24.6) o (24.8), ya que se ha demostrado empíricamente^{12b} que los secadores rotatorios resultan más económicos cuando N_t varía entre 1.5 y 2.5.

EJEMPLO 24.3 Calcular el diámetro y la longitud de un secador rotatorio adiabático para secar 2 800 lb/h (1 270 kg/h) de un sólido sensible al calor, desde un contenido inicial de humedad de 15% hasta un contenido final de humedad de 0.5%, ambos sobre base seca. Los sólidos tienen un calor específico de 0.52 Btu/lb · °F, entran a 80 °F (26.7 °C) y no deben rebasar los 125 °F (51.7 °C) de temperatura. Se dispone de aire caliente a 260 °F (126.7 °C) y una humedad de 0.01 lb de agua por libra de aire seco. La velocidad másica máxima permitida para el aire es 700 lb/ft² · h (3 420 kg/m² · h).

Solución En vista de la sensibilidad al calor de los sólidos, se utilizará operación en corrientes paralelas. La temperatura del gas a la salida se obtiene a partir de la ecuación (24.8) para secado adiabático. Se supone que el número de unidades de transferencia es 1.5. La temperatura de bulbo húmedo a la entrada T_{wb} , a partir de la figura 19.2, es 102 °F. Puesto que T_{hb} es 260 °C, la ecuación (24.8) conduce a

$$N_t = 1.5 = \ln \frac{260 - 102}{T_{ha} - 102}$$

A partir de esto, $T_{ha} = 137^\circ\text{F}$ y T_{sb} puede razonablemente tomarse como el valor máximo permitido de 125°F .

Otras magnitudes que se requieren son

$$\lambda \text{ para } 102^\circ\text{F} = 1\,036 \text{ Btu/lb} \quad (\text{apéndice 7})$$

Calores específicos, en $\text{Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$, son

$$c_{ps} = 0.52 \quad c_{pv} = 0.45 \quad (\text{apéndice 14}) \quad c_{pL} = 1.0$$

También

$$X_a = 0.15 \quad X_b = 0.005 \quad \dot{m}_s = 2\,800 \text{ lb/h}$$

La velocidad de transferencia de masa,

$$\dot{m}_v = \dot{m}_s(X_a - X_b) = 2\,800(0.15 - 0.005) = 406 \text{ lb/h}$$

Las necesidades de calor se obtienen sustituyendo en la ecuación (24.1):

$$\begin{aligned} \frac{q_T}{\dot{m}_s} &= 0.52(125 - 80) + 0.15 \times 1.0(102 - 80) \\ &\quad + (0.15 - 0.005)(1\,036) + 0.005 \times 1.0(125 - 102) \\ &\quad + 0.145 \times 0.45(137 - 102) \\ &= 23.4 + 3.3 + 150.2 + 0.1 + 2.3 = 179.3 \text{ Btu/lb} \end{aligned}$$

Sólo los términos primero y tercero son significativos. A partir de esto, $q_T = 179.3 \times 2\,800 = 502\,040 \text{ Btu/h}$.

La velocidad de flujo de entrada de aire se obtiene a partir de un balance de calor y del calor específico del aire húmedo c_{sb} . A partir de la figura 19.2, $c_{sb} = 0.245 \text{ Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$. Por lo tanto,

$$\begin{aligned} \dot{m}_g(1 + \mathcal{H}_b) &= \frac{q_T}{c_{sb}(T_{hb} - T_{ha})} \\ &= \frac{502\,040}{0.245(260 - 137)} = 16\,660 \text{ lb/h} \end{aligned}$$

Puesto que $\mathcal{H}_b = 0.01$, $\dot{m}_g = 16\,660/1.01 = 16\,495 \text{ lb/h}$ de aire seco.

La humedad de salida

$$\mathcal{H}_a = \mathcal{H}_b + \dot{m}_v/\dot{m}_g = 0.01 + \frac{406}{16\,495} = 0.0346 \text{ lb/lb}$$

Para una temperatura de bulbo seco T_{ha} de 137°F , la temperatura de bulbo húmedo T_{wa} para $\mathcal{H}_a = 0.0346$ es 102°F , la misma que T_{wb} (ya que ésta sería la de un secado adiabático).

El diámetro del secador se obtiene a partir de la velocidad másica permitida y de la velocidad de flujo de aire que entra. Para $G = 700 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h}$, el área de la sección transversal del secador es $16\,660/700 = 23.8 \text{ ft}^2$, y el diámetro del secador es

$$D = \left(\frac{4 \times 23.8}{\pi} \right)^{0.5} = 5.50 \text{ ft} (1.68 \text{ m})$$

La longitud del secador viene dada por la ecuación (24.22):

$$L = \frac{q_T}{0.125\pi DG^{0.67} \Delta T}$$

La diferencia de temperatura media logarítmica es

$$\overline{\Delta T} = \frac{260 - 102 - (137 - 102)}{\ln[(260 - 102) / (137 - 102)]} = 81.6 \text{ }^{\circ}\text{F}$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} L &= \frac{502\,040}{0.125\pi \times 5.5 \times 700^{0.67} \times 81.6} \\ &= 35.4, \text{ es decir, } 36 \text{ ft (11.0 m)} \end{aligned}$$

Esto conduce a una relación L/D de $36/5.5 = 6.54$, que es un valor razonable para secadores rotatorios.

Secadores de tornillo transportador

Un secador de tornillo transportador es un secador continuo de calentamiento directo, que consiste esencialmente en un transportador horizontal de tornillo (o un transportador de palas) confinado dentro de una carcasa cilíndrica encamisada. La alimentación de sólidos entra por un extremo, circula muy lento a través de la zona calentada y descarga por el otro extremo. El vapor que se desprende se retira a través de una serie de tuberías situadas en la parte superior de la carcasa. La carcasa tiene un diámetro de 75 a 600 mm (3 a 24 in.) y una longitud de hasta 6 m (20 ft); cuando se requiere una longitud mayor se instalan varios transportadores unos encima de otros formando una bancada. Con frecuencia en una bancada de este tipo la unidad inferior está a temperatura más baja, debido a que el sólido seco, antes de su descarga, se enfría con agua u otro refrigerante que circula por el encamisado.

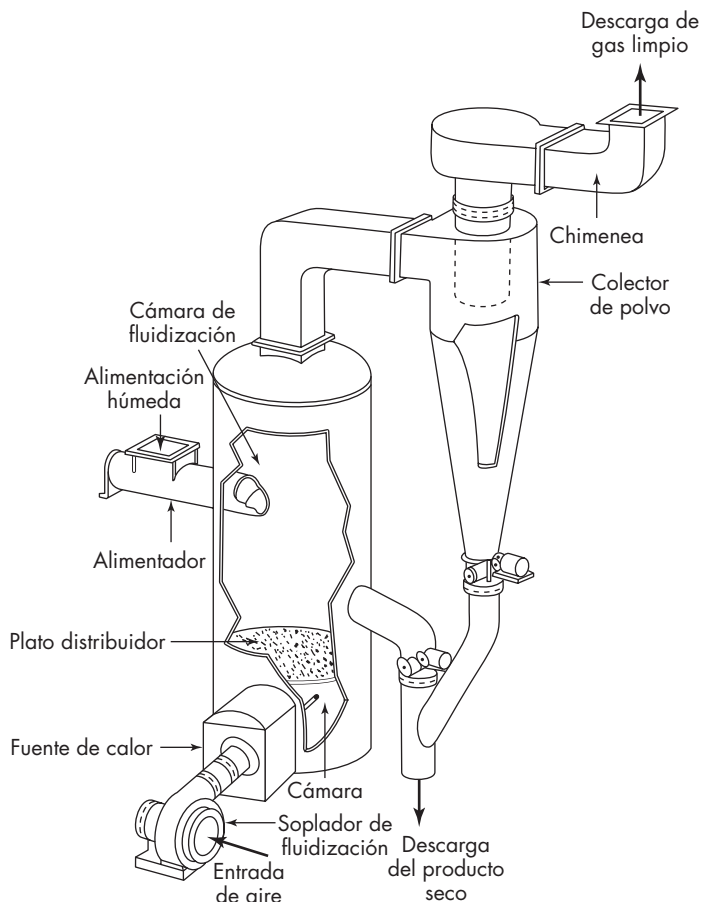
La velocidad de rotación del transportador es lenta, de 2 a 30 rpm. Los coeficientes de transferencia de calor están basados en la superficie interior de la carcasa, aunque esta última por lo general se encuentra llena de 10 a 60%. El coeficiente depende de la carga de la carcasa y de la velocidad del transportador. Para muchos sólidos, el coeficiente de transferencia de calor está comprendido entre 15 y 60 W/m² · °C (3 y 10 Btu/ft² · h · °F).

Los secadores de tornillo transportador tratan sólidos que son demasiado finos y demasiado espesos para operar con un secador rotatorio. Están completamente cerrados y permiten recuperar los vapores del solvente con poca o ninguna dilución de aire. Cuando se les acopla un alimentador adecuado, son capaces de operar a un vacío moderado. Por lo tanto, es posible adaptarlos a la separación y recuperación continua de solventes volátiles a partir de sólidos húmedos con solventes, procedentes de operaciones de lixiviación. Por esta razón a veces se les llama *recuperadores de disolvente*.

Un tipo de secadores relacionados con este equipo son los “secadores de partícula delgada”.

Secadores de lecho fluidizado

Los secadores en los que los sólidos están fluidizados por el gas de secado se utilizan en diversos problemas de secado.³ Las partículas se fluidizan con aire o gas en una unidad de lecho hirviente, tal como se muestra en la figura 24.12. La mezcla y la transferencia de calor son muy rápidas. La alimentación húmeda se introduce por la parte superior del lecho; el producto seco se retira lateralmente cerca del fondo. En el secador que se ilustra en la

**FIGURA 24.12**

Secador continuo de lecho fluidizado.

figura 24.12 hay una distribución al azar de los tiempos de residencia, siendo el tiempo medio típico de permanencia de 30 a 120 s cuando sólo se vaporiza líquido superficial, y de 15 a 30 min si también hay difusión interna. Las partículas pequeñas se calientan hasta la temperatura de bulbo seco del gas fluidizante a la salida; por consiguiente, los materiales sensibles al calor han de secarse en un medio suspendido relativamente frío. Aun así, el gas a la entrada puede estar caliente, ya que la mezcla es tan rápida que la temperatura es casi uniforme a la temperatura de salida del gas, por todo el lecho. Si hay partículas finas presentes, ya sea que entran con la alimentación, o bien, de la ruptura de partículas del lecho fluidizado, existirá un considerable transporte de sólidos con el gas que sale y será necesario instalar ciclones y filtros de bolsa para la recuperación de finos.

Algunos secadores rectangulares de lecho fluidizado poseen compartimentos fluidizados separados, a través de los cuales pasan secuencialmente los sólidos desde la entrada

hacia la salida. Reciben el nombre de *secadores de flujo pistón*; en ellos el tiempo de residencia es casi el mismo para todas las partículas. Las condiciones de secado varían de un compartimiento a otro, y con frecuencia el último compartimiento está fluidizado con gas frío con el fin de enfriar los sólidos antes de la descarga.

A causa de alguna complicación en los patrones de temperatura, la verdadera diferencia de temperatura media para el secador como un todo no es fácil de definir. De hecho, por lo general, las temperaturas de salida de los sólidos y gases son tan cercanas que no es posible medir la diferencia entre ambas. Por lo tanto, los coeficientes de transferencia de calor son difíciles de estimar y resultan de utilidad limitada. Una ecuación general que es útil en los cálculos de secado es la ecuación (12.64) para la transferencia de calor de un gas a una partícula esférica sola o aislada:

$$\frac{h_o D_p}{k_f} = 2.0 + 0.60 \left(\frac{D_p G}{\mu_f} \right)^{0.50} \left(\frac{c_p \mu_f}{k_f} \right)^{1/3} \quad (12.64)$$

Los coeficientes de transferencia de calor se estiman a partir de la ecuación (12.64) con $G = \rho u_f$, donde u_f es la velocidad final de las partículas (véase figura 7.10). Sin embargo, las capacidades de secado, en especial con partículas finas, es mejor establecerlas por experimentación. La salida de gas siempre está casi saturada con vapor por cualquier velocidad de fluidización permitida.

Los secadores del tipo del que se muestra en la figura 24.12 también operan con discontinuidad. Una carga de sólidos húmedos en un contenedor perforado unido al fondo de la cámara de fluidización es fluidizada, calentada hasta secarse, y entonces es descargada. Algunas de estas unidades han reemplazado secadores de bandejas (platos perforados) en muchos procesos.

Secadores flash

En un secador flash se transporta un sólido húmedo pulverizado durante pocos segundos en una corriente de gas caliente. El secado tiene lugar durante la transportación. La velocidad de transferencia de calor desde el gas hacia las partículas de sólido suspendido es elevada y el secado es rápido, de forma que no se requiere más de 3 o 4 segundos para evaporar toda la humedad del sólido. La temperatura del gas es elevada —con frecuencia del orden de 650 °C (1 200 °F) a la entrada—, pero el tiempo de contacto es tan corto que la temperatura del sólido rara vez supera 50 °C (90 °F) durante el secado. Por lo tanto, el secador flash se puede aplicar a materiales sensibles que en otro tipo de secadores tendrían que secarse indirectamente con un medio de calefacción mucho más frío.

A veces se incorpora un pulverizador en el sistema de secado flash para proceder de manera simultánea al secado y a la reducción de tamaño.

Secadores para disoluciones y suspensiones

Sólo pocos tipos de secadores evaporan soluciones y suspensiones enteramente por métodos térmicos. Algunos ejemplos típicos son los secadores de pulverización, secadores de película delgada y secadores de tambor.

Secadores de pulverización

En un secador de pulverización se dispersa una solución o suspensión en una corriente de gas caliente formando una niebla de gotas muy finas. La humedad se evapora muy rápido de las gotitas para formar partículas residuales de sólido seco, que después se separan de la corriente gaseosa. Los flujos de gas y líquido pueden ser en corrientes paralelas, en contracorriente o una combinación de ambos en una misma unidad.

Las gotitas se forman en una cámara cilíndrica de secado por la acción de boquillas de presión, boquillas de dos fluidos o, en secadores de gran tamaño, por medio de discos de pulverización que giran a gran velocidad. En todos los casos es esencial evitar que las gotitas o partículas húmedas de sólido choquen con superficies sólidas antes de que el secado tenga lugar, por lo cual la cámara de secado ha de ser necesariamente grande. Son frecuentes diámetros de 2.5 a 9 m (8 a 30 ft).

En el secador típico de pulverización que se representa en la figura 24.13, la cámara es un cilindro con un fondo cónico. La alimentación de líquido se realiza por bombeo hasta un atomizador de disco situado en el techo de la cámara. En este secador el disco de pulverización tiene unos 300 mm (12 in.) de diámetro y gira entre 5 000 y 10 000 rpm. Esto atomiza el líquido en finas gotas que se proyectan radialmente en una corriente de gas caliente que entra cerca de la parte superior de la cámara. El gas frío se extrae por medio de un ventilador a través de una línea horizontal de descarga situada de manera lateral en el fondo de la sección cilíndrica de la cámara. El gas pasa a través de un sepa-

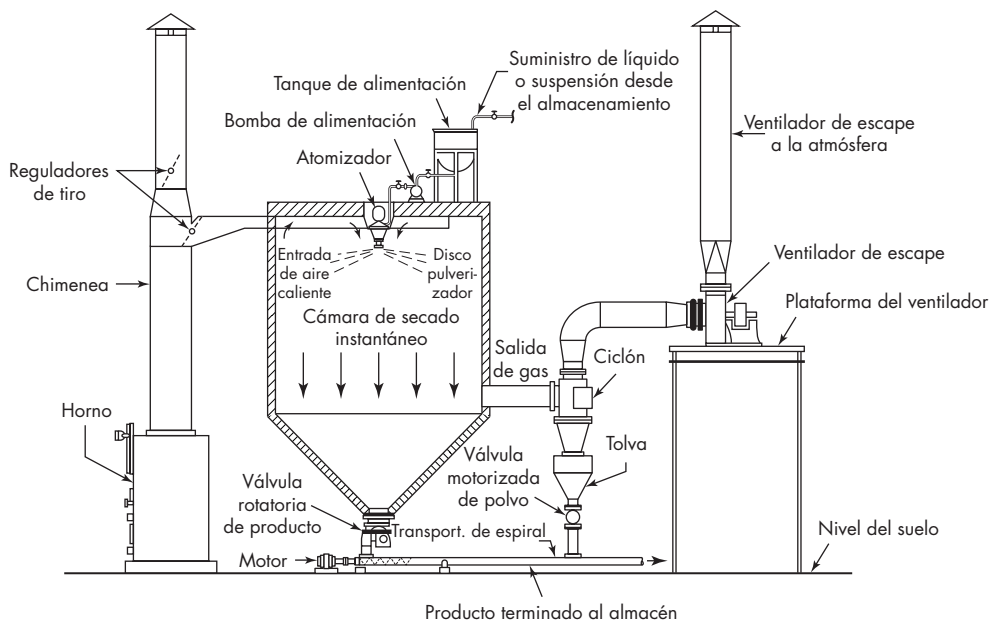


FIGURA 24.13

Secador de pulverización con flujo paralelo.

rador de ciclón donde se separan las partículas sólidas arrastradas. La mayor parte del sólido seco sedimenta del gas en el fondo de la cámara del secado, de donde se retira por medio de una válvula rotatoria y un transportador de tornillo y se mezcla con el sólido recogido en el ciclón.

Una ecuación para el diámetro medio volumen-superficie $\bar{D}_s$ de las gotas procedentes de un atomizador de disco es:⁶

$$\frac{\bar{D}_s}{r} = 0.4 \left(\frac{\Gamma}{\rho_L n r^2} \right)^{0.6} \left(\frac{\mu}{\Gamma} \right)^{0.2} \left(\frac{\sigma \rho_L L_p}{\Gamma^2} \right)^{0.1} \quad (24.24)$$

donde $\bar{D}_s$ = diámetro medio de la gota, m o ft

r = radio del disco, m o ft

Γ = velocidad másica de pulverización por unidad de longitud de la periferia del disco, kg/s · m o lb/s · ft

σ = tensión superficial del líquido, N/m o lb_f/ft

ρ_L = densidad del líquido, kg/m³ o lb/ft³

n = velocidad del disco, r/s

μ = viscosidad del líquido, Pa · s o lb/ft · s

L_p = periferia del disco, $2\pi r$, m o ft

El coeficiente de transferencia de calor para gotas individuales se calcula a partir de la ecuación (12.64). Sin embargo, el tiempo requerido para secar una gota de diámetro conocido no depende solamente de h sino también de los patrones de mezclado. En un secador con una baja relación de altura a diámetro, tal como se indica en la figura 24.13, hay una considerable cantidad de mezclado cerca de la parte superior y la fuerza impulsora de la diferencia de temperatura media es menor que para un flujo paralelo real. Sin embargo, esto es esencial para evaporar hasta secar las gotas más grandes y no sólo las de tamaño medio. Por lo general en el cálculo de los tiempos de secado se supone que el diámetro de la gota más grande es el doble del valor de $\bar{D}_s$ que se obtiene a partir de la ecuación (24.24).

Los diámetros medios de las gotas en un secador de pulverización oscilan entre 20 μm cuando se utiliza un atomizador de disco y 180 μm para el caso de una boquilla de pulverización gruesa. Los tiempos de residencia varían entre 3 a 6 s para secadores en corrientes paralelas y de 25 a 30 s para secadores en contracorriente.

Las principales ventajas de los secadores de pulverización son el corto tiempo de secado, que permite el secado de materiales altamente sensibles al calor, y la producción de partículas esféricas huecas. La consistencia, densidad global, apariencia y propiedades de flujo deseadas para algunos productos, tales como alimentos o detergentes sintéticos, resultan difíciles o imposibles de obtener mediante cualquier otro tipo de secador. Los secadores de pulverización también tienen la ventaja de producir, a partir de una solución, suspensión o pasta delgada, en una sola etapa, un producto que se puede envasar muy fácil. Un secador de pulverización combina las funciones de un evaporador, un cristizador, un secador, una unidad de reducción de tamaño y un clasificador. Donde puede utilizarse, la simplificación que resulta en el proceso global de fabricación es considerable.

Considerando exclusivamente su acción de secado, los secadores de pulverización no son muy eficientes. En general se pierde mucho calor con los gases que salen. Son de

gran tamaño, con frecuencia de 25 m (80 ft) o más de altura, y no siempre resultan de operación sencilla. La densidad global del sólido seco —una propiedad de radical importancia para productos envasados— con frecuencia es difícil de mantener constante, ya que tal vez resulte muy sensible a variaciones en el contenido de sólidos en la alimentación, a la temperatura de entrada del gas y otras variables.^{12c}

En el secado por pulverización de soluciones, la evaporación desde la superficie de las gotas conduce a la deposición inicial de soluto en la superficie antes que el interior de la gota alcance la saturación. La velocidad de difusión del soluto hacia el interior de la gota es menor que el flujo de agua desde el interior hacia la superficie, de tal forma que todo el soluto se acumula en la superficie. Las partículas secas finales por lo general están huecas y el producto que se obtiene en un secador de pulverización es muy poroso.

Secadores de película delgada

En algunos, los secadores de pulverización resultan competitivos con los secadores de película delgada, los que pueden aceptar una alimentación líquida o una suspensión para dar lugar a un producto sólido seco que fluye libremente. Por lo general se producen en dos secciones, la primera de ellas es un secador-evaporador con agitado vertical similar al dispositivo que se ilustra en la figura 16.2. Aquí la mayor parte del líquido se separa de la alimentación, y el sólido parcialmente húmedo se descarga en la segunda sección, tal como se aprecia en la figura 24.14, donde el contenido residual de líquido del material procedente de la primera sección se reduce hasta el valor deseado.

La eficiencia térmica de los secadores de película delgada es elevada y se produce una escasa pérdida de sólidos, ya que poco o nada de gas se retira de la unidad. Son útiles para separar y recuperar solventes de productos sólidos. Son relativamente caros y están

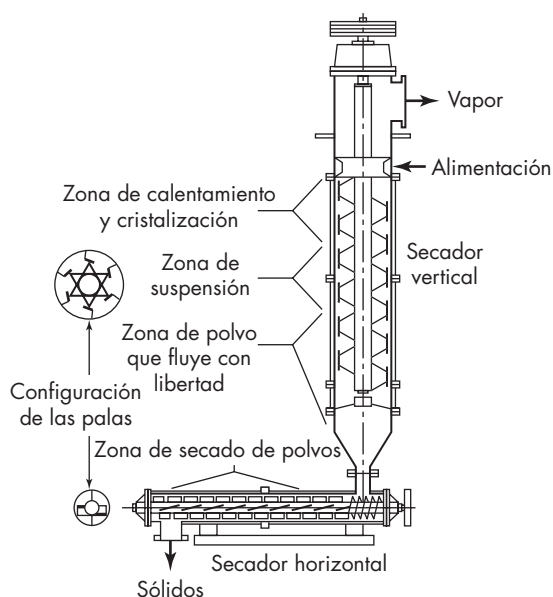
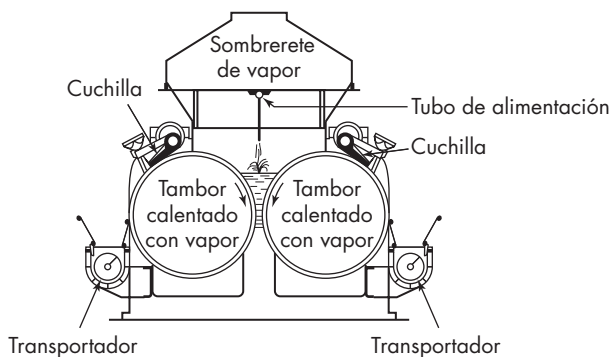


FIGURA 24.14
Secador de película delgada
"Combi". (LCI Corp.)

**FIGURA 24.15**

Secador de doble tambor con alimentación central.

limitados en cuanto al área de transferencia de calor. Tanto con alimentaciones acuosas y de solventes, la velocidad de alimentación aceptable está por lo general comprendida entre 100 y $200 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{h}$ (20 y $40 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h}$).

Secadores de tambor

Un secador de tambor consiste en uno o más rodillos metálicos calentados, en cuya superficie exterior una delgada capa de líquido se evapora hasta secar. El sólido seco es retirado de los rodillos a medida que éstos giran muy lento.

En la figura 24.15 se representa un secador de tambor típico —una unidad de doble tambor con alimentación central—. El líquido es alimentado desde un canal o tubo perforado dentro de un estanque en el espacio inmediato superior y entre los dos rodillos. El estanque es confinado ahí por platos extremos estacionarios. El calor se transfiere por conducción hacia el líquido que es parcialmente concentrado en el espacio comprendido entre los rodillos. El líquido concentrado se distribuye desde el fondo del estanque como una capa viscosa que recubre el resto de la superficie de los tambores. Prácticamente se vaporiza todo el líquido al girar los tambores, dejando una delgada capa de material seco que se retira mediante cuchillas raspadoras y cae en los transportadores situados debajo. La humedad evaporada se recoge y retira a través de la campana situada encima de los tambores.

Los secadores de doble tambor son efectivos con soluciones diluidas, soluciones concentradas de materiales altamente solubles, así como con suspensiones de partículas poco pesadas. Son inadecuados para soluciones de sales de solubilidad baja o para suspensiones de sólidos abrasivos que sedimentan y crean una presión excesiva entre los tambores.

Los rodillos de un secador de tambor tienen de 0.6 a 3 m (2 a 10 ft) de diámetro y de 0.6 a 4 m (2 a 14 ft) de longitud, girando entre 1 a 10 rpm . El tiempo que el sólido está en contacto con el metal caliente es de 6 a 15 s , el cual es lo suficientemente corto para que no se produzca descomposición aun en el caso de productos sensibles al calor. El coeficiente de transferencia de calor es alto, de 1200 a $2000 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ (220 a $360 \text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$) en condiciones óptimas, si bien sólo es la décima parte de estos valores cuando las condiciones son adversas.¹³ La capacidad de secado es proporcional al área activa del tambor; y por lo general está comprendida entre 5 a 50 kg de producto seco por metro cuadrado de superficie de secado y por hora (1 y $10 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h}$).

Selección de equipo de secado

La primera consideración en la selección de un secador es su facilidad de operación; por encima de cualquier otra consideración, el equipo ha de ser capaz de obtener el producto deseado en la forma y velocidad especificadas. A pesar de la variedad de secadores industriales que existe en el mercado, los diferentes tipos son en buena medida complementarios y no competitivos, de forma que la naturaleza del problema de secado se impone al tipo de secador que debe utilizarse o al menos limita la elección de tal vez dos o tres posibilidades. La elección final se decide sobre la base de los costos de inversión y de operación. Sin embargo, es preciso tener en cuenta los costos de todo el sistema de separación y no sólo exclusivamente los de secado.

Eficiencia térmica

La eficiencia térmica de un secador se puede definir como el porcentaje de energía suministrado que se emplea para evaporar el agua o el solvente. La eficiencia se puede calcular a partir de las pérdidas de energía, que incluyen el calor sensible del aire húmedo caliente que se ventila, el calor sensible de los sólidos descargados y la pérdida de calor a los alrededores. Para el secador de circulación transversal del ejemplo 24.2, si se calienta aire casi seco a 70 °F hasta 160 °F y se extrae aire húmedo a $T_{hu} = 80 + 15.8 = 95.8$ °F, la fracción de la energía alimentada que se pierde en la corriente de venteo es de $(96 - 70) / (160 - 70) = 0.29$ (el pequeño cambio en c_s con la temperatura y la humedad es despreciable). La energía necesaria para calentar los sólidos de 70 a 80 °F es sólo 5% de la energía suministrada, de modo que despreciando la pérdida de calor a los exteriores la eficiencia térmica es de $100 - 29 - 5 = 66\%$.

Para un secador de flujo transversal del tipo que se muestra en la figura 24.8, la caída de la temperatura mientras el aire fluye a través de la bandeja es de unos pocos grados y una operación de un solo paso sería impráctica debido a la baja eficiencia térmica. En cambio, la mayor parte del aire húmedo caliente se recircula por medio de un ventilador o soplador y se recalienta después de mezclarse con una pequeña cantidad de aire fresco. Esto proporciona una mayor eficiencia térmica y mantiene una alta velocidad en el espacio entre bandejas, pero la velocidad promedio de secado se reduce a causa del incremento en la humedad y en la temperatura del bulbo húmedo. Para el periodo de velocidad de secado constante, la eficiencia se puede predecir resolviendo los siguientes balances de calor y masa, donde la notación se refiere al esquema de la figura 24.16.

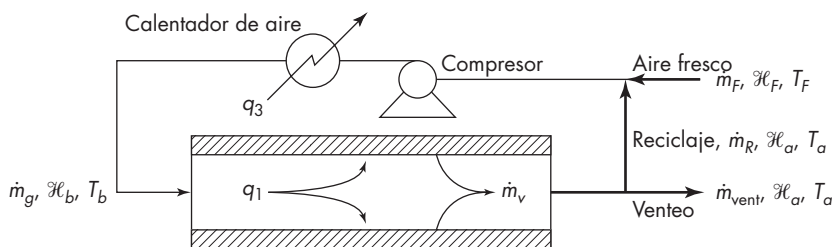


FIGURA 24.16

Flujos de calor y de masa en un secador de flujo transversal

$$\dot{m}_F = \dot{m}_{\text{vent}} \quad (24.25)$$

$$\dot{m}_g = \dot{m}_F + \dot{m}_R \quad (24.26)$$

$$\dot{m}_g \mathcal{H}_b = \dot{m}_F \mathcal{H}_F + \dot{m}_R \mathcal{H}_R \quad (24.27)$$

$$q_1 = hA \left(\frac{T_b + T_a}{2} - T_{wb} \right) \quad (24.28)$$

$$q_2 = \dot{m}_{\text{vent}}(T_a - T_F)c_s \quad (24.29)$$

$$q_3 = c_s(\dot{m}_g T_b - (\dot{m}_F T_F + \dot{m}_R T_a)) \quad (24.30)$$

$$\dot{m}_v = q_1/\lambda \quad (24.31)$$

$$T_b - T_a = q_1/\dot{m}_g c_s \quad (24.32)$$

$$\mathcal{H}_a - \mathcal{H}_b = \dot{m}_v/\dot{m}_g \quad (24.33)$$

$$\mathcal{H}_a - \mathcal{H}_F = \dot{m}_v/\dot{m}_{\text{vent}} \quad (24.34)$$

EJEMPLO 24.4 Para las condiciones del ejemplo 24.1 (p. 846), en que se recircula 95% del gas, calcule las condiciones de operación y la eficiencia térmica. Use como base una sección entre dos bandejas con un área de entrada de $2 \text{ ft} \times 0.25 \text{ ft}^2$ y un área de superficie de $2 \times 4 = 8 \text{ ft}^2$.

Solución

$$\dot{m}_g = 1846 \text{ lb/ft}^2 \cdot \text{h} \times 0.5 \text{ ft}^2 = 943 \text{ lb/h}$$

$$\dot{m}_{\text{vent}} = 0.05 \dot{m}_g = 47.2 \text{ lb/h}$$

$$\dot{m}_R = 0.95 \dot{m}_g = 895.8 \text{ lb/h}$$

Si $T_{wb} \approx 100^\circ\text{F}$ con $T_b = 160^\circ\text{F}$ y $T_a \approx 156^\circ\text{F}$, de la ecuación (24.28),

$$q_1 = 2.90 \times 8 \times (158 - 100) = 1346 \text{ Btu/h}$$

$$\dot{m}_v = 1346/1040 = 1.294 \text{ lb/h}$$

De la ecuación (24.34), con $\mathcal{H}_F = 0.005$ de la figura 19.2

$$\mathcal{H}_a - \mathcal{H}_F = 1.294/47.2 = 0.0274$$

$$\mathcal{H}_a = 0.0274 + 0.005 = 0.0324$$

$$\mathcal{H}_b = 0.95(0.0324) + 0.05(0.005) = 0.0310$$

Para $T_b = 160^\circ\text{F}$, $\mathcal{H}_b = 0.310$, $T_{wb} = 101^\circ\text{F}$, bastante cercano a 100°F .

De la ecuación (24.32),

$$T_b - T_a = \frac{1346}{943 \times 0.245} = 5.8^\circ\text{F}; \quad T_a = 154.2^\circ\text{F}$$

La pérdida de calor en la corriente de venteo, de la ecuación (24.29),

$$q_2 = 47.2(154.2 - 70)(0.245) = 974 \text{ Btu/h}$$

El calor de evaporación

$$q_1 = 1,346 \text{ Btu/h}$$

$$\text{La fracción perdida en el venteo} = \frac{974}{974 + 1\,346} = 0.42$$

La pérdida de calor en los sólidos descargados a $T_{wb} = 101^\circ\text{F}$:

Masa de sólidos en una torta = 80 lb (base seca), 88 lb (base húmeda)

$$Q_1 = 88(0.5)(101 - 70) = 1\,364 \text{ Btu}$$

$$q_4 = Q_1 / t_T = 1\,364 / 4.52 = 302 \text{ Btu/h}$$

Eficiencia térmica,

$$\eta = \frac{1\,346}{974 + 1\,346 + 302} \times 100 = 51\%$$

Consideraciones generales

Existen algunas directrices generales para la selección de un secador, pero las reglas distan mucho de ser rígidas y las excepciones son frecuentes. Por ejemplo, los secadores discontinuos son en general los más utilizados cuando la capacidad de producción de sólido seco es inferior de 150 a 200 kg/h (300 a 400 lb/h); mientras que los secadores continuos casi siempre se utilizan para capacidades de producción superiores a 1 o 2 toneladas/h. Para velocidades de producción intermedias es preciso considerar otros factores. Los materiales sensibles al calor han de secarse a baja temperatura y al vacío, operando con un medio de calentamiento de temperatura baja, o en secadores flash o de pulverización con tiempos de contacto muy pequeños. Los cristales frágiles se tratan por lo general en secadores de bandejas, de tornillo transportador o en torres de secado.

También es preciso que el secador opere con seguridad y economía. Los costos de operación y mantenimiento no han de ser excesivos; hay que controlar la contaminación y minimizar el consumo de energía. Al igual que ocurre con otro tipo de equipo, estas consideraciones a veces resultan contradictorias y es preciso alcanzar una solución de compromiso con el fin de seleccionar el secador óptimo para un determinado servicio.

Por lo que respecta a la operación en sí misma, los secadores adiabáticos son en general más económicos que los no adiabáticos a pesar de la menor eficiencia térmica de las unidades adiabáticas. Desafortunadamente, con frecuencia se produce arrastre de polvos en los secadores adiabáticos y es necesario separar de la corriente gaseosa de secado estas partículas arrastradas. Se requiere entonces un complicado equipo para la separación de partículas, y en ocasiones el equipo cuesta tanto como el propio secador. Esta situación se traduce en que los secadores adiabáticos sean menos económicos que un sistema no adiabático, en el que se utiliza poco o nada de gas. Los secadores rotatorios son un ejemplo; hace algún tiempo eran el tipo de secador continuo más frecuente, pero debido al inevitable arrastre, actualmente se seleccionan, siempre que es posible, otros tipos de secadores que evitan el problema de arrastre de polvos. Los secadores no adiabáticos se eligen siempre para partículas muy finas o para sólidos que son demasiado reactivos químicamente para ser expuestos a una corriente de gas. También son ampliamente utilizados para la separación y recuperación de disolventes.

El conjunto completo de aislamiento; evaporador-secador

Muchos procesos industriales comprenden el aislamiento de sólidos a partir de una solución acuosa o de otro solvente para dar lugar a un producto granular, purificado y seco, adecuado para envasado y venta. Las etapas del proceso necesarias para conseguir esta situación, son casi siempre evaporación, cristalización, filtración o centrifugación, secado, reducción de tamaño y clasificación o tamizado. Con este fin se necesitan 5 o 6 piezas de equipo. A veces un evaporador-secador puede eliminar muchas de ellas. Los secadores de pulverización, los de tambor y los de película delgada aceptan alimentación líquida y convertirla directamente en un producto seco listo para ser envasado. El costo adicional de eliminar de manera térmica la humedad en lugar de forma mecánica se compensa con creces por la economía que supone instalar y operar una sola pieza de equipo en lugar de varias. Será necesario, por supuesto, tratar la alimentación líquida antes del secado para separar las impurezas que no deben aparecer en el producto seco. Por lo tanto, es esencial que el ingeniero considere el proceso de aislamiento en su conjunto y no sólo la etapa de secado.

SÍMBOLOS

A	Área para secado, m^2 o ft^2 ; A_p , área de superficie de una sola partícula
a	Área de superficie por unidad de volumen, m^2/m^3 o ft^2/ft^3 ; también pendiente de la curva de velocidad de secado [ecuación (24.17)]
b	Constante en la ecuación (24.17)
c_p	Calor específico a presión constante, $\text{J/g} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$; c_{pL} , del líquido; c_{ps} , de los sólidos; c_{pv} , del vapor
c_s	Calor húmedo, $\text{J/g} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$; c_{sb} , en el gas de entrada
D	Diámetro, m o ft ; D_e , diámetro equivalente del canal, m o ft ; D_p , de la partícula; $\bar{D}_s$, diámetro medio volumen-superficie
D_v	Difusividad volumétrica del líquido a través del sólido, m^2/h , cm^2/s o ft^2/h
G	Velocidad másica del gas, $\text{kg}/\text{m}^2 \cdot \text{h}$ o $\text{lb}/\text{ft}^2 \cdot \text{h}$
$\mathcal{H}$	Humedad del gas, masa de vapor por unidad de masa de gas seco; $\mathcal{H}_a$, a la salida; $\mathcal{H}_b$, a la entrada
h	Coeficiente de transferencia de calor, $\text{W}/\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu}/\text{ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$; h_o , entre el gas y la partícula; h_y , entre el gas y la superficie de la lámina
k	Conductividad térmica, $\text{W}/\text{m} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu}/\text{ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$; k_p , a la temperatura media de película
k_y	Coeficiente de transferencia de masa, $\text{kg mol}/\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{unidad de diferencia de fracción mol}$ o $\text{lb mol}/\text{ft}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{unidad de diferencia de fracción mol}$
L	Longitud del secador, m o ft ; L_p , perímetro del disco atomizador
M_v	Peso molecular del vapor
m	Masa, kg o lb ; m_p , de una sola partícula; m_s , de los sólidos; m_v , del vapor
$\dot{m}$	Velocidad de flujo de masa, kg/h o lb/h ; $\dot{m}_g$, del gas; $\dot{m}_s$, de los sólidos totalmente secos; $\dot{m}_v$, velocidad de vaporización
N_t	Número de unidades de transferencia
n	Velocidad de rotación del disco, r/s
Pr	Número de Prandtl, $c_p \mu/k$

Q_T	Cantidad de calor transferido, J o Btu
q_T	Velocidad de calor transferido, W o Btu/h
R	Velocidad de secado, $\text{kg/m}^2 \cdot \text{h}$ o $\text{lb/ft}^2 \cdot \text{h}$; R_c , en periodo de velocidad constante; R_1 , al comienzo del secado; R_2 , al final del secado; R' , en el segundo contenido de humedad crítico
Re	Número de Reynolds, DG/μ
r	Radio del disco atomizador, m o ft
T	Temperatura, $^{\circ}\text{C}$ o $^{\circ}\text{F}$; T_h , del medio de calentamiento; T_{ha} , a la salida; T_{hb} , a la entrada; T_r , en la superficie de contacto; T_s , de sólidos; T_{sa} , a la entrada; T_{sb} , en la salida; T_v , temperatura de vaporización; T_{va} , temperatura de vapor a la salida; T_w , temperatura de bulbo húmedo; T_{wa} , a la salida; T_{wb} , a la entrada
t	Tiempo de secado, h o s; t_T , tiempo total de secado; t_c , en el periodo de velocidad constante; t_p , en el periodo de velocidad decreciente
U	Coefficiente global de transferencia de calor, $\text{W/m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}$ o $\text{Btu/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^{\circ}\text{F}$
U_a	Coefficiente volumétrico de transferencia de calor, $\text{W/m}^3 \cdot ^{\circ}\text{C}$ o $\text{Btu/ft}^3 \cdot \text{h} \cdot ^{\circ}\text{F}$
u_t	Velocidad terminal de la partícula, m/s o ft/s
V	Volumen del secador; m^3 o ft^3
$\bar{V}$	Velocidad superficial del gas, m/s o ft/s
X	Contenido de humedad libre, masa de agua (u otro líquido) por unidad de masa del sólido seco; X_T , contenido total de humedad; X_{T1} , X_a , contenido inicial de humedad total; X_b , contenido final de humedad total; X_c , contenido de humedad libre para el primer punto crítico; X_1 , valor inicial; X_2 , valor final; X^* , valor de equilibrio; X' , en el segundo punto crítico
y	Fracción mol del vapor en la fase gaseosa; y_r , en la superficie de contacto; $\overline{(1-y)}_L$, valor medio logarítmico de $1-y$ y $1-y_i$

Letras griegas

Γ	Velocidad del líquido por pie de la periferia del disco, $\text{kg/s} \cdot \text{m}$ o $\text{lb/s} \cdot \text{ft}$
ΔT	Diferencia media de temperatura; ΔT_L , valor medio logarítmico
λ	Calor latente de vaporización, J/g o Btu/lb; λ_r , para la temperatura de interface T_i
μ	Viscosidad, $\text{Pa} \cdot \text{s}$, $\text{lb/ft} \cdot \text{s}$ o $\text{lb/ft} \cdot \text{h}$; μ_p , a la temperatura media de película
ρ	Densidad, kg/m^3 o lb/ft^3 ; ρ_L , del líquido
σ	Tensión superficial del líquido, N/m o lb_f/ft

PROBLEMAS

- 24.1.** Se va a secar espatofluor (CaF_2) desde 6 hasta 0.4% de humedad (base seca) en un secador rotatorio adiabático a contracorriente a una velocidad de 18 000 lb/h de sólidos totalmente secos. El aire caliente entra a 1 000 $^{\circ}\text{F}$ con una humedad de 0.03 y una temperatura de bulbo húmedo de 150 $^{\circ}\text{F}$. Los sólidos tienen un calor específico de 0.48 Btu/lb $^{\circ}\text{F}$; entran al secador a 70 $^{\circ}\text{F}$ y salen a 200 $^{\circ}\text{F}$. La velocidad másica máxima permisible para el aire es 2 000 $\text{lb/ft}^2 \cdot \text{h}$. a) Suponiendo que se aplica la ecuación (24.8), ¿cuál será el diámetro y la longitud del secador si $N_i = 2.2$? ¿Es éste un diseño razonable? b) Repita la parte a) con $N_i = 1.8$.

- 24.2.** Un sólido poroso se seca en un secador discontinuo bajo condiciones de secado constante. Se requieren siete horas para reducir el contenido de humedad desde 35 hasta 10%. Se ha encontrado que el contenido crítico de humedad es de 20% y la humedad en el equilibrio es de 4%. Todos los contenidos de humedad están en base seca. Suponiendo que la velocidad de secado durante el periodo de velocidad decreciente es proporcional al contenido de humedad libre, ¿cuánto tiempo se requiere para secar una muestra del mismo sólido desde 35 hasta 5% bajo las mismas condiciones de secado?
- 24.3.** Una lámina con un peso húmedo de 5 kg originalmente contiene 50% de humedad (base húmeda). La lámina es de 600 por 900 por 75 mm de espesor. El contenido de la humedad en equilibrio es de 5% del peso total cuando se pone en contacto con aire de 20 °C y 20% de humedad. En la tabla 24.1 se proporciona la velocidad de secado para el contacto con el aire de la calidad superior a una velocidad definida. El secado tiene lugar en una sola cara de la lámina. ¿Cuánto tiempo se necesitará para secar la lámina hasta 15% de contenido de humedad (base húmeda)?

TABLA 24.1**Datos para el problema 24.3**

Peso de la lám. húm., kg	9.1	7.2	5.3	4.2	3.3	2.9	2.7
Vel. de secado, kg/m ² · h	4.9	4.9	4.4	3.9	3.4	2.0	1.0

- 24.4.** Un secador continuo a contracorriente se diseñó para secar 800 lb de sólido poroso húmedo por hora desde 140% de humedad hasta 20%, ambos en base seca. Se utiliza aire a una temperatura de bulbo seco de 120 °F y una temperatura de bulbo húmedo de 70 °F. La humedad de salida es de 0.012. El contenido de humedad promedio de equilibrio es de 5% del peso seco. El contenido de humedad total (base seca) en el punto crítico es de 40%. Se supone que la reserva permanecerá a una temperatura de 3 °F por encima de la temperatura de bulbo húmedo del aire por todo el secador. El coeficiente de transferencia de calor es de 12 Btu/ft² · h · °F. El área expuesta al aire es de 1.1 ft² por libra de sólidos secos. ¿Cuánto tiempo deberán permanecer los sólidos en el secador?
- 24.5.** a) Demuestre que para una pequeña gota de un jarabe diluido, que se evapora en un secador por aspersión, el tiempo de secado es proporcional al cuadrado del tamaño inicial de la gota; b) ¿cuál es el tiempo de secado aproximado para una pequeña gota de 50 μm cuando la temperatura promedio de la fuerza motriz es de 50 °C?
- 24.6.** Una torta de filtro de 2 in de espesor, que se encuentra en un secador de bandejas, se somete a una corriente de aire a 160 °F. Estime el coeficiente efectivo para la transferencia de calor radiante desde la bandeja superior y compare esto con el coeficiente de convección del ejemplo 24.1, donde la velocidad promedio del aire es de 8 ft/s. ¿Por qué factor incrementaría la velocidad de transferencia de calor radiante a la velocidad de secado inicial?, ¿se reduciría el tiempo total de secado en la misma proporción?
- 24.7.** Partículas esféricas de catalizador de alúmina, con 30% de humedad y un tamaño promedio de 300 μm, se secan en un equipo de lecho fluidizado por lotes con aire ingresando a 250 °F, una velocidad superficial de 1.2 ft/s y una humedad de 0.016 lb H₂O/lb de aire seco. a) Si el lecho en reposo tiene un espesor de 4 ft y la temperatura inicial de los sólidos es de 80 °F, estime la temperatura del aire de salida; b) ¿cuál es la temperatura de los sólidos durante el periodo de velocidad de secado constante?; c) ¿cuál es la máxima velocidad de secado, en libras de agua extraída por hora y por libra de catalizador?

- 24.8.** a) Calcule el diámetro medio de gota para un secado por aspersión con un atomizador rotativo de 6 in que gira a 10000 rpm: la alimentación es de 30 lb/min a 120 °F, suponga que la densidad de el producto alimentado es de 70 lb/ft³ y la tensión superficial es de la mitad del agua; b) escalando a un secador más grande con un atomizador de 12 in, ¿qué velocidad de rotación se debería usar para obtener el mismo tamaño de gota?
- 24.9.** Un producto alimenticio que contiene 65% de humedad se va a liofilizar en un secador de vacío funcionando a 0.5 mm Hg y una temperatura de condensación de -25 °C. El material tiene un espesor de 1.0 cm y el secado se va a llevar a cabo por ambos lados, con una separación de 1 mm entre la muestra y las superficies de calentamiento, que están a -5 °C. Las conductividades térmicas del sólido y de la película de vapor son alrededor de 1.2×10^{-4} y 4.8×10^{-5} cal/s · cm · K, respectivamente. a) Permitiendo que se produzca radiación, ¿cuál es el coeficiente de transferencia de calor desde la superficie caliente hacia el exterior del sólido?; b) una vez que se ha extraído la mitad de la humedad, ¿cuál es el coeficiente global de transferencia de calor?; c) usando este valor como coeficiente promedio, estime el tiempo que se requiere para el secado; d) si el material estuviera en capas de 0.5 cm de espesor, ¿por qué factor se reduciría el tiempo de secado?
- 24.10.** Se extienden partículas finas provenientes de una centrifuga en capas de 4.0 cm de espesor sobre bandejas de metal de 0.8×0.8 m en un secador de bandejas. El contenido de humedad inicial es de 0.25 kg/kg de sólido seco. La velocidad del gas en el secador es de 2 m/s en forma paralela a la superficie de la bandeja, con $T = 150$ °F y $T_{wb} = 90$ °F. El diámetro equivalente D_e es de 12 cm. a) ¿Cuál es la velocidad de secado inicial basada sólo en la convección hacia los sólidos húmedos?
- 24.11.** Si la torta de filtro del ejemplo 24.1 se coloca sobre una charola de metal sin aislamiento, la conducción a través de la charola y la torta húmeda incrementarían la temperatura de superficie y la velocidad de secado. a) Si el cambio en la temperatura superficial es muy pequeño, y suponiendo que $k_s = 2k_{agua}$, ¿cuánto incrementaría la conducción el flujo de calor hacia la superficie?, y b) estime el cambio de la temperatura de superficie y el efecto en la velocidad de secado.
- 24.12.** Calcule la eficiencia térmica del secador rotatorio descrito en el ejemplo 24.3. Asuma que el aire se calentó desde 70 a 260 °F antes de su ingreso al secador.
- 24.13.** Un secador de lecho fluidizado se carga con un lote de partículas esféricas de catalizador con un diámetro promedio de 800 μ m y una densidad de partículas húmedas de 1700 kg/m³. La altura inicial del lecho es de 1.2 m. a) Con aire a 190 °F, ¿cuál es la velocidad de fluidización mínima?; b) si el secador opera a dos veces la velocidad mínima de fluidización, estime el coeficiente de transferencia de calor gas-a-partículas y el coeficiente volumétrico global; c) en el periodo de velocidad de secado constante, ¿cuál es la temperatura de los sólidos y la temperatura de salida del aire?

REFERENCIAS

1. Ceaglske, N.H. y O.A. Hougen. *Trans. AIChE* **33**: 283 (1937).
2. Ceaglske, N.H. y F.C. Kiesling. *Trans. AIChE* **36**: 211 (1940).
3. Clark, W.E. *Chem. Eng.* **74**(6): 177 (1967).
4. Comings, E.W. y T.K. Sherwood. *Ind. Eng. Chem.* **26**: 1096 (1934).
5. Dittman, F.W. *Chem. Eng.* **84**(2): 106 (1977).
6. Friedman, S.J., F.A. Gluckert y W.R. Marshall, Jr. *Chem. Eng. Progr.* **48**: 18 (1952)

7. King, C.J. "Freeze Drying." In *Unit Operations Handbook*, ed. J. J. McKetta. Nueva York: Marcel Dekker, 1993.
8. Morgan, R.P. y S. Yerazunis. *Chem. Eng. Progr. Symp. Ser.* **67**(79): 1 (1967).
9. Mujumdar, A.S. *Advances in Drying*, vol. 4. Washington, D.C.: Hemisphere Publ., 1987.
10. Newman, A.B. *Trans. AIChE* **27**: 203, 310 (1931).
11. Oliver, D.R. y D.L. Clarke. *Chem. Eng.* (Londres) **246**: 58 (1971).
12. Perry, R.H., D.W. Green (eds.). *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1997; a) pp. 12-36 y 12-90, b) pp. 12-54; c) pp. 12-85.
13. Riegel, E.R. *Chemical Process Machinery*, 2a. ed. Nueva York: Reinhold, 1953, cap. 17.
14. Sandall, O.C., J. King, and C.R. Wilke. *AIChEJ.* **13**: 428 (1967).
15. Shepherd, C.B., C. Handlock y R.C. Brewer. *Ind. Eng. Chem.* **30**: 388 (1938).
16. Sherwood, T.K. *Ind. Eng. Chem.* **21**: 12 (1929).
17. Sherwood, T.K. y E.W. Comings. *Trans. AIChE* **28**: 118 (1932).
18. Treybal, R.E. *Mass Transfer Operations*, 3a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1980, p. 675.
19. Wallace, S.M. *Chemical Process Equipment*. Stoneham, Mass.: Butterworths, 1988, pp. 237-277.

CAPÍTULO 25

Separaciones en lechos fijos

En varios procesos para separar mezclas gaseosas o líquidas, el fluido se pone en contacto con partículas pequeñas de un sólido poroso que adsorbe selectivamente o con complejos con ciertos componentes de la alimentación. En la adsorción, el sólido por lo general se mantiene en un lecho fijo, mientras que el fluido pasa continuamente a través del lecho hasta que el sólido está casi saturado. Entonces el flujo se desvía hacia un segundo lecho, y el lecho saturado es sustituido o regenerado. El intercambio de iones es otro proceso que se lleva a cabo de modo semicontinuo en un lecho fijo de forma similar. Así, el agua que se desea ablandar o desionizar se hace pasar sobre lechos de resina de intercambio iónico hasta que la resina alcanza prácticamente la saturación. Para los procesos de adsorción e intercambio de iones, la operación continua a contracorriente se logra mediante el movimiento de los sólidos a través del lecho y reemplazando de manera continua las partículas saturadas con otras frescas. Sin embargo, no se utiliza con frecuencia este método de operación, ya que es difícil conseguir un flujo uniforme de sólidos.

La cromatografía es un proceso similar al de adsorción en que las mezclas de gases o líquidos se pasan a través de un lecho de partículas porosas, pero la alimentación se introduce en porciones pequeñas en lugar de hacerlo de forma continua. Los componentes se mueven a través del lecho a diferentes velocidades y se recolectan a la salida. El lecho se regenera de modo continuo mediante el paso de un gas o líquido acarreador que opera por periodos largos, pero sólo pequeñas cantidades de la mezcla de alimentación se separan en un tiempo.

Para todos estos procesos, el funcionamiento depende de los equilibrios fluido-sólido y de las velocidades de transferencia de masa, que se analizarán en las secciones siguientes.

ADSORCIÓN

Adsorbentes y procesos de adsorción

La mayor parte de los adsorbentes son materiales muy porosos y la adsorción tiene lugar principalmente sobre las paredes de los poros o en sitios específicos dentro de la partícula.

Puesto que los poros son por lo general muy pequeños, el área de la superficie interna es varios órdenes de magnitud superior al área externa y puede alcanzar con frecuencia valores de 500 a 1 000 m²/g. La separación se produce debido a que diferencias de peso molecular o de polaridad dan lugar a que algunas moléculas se adhieran con más fuerza a la superficie que otras o porque los poros son demasiado pequeños para admitir las moléculas grandes. En muchos casos, el componente que se adsorbe (adsorbato) se fija tan fuerte que permite una separación completa de dicho componente desde un fluido con muy poca adsorción de otros componentes. Es posible regenerar el adsorbente con el fin de obtener el adsorbato en forma concentrada o prácticamente pura.

Las aplicaciones de la adsorción en fase de vapor incluyen la recuperación de solventes orgánicos utilizados en pinturas, tintas de imprenta y soluciones para formación de películas o recubrimientos de esmaltes. El aire cargado de solvente se envía primero a un condensador enfriado con agua con el fin de recolectar parte del solvente, si bien en general no resulta adecuado enfriar el gas a temperaturas inferiores a la temperatura ambiente en un intento para eliminar las pérdidas del solvente. El aire, con una pequeña cantidad de solvente, se hace pasar a través de un lecho de partículas de carbón adsorbente, lo que puede reducir la concentración de solvente hasta concentraciones inferiores a 1 ppm. La concentración final puede estar establecida por estándares gubernamentales de emisión en lugar de por criterios económicos de recuperación del solvente. También se utiliza la adsorción sobre carbón para separar contaminantes, tales como H₂S, CS₂ y otros compuestos con mal olor, del aire que circula en sistemas de ventilación. En la gran mayoría de los automóviles nuevos se colocan cartuchos de carbón para evitar el paso de los vapores de gasolina al aire.

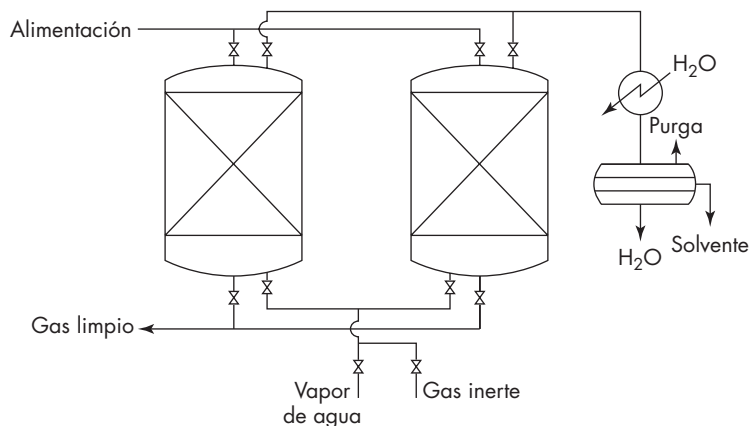
El secado de gases se lleva a cabo con frecuencia adsorbiendo el agua sobre gel de sílice, alúmina u otros sólidos inorgánicos porosos. Las zeolitas o tamices moleculares, que son aluminosilicatos, naturales o sintéticos, con una estructura fina de poro muy regular, resultan especialmente eficaces para la preparación de gases con bajos puntos de rocío (−75 °C). La adsorción sobre tamices moleculares se utiliza también para separar oxígeno y nitrógeno, para preparar hidrógeno puro a partir de gas de síntesis, así como para separar parafinas normales de parafinas ramificadas y aromáticas.

La adsorción a partir de una fase líquida se utiliza para separar componentes orgánicos de aguas potables y residuales, impurezas coloreadas de soluciones de azúcar y aceites vegetales, así como agua de líquidos orgánicos. La adsorción se emplea también para recuperar productos de reacción que no son fáciles de separar por destilación o cristalización. Algunos tipos de sólidos se utilizan indistintamente para adsorción en fase de vapor y en fase líquida, si bien los adsorbentes con mayor tamaño de poro son preferibles para el caso de líquidos.

EQUIPO DE ADSORCIÓN

Adsorbedores de lecho fijo

En la figura 25.1 se muestra un sistema de equipo típico utilizado para la adsorción de vapores solventes. Las partículas de adsorbente se colocan en un lecho de 0.3 a 1.2 m (1 a 4 ft) de espesor soportado sobre un tamiz o placa perforada. La alimentación

**FIGURA 25.1**

Sistema de adsorción en fase de vapor.

gaseosa circula en sentido descendente a través de uno de los lechos mientras que el otro se encuentra en regeneración. El flujo descendente es preferible debido a que el flujo ascendente a velocidades elevadas da lugar a la fluidización de las partículas, lo que provoca colisiones y pérdida de finos. Cuando la concentración de soluto en el gas que sale alcanza un cierto valor, o bien para un tiempo previamente establecido, se accionan automáticamente las válvulas con el fin de dirigir la alimentación al otro lecho e iniciar la secuencia de regeneración.

La regeneración puede realizarse con gas inerte caliente, pero por lo general es preferible utilizar vapor de agua cuando el solvente no es miscible en agua. El vapor de agua se condensa en el lecho aumentando la temperatura del sólido y suministrando la energía necesaria para la desorción. El solvente se condensa, se separa del agua y, con frecuencia, se seca antes de su reutilización. El lecho entonces se enfría y se seca con un gas inerte, no siendo necesario disminuir la temperatura de todo el lecho hasta la temperatura ambiente. Si el gas limpio es capaz de tolerar algo de vapor de agua, la evaporación de agua durante el ciclo de adsorción ayudará a enfriar el lecho y eliminar parcialmente el calor de adsorción.

El tamaño del lecho adsorbente está determinado por la velocidad de flujo de gas y por el tiempo de ciclo deseado. El área de la sección transversal se calcula por lo general de tal forma que se obtenga una velocidad superficial de 0.15 a 0.45 m/s (0.5 a 1.5 ft/s), que da lugar a una caída de presión de pocas pulgadas de agua por pie de lecho cuando se utilizan adsorbentes típicos (4 por 10 mallas o 6 por 16 mallas). Para velocidades de flujo muy grandes puede instalarse un lecho rectangular en la parte central de un cilindro horizontal en vez de utilizar un tanque vertical con un diámetro mucho mayor que el espesor del lecho.

El espesor del lecho y la velocidad de flujo por lo general se seleccionan para proporcionar un ciclo de adsorción de 2 a 24 h. Utilizando un lecho más largo es posible ampliar el ciclo de adsorción a varios días, pero la mayor caída de presión y la mayor

inversión necesaria harán la operación probablemente antieconómica. Algunas veces se recomienda un espesor de lecho de sólo 0.3 m (1 ft) o menos para disminuir la caída de presión y el tamaño del adsorbedor, pero los lechos de poca longitud no producen una separación completa y requieren más energía para la regeneración.

Equipo para el secado de gases. El equipo para el secado de gases es similar al que se ilustra en la figura 25.1, con la diferencia de que se utiliza gas caliente para la regeneración. El gas húmedo procede del lecho que se está regenerando y puede descargarse a la atmósfera o bien la mayor parte del agua se separa en un condensador y el gas se hace recircular al lecho a través de un sistema de calefacción. Para secadores pequeños se instalan con frecuencia calentadores eléctricos dentro del lecho para suministrar la energía de regeneración.

Cuando la regeneración se realiza a presión mucho más baja que la de adsorción, no es necesario suministrar calor toda vez que la baja presión favorece la desorción. Si un secador de gases opera a varias atmósferas de presión durante un ciclo de adsorción, se puede conseguir una regeneración casi completa pasando parte del gas seco a través del lecho, a la presión atmosférica, sin calentamiento previo. Parte del calor de adsorción, que está almacenado en el lecho como calor sensible, se utiliza para la desorción y el lecho se enfría durante la regeneración. La cantidad de gas que se necesita para la regeneración es sólo una fracción del gas de alimentación del ciclo de adsorción, puesto que el gas que sale a 1 atm tendrá una fracción molar de agua mucho mayor que el gas de alimentación. Aplicando el mismo principio, la regeneración al vacío ofrece una alternativa a la regeneración con vapor de agua o con gases calientes cuando la adsorción se realiza a la presión atmosférica.

Adsorción a presión alterna. Aunque la adsorción es más utilizada como un proceso de purificación para eliminar pequeñas cantidades de material, diversas aplicaciones incluyen separaciones de mezclas de gases con concentraciones moderadas a altas de adsorbatos. Éstas se conocen como separaciones al por mayor y también utilizan diferentes procedimientos de operación para la purificación de gas. La adsorción a presión alterna (PSA) es un proceso de separaciones al por mayor que se utiliza para la separación de aire de plantas a pequeña escala y para la concentración de hidrógeno en corrientes de proceso.

Un proyecto simple de PSA para separación de aire utiliza dos lechos de tamices moleculares, con una adsorción a una presión de varias atmósferas mientras que la otra se regenera a 1 atm. Para la misma concentración, el nitrógeno es adsorbido de 3 a 4 veces tan fuerte como el oxígeno, así que es posible producir oxígeno casi puro como producto. Sin embargo, el tiempo de adsorción es muy corto (menor a un minuto) a causa de la alta concentración de N_2 en el aire y la baja capacidad del sorbente. Por lo tanto, la retención del gas en el lecho es relativamente significativo a la cantidad adsorbida, y este volumen de gas debe considerarse en el diseño del ciclo de adsorción. Después de la adsorción, el lecho es despresurizado, lo cual elimina la mayor parte del gas referido y algo del gas adsorbido. El lecho es purgado a 1 atm con parte del producto gaseoso del otro adsorbedor para terminar la desorción. Entonces el lecho es presurizado con el producto gaseoso antes de que se active la alimentación del aire. La mayoría de los proyectos complejos utilizan tres o cuatro lechos con sólo un lecho adsorbedor y los otros son despresurizados, purgados, o represurizados, todo bajo el control de un cronómetro de tiempo.

Aunque el PSA está por lo general basado en diferencias en la cantidad de equilibrio adsorbida, algunas separaciones utilizan diferencias en la cinética de adsorción. Se puede preparar nitrógeno casi puro a partir del aire mediante la utilización de un tamiz molecular de carbón,^{17c} los materiales que tienen bocas porosas muy pequeñas las cuales admiten moléculas de oxígeno mucho más fácil que las moléculas de nitrógeno un poco mayores. Las cantidades de equilibrio adsorbidas son más o menos las mismas, pero la difusividad efectiva de O_2 es 100 veces mayor que la de N_2 , y muy poco N_2 es adsorbido durante el corto periodo de adsorción.^{19c}

Adsorción para líquidos. Un ejemplo importante de adsorción para la fase líquida es el uso de carbón activado para remover contaminantes a partir de desechos acuosos. Los adsorbentes de carbón se utilizan entonces para eliminar vestigios orgánicos de suministros de agua municipales, los cuales mejoran el sabor y reducen la oportunidad de formación de compuestos tóxicos en la etapa de cloración. Para estos usos, los lechos de carbón son de muchos pies de diámetro y arriba de 10 m (30 ft) de alto, y puede haber varios lechos operando en paralelo. Los lechos altos son necesarios para asegurar el tratamiento adecuado, porque la velocidad de adsorción para líquidos es mucho menor que para gases. También el carbón agotado es por lo general eliminado del lecho para regeneración, y por lo tanto son deseables periodos largos entre regeneraciones.

Un método alternativo de tratamiento de aguas de desecho consiste en adicionar carbón en polvo a un tanque de solución utilizando agitadores mecánicos o aspersores de aire para mantener las partículas suspendidas. Con las partículas finas, la adsorción es mucho más rápida que con el carbón granulado, pero se necesita un equipo mayor para eliminar el carbón agotado por sedimentación o filtración. El tratamiento con carbón en polvo puede ser discontinuo, o bien, efectuarse de manera continua, con adición de carbón medido a la corriente de desecho y una eliminación continua del carbón agotado.

En el sistema PACT[®] desarrollado por USFilter y DuPont, el tratamiento con polvo de carbón activado se combina con tratamiento biológico en grandes tanques aereados para extraer los contaminantes de las aguas residuales municipales o industriales. Las partículas de carbón adsorben algunos contaminantes que no son biodegradables, pero también hay un efecto sinérgico al lograr que se den juntos tanto el tratamiento de adsorción como el biológico. Ciertos compuestos que no son biodegradables y que se adsorben débilmente se pueden extraer totalmente por medio del proceso PACT.

La cantidad de carbón que se agrega a la corriente de desechos varía desde 10 ppm hasta más de 1 000 ppm, dependiendo de la naturaleza del desecho y de los estándares de los efluentes. Se utiliza un tanque de decantación después del tanque de tratamiento y, reciclando cierta parte de la capa de sedimento, se puede incrementar la concentración de carbón, y el tiempo de residencia del carbón en el sistema puede aumentar varias veces el tiempo de residencia hidráulica. El precio del carbón en polvo es de sólo la mitad del carbón granulado y constituye una pequeña parte del costo de operación. En las grandes plantas, el costo del carbón se puede reducir posteriormente por medio de regeneración con aire húmedo a 250 °C, lo que destruye la biomasa y la mayoría de las especies adsorbidas, pero sólo se pierde alrededor de 10% del carbón.

Equilibrios; isothermas de adsorción

La isoterma de adsorción es la relación de equilibrio entre la concentración de la fase fluida y la concentración de las partículas de adsorbente a una temperatura determinada. Para el caso de gases, la concentración viene por lo general dada como porcentaje en moles o como presión parcial. Para líquidos, la concentración se expresa por lo general en unidades de masa, tales como mg/L (ppm) o mg/L (ppb). La concentración de adsorbato sobre el sólido viene dada como masa adsorbida por unidad de masa de adsorbente original.

Tipos de isothermas

En la figura 25.2 se presentan algunas formas típicas de isothermas como gráficas aritméticas. La isoterma lineal pasa por el origen de coordenadas y la cantidad adsorbida es proporcional a la concentración en el fluido. Las isothermas que son convexas hacia arriba se denominan favorables, debido a que puede obtenerse una carga relativamente elevada del sólido para una baja concentración en el fluido. La isoterma de Langmuir está dada por la relación $W = W_{\text{máx}} [Kc / (1 + Kc)]$, donde W es la carga del adsorbato, c es la concentración en el fluido y K es la constante de adsorción. La isoterma es del tipo favorable. Cuando K es mayor y $Kc \gg 1$, la isoterma es altamente favorable; y cuando $Kc < 1$, la isoterma es prácticamente lineal. La isoterma de Langmuir se deriva suponiendo una superficie uniforme —no una suposición válida—, pero la relación trabaja de modo razonable bien para gases que son débilmente adsorbidos. Para isothermas altamente favorables la ecuación empírica de Freundlich $W = bc^m$, donde b y m son constantes y $m < 1$ conduce generalmente a un mejor ajuste, en especial para la adsorción a partir de líquidos.

El caso límite de una isoterma muy favorable es la adsorción irreversible, donde la cantidad adsorbida es independiente de la disminución de concentración hasta valores muy bajos. Todos los sistemas presentan una disminución de la cantidad adsorbida al aumentar la temperatura y, por supuesto, el adsorbato puede desorberse aumentando la temperatura, aun para los casos titulados “irreversibles”. Sin embargo, la desorción requiere una temperatura mucho más elevada cuando la adsorción es muy favorable o irreversible que cuando las isothermas responden a un modelo lineal.

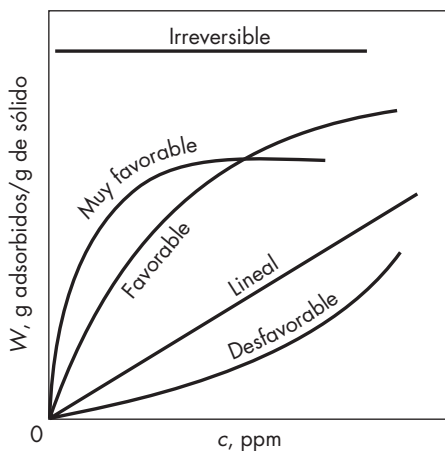


FIGURA 25.2

Isotermas de adsorción.

Una isoterma que es cóncava hacia arriba recibe el nombre de desfavorable debido a que se obtienen cargas de sólido relativamente bajas y a que conducen a largas zonas de transferencia de materia en el lecho. Las isotermas de esta forma son raras, pero resultan interesantes para ayudar a comprender el proceso de regeneración. Si la isoterma de adsorción es favorable, la transferencia de masa desde el sólido hacia la fase fluida tiene características similares a las de la adsorción con una isoterma no favorable.

Con el fin de mostrar la variedad de formas de isotermas para un solo adsorbato, en la figura 25.3 se presentan datos para agua adsorbida desde aire sobre tres desecantes. El gel de sílice presenta una isoterma casi lineal hasta 50% de humedad relativa y la capacidad final es casi el doble que para los demás sólidos. A altas humedades, los pequeños poros se llenan de líquido por condensación capilar, y la cantidad total adsorbida depende del volumen de los poros pequeños y no del área superficial. El agua es retenida por los tamices moleculares con mayor fuerza y la adsorción es casi irreversible, pero el volumen de los poros no es tan grande como en el gel de sílice. Las curvas de la figura 25.3 están basadas en la humedad relativa, lo que da lugar a que las isotermas, para un intervalo de temperaturas, caigan sobre una sola curva. Observe que, excepto para los tamices moleculares, la cantidad adsorbida para una presión parcial determinada experimenta una disminución acusada al aumentar la temperatura. Para aire con 1% de H_2O a 20 °C, $\mathcal{H}_R = 7.6 \text{ mm Hg}/17.52 \times 100 = 43.4\%$, y la cantidad adsorbida sobre el gel de sílice es $W = 0.26 \text{ lb/lb}$. Para la misma concentración a 40 °C, $\mathcal{H}_R = 7.6/55.28 \times 100 = 13.7\%$ y $W = 0.082 \text{ lb/lb}$.

Los datos de adsorción para vapores de hidrocarburos sobre carbón activado se ajustan en ocasiones a isotermas de Freundlich; pero en un amplio intervalo de presiones, las pendientes de las isotermas disminuyen gradualmente al aumentar la presión. La cantidad adsorbida depende fundamentalmente de la relación entre la presión parcial

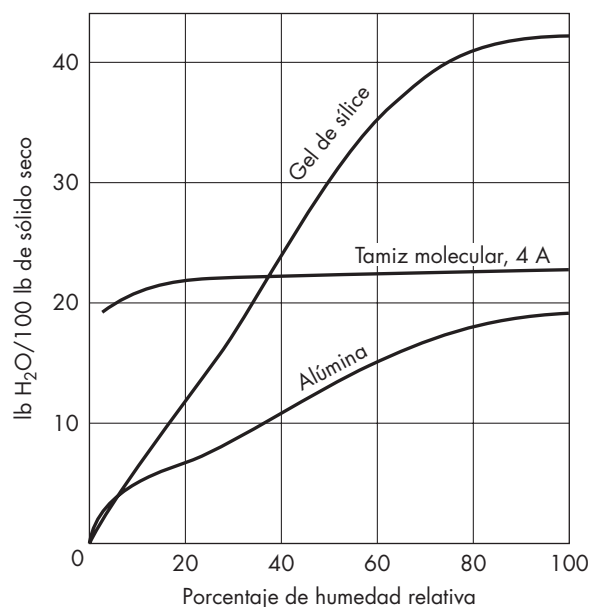


FIGURA 25.3

Isotermas de adsorción para el agua en aire desde 20 a 50 °C.

del adsorbato en el gas y la presión de vapor del líquido en las mismas condiciones, así como del área superficial del carbón. Se han desarrollado correlaciones generalizadas basadas en el concepto de potencial de adsorción,^{10, 14} y en la figura 25.4 se presentan algunos resultados para el caso de parafinas y compuestos de azufre. Para una determinada clase de materiales, la cantidad adsorbida depende de $(T/V) \log (f_s/f)$, siendo T la temperatura de adsorción, en Kelvins, V es el volumen molar del líquido en el punto de ebullición, f_s es la fugacidad del líquido saturado a la temperatura de adsorción y f la fugacidad del vapor. Para adsorción a la presión atmosférica se utilizan la presión parcial y la presión de vapor en lugar de las fugacidades. El volumen adsorbido se convierte en masa suponiendo que el líquido adsorbido tiene la misma densidad que el líquido a la temperatura de ebullición.

Las curvas para n -parafinas y componentes de azufre fueron adaptadas a partir de representaciones gráficas similares por Grant y Manes,^{11, 12} quienes utilizaron una definición diferente del volumen molar. La información limitada muestra que hidrocarburos altamente clorados son adsorbidos de manera más favorable que los componentes de azufre, tal como se muestra en la figura 25.4; pero los datos para el cloruro de vinilo caen cerca de la línea para parafinas, tal como se esperaba. La adsorción de especies oxigenadas como cetonas y alcoholes sobre carbón BPL pueden estimarse utilizando la curva para compuestos de azufre. Los compuestos aromáticos, tales como benceno y tolueno, muestran la adsorción muy favorable, debido a que son similares a la estructura del grafito del carbono.

EJEMPLO 25.1 Se utiliza adsorción sobre carbón BPL, para tratar una corriente de aire que contiene 0.2% de n -hexano a 20 °C. a) Estime la capacidad de equilibrio para la operación de un lecho a 20 °C. b) ¿Cuánto disminuirá la capacidad si el calor de adsorción aumentase la temperatura del lecho hasta 40 °C?

Solución

a) El peso molecular del n -hexano es 86.17. A 20 °C (según *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 7a. ed., p. 2-70) $P' = 120$ mm Hg $\approx f_s$. A la temperatura normal de ebullición (68.7 °C), $\rho_L = 0.615$ g/cm³. La presión de adsorción P es 760 mm Hg, y

$$p = 0.002 \times 760 = 1.52 \text{ mm Hg} \approx f \quad V = \frac{86.17}{0.615} = 140.1 \text{ cm}^3/\text{g mol}$$

$$\frac{T}{V} \log \frac{f_s}{f} = \frac{293}{140.1} \log \frac{120}{1.52} = 3.97$$

A partir de la figura 25.4, el volumen adsorbido es 31 cm³ de líquido por cada 100 g de carbón:

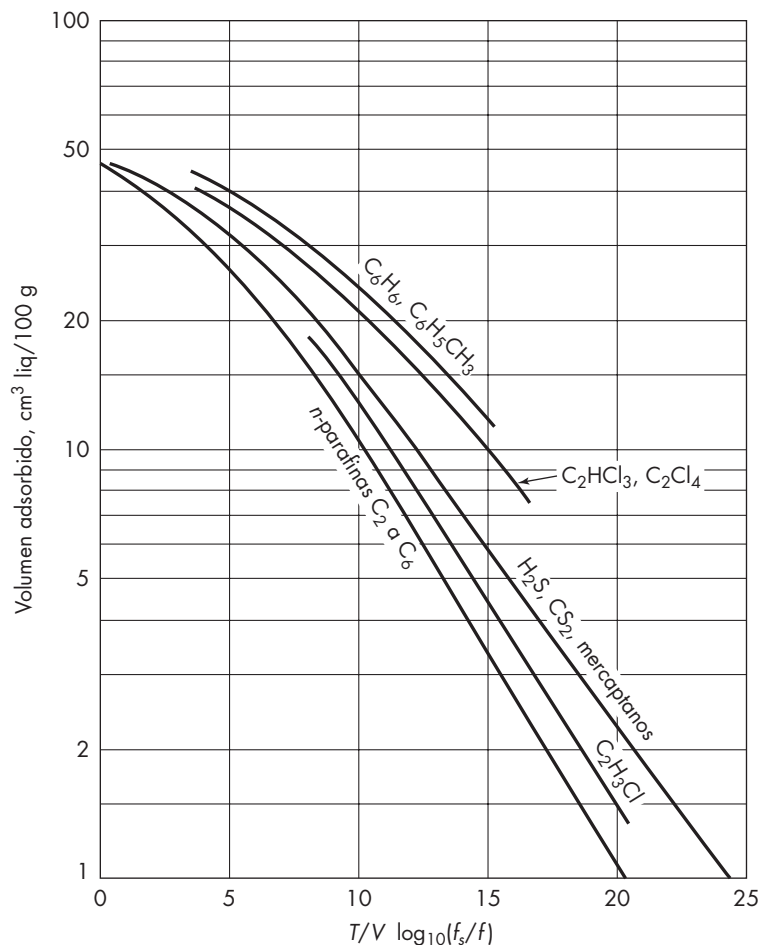
$$W = 0.31 \times 0.615 = 0.19 \text{ g/g carbón}$$

b) A 40 °C, $P' = 276$ mm Hg:

$$\frac{T}{V} \log \frac{f_s}{f} = \frac{313}{140.1} \log \frac{276}{1.52} = 5.05$$

El volumen adsorbido, según la figura 25.4, es 27 cm³ por 100 g de carbón:

$$W = 0.27 \times 0.615 = 0.17 \text{ g/g carbón}$$

**FIGURA 25.4**

Correlación generalizada de adsorción^{10, 11} para carbón BPL Calgon (1 040 m²/g).

Las isothermas de adsorción son representados en general para un solo componente, pero varias aplicaciones incluyen mezclas de multicomponentes. La isoterma de Langmuir se modifica muy fácil para adsorbatos múltiples añadiendo términos al denominador:

$$W_1 = W_{\text{máx}} \left(\frac{K_1 c_1}{1 + K_1 c_1 + K_2 c_2 + \dots} \right)$$

Sin embargo, como se mencionó, esta ecuación no es muy satisfactoria para materiales adsorbidos de modo favorable. Para solutos con propiedades similares, las correlaciones generalizadas de la figura 25.4 pueden utilizarse mediante el empleo de los valores promedio de V , ρ_L y f_s para estimar la cantidad total adsorbida. Sin embargo, cuando el soluto A es mucho más favorablemente adsorbido que el soluto B , se desarrollarán zonas separadas de transferencia de masa, y A desplazará el adsorbedor B a medida que la zona para A se mueva a través del lecho.

Un problema común en la eliminación de vapores del aire es la adsorción simultánea de vapor de agua. Aun cuando el vapor de agua es sólo adsorbido muy débil sobre carbones activados, la capacidad del vapor para vapores orgánicos se puede reducir de 50 a 70% si la humedad relativa es de 80%. Sin embargo, esto es un pequeño efecto si la humedad relativa es menor que 30%. Este hecho puede hacer que valga la pena elevar la temperatura de la alimentación de 10 a 20 °C, aun cuando esto disminuya la capacidad de equilibrio para un solo adsorbato.

Quando se utilizan carbones activados para eliminar contaminantes orgánicos del agua, los hidrocarburos tienden a competir con el agua por los sitios de adsorción, y la capacidad es por lo general mucho menor que la que podría esperarse para la misma fugacidad de hidrocarburo y la adsorción a partir del aire seco. Nuevos tipos de adsorbentes de carbón, hechos por pirólisis controlada de resinas de intercambio iónico macrorreticular, son más hidrofóbicos que el carbón activado y tienen capacidades mayores para los hidrocarburos y otros contaminantes orgánicos disueltos en agua.¹⁶ Isotermas para tricloroetileno (TCE) y cloroformo sobre Rohm y Haas Ambersorb 563 se muestran en la figura 25.5. A una concentración de 1 ppm o menor, la cantidad adsorbida sobre Ambersorb 563 es de 6 a 8 veces mayor que sobre un carbón activado granular típico. A altas concentraciones la orientación es reversible, porque el carbono granular tiene un mayor volumen micropolar. Una aplicación típica para adsorbentes Ambersorb es para tratar agua subterránea que contiene alrededor de 1 ppm de TCE y reduce la concentración para la calidad estándar del agua de 0.005 ppm o 5 ppb.

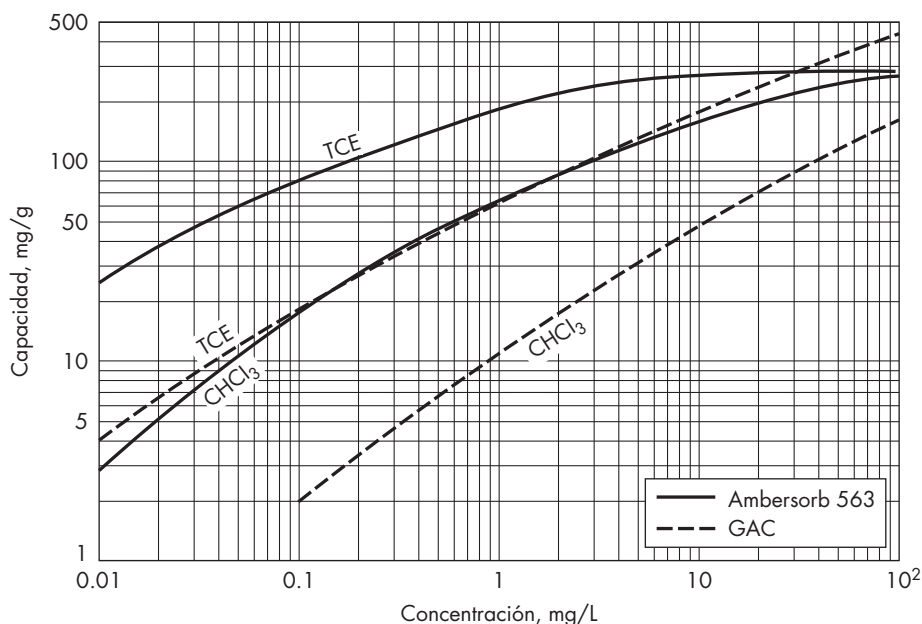


FIGURA 25.5

Isotermas de adsorción para tricloroetileno (TCE) y cloroformo (CHCl_3) en solución acuosa, sobre Ambersorb 563 y carbón activado granular (GAC).

Para ambos adsorbentes que se muestran en la figura 25.5, la cantidad de TCE adsorbido es varias veces la del cloroformo, por lo tanto la diferencia en la adsorción de la fase de vapor es menor que dos veces a la misma concentración. La mayor solubilidad del cloroformo en agua (unas ocho veces mayor que la de TCE) hace la actividad a una concentración dada en el agua mucho menor para el cloroformo que para TCE.

Fundamentos de la adsorción

Modelos de concentración en lechos fijos

En la adsorción en lecho fijo las concentraciones en la fase fluida y en la fase sólida varían con el tiempo y la posición en el lecho. Al principio, la mayor parte de la transferencia de masa tiene lugar cerca de la entrada del lecho, donde el fluido se pone en contacto con el adsorbente. Si al comienzo el sólido no contiene adsorbato, la concentración en el fluido disminuye en forma exponencial con la distancia hasta casi cero antes de alcanzar el extremo final del lecho. Este perfil de concentración se representa en la curva t_1 de la figura 25.6a, donde c/c_0 es la relación de concentraciones correspondiente al fluido y a la alimentación. Después de pocos minutos, el sólido próximo a la entrada se encuentra prácticamente saturado, y la mayor parte de la transferencia de materia tiene lugar lejos de la entrada. El gradiente de concentración adquiere la forma de S, tal como se observa en la curva t_2 . La región donde ocurre la mayor parte del cambio de concentración es la llamada zona de transferencia de masa, y sus límites con frecuencia se toman como c/c_0 valores de 0.95 a 0.05.

Con el tiempo, la zona de transferencia de masa se mueve hacia la parte inferior del lecho, tal como muestran los perfiles t_3 y t_4 . Perfiles similares podrían trazarse para la concentración media de adsorbato sobre el sólido, encontrándose sólido casi saturado a la entrada, una gran variación en la región de transferencia de materia, y concentración cero

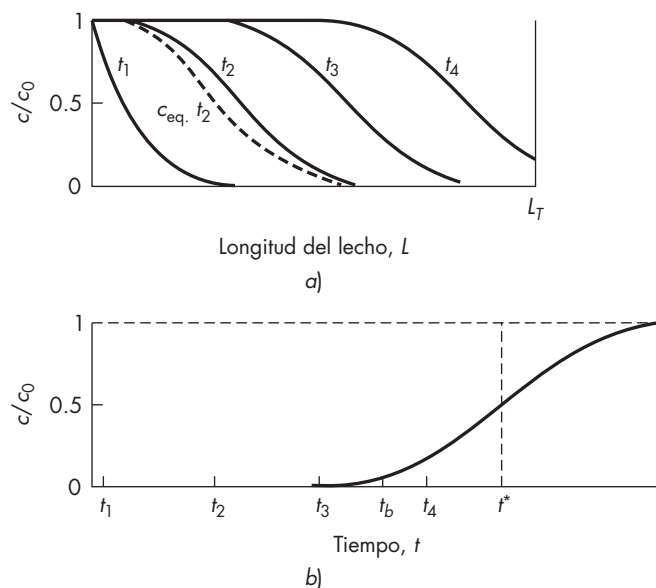


FIGURA 25.6

a) Perfiles de concentración y b) curva de ruptura para adsorción en un lecho fijo.

al final del lecho. En lugar de representar gráficamente la concentración real sobre el sólido, la línea de trazo discontinuo para el tiempo t_2 representa la concentración en la fase fluida en equilibrio con el sólido. Esta concentración debe ser siempre menor que la concentración real en el fluido, y la diferencia de concentraciones, o fuerza impulsora, es considerable cuando el perfil de concentración es brusco y la transferencia de materia es rápida.

Los perfiles de concentración para t_2 , t_3 y t_4 tienen la misma forma, que es característica de sistemas con isotermas favorables. Estos perfiles son de *autoagudización* y se diferencian de aquellos con isotermas lineales, que se vuelven más ensanchados con la distancia, debido a la dispersión axial.

Curvas de ruptura

Pocos lechos fijos tienen sensores internos que permiten la determinación de perfiles como los representados en la figura 25.6a. Sin embargo, estos perfiles se pueden predecir y utilizar para calcular la curva de concentración frente al tiempo para el fluido que sale del lecho. La curva que se muestra en la figura 25.6b recibe el nombre de curva de ruptura. Para los tiempos t_1 y t_2 la concentración a la salida es prácticamente cero, tal como se aprecia en la figura 25.6a. Cuando la concentración alcanza el valor límite permisible, o punto de ruptura, se interrumpe el flujo o bien se conduce a otro lecho de adsorbente fresco. Con frecuencia el punto de ruptura se toma como una concentración relativa de 0.05 o 0.10 y, puesto que sólo la última porción de fluido tratado posee la concentración más elevada, la fracción media de soluto separado desde el comienzo hasta el punto de ruptura es con frecuencia 0.99 o superior.

Si la adsorción continuara más allá del punto de ruptura, la concentración aumentaría muy rápido hasta aproximadamente 0.5 y después se acercaría más lento hasta 1.0, tal como se observa en la figura 25.6b. Esta curva en forma de S es similar a la de los perfiles de concentración interna y es con frecuencia casi simétrica. Mediante un balance de materia es posible demostrar que el área limitada por la curva y la ordenada para $c/c_0 = 1.0$ es proporcional a la cantidad total de soluto adsorbido si todo el lecho alcanza el equilibrio con la alimentación. La cantidad adsorbida es también proporcional al área rectangular a la izquierda de la línea punteada a t^* , el tiempo de la adsorción ideal para una curva de ruptura vertical. Para una curva simétrica, t^* es también el tiempo cuando c/c_0 alcanza 0.5. El movimiento de la adsorción frontal a través del lecho y el efecto de las variables del proceso sobre t^* se obtienen por un simple balance de materia.

Por unidad de área de la sección transversal del lecho, la velocidad de alimentación del soluto es el producto de la velocidad superficial y la concentración:

$$F_A = u_0 c_0 \quad (25.1)$$

Para una curva de ruptura ideal, todo el soluto alimentado en tiempo t^* es adsorbido, y la concentración sobre el sólido ha aumentado a partir del valor inicial W_0 en el equilibrio o valor de saturación w_{sat} . Por lo tanto

$$u_0 c_0 t^* = L \rho_b (W_{\text{sat}} - W_0) \quad (25.2)$$

$$t^* = \frac{L \rho_b (W_{\text{sat}} - W_0)}{u_0 c_0} \quad (25.3)$$

donde L y ρ_b son la longitud y la densidad global del lecho, respectivamente. Para carbón fresco o carbón completamente regenerado, $W_0 = 0$; pero la regeneración completa es con frecuencia muy costosa.

El tiempo del punto de ruptura t_b es siempre menor que t^* , y la cantidad real de soluto adsorbido en el punto de ruptura se determina integrando la curva de ruptura al tiempo t_b , tal como se indica en la figura 25.7. Si la zona de transferencia de masa es relativamente estrecha a la longitud del lecho, la curva de ruptura será escarpado, como se muestra en la figura 25.7a, y la mayoría de la capacidad del sólido será utilizada en el punto de ruptura. Cuando la zona de transferencia de masa es casi tan larga como el lecho, la curva de ruptura está más extendida, como en la figura 25.7b, y se utiliza menos de la mitad de la capacidad del lecho. Una zona de transferencia de masa estrecha es deseable para hacer uso eficiente del adsorbente y para reducir los costos de energía en la regeneración. En el caso ideal de que no exista resistencia de transferencia de materia ni dispersión axial, la zona de transferencia de masa sería de ancho infinitesimal, y la curva de ruptura sería una línea vertical de 0 a 1.0 cuando todo el sólido estuviera saturado.

Escalamiento

La anchura de la zona de transferencia de masa depende de la velocidad de transferencia de masa, de la velocidad de flujo y de la forma de la curva de equilibrio. Se han publicado métodos para predecir los perfiles de concentración y la anchura de la zona, pero por lo general se requieren cálculos laboriosos y los resultados a menudo son inexactos debido a incertidumbres en las correlaciones de transferencia de masa. El escalamiento de adsorbedores se realiza en general a partir de ensayos de laboratorio en un lecho de pequeño diámetro operando con el mismo tamaño de partícula y velocidad superficial. La longitud del lecho no tiene por qué ser la misma, tal como se considera en la siguiente sección.

Longitud de lecho no utilizado. Para sistemas con una isoterma favorable, el perfil de concentración en la zona de transferencia de masa adquiere pronto una forma característica y una anchura que no varía al desplazarse a través del lecho. Por lo tanto, los ensayos con diferentes longitudes de lecho dan curvas de ruptura de la misma forma, pero en lechos de gran longitud, la zona de transferencia de masa representa una fracción menor de forma que se utiliza una mayor fracción del lecho. En el punto de ruptura, el sólido comprendido entre la entrada del lecho y el comienzo de la zona de transferencia de masa está completamente saturado (en equilibrio con la alimentación). En la zona de

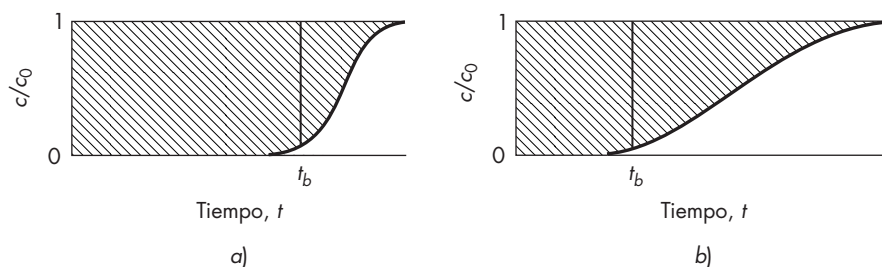


FIGURA 25.7

Curvas de ruptura para a) una estrecha y b) una amplia zona de transferencia de masa.

transferencia de masa, el sólido pasa de estar prácticamente saturado a casi no contener adsorbato, y de una forma aproximada puede suponerse que está a media saturación. Esto es equivalente a tener la mitad del sólido en la zona de transferencia de masa totalmente saturado y la otra mitad sin utilizar. El fundamento del escalamiento reside en que la cantidad de sólido no utilizado, o longitud de lecho sin utilizar, no varía con la longitud total del lecho.⁶

Para calcular la longitud de lecho no utilizado a partir de la curva de ruptura, el soluto total adsorbido en el punto de ruptura se determina por integración. La capacidad del sólido se obtiene por integración de una curva de ruptura completa o bien a partir de ensayos de equilibrio separados. La relación entre estas dos cantidades representa la fracción de la capacidad de lecho utilizado en el punto de ruptura, y 1.0 menos esta relación, es la fracción no utilizada. Dicha fracción se convierte en una longitud equivalente de lecho no utilizado (LUB), que se supone constante. El tiempo del punto de ruptura se calcula a partir del tiempo ideal y de la fracción de lecho utilizado:

$$t_b = t^* \left(1 - \frac{\text{LUB}}{L} \right) \quad (25.4)$$

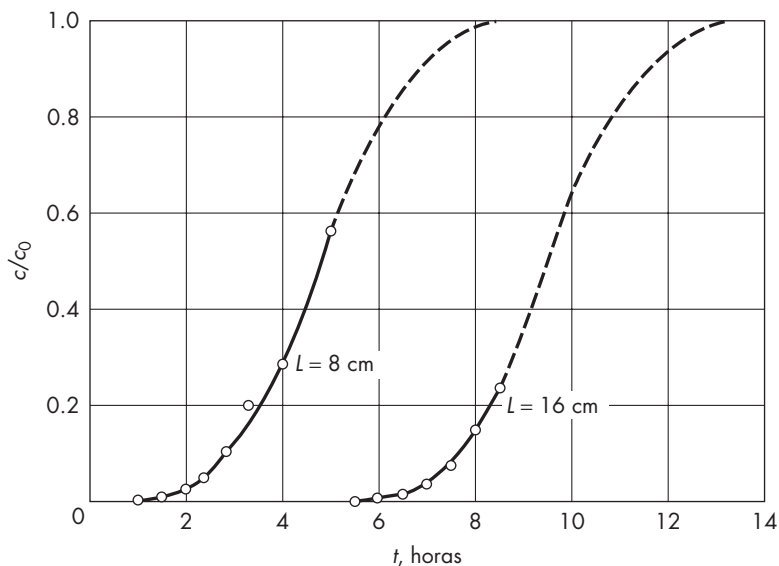
A modo de ejemplo, si un lecho de 20 cm de espesor conduce a 60% de utilización en el punto de ruptura, la longitud de lecho no utilizado es 8 cm. Si la longitud del lecho aumenta hasta 40 cm, la parte no utilizada es $\frac{8}{40}$, o sea 20%. Por consiguiente, el tiempo del punto de ruptura se multiplica por un factor $\frac{40}{20} \times 0.8/0.6 = 2.67$, debido a la mayor longitud del lecho y a la mayor fracción utilizada.

EJEMPLO 25.2 La adsorción de *n*-butanol contenido en aire se ha estudiado⁹ en un pequeño lecho fijo (10.16 cm de diámetro) con 300 y 600 g de carbón, correspondientes a longitudes de lecho de 8 y 16 cm. *a*) A partir de los siguientes datos para la concentración del efluente, estime la capacidad de saturación del carbón y la fracción de lecho utilizado para $c/c_0 = 0.05$. *b*) Prediga el tiempo del punto de ruptura para una longitud de lecho de 32 cm.

Los datos para *n*-butanol sobre carbón Columbia JXC 4/6 son los siguientes:

$$\begin{aligned} u_0 &= 58 \text{ cm/s} & D_p &= 0.37 \text{ cm} \\ c_0 &= 365 \text{ ppm} & S &= 1194 \text{ m}^2/\text{g} \\ T &= 25^\circ \text{C} & \rho_b &= 0.461 \text{ g/cm}^3 \\ P &= 737 \text{ mm Hg} & \varepsilon &= 0.457 \end{aligned}$$

300 g		600 g	
<i>t</i> , h	<i>c/c</i> ₀	<i>t</i> , h	<i>c/c</i> ₀
1	0.005	5	0.0019
1.5	0.01	5.5	0.003
2	0.027	6	0.0079
2.4	0.050	6.5	0.018
2.8	0.10	7	0.039
3.3	0.20	7.5	0.077
4	0.29	8	0.15
5	0.56	8.5	0.24

**FIGURA 25.8**

Curvas de ruptura para el ejemplo 25.2.

Solución

a) Los perfiles de concentración se representan en la figura 25.8 y se amplían hasta $c/c_0 = 1.0$, suponiendo que las curvas son simétricas alrededor de $c/c_0 = 0.5$.

La velocidad de alimentación de soluto, por centímetro cuadrado de sección transversal del lecho, es

$$\begin{aligned}
 F_A &= u_0 c_0 M \\
 &= 58 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \left(\frac{365 \times 10^{-6}}{22\,400} \times \frac{273}{298} \times \frac{737}{760} \right) \frac{\text{mol}}{\text{cm}^3} \times 74.12 \text{ g/mol} \\
 &= 6.22 \times 10^{-5} \text{ g/cm}^2 \cdot \text{s} \quad \text{o} \quad 0.224 \text{ g/cm}^2 \cdot \text{h}
 \end{aligned}$$

El soluto total adsorbido viene dado por el área superior de la gráfica multiplicada por F_A . Para el lecho de 8 cm el área es

$$\int_0^{8.5} \left(1 - \frac{c}{c_0} \right) dt = 4.79 \text{ h}$$

El área corresponde al tiempo ideal que se necesitaría para adsorber la misma cantidad si la curva de ruptura fuese una línea vertical. La masa de carbón por unidad de área de la sección transversal del lecho es $8 \times 0.461 = 3.69 \text{ g/cm}^2$. Por lo tanto,

$$W_{\text{sat}} = \frac{0.224 \times 4.79}{3.69} = 0.291 \text{ g soluto/g carbón}$$

En el punto de ruptura, donde $c/c_0 = 0.05$, y $t = 2.4 \text{ h}$

$$\int_0^{2.4} \left(1 - \frac{c}{c_0} \right) dt = 2.37 \text{ h}$$

La cantidad adsorbida hasta el punto de ruptura es por lo tanto,

$$W_b = \frac{0.224 \times 2.37}{3.69} = 0.144 \text{ g soluto/g carbón}$$

$$\frac{W_b}{W_{\text{sat}}} = \frac{0.144}{0.291} = 0.495$$

$$\text{LUB} = L \left(1 - \frac{W_b}{W_{\text{sat}}} \right) = 8(0.505) = 4.04 \text{ cm}$$

Por consiguiente, no se utiliza 50% de la capacidad del lecho, lo que representa una longitud de 4 cm.

Para el lecho de 16 cm la curva de ruptura tiene la misma pendiente inicial que la curva para el lecho de 8 cm y, aunque no se han tomado datos más allá de $c/c_0 = 0.25$, se supone que las curvas son paralelas.

Para todo el lecho,

$$\int_0^{13} \left(1 - \frac{c}{c_0} \right) dt = 9.59 \text{ h}$$

$$W_{\text{sat}} = \frac{0.224 \times 9.59}{16 \times 0.461} = 0.291 \text{ g soluto/g carbón}$$

A $c/c_0 = 0.05$, $t = 7.1 \text{ h}$, y

$$\int_0^{7.1} \left(1 - \frac{c}{c_0} \right) dt = 7.07 \text{ h}$$

$$W_b = \frac{0.224 \times 7.07}{16 \times 0.461} = 0.215 \text{ g soluto/g carbón}$$

$$\frac{W_b}{W_{\text{sat}}} = \frac{0.215}{0.291} = 0.739$$

En el punto de ruptura se utiliza 74% de la capacidad del lecho, lo que corresponde a una sección de longitud no utilizada de $0.26 \times 16 = 4.2 \text{ cm}$. Dentro del error experimental, las longitudes de lecho no utilizado concuerdan, y es de esperar un valor de 4.1 cm para un lecho todavía más largo.

b) Para $L = 32 \text{ cm}$, la longitud esperada para el lecho totalmente utilizado es $32 - 4.1 = 27.9 \text{ cm}$. La fracción de lecho utilizado es,

$$\frac{W_b}{W_{\text{sat}}} = \frac{27.9}{32} = 0.872$$

El tiempo del punto de ruptura es,

$$t_b = \frac{L(W_b/W_{\text{sat}})\rho_b W_{\text{sat}}}{F_A} = \frac{27.9 \times 0.461 \times 0.291}{0.224} = 16.7 \text{ h}$$

Resumen

L , cm	8	16	32
t_b , h	2.4	7.1	16.7
W_b/W_{sat}	0.50	0.74	0.87

Efecto de la concentración de la alimentación. El efecto de variaciones moderadas en la concentración de la alimentación sobre la curva de ruptura son predecibles, puesto que la anchura de la zona de transferencia de masa no se modifica. La capacidad de equilibrio se determina a partir de la isoterma de adsorción, y el tiempo del punto de ruptura es proporcional a la capacidad del sólido e inversamente proporcional a la concentración de la alimentación [ecuaciones (25.3) y (25.4)]. Es posible realizar ensayos de laboratorio utilizando concentraciones de un contaminante más elevadas que las esperadas con el fin de acortar el tiempo de un ensayo de ruptura. Diferencias muy grandes de concentración pueden conducir a errores en el escalamiento debido a variaciones del coeficiente de transferencia de masa o efectos de la temperatura.

La adsorción es un proceso exotérmico y puede originarse un aumento de la temperatura de un lecho entre 10 a 50 °C cuando se tratan vapores con solamente 1% de componente adsorbible. En lechos de pequeño diámetro, las pérdidas de calor limitarán el aumento de la temperatura, pero una unidad grande operará casi adiabáticamente y pueden producirse importantes diferencias en su funcionamiento. En estos casos deberá utilizarse una planta piloto de gran diámetro o bien realizar cálculos detallados para tener en cuenta la generación y transferencia de calor en el lecho.

Ecuaciones básicas de adsorción

Aunque los adsorbedores se diseñan por lo general a partir de datos de laboratorio, a veces es posible predecir de forma aproximada su comportamiento a partir de datos de equilibrio y cálculos de transferencia de masa. En esta parte se presentan ecuaciones básicas para la adsorción isotérmica en lechos fijos, y se dan soluciones para algunos casos límite. Este material puede dar intuición dentro de factores de afectamiento de la anchura de la zona de transferencia de materia en un adsorbedor.

Velocidad de transferencia de masa

Las ecuaciones para la transferencia de masa en la adsorción en lecho fijo se obtienen planteando un balance de masa de soluto a una sección dL del lecho, tal como se muestra en la figura 25.9. La velocidad de acumulación en el fluido y en el sólido es la diferencia entre los flujos de entrada y salida. La variación de la velocidad superficial se desprecia:

$$\varepsilon dL \frac{\partial c}{\partial t} + (1 - \varepsilon) dL \rho_p \frac{\partial W}{\partial t} = u_0 c - u_0 (c + dc) \quad (25.5)$$

$$\text{o} \quad \varepsilon \frac{\partial c}{\partial t} + (1 - \varepsilon) \rho_p \frac{\partial W}{\partial t} = -u_0 \frac{\partial c}{\partial L} \quad (25.6)$$

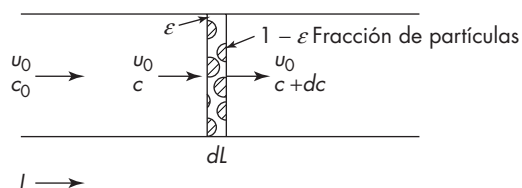


FIGURA 25.9

Balance de masa para una sección de lecho fijo.

El término ε es la fracción externa de huecos del lecho, y el soluto disuelto en el fluido de los poros se incluye en la fracción de partículas $1 - \varepsilon$. Para la adsorción desde un gas o una solución diluida, el primer término de la ecuación (25.6), que corresponde a la acumulación en el fluido, casi siempre es despreciable en comparación con la acumulación en el sólido.

El mecanismo de transferencia hacia el sólido incluye la difusión a través de la película de fluido que rodea la partícula y la difusión a través de los poros hacia los puntos interiores de adsorción. El proceso real de adsorción física es casi instantáneo y se supone que existe equilibrio entre la superficie y el fluido en cada punto dentro de la partícula. El proceso de transferencia se obtiene de forma aproximada utilizando un coeficiente volumétrico global y una fuerza impulsora global:

$$\rho_p(1 - \varepsilon) \frac{\partial W}{\partial t} = K_c a (c - c^*) \quad (25.7)$$

El área de transferencia de materia a se toma como la superficie externa de las partículas, que para el caso de esferas es $6(1 - \varepsilon)/D_p$. La concentración c^* es el valor que estaría en equilibrio con la concentración media $\bar{W}$ en el sólido.

Coeficientes interno y externo de transferencia de masa

El coeficiente global K_c depende del coeficiente externo $k_{c,\text{ext}}$ y de un coeficiente interno efectivo $k_{c,\text{int}}$. La difusión en el interior de la partícula es realmente un proceso de estado estacionario, y el valor $k_{c,\text{int}}$ disminuye con el tiempo puesto que las moléculas de soluto tienen que penetrar cada vez más hacia el interior de la partícula para alcanzar los puntos de adsorción. Empleando la ecuación (17.81), se puede utilizar un coeficiente efectivo promedio para obtener un ajuste aproximado de los datos para esferas:

$$k_{c,\text{int}} \approx \frac{10D_e}{D_p}$$

Lo que lleva a

$$\frac{1}{K_c} \approx \frac{1}{k_{c,\text{ext}}} + \frac{D_p}{10D_e} \quad (25.8)$$

El coeficiente de la difusión efectiva D_e depende de la porosidad de la partícula, el diámetro del poro, la tortuosidad y la naturaleza de las especies que se están difundiendo. Para poros llenos de gas, los factores anteriores están permitidos para hacer una estimación razonable de la difusividad efectiva en la fase gaseosa. Sin embargo, la difusión de moléculas adsorbidas a lo largo de las paredes del poro, llamadas difusión superficial, también contribuyen mucho más al flujo total que a la difusión en la fase gaseosa. Esto es en particular evidente en la adsorción de vapor de agua en gel de sílice y en la adsorción de vapores de hidrocarburos sobre carbón, donde los valores medidos de K_c corresponden a los coeficientes externo e interno de la magnitud comparable o aun del control de la película externa. En la adsorción de solutos a partir de soluciones acuosas, la difusión superficial también ocurre, pero este efecto es difícil de predecir. En algunos casos la difusión superficial es lenta, y la resistencia interna de la difusión domina, pero en otros las resistencias interna y externa son prácticamente iguales.

Soluciones de las ecuaciones de transferencia de masa

Existen muchas soluciones de las ecuaciones (25.6) y (25.7) para diferentes formas de isothermas y etapas controlantes; en todas las soluciones interviene un tiempo adimensional τ y un parámetro N que representa el número global de unidades de transferencia:

$$\tau \equiv \frac{u_0 c_0 (t - L\varepsilon/u_0)}{\rho_p (1 - \varepsilon) L (W_{\text{sat}} - W_0)} \quad (25.9)$$

$$N \equiv \frac{K_c a L}{u_0} \quad (25.10)$$

El término $L\varepsilon/u_0$ de la ecuación (25.9) representa el tiempo necesario para desplazar el fluido desde los huecos externos del lecho y normalmente es despreciable, y $\rho_p(1 - \varepsilon)$ es la densidad del lecho ρ_b . Por lo tanto, a partir de la ecuación (25.3) τ es la relación del tiempo al tiempo ideal τ^* :

$$\tau = \frac{t}{t^*} \quad (25.11)$$

Si no hubiera resistencia a la transferencia de materia, el adsorbedor operaría con una separación completa de soluto hasta $\tau = 1.0$, y después la concentración pasaría de 0 hasta $c/c_0 = 1.0$. Con una velocidad finita de transferencia de materias la ruptura ocurre para $\tau < 1.0$ y la curvatura de la curva de ruptura depende del parámetro N y de la forma de la curva de equilibrio.

Adsorción irreversible

La adsorción irreversible con un coeficiente de transferencia de masa constante es el caso más sencillo a considerar, puesto que la velocidad de transferencia de masa es entonces proporcional a la concentración del fluido. Un coeficiente verdaderamente constante se obtiene sólo cuando la resistencia está en la película externa, pero una resistencia interna moderada no cambia mucho la curva de ruptura. La adsorción muy favorable conduce casi a los mismos resultados que la adsorción irreversible debido a que la concentración de equilibrio en el fluido es casi cero hasta que la concentración del sólido alcanza la mitad del valor de saturación. Si se desprecia el término de acumulación en el fluido, las ecuaciones (25.6) y (25.7) se combinan para dar

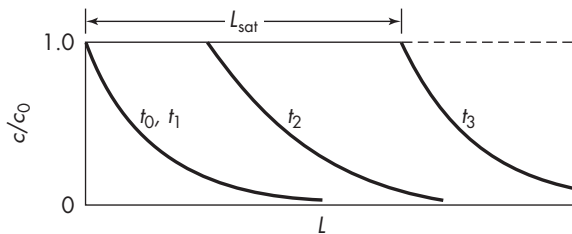
$$-u_0 \frac{\partial c}{\partial L} = K_c a c \quad (25.12)$$

La forma inicial del perfil de concentración se obtiene por integración de la ecuación (25.12) para dar

$$\ln \frac{c}{c_0} = \frac{K_c a L}{u_0} \quad (25.13)$$

Puesto que $K_c a L/u_0$ es definida como N en la ecuación (25.12), la concentración al final del lecho viene dada por

$$c = c_0 e^{-N} \quad (25.14)$$

**FIGURA 25.10**

Perfiles de concentración para adsorción irreversible con un coeficiente constante.

Si el lecho contiene sólo tres unidades de transferencia, la concentración a la salida sería $0.05c_0$ en el inicio de la prueba, pero generalmente N será 10 o más y c a la salida será una fracción muy pequeña de c_0 , de tal forma que se considera cero.

La velocidad de transferencia de materia hacia la primera capa de partículas se supone que es constante hasta que las partículas alcanzan el equilibrio con el fluido, y mientras esto ocurre, el perfil de concentración en el lecho permanece constante. El tiempo para saturar la primera porción t_1 del lecho es igual a la capacidad dividida entre la velocidad inicial de transferencia ($W_0 = 0$ para simplificar el análisis):

$$t_1 = \frac{W_{\text{sat}} \rho_p (1 - \varepsilon)}{K_c a c_0} \quad (25.15)$$

Después de este tiempo, el perfil de concentración se desplaza estacionariamente en el lecho manteniendo la misma forma. La zona de transferencia se mueve con una velocidad v_z , que es igual a la cantidad de soluto separado por unidad de tiempo dividida entre la cantidad retenida sobre el sólido por unidad de longitud de lecho:

$$v_z = \frac{u_0 c_0}{\rho_p (1 - \varepsilon) W_{\text{sat}}} \quad (25.16)$$

La concentración es constante en c_0 para la porción de lecho saturado y después disminuye exponencialmente en la zona de transferencia de masa, tal como se observa en la figura 25.10.

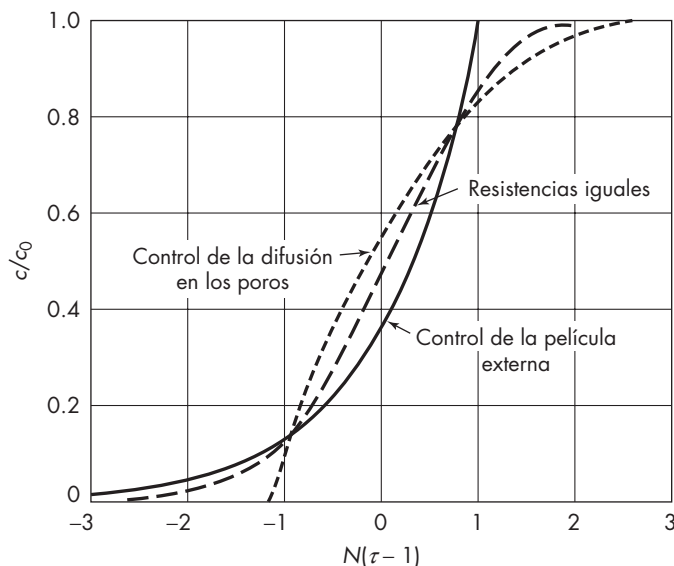
$$\ln \frac{c}{c_0} = \frac{-K_c a (L - L_{\text{sat}})}{u_0} \quad (25.17)$$

Para predecir el punto de ruptura se aplica la ecuación (25.17) para un lecho de longitud L tomando c/c_0 igual a 0.05 u otro valor seleccionado. La longitud del lecho saturado es el producto de la velocidad de la zona de transferencia por el tiempo desde que la zona comienza a desplazarse:

$$L_{\text{sat}} = v_z (t - t_1) \quad (25.18)$$

$$L_{\text{sat}} = \frac{u_0 c_0}{\rho_p (1 - \varepsilon) W_{\text{sat}}} \left[t - \frac{W_{\text{sat}} \rho_p (1 - \varepsilon)}{K_c a c_0} \right] \quad (25.19)$$

Al sustituir la ecuación para L_{sat} en la ecuación (25.17) y utilizando los términos adimensionales N y τ [ecuaciones (25.9) y (25.10)] se obtiene

**FIGURA 25.11**

Curvas de ruptura para adsorción irreversible.

$$\ln \frac{c}{c_0} = -N + N\tau - 1 \quad (25.20)$$

$$\ln \frac{c}{c_0} = N(\tau - 1) - 1 \quad (25.21)$$

En la figura 25.11 se representa la curva de ruptura predicha, que corresponde a la línea de trazo continuo. La pendiente aumenta con el tiempo y c/c_0 se hace 1.0 para $N(\tau - 1) = 1.0$. En la práctica, las curvas de ruptura tienen por lo general forma de S debido a que la resistencia de la difusión interna no es despreciable y aumentan algo cuando el sólido prácticamente se satura.

Si la difusión en los poros controla la velocidad, la curva de ruptura tiene una forma opuesta a la de la correspondiente al control de la película externa. La línea correspondiente de la figura 25.11 está tomada del trabajo de Hall y colaboradores,¹² quienes representan curvas de ruptura para diferentes casos de adsorción irreversible. Para el control de difusión en los poros, la pendiente inicial de la curva es elevada debido a que el sólido en las inmediaciones del frente de la zona de transferencia de masa casi no tiene adsorbato, y la distancia de la difusión promedio es una fracción muy pequeña del radio de la partícula. La curva tiene un extremo largo debido a que las últimas moléculas que se adsorben se tienen que difundir casi hasta el centro de la partícula.

Cuando tanto la resistencia interna como la externa son significativas, la curva de ruptura tiene forma de S, tal como muestra la línea de trazo discontinuo de la figura 25.11. En esta gráfica el valor de N está basado en el coeficiente global de transferencia de materia dado por la ecuación (25.8), y en la terminología de Hall se expresa de la siguiente forma

$$\frac{1}{N} = \frac{1}{N_f} + \frac{1}{N_p} \quad (25.22)$$

donde

$$N_f = \frac{k_{c,\text{ext}} a L}{u_0}$$

$$N_p = \frac{10 D_e a L}{D_p u_0}$$

EJEMPLO 25.3 a) Utilice los datos de ruptura del ejemplo 25.2 para determinar N y $K_c a$ para el lecho de 8 cm, suponiendo adsorción irreversible. b) Compare el valor de $K_c a$ con el predicho de $k_c a$ para la película externa.

Solución

a) A partir del ejemplo 25.2, para $c/c_0 = 0.05$, $W/W_{\text{sat}} = 0.495$, $\tau = 0.495$, $\tau - 1 = -0.505$. Para determinar N a partir de la figura 25.11 se supone que las resistencias internas y externas son iguales:

$$N(\tau - 1) = -1.6 \quad \text{a} \quad \frac{c}{c_0} = 0.05$$

$$N = \frac{-1.6}{-0.505} = 3.17 = \frac{K_c a L}{u_0} \quad K_c a = \frac{3.17 \times 58 \text{ cm/s}}{8 \text{ cm}} = 23.0 \text{ s}^{-1}$$

b) Predicción de $k_c a$ a partir de Re , Sc (k_c es el coeficiente externo):

$$D_p = 0.37 \text{ cm}$$

A 25 °C y 1 atm, $\mu/\rho = 0.152 \text{ cm}^2/\text{s}$ y $D_v = 0.0861 \text{ cm}^2/\text{s}$. Por lo tanto,

$$Re = \frac{0.37(58)}{0.152} = 141 \quad Sc = \frac{0.152}{0.0861} = 1.765$$

A partir de la ecuación (17.74)

$$Sh = 1.17(141)^{0.585}(1.765)^{1/3} = 25.6$$

$$k_c = \frac{25.6(0.0861)}{0.37} = 5.96 \text{ cm/s}$$

$$a = \frac{6(1-\varepsilon)}{D_p} = \frac{6(1-0.457)}{0.37} = 8.81 \text{ cm}^2/\text{cm}^3$$

$$k_c a = 5.96 \times 8.81 = 52.5 \text{ s}^{-1}$$

Puesto que $K_c a$ es ligeramente inferior a la mitad del valor predicho de $k_c a$, la resistencia externa es del orden de la mitad de la resistencia total y no es preciso revisar el valor de N . El coeficiente interno se obtiene a partir de

$$\frac{1}{k_{c,\text{int}}} = \frac{1}{K_c} - \frac{1}{k_{c,\text{ext}}}$$

$$K_c = \frac{23.0}{8.81} = 2.61 \text{ cm/s}$$

$$k_{c,\text{int}} = \frac{1}{1/2.61 - 1/5.96} = 4.64 \text{ cm/s}$$

Si la difusión en el interior de la partícula ocurriera sólo en la fase gaseosa, el valor máximo posible de D_e sería del orden de $D_v/4$, lo que conduce a

$$k_{c,\text{int}} = \frac{10D_e}{D_p} = \frac{10 \times 0.0861}{4 \times 0.37} = 0.58 \text{ cm/s}$$

Puesto que el valor medido de $k_{c,\text{int}}$ es un orden de magnitud superior a su valor, la difusión de superficie debe ser el mecanismo predominante de la transferencia.

Isoterma lineal

La adsorción con una isoterma lineal es otro caso límite para el que existen soluciones de las ecuaciones (25.6) y (25.7). Con una isoterma lineal, las ecuaciones son de la misma forma que las correspondientes al paso de una onda de temperatura a través de un lecho fijo:

$$\varepsilon c_p \frac{\partial T_g}{\partial t} + (1 - \varepsilon) \rho_p c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = -u_0 \rho c_p \frac{\partial T_g}{\partial L} \quad (25.23)$$

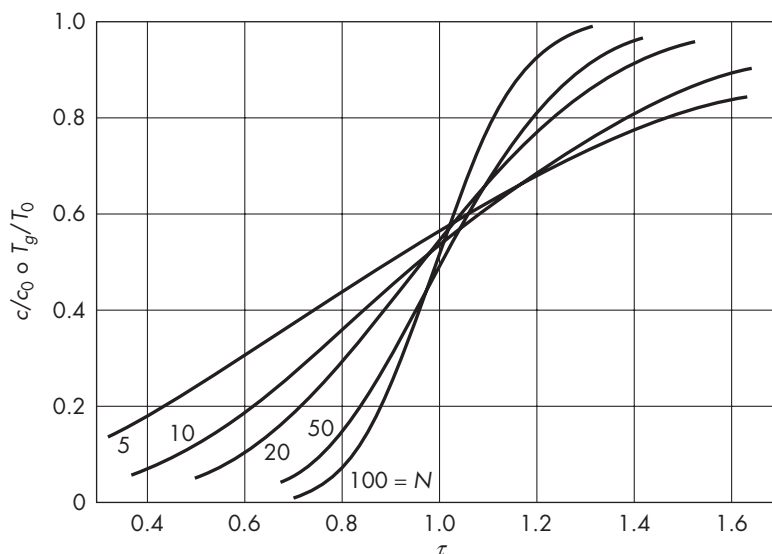
$$(1 - \varepsilon) \rho_p c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = Ua (T_g - T_s) \quad (25.24)$$

Las soluciones para el problema de transferencia de calor, que surge en el uso de lechos empacados como intercambiadores recuperativos de calor por contacto directo, fueron obtenidas por Furnas⁸ en 1930. El parámetro N_H es el número de unidades de transferencia de calor. Para transferencia de calor, el tiempo adimensional τ es igual a la capacidad térmica del gas multiplicada por la cantidad de gas que se ha pasado a través del lecho y dividida entre la capacidad total del lecho. Para $N_H = \infty$, la curva de ruptura de T_g/T_0 frente a τ sería una línea vertical para $\tau = 1.0$, lo mismo que para la transferencia de masa. Las ecuaciones de definición son

$$\tau = \frac{u_0 \rho c_p t}{\rho_s c_s (1 - \varepsilon) L} \quad (25.25)$$

$$N_H = \frac{UaL}{\rho c_p u_0} \quad (25.26)$$

Las curvas de ruptura son expresiones complejas que se presentan mejor en forma gráfica, como en la figura 25.12. Estas curvas se hacen más pronunciadas en relación con la longitud del lecho para valores elevados de N , pero la anchura absoluta de la zona de transferencia aumenta con $L^{1/2}$. Para la adsorción con una isoterma lineal se requiere un lecho muy largo con el fin de que la zona de transferencia sea una pequeña fracción de la anchura del lecho, en contraste con lo que ocurre en la adsorción con una isoterma favorable. Por ejemplo, si $N = 10$, la figura 25.12 muestra que el punto de ruptura se alcanzaría para $\tau = 0.35$, y sólo 35% de la capacidad del lecho sería utilizado. Duplicando la longitud del lecho de forma que $N = 20$, τ aumenta hasta sólo 0.50 para el punto de ruptura, y N tendría que ser superior a 100 para utilizar 80% de la capacidad del lecho. Para la adsorción irreversible con iguales resistencias interna y externa, con $N = 10$ se obtiene $N(\tau - 1) = -1.6$ o $\tau = 0.84$ en el punto de ruptura.

**FIGURA 25.12**

Curvas de ruptura para adsorción con una isoterma lineal o para transferencia de calor, para las que $N = N_H$.

Adsorción favorable

Para adsorción favorable, el punto de ruptura ocurre entre los valores predichos para la adsorción lineal y la adsorción irreversible. Se dispone de soluciones para ciertas formas de isothermas y diferentes valores de las resistencias interna y externa.^{12, 22} Estas soluciones han encontrado aplicación en el diseño de intercambiadores de iones, donde el equilibrio sólido-fluido y las difusividades internas se pueden caracterizar con mayor facilidad que en la adsorción.

Diseño de adsorbedores

El diseño de un adsorbedor para purificación de gas o líquido implica la elección del adsorbente y el tamaño de la partícula, seleccionando una velocidad apropiada para obtener el área del lecho, y también determinar la longitud del lecho para un ciclo de tiempo determinado o calcular el tiempo de ruptura para una longitud escogida. Utilizando una longitud de lecho menor significa un pequeño inventario de sorbente y una baja caída de presión en el lecho. Sin embargo, el lecho más corto significa una regeneración más frecuente y altos costos de regeneración, puesto que una pequeña fracción de lecho está saturada en la ruptura. Para la purificación de un gas, también se escogen mallas de carbón de 4×6 o 4×10 , pero se utilizan tamaños menores cuando se necesita una mejor transferencia de masa y la caída de presión no es un problema. La velocidad del gas está por lo regular entre 15 y 60 cm/s (0.5 y 2 ft/s). A causa de que el área externa varía con $1/D_p$ y que $k_{c,ext}$ y $k_{c,int}$ aumentan cuando D_p disminuye, se espera que $k_c a$ varíe

con D_p elevado a la potencia de -1.5 a -2.0 . Por lo tanto una reducción en el tamaño de la partícula da una curva de ruptura más pronunciada.

Para la adsorción de líquidos, se escogen pequeñas partículas, y la velocidad del fluido es mucho menor que en los gases. Las condiciones típicas son de 20×50 mallas de carbón ($D_p = 0.3$ a 0.8 mm) y una velocidad superficial de 0.3 cm/s (0.01 ft/s o alrededor de 4 gal/min $\cdot$ ft²). Aun con estas condiciones $K_c a/u_0$ es menor que para la adsorción típica de gas, y LUB puede ser de 10 a 20 cm o aún más de 1 m si hay control de la difusión interna.

Adsorción en lechos expandidos

La adsorción se usa a veces para recuperar antibióticos o proteínas de caldos de cultivo de fermentación o de suspensiones de células. Para estas aplicaciones, puede ser ventajoso usar un lecho fluidizado expandido de un adsorbente selectivo, pues las células y otras partículas pequeñas ($D_p \leq 1$ μ m) pueden pasar a través del lecho expandido, en tanto que las moléculas de los productos difunden hacia la superficie y dentro de los poros del adsorbente.¹ Después de un enjuague minucioso, se regenera el adsorbente como un lecho fijo con una solución química a un pH diferente para dar un producto concentrado libre de sólidos y de algunas de las impurezas solubles. Con la adsorción en lecho fijo, los sólidos deberían poder extraerse antes de la adsorción por filtración, centrifugación o microfiltración, dado que los sólidos pronto taponarían los canales del lecho fijo.

Para la adsorción en lechos expandidos, se necesitan partículas bastante pequeñas (0.1 a 0.3 mm) debido a la baja difusividad efectiva de las grandes moléculas en los poros pequeños. La velocidad de flujo se escoge para expandir el lecho por alrededor de 100% , lo que requiere una velocidad que sea varias veces la velocidad de fluidización mínima, pero menor que la velocidad terminal de una partícula individual del adsorbente. La fluidización es del tipo particulado –de forma de partícula– (véase p. 181) con una expansión del lecho uniforme (véase figura 7.13). La dispersión axial es algo mayor que para un lecho fijo, debido al movimiento de partículas, pero se pueden obtener curvas de penetración moderadamente pronunciadas.^{16, 23}

Regeneración

Se han publicado pocos estudios acerca de la cinética de la regeneración, dado que es difícil reproducir las condiciones para un gran lecho adiabático en un adsorbedor de laboratorio y crear el modelo es complicado porque la isoterma de desorción es monolineal y desfavorable. Para la regeneración de carbón por medio de vapor, generalmente se usa el flujo contrario con vapor de 130 a 150 °C. La regeneración se detiene poco después de que el frente de temperaturas alcanza la parte superior del lecho y el consumo típico de vapor²¹ es de 0.2 a 0.4 lb de vapor/lb de carbón. Aunque queda una significativa cantidad de adsorbato, la regeneración es más completa cerca de la base del lecho, de modo que se puede lograr aún un alto porcentaje de la extracción en el siguiente periodo de adsorción. Si se necesita la extracción extremadamente alta de un soluto, el lecho se puede regenerar casi por completo prolongando el periodo de exposición al vapor o usando vapor de temperatura más elevada.

Para algunos procesos donde la adsorción se utiliza para recuperar un producto valioso, la regeneración por desorción con cambios térmicos alternantes no es factible, debido a que la elevada temperatura necesaria para la desorción degradaría el producto.

Una alternativa consiste en desplazar el adsorbato por medio de un gas o un líquido que sea fuertemente adsorbido en forma moderada y se pueda separar fácilmente del producto. Muchos materiales pueden ser adecuados para la regeneración por desplazamiento, ya que un adsorbato puede ser desplazado casi por completo por otras especies, incluso si la sustancia que desplaza está adsorbida con menor fuerza.

El proceso Exxon para la separación de parafinas lineales de peso molecular medio es un ejemplo de ciclo de adsorción con regeneración por desplazamiento.² Las moléculas lineales se extraen de la alimentación líquida por adsorción a 300 °C por medio de filtros moleculares con cavidades de 5 Å, mientras que se excluyen los isómeros cíclicos y los ramificados. Las parafinas lineales se desorben por medio de amoníaco gaseoso, el cual se adsorbe con moderada fuerza a pesar de su bajo peso molecular. Los hidrocarburos se extraen con facilidad por medio de la condensación y el amoníaco se vuelve a usar. El tiempo completo del ciclo es de 12 a 30 min, dependiendo de la concentración de las parafinas lineales de la alimentación.^{19b}

EJEMPLO 25.4 Considere la adsorción sobre carbón activado para el tratamiento de un proceso de vapor de aire que tiene 0.12% en volumen de metiletilcetona (MEK). El gas está a 25 °C a 1 atm, y el flujo es 16 000 ft³/min. La caída de presión transversal al lecho no debe exceder 12 in. de H₂O. *a)* Si se utiliza carbón BPL 4 × 10 mallas, prediga la capacidad de saturación y la capacidad de trabajo si la temperatura promedio del lecho es de 35 °C y la regeneración se detiene cuando $W = \frac{1}{3} W_{\text{sat}}$. *b)* ¿Qué velocidad de gas y tamaño de lecho hay que utilizar para obtener un tiempo de ciclo razonable si la longitud de lecho no utilizado es 0.5 ft? ¿Cuánto carbón se necesita?

Solución

a) A partir de los manuales, $P^* = f_s = 151$ mm de Hg a 35 °C y $\rho_L = 0.805$ g/cm³ a 20 °C. El punto de ebullición normal es 79.6 °C, y la densidad estimada a esta temperatura es $\rho_L = 0.75$ g/cm³. El peso molecular es de 72.1.

$$V = \frac{72.1}{0.75} = 96.1 \quad p = 0.0012 \times 760 = 0.912 \text{ mm Hg} = f$$

A 35 °C,

$$\frac{T}{V} \log \frac{f_s}{f} = \frac{308}{96.1} \log \frac{151}{0.912} = 7.11$$

A partir de la figura 25.4, el volumen adsorbido es 24 cm³ por cada 100 g de carbón:

$$W_{\text{sat}} = 24(0.75) = 18 \text{ g/100 g de carbón}$$

$$W_0 = \frac{1}{3} W_{\text{sat}} = 6 \text{ g/100 g de carbón}$$

La capacidad de trabajo = $W_{\text{sat}} - W_0 = 12$ g/100 g de carbón = 0.12 lb/lb de carbón.

b) Probando $u_0 = 1$ ft/s:

$$A = \frac{16\,000 \text{ ft}^3}{60 \text{ s}} \times \frac{1}{1 \text{ ft/s}} = 267 \text{ ft}^2$$

Para una sección transversal circular, $D = 18.4$ ft. Un lecho rectangular de $10 \text{ ft} \times 27 \text{ ft}$ puede ser más adecuado si el espesor del lecho es sólo de 3 a 4 ft. Trate con $L = 4$ ft. A partir de la ecuación (25.3)

$$t^* = \frac{L\rho_b(W_{\text{sat}} - W_0)}{u_0 c_0}$$

A 25°C ,

$$c_0 = \frac{0.0012}{359} \times \frac{273}{298} \times 72.1 = 2.21 \times 10^{-4} \text{ lb/ft}^3$$

$$\rho_p(1 - \varepsilon) = \rho_b \cong 30 \text{ lb/ft}^3 \quad t^* = \frac{30 \times 4 \times 0.12}{1 \times 2.21 \times 10^{-4}} = 6.52 \times 10^4 \text{ s} = 18.1 \text{ h}$$

Si la longitud del lecho no utilizado es 0.5 ft, se utiliza 3.5 ft, y

$$t_b = \frac{3.5}{4.0}(18.1) = 15.8 \text{ h}$$

Si la longitud del lecho es de 3 ft con 2.5 ft utilizados,

$$t_b = \frac{2.5}{4}(18.1) = 11.3 \text{ h}$$

Permitiendo incertidumbres en los cálculos, una longitud del lecho de 3 ft sería satisfactoria con una regeneración para un desplazamiento de 8 h.

Compruebe ΔP utilizando la ecuación (7.22). Para carbón granular, suponga que $\Phi_s = 0.7$ (véase tabla 7.1). Suponga también que la fracción de vacío externa es $\varepsilon = 0.35$ (véase tabla 7.2). Según los manuales, las propiedades del aire a 25°C son

$$\mu = 0.018 \text{ cP} = 1.21 \times 10^{-5} \text{ lb/ft} \cdot \text{s} \quad \rho = 0.074 \text{ lb/ft}^3$$

Según Perry, 7a. ed., p. 19-20, para carbón de 4×10 mallas,

$$D_p = \frac{4.76 + 2.0}{2} = 3.38 \text{ mm} = 1.108 \times 10^{-2} \text{ ft}$$

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{150 \times 1.0 \times 1.21 \times 10^{-5}}{32.2 \times 0.7^2 \times (1.108 \times 10^{-2})^2} \frac{0.65^2}{0.35^3} + \frac{1.75 \times 0.074 \times 1.0^2}{32.2 \times 0.7 \times 0.01108} \frac{0.65}{0.35^3}$$

$$= 9.23 + 7.86 = 17.09 \text{ lb}_f/\text{ft}^2 \cdot \text{ft}$$

$$= \frac{17.09 \times 12}{62.4} = 3.29 \text{ in. H}_2\text{O/ft}$$

Para $L = 3$ ft, $\Delta P = 9.9$ en H_2O , lo cual es satisfactorio.

Una velocidad de 1.5 ft/s daría $\Delta P/L = 6.06 \text{ in. H}_2\text{O/ft}$ y requiere $L \leq 2 \text{ ft}$ para mantener $\Delta P < 12 \text{ in. H}_2\text{O}$. Sin embargo, el tiempo de ruptura será reducido a $11.3/1.5 \times (1.5/2.5) = 4.5 \text{ h}$, y el lecho tenderá a ser regenerado el doble en cada desplazamiento. Este diseño resulta satisfactorio pero no da un margen de error grande.

El diseño recomendado es para dos lechos de $10 \times 27 \times 3 \text{ ft}$ colocados en cilindros horizontales. El inventario total de carbón es

$$m_C = 2(270 \times 3) \text{ ft}^3 \times 30 \text{ lb/ft}^3 = 48\,600 \text{ lb}$$

EJEMPLO 25.5 Agua contaminada con 1.2 ppm de TCE va a purificarse en un lecho fijo de 20×50 mallas de Amborsorb 563. a) Para una longitud de lecho de 2 ft y una velocidad de flujo de $4.5 \text{ gal/min} \cdot \text{ft}^2$, estime el tiempo de ruptura si la longitud del lecho no utilizado es 0.6 ft. b) ¿Cuál es la capacidad efectiva en el volumen tratado por unidad de volumen del lecho? El adsorbente será regenerado mediante vapor para eliminar 85% del TCE. La densidad global del adsorbente es 0.53 g/cm^3 .

Solución

a) A partir de la figura 25.5,

$$W_{\text{sat}} = 200 \text{ mg/g o } 0.2 \text{ lb/lb}$$

$$W_0 = (1 - 0.85)W_{\text{sat}} = 0.03$$

$$u_0 = \frac{4.5}{7.48} \times 60 = 36.1 \text{ ft/h (0.01 ft/s)}$$

A partir de la ecuación (25.3)

$$t^* = \frac{2(0.53 \times 62.4)(0.2 - 0.03)}{36.1(1.2 \times 10^{-6} \times 62.4)} = 4.16 \times 10^3 \text{ h}$$

$$\frac{t_b}{t^*} = 1 - \frac{\text{LUB}}{L} = 1 - \frac{0.6}{2} = 0.7$$

El tiempo de ruptura es

$$t_b = 0.7(4.16 \times 10^3) = 2\,910 \text{ h}$$

b) El volumen tratado del lecho es,

$$\frac{u_0 t_b}{L} = \frac{36.1 \times 2\,910}{2} = 5.25 \times 10^4$$

Operación continua

Cuando un adsorbedor de lecho fijo se opera en forma de ciclo, la zona de transferencia de materia es con frecuencia una pequeña fracción de la longitud del lecho, y el resto del lecho no va a ser utilizado para transferencia de materia. La utilización más eficiente del adsorbente es posible con flujo en contracorriente continuo de adsorbente y fluidos. Dos lechos pueden distribuirse de forma vertical como en la figura 25.13, y los sólidos se moverán por gravedad a través del desorbedor y el adsorbedor, y entonces serán cargados por medio de un transportador neumático o un elevador de cubeta a la parte superior de la columna. Las velocidades de flujo de la alimentación, del sólido y del fluido desorbente serán establecidas para proveer una fuerza impulsora promedio razonable en cada lecho, y el número de etapas ideales o el número de unidades de transferencia serán determinados a partir de un diagrama de McCabe-Thiele. Para el ejemplo en la figura 25.13, se supone que la temperatura y la caída de presión son las mismas en ambas unidades, y se muestra la línea de equilibrio común. Si las condiciones fuesen diferentes, sería trazada una línea de equilibrio separada para el desorbedor.

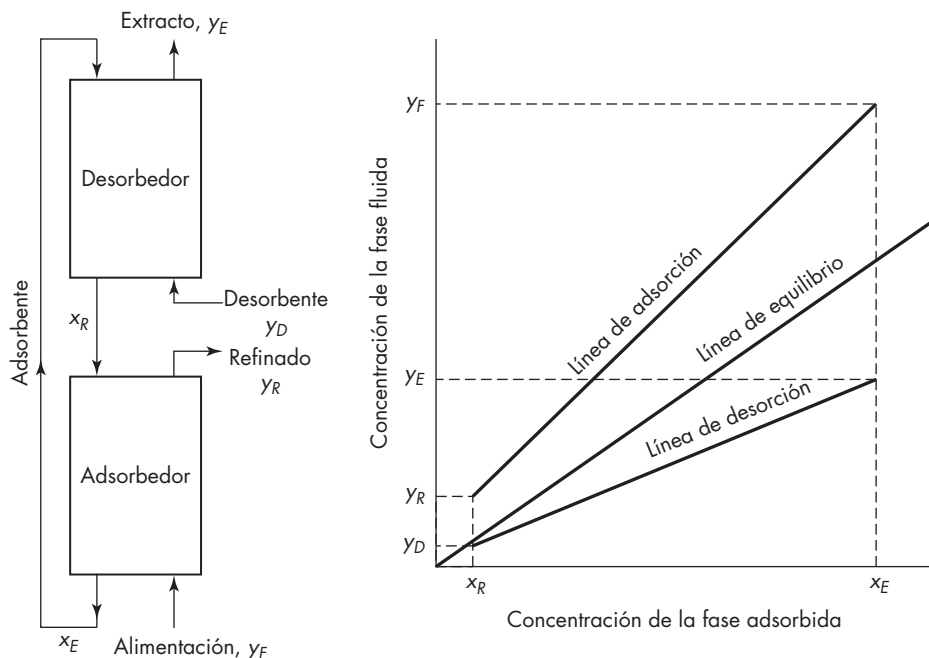
**FIGURA 25.13**

Diagrama de McCabe-Thiele para un adsorbedor en contracorriente.

En algunas plantas de tratamiento de agua se utilizan lechos en movimiento de gran diámetro de carbón adsorbente. El carbón agotado se elimina en intervalos a partir del fondo del lecho, y el carbón fresco se adhiere en la parte superior. La fase sólida no se mueve en un flujo de tapón ideal, pero esto no es crítico, puesto que la zona de transferencia de materia es de varios pies de largo. El carbón agotado es regenerado a altas temperaturas en un horno rotatorio o se envía de regreso al abastecimiento para retribuirlo. Un proceso más complejo de lecho en movimiento llamado hipersorción fue desarrollado por Union Oil Co. para la recuperación de etileno a partir de vapores de gases de refinería. Las partículas de carbón activado se mueven muy lento hacia abajo a través de una columna alta con secciones para enfriamiento, adsorción, rectificación y desorción (agotamiento).³ El proceso fue un suceso técnico, pero fue más costoso que los métodos de separación criogénica y no es ya utilizado.

Una aproximación novedosa para operación en contracorriente continua es el proceso Sorbex desarrollado por UOP, el cual presenta un lecho en movimiento simulado. Una columna alta de adsorción se divide en 12 segmentos, cada uno con un distribuidor de flujo para adición o eliminación de líquido. Un diagrama esquemático de la columna se da en la figura 25.14. Los puntos de entrada y salida para las cuatro corrientes se mueven a los segmentos adyacentes del lecho con cada nueva posición de la válvula rotatoria, y el efecto es casi el mismo que para el flujo en contracorriente de sólidos y fluidos. Las

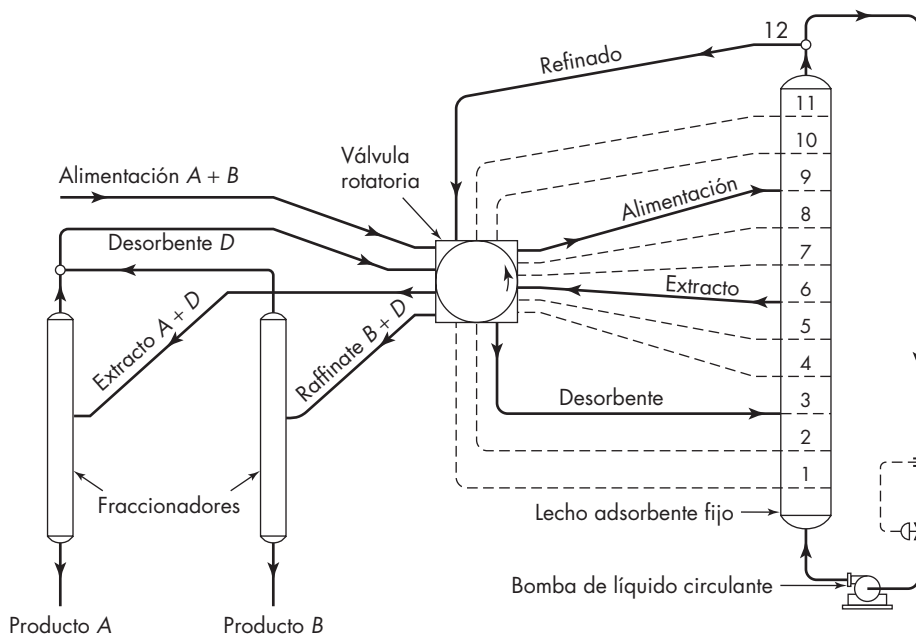
**FIGURA 25.14**

Diagrama esquemático del proceso Sorbex con un lecho en movimiento simulado.³

unidades Sorbex se utilizan por lo común en la separación de isómeros de xileno, mezclas de olefinas y parafinas, y parafinas lineales y ramificadas. Para el funcionamiento óptimo en la separación de una mezcla binaria o pseudobinaria, el fluido desorbente se escoge para tener la mayor afinidad por el sólido que las especies unidas débilmente de la alimentación, pero con menor afinidad que las especies unidas con más fuerza.^{4,5}

INTERCAMBIO DE IONES

El intercambio de iones es un proceso en el cual las partículas sólidas que contienen cationes o aniones intercambiables se ponen en contacto con una solución electrolítica para cambiar la composición de la solución. Las mayores aplicaciones se ven en el ablandamiento del agua por intercambio de iones de calcio por iones sodio y desmineralización de agua por eliminación de cationes y aniones. Otras aplicaciones incluyen la recuperación de metales a partir de soluciones diluidas y separación de productos a partir de biorreactores.

La capacidad del intercambio de iones existe en algunos materiales naturales tales como arcillas y zeolitas, pero la mayoría de los procesos utilizan resinas sintéticas de intercambio iónico. Dichas resinas se preparan a partir de polímeros orgánicos, tales como poliestireno unido de forma transversal en el cual se han añadido grupos ionizables. Los intercambiadores de cationes incluyen resinas de ácidos fuertes con grupos de ácido

sulfónico ($-\text{SO}_3^-$), resinas de ácidos débiles con grupos de ácido carboxílico ($-\text{COO}^-$), y otros tipos con ácidos de fuerza intermedia. Los intercambiadores de aniones pueden tener bases fuertes de grupos de amonio cuaternario [$-\text{N}^+(\text{CH}_3)_3$] o bases débiles de grupos amino ($-\text{N}^+\text{H}_3$).

En los intercambiadores de cationes y aniones, los grupos de ácidos o bases están enlazados químicamente a la matriz de la resina, y las resinas tienen una alta concentración de cargas fijas positivas o negativas. Éstas se balancean por medio de contraiones móviles como H^+ , Na^+ o Ca^{2+} para resinas de cationes y Cl^- , OH^- o NO_3^- para resinas de aniones, así que la neutralidad eléctrica se mantiene siempre en las partículas de la resina. Los intercambiadores de iones toman lugar cuando la actividad de los iones en una solución externa difiere a partir de que los iones se mueven en la fase de resina. Por ejemplo, exponiendo una resina de hidrógeno forma HR a una solución con Na^+ y H^+ resultará en una difusión de algunos iones de Na^+ dentro de la resina y de difusión de algunos iones de H^+ dentro de la solución.

Las resinas de intercambio iónico son insolubles en agua, pero se hinchan en una solución acuosa en una extensión determinada por el grado de entrecruzamiento, la concentración de cargas fijas y la concentración de electrolitos en la solución. Para una resina de ácido sulfónico con un grado moderado de entrecruzamiento (8% divinilbenceno), el volumen del hinchamiento de la resina en forma de Na en una solución diluida es de alrededor de 1.8 veces el volumen de la resina seca, y la porosidad es de 45%. Estas resinas se hinchan 8% adicional cuando se convierten a HR en soluciones ácidas diluidas. Algo de hinchamiento es deseable para incrementar las velocidades de difusión dentro de las partículas, pero el hinchamiento también disminuye la capacidad de la resina por unidad de volumen del lecho. Las resinas se presentan en forma de esferas con tamaños entre 0.3 y 1.2 mm, y por lo general se utilizan en lechos fijos similares a los empleados para la adsorción a partir de líquidos.

Equilibrios

La capacidad de un intercambiador de iones es el número de grupos intercambiables por unidad de masa de resina seca. Para resinas de cationes, la capacidad también se expresa como miliequivalentes por gramo de resina seca de hidrógeno formado, o meq/g H^+ . Para resinas de aniones, la base es un gramo de resina seca de cloro formado. Para fines prácticos, la capacidad se expresa en equivalentes por litro de lecho. La capacidad teórica para un copolímero de estirenodivinilbenceno es del orden de 5.4 meq/g H^+ cuando cada uno de los anillos aromáticos tiene un grupo ácido sulfónico. La capacidad de lecho correspondiente es de alrededor de 2.5 equivalentes por litro.

El intercambio de iones es una reacción reversible en la cual el contraión en la resina es reemplazado por un ion diferente a partir de una solución externa. Para el intercambio de cationes de una resina de sodio formado con un ion monovalente A^+ , la reacción es



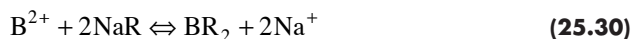
La constante de equilibrio para la reacción se expresa en términos de actividades o de los coeficientes de actividades multiplicados por las concentraciones.

$$K_{\text{eq}} = \frac{c_{\text{Na}^+} c_{\text{AR}}}{c_{\text{A}^+} c_{\text{NaR}}} \times \frac{\gamma_{\text{Na}^+} \gamma_{\text{AR}}}{\gamma_{\text{A}^+} \gamma_{\text{NaR}}} \quad (25.28)$$

Para soluciones diluidas, los coeficientes de actividad no varían mucho con la concentración, y se puede utilizar una sencilla constante de equilibrio basada en la concentración.

$$K' = \frac{c_{\text{Na}^+} c_{\text{AR}}}{c_{\text{A}^+} c_{\text{NaR}}} \quad (25.29)$$

Cuando el ion monovalente se reemplaza por un ion divalente, cada contraión nuevo balancea dos sitios cargados en la resina.



$$K' = \frac{(c_{\text{Na}^+})^2 c_{\text{BR}_2}}{c_{\text{B}^{2+}} (c_{\text{NaR}})^2} \quad (25.31)$$

En la tabla 25.1 se dan valores de K' para resinas típicas de ácido fuerte y base fuerte. Para intercambiadores de cationes, Li^+ es el ion de referencia, y se puede calcular K' para cualquier reacción a partir de la relación de los valores de K' . Por ejemplo, para la reacción de Na^+ con HR, $K' = 1.98/1.27 = 1.56$. Los valores de K' para cationes monovalentes aumentan de Li^+ a K^+ a causa de la disminución del tamaño de los iones hidratados. El número de hidratación promedio para Li^+ es de alrededor de 3.3 y para K^+ es del orden de 0.6.^{13a} Para resinas de entrecruzamiento más fuerte, en que no se hinchan demasiado, el efecto del tamaño del ion sobre los valores de K' es algo mayor que sobre los valores en la tabla 25.1.

TABLA 25.1

Constantes de equilibrio para intercambiadores de aniones y cationes de poliestireno, 8% DVB entrecruzamiento†

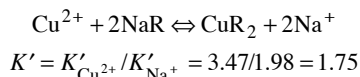
Resina de ácido fuerte sulfonado		Resina de base fuerte trimetilamina	
Contraión	K'	Contraión	K'
Li^+	1.00	Ioduro	8.7
H^+	1.27	Nitrato	3.8
Na^+	1.98	Bromuro	2.8
NH_4^+	2.55	Cianuro	1.6
K^+	2.90	Cloruro	1.0
Mg^{2+}	3.29	Bicarbonato	0.3
Cu^{2+}	3.47	Acetato	0.2
Ni^{2+}	3.93	Sulfato	0.15
Ca^{2+}	5.16	Fluoruro	0.09
Ba^{2+}	11.5	Hidróxido	0.05-0.07

† Con permiso de R.H. Perry y D.W. Green (eds.): *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 7a. ed., McGraw-Hill, 1997, p. 16-14.

Los iones divalentes tienden a tener valores de K' algo más altos que los iones monovalentes, pero en muchas aplicaciones, la preferencia del intercambiador por iones divalentes es mucho mayor que la sugerida por las constantes de equilibrio. Para concentraciones de solución muy bajas, una reacción de intercambio del tipo mostrado en la ecuación (25.30) puede estar casi completa hacia la derecha a causa de que la concentración del ion monovalente está al cuadrado, en la ecuación (25.31).

EJEMPLO 25.6 Para el intercambio de $\text{Cu}^{2+}/\text{Na}^+$ con una resina de ácido fuerte, demuestre cómo la fracción CuR_2 en la resina varía con la fracción Cu^{2+} en la solución para las normalidades totales de la solución de 0.5, 0.1 y 0.01. Suponga una normalidad de la resina de 2 meq/mL.

Solución



Para $\text{Cu}^{2+} = 0.02 \text{ M}$, $\text{Na}^+ = 0.06 \text{ M}$

$$c_{\text{total}} = 2\text{Cu}^{2+} + \text{Na}^+ = 0.04 + 0.06 = 0.10 \text{ N}$$

La fracción equivalente de Cu^{2+} en la solución: $0.04/0.10 = 0.40$. A partir de la ecuación (25.31)

$$\frac{c_{\text{CuR}_2}}{(c_{\text{NaR}})^2} = \frac{1.75 \times 0.02}{0.06^2} = 9.72$$

Normalidad de la resina = 2.0, así que

$$2.0 = c_{\text{NaR}} + 2c_{\text{CuR}} = c_{\text{NaR}} + 2(9.72)(c_{\text{NaR}})^2$$

$$19.44(c_{\text{NaR}})^2 + c_{\text{NaR}} - 2 = 0$$

Utilizando la fórmula cuadrática,

$$c_{\text{NaR}} = \frac{-1 + [1 + 8(19.44)]^{0.5}}{2 \times 19.44} = 0.296$$

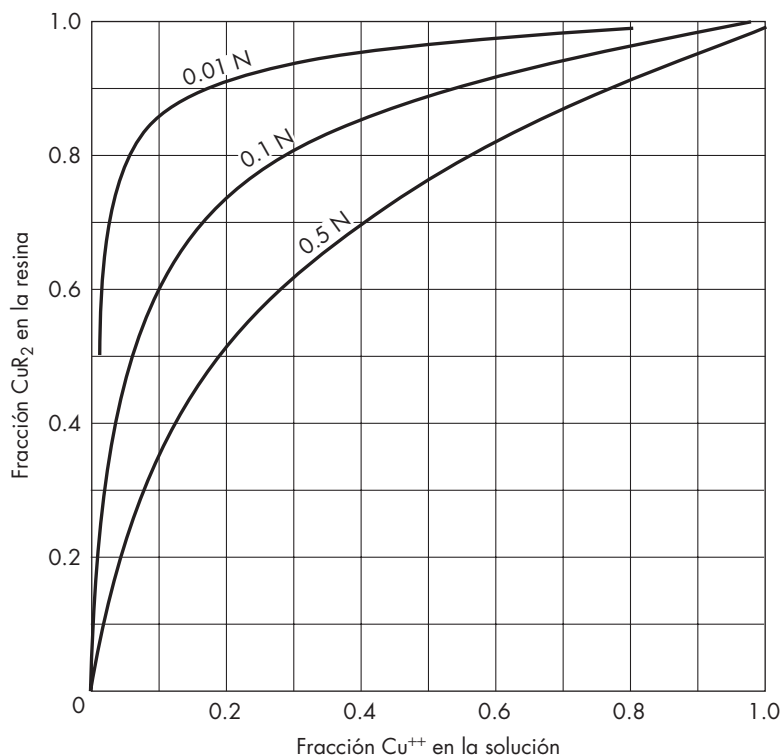
$$c_{\text{CuR}_2} = \frac{2 - 0.296}{2} = 0.852$$

Sobre una base equivalente, la fracción Cu^{2+} en la resina = $2 \times 0.852/2 = 0.852$.

Cálculos similares dan los resultados representados en la figura 25.15. Las curvas son similares en forma a las isoterms de adsorción del tipo favorable, y la reacción de intercambio es muy favorable a la concentración total 0.01 N. Los resultados predichos son muy cercanos a los valores experimentales para un intercambiador de cationes similar.²²

Velocidades de transferencia de materia

Las velocidades de las reacciones de intercambio de iones son limitadas por las velocidades de difusión del contraión en la solución externa y en los poros de las partículas de la resina. Se supone que existe un equilibrio en cualquier punto dentro de cada partícula, y para predecir las variaciones de concentración con el tiempo se necesitará la solución

**FIGURA 25.15**

Curvas selectivas predichas para intercambio de $\text{Cu}^{2+}/\text{Na}^+$.

de las ecuaciones de la difusión en estado no estacionario. Para las aplicaciones de ingeniería, la velocidad de transferencia de masa puede aproximarse utilizando un coeficiente global de $K_c a$ y una fuerza impulsora basada sobre la concentración en la solución y la concentración c^* que estará en equilibrio con la concentración promedio de la partícula. La velocidad para el lecho empacado es proporcional a esta fuerza impulsora.

$$r = K_c a (c - c^*) \quad (25.32)$$

$$\text{donde } \frac{1}{K_c} = \frac{1}{k_{c,\text{salida}}} + \frac{1}{mk_{c,\text{entrada}}}$$

a = área externa por unidad de volumen del lecho

m = relación de la concentración interna a la externa

Es posible predecir el coeficiente externo de transferencia de masa a partir de la correlación para lechos empacados, expuesta en el capítulo 17,

$$\text{Sh} = 1.17 \text{Re}^{0.585} \text{Sc}^{1/3} \quad (17.78)$$

El área por unidad de volumen del empaque para un lecho de esferas es $6(1 - \varepsilon)/D_p$, donde ε es la fracción de vacío externa. El coeficiente interno está basado en el coeficiente de difusividad y una distancia de difusión igual a un décimo del diámetro de la partícula [véanse ecuaciones (10.30) y (17.81)].

$$k_{c,\text{int}} = \frac{10D_e}{D_p} \quad (25.33)$$

Las difusividades para iones en la resina son menores que en la solución externa a causa de la limitada fracción de vacío interna, la tortuosidad y, en cierto grado, la dificultad de difusión en poros pequeños. Para iones monovalentes, la difusividad efectiva es de alrededor de un orden de magnitud menor que el normal, pero para iones divalentes, esto puede ser menor por dos órdenes de magnitud.^{14b} Afortunadamente, la resistencia interna para la difusión es con frecuencia no tan grande como la resistencia externa y puede ser despreciable a pesar de la baja efectividad de difusividad, porque una baja concentración en la solución externa hace a m muy grande. Para una solución que es $10^{-3} M$, m será alrededor de 2000, y la resistencia externa será controlada aun con 10 o 100 veces la difusividad interna menor.

Con curvas de equilibrio favorables del tipo que se representa en la figura 25.15, la zona de transferencia de masa pronto adquiere una longitud constante, y la forma de la curva de ruptura no cambia con la longitud del lecho. Lo pronunciado de esta curva depende del número de unidades de transferencia de masa y de la naturaleza de la resistencia controlante, como es cierto para la adsorción (véase figura 25.11). La forma exacta de la curva de ruptura y el valor de t_b son difíciles de predecir, y el diseño de unidades grandes por lo general se basa en la experiencia o en pruebas con una columna pequeña. Si el tamaño de la partícula y la velocidad del líquido se mantienen constantes, la longitud del lecho no utilizado (LUB) no deberá variar en el trayecto hacia una columna grande. Con una curva de equilibrio favorable, la LUB puede ser sólo de unas cuantas pulgadas, una pequeña fracción de la longitud normal del lecho.

La regeneración de un lecho agotado se efectúa pasando una solución concentrada de ácido, base o sal a través del lecho. Utilizando una solución concentrada, el tiempo de regeneración mínimo disminuye, y la preferencia favorable de la resina para iones multivalentes se reduce bastante, tal como se ilustra en la figura 25.15. Cuando la curva de equilibrio es casi lineal, el ancho de la zona de la transferencia de masa aumenta con la longitud del lecho (véase figura 25.12). El tiempo para la regeneración completa (o casi completa) quizá sea mucho mayor que el tiempo mínimo de regeneración, pero aun así es más breve que el tiempo de ruptura para la parte de eliminación de soluto del ciclo.

EJEMPLO 25.7 Pruebas de laboratorio para eliminar iones de metales a partir de solución 0.008 M utilizando un lecho pequeño de un collar intercambiador de iones indicaron una capacidad efectiva del lecho de 0.75 mmol/mL a la ruptura ($c = 0.02c_0$) comparada con una capacidad de equilibrio de 1.15 mmol/mL. El lecho tenía 2 cm de diámetro y 30 cm de longitud; la velocidad superficial fue de 0.40 cm/s (5.9 gal/min · ft²). *a)* Una gran columna de intercambio de iones será operada a 3 gal/min · ft² con un lecho de 0.6 m de diámetro y 1.5 m de longitud. Suponiendo la misma LUB como en las pruebas de laboratorio, prediga t_b y la capacidad efectiva del lecho a la ruptura. *b)* ¿Cuánto puede afectar el cambio en la velocidad y la capacidad efectiva? *c)* Si la regeneración se efectúa con una solución 2 M de NaCl a 3 gal/min · ft², ¿cuál es el tiempo de regeneración si se utiliza el doble de la cantidad mínima de solución?

Solución

a) La longitud del lecho no utilizado en la columna del laboratorio,

$$\frac{t_b}{t^*} = \frac{0.75}{1.15} = 0.652 = 1 - \frac{\text{LUB}}{L}$$

$$\text{LUB} = (1 - 0.652)(30) = 10.4 \text{ cm}$$

Para la misma LUB en el lecho grande,

$$\frac{t_b}{t^*} = 1 - \frac{10.4}{150} = 0.931$$

La capacidad efectiva es $0.931(1.15) = 1.07 \text{ mmol/mL}$ (o mol/L).
A partir de la ecuación (25.2)

$$t^* = \frac{\rho_p L W_{\text{sat}}}{u_0 c_0}$$

$$\rho_p W_{\text{sat}} = 1.15 \text{ mol/L}$$

$$u_0 = \frac{3 \text{ gal}}{\text{min} \cdot \text{ft}^2} \times \frac{3785 \text{ cm}^3/\text{gal}}{60 \text{ s/min}} \times \frac{1}{930 \text{ cm}^2/\text{ft}^2} = 0.204 \text{ cm/s}$$

$$t^* = \frac{1.15 \text{ mol}}{L} \times \frac{150 \text{ cm}}{0.204 \text{ cm/s} \times 0.008 \text{ mol/L}} \times \frac{1}{3600} = 29.4 \text{ h}$$

$$t_b = 0.931(29.4) = 27.4 \text{ h}$$

b) Para un equilibrio muy favorable, las curvas de ruptura en la figura 25.11 muestran que $N(\tau - 1) = -2.9$ cuando controla la película externa. Puesto que $N = k_c a L / u_0$ y $k_c a$ aumenta con aproximadamente $u_0^{1/2}$, el hecho de seguir hasta más o menos la mitad de la velocidad de laboratorio disminuye $k_c a$ pero aumenta N por $\sqrt{2}$, haciendo $\text{LUB} \cong 7 \text{ cm}$ y $t_b \cong 0.95 t^*$. Si las resistencias interna y externa son importantes, $k_c a$ no disminuirá mucho, y LUB será aún más corta.

c)

$$t^* = \frac{1.15 \text{ mol}}{L} \times \frac{150 \text{ cm}}{0.204 \text{ cm/s} \times 2.0 \text{ mol/L}} \times \frac{1}{60} = 7.05 \text{ min}$$

$$t = 2t^* = 15.1 \text{ min para la regeneración}$$

Operación de intercambiadores de iones

Un sistema de intercambio de iones para operación semicontinua requiere de por lo menos dos columnas, de forma que una pueda siempre estar sobre la línea. Cuando el tiempo necesario para la regeneración es muy corto, es posible disminuir el costo utilizando dos lechos en serie para eliminar los iones. El primer lecho se intercambia para la regeneración cuando ocurre la ruptura en el segundo lecho, y el lecho regenerado previamente se convierte en el segundo lecho en la serie. El inventario de resina se reduce y sólo los lechos totalmente saturados se regeneran, lo cual es más eficiente.

La solución de la alimentación se pasa casi siempre en forma descendente a través del lecho a una velocidad de flujo de 1 a 50 gal/min · ft² (1 gpm/ft² = 0.67 ft/min). Después de la ruptura, el lecho se considera fuera de línea y el lavado posterior con sobreflujo de agua permite separar las partículas pequeñas o sedimentos atrapados en el lecho. Durante el lavado posterior, el lecho fluidiza y se expande de 50 a 100%, de forma que el sistema de alimentación principal deberá suministrarse en forma suficiente por arriba del lecho de resina. La solución para la regeneración se pasa por el flujo superior o inferior a través del lecho de 2 a 5 gal/min · ft². Utilizar el contraflujo de la solución para la regeneración resulta más efectivo en la eliminación de los contraiones fuertemente sostenidos, puesto que éstos tienden a concentrarse cerca del extremo de la alimentación del lecho. Sin embargo, se utiliza de manera común una distribución en paralelo con flujo descendente de la alimentación y el regenerante.

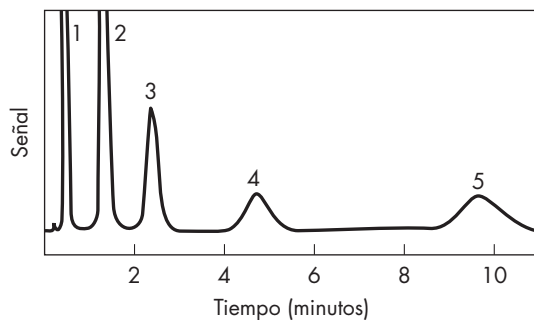
Para la preparación de agua muy pura, se utilizan resinas de intercambio de cationes y aniones. Una resina de catión de ácido fuerte reemplaza los cationes con iones H⁺, y en la columna siguiente, una resina de intercambio aniónico separa los aniones y produce iones OH⁻, que reaccionan para formar H₂O. Algunas veces se utilizan tres o cuatro lechos en serie con una combinación de resinas de ácido fuerte, ácido débil, base fuerte y base débil distribuidas en varias formas para facilitar la regeneración. La desionización también puede lograrse con un lecho mezclado de resinas catiónicas y aniónicas. Los lechos se separan antes de la regeneración mediante fluidización suave, puesto que las resinas aniónicas son más ligeras y se suspenden con mayor facilidad.⁸

CROMATOGRAFÍA

Cromatografía es el nombre que recibe una clase de procesos para la separación de mezclas multicomponentes de gases o líquidos. Se utiliza un lecho de sólidos o líquido inmovilizado como una fase estacionaria, así como alimentación intermitente del material a separar. Los componentes de la mezcla se mueven a través del lecho o eluyen mediante flujo continuo de un gas o líquido acarreador, que se convierte en la fase móvil. La separación de los componentes de la alimentación entre las fases estacionaria y móvil se efectúa a diferentes velocidades a través del lecho debido a los distintos coeficientes de distribución. Si el lecho o la columna es lo suficientemente grande, todos los componentes emergen de manera secuencial como impulsos separados, y un analizador en la salida muestra la concentración de cada componente en la fase móvil.

El término *cromatografía* proviene de las bandas de color vistas cuando se utilizó una columna de vidrio para separar mezclas líquidas de pigmentos de células vegetales. En la actualidad se aplica a otras separaciones similares. La columna, el analizador y el equipo asociado para controlar la velocidad de flujo y la temperatura recibe el nombre de *cromatógrafo*. La gráfica de la señal del analizador que muestra los picos para cada componente es un *cromatograma*. Un cromatograma típico se representa en la figura 25.16.

Los cromatógrafos se clasifican por la naturaleza de las fases móvil y estacionaria. La cromatografía de gases (GC) incluye GSC, donde la fase estacionaria es un sólido adsorbente, y GLC, donde un líquido de peso molecular elevado, mantenido en un sólido poroso, es la fase estacionaria. GLC es más común que GSC, debido a que los componentes de la alimentación por lo general se separan entre las fases en proporciones constantes,

**FIGURA 25.16**

Cromatograma para C_1 a C_5 de los bromuros de n -alquilo. (Autorizado por S. Dal Nogare y R. S. Juvet, Jr.: *Cromatografía gas-líquido, teoría y práctica*, Interciencia, Nueva York, 1962.)

que conducen a patrones simétricos en el cromatograma. En GSC, si un componente se adsorbe con fuerza con una isoterma no lineal, el pico de la señal resultante es asimétrico con un extremo largo, que hace difícil la separación de otros picos. En GLC la alimentación puede ser un gas, pero con frecuencia es un líquido inyectado como una muestra pequeña en un vaporizador y extendido dentro de la columna por un gas acarreador. Por lo común se utiliza helio o hidrógeno como gas acarreador porque concentraciones muy bajas de otros componentes pueden determinarse midiendo la conductividad térmica o densidad, o empleando detectores de ionización de flama.

La separación de mezclas líquidas por cromatografía (LC), se efectúa en una columna que contiene una fase estacionaria sólida, LSC, o con un líquido inmiscible como la fase estacionaria, LLC. Las resistencias de difusión son importantes en la cromatografía de líquidos, y el funcionamiento se mejora utilizando partículas pequeñas en la fase estacionaria, aunque esto puede conducir a caídas de presión en la columna de varias atmósferas. El término *cromatografía de líquidos de alta resolución* (HPLC) se aplica a separaciones que se efectúan a presiones elevadas con partículas muy finas y grandes velocidades de flujo.

Un principio de separación diferente se utiliza en la *cromatografía de permeación en gel* (GPC). Una mezcla de polímeros de elevado peso molecular o biomateriales disueltos en un líquido se fraccionan debido a que las moléculas grandes son excluidas de alguno de los poros en la fase estacionaria. Las moléculas se separan con base en su tamaño: las más grandes salen primero y las más pequeñas eluyen al último. Esto es contrario al orden de elución en otros procesos cromatográficos.

La cromatografía se utiliza sobre todo como una herramienta analítica, puesto que la alimentación intermitente y pulsos pequeños del material de alimentación hacen que la velocidad de producción de la columna sea bastante baja, y el costo de la separación por unidad de producto sea elevado. Hay también problemas en el escalamiento en columnas grandes, como se analizará más adelante. La gran escala o cromatografía preparativa se justifica para algunos productos de gran valor o donde la separación por otros medios resulta muy difícil.

Cromatografía gas-líquido

En la cromatografía gas-líquido, cada componente de la muestra de alimentación se mueve a través de la columna a una velocidad proporcional a la velocidad del gas acarreador e inversamente proporcional a la capacidad de la fase estacionaria más la fase móvil. La relación de equilibrio para el componente A, expresado en fracciones molares, es

$$y_A = \frac{p_A}{P} = \frac{\gamma_A x_A P'_A}{P} \quad (25.34)$$

Convirtiendo las concentraciones de masa en las fases gaseosa y líquida se obtiene

$$c_{A,l} = x_A \left(\frac{\rho_l}{M_l} \right) M_A = x_A \rho_{M,l} M_A \quad (25.35)$$

$$c_{A,g} = y_A \rho_{M,g} M_A \quad (25.36)$$

Combinando las ecuaciones (25.34) a (25.36), se obtiene

$$c_{A,l} = \frac{P}{\gamma_A P'_A} \left(\frac{\rho_{M,l}}{\rho_{M,g}} \right) c_{A,g} \quad (25.37)$$

La masa de la fase solvente por unidad de volumen w es igual a la densidad del lecho por la carga de la fracción de solvente s .

$$w = \rho_b s \quad (25.38)$$

La masa de equilibrio del componente A en una unidad de volumen del lecho es la cantidad de volumen del poro más la cantidad disuelta en la fase estacionaria.

$$m_A = \varepsilon c_{A,g} + \left(\rho_b s \frac{P}{\gamma_A P'_A} \frac{\rho_{M,l}}{\rho_{M,g}} \right) c_{A,g} \quad (25.39)$$

Para obtener una buena separación de los picos, el pulso de alimentación es bastante pequeño. Esto hace x_A pequeña y γ_A prácticamente constante. Para la operación isotérmica, entonces, el término entre parentésis es constante y se llega a un coeficiente de partición K_A . Los cambios de presión en la columna no varían K_A , puesto que $\rho_{M,g}$ es proporcional a la presión.

$$m_A = c_{A,g} (\varepsilon + K_A) \quad (25.40)$$

Cuando un gas acarreador se pasa a través de la columna a una velocidad superficial u_0 , la velocidad promedio real es u_0/ε , y un componente que no sea absorbido por el solvente sale de la columna a un tiempo t .

$$t = \frac{L\varepsilon}{u_0} \quad (25.41)$$

Un componente que se separa entre las fases móvil y estacionaria se mueve a una velocidad más baja, y el punto medio del pulso sale de la columna en el *tiempo de retención* t^*

$$t_A^* = \frac{L(\varepsilon + K_A)}{u_0} \quad (25.42)$$

La ecuación (25.42) es similar a la ecuación (25.3) para la curva de ruptura en la adsorción.

Para la mayoría de los análisis por GLC, $K_A \gg \varepsilon$ y el tiempo de retención es esencialmente proporcional a K_A . Para la separación de una mezcla binaria, la relación de los tiempos de retención debe ser suficientemente grande de tal manera que los picos en el cromatograma no se traslapen. Cuando ε se desprecia, esta relación es

$$\frac{t_A^*}{t_B^*} = \frac{K_A}{K_B} = \frac{\gamma_B P'_B}{\gamma_A P'_A} \quad (25.43)$$

Cuando la mezcla líquida es ideal, la relación de los tiempos de retención depende sólo de la relación de las presiones de vapor y de los componentes de punto de ebullición más bajo o componentes que salen primero. Sin embargo, cuando los componentes son muy diferentes en polaridad, la elección adecuada del solvente puede hacer los coeficientes de actividad lo suficientemente diferentes para permitir que un líquido de mayor punto de ebullición salga antes que uno de menor punto de ebullición.

Ensanchamiento del pico

A medida que pasa a través de la columna, cada pulso individual se amplía debido a las resistencias de transferencia de masa, la difusión axial y a la salida del flujo tapón. Si la muestra inyectada es muy pequeña, y si los coeficientes de partición son constantes, el pulso llega a ser gaussiano en forma, y los picos resultantes en el cromatograma pueden caracterizarse por el tiempo de retención medio, la altura del pico y la desviación estándar. Para una distribución estándar, las tangentes a los puntos de inflexión intersectan la línea base en un $t^* \pm 2\sigma$, de forma que el ancho Δt en la figura 25.17 corresponde a cuatro desviaciones estándar. El área bajo la curva es una medida de la cantidad del componente; el valor exacto se determina utilizando un factor de calibración.

En los primeros estudios de cromatografía, la columna se consideraba equivalente a una formación de etapas de equilibrio, y el número de etapas o platos ideales, NTP o N , se obtenía a partir del ancho relativo de un pico en el cromatograma.⁷

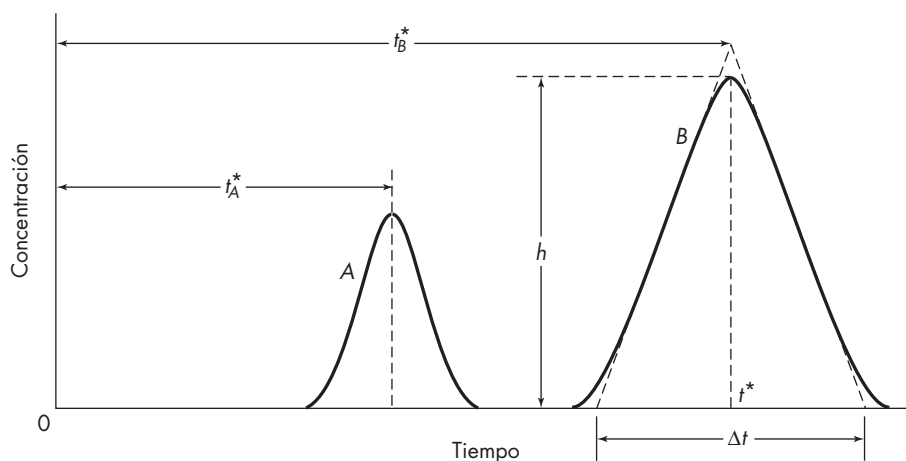


FIGURA 25.17

Cromatograma típico para una mezcla binaria.

$$N = 16 \left(\frac{t^*}{\Delta t} \right)^2 \quad (25.44)$$

Otras mediciones de la amplitud del pico se utilizan para determinar N . El volumen del gas acarreador utilizado para el punto medio de un pico recibe el nombre de *volumen de retención* V_R , y N se determina a partir de la relación¹⁴

$$N = \left(\frac{V_R}{\sigma} \right)^2 \quad (25.45)$$

Para el pico B en la figura 25.17, $t^*/\Delta t = 2.65$, y de la ecuación (25.44), $N = 112$. Casi se obtiene el mismo valor de N utilizando el pico A . Sin embargo, el número de platos ideales, no es exactamente el mismo para componentes diferentes, debido a que las diferencias en difusividad afectan el ancho del pico. El cambio en N es más aparente cuando los componentes de la alimentación tienen un intervalo amplio de pesos moleculares y de tiempos de retención.

Puesto que para este ejemplo $t_B^* \cong 2t_A^*$, la separación se efectúa con facilidad y se utiliza una columna relativamente corta. Cuando los coeficientes de partición difieren sólo entre 10 y 20%, se necesita un valor de N mucho más grande. Para una buena separación de dos componentes, la diferencia en los tiempos de retención puede ser igual o más grande que la mitad de la suma de la amplitud de los picos.

$$t_B^* - t_A^* \geq \frac{\Delta t_B}{2} + \frac{\Delta t_A}{2} \quad (25.46)$$

La relación de los tiempos de retención se denomina α , que es aproximadamente la relación de los coeficientes de partición [ecuación (25.43)]. Si N es igual para ambos componentes, las ecuaciones (25.43), (25.44) y (25.46) se combinan para obtener

$$t_A^* + \frac{2t_A^*}{\sqrt{N}} = t_B^* - \frac{2t_B^*}{\sqrt{N}} = \alpha t_A^* \left(1 - \frac{2}{\sqrt{N}} \right) \quad (25.47)$$

Reordenar la ecuación (25.47) conduce a una ecuación para el número mínimo de platos.

$$N_{\min} = 4 \left(\frac{1 + \alpha}{\alpha - 1} \right)^2 \quad (25.48)$$

Un valor bajo de α requiere un número grande de platos y una columna relativamente grande. El tiempo de retención es proporcional a la longitud de la columna, pero el ancho del pico aumenta con sólo la raíz cuadrada de N o L , de forma que la separación mejora con la longitud de la columna. Afortunadamente una columna GLC de sólo 1 o 2 m de longitud puede contener más de 1 000 platos teóricos, así que la separación es posible aun con valores muy bajos de α . La altura de un plato teórico, HETP o H , es con frecuencia 0.1 cm o menos cuando se utilizan partículas pequeñas. Algunos datos¹⁷ que muestran el efecto del tamaño de la partícula y la velocidad del gas en H se representa en la figura 25.28. La H más baja se obtiene con las partículas más finas y una velocidad de gas de 5 a 10 cm/s. La forma general de las curvas es acorde con la teoría de van Deemter *et al.*²⁴

$$H = A + \frac{B}{u} + Cu \quad (25.49)$$

El término A proporciona el ancho del pico causado por la naturaleza irregular de los canales de flujo en la columna empacada; éste es por lo general un múltiplo pequeño de D_p . El término B/u da el efecto de la difusión molecular axial. Este término aumenta con D_p . A bajas velocidades de gas, el uso de He o H_2 como un gas acarreador proporciona valores más elevados de H que con N_2 . El tercer término representa la expansión debida a la transferencia de masa entre la fase móvil y la fase estacionaria; esto incluye la resistencia a la difusión en la película de gas externa y en los poros abiertos del sólido. El término C también incluye el efecto de difusión en la fase líquida. La importancia relativa de la difusión en las fases gaseosa y líquida es difícil de predecir, puesto que depende del tamaño y de la distribución de los elementos del líquido en los poros. Si la carga del líquido es sólo de 2 a 5% de los sólidos, el espesor de los elementos líquidos y la resistencia a la difusión son pequeños. Si los poros están prácticamente llenos de líquido, la distancia de la difusión promedio en el líquido y en el gas son comparables y la resistencia en el líquido domina debido a que la difusividad es mucho menor.

El valor pequeño de HETP para columnas GLC quizá resulte sorpresivo, puesto que los valores de HTU para la absorción o adsorción de gases son mucho más grandes. Un adsorbedor típico de amoníaco con $D_p \cong 4$ cm y $u_0 \cong 100$ cm/s tiene $H_{Og} \cong 30$ para 60 cm (véase figura 18.22). Un adsorbedor tiene partículas más pequeñas, que aumentan el área de transferencia de masa y una velocidad de gas más baja que también contribuye a una HTU menor. Con referencia a los ejemplos 25.2 y 25.3, un adsorbedor de butanol con $D_p = 0.37$ cm y $u_0 = 58$ cm/s tuvo $H_{Og} = L/N = 8.0/3.17 = 2.5$ cm, más de 10 veces más pequeña que el adsorbedor a pesar de una resistencia interna de transferencia de masa significativa. Para GLC con partículas todavía más pequeñas (40 a 50 mallas, $D_p = 0.04$ cm), y $u_0 \cong 5$ cm/s, H_{Og} debe ser al menos 100 veces más pequeña que para la adsorción, o alrededor de 0.02 cm basada en las velocidades de transferencia de masa predichas. La HETP reportada para GLC en estas condiciones es aproximadamente de 0.08 cm, como se muestra en la figura 25.18. Los valores de HETP y H_{Og} serán casi los mismos si el ancho del pico fuera debido sólo a la transferencia de materia entre las fases móvil

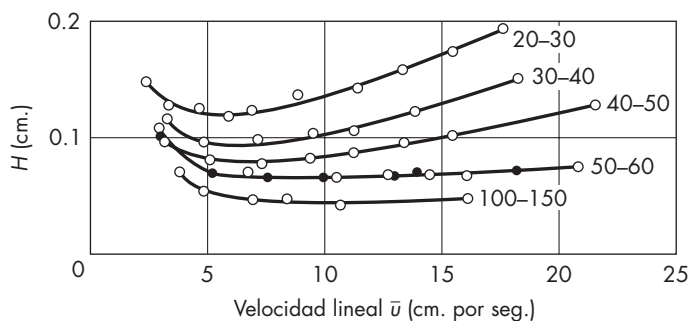


FIGURA 25.18

Datos experimentales para la dependencia de H sobre $\bar{u}$ para columnas empacadas de diferente d_p . Intervalo de malla citado B.S.S. (Los círculos cerrados son el doble de los datos de la columna.) (Autorizado de H. Purnell, *Cromatografía de gases*, Wiley, 1962).

y estacionaria. La diferencia aquí refleja la importancia de los términos de la dispersión axial A y B/u en la ecuación de van Deemter.

Cromatografía preparativa

Cuando un proceso cromatográfico se efectúa para su producción comercial, aumentando el diámetro de la columna, por lo general aumenta la amplitud del pico causada por la distribución de flujo desigual y los efectos de pared. La HETP se incrementará varias veces a menos que se tenga mucho cuidado en el empaque de la columna y se consiga una distribución uniforme de la alimentación. Utilizando un intervalo estrecho de los tamaños de las partículas y vibración de la columna mientras está siendo empacada ayuda a mantener la HETP cercana a los valores de laboratorio. Se pueden introducir placas deflectoras a intervalos regulares con el fin de redistribuir el flujo, pero aun con dichas placas en el lugar adecuado la HETP todavía se incrementa con el diámetro de la columna.^{19a}

La cromatografía en gran escala se utiliza sobre todo para la separación de líquidos. Un ejemplo es el proceso Asahi para la recuperación de *p*-xileno a partir de xilenos mezclados utilizando una zeolita adsorbente.²⁰ La alimentación se introduce de forma intermitente por periodos cortos y los isómeros se mueven a través de la columna principal mediante el flujo continuo de un desorbente líquido. Los picos no son de forma gaussiana debido al tamaño del ritmo de la alimentación y a la interacción entre componentes. Se recogen cuatro fracciones como se indica en la figura 25.19. La primera fracción con el *o*-xileno y el *m*-xileno adsorbidos de manera débil se retorna a la unidad de isomerización para producir más *p*-xileno. Las siguientes dos fracciones se envían a columnas auxiliares separadas para producir algo de etilbenceno, *p*-xileno y xilenos mezclados. La fracción final se destila para recuperar el solvente y producir *p*-xileno casi puro. La separación completa de todos los componentes es probable que se alcance en una columna grande con pequeños pulsos de alimentación, pero la capacidad de cada hora podría reducirse y aumentar el costo de producción.

Resulta interesante comparar el número de platos teóricos necesarios para la separación cromatográfica con el número requerido para producir 99% de productos puros por desti-

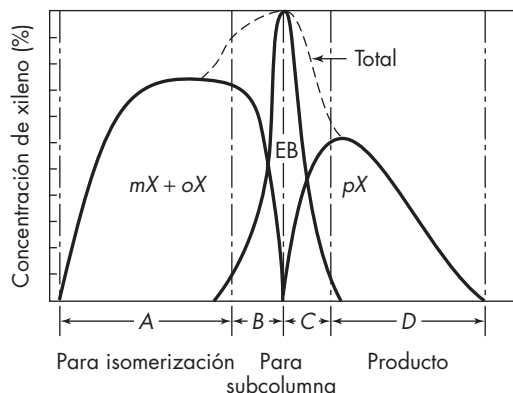


FIGURA 25.19

Cromatografía a gran escala de xilenos mezclados.²⁰

TABLA 25.2

Platos teóricos requeridos para la separación de mezclas binarias

α	$N_{\text{mín, dist}}$	$N_{\text{mín}} \times 2$	$N_{\text{cromatografía}}$
4	6.63	13.3	11
2	13.26	26.5	36
1.5	22.67	45.3	100
1.2	50.4	101	484
1.1	96.4	193	1 764
1.05	188	377	6 724

lación fraccionada. El número de platos por destilación se toma como el doble del número mínimo calculado a partir de la ecuación de Fenske [ecuación (21.42)]. Como se muestra en la tabla 25.2, no hay mucha diferencia cuando α es grande, pero cuando α se aproxima a 1.0, N para la cromatografía aumenta mucho más rápido que $N_{\text{mín}}$ para la destilación.

SÍMBOLOS

A	Área de la sección transversal del lecho, m^2 o ft^2 ; también constante en la ecuación (25.49)
a	Área de la superficie externa por unidad de volumen del lecho, m^{-1} o ft^{-1}
B	Constante en la ecuación (25.49)
C	Constante en la ecuación (25.49)
c	Concentración, g/cm^3 o ppm (mg/L); c_A , del componente A ; $c_{A,g}$, en el gas; $c_{A,l}$, en el líquido; c_0 en la alimentación; c_1, c_2 , de los componentes 1 y 2 de la mezcla multicomponente; c^* , en equilibrio con la concentración en el sólido
c_p	Capacidad calorífica del fluido, $\text{J}/\text{g} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu}/\text{lb} \cdot ^\circ\text{F}$
c_s	Capacidad calorífica del sólido, $\text{J}/\text{g} \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu}/\text{lb} \cdot ^\circ\text{F}$
D	Diámetro, m o ft ; D_p , de la partícula
D_e	Difusividad efectiva, cm^2/s o ft^2/h
D_v	Difusividad volumétrica, cm^2/s o ft^2/h
F_A	Velocidad de alimentación del adsorbato por unidad de área de la sección transversal del lecho, $\text{g}/\text{cm}^2 \cdot \text{s}$
f	Fugacidad, atm o mm Hg ; f_s , del líquido saturado
H	Altura de un plato teórico o unidad de transferencia, m o ft ; H_{Og} , basada en el coeficiente global en la fase gaseosa.
$\mathcal{H}_R$	Humedad relativa
K	Constante en la ecuación para la isoterma de adsorción; K_1, K_2 , para adsorbatos múltiples; también, coeficiente de partición; K_A, K_B , para los componentes A y B
K_c	Coeficiente global de la transferencia de masa, m/s o ft/s
$K_c a$	Coeficiente volumétrico global de la transferencia de masa, s^{-1}
K_{eq}	Constante de equilibrio en la reacción química; K' , basada en las concentraciones
k_c	Coeficiente individual de transferencia de masa, m/s o ft/s ; $k_{c,\text{ext}}$, para película externa; $K_{c,\text{int}}$, para difusión interna

k_a	Coefficiente volumétrico individual de transferencia de masa, s^{-1}
L	Distancia a lo largo del lecho, m o ft; L_T , longitud total del lecho; L_{sat} , longitud de la porción saturada del lecho
M	Peso molecular; M_A , del componente A; M_p , del líquido
m	Exponente en la ecuación de Freundlich
m_A	Masa de equilibrio del componente A por unidad de volumen del lecho, kg/m^3 o lb/ft^3
m_C	Masa total del carbón en el lecho, kg o lb
N	Número de unidades de transferencia de materia o platos teóricos; N_f , basado en la película externa; N_p , basado en la difusión de poro; N_{min} , número mínimo de unidades de transferencia o platos teóricos
N_H	Número de unidades de transferencia de calor
P	Presión total, atm o mm Hg; P' , presión de vapor; P'_A , P'_B , de los componentes A y B
p	Presión parcial, atm o mm Hg; p_A , del componente A
Re	Número de Reynolds, $D_p \mu_0 \rho / \mu$
S	Área de la superficie interna del sólido, m^2/g o ft^2/lb
Sc	Número de Schmidt, $\mu / \rho D_v$
Sh	Número de Sherwood, $k_c D_p / D_v$
s	Carga del solvente fraccionado
T	Temperatura, °C, K, °F o °R; T_g , del gas; T_s , del sólido; T_0 , valor inicial
t	Tiempo, s o h; t_b , en el punto de ruptura; t_0 , al inicio de la adsorción; t_1 , tiempo para la primera porción saturada del lecho; t^* , tiempo ideal de adsorción para la curva de ruptura vertical; t_A^* , t_B^* , de los componentes A y B
U	Coefficiente global de transferencia de calor, $W/m^2 \cdot ^\circ C$ o $Btu/ft^2 \cdot h \cdot ^\circ F$
Ua	Coefficiente volumétrico global de transferencia de calor, $W/m^3 \cdot ^\circ C$ o $Btu/ft^3 \cdot h \cdot ^\circ F$
u_0	Velocidad superficial del fluido, cm/s, m/s o ft/s
V	Volumen molar en el punto de ebullición normal, cm^3/g mol
v_z	Velocidad de la zona de transferencia, cm/s o ft/s
W	Carga del adsorbato, g/g de sólido; W_b , en el punto de ruptura; W_{max} , valor máximo como $c \rightarrow \infty$; W_{sat} , en equilibrio con el fluido; W_0 , valor inicial; W_1 , para el componente 1 de los adsorbatos múltiples
w	Masa del solvente por unidad de volumen del lecho, kg/m^3 o lb/ft^3
x	Fracción mol en el líquido; x_A , del componente A; x_E , en el extracto; x_R , en el refinado
y	Fracción mol en el gas; y_A , del componente A; y_E , en el extracto; y_F , en la alimentación; y_R en el refinado

ABREVIATURAS

GC	Cromatografía de gases; GLC, cromatografía gas-líquido; GSC, cromatografía gas-sólido
GPC	Cromatografía de permeación en gel
HETP	Altura equivalente para un plato teórico
HTU	Altura de una unidad de transferencia
LUB	Longitud del lecho no utilizado
PSA	Adsorción de presión alternada

Letras griegas

α	Relación de los tiempos de retención, t_B^*/t_A^*
γ	Coeficiente de actividad; γ_A , γ_B , de los componentes A y B
ΔP	Caída de presión en la columna de adsorción, lb _f /ft ² o in. de H ₂ O
Δt	Ancho del pico en el cromatograma; Δt_A , Δt_B de los componentes A y B
ε	Fracción externa de huecos del lecho
μ	Viscosidad absoluta, Pa · s, cP, o lb/ft · h
ρ	Densidad, kg/m ³ o lb/ft ³ ; ρ_L , del líquido; ρ_b , densidad global del lecho; ρ_p , densidad de la partícula
ρ_M	Densidad molar, mol/m ³ o mol/ft ³ ; $\rho_{M,g}$, del gas; $\rho_{M,l}$, del líquido
σ	Desviación estándar, unidades de tiempo o volumen
τ	Parámetro de paso definido por la ecuación (25.9), adimensional
Φ_s	Esfericidad, adimensional

PROBLEMAS

- 25.1.** Se está considerando la adsorción sobre carbón activado de 6×10 mallas para recuperar metiletilcetona (MEK) a partir de una corriente de aire a 25 °C y 1 atm. El flujo de aire es de 12 000 estándar ft³/min, y el aire contiene 0.40 lb de MEK/1 000 ft³, medidos en condiciones normales. Si la velocidad superficial es de 0.5 ft/s y se desea un ciclo de adsorción por lo menos de 8 h, ¿qué dimensiones aproximadas de lecho deberán utilizarse? Suponga que la densidad global del carbón es 30 lb/ft³.
- 25.2.** Se utiliza carbón granular para separar fenol de agua residual. Si se emplea carbón de 10×20 mallas con una velocidad superficial de 0.03 m/s, estime el número de unidades de transferencia de un lecho de 4 m de espesor. La difusividad efectiva en las partículas puede tomarse como 0.2 veces la difusividad global.
- 25.3.** Aire con una humedad relativa de 50% a 20 °C se comprime hasta 8 atm, se enfría hasta 30 °C para condensar algo de agua y posteriormente se seca con gel de sílice. ¿Qué fracción del agua contenida en el aire se separa en el condensador? Calcule la capacidad de equilibrio del gel de sílice si la adsorción se lleva a cabo a 30 °C y si la temperatura media del lecho aumenta hasta 50 °C.
- 25.4.** En el diseño preliminar de un adsorbedor en fase de vapor se ha especificado un lecho de carbón de 6×16 mallas, 6 ft de diámetro, 4 ft de espesor y una velocidad superficial de 60 ft/min. Sin embargo, la caída de presión estimada de 16 in. de H₂O es superior al doble del valor deseado. Si se utiliza la misma cantidad de carbón en un lecho más ancho y menos profundo, ¿cómo se afectará la caída de presión y la curvatura de la curva de ruptura? Sugiera un diseño apropiado para el lecho.
- 25.5.** Collins⁶ proporciona datos para el secado de nitrógeno con un tamiz molecular tipo 4A. Calcule la capacidad de saturación a partir de la curva de ruptura y determine la longitud de lecho no utilizado tomando como base una concentración del punto de ruptura c/c_0 de 0.05.

$$T = 79 \text{ °F} \qquad L_T = 1.44 \text{ ft}$$

$$P = 86 \text{ psia} \qquad \rho_b = 44.5 \text{ lb/ft}^3$$

$$N_2 \text{ en alimentación} = 29.2 \text{ mol/h} \cdot \text{ft}^2 \qquad c_0 = 1\,490 \text{ ppm}$$

t, h	0	10	15	15.4	15.6	15.8	16	16.2
c, ppm	<1	<1	<1	5	26	74	145	260

t, h	16.4	16.6	16.8	17	17.2	17.6	18	18.5
c, ppm	430	610	798	978	1 125	1 355	1 465	1 490

- 25.6.** *a)* Utilice la correlación en la figura 25.4 para predecir la cantidad de *n*-butanol adsorbido en el carbón para las condiciones del ejemplo 25.2, y compárela con los datos experimentales. *b)* Estime la capacidad de saturación del carbón para una concentración de butanol de 20 ppm en el aire a 30 °C y 1 atm.
- 25.7.** Un adsorbente de tamiz molecular utilizado para la separación del aire tiene una capacidad máxima para el N_2 de 0.046 g/g a 30 °C, y los datos pueden ser adecuados para una isoterma de Langmuir con $K = 0.50 \text{ atm}^{-1}$. *a)* ¿Cuál es la capacidad de saturación cuando el adsorbente se expone al aire a 10 atm y 30 °C? *b)* Calcule el tiempo de adsorción para un lecho de 4 ft de profundidad operando con una velocidad superficial de 20 ft/min. La densidad de los gránulos es de 1.3 g/cm^3 .
- 25.8.** El carbón activado granular impregnado con azufre se utiliza para separar vapor de mercurio a partir del gas natural y del aire. Debido a que la reacción química convierte el mercurio a sulfuro de mercurio, la adsorción es irreversible, y la capacidad es tan alta como de 20% en peso. *a)* Suponiendo que la velocidad de adsorción para separar el mercurio del aire está controlada por medio de una transferencia de materia externa, calcule el coeficiente global para un lecho de carbón de 4×6 mallas a 20 °C y una velocidad superficial de 75 cm/s. *b)* Si la concentración a la entrada es de $10 \mu\text{g/Nm}^3$ (microgramos por metro cúbico normal, con el volumen de gas evaluado en condiciones estándar) y el gas tratado debe contener menos de $10^{-3} \mu\text{g/Nm}^3$, ¿cuál es la longitud mínima del lecho? *c)* Para un lecho de 50 cm de espesor, ¿cuál es el tiempo esperado para la ruptura?
- 25.9.** Un adsorbedor para separar monómero de cloruro de vinilo (VCM) a partir del aire contiene dos lechos de carbón BPL que tienen 4 ft de espesor y en la ruptura 0.09 lb VCM/lb de carbón. La temperatura promedio del lecho es de 80 °C. Los lechos se regeneran con aire a 200 °F y 120 ft/min, y se incineran los gases de escape. Se ha considerado la regeneración a temperaturas más elevadas. *a)* ¿Qué tan rápido se mueve el frente de temperatura a lo largo del lecho si éste opera adiabáticamente y el calor de desorción es de 1.5 veces el calor de vaporización? *b)* Si la temperatura de entrada se incrementa a 300 °F con la misma velocidad másica, ¿cuál es la velocidad de movimiento del frente de temperatura? *c)* Si la temperatura del lecho se incrementa muy rápido hasta 200 °F mediante calentadores eléctricos, ¿cuál será la concentración de equilibrio del VCM en la fase de vapor? Si el flujo de aire hubiera iniciado a 120 ft/min y 200 °F, ¿qué tan rápido avanzaría el frente de desorción a través del lecho? *d)* ¿Cuál es la principal ventaja de aumentar la temperatura de regeneración?
- 25.10.** Un ablandador de agua tiene un lecho de resina de 1 ft de diámetro y 1.5 ft de longitud. Si el agua contiene 20 ppm de Ca^{2+} , 10 ppm de Mg^{2+} y 300 ppm de Na^+ , ¿cuántos galones se tratarán antes de que la resina necesite regeneración?
- 25.11.** Un lecho de cuentas de intercambio iónico de 2 mm, con una densidad de partícula de 1.2 g/cm^3 se retrolava con agua a 15 °C. *a)* Prediga la velocidad mínima de fluidización, y *b)* estime la expansión del lecho para $\bar{V}_0 = 3\bar{V}_{0M}$.
- 25.12.** Las pruebas de laboratorio para una columna de adsorción de $\frac{1}{4}$ de in de diámetro y 12 in. de longitud, empacada con partículas de carbón activado de malla 20×32 , dieron una

- buena extracción del solvente a partir de una corriente de aire, pero t_b fue demasiado corta (1.5 h) y ΔP sería demasiado elevada en un lecho más largo. a) Si se usaran partículas de malla 12×16 en un lecho de 3 ft, ¿por qué factor se cambiaría ΔP ?; b) si LUB fuera de 4.0 para el lecho de la malla 20×32 , ¿cuál sería para las partículas más grandes?, ¿cuál sería el nuevo valor de t_b ?
- 25.13.** Los análisis por GC de una mezcla de gas binario mostraron picos que se superponen, con $t_A^* \cong 15$ min, $t_B^* \cong 21$ min, y $t_A = 2.1$ min. a) ¿cuáles son los valores de N y α ?; b) si se duplicara la longitud de la columna, ¿se obtendría una separación satisfactoria de los picos? Diagrama la forma esperada del cromatograma.
- 25.14.** Un lecho con cuentas de 1.5 de diámetro para intercambio iónico se usa para desionizar agua a 20 °C, con $u_0 = 0.6$ cm/s. a) Para $c_0 = 0.02$ M NaCl, prediga $k_{c,ext}$, $k_{c,int}$ y k_c , y b) estime N si $L = 2$ m.

REFERENCIAS

1. Anspach, F.B., D. Curbelo, R. Hartmann, G. Garke y W.D. Deckwer. *J. Chromatogr. A*. **865**: 129 (1999).
2. Asher, W.J., M.L. Campbell, W.R. Epperly y J- L. Robertson. *Hydrocarbon Proc.* **481**: 134 (1969).
3. Berg, C. *Trans. AIChE*. **42**: 665 (1946).
4. Broughton, D.B., *Chem. Eng. Progr.* **64**(8): 60 (1968).
5. Broughton, D.B., R. W. Neuzil, J.M. Pharis y C.S. Bearly. *Chem. Eng. Progr.* **66**(9): 70 (1970).
6. Collins, J.J. *AIChE Simp. Ser.* **63**(74): 31 (1967).
7. Dal Nogare, S. y R.S. Juvet, Jr. *Gas-Liquid Chromatography, Theory and Practice*. Nueva York: Interscience, 1962.
8. Dickert, C., en R.E. Kirk, D.F. Othmer, J.I. Kroschwitz y M. Howe-Grant (eds.), *Encyclopedia of Chemical Technology*, vol. 14, 4a. ed. Nueva York: Wiley, 1992, p. 749.
9. Furnas, C.C. *Trans. AIChE* **24**: 142 (1930).
10. Golovy, A. y J. Braslaw. *Environ. Progr.* **1**: 89 (1982).
11. Grant, R.J., M. Manes y S.B. Smith. *AIChE J.* **8**: 403 (1962).
12. Grant, R.J. y M- Manes. *Ind. Eng. Chem. Fund.* **3**: 221 (1964).
13. Hall, K.R., L.C. Eagleton, A. Acerivos y T. Vermeulen. *Ind. Eng. Chem. Fund.* **5**: 212 (1966).
14. Helfferich, F. *Ion Exchange*. Nueva York: Dover, 1995; a) p. 106, b) p. 306.
15. Lewis, W.K., E.R. Gilliland, B. Chertow y W.P. Cadogan. *Ind. Eng. Chem.* **42**: 1326 (1950).
16. McCreath, G.E., H.A. Chase, R. O. Owen y C.R. Lowe. *Biotechnol. Bioeng.* **48**: 341 (1995).
17. Purnell, H. *Gas Chromatography*. Nueva York: Wiley, 1962.
18. Rohm and Haas Corp. *Technical Notes, Amborsorb Carbonaceous Adsorbents*, Filadelfia, 1992.
19. Ruthven, D.M. *Principles of Adsorption and Adsorption Processes*. Nueva York: Wiley, 1984; a) p. 328, b) p. 375, c) p. 372.
20. Seko, M., T. Miyake y K. Inada. *Ind. Eng. Chem. Prod. Res. Dev.* **18**: 263 ¿1979?
21. Shuliger, W.G. Calgon Corp. Comunicación personal.
22. Subba Rao, H.C. y M.M. David. *AIChEJ.* **3**: 187 (1957).
23. Thömes, J., A. Bader, M. Halfar, A. Karau y M.-R. Kula. *J. Chromatogr. A*. **752**: 111 (1996).
24. Van Deemter, J.J., F.J. Zuiderweg y A. Klinkenberg. *Chem. Eng. Sci.* **5**: 271 (1956).
25. Vermeulen, T., T.G. Klein y N.K. Hiester, en J.H. Perry (ed.), *Chemical Engineers's Handbook*, 5a. ed., sec. 16. Nueva York: McGraw-Hill, 1973.

CAPÍTULO 26

Procesos de separación por membrana

Muchos procesos para la separación de mezclas líquidas o gaseosas utilizan membranas semipermeables que permiten que uno o más constituyentes de la mezcla pasen a través de dichas membranas con mayor facilidad que los otros. Las membranas pueden ser capas delgadas de un material rígido tal como vidrio poroso o material sinterizado, pero con más frecuencia son películas flexibles de polímeros sintéticos preparados para tener una alta permeabilidad para ciertos tipos de moléculas. Este capítulo estudia los procesos en que la separación se debe a diferencias en las solubilidades y velocidades de difusión a través de las membranas. Primero se estudiará la separación de mezclas gaseosas con membranas tanto porosas como no porosas. Posteriormente se analizarán varios procesos para mezclas líquidas, incluyendo la pervaporación, extracción líquido-líquido, ósmosis inversa y diálisis. El proceso de ultrafiltración, donde la separación se lleva a cabo sobre todo por moléculas grandes o partículas coloidales excluidas de los poros de la membrana, se trata como un caso especial de filtración en el capítulo 29.

SEPARACIÓN DE GASES

Membranas porosas

Cuando se permite difundir una mezcla gaseosa a través de una membrana porosa a una región de presión más baja, el gas permeable a la membrana es enriquecido en los componentes de peso molecular más bajo, debido a que éstos se difunden más rápido. Cuando los poros son más pequeños que la trayectoria libre media en la fase gaseosa (de aproximadamente $1000 \text{ \AA}$ en condiciones estándar), los gases se difunden de modo independiente por difusión de Knudsen, y la difusividad en el poro es proporcional al tamaño del poro y la velocidad molecular promedio, que varía inversamente con la raíz cuadrada del peso molecular M . Para la difusión de Knudsen del gas A en los poros cilíndricos [véase ecuación (17.29)]

$$D_A = 9\,700r \left(\frac{T}{M_A} \right)^{0.5} \quad (26.1)$$

En la ecuación (26.1), r es el radio medio del poro en centímetros, T es la temperatura absoluta en grados kelvin, y D_A se expresa en centímetros cuadrados por segundo.

El flujo por unidad de área de membrana depende de la difusividad efectiva D_e que es menor que la difusividad del poro por el factor ε/τ , donde ε es la porosidad y τ es la tortuosidad. Para membranas con alrededor de 50% de porosidad, este factor es por lo general de 0.2 a 0.3.

$$D_{eA} = \frac{D_A \varepsilon}{\tau} \cong \frac{1}{4} D_A \quad (26.2)$$

El flux de cada gas es proporcional al gradiente de concentración, que es lineal si la estructura de la membrana es uniforme y los gases no interactúan. En general el gradiente se expresa como un gradiente de presión parcial, y para los gases ideales se supone lo siguiente:

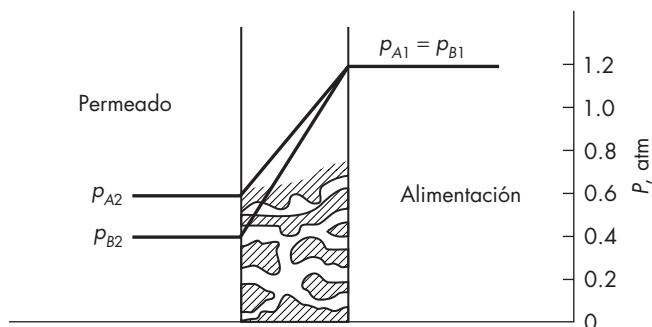
$$J_A = D_{eA} \left(\frac{\Delta c_A}{\Delta z} \right) = D_{eA} \left(\frac{\Delta p_A / RT}{\Delta z} \right) \quad (26.3)$$

La composición del permeado (o penetrado) depende de los flujos de todas las especies. Para un sistema binario, la fracción molar de A en el permeado es

$$y_A = \frac{J_A}{J_A + J_B} \quad (26.4)$$

Los gradientes de presión típicos para una membrana expuesta a una mezcla binaria equimolar se representan en la figura 26.1. Para este caso, se supone que el gas A tiene una difusividad que es dos veces la del gas B (por ejemplo helio y metano), y las presiones en las corrientes de entrada y salida son 2.4 y 1.0 atm, respectivamente. El permeado tiene 60% de A , que tiene sólo un enriquecimiento ligero sobre 50% de A en el lado de alimentación. El enriquecimiento provoca que el gradiente de A sea menor que para B ($\Delta p_A = 1.2 - 0.6 = 0.6$; $\Delta p_B = 1.2 - 0.4 = 0.8$) de tal modo que el flujo de A es sólo $2 \times (0.6/0.8) = 1.5$ veces que para B , dando un permeado con 60% de A . El permeado será ligeramente más rico en A si se utiliza una presión de alimentación más alta o si el lado de penetración de la membrana estuviera al menos a la presión atmosférica. Una cantidad más pequeña de producto muy puro se obtiene mediante la compresión del permeado y enviándolo a otra unidad de membrana. Una cascada de etapas a contracorriente con recirculación pueden diseñarse para producir productos prácticamente puros en recuperación elevada, pero el costo de la membrana y de la compresión en cada etapa por lo general hacen que tales procesos sean muy costosos.

Un ejemplo bien conocido de separación de gases por medio de membranas porosas, y quizá la única aplicación a gran escala, es la separación de isótopos de uranio que utilizan los hexafluoruros $^{235}\text{UF}_6$ y $^{238}\text{UF}_6$. Debido a que el uranio natural tiene sólo 0.7% de ^{235}U y las difusividades de estos hexafluoruros difieren por sólo 0.4%, se necesitan más de mil etapas para obtener un producto con 4% de ^{235}U y un residuo con 0.25% de ^{235}U .¹⁵

**FIGURA 26.1**

Gradientes de presión típicos en una membrana porosa.

Membranas con poros de tamaños muy pequeños se pueden preparar por pirólisis, depositadas en los poros de un soporte tubular poroso tal como $\gamma\text{-Al}_2\text{O}_3$. Algunas de estas membranas de malla molecular de carbón tienen una permeabilidad para H_2 que es 50 a 100 veces mayor que para CH_4 ³⁴ a pesar de que la diferencia en diámetros moleculares es sólo de 25% (Apéndice 19). Una ventaja de estas membranas es que pueden emplearse a más altas temperaturas que las membranas poliméricas.

Membranas de polímeros

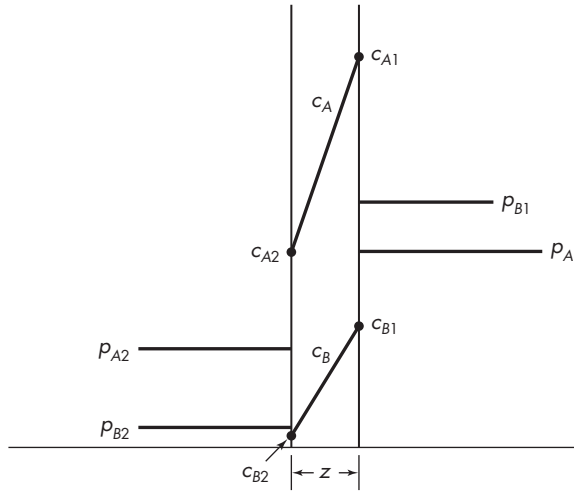
El transporte de gases a través de membranas densas (no porosas) de polímeros se lleva a cabo mediante un mecanismo de difusión de la solución. El gas disuelto en el polímero en el lado de alta presión de las membranas, se difunde a través de la fase del polímero y se desorbe o evapora en el lado de baja presión. La velocidad de la transferencia de masa depende del gradiente de concentración en la membrana, que es proporcional al gradiente de presión parcial a lo largo de la membrana si la solubilidad es proporcional a la presión. Los gradientes típicos para una mezcla binaria se representan en la figura 26.2. Se supone que la ley de Henry se aplica para cada gas y que el equilibrio se alcanza en la superficie de contacto. Las resistencias de la película gaseosa son despreciables en este caso, de forma que las presiones parciales en la superficie de contacto gas-polímero son las mismas que en la masa global. El flujo de gas para el gas A es

$$J_A = -D_A \left(\frac{dc_A}{dz} \right) = D_A \left(\frac{c_{A1} - c_{A2}}{z} \right) \quad (26.5)$$

TABLA 26.1

Permeabilidad de algunos polímeros elásticos y cristalinos a 25-30 °C^{16, 42}

Polímero	<i>q</i> , Barrers					
	H ₂	He	CH ₄	N ₂	O ₂	CO ₂
Silicón (PDMS)	940	560	1370	440	930	4600
Caucho natural	49	30	29	8.7	24	134
Polisulfona	14	13	0.27	0.25	1.4	5.6
Policarbonato	—	14	0.28	0.26	1.5	6.5
Poliamida	2.3	—	0.007	0.018	0.13	0.41

**FIGURA 26.2**

Gradientes en una membrana densa de polímero.

La concentración está relacionada con las presiones parciales mediante un coeficiente de solubilidad S , que tiene unidades tales como $\text{mol}/\text{cm}^3 \cdot \text{atm}$ (S es el recíproco del coeficiente de la ley de Henry):

$$c_A = p_A S_A \quad c_B = p_B S_B \quad (26.6)$$

Utilizando la ecuación (26.6) para reemplazar el gradiente de concentración con un gradiente de presión se obtiene

$$J_A = \frac{D_A S_A (p_{A1} - p_{A2})}{z} \quad (26.7)$$

El producto $D_A S_A$ es el flujo por unidad de gradiente de presión, que recibe el nombre de coeficiente de permeabilidad q_A y se expresa con frecuencia en Barrers, donde $1 \text{ Barrer} = 10^{-10} \text{ cm}^3 (\text{STP}) \cdot \text{cm}/\text{cm}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{cm Hg}$. Puesto que el espesor real de la membrana no siempre es conocido o especificado para las membranas comerciales, se acostumbra utilizar el flujo por unidad de la diferencia de presiones, que será llamado la permeabilidad Q_A :

$$J_A = \frac{q_A (p_{A1} - p_{A2})}{z} = Q_A (p_{A1} - p_{A2}) \quad (26.8)$$

Las unidades convenientes de Q_A pueden ser $\text{ft}^3/\text{ft}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{atm}$ o $\text{L}(\text{STP})/\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{atm}$. Las unidades deben revisarse con cuidado al utilizar valores publicados de permeabilidad ya que están en uso diferentes definiciones.

La relación de permeabilidades para una mezcla binaria es la selectividad de la membrana α (también llamada el factor de separación ideal):

$$\alpha = \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{D_A S_A}{D_B S_B} \quad (26.9)$$

Es posible obtener una alta selectividad a partir de una relación de difusividad favorable o de una gran diferencia en las solubilidades. Las difusividades en la membrana dependen en

mayor medida del tamaño y de la forma de las moléculas que de las difusividades en la fase gaseosa, y de las grandes diferencias que existen para moléculas de casi el mismo tamaño. Por ejemplo, la relación $D_{\text{O}_2}/D_{\text{N}_2}$ es entre 1.5 y 2.5 para varios polímeros,⁶ aunque la molécula de O_2 es sólo 10% más pequeña que la molécula de N_2 . Los valores de la difusividad varían ampliamente con el tipo de polímero, con valores más pequeños para polímeros vítreos o cristalinos y valores altos para polímeros que están por arriba de la temperatura de transición del vidrio. Es posible que la difusividad varíe con la concentración del soluto en el polímero, en particular cuando hay un hinchado apreciable del polímero. En la tabla 26.2 se dan algunos valores de difusividad.

La solubilidad de los gases también varía ampliamente con el gas y el tipo de polímero. La solubilidad es menor para los gases que tienen un punto de ebullición o temperatura crítica menores. Pero la similitud del gas y el polímero también es importante. Los gases polares tienden a ser más solubles en polímeros que tienen una concentración elevada de grupos polares, y la solubilidad del vapor de agua es alta en materiales capaces de formar enlaces de hidrógeno con las moléculas de agua. Con un amplio intervalo de difusividades y solubilidades, no es sorprendente que algunas membranas sean muy selectivas para ciertas mezclas gaseosas. Para el caucho de silicona, la selectividad es 4.9 para CO_2/H_2 y 5.4 para CO_2/O_2 . Para el Kapton una diimida de poliéster aromática y un polímero vítreo, las permeabilidades son dos a cuatro órdenes de magnitud menores que para el caucho de silicona, y se altera el orden de las permeabilidades.¹⁶ Las selectividades para el Kapton son 0.18 para CO_2/H_2 y 1.8 para CO_2/O_2 . Por lo general, para una buena separación se requiere de una selectividad de 4 o mayor, como se muestra en una sección posterior.

Para la mayoría de los gases, la permeabilidad aumenta con la temperatura, debido al incremento en difusividad más que compensar o contrarrestar cualquier disminución en solubilidad. El cambio en la permeabilidad con frecuencia se correlaciona con la ecuación exponencial $Q = a \exp(-E/RT)$, con energías de activación E que comprenden un intervalo de 1 a 5 kcal/mol. Sin embargo, un aumento en la temperatura por lo general disminuye la selectividad de la membrana, de forma que la temperatura de operación se determina mediante el equilibrio necesario para el flujo y la selectividad elevadas.

Estructura de la membrana

El flujo a través de una película densa de polímero es inversamente proporcional al espesor [ecuación (26.7)], de forma que hay un fuerte incentivo para hacer la membrana

TABLA 26.2
Coeficientes de difusión en polímeros seleccionados⁶

Polímero	$D \times 10^9$ a 25°C, cm ² /s			
	O_2	N_2	CO_2	CH_4
Tereftalato de polietileno	3.6	1.4	0.54	0.17
Polietileno ($\rho = 0.964$ g/cm ³)	170	93	124	57
Polietileno ($\rho = 0.914$ g/cm ³)	460	320	372	193
Caucho natural	1 580	1 110	1 110	890

tan delgada como sea posible sin que se formen orificios o puntos débiles. Los procesos de separación de gases operan con diferencias de presión de 1 a 20 atm, así que la membrana delgada debe estar soportada por una estructura porosa capaz de resistir tales presiones pero ofreciendo poca resistencia al flujo del gas. El soporte está hecho de una cerámica porosa, metal o polímero, y debe tener una porosidad de alrededor de 50%. El tamaño del poro debe ser comparable al espesor de la película delgada selectiva que cubra el soporte. Sin embargo es difícil el manejo de una película delgada y la unión de ésta a un soporte sin que se desgarre; por eso la mayoría de las membranas para la separación de gases se preparan con el soporte como una parte integral de la membrana. Se utilizan métodos especiales de vaciado para preparar membranas asimétricas, que tengan una delgada capa o superficie densa en un lado y una subestructura altamente porosa sobre el resto de la membrana. Una ilustración de este tipo de membrana se muestra en la figura 26.3.

Las membranas asimétricas típicas tienen un espesor de 50 a 200 μm con una capa de 0.1 a 1 μm .²³ Nuevas técnicas permiten la producción de membranas comerciales con una superficie de espesor mayor que 0.1 μm . Membranas con una superficie muy delgada tienen mayor probabilidad de tener agujeros, y puesto que el flujo a través de tales espacios es muy rápido comparado con la difusión a través de un polímero denso, sólo unos pocos agujeros por unidad de área pueden disminuir la selectividad apreciablemente. Una solución a este problema consiste en cubrir la membrana con un polímero muy permeable pero no selectivo, que llene los agujeros y no reduzca en forma apreciable la permeabilidad del resto de la membrana.¹¹ Las membranas asimétricas se preparan en forma de láminas planas, tubos o fibras huecas tan pequeñas como 40 μm de diámetro. Las pequeñas fibras huecas son lo suficientemente fuertes para resistir las presiones elevadas sin ningún soporte adicional, pero las láminas planas necesitan soportes adicionales y espaciadores.

Los gradientes de concentración en una membrana asimétrica son complejos, porque el transporte a través de la capa superficial es por difusión molecular en el polímero denso, pero el transporte a través del soporte poroso es por difusión más el flujo laminar del gas en los poros tortuosos. Para membranas de flujo elevado puede también haber resistencias de transferencia de masa significativas en las capas límite de ambos lados, donde el transporte también es por difusión más el flujo.

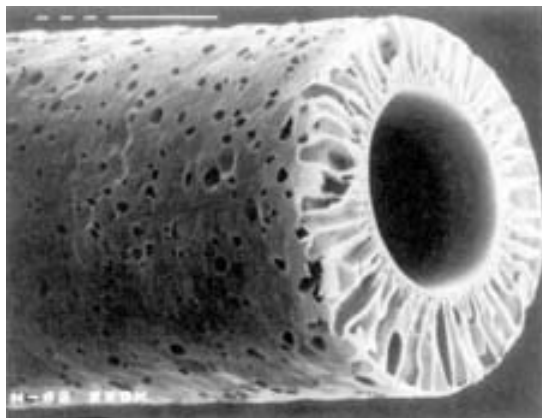


FIGURA 26.3

Membrana de ultrafiltración capilar. Micrografía electrónica (150 $\times$) de una fibra hueca DIAFLOTM. (Cortesía de Millipore Corporation)

La figura 26.4 representa los gradientes de concentración y presión para una membrana asimétrica. En este ejemplo, la permeabilidad de A es mucho mayor que la de B , y el flujo de A es varias veces el de B . El diagrama muestra un gradiente de presión ligero para A en la capa de alimentación límite, pero la gran caída en c_A muestra que la capa superficial tiene la mayor parte de la resistencia para la transferencia de materia. Observe que el gradiente para B en la capa límite es negativo, y B es llevado en contra de su gradiente de concentración por el flujo total, que es principalmente A .

Se supone que los gases están en equilibrio con la fase del polímero en ambos lados de la capa superficial. La composición del gas en los poros próximos a la superficie por lo general no es la misma que en la composición global del permeado en ese punto. La composición global depende de la distribución de flujo del separador, y el gas total puede tener más de o menos de A que el gas en la capa porosa. El diagrama de la figura 26.4 muestra un caso en que el permeado global es alrededor de 70% de A y el gas que sale de la capa superficial es aproximadamente 90% de A .

Patrones de flujo en separadores de membrana

Existen varias formas de distribución del área de superficie en un separador de gases, y algunas de ellas se ilustran en la figura 26.5 para membranas de fibra hueca con una capa superficial externa. Sólo se muestran unas pocas fibras, y su tamaño se exageró en aras de una mayor claridad. Un separador comercial tiene más de un millón de fibras en una capa o coraza de varias pulgadas de diámetro. Las fibras se sellan en una lámina tubular con un compuesto epóxico para protegerlas en uno o ambos extremos de la unidad, para mantener separados la alimentación y el permeado.

La figura 26.5a muestra un separador arreglado para flujo en contracorriente con el gas de alimentación en el lado de la coraza. Las fibras están cerradas en un extremo, de modo que el flujo permeado aumenta desde cero en el extremo cerrado hasta el valor

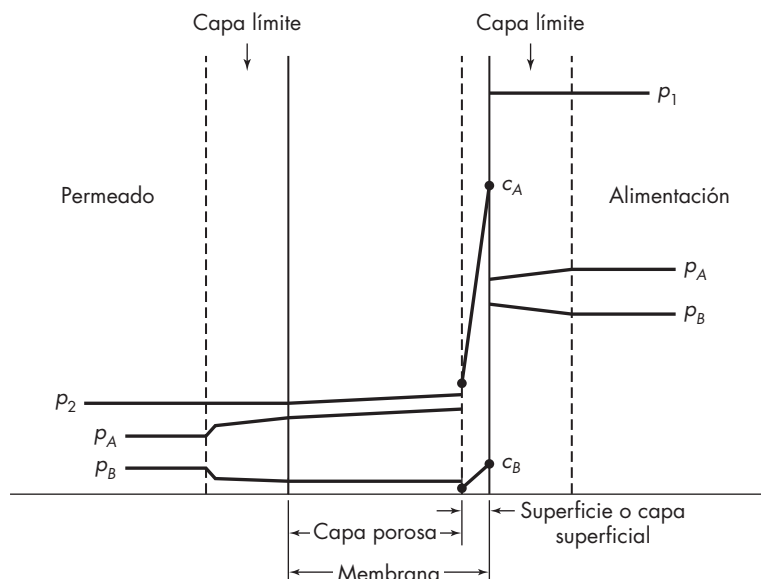
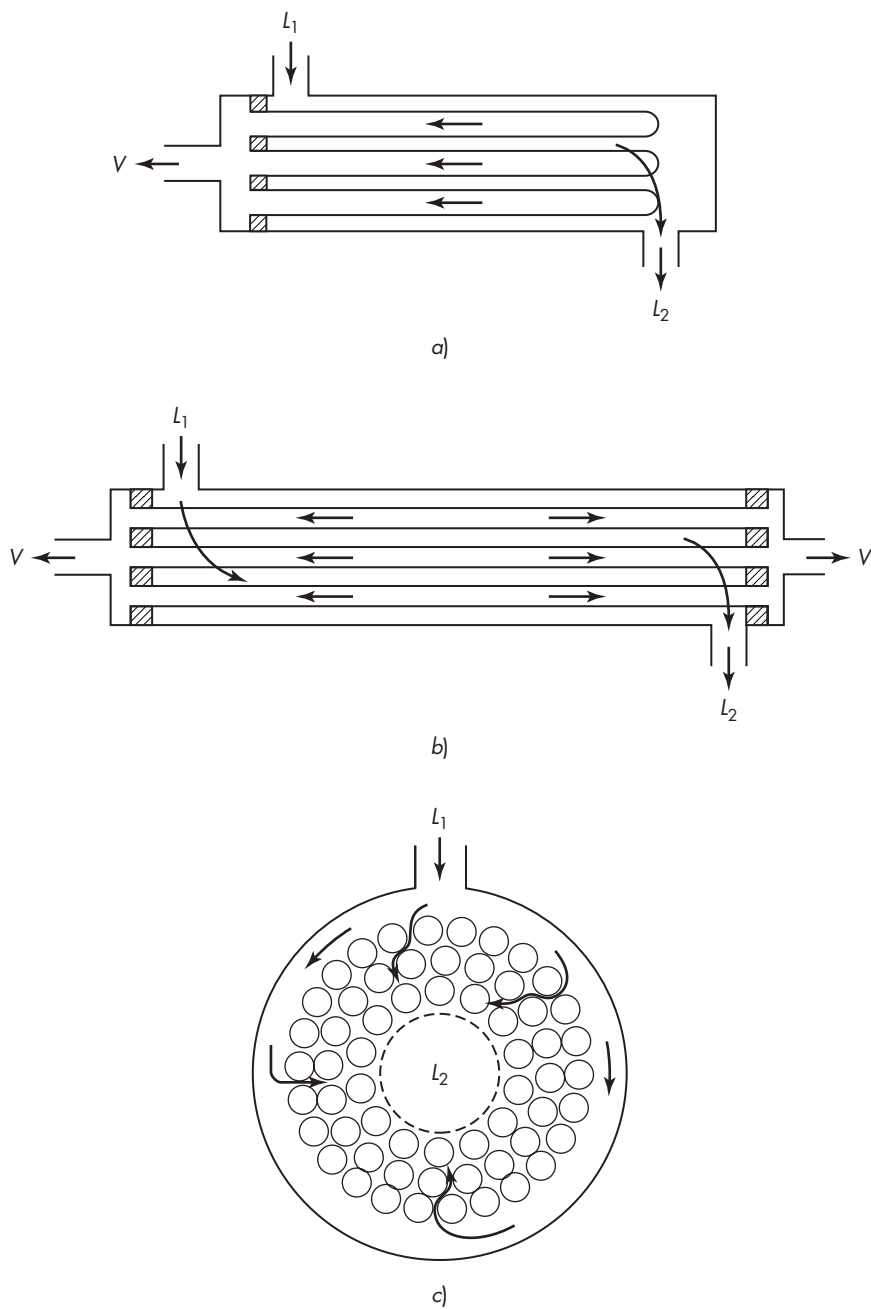


FIGURA 26.4

Gradientes de presión y concentración para una membrana asimétrica con resistencia de capa límite.

**FIGURA 26.5**

Distribuciones de flujo para membranas de fibra hueca: a) flujo en contracorrente; b) flujo en paralelo y en contracorrente; c) flujo transversal-radial.

final en el extremo de descarga. El gas de alimentación fluye a lo largo de alguna de las fibras cercanas a la entrada y la salida, de forma que el flujo no siempre es paralelo al eje, como sería en un flujo ideal a contracorriente. La adecuada distribución de flujo del lado en la coraza es un problema de diseño para unidades de gran diámetro. La alimentación se introduce algunas veces por el lado del lumen (unidad de flujo luminoso) o dentro de las fibras para mejorar la distribución de flujo.

En algunos separadores, ambos extremos de las fibras están abiertos, como se observa en la figura 26.5b, y el permeado fluye desde el centro hacia cada extremo. Esto provoca que el flujo sea en contracorriente en una mitad del separador y en paralelo en la otra mitad. Este arreglo disminuye la caída de presión para el flujo permeado dentro de las fibras o permite que se fabriquen unidades más grandes con la misma caída de presión. A veces existe una pequeña diferencia en la composición del permeado para la operación en paralelo o en contracorriente, ya que los flujos dependen principalmente de las presiones parciales del lado de la alimentación cuando la presión del permeado es mucho menor que la presión de la alimentación. Sin embargo, la operación en contraflujo es necesaria para producir una corriente de residuo de elevada pureza, como en la producción de N_2 prácticamente puro a partir del aire.

El problema de obtener una buena distribución de flujo en el lado de la coraza se atenúa utilizando una distribución de flujo transversal, como el que se representa en la figura 26.5c. Las fibras se agrupan alrededor de una tubería perforada de descarga, y el gas de alimentación fluye radialmente desde el exterior de la coraza hasta la tubería central. Con el flujo hacia el interior en forma radial y el flujo disminuyendo a medida que el gas permea las fibras, no hay mucho cambio en el paso de velocidad en las fibras. Algunos separadores comerciales se utilizan con la alimentación en el centro y el flujo radial hacia fuera, aunque esto provoca que el cambio en la velocidad sea más grande desde la entrada hasta la salida. Las fibras pueden sellarse en láminas tubulares en uno o en ambos extremos de la unidad. También existe flujo transversal en separadores de espirales hechos con membranas de láminas planas, como se ilustra en la figura 26.20a. Con flujo transversal, la separación predicha no es tan buena como en contracorriente, pero es mejor que con flujo paralelo.³⁷

Pureza y rendimiento del producto

La composición del permeado y el residuo depende de muchas variables, incluyendo la diferencia de presión a través de la membrana, la composición y la velocidad de flujo, la permeabilidad de las distintas especies, el área total de la membrana y el arreglo del flujo. Una variable dependiente importante es la fracción de la alimentación que se recupera como permeado. Esto recibe el nombre de *etapa de corte*. Los datos de las composiciones del permeado y del residuo con frecuencia se representan como funciones de la etapa de corte, que puede variar en un amplio intervalo de acuerdo con cambios aplicados en la presión o en la velocidad de alimentación.

Las ecuaciones derivadas para la separación de una mezcla binaria con una membrana asimétrica se basan en la suposición de resistencias despreciables en la subcapa porosa y en las capas límite. También se suponen despreciables las caídas de presión friccionales en el lado de la alimentación y en el lado del permeado. La terminología es similar a la utilizada para la destilación, con x y L representando la composición y la velocidad de flujo en el lado de la alimentación, y y y V la composición y la velocidad

de flujo del permeado. Aquí, x y y se refieren a las fracciones molares de las especies más permeables, que es A en una mezcla binaria A - B . A diferencia de su comportamiento en la destilación, L y V varían apreciablemente a medida que los gases pasan a través del separador y, mediante el balance de materia, la disminución en L es igual al aumento en V . La alimentación puede ser interna o externa a las fibras huecas y se supone que es flujo pistón, de forma que x cambia gradualmente con la longitud a lo largo del eje de la fibra, como se indica en la figura 26.6.

Para el permeado, que también se supone que es flujo de pistón, esto es necesario para distinguir entre y , la composición promedio del gas en alguna posición axial, y y' , la composición local del gas que sale de la superficie de la membrana en la misma posición axial. Los valores de y y y' son idénticos en el extremo del separador donde el flujo del permeado inicia, pero cambian a velocidades diferentes a medida que se acumula el permeado. Como se aprecia en la figura 26.6, y' aumenta a medida que el permeado fluye hacia el extremo de la descarga debido a que x aumenta. La concentración de y no aumenta tan rápido porque y es un promedio de los valores de y' para el permeado formado arriba de ese punto.

La relación entre x y y' no está en equilibrio, pero depende de las permeabilidades relativas Q_A y Q_B y de las diferencias en la presión parcial. Los fluxes J_A y J_B están dados por las ecuaciones siguientes, donde P_1 es la presión en la alimentación y P_2 es la presión del permeado:

$$J_A = Q_A(P_1x - P_2y) \quad (26.10)$$

$$J_B = Q_B[P_1(1-x) - P_2(1-y)] \quad (26.11)$$

La relación de las presiones absolutas R se introduce dentro de las ecuaciones de flujo para eliminar P_2 :

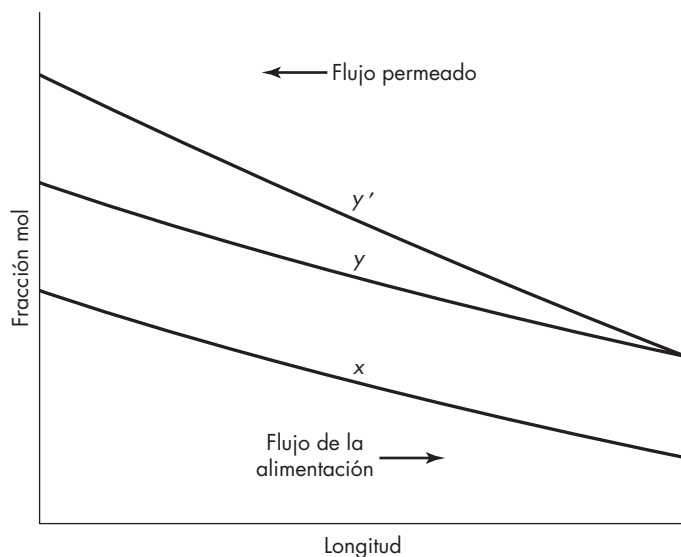


FIGURA 26.6

Composiciones local y promedio del permeado y composición del residuo para un separador en contracorriente.

$$R \equiv \frac{P_2}{P_1} \quad (26.12)$$

$$J_A = Q_A P_1 (x - Ry) \quad (26.13)$$

$$J_B = Q_B P_1 [1 - x - R(1 - y)] \quad (26.14)$$

La composición local del permeado y' depende de la relación de flujo en ese punto:

$$y' = \frac{J_A}{J_A + J_B} = \frac{Q_A P_1 (x - Ry)}{Q_A P_1 (x - Ry) + Q_B P_1 [1 - x - R(1 - y)]} \quad (26.15)$$

Utilizando α para la relación de permeabilidad Q_A/Q_B se obtiene

$$y' = \frac{x - Ry}{x - Ry + (1 - x - R + Ry)/\alpha} \quad (26.16)$$

En el punto en el separador donde el flujo del permeado inicia (el extremo cerrado de las fibras en la figura 26.5a), y es igual a y' , y se reordena la ecuación (26.16) en la forma cuadrática:

$$(\alpha - 1)(y')^2 + \left[1 - \alpha - \frac{1}{R} - \frac{x(\alpha - 1)}{R}\right]y' + \frac{\alpha x}{R} = 0 \quad (26.17)$$

Se utiliza la ecuación (26.16) o (26.17) para demostrar cómo la composición local del permeado depende de la relación de la presión, de la selectividad y la composición de la alimentación. Un aumento en x siempre causa un aumento en y' , debido a que el flujo de A aumenta y el de B disminuye. Una disminución en R aumenta y' ; pero como R se aproxima a cero, hay un valor límite de y' , que se obtiene a partir de la ecuación (26.16) ya que la ecuación (26.17) se vuelve indeterminada. Por lo tanto, para $R = 0$,

$$y' = \frac{x}{x + (1 - x)/\alpha} \quad (26.18)$$

o

$$y' = \frac{\alpha x}{1 + (\alpha - 1)x}$$

Cuando $R = 1.0$, no hay separación en un sistema binario, debido a que no existe fuerza impulsora para la difusión. Si se añade un tercer componente del lado del permeado como un gas de barrido, las presiones parciales de A y B disminuyen, y es posible separar A y B aun cuando $R = 1.0$. En ocasiones se añade un gas de barrido del lado del permeado para mejorar la separación.

A una presión constante la separación mejora con el aumento de la selectividad, pero existe algunas veces un límite superior para y' . La presión parcial de A en el permeado nunca excede la de la alimentación, y el valor máximo de y' se obtiene mediante la ecuación de las presiones parciales.

$$P_1 x \geq P_2 y' = P_1 R y' \quad (26.19)$$

$$y'_{\text{máx}} = \frac{x}{R}$$

Por ejemplo, para una alimentación con 40% de A y una relación de presiones $R = 0.5$, la concentración del permeado más elevada es 0.80 aun para una membrana selectiva. Sin embargo, si la relación de presiones se disminuye a 0.20, se obtiene A prácticamente puro si la membrana tiene una selectividad muy alta. La variación de y' con α se representa en la figura 26.7 para dos valores de R y $x = 0.4$ o 0.2.

Es posible predecir el funcionamiento de un separador mediante la combinación de las ecuaciones de flujo con balances de materia, integrándolas numéricamente a partir de un extremo del separador hacia el otro. Para una predicción aproximada o un análisis de datos a partir de una unidad en operación, resulta satisfactorio utilizar valores promedio de la composición del permeado o de la fuerza impulsora.

Los balances de materia global y de los componentes para el separador son

$$L_{\text{interior}} = L_{\text{exterior}} + V_{\text{exterior}} \quad (26.20)$$

$$L_{\text{interior}}x_{\text{interior}} = L_{\text{exterior}}x_{\text{exterior}} + V_{\text{exterior}}y_{\text{exterior}} \quad (26.21)$$

Si el cambio en x no es muy grande, la composición del permeado se estima promediando los valores de la composición local del permeado en los extremos del separador.

$$\bar{y} \cong \frac{y'_{\text{entrada}} + y'_{\text{salida}}}{2} \quad (26.22)$$

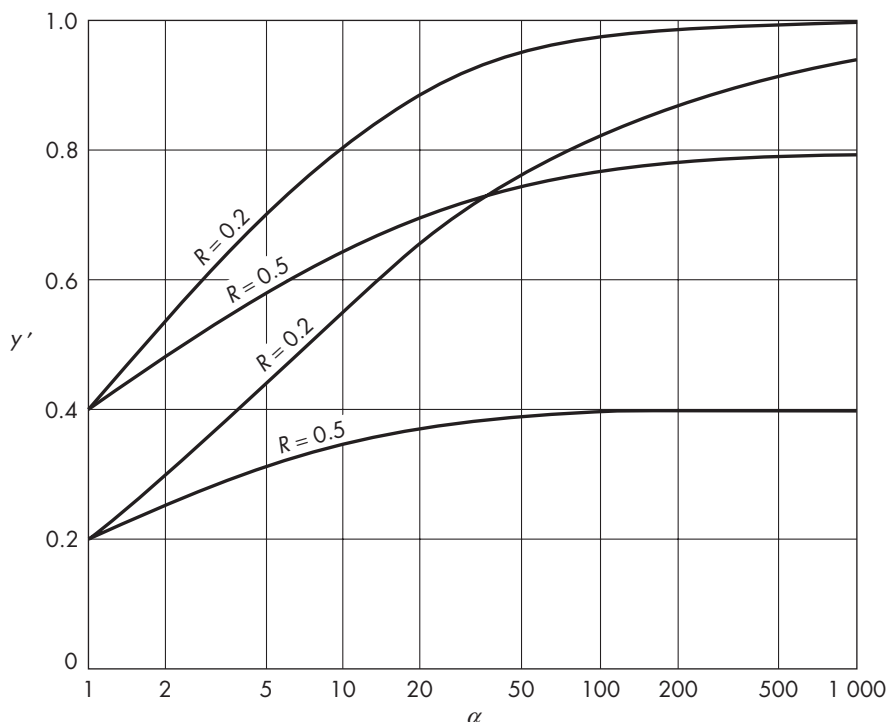


FIGURA 26.7

Efectos de la selectividad y la relación de presiones en la composición local del permeado.

El área de la membrana requerida se obtiene a partir de la ecuación de flujo para el gas más permeable.

$$A \cong \frac{V_{\text{exterior}} y_{\text{exterior}}}{Q_A (P_1 x - P_2 y)_{\text{promedio}}} \quad (26.23)$$

EJEMPLO 26.1 Un separador de fibra hueca con membranas de polisulfone se arregló para operar en contracorriente y se probó para la separación de aire. Con una velocidad de alimentación de 20 L/min (STP), se obtuvieron 3.1 L/min de 40% de O_2 como el permeado y un residuo con 17% de O_2 . Las presiones manométricas de la alimentación y el residuo fueron 40.0 y 39.5 lb_f/in.², respectivamente; el área de la membrana fue de 5.2 m². *a)* Calcule las permeabilidades de O_2 y N_2 y la selectividad. *b)* Si la presión de la alimentación se aumenta a 80 lb_f/in.², ¿qué concentración de oxígeno puede obtenerse en el permeado? *c)* ¿Cuál es la concentración máxima de oxígeno que puede obtenerse con una velocidad de alimentación muy grande a 80 lb_f/in.² o con un vacío en el lado permeado?

Solución

a) Por un balance de materia, $L = F - V = 20 - 3.1 = 16.9$ L/min. Revise el balance de O_2 . En la alimentación,

$$F x_F = 20(0.209) = 4.18 \text{ L/min}$$

$$V y + L x = 3.1(0.40) + 16.9(0.17) = 4.11 \text{ L/min} \quad \text{BIEN}$$

$$P_1 = \frac{40 + 14.7}{14.7} = 3.72 \text{ atm}$$

En el lado de la alimentación, $p_{1,O_2} = 3.72(0.209) = 0.777 \text{ atm}$.

Suponiendo $P_2 = 1.0 \text{ atm}$

$$p_{2,O_2} = P_2 y = 0.40 \text{ atm}$$

$$\Delta p_{O_2} = 0.777 - 0.40 = 0.377 \text{ atm}$$

En el lado del residuo,

$$P_1 = \frac{39.5 + 14.7}{14.7} = 3.69 \text{ atm}$$

$$p_{1,O_2} = 3.69(0.17) = 0.627 \text{ atm}$$

Despreciando la caída de presión friccional, $P_2 \cong 1.0 \text{ atm}$, pero y no se conoce todavía.

Como se muestra en la figura 26.6, el valor inicial de y es menor que el valor final, pero no mucho menor en este caso ya que x sólo disminuye de 0.209 a 0.17. Suponga que $y \cong 0.9(0.40) = 0.36$.

$$p_{2,O_2} \cong 0.36 \text{ atm}$$

$$\Delta p_{O_2} = 0.627 - 0.36 = 0.267 \text{ atm}$$

La diferencia promedio en la presión parcial de oxígeno:

$$\overline{\Delta p_{O_2}} = \frac{0.377 + 0.267}{2} = 0.322 \text{ atm}$$

A partir de la ecuación (26.23),

La permeabilidad de O_2 :
$$Q_{O_2} = \frac{3.1 \times 0.40}{5.2 \times 0.322} = 0.741 \text{ L/min} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{atm}$$

Para el N_2 en el lado de la alimentación, $p_{1,N_2} = 0.791 \times 3.72 = 2.94 \text{ atm}$

$$p_{2,N_2} = 1 - 0.40 = 0.60 \text{ atm}$$

$$\Delta p_{N_2} = 2.94 - 0.60 = 2.34 \text{ atm}$$

En el lado del residuo $p_{1,N_2} = 3.69(1 - 0.17) = 3.06 \text{ atm}$

Usando el estimado inicial previo de $y = 0.36$ $p_{2,N_2} = 1 - y = 1 - 0.36 = 0.64 \text{ atm}$

$$\Delta p_{N_2} = 3.06 - 0.64 = 2.42 \text{ atm}$$

Diferencia promedio
$$\overline{\Delta p}_{N_2} = \frac{2.34 + 2.42}{2} = 2.38 \text{ atm}$$

Permeabilidad del N_2 :
$$Q_{N_2} = \frac{3.1 \times 0.60}{5.2 \times 2.38} = 0.150 \text{ L/min} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{atm}$$

Selectividad:
$$\alpha = \frac{0.741}{0.150} = 4.94$$

Si $\alpha = 4.94$, el valor inicial de y se puede revisar a partir de la ecuación (26.17), utilizando $R = 1/3.69 = 0.27$.

$$3.94(y')^2 + [1 - 4.94 - 3.69 - (0.17 \times 3.94 \times 3.69)]y' + 4.94 \times 0.17 \times 3.69 = 0$$

$$3.94(y')^2 - 10.10y' + 3.10 = 0$$

$$y' = 0.357, \text{ cercano al } 0.36 \text{ supuesto}$$

b) Presión de la alimentación:

$$P_1 = \frac{80 + 14.7}{14.7} = 6.44 \text{ atm}$$

$$P_2 = 1.0 \text{ atm} \quad R = \frac{1}{6.44} = 0.1553$$

Si el flujo se ajusta para mantener $x = 0.17$ en el residuo, se obtiene y' en el lado del residuo a partir de la ecuación (26.17). El pequeño decremento de p_1 , debido a la pérdida por fricción se desprecia.

$$3.94(y')^2 + [1 - 4.94 - 6.44 - (0.17 \times 3.94 \times 6.44)]y' + 4.94 \times 0.17 \times 6.44 = 0$$

$$3.94(y')^2 - 14.69y' + 5.408 = 0$$

$$y' \text{ inicial} = 0.414$$

En el lado de la alimentación, se obtiene el valor de y' a partir de la ecuación (26.16), que incluye y , la concentración final del permeado. Suponga

$$y = \frac{0.414 + y'}{2} = 0.207 + 0.5y'$$

$$\begin{aligned} y' &= \frac{0.209 - 0.1553(0.207 + 0.5y')}{0.209 - 0.1553(0.207 + 0.5y') + [1 - 0.209 - 0.1553 + 0.1553(0.207 + 0.5y')]/4.94} \\ &= \frac{0.17685 - 0.07765y'}{0.31204 - 0.06193y'} \end{aligned}$$

$$0.06193(y')^2 - 0.38969y' - 0.17685 = 0$$

$$y' = 0.492$$

$$y = \frac{0.414 + 0.492}{2} = 0.453 \quad \text{o} \quad 45\% \text{ O}_2$$

c) Para una velocidad de alimentación muy grande, la etapa de corte se aproxima a cero y la composición del residuo se aproxima a la del aire (20.9% O₂). A partir de la ecuación (26.17) con $R = 1/6.44$,

$$3.94(y')^2 + [1 - 4.94 - 6.44 - (0.209 \times 3.94 \times 6.44)]y' + 4.94 \times 0.209 \times 6.44 = 0$$

$$3.94(y')^2 - 15.683y' + 6.649 = 0$$

$$y' = 0.482 \quad \text{o} \quad 48\% \text{ O}_2$$

Si se aplica un vacío, R se aproxima a cero, y a partir de la ecuación (26.18) con $x = 0.209$,

$$y' = \frac{4.94 \times 0.209}{1 + 3.94 \times 0.209} = 0.566 \quad \text{o} \quad 57\% \text{ O}_2$$

Como se muestra en el ejemplo 26.1, la concentración de oxígeno en el permeado se aumenta debido al incremento de la presión en la corriente de alimentación (upstream), aunque esto aumenta el flujo del oxígeno y del nitrógeno. El flujo de oxígeno aumenta más puesto que la presión parcial de oxígeno en el permeado tiene un gran efecto en la fuerza impulsora del oxígeno. Con $P = 40 \text{ lb}_f/\text{in}^2$ o 3.72 atm, la fuerza impulsora para el oxígeno a la entrada es $3.72(0.209) - 0.40 = 0.377$ atm, y a $80 \text{ lb}_f/\text{in}^2$ ésta es $6.44(0.209) - 0.45 = 0.896$ atm, un aumento de 2.4 veces. El cambio en la fuerza impulsora para N₂ es sólo de 1.94 veces que va desde 40 hasta $80 \text{ lb}_f/\text{in}^2$. Puesto que el flujo de cada componente depende de una diferencia de presión parcial, el flujo total no es proporcional a la diferencia de presión total excepto en el límite cuando R se aproxima a cero.

Cuando se utiliza una solución sucesiva adecuada para determinar el funcionamiento de un separador en contracorriente, es mejor iniciar en el extremo del residuo con un valor especificado de x_{exterior} y un valor arbitrario de L_{exterior} , es decir, 100 L/min. El valor inicial de y' se obtiene de la ecuación (26.17), y los flujos locales de A y B se calculan utilizando las ecuaciones (26.10) y (26.11). Posteriormente ΔV y ΔL se obtienen por un pequeño incremento del área de superficie.

$$\Delta V = \Delta L = (J_A + J_B) \Delta A \quad (26.24)$$

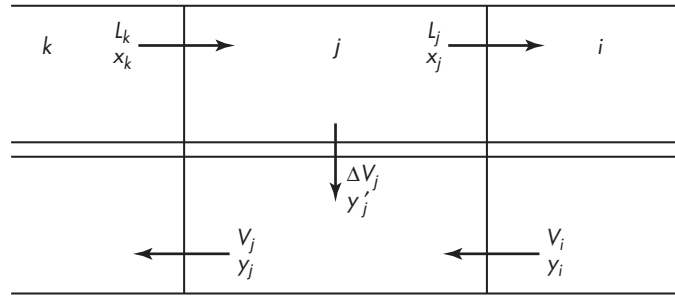
Nuevos valores de x y de y se calculan a partir del balance de materia y de las ecuaciones de flujo, y los cálculos se continúan hasta que x alcance la composición de la alimentación. La etapa de corte es entonces V/L . En la figura 26.8 se representa una longitud diferencial con los flujos de entrada y de salida. Las otras ecuaciones utilizadas son

$$L_k = L_j + \Delta V_j \quad (26.25)$$

$$V_j = V_i + \Delta V_j \quad (26.26)$$

$$L_k x_k = L_j x_j + \Delta V_j y'_j \quad (26.27)$$

Reemplazar L_j con $L_k - \Delta V_j$ en la ecuación (26.27) conduce a una ecuación para el cambio incremental en x .

**FIGURA 26.8**

Flujos en un separador a contracorriente.

$$L_k(x_k - x_j) = \Delta V_j(y'_j - x_j) \quad (26.28)$$

El nuevo valor de y viene a partir de

$$V_j y_j = V_i y_i + \Delta V_j y'_j \quad (26.29)$$

donde

$$y'_j = \frac{J_A}{J_A + J_B} \quad (26.30)$$

Para una mayor exactitud el valor de y'_j se toma como el promedio de los valores en el inicio y en el final de cada incremento.

Mezclas multicomponentes. A fin de predecir el funcionamiento de un separador de membrana para una mezcla multicomponente, las ecuaciones de flujo para cada componente se escriben en la misma forma que la ecuación (26.10), y se utiliza un procedimiento de prueba y error para obtener la cantidad del permeado y las composiciones locales del permeado para cada incremento de área. Al iniciar el cálculo se selecciona una composición aproximada del residuo, y los cálculos se efectúan hacia el lado de la alimentación, o alternatively se utiliza una composición aproximada del permeado para iniciar los cálculos en el lado de la alimentación. En cada caso, se repite el procedimiento hasta que las composiciones terminales sean correctas. Como sucede con otras separaciones multicomponentes, la composición completa de las corrientes del producto no puede especificarse, y el propósito del diseño es obtener una cierta concentración de un componente clave en el permeado o en el residuo, una recuperación porcentual dada de un componente, o una etapa de corte especificada, que es la relación molar del permeado con respecto a la alimentación.

Caída de presión y efectos de la transferencia de masa

Un análisis riguroso del funcionamiento de un separador debe incluir las caídas de fricción debidas a la fricción y a las resistencias de difusión en ambos lados de la membrana. Para el flujo permeable dentro de las fibras huecas, el gradiente de presión interna es cero en el extremo cerrado de las fibras, y aumenta gradualmente hasta un valor máximo en la lámina tubular. Si la presión en el extremo cerrado es tan grande como 20 a 30% por arriba de la

presión de descarga, el efecto de los flujos es en general significativo. La caída de presión en el lado de la coraza es por lo general muy pequeña y con frecuencia es despreciable, debido a que el área de flujo es más grande y la velocidad volumétrica de flujo es más pequeña a causa de la presión elevada.

La caída de presión friccional dentro de las fibras afecta la elección del tamaño de la fibra, puesto que se requiere de diámetros grandes cuando la permeabilidad es elevada. Las fibras muy largas no son prácticas, ya que la caída de presión varía con aproximadamente el cuadrado de la longitud de la fibra a causa del aumento en la velocidad del permeado.

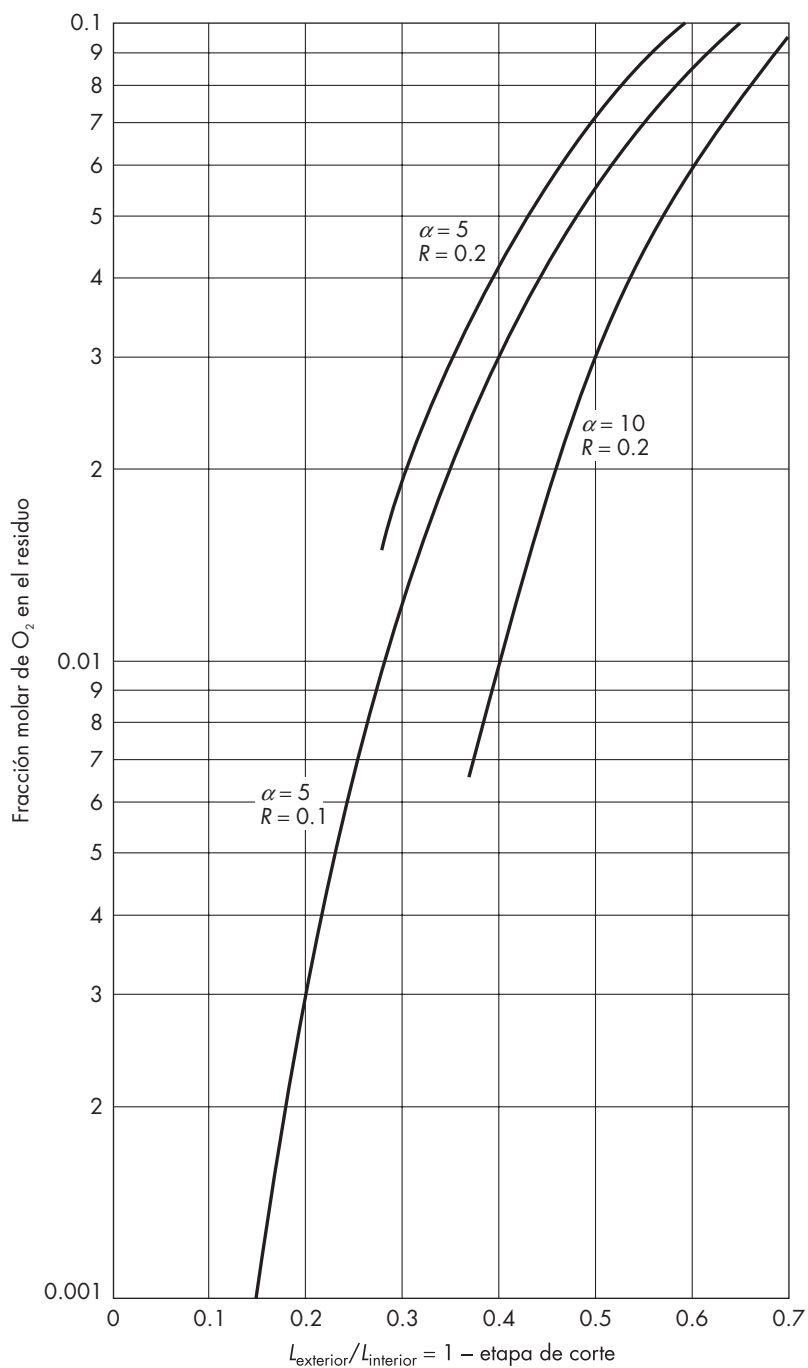
En la separación de gases de bajo peso molecular con polisulfone u otros polímeros vítreos, las resistencias de transferencia de masa en la capa de soporte y las capas límite son por lo general despreciables. Sin embargo, estas resistencias son importantes, con membranas nuevas ultradelgadas o membranas hechas de polímeros más permeables. La composición local en el lado de la corriente de salida (*downstream*) de la capa selectiva puede entonces diferir significativamente de la composición global, y se modifican las ecuaciones de flujo para tomar en cuenta el flujo y la difusión en la capa de soporte y la capa límite. Los efectos de la transferencia de masa han sido observados en estudios de separación de gases con membranas de silicona de alto flujo.²⁰

Aplicaciones

Las aplicaciones más importantes de las membranas para la separación de gases tiene por objeto formar productos que son enriquecidos en uno o más componentes, pero que no son de pureza elevada. Productos de igual o mayor pureza se obtienen en general por licuefacción y destilación a baja temperatura, pero los procesos de membrana tienen la ventaja de que se realizan a (o casi) temperatura ambiente.

Varias compañías suministran permeadores para separación de aire utilizando membranas con características similares a las mencionadas en el ejemplo 26.1. Una de las aplicaciones principales es para producir nitrógeno con una pureza de 95 a 99%, una cifra suficiente para los requerimientos de gas inerte. Por lo general, el aire es alimentado del lado del lumen para obtener una distribución del tiempo de residencia más uniforme y una caída de presión friccional más baja en el lado permeable. La figura 26.9 muestra la concentración de oxígeno residual como una función de $L_{\text{exterior}}/L_{\text{interior}}$ para un separador ideal en contracorriente. Una concentración baja de oxígeno requiere un valor pequeño de R y una etapa de corte grande. Las unidades comerciales con capacidades de 3 a 1 000 m³/h están disponibles, y para purezas moderadas de nitrógeno su funcionamiento es cercano al predicho para $\alpha = 5$ y $R = 0.1$. Para pureza de 99% o superior, la fracción recuperada es algo menor que la predicha.

Si el objetivo es producir oxígeno enriquecido para usos médicos o para mejorar la combustión, sólo se utiliza una pequeña etapa de corte, y se obtiene el permeado con 40 a 50% de O₂. En el caso de la producción de oxígeno enriquecido, la alimentación puede ser a la presión atmosférica, y se utiliza una bomba de vacío para obtener un valor bajo de R . Entonces el único trabajo necesario consiste en comprimir el permeado a la presión atmosférica en lugar de comprimirlo a un flujo de aire mucho más grande a varias atmósferas. Aunque para producir oxígeno puro mediante la utilización de varias etapas en serie, el costo de recompresión hace que sea poco económico comparado con la obtención de oxígeno a partir de las plantas de líquido-aire o de los procesos de adsorción.

**FIGURA 26.9**

Producción de nitrógeno a partir del aire en un separador en contracorriente.

TABLA 26.3

Composiciones de gases para la separación de gas amoníaco de una planta de purga²⁵

Gas	Composición del gas, % mol			Porcentaje recuperado en el permeado
	Alimentación	Residuo	Permeado	
H ₂	59	12	86	93
N ₂	21	43	8	24
Ar	6	11	3	32
CH ₄	14	34	3	14

Una combinación de separación con membranas y otras tecnologías resulta atractiva para algunas aplicaciones. Utilizar membranas para preparar un gas con O₂ a 50% como alimentación en una planta de adsorción a presión balanceada aumenta de forma considerable la capacidad del absorbedor. También es posible producir un gas con sólo unas pocas partes por millón (ppm) de O₂ utilizando membranas para obtener menos de 0.5% de O₂ y posteriormente eliminar el oxígeno con hidrógeno adicionado en un combustor catalítico.⁶

Existen muchas instalaciones que utilizan membranas para recuperar hidrógeno a partir de corrientes de purga en amoníaco, metanol y plantas de hidrogenación. Las selectividades para H₂ en relación con CH₄, CO y N₂ están en el intervalo de 10 a 100, y se obtiene el permeado considerablemente enriquecido en H₂ en una sola etapa. En la tabla 26.3 se muestran las composiciones reportadas para una aplicación en petroquímica. En este ejemplo la presión en la alimentación fue de 72 bars, la presión del residuo de 71 bars, y la presión en el permeado de 31 bars. La mayor parte del hidrógeno se recupera y recicla para la planta de síntesis, y el residuo se quema como combustible. No se necesita obtener una concentración muy alta de hidrógeno en el permeado. En otras aplicaciones, se obtienen concentraciones de hidrógeno de 95 a 98% tomando una etapa de corte más baja (recuperación más pequeña de H₂) u operando con una relación de presiones más baja.

EJEMPLO 26.2 Un gas que contiene 70% de H₂, 24% de CH₄ y 6% de C₂H₆ ha de separarse en una corriente de H₂ prácticamente puro y en un gas combustible utilizando un permeador de fibra hueca con una selectividad de 100 para H₂/CH₄. a) Si las presiones de las corrientes de entrada y salida son 600 y 300 lb_f/in.² absolutas, ¿qué fracción de H₂ en la alimentación se recupera en el permeado si éste es 96% de H₂? ¿Cuál es la etapa de corte? b) ¿Cuánto más de H₂ es posible recuperar disminuyendo la presión del permeado a 180 lb_f/in.² absolutas?

Solución

a) La mezcla se considera como pseudobinaria, puesto que la permeabilidad de C₂H₆ es sólo ligeramente menor que la de CH₄. Si utiliza una solución sucesiva es adecuada porque el valor alto de la presión de la corriente de salida ($R = 0.5$) hace que la fuerza impulsora para el H₂ cambie varias veces desde la entrada hasta la salida. Para simplificar los cálculos, las composiciones locales permeables se obtienen a partir de la ecuación (26.17) para $\alpha =$

100 y $R = 0.5$. Este método subestima ligeramente los valores de y' para la operación en contracorriente, pero es prácticamente correcto para el flujo transversal. En la entrada de la alimentación, $x = 0.70$, y

$$99y_i^2 + [1 - 100 - 2 - 2(99)(0.7)]y_i + 100(0.7)(2) = 0$$

$$99y_i^2 - 239.6y_i + 140 = 0$$

$$y_i = 0.9860$$

Los cálculos se repiten para otros valores de x utilizando incrementos de 0.05. Para $x = 0.65$

$$99y_j^2 - 229.7y_j + 130 = 0$$

$$y_j = 0.9793$$

Para el primer incremento, $\bar{y} = (0.9860 + 0.9793)/2 = 0.9826$. A partir de la ecuación (26.28) con $L_{\text{interior}} = 100$

$$\Delta V = \frac{L_i(x_i - x_j)}{\bar{y} - x_j} = \frac{100(0.70 - 0.65)}{0.9826 - 0.65} = 15.03$$

$$H_2 \text{ en el permeado} = \Delta V \bar{y} = 15.03(0.9826) = 14.77$$

$$H_2 \text{ recuperado} = 14.77/70 = 0.211 = 21.1\%$$

Los cálculos se continúan hasta que la recuperación de H_2 sea superior a 95%. Los resultados están graficados en la figura 26.10.

Para $R = 0.5$, la pureza de H_2 es de 96% en una recuperación de 62.5%.

El H_2 recuperado por 100 moles de alimentación total es $0.625(70) = 43.75$.

El flujo permeable $V = 43.75/0.96 = 45.6$.

La etapa de corte es 45.6%, y el residuo contiene 48.3% de H_2 . El valor local de y' va desde 0.986 en el lado de la alimentación hasta 0.877 en el lado del residuo, y un promedio sencillo de estos valores no proporciona la composición permeable correcta.

b) $R = 180/600 = 0.3$. A $x = 0.70$

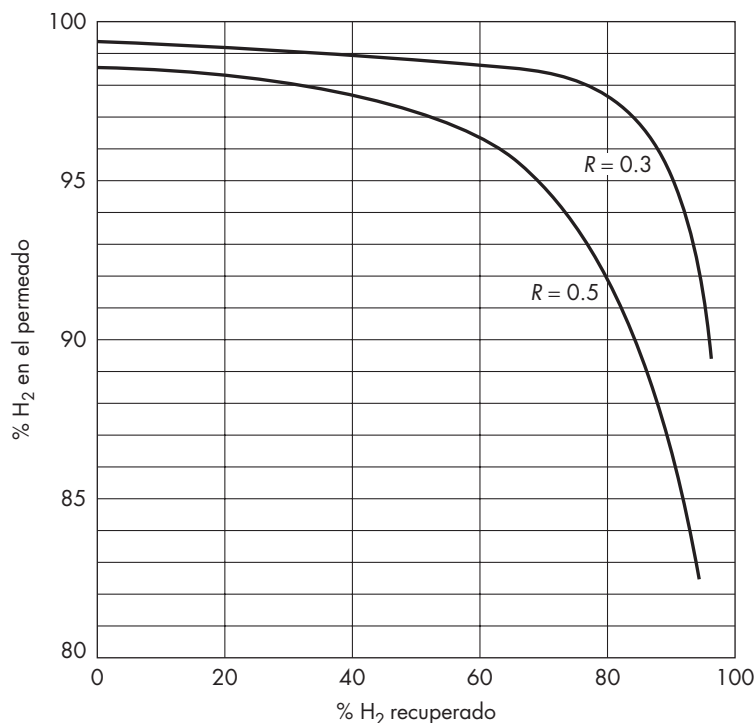
$$99y_i^2 + \left[1 - 100 - \frac{1}{0.3} - \frac{99}{0.3}(0.7)\right]y_i + \frac{100(0.7)}{0.3} = 0$$

$$y_i = 0.9926$$

Continuando los cálculos como en la parte a) se obtiene $y = 0.96$ en 88% de H_2 recuperado.

La etapa de corte es $0.88(70)/0.96 = 64.2\%$.

Otra aplicación industrial de las membranas de separación de gases es la eliminación de dióxido de carbono a partir de gas natural. La selectividad de CO_2/CH_4 es del orden de 20 a 30 para membranas de policarbonato, polisulfone y acetato de celulosa a 35 °C y 40 atm. Es posible obtener una selectividad mayor de 60 con Kapton, pero este polímero es mucho menos permeable que los otros. Al aumentar la temperatura también aumenta la permeabilidad de la mayoría de los polímeros, pero esto por lo general causa una ligera disminución en la selectividad. La temperatura de operación se elige un poco superior a la del punto de rocío del gas residual. Existe considerable CO_2 absorbido en las membranas a presiones parciales de CO_2 elevadas, y el efecto de plasticización del CO_2 aumenta los coeficientes efectivos de difusión para todos los gases y hace que la selectividad sea menor que la basada en datos de gases puros.¹³ Se han dado a conocer métodos que tienen en cuenta tales efectos no lineales.¹⁷

**FIGURA 26.10**

Pureza del permeado para la separación H_2/CH_4 con $\alpha = 100$ y $x_0 = 0.70$.

La separación de helio a partir de gas natural es una aplicación potencial de la tecnología de membranas. Utilizando una membrana con una selectividad de He/CH_4 de 190 y una alimentación con sólo 0.82% de He , es posible recuperar la mitad de helio en una sola etapa, dando un permeado 30 veces más rico que la alimentación.²⁶

Una nueva aplicación de membranas se encuentra en la separación de gases de hidrocarburos o vapores de solventes a partir de gases inertes, utilizando silicona u otros polímeros de caucho, debido a que el coeficiente de partición elevado de los hidrocarburos, la permeabilidad y selectividad son mucho más grandes que para las membranas vítreas. En la tabla 26.4 se proporcionan algunas selectividades. Ejemplos de separación de hidrocarburos incluyen el control de emisiones refrigerantes a partir de corrientes de purga, la recuperación de monómeros a partir de gases expulsados del reactor, y recuperación de gasolina a partir de corrientes de aire producidas en las operaciones de descarga.⁵

Arreglo del separador

La mayor parte de las aplicaciones de membranas para la separación de gases o líquidos requiere de unidades múltiples, puesto que las unidades más grandes son sólo del orden de 1 ft (0.3 m) de diámetro y de 10 a 15 ft (3 a 5 m) de largo. Un módulo de fibra hueca

TABLA 26.4

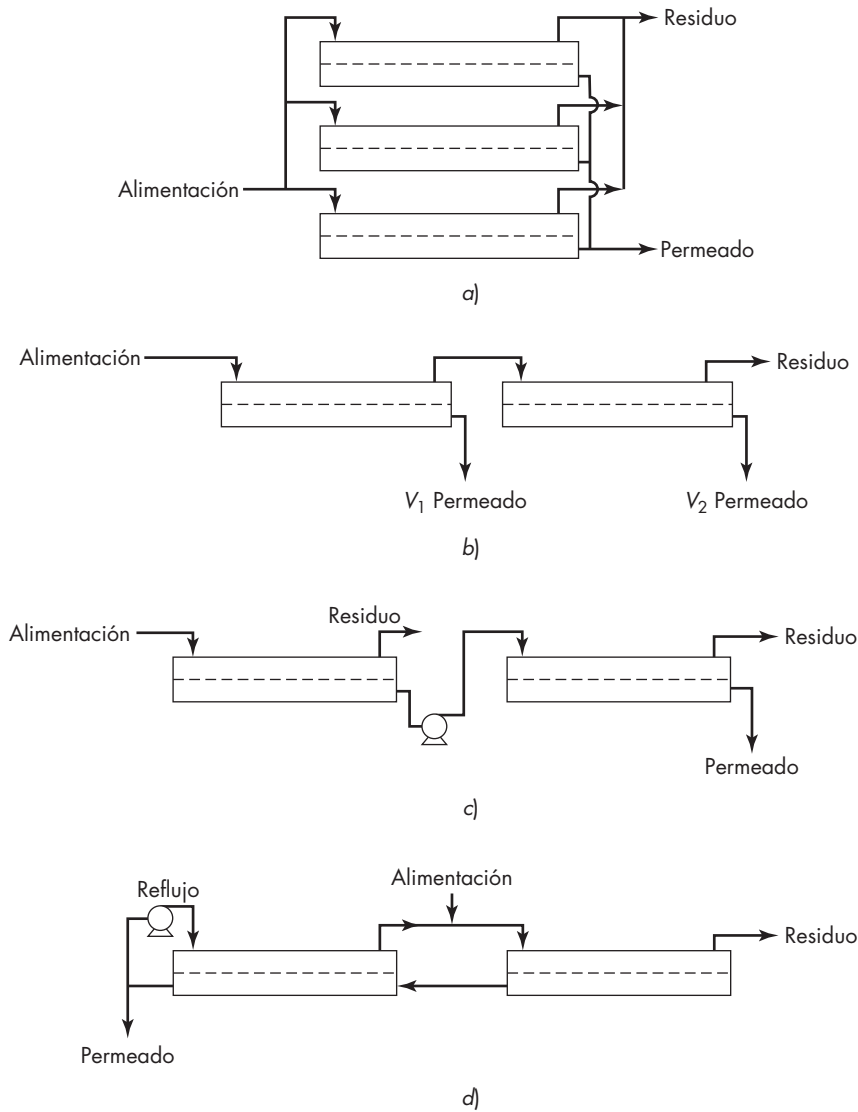
Permeabilidad y selectividad de membranas de polímeros de caucho y vítreos

Permeabilidad Q_{N_2} , L (STP) (temperatura y presión estándar)/min · m ² · atm	Membrana	
	Polysulfone 0.05-0.5	Polidimetilsiloxane 5-50
Gas	Selectividad, α_{gas/N_2}	
O ₂	5-6	3
CO ₂	17	6
H ₂ O	280	—
CH ₄	20	3
C ₃ H ₆	—	10
C ₄ H ₁₀	—	30
Tolueno	—	80

de este tamaño puede tener muchos miles de pies cuadrados de área de membrana y ser capaz de procesar varios cientos de pies cúbicos de gas por minuto. Para el tratamiento de flujos mucho más grandes en una refinería o planta química, se distribuyen en paralelo varias unidades, como se muestra en la figura 26.11a. Se debe tener cuidado en el diseño del sistema de distribución de la alimentación para asegurar el mismo flujo en todas las unidades. Cuando se opera a baja capacidad, algunas de las unidades pueden desconectarse para mantener el flujo por módulo prácticamente igual. Si todas las unidades se mantienen en servicio, la recuperación del permeado es más grande a velocidad baja, lo que puede conducir a la condensación del líquido en el lado de la alimentación.²¹

Los separadores se arreglan algunas veces en serie, como se ilustra en la figura 26.11b. La caída de presión por fricción en el lado de la alimentación es en general pequeña (< 1 atm), de forma que dos o tres unidades se pueden poner en serie sin tener que recomprimir la alimentación. Las corrientes permeables difieren en pureza y se pueden utilizar para propósitos diferentes o combinarse. Un ejemplo de este esquema es el uso de dos unidades de membrana de silicona en serie para recuperar propileno a partir de un gas de escape con 15% de C₃H₆ y 85% de N₂. Con una selectividad de 10 y $P_1 = 200 \text{ lb}_f/\text{in.}^2$ absolutas, la primera unidad produce un permeado con 43% de C₃H₆ y un residuo con 5.3% de C₃H₆. La segunda unidad proporciona un residuo con 1% de C₃H₆ y un permeado con 15% de C₃H₆, que se comprime y recircula hacia la primera unidad. Con un solo separador, el permeado puede tener sólo 22% de C₃H₆ para el mismo 1% de concentración del residuo.⁴

Otro método de operación utiliza presiones más bajas en el permeado en unidades sucesivas. La primera unidad produce permeado a presiones moderadas de forma que es posible utilizar el gas directamente sin compresión. La unidad próxima opera a presión de corriente inferior más baja para compensar la disminución de la concentración de la alimentación, y el permeado se comprime para reutilizarlo. En una planta grande un arreglo combinado en serie-paralelo se utiliza con varios pares de permeadores conectados a una fuente común de alimentación.

**FIGURA 26.11**

Arreglos de separadores: a) flujo en paralelo; b) flujo en serie; c) flujo en dos etapas; d) columna de membrana continua.

Para obtener un permeado de pureza más elevada, el producto de la primera etapa puede ser comprimido y enviado a una segunda etapa, como se muestra en la figura 26.11c. Dos o más etapas se pueden utilizar en esta forma de arreglo para obtener la pureza deseada, pero el costo de recompresión hace que este esquema sea poco económico. Un método original que utiliza dos separadores y un paso de recompresión es la columna continua de membrana.¹⁴ Como se muestra en la figura 26.11d, parte del producto permeable del

segundo separador se comprime y se regresa al otro lado de la membrana, donde fluye en contracorriente hacia el permeado. Esta acción de reflujo permite obtener un permeado de muy elevada pureza. La corriente del reflujo pierde el componente más permeable a medida que éste fluye a través del separador y se combina con la alimentación en el primer separador. Este esquema fue demostrado en unidades piloto pero todavía no se ha utilizado comercialmente.

SEPARACIÓN DE LÍQUIDOS

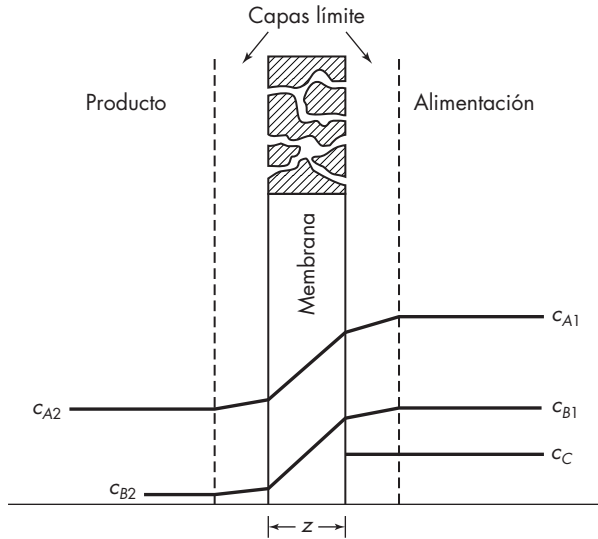
Existen varios procesos para la separación de mezclas líquidas utilizando membranas porosas o membranas asimétricas de polímeros. Con membranas porosas, la separación depende de las diferencias en difusividad, como es el caso de la diálisis, donde soluciones acuosas a presión atmosférica están en ambos lados de la membrana. Para la extracción líquido-líquido utilizando membranas porosas, las fases del refinado inmiscible y el extracto están separadas por la membrana, y las diferencias en la distribución del soluto en equilibrio, así como las diferencias en difusividad determinan la composición del extracto.

Con membranas asimétricas o membranas densas de polímeros, la permeación de líquidos se realiza mediante un mecanismo de difusión de la solución. La selectividad depende de la relación de solubilidad, así como de la relación de difusividad, y éstas son muy dependientes de la estructura química del polímero y de los líquidos. La fuerza impulsora para el transporte es el gradiente de actividad en la membrana, pero en contraste con la separación de gases, la fuerza impulsora no varía sobre un intervalo amplio a medida que aumenta la presión de la corriente de entrada, ya que la presión tiene poco efecto en la actividad de la fase líquida. En la pervaporación, un lado de la membrana es expuesto al líquido de la alimentación a la presión atmosférica, y se utiliza el vacío o un gas de barrido para formar una fase de vapor en el lado permeado. Esto disminuye la presión parcial de las especies permeables y proporciona una fuerza impulsora de actividad para la permeación. En la ósmosis inversa, el permeado es agua casi pura que se encuentra alrededor de 1 atm, y se aplica una presión muy elevada a la solución de alimentación para hacer la actividad del agua ligeramente más grande que la del permeado. Esto suministra un gradiente de actividad a lo largo de la membrana aunque la concentración de agua en el producto es más grande que en la alimentación.

Diálisis

Membranas de poros delgados se utilizan en la diálisis, un proceso para la eliminación selectiva de solutos de bajo peso molecular a partir de una solución, permitiendo que difundan dichos solutos en una región de menor concentración. Hay poca o ninguna diferencia de presión a lo largo de la membrana, y el flujo de cada soluto es proporcional a la diferencia de concentración. Los solutos de elevado peso molecular son principalmente retenidos en la solución de alimentación, debido a que su difusividad es menor y su difusión en los poros pequeños se dificulta cuando las moléculas son casi tan grandes como los poros.

Los gradientes de concentración para un proceso de diálisis típico se muestran en la figura 26.12. Se supone que la alimentación contiene un soluto de bajo peso molecular *A*, un soluto de tamaño intermedio *B* y un coloide *C*. Existen capas límite de concentración en

**FIGURA 26.12**

Gradientes de concentración en la diálisis.

ambos lados de la membrana, que contribuyen significativamente en la resistencia global si la membrana es más delgada que dichas capas. El gradiente para A o B en la membrana es más pronunciado que en las capas límite, debido a que la difusividad efectiva es menor que el valor global y, en estado estacionario, el flujo a través de la membrana es igual al de las capas límite. Los valores de c_A y c_B en la membrana son las concentraciones en el fluido de los poros y no las concentraciones basadas en el volumen total de membrana. En el fluido de los poros y en el producto, $c_C = 0$ debido a que las partículas coloidales son más grandes que el tamaño del poro.

Las ecuaciones generales para el paso del flujo de solutos para tres resistencias en serie son:

$$J_A = K_A (c_{A1} - c_{A2}) \quad (26.31)$$

$$\frac{1}{K_A} = \frac{1}{k_{1A}} + \frac{1}{k_{mA}} + \frac{1}{k_{2A}} \quad (26.32)$$

Los coeficientes k_1 y k_2 para la alimentación y el producto dependen de las velocidades de flujo, de las propiedades físicas y la geometría de la membrana, y se pueden predecir utilizando las correlaciones del capítulo 17. El coeficiente de membrana depende de la difusividad efectiva D_e y del espesor de la membrana z :

$$k_m = \frac{D_e}{z} \quad (26.33)$$

Una ecuación teórica para D_e se basa en λ , la relación del tamaño molecular con respecto al tamaño del poro³²

$$D_e = \frac{D_v \varepsilon}{\tau} (1 - \lambda)^2 (1 - 2.104\lambda + 2.09\lambda^2 - 0.95\lambda^3) \quad (26.34)$$

El término $(1 - \lambda)^2$ es la fracción de volumen disponible para una molécula esférica en un poro cilíndrico, y el último término en la ecuación (26.34) es un término de difusión impedida. Para $\varepsilon = 0.5$, $\tau = 2$ y $\lambda = 0.1$, $D_e = 0.164D_v$, y para $\lambda = 0.5$, $D_e = 0.022D_v$. Puesto que D_e es mucho menor que D_v , el flujo de difusión por lo general es controlado por la resistencia de membrana.

La aplicación más conocida de la diálisis es el uso de riñones artificiales para eliminar los productos de desecho a partir de la sangre de personas con enfermedad renal. Se emplean membranas de fibra hueca celulósica o de polisulfone, y la sangre se pasa a través de las fibras mientras que una solución salina circula en el exterior. La urea y otras moléculas pequeñas se difunden a través de la membrana hacia la solución externa, mientras las proteínas y las células son retenidas en la sangre. A las soluciones dializantes se les adicionan sales y glucosa para prevenir la pérdida de estas sustancias en la sangre.

Una aplicación industrial de la diálisis es la recuperación de sustancias cáusticas a partir de soluciones de hemicelulosa producida en la fabricación del rayón por el proceso viscoso. Membranas de lámina plana se colocan en paralelo entre sí en un arreglo de filtro prensa (véase capítulo 29, p. 1049) y el agua se pasa en contracorriente hacia la solución de alimentación para producir un dializado con NaOH hasta 6%. La recuperación de sales o azúcares a partir de otros productos naturales u otras soluciones coloidales puede lograrse mediante diálisis, pero la ultrafiltración es más utilizada en este caso, ya que se obtienen velocidades de permeación más elevadas.

Muchas aplicaciones a gran escala de electrodiálisis utilizan membranas selectivas de iones y un gradiente de potencial para la velocidad de migración de iones a través de las membranas. El agua salobre se puede hacer potable al hacerla pasar a través de un arreglo de membranas alternadas de cationes y aniones permeables, como se aprecia en el figura 26.13. En la mitad de los espacios, los cationes se mueven afuera hacia un lado y los aniones hacia el otro lado, saliendo agua más pura. La solución en los espacios alternados llega a ser más concentrada y desechada es finalmente. Unidades similares se utilizan para concentrar soluciones salinas en una variedad de procesos. Un ejemplo es el uso de electrodiálisis para tratar la solución salina desechada de un sistema de ósmosis inversa.²⁸ La concentración de la sal se incrementa ocho veces, lo que reduce el costo disponible, y el agua recuperada se recicla hacia la planta de ósmosis inversa. En esta aplicación, la polaridad del electrodo se invierte en intervalos regulares para minimizar los problemas de escalamiento en la concentración de sal elevada.

Membranas para extracción líquido-líquido

La extracción de un soluto a partir de agua hacia un líquido orgánico, o viceversa, se realiza utilizando membranas para separar las fases y proporcionar un área de superficie grande para la transferencia de masa. Se utilizan membranas de fibra hueca o de lámina plana, y después se fija el área de transferencia de masa en el diseño, la cual no depende de variables tales como la velocidad de flujo, la viscosidad y la tensión superficial, que afectan el área de dispersiones líquido-líquido. Es posible tener un arreglo del extractor de la membrana para tener en contracorriente las dos fases sin limitaciones de inundación, distinto de la situación en columnas empacadas o de aspersión. Una ventaja adicional es que no se necesita un tanque de sedimentación o desmulsificador, debido a que las

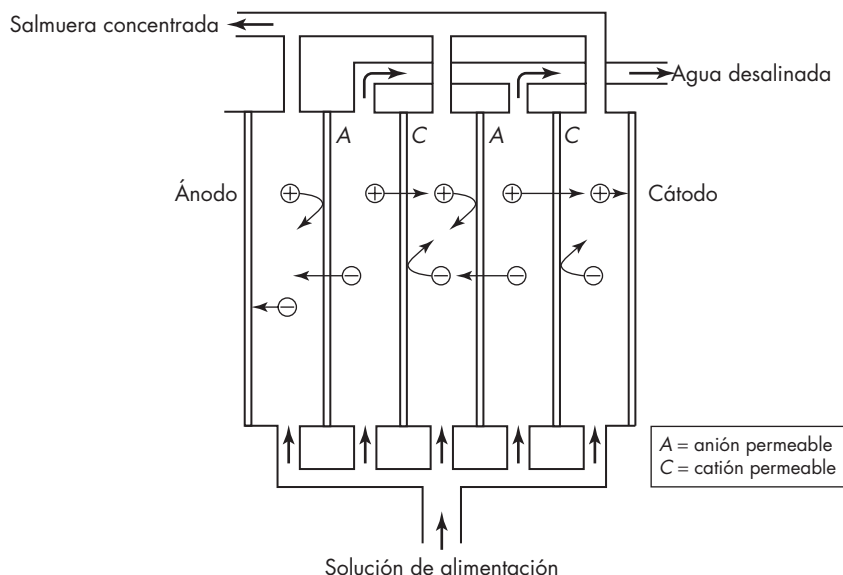
**FIGURA 26.13**

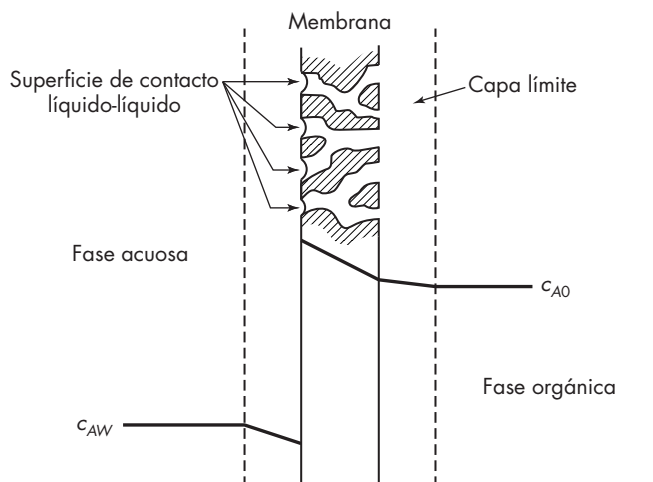
Diagrama esquemático de una celda de electrodiálisis.

fases se mantienen separadas por la membrana. Sin embargo, la membrana introduce una resistencia adicional a la transferencia de masa, que debe ser minimizada para hacer el proceso atractivo.

Si se utilizara una película densa de polímero en un extractor, la resistencia de membrana sería muy grande a causa de la difusividad muy baja en los polímeros sólidos. Utilizando una membrana asimétrica se podría reducir la resistencia de la membrana, debido a que la difusión es más rápida en la subestructura abierta que en la superficie densa. Sin embargo, la resistencia mínima se obtiene con una membrana porosa, una que tenga los poros completamente extendidos a través de la membrana. La separación de fases se mantiene eligiendo una membrana que no se humedezca por una de las fases. Por ejemplo, las membranas hechas de teflón o polipropileno son hidrofóbicas, y el agua no entrará en los poros excepto a presión alta. La presión crítica de entrada depende del ángulo de contacto, del tamaño y de la forma de los poros⁹ y es tan alta como 50 lb_f/in.² para algunas membranas comerciales.

Un extractor con fibras huecas de polipropileno es capaz de operar con la fase acuosa dentro de las fibras a una presión ligeramente mayor que la presión de la fase orgánica en el exterior. Los poros de la membrana se llenan con el solvente orgánico y la superficie de contacto líquido-líquido puede estar en la entrada de los poros. Los gradientes de concentración se representan en la figura 26.14 para un ejemplo donde la concentración de equilibrio del soluto es mucho más grande que en la fase orgánica. La resistencia global para este caso es

$$\frac{1}{K_w} = \frac{1}{k_w} + \frac{1}{m} \left(\frac{1}{k_o} + \frac{z}{D_{e,0}} \right) \quad (26.35)$$

**FIGURA 26.14**

Extracción líquido-líquido con una membrana porosa hidrofóbica.

Los coeficientes para la fase acuosa, k_w , la fase orgánica, k_o , y la membrana, $D_{e,0}/z$, son en general alrededor de la misma magnitud: pero si el coeficiente de distribución m es grande, la mayor parte de la resistencia está en la fase acuosa. Aquí m es la relación entre la concentración de soluto en la fase orgánica y la de la fase acuosa.

Si se utiliza una membrana hidrofílica, los poros se llenan con la fase acuosa, y la fase orgánica debe mantenerse a una presión alta para evitar que el agua pase a través de los poros y forme gotas en la fase orgánica. Para el sistema representado en la figura 26.14, el uso de una membrana hidrofílica significaría dos resistencias en la fase acuosa y un coeficiente global más bajo, como se muestra por la ecuación siguiente:

$$\frac{1}{K_w} = \frac{1}{k_w} + \frac{z}{D_{e,w}} + \frac{1}{mk_o} \quad (26.36)$$

Si el coeficiente de distribución para el soluto favorece muy fuerte la fase acuosa ($m \ll 1$), la fase orgánica tiene la resistencia controlante, y es posible seleccionar una membrana hidrofílica para reducir la resistencia de la membrana.

La extracción selectiva de un soluto desde una fase acuosa dentro de otra fase acuosa puede llevarse a cabo con una membrana hidrofóbica, cuyos poros se llenan con un líquido polimérico que tiene un elevado coeficiente de partición para el soluto.¹⁰

El coeficiente global de transferencia de masa K_w para dicho proceso se obtiene a partir de la ecuación siguiente:

$$\frac{1}{K_w} = \frac{1}{k_{w1}} + \frac{1}{k_m K_p} + \frac{1}{k_{w2}} \quad (26.37)$$

donde k_m es el coeficiente de transferencia de masa para la membrana y K_p es el coeficiente de partición para el soluto distribuido entre el agua y el líquido polimérico. La

recuperación y concentración de fenol a partir de una solución de sal diluida utilizando este proceso se ha demostrado empleando módulos comerciales de flujo radial.¹⁰

Otros extractores de fibra hueca se han probado en el laboratorio,^{28,41} y las velocidades de transferencia de masa son por lo general consistentes con la teoría, aunque no están disponibles correlaciones satisfactorias para el coeficiente externo (véase capítulo 17). Estos equipos encuentran aplicación práctica en sistemas donde es difícil obtener una buena dispersión o donde la emulsificación dificulta la separación de la fase final.

Pervaporación

La pervaporación es un proceso de separación en el que uno o más componentes de una mezcla líquida se difunden a través de una membrana selectiva, se evaporan a baja presión en el lado de la corriente de salida, y se eliminan mediante una bomba de vacío o un condensador enfriador. Las membranas compuestas se utilizan con la capa densa en contacto con el líquido y la capa porosa de soporte expuesta al vapor. El cambio de fase ocurre en la membrana, y el calor de vaporización es suministrado por el calor sensible del líquido conducido a través de la capa densa delgada. El decremento en la temperatura del líquido a medida que pasa a través del separador disminuye la velocidad de permeación, y generalmente limita la aplicación de la pervaporación para eliminar cantidades pequeñas de alimentación, típicamente de 2 a 5% en el caso de la separación de una etapa. Si se necesita una eliminación más grande, se utilizan varias etapas en serie con calentadores intermedios. Las unidades comerciales en general utilizan membranas de lámina plana apiladas en un arreglo de filtros prensa, con espaciadores que actúan como canales de producto, aunque también se emplean membranas de espiral abierta. Las membranas de fibra hueca no son adecuadas a causa de la caída de presión del flujo permeado a través de las fibras de poca resistencia.

El flujo de cada componente es proporcional al gradiente de concentración y la difusividad en la capa densa. Sin embargo, el gradiente de concentración es con frecuencia no lineal debido a que la membrana se hincha apreciablemente a medida que absorbe líquido, y el coeficiente de difusión en el polímero por completo hinchado puede ser de 10 a 100 veces el valor en el polímero denso no hinchado. Además, cuando el polímero se hincha sobre todo por absorción de un componente, la difusividad del otro componente también se incrementa. Esta interacción dificulta el desarrollo de correlaciones para la permeabilidad y selectividad de la membrana.

Para la permeación de una sola especie, la difusividad se expresa como una función exponencial de la concentración:

$$D = D_0 e^{\beta c} \quad (26.38)$$

donde β es una constante y D_0 es la difusividad a una dilución infinita. En estado estacionario, el flux a lo largo de una película de espesor z es

$$J = \frac{D_0}{\beta z} (e^{\beta c_1} - e^{\beta c_2}) \quad (26.39)$$

Si βc_1 es más grande que 1.0 y c_2 es mucho menor que c_1 , existe un decremento varias veces en la difusividad a lo largo de la membrana, y el flujo no es proporcional a la diferencia de concentraciones. Por ejemplo, si $\beta c_1 = 2.0$ y $c_2 = 0.5c_1$, el flujo es $(e^2 - e)D_0$

$/\beta z = 4.67 D_0/\beta z$; pero disminuyendo c_2 hasta cero, lo que duplica la diferencia de concentración, sólo aumenta el flujo a $6.39 D_0/\beta z$, en un incremento de 37%. Sin embargo, aumentando c_1 en 50%, al doble de la fuerza impulsora aumenta el flujo a $17.4 D_0/\beta z$, un incremento de 3.7 veces.

En uno de los primeros estudios de pervaporación⁷ utilizando *n*-heptano a 1 atm y 99 °C, como se esperaba, el flujo fue inversamente proporcional al espesor de la película densa de polímero, pero el flujo aumentó sólo un poco a medida que la presión en el flujo de salida fue disminuyendo desde 500 hasta 50 mm Hg. Esto es consistente con la ecuación (26.39) y un valor de 5 o más para βc_1 . Otros estudios con líquidos puros de alimentación han dado resultados similares, y mediciones directas han mostrado perfiles de concentración no lineales en la membrana.¹ Sin embargo, en aplicaciones comerciales de pervaporación, la alimentación líquida por lo general tiene una concentración baja de las especies más permeables, de forma que la hinchazón de la membrana y los efectos no lineales resultantes no son tan pronunciados como cuando se prueban líquidos puros o soluciones de concentración elevada.

En la figura 26.15 se representan los gradientes en estado estacionario para un sistema típico. La alimentación es rica en *B*, pero se supone que *A* es mucho más soluble en el polímero, y hay una concentración alta de *A* en la membrana en el lado de la corriente de entrada. El gradiente de *A* es pequeño cerca de este límite a causa de la alta difusividad, pero D_A disminuye a medida que c_A disminuye. El gradiente de *B* tiene un cambio similar, reflejando el cambio en D_B a través de la membrana. Las concentraciones c_{A2} y c_{B2} son tal vez proporcionales a las presiones parciales de la corriente de salida p_{A2} y p_{B2} , pero la ley de Henry no se cumple en el lado de la corriente de entrada, donde la membrana es altamente hinchada por el solvente.

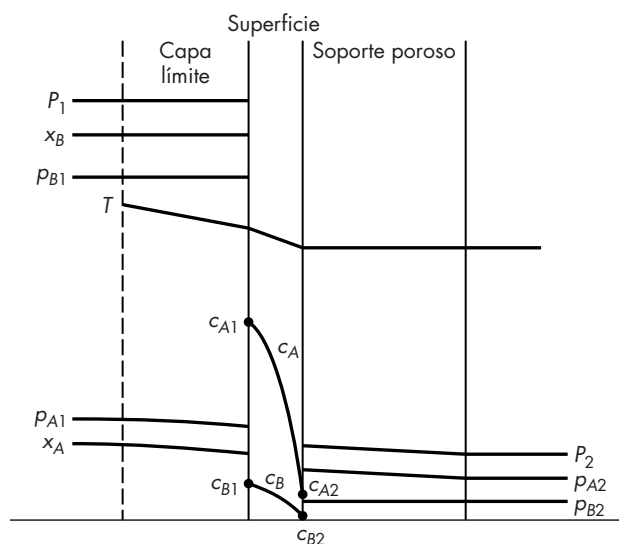


FIGURA 26.15

Gradientes en una membrana de pervaporación.

La concentración de un solvente en la membrana en el lado de la corriente de entrada depende de su solubilidad en el polímero a la temperatura de operación y de la actividad del solvente en el líquido. La alimentación por lo general se calienta, debido a que la permeabilidad de la membrana aumenta de 20 a 40% para un incremento de 10 °C en la temperatura sin mucha pérdida en la selectividad. La presión de la corriente de entrada es 1 atm o ligeramente mayor para evitar la vaporización parcial de la alimentación. No es conveniente utilizar una presión muy alta en el lado de la corriente de entrada, puesto que la actividad en la fase líquida aumenta sólo en una pequeña cantidad ante un incremento grande en la presión. La presión en la corriente de salida se mantiene tan baja como sea posible para proporcionar una fuerza impulsora grande para la difusión a lo largo de la membrana. La fuerza impulsora se expresa como una diferencia de presiones parciales ($\gamma_A x_A P'_A - y_A P_2$), donde γ es el coeficiente de actividad, P'_A la presión de vapor del componente puro, mientras que x y y son las fracciones mol en el líquido y el vapor. Si los efectos no lineales se desprecian y se utilizan los valores promedio de permeabilidad, las ecuaciones para una mezcla binaria se transforman en

$$J_A = Q_A (\gamma_A x_A P'_A - y_A P_2) \quad (26.40)$$

$$J_B = Q_B [\gamma_B (1 - x_A) P'_B - (1 - y_A) P_2] \quad (26.41)$$

$$y_A = \frac{J_A}{J_A + J_B} \quad (26.42)$$

Estas ecuaciones son similares a las vistas para la separación de gases, pero la relación de presión R se reemplaza por relaciones modificadas R_A y R_B , que incluyen los coeficientes de actividad y las presiones de vapor:

$$R_A = \frac{P_2}{\gamma_A P'_A} \quad R_B = \frac{P_2}{\gamma_B P'_B} \quad (26.43)$$

Los coeficientes de actividad y las presiones de vapor también se incluyen en una selectividad modificada,

$$\alpha' = \frac{Q_A \gamma_A P'_A}{Q_B \gamma_B P'_B} \quad (26.44)$$

El hecho de combinar las ecuaciones (26.40) a (26.44) conduce a una ecuación de segundo grado para y' , el valor local de y_A . Por lo tanto,

$$a (y')^2 + by' + c = 0 \quad (26.45)$$

$$\begin{aligned} \text{donde } a &= \alpha' R_A - R_B \\ b &= R_B + x - 1 - \alpha' (R_A + x) \\ c &= \alpha' x \end{aligned}$$

Para flujo pistón de líquidos a través de un separador, el valor de y' es más grande en el extremo de la alimentación, y la composición final del permeado y es un promedio integrado de los valores locales. Los cálculos tienen en cuenta la disminución en la temperatura del líquido, que disminuye la fuerza impulsora para la difusión y también la permeabilidad. La variación en la temperatura se calcula a partir de un balance de entalpía:

$$L_{\text{interior}} c_p T_{\text{interior}} - L_{\text{exterior}} c_p T_{\text{exterior}} = V \Delta H_v \quad (26.46)$$

donde c_p es el calor específico del líquido y ΔH_v es la entalpía de vaporización.

La primera aplicación comercial de la pervaporación fue para la separación etanol-agua. La solución diluida producida por fermentación se destila para obtener un producto destilado con 90 a 95% de alcohol (cercano al azeótropo), y esta solución alimenta a la unidad de membrana para obtener etanol prácticamente puro (99.9%). La corriente permeable con alrededor de 20 a 40% de alcohol se recircula en la columna de destilación. La curva de equilibrio vapor-líquido y las composiciones de vapor y líquido para una membrana poli (vinil alcohol) se representa en la figura 26.16.³⁴ La membrana proporciona un permeado que siempre es más rico en agua que el líquido, en contraste con la destilación, donde el alcohol es el componente más volátil en la mayor parte del intervalo. La forma de la curva para la composición del permeado indica un comportamiento muy pronunciado no lineal. Entre 40 y 80% de alcohol, el alcohol contenido del vapor disminuye a medida que la concentración en el líquido aumenta, pero no todas las membranas muestran este tipo de comportamiento. La membrana es más selectiva entre 80 y 85% de alcohol, y el permeado es sólo alrededor de 5% de alcohol en este intervalo. La curva

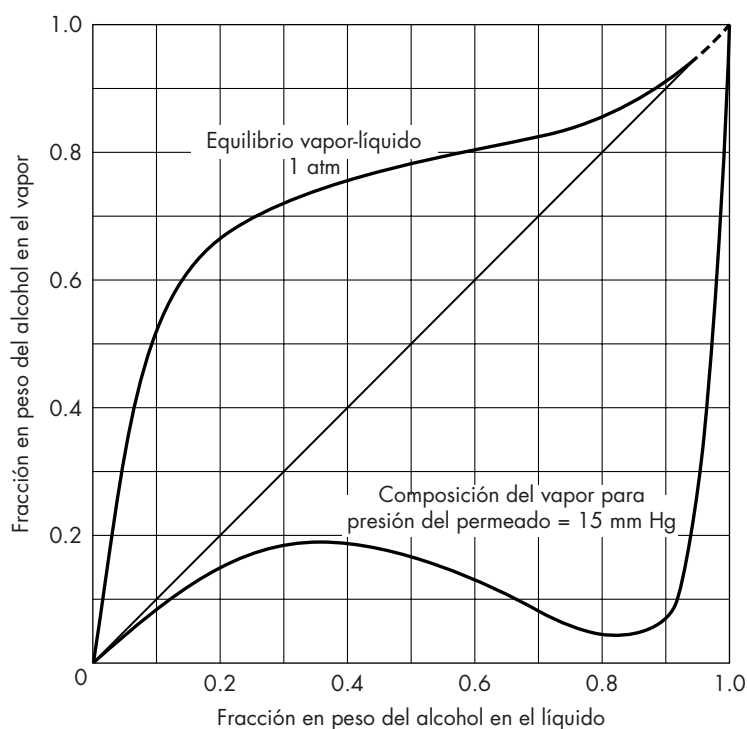


FIGURA 26.16

Composición del permeado por pervaporación con una membrana PVA y una alimentación etanol-agua a 60 °C.

para la composición del permeado será desplazada hacia arriba a presiones del permeado más altas, debido a que la fuerza impulsora para la permeación del agua es más sensible a variaciones en P_2 que es la fuerza impulsora para el alcohol.

EJEMPLO 26.3 Pruebas de laboratorio de una membrana de pervaporación expuesta a líquido con 90% en peso de etanol y 10% de agua a 60 °C mostraron un flujo de $0.20 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{h}$ y una composición del permeado de 7.1% de etanol cuando la presión de la corriente de salida fue de 15 mm Hg. *a)* Calcule la permeabilidad de la membrana para el etanol y para el agua en las condiciones de prueba y la selectividad del agua. *b)* Prediga la composición local del permeado para 90% de etanol y 60 °C si la presión de la corriente de salida se mantiene a 30 mm Hg para un condensador enfriado con agua. ¿Cuál es la temperatura de condensación? *c)* Calcule la composición local del permeado para 95, 99 y 99.9% de etanol a 60 °C y 30 mm Hg, suponiendo que las permeabilidades son las mismas del inciso *a)*.

Solución

a) El flux para cada componente se calcula a partir del flujo total y la composición del permeado con $A = \text{H}_2\text{O}$ y $B = \text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$:

$$J_A = 0.20(0.929) = 0.1858 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{h}$$

$$J_B = 0.20(0.071) = 0.0142 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{h}$$

Las presiones de vapor a 60 °C son $P'_A = 149 \text{ mm Hg}$ y $P'_B = 340 \text{ mm Hg}$. Para H_2O al 10% en peso, $x = (10/18)/(10/18 + 90/46) = 0.221$ fracción mol de H_2O . Los coeficientes de actividad pueden ser estimados a partir de la ecuación de Margules²⁵ utilizando coeficientes de actividad aplicables al punto de ebullición y despreciando la variación en γ con la temperatura.

Para H_2O , $\ln \gamma_A = (0.7947 + 1.615x_A)x_B^2$:

$$\text{Para } x_A = 0.221, x_B = 0.779, \gamma_A = 2.01$$

Para alcohol, $\ln \gamma_B = (1.6022 - 1.615x_B)x_A^2$

$$\gamma_B = 1.02$$

El permeado es 100 – 7.1, o 92.9% en peso de H_2O :

$$y = \frac{92.9/18}{92.9/18 + 7.1/46} = 0.971 \text{ fracción mol de } \text{H}_2\text{O}$$

La fuerza impulsora para el transporte de agua es,

$$\Delta p_A = 2.01(0.221)(149) - 0.971(15) = 51.6 \text{ mm Hg} = 0.0679 \text{ atm}$$

$$Q_A = \frac{0.1858}{0.0679} = 2.74 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{atm} = 152 \text{ g mol/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{atm}$$

Para el transporte de alcohol,

$$\Delta p_B = 1.02(0.779)(340) - 0.029(15) = 269.7 \text{ mm Hg} = 0.355 \text{ atm}$$

$$Q_B = \frac{0.0142}{0.355} = 0.040 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{atm} = 0.87 \text{ g mol/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{atm}$$

La selectividad en una base másica es $Q_A/Q_B = 2.74/0.040 = 68.5$. En una base molar, la selectividad es $152/0.87 = 175$.

b) Si $P_2 = 30$ mm Hg, la fuerza impulsora para el transporte de agua se reduce, pero para el alcohol es prácticamente la misma, debido a que la presión parcial del alcohol en el líquido es así mucho más grande que P_2 . La composición del vapor se obtiene utilizando la ecuación (26.45):

$$R_A = \frac{P_2}{\gamma_A P'_A} = \frac{30}{2.01 \times 149} = 0.1002 \quad R_B = \frac{P_2}{\gamma_B P'_B} = \frac{30}{1.02 \times 340} = 0.0865$$

$$\alpha' = \frac{Q_A \gamma_A P'_A}{Q_B \gamma_B P'_B} = \frac{152(2.01)(149)}{0.87(1.02)(340)} = 150.9$$

$$a = \alpha' R_A - R_B = 150.9(0.1002) - 0.0865 = 15.03$$

$$b = R_B + x - 1 - \alpha'(R_A + x)$$

$$= 0.0865 + 0.221 - 1 - 150.9(0.1002 + 0.221) = -49.16$$

$$c = \alpha' x = 150.9(0.221) = 33.35$$

$$15.03(y')^2 - 49.16y' + 33.35 = 0$$

$$y' = 0.960 \quad (0.904 \text{ fracción en peso de agua})$$

Este pequeño incremento en el contenido de alcohol del permeado (desde 7.1 hasta 9.6%) parece tolerable, pero la variación llega a ser mucho más grande a medida que la solución de alimentación es más rica en alcohol. En la práctica, se utilizan presiones aún más bajas que 15 mm Hg para minimizar el contenido de alcohol del permeado.

Puesto que el vapor es principalmente agua, se estima la temperatura de condensación a 30 mm Hg a partir de la presión de vapor de agua a 29 °C.

c) Para 95, 99 y 99.9% de alcohol, las concentraciones se convierten a fracciones mol, y se calculan los nuevos valores de los coeficientes de actividad y otros parámetros. Los resultados se proporcionan en la tabla 26.5.

Reducir el contenido de agua del etanol desde 1 hasta 0.1% se dificulta si $P_2 = 30$ mm Hg. A 0.1% de H_2O la presión parcial de agua sobre el líquido es sólo 0.84 mm Hg, y el permeado local contiene solamente 1% en peso de H_2O . Si P_2 pudiera reducirse a 3 mm Hg, la fuerza impulsora incrementada podría aumentar y' a 0.159 y el permeado local podría contener 6.8% en peso de H_2O . Por consiguiente se eliminaría mucho menos alcohol de 99.9%.

Aunque es posible utilizar membranas para todo el proceso de purificación de alcohol, se necesita una gran cantidad de etapas, y es más económico emplear la destilación para la mayor parte de la separación. Si se desarrollara una membrana selectivamente

TABLA 26.5

Composiciones del permeado para pervaporación de mezclas de etanol-agua, ejemplo 26.3

Alcohol % en peso	x_{H_2O}	γ_A	γ_B	R_A	R_B	α'	y'	wt % H_2O
95	0.1186	2.15	1.0	0.0936	0.0882	164.6	0.915	80.8
99	0.0252	2.21	1.0	0.0911	0.0882	169.2	0.256	11.9
99.9	0.00255	2.21	1.0	0.0911	0.0882	169.2	0.026	1.0
99.9 [†]	0.00255	2.21	1.0	0.00911	0.00865	169.2	0.159	6.8

[†] Para $P_2 = 3$ mm Hg.

permeable al alcohol, sería factible separar alcohol a partir de soluciones diluidas por completo mediante membranas.

Las membranas utilizadas para la purificación de etanol también son adecuadas para la deshidratación de otros solventes orgánicos, incluyendo metanol, isopropanol, butanol, metiletilcetona, acetona y solventes clorados. Las unidades comerciales utilizan arriba de 12 etapas con recalentamiento entre éstas, y se obtienen productos con un contenido de agua menor que 100 ppm.

Otra aplicación de la pervaporación es la eliminación de contaminantes orgánicos volátiles del agua utilizando caucho de silicona u otros polímeros organofílicos para la membrana. Sustancias tales como los solventes clorados o componentes de la gasolina que son sólo ligeramente solubles en agua tienen coeficientes de actividad muy alta en solución acuosa. Por lo tanto, la concentración de equilibrio en la membrana puede ser moderadamente grande aun con sólo unas pocas partes por millón (ppm) en la solución, y la eliminación casi completa de los compuestos orgánicos puede alcanzarse en una baja etapa de corte (sin mucha eliminación de agua). La purificación de agua conteniendo trazas de tricloroetileno (TCE) se demostró utilizando fibras huecas de silicona a 20 °C, y se obtuvo una eliminación superior a 90% de TCE en una sola etapa.²⁹

A bajas concentraciones de materiales orgánicos prácticamente insolubles, la resistencia de transferencia de masa en la fase acuosa puede controlar la velocidad de permeación. Para el flujo de agua dentro de las fibras huecas a bajos números de Reynolds, el número de Sherwood limitante es alrededor de 4 [véase figura 12.2], correspondiente a un “espesor de película” de $\frac{1}{4} d_i$ donde d_i es el diámetro interno del tubo. Los intervalos de los espesores de membrana desde $\frac{1}{10} d_i$ hasta $\frac{1}{2} d_i$, son aproximadamente de la misma magnitud que el espesor interno de película. La difusividad del soluto en la membrana es más baja que en el agua, pero ésta es más que compensada por la concentración mucho más alta del soluto en la membrana. Como resultado, la resistencia de la transferencia de materia para el soluto es con frecuencia más grande en la fase acuosa que en la membrana. En contraste, la transferencia de agua a través de la membrana es por completo controlada por la resistencia de la membrana, puesto que la fase acuosa contiene más de 99% de H₂O. Esto conduce a un problema interesante de optimización, ya que al duplicar el espesor de la membrana, el flujo de agua se reduce a la mitad pero el flujo del soluto orgánico sólo disminuye un poco. El flujo de agua más bajo significa menor costo para el bombeo de vapor y condensación y menor agua en el permeado, pero el área de membrana para la eliminación de un soluto determinado aumenta ligeramente. En un estudio realizado por Lipski y Coté,¹⁶ se calcularon las condiciones óptimas para la eliminación de sustancias orgánicas volátiles para fibras huecas con flujo interno o transversal de la alimentación. El espesor óptimo de membrana fue de 75 μm , para flujo de fibras internas de 500 μm , pero sólo de 30 μm para flujo transversal a las fibras, lo que dio un coeficiente de transferencia de masa más alto. Los efectos de la capa límite también son muy importantes cuando se utilizan membranas de espiral abierto para recuperar solvente por pervaporación, y es posible que la selectividad aumente mediante materiales espaciadores que promueven la turbulencia.³⁵

Ósmosis inversa

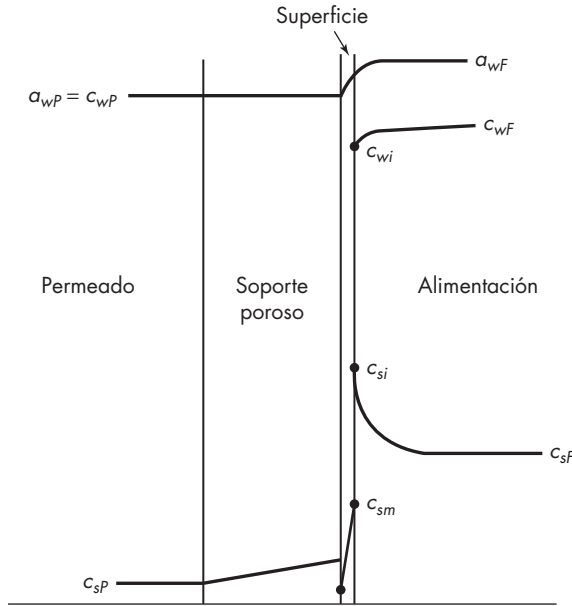
Cuando se separan soluciones miscibles de concentración diferente por una membrana que es permeable al solvente pero casi impermeable al soluto, la difusión del solvente

ocurre desde la solución menos concentrada hacia la más concentrada, donde la actividad del solvente es menor. La difusión del solvente recibe el nombre de *ósmosis*, y la transferencia osmótica de agua ocurre en células animales y vegetales principalmente. La transferencia del solvente puede detenerse aumentando la presión de la solución concentrada hasta que la actividad del solvente sea la misma en ambos lados de la membrana. Si el solvente puro está en un lado de la membrana, la presión requerida para igualar las actividades del solvente es la presión osmótica de la solución π . Si se aplica una presión más alta que la presión osmótica, el solvente se difundirá desde la solución más concentrada a través de la membrana dentro de la solución diluida. Este fenómeno recibe el nombre de *ósmosis inversa*, debido a que el flujo del solvente es opuesto al flujo osmótico normal.

La ósmosis inversa se utiliza sobre todo para obtener agua pura a partir de soluciones acuosas diluidas, aunque es posible utilizarla para la purificación de solventes orgánicos. Las ventajas principales del proceso son que la separación tiene lugar a la temperatura ambiente y no hay cambio de fase, lo que requerirá de un suministro y eliminación de grandes cantidades de energía. La energía para la separación de agua salada en agua pura y una salmuera concentrada viene desde el trabajo de presurización de la alimentación, y parte de esta energía puede recuperarse con una turbina, de forma que la eficiencia termodinámica del proceso es relativamente alta.

Varios polímeros tienen una permeabilidad alta por el agua y permeabilidades bajas para sales disueltas. El acetato de celulosa presenta características sobresalientes con respecto a esto y es relativamente económico. En los primeros trabajos realizados por Reid y Breton,²⁹ membranas densas hechas de acetato de celulosa con un contenido de 40% de acetilo dieron supresiones de sales de 95 a 98% a presiones de 50 a 90 atm, pero los flujos de agua fueron imprácticamente bajos. Las membranas con un contenido más alto de acetilo dan supresiones de sales más altas pero flujos aún más bajos. La ósmosis inversa llegó a ser un proceso práctico con el descubrimiento de membranas asimétricas de acetato de celulosa por Loeb y Sourirajan.¹⁷ Con una superficie o espesor de capa densa menor que $1\ \mu\text{m}$ y una subestructura porosa, son posibles fluxes de 10 a 20 gal/ft² · día con una supresión elevada de sales. Las membranas asimétricas de acetato de celulosa se preparan en la actualidad mediante diferentes técnicas de vaciado como láminas planas, fibras huecas o un recubrimiento de una tubería porosa para hacer una membrana tubular. Las membranas de fibra hueca fabricadas por Dupont a partir de una poliamida aromática también se utilizan para la purificación de agua,²⁰ y los fluxes son de 1 a 3 gal/ft² · día (0.04 a 0.12 m³/m² · día).

El mecanismo del transporte de sales y agua en la ósmosis inversa no está por completo entendido. Una teoría es que el agua y los solutos se difunden por separado a través del polímero por un mecanismo de difusión de la solución. Se supone que la concentración de agua en el polímero denso es proporcional a la actividad del agua en la solución. En el lado de la presión baja de la capa densa, la actividad es esencialmente la unidad si se produce agua casi pura a 1 atm. En el lado de presión elevada, la actividad puede ser ligeramente menor que 1.0 a la presión atmosférica (0.97 para una solución de NaCl al 5%), 1.0 a la presión osmótica, y un poco más grande que 1.0 a presiones más elevadas. La presión de la corriente de entrada por lo general se establece en 20 a 50 atm arriba de la presión osmótica de la solución de la alimentación. A estas presiones, la actividad del agua a_w es un porcentaje sólo un poco mayor que para el agua pura a

**FIGURA 26.17**

Gradientes de concentración para una membrana de ósmosis inversa.

1 atm, y la variación en la actividad y la concentración a lo largo de la membrana son pequeñas, como se muestra en la figura 26.17. La fuerza impulsora para el transporte de agua es la diferencia en actividad, que es proporcional a la diferencia de presión ΔP menos la diferencia en las presiones osmóticas de la alimentación y del producto $\Delta\pi$. La ecuación para el flujo de agua es²¹

$$J_w = \frac{c_w D_w v_w}{RT} \left(\frac{\Delta P - \Delta\pi}{z} \right) \quad (26.47)$$

En la ecuación (26.47) D_w es la difusividad en la membrana, c_w es la concentración promedio de agua en g/cm^3 , y v_w es el volumen molar parcial de agua.

El flujo de soluto se supone proporcional a la diferencia en concentraciones de la solución, la difusividad y un coeficiente de distribución o solubilidad:

$$J_s = D_s S_s \left(\frac{\Delta c_s}{z} \right) \quad (26.48)$$

La ecuación (26.47) muestra que el flujo de agua aumenta linealmente con la diferencia de presión ΔP . La selectividad también aumenta, debido a que el flujo de la sal no depende de ΔP . Estas tendencias se ilustran en la figura 26.18. La gráfica del flux de agua está curvada a valores bajos de ΔP debido a que en el decremento en el porcentaje de rechazo reduce el valor de $\Delta\pi$. Diversos experimentos confirman estas tendencias, pero la supresión de la sal con acetato de celulosa no es tan alta como la predicha. El contenido de agua c_w es alrededor de 0.2 g/cm^3 , y pruebas indicadoras muestran que $D_w \approx 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$. Las pruebas de difusión de NaCl en películas densas de polímeros¹⁹ indican $S_s = 0.035$ y $D_s = 10^{-9} \text{ cm}^2/\text{s}$. Los flujos J_w y J_s no pueden predecirse exactamente para una membrana

asimétrica, debido a que no se conoce el espesor de superficie z . Sin embargo, la relación de los fluxes es independiente de z , y la supresión de la sal predicha para el agua de mar es 99.6% cuando $\Delta P - \Delta \pi = 50$ atm. Las primeras unidades de desalinización daban sólo 97 a 98% de rechazo bajo estas condiciones, y no es claro si la diferencia se debía al flujo a través de los orificios en la membrana o a las suposiciones incorrectas en la teoría de difusión de la solución. Membranas mejoradas están en la actualidad disponibles para producir agua potable a partir de agua de mar en un separador de una etapa, lo que significa un rechazo de la sal mayor de 99%.

Polarización de la concentración

El rechazo casi completa de soluto por la membrana conduce a una concentración más alta en la superficie de la membrana que en la solución global, y este efecto recibe el nombre de *polarización de la concentración*. En estado estacionario, el soluto llevado a la membrana por el flujo de agua casi iguala la cantidad de soluto que se difunde de regreso a la solución. El gradiente es relativamente pequeño, como se muestra en la figura 26.17, o la concentración de soluto en la superficie de la membrana puede ser varias veces la concentración global. La polarización de la concentración reduce el flujo de agua debido a que el aumento en la presión osmótica reduce la fuerza impulsora para el transporte de agua. El rechazo del soluto disminuye ambos, ya que el flujo de agua es más bajo debido a la mayor concentración de la sal en la superficie aumenta el flujo del soluto.

Se han derivado algunas ecuaciones para la polarización de la concentración para casos sencillos tales como flujo laminar de la solución de alimentación entre placas paralelas o dentro de las fibras huecas.³⁵ Se requirieron soluciones numéricas debido a que la concentración desarrollada de la capa límite y la disminución gradual en la velocidad de flujo de la solución a medida que se produce la permeación. No hay soluciones exactas disponibles para los casos más importantes fibras huecas de flujo externo o en los canales de un módulo de espiral abierta, pero puede ser útil un análisis aproximado.

Considere una membrana con un flux de agua de $J_w \text{ cm}^3/\text{s} \cdot \text{cm}^2$ cuando la concentración global de soluto es $c_s \text{ g/cm}^3$ y f es la fracción de soluto suprimida. La difusión de soluto lejos de la superficie de la membrana se caracteriza por un coeficiente de transferencia de masa k_c y una fuerza impulsora $c_{si} - c_s$, donde c_{si} es la concentración de soluto en la superficie. En estado estacionario, la difusión del flujo iguala la cantidad de soluto suprimido por unidad de área:

$$J_w c_s f = k_c (c_{si} - c_s) \quad (26.49)$$

El factor de polarización Γ se define como la diferencia de concentración relativa

$$\Gamma \equiv \frac{c_{si} - c_s}{c_s} = \frac{J_w f}{k_c} \quad (26.50)$$

El coeficiente de transferencia de masa se predice a partir de correlaciones tales como las revisadas en el capítulo 17. Si el factor de polarización Γ es menor de 0.1, este efecto puede ser despreciable. Si Γ es grande, es posible estimar la variación en el rechazo y el flux de agua utilizando la ecuaciones (26.47), (26.48) y (26.50) o puede emplearse la

expresión más exacta para el perfil de concentración, ecuación (29.52). Sin embargo, un valor grande de Γ es una oportunidad para mejorar el funcionamiento cambiando las dimensiones o velocidades en el separador a fin de obtener una mejor transferencia de masa.

EJEMPLO 26.4 Un permeador de fibra hueca con $d_o = 300 \mu\text{m}$ y $d_i = 200 \mu\text{m}$ proporciona un flujo de agua de $10 \text{ gal/día} \cdot \text{ft}^2$ con solución de NaCl $0.1 M$ a 20°C , y el rechazo de la sal es de 97%. La solución de la alimentación fluye normal hacia las fibras a una velocidad superficial promedio de 0.5 cm/s . ¿Es significativa la polarización de la concentración?

Solución Para $10 \text{ gal/día} \cdot \text{ft}^2$

$$J_w = 10 \times \frac{231 \times 16.3871}{24 \times 3600 \times 929} = 4.72 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$$

$$\text{Re} = \frac{3 \times 10^{-2} \text{ cm} \times 0.5 \text{ cm/s} \times 1 \text{ g/cm}^3}{0.01 \text{ g/cm} \cdot \text{s}} = 1.5$$

$$D_s = 1.6 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$\text{Sc} = \frac{0.01}{1 \times 1.6 \times 10^{-5}} = 625$$

Para el flujo normal hacia las fibras en un paquete, se utiliza la ecuación (17.70):

$$\begin{aligned} \text{Sh} &= 1.28 \text{Re}^{0.4} \text{Sc}^{0.33} \\ &= 1.28(1.5)^{0.4} (625)^{0.33} = 12.6 \\ k_c &= \frac{12.6(1.6 \times 10^{-5})}{0.03} = 6.72 \times 10^{-3} \text{ cm/s} \end{aligned}$$

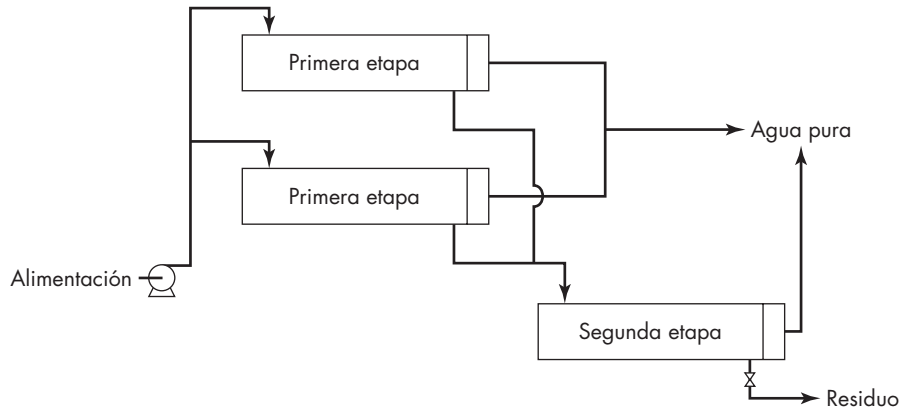
A partir de la ecuación (26.50),

$$\Gamma = \frac{4.72 \times 10^{-4} (0.97)}{6.72 \times 10^{-3}} = 0.068$$

Una diferencia de concentración de 6.8% entre la superficie y la solución global puede no tener mucho efecto en el rechazo de la sal o el flujo de agua. Sin embargo, si no se mantiene una distribución de flujo adecuada, las secciones que reciben poco flujo pueden tener una polarización significativa.

Caída de presión por fricción

Las membranas de fibra hueca en general son hechas con la superficie de transferencia en el exterior, y un paquete con miles de fibras muy empaquetadas se sella en un cilindro metálico. La solución de la alimentación pasa radialmente a lo largo de las fibras o flujos paralelos hacia las fibras en el lado de la coraza, y el agua producida se colecta de los lúmenes de las fibras en uno o ambos extremos del paquete. El diámetro y la longitud de las fibras se eligen de forma que la caída de presión para el flujo del producto dentro de las fibras no sea más grande en relación con la fuerza impulsora para la permeación de agua. Para algunas unidades con bajo flux de agua se utilizan fibras con d_o y d_i tan pequeñas como 50 y $25 \mu\text{m}$, pero se emplean diámetros más grandes

**FIGURA 26.18**

Sistema de ósmosis inversa en dos etapas.

con membranas más permeables. Para velocidades de producción grandes, el agua de alimentación se pasa en paralelo a través de gran número de permeadores, como se muestra en la figura 26.19. Con esta distribución, la velocidad en el lado de la coraza se mantiene alta para obtener una distribución de flujo adecuada y para minimizar la polarización de la concentración.

El flujo interno de las fibras es laminar, y el gradiente de presión causado por la fricción en la superficie dp_s/dL está dado por la forma derivada de la ecuación de Hagen-Poiseuille, ecuación (5.20):

$$\frac{dp_s}{dL} = \frac{32\bar{V}\mu}{D^2} \quad (26.51)$$

donde $\bar{V}$ es la velocidad promedio, μ es la viscosidad, y D es el diámetro del tubo. La velocidad aumenta con la distancia desde el extremo cerrado de la fibra, y el cambio incremental en la velocidad de flujo es el flujo por unidad de área de pared multiplicado por el área incremental:

$$\frac{\pi D^2}{4} d\bar{V} = J_w \pi D dL \quad (26.52)$$

$$\frac{d\bar{V}}{dL} = \frac{4J_w}{D} \quad (26.53)$$

El flux de agua J_w varía a lo largo de la longitud del separador, puesto que un aumento de la concentración de la sal aumenta $\Delta\pi$, y la presión formada dentro de las fibras disminuye ΔP . Para una solución aproximada, J_w se supone constante, y la ecuación (26.53) se integra directamente:

$$\bar{V} = \frac{4J_w L}{D} \quad (26.54)$$

Sustituyendo la ecuación (26.54) en la ecuación (26.51) e integrándola se obtiene

$$\frac{dp_s}{dL} = \frac{128J_w\mu L}{D^3} \quad (26.55)$$

$$\Delta p_s = \frac{128J_w\mu}{D^3} \frac{L^2}{2} \quad (26.56)$$

Observe que la caída de presión es justo la mitad del valor que se calcularía si la velocidad del agua $\bar{V}$ fuera constante en el valor de salida $4J_w L/D$. Esto se demuestra reordenando la ecuación (26.56) para obtener, por comparación con la ecuación (26.51),

$$\Delta p_s = \frac{1}{2} \frac{32\mu L}{D^2} \frac{4J_w L}{D} \quad (26.57)$$

EJEMPLO 26.5 *a)* Para un permeador como el del ejemplo 26.4 estime la velocidad de salida y la caída de presión entre las fibras si la longitud de la fibra es de 3 m y el flujo de agua promedio es 10 gal/día · ft² basado en el área externa. *b)* ¿Cuál es la caída de presión si las fibras están abiertas en ambos extremos?

Solución

a) Convierta el flux a J_w basado en el área interna. Utilizando $d_i = 200 \mu\text{m}$ y $d_o = 300 \mu\text{m}$, y el factor de conversión del ejemplo 26.4,

$$J_w = \left(4.72 \times 10^{-4}\right) \frac{300}{200} = 7.08 \times 10^{-4} \text{ cm/s} = 7.08 \times 10^{-6} \text{ m/s}$$

Suponga $\mu = 1 \text{ cP} = 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$.

$$D = d_i = 200 \times 10^{-6} \text{ m}$$

A partir de la ecuación (26.54),

$$\bar{V} = \frac{4(7.08 \times 10^{-6})(3)}{200 \times 10^{-6}} = 0.425 \text{ m/s}$$

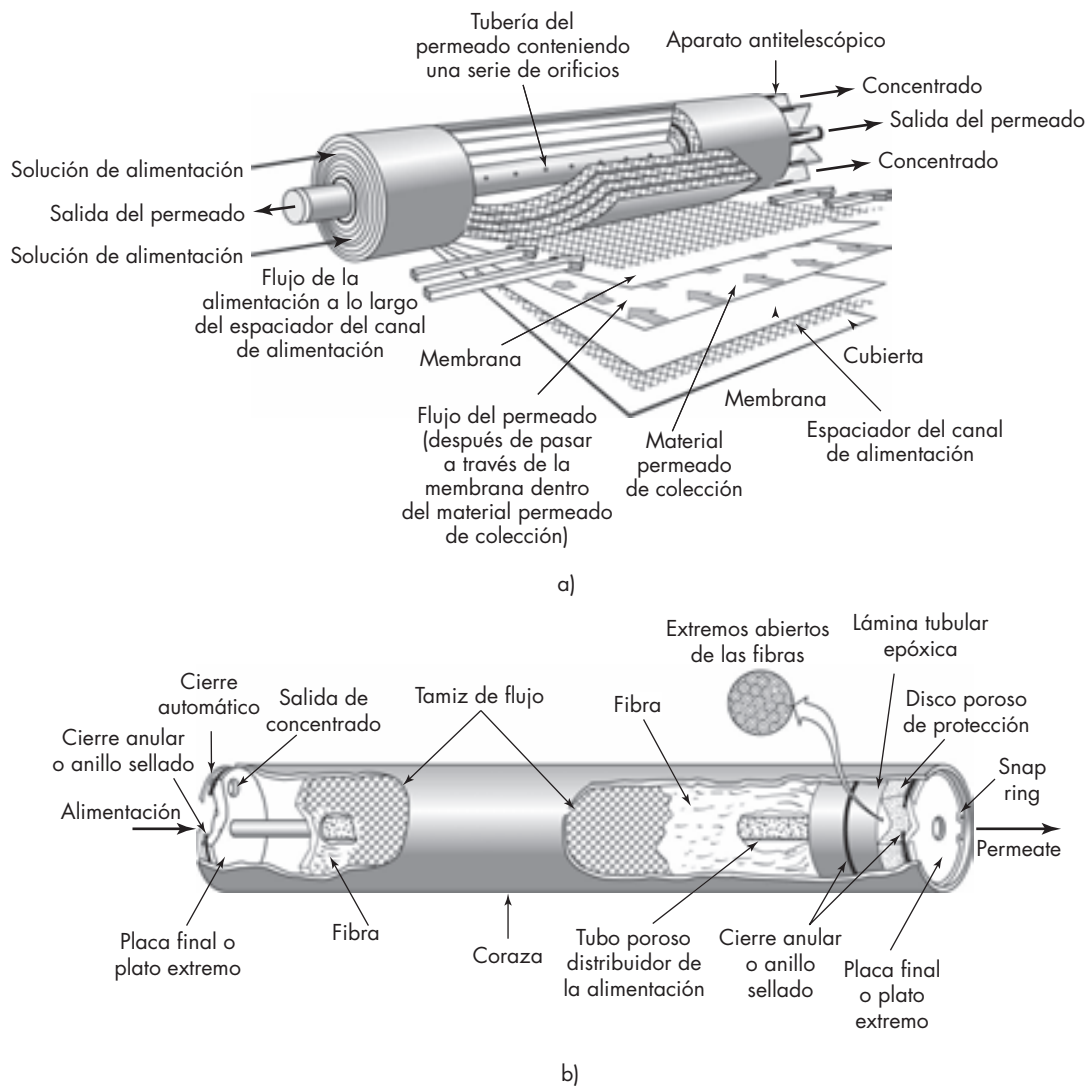
A partir de la ecuación (26.57),

$$\Delta p_s = \frac{0.425(32)10^{-3}(3)}{(2 \times 10^{-4})^2} \frac{1}{2} = 5.1 \times 10^5 \text{ Pa} = 5.03 \text{ atm}$$

Ésta es una caída de presión significativa, pero si la alimentación es a 50 atm y $\Delta\pi$ va desde 5 atm en la alimentación hasta 10 atm en la descarga, la fuerza impulsora para el transporte de agua $\Delta P - \Delta\pi$ tiene un valor máximo de $50 - 5 = 45$ y un valor mínimo de $45 - 10 = 35$. Así que la suposición de flujo constante no incurre grandemente en un error.

b) Si las fibras están abiertas en ambos extremos, la longitud efectiva es 1.5 m y la velocidad de salida es la mitad cuando mucho. La caída de presión es una cuarta parte del valor que tenía:

$$\Delta P = \frac{5.03}{4} = 1.26 \text{ atm}$$

**FIGURA 26.19**

Vistas seccionadas de permeadores: a) separador de espiral abierta [con autorización, de W. Eykamp y J. Steen, en *Handbook of Separation Process Technology*, R. W. Rousseau (ed.), Wiley, 1987, p. 838]; b) Separador de fibra hueca PER-MASEP (con autorización, de Du Pont brochure, *PERMASEP Permeators*, 1990).

Membranas de lámina plana para ósmosis inversa por lo general se utilizan en módulos de espiral abierta. La membrana se dobla sobre una lámina espaciadora porosa, a través de la cual drena el producto, y los bordes se sellan. Un tamiz plástico se coloca en la parte superior que sirve como distribuidor de la alimentación, y el empacado se enrolla en una espiral alrededor de una pequeña tubería de drenado perforada. El módulo se inserta en un tanque de presión pequeño, y muchas unidades se instalan en paralelo. El área de transferencia de masa es de unos pocos cientos ft^2/ft^3 , un orden de magnitud más bajo

que para los separadores típicos de fibra hueca,³³ y la caída de presión debida al flujo del permeado es casi siempre despreciable. En la figura 26.20 se representan diagramas de unidades de fibras huecas y espiral abierta.

SÍMBOLOS

A	Área, m^2 o ft^2
a	Constante
a_w	Actividad del agua; a_{wF} , en alimentación; a_{wP} , en el permeado
b	Constante en la ecuación (26.45)
c	Concentración, $g\ mol/cm^3$, $kg\ mol/m^3$, o $lb\ mol/ft^3$; c_A , del componente A ; c_B , del componente B ; c_C , del coloide; c_s , del soluto; c_{sF} , en la alimentación; c_{sP} , en el permeado; c_{si} , en la superficie de la membrana; c_{sm} , en la membrana; c_w , del agua; c_{wF} , en la alimentación; c_{wP} , en el permeado; c_{wi} , en la superficie de membrana; c_1 , c_2 , concentraciones promedio en la alimentación y el permeado, respectivamente; también, constante en la ecuación (26.45)
c_p	Calor específico del líquido, $J/g \cdot ^\circ C$ o $Btu/lb \cdot ^\circ F$
D	Difusividad volumétrica, cm^2/s , m^2/h , o ft^2/h ; D_A , D_B , de los componentes A y B ; D_e , difusividad efectiva; D_{eA} , del componente A ; $D_{e,o}$, en la fase orgánica; $D_{e,w}$, en la fase acuosa; D_s , de la sal; D_v , valor global; D_w , del agua en la membrana; D_0 , a dilución infinita; también, diámetro, m o ft
d	Tubo o diámetro de la fibra, μm ; d_i , diámetro interno; d_o , diámetro externo
E	Energía de activación, $kcal/mol$
e	Base de los logaritmos naturales, 2.71828...
F	Velocidad de alimentación, mol/h , kg/h , o lb/h
f	Fracción de soluto suprimido
J	Flujo molar, flujo másico o flujo de volumen, $mol/m^2 \cdot h$, $kg/m^2 \cdot h$, o $m^3/m^2 \cdot h$; J_A , J_B , de los componentes A y B ; J_s , de la sal; J_w , del agua
K	Coefficiente global de transferencia de materia, $kg\ mol/m^2 \cdot s \cdot (kg\ mol/m^3)$ o m/s ; K_A , del componente A ; K_w , en la fase acuosa
K_p	Coefficiente de partición para el soluto distribuido entre el agua y el líquido polimérico
k	Coefficiente individual de transferencia de masa; k_c , basado en la concentración [ecuación (26.49)]; k_m , para la membrana; k_o , para la fase orgánica; k_w , para la fase acuosa; k_1 , k_2 , para las fases 1 y 2
L	Velocidad de flujo de la alimentación o el residuo, mol/h , kg/h , lb/h , $ft^3\ estándar/h$, o L/h ; L_i , en el punto i ; L_j , en el punto j ; L_k , en el punto k ; L_1 , en la entrada; L_2 , en la descarga; también, longitud, m o ft
M	Peso molecular; M_A , del componente A
m	Coefficiente de distribución para el soluto (relación de la concentración en la fase orgánica con respecto a la fase acuosa)
P	Presión total, atm o lb_f/ft^2 ; P_1 , en la corriente de entrada o de la alimentación; P_2 , corriente de salida o del permeado
P'	Presión de vapor, atm , lb_f/ft^2 o $mm\ Hg$; P'_A , del componente A ; P'_B , del componente B

p	Presión parcial; p_A , del componente A ; p_B , del componente B ; dp_s/dL , gradiente de presión debido a la fricción de superficie
Q	Permeabilidad [flujo por unidad de diferencia de presión, ecuación (26.8)], $L/m^2 \cdot h \cdot atm$ o $ft^3/ft^2 \cdot h \cdot (lb_f/ft^2)$; Q_A , Q_B , de los componentes A y B
q	Coefficiente de permeabilidad (flujo por unidad de gradiente de presión; $q = DS$, donde S es el coeficiente de solubilidad, o Q_s), $cm^3/cm^2 \cdot s \cdot (cm \text{ Hg/cm})$, $L/m^2 \cdot h \cdot (atm/m)$, o $ft^3/ft^3 \cdot h \cdot [(lb_f/ft^2)/ft]$; q_A , del componente A
R	Constante de los gases, $8.314 \text{ J/g mol} \cdot K$ o $1.545 \text{ ft} \cdot lb_f/lb \text{ mol} \cdot ^\circ R$; también, relación de presiones P_2/P_1 ; R_A , R_B , relaciones de presiones modificadas [ecuación (26.43)]
Re	Número de Reynolds, $d\bar{V} \rho/\mu$
r	Radio del poro, μm o cm
S	Coefficiente de solubilidad, $mol/cm^3 \cdot atm$ [ecuación (26.6)]; S_A , S_B , de los componentes A y B ; también coeficiente de distribución [ecuación (26.48)]; S_s , del soluto
Sc	Número de Schmidt, $\mu/\rho D$
Sh	Número de Sherwood, $k_c d/D$
T	Temperatura absoluta, K
V	Velocidad de flujo del permeado, mol/h , kg/h , lb/h , ft^3 estándar/ h o L/h ; V_j , en el punto j ; V_k , en el punto k
$\bar{V}$	Velocidad promedio del fluido, m/s o ft/s
v_w	Volumen parcial molar del agua, cm^3/g
x	Fracción mol en la alimentación o el residuo; x_A , del componente A ; x_B , del componente B ; x_i , en el punto i ; x_j , en el punto j ; x_0 , en la entrada de la alimentación
y	Fracción mol de las especies más permeables en el permeado; y_A , del componente A ; y_i , en el punto i ; y_j , en el punto j ; y_k , en el punto k ; y' , valor local; $\bar{y}$, valor promedio sobre la longitud incremental o en el separador [ecuación (26.22)]
z	Espesor de membrana, cm o μm ; también, distancia normal a la superficie

Letras griegas

α	Selectividad de la membrana para la separación de gases, adimensional [ecuación (26.9)]; α' , selectividad modificada por pervaporación [ecuación (26.44)]
β	Exponente en la ecuación (26.38)
Γ	Factor de polarización, adimensional [ecuación (26.49)]
γ	Coefficiente de actividad; γ_A , γ_B , de los componentes A y B
ΔA	Incremento de área, m^2 o ft^2
Δc	Diferencia de concentración; Δc_A , del componente A ; Δc_B , del componente B
ΔH_v	Entalpía de vaporización, cal/mol , J/g , o Btu/lb
ΔL	Cambio incremental en la velocidad de flujo del residuo
ΔP	Diferencia de presiones, atm o $lb_f/in.^2$
Δp	Diferencia de presiones parciales; Δp_A , del componente A ; Δp_B , del componente B ; $\bar{\Delta p}$, valor promedio

Δp_s	Caída de presión debida a la fricción de superficie, atm o lb_f/ft^2
ΔV	Cambio incremental en la velocidad de flujo del permeado; ΔV_j , en el punto j
Δz	Incremento de distancia, m o ft
$\Delta \pi$	Diferencia en las presiones osmóticas, atm o lb_f/ft^2
ε	Porosidad o fracción de huecos, adimensional
λ	Relación del tamaño molecular con respecto al tamaño del poro
μ	Viscosidad, cP, $\text{Pa} \cdot \text{s}$, o $\text{lb}/\text{ft} \cdot \text{s}$
π	Presión osmótica, atm o lb_f/ft^2
ρ	Densidad, g/cm^3 , kg/m^3 , o lb/ft^3
τ	Tortuosidad, adimensional

PROBLEMAS

- 26.1.** *a)* Si una membrana tiene una selectividad de 8 para la separación de aire, ¿cuál es la concentración máxima de oxígeno que puede obtenerse para un aparato de una sola etapa? *b)* ¿Cuál es la composición aproximada del permeado si 60% del oxígeno en la alimentación se recupera en el permeado?
- 26.2.** Pruebas de laboratorio de una membrana para separación de H_2/CH_4 dieron una composición del permeado de 80% de H_2 y un residuo de 42% de H_2 cuando la alimentación tuvo 50% de H_2 y las presiones absolutas de la alimentación y el permeado fueron 100 y 15 lb_f/in^2 . El flujo permeado fue 20% del flujo de alimentación. *a)* ¿Cuál es la selectividad de la membrana? *b)* ¿De qué orden puede ser obtenida la composición del permeado si se ha utilizado vacío en el lado de la corriente de salida?
- 26.3.** La diálisis está siendo considerada para recuperar un producto *A* con peso molecular de 150 a partir de una corriente acuosa diluida. El contaminante principal es un polímero *B* con peso molecular de 15000. Prediga los flujos iniciales de *A* y *B* si la membrana tiene una porosidad de 45%, un tamaño medio de poro de 0.05 μm , y un espesor de 30 μm , y la solución de alimentación contiene 1% de *A* y 1% de *B*. Las resistencias de la capa límite son despreciables, y se supone agua pura en el lado del producto.
- 26.4.** Se sospecha que un separador de fibra hueca utilizado para ósmosis inversa tiene defectos en la capa densa 0.1 μm , puesto que la supresión de la sal es sólo 97% cuando se probó con agua de mar a 1000 lb_f/in^2 absolutas, y la supresión predicha es 99.5%. La medición del flujo del producto es 6.5 gal/día $\cdot \text{ft}^2$. *a)* Si los defectos son 0.01 μm orificios en la capa densa, ¿cuántos orificios por centímetro cuadrado se necesitarán para explicar el valor más bajo de la supresión de la sal? *b)* ¿Cuál es la fracción correspondiente del área de orificios en la capa densa? *c)* ¿Cuál será el flujo del producto si los orificios fueron sellados sin aumentar el espesor de la membrana?
- 26.5.** Demuestre cómo el flux de agua y la supresión de la sal pueden cambiar con la presión de la corriente de entrada para una membrana asimétrica perfecta de acetato de celulosa y una alimentación con una presión osmótica de 20 atm. Utilice los valores de difusividad y solubilidad para el NaCl.
- 26.6.** *a)* Calcule la caída de presión interna para un separador de fibra hueca para oxígeno-nitrógeno que tiene fibras con diámetro externo de 600 μm y diámetro interno de 400 μm , de 1.0 m de largo. Cuando $P_1 = 75 \text{ lb}_f/\text{in}^2$ absolutas y $P_2 \approx 15 \text{ lb}_f/\text{in}^2$ absolutas, el flujo del permeado es 2.0 L/min $\cdot \text{m}^2$. *b)* ¿Cuál será la caída de presión interna para $L = 5 \text{ m}$?

- 26.7.** La pervaporación se utiliza para producir etanol prácticamente puro a partir de una alimentación con 90% de etanol y 10% de agua. La alimentación entra a 80 °C, y el diseño demanda recalentamiento del líquido después que la temperatura ha descendido a 70 °C. ¿Cuántas etapas y cuántos calentadores serán necesarios?
- 26.8.** Las velocidades de permeación de CH_4 y CO_2 en una membrana GASEP a 80 °F fueron 0.00205 y 0.0413 $\text{ft}^3(\text{condiciones estándar})/\text{ft}^2 \cdot \text{h} \cdot (\text{lb}_f/\text{in.}^2)$, respectivamente. A 100 °F los valores correspondientes fueron 0.00290 y 0.0425. *a)* Calcule las energías de activación aparentes para la permeación de CH_4 y CO_2 . *b)* Prediga las permeabilidades y la selectividad del CO_2/CH_4 a 130 °F.
- 26.9.** Una mezcla de tres componentes a 600 $\text{lb}_f/\text{in.}^2$ absolutas se alimenta a un separador de membrana con una presión del permeado de 120 $\text{lb}_f/\text{in.}^2$ absolutas. La mezcla tiene 50% de *A*, 30% de *B* y 20% de *C*, y las permeabilidades son $Q_A = 0.4$, $Q_B = 0.1$, y $Q_C = 0.15$, todas en $\text{ft}^3(\text{estándar})/\text{ft}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{atm}$. Estime la composición local del permeado en el extremo de entrada del separador.
- 26.10.** *a)* Utilice los datos de la tabla 26.2 para estimar la selectividad de la membrana para N_2/CH_4 basada en la fuerza impulsora promedio. *b)* Explique por qué no puede utilizarse el mismo método para estimar la selectividad de H_2/CH_4 . *c)* ¿Cómo podría determinarse la selectividad de H_2/CH_4 a partir de esos datos?
- 26.11.** El separador de fibra hueca del ejemplo 26.1 tiene fibras de $300 \times 600 \mu\text{m}$, 1 m de longitud y un área externa de 5.2 m^2 . *a)* Con un flujo de permeado de 3.1 L(STP)/min, ¿cuáles son la velocidad de salida y la caída de presión en el lumen de la fibra? *b)* Si un separador fuera hecho con la misma membrana en la forma de fibras de $150 \times 300 \mu\text{m}$, ¿cuál sería la caída de presión?
- 26.12.** Un sistema de membrana que trata aire con 1% CFC-11 produce un residuo con 0.1% CFC-11 y un permeado de 4.9% CFC-11 con una etapa de corte de 19%, $R = 0.05$. *a)* ¿Cuál es la selectividad? *b)* Si el permeado se envía a una segunda unidad más pequeña operando al mismo valor de R , ¿qué composición del permeado podría alcanzarse si el residuo de la segunda unidad contiene 1% de CFC-11?
- 26.13.** Un folleto de la Permea Corporation afirma que el incremento de la presión de operación desde 90 hasta 180 $\text{lb}_f/\text{in.}^2$ aumenta la productividad del nitrógeno del aire en las unidades de separación de membranas por un factor de 2.3. La pureza del nitrógeno se mantiene igual a 97%. ¿Por qué no es proporcional la velocidad del flujo del permeado a la diferencia de presiones a lo largo de la membrana?
- 26.14.** Un separador de membrana de fibra hueca con una selectividad O_2/N_2 de 6.0 se opera con presiones de alimentación y de permeación de 5.0 y 1.0 atm. *a)* ¿Cuál es la concentración máxima de oxígeno que se podría obtener si sólo se produce una pequeña cantidad de permeato?; *b)* si el permeato se comprime a 5 atm y se envía a una unidad de membrana similar, ¿qué concentración de oxígeno se podría obtener?
- 26.15.** Se utiliza ósmosis inversa para producir agua pura a partir de agua de mar que tiene una concentración de sal de 35 000 ppm y una presión osmótica de 10 $\text{lb}_f/\text{in.}^2$ por cada 1 000 ppm. La presión de ingreso es de 900 $\text{lb}_f/\text{in.}^2$ manométricas y 40% de la alimentación se recupera como agua potable. *a)* Si la eficiencia de la bomba de alimentación es de 80% y sólo se considera el trabajo de la bomba, ¿cuál es la eficiencia termodinámica del proceso?; *b)* si el agua salobre gastada se descarga a través de una turbina con 85% de eficiencia, ¿cuál es la eficiencia termodinámica?

- 26.16.** Se estudió la separación de mezclas de tolueno-etanol usando una membrana de polietileno en una pequeña celda de pervaporación.³⁶ Con una atmósfera de presión y 30 °C en el lado de la corriente de ingreso y un vacío completo sobre el lado del permeato, las tasas de permeabilidad del componente puro fueron de $3.89 \times 10^{-4} \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$ para el tolueno y $0.273 \times 10^{-4} \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$ para el etanol. Con 50% en volumen de tolueno en el líquido, los fluxes fueron de $2.5 \times 10^{-4} \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$ para el tolueno, y de $0.5 \times 10^{-5} \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$ para el etanol. Calcule la selectividad basada en la fracción mol de tolueno en el permeato y en la solución. Compare esto con la selectividad esperada de los datos del componente puro, despreciando las interacciones entre los componentes.
- 26.17.** Una membrana en espiral usada para concentrar jugo de manzana por ósmosis inversa se probó inicialmente con agua pura a temperaturas desde 20 hasta 40 °C.¹ El flux fue proporcional a la presión de transmembrana para presiones de hasta 3 Mpa y la pendiente cambió con la temperatura tal como se muestra en la tabla. *a)* ¿Varía la permeabilidad con T/μ como lo sugiere la ecuación de Wilke-Chang, o con alguna otra función de T , μ y ρ ? ¿Cuál es la energía de activación efectiva para el transporte de agua a través de la membrana?

T , °C	20	25	30	35	40
Pendiente, $\text{L/h} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{MPa}$	28.26	31.87	37.17	39.74	43.08

REFERENCIAS

1. Alvarez, S., F.A. Riera, R. Alvarez y J. Coca. *Ind. Eng. Chem. Res.* **40**: 4925 (2001).
2. Alvarez, S., F.A. Riera, R. Alvarez y J. Coca. *Ind. Eng. Chem. Res.* **41**: 6156 (2002).
3. Aptel, P. y Ne'el: en P.M. Bungay, H.K. Lonsdale y M.N. dePinho (eds.). *Synthetic Membranes: Science, Engineering and Applications*. Boston: Dordrecht, 1986, p. 403.
4. Baker, R.W., J.G. Wijmans y H. Kaschemekat. *J. Membrane Sci.* **151**: 55 (1998).
5. Baker, R.W. y J.G. Wijmans: en D.R. Paul y Y.P. Yampol'skii (eds.). *Polymeric Gas Separation Membranes*. Boca Ratón, FL: CRC Press, 1994.
6. Beaver, E.R. y P.V. Bhat. *AIChE Symp. Ser.* **84**(261): 113 (1998).
7. Binning, R.C., R.J. Lee, J.F. Jennings y E.C. Martins. *Ind. Eng. Chem.* **53**: 45 (1961).
8. Crank, J. y J.S. Park (eds.). *Diffusion in Polymers*. Nueva York: Academic, 1968.
9. Harriott, P. y B. Kim. *J. Colloid Interface Sci.* **115**: 1 (1987).
10. Harriot, P. y S.V. Ho. *J. Membrane Sci.* **135**: 55 (1997).
11. Henis, J.M.S. y M.K. Tripodi. *Separation Sci. Technol.* **15**: 1059 (1980).
12. Ho, S.V., P.W. Sheridan y E. Krupetsky. *J. Membrane Sci.* **112**: 13 (1996).
13. Hogsett, J.E. y W.H. Mazur. *Hydrocarbon Proc.* **62**(8): 52 (1983).
14. Hwang, S.T. y J.M. Thorman. *AIChE J.* **26**: 558 (1980).
15. Kirk, R.E., D.F. Othmer (eds.). *Encyclopedia of Chemical Technology*, 3a. ed., vol 7. Nueva York: Wiley, 1979, p. 639.
16. Koros, W.J. y R.T. Chern: en R. W. Rousseau (ed.). *Handbook on Separation Process Technology*. Nueva York: Wiley, 1987, p. 862.
17. Lee, S.Y. y B.S. Minahs. *AIChE Symp. Ser.* **84**(26): 93 (1988).
18. Lipski, C. y P. Coté. *Environ. Prog.* **9**: 254 (1990).
19. Loeb, S y S. Sourirajan. *Adv. Chem. Ser.* **38**: 117 (1962).
20. Lokhandwala, K.A., S. Segelke, R. Nguyen, R.W. Baker, T.T. Su y L. Pinnau. *Ind. Eng. Chem. Res.* **38**: 3606 (1999).
21. Lonsdale, H.K.: en U. Merten (ed.). *Desalination by Reverse Osmosis*. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1996, p. 93.

22. Lonsdale, H.K.: en P.M. Bungay, H.K. Lonsdale y M.N. dePinho (eds.). *Synthetic Membranes: Science, Engineering, and Applications*. Boston: Dordrecht, 1986, p. 307.
23. MacLean, D.L., D.J. Stookey y T.R. Metzger. *Hydrocarbon Proc.* **62**(8): 47 (1983).
24. Matson, S.L., J. Lopez y J.A. Quinn. *Chem. Eng. Sci.* **38**: 503 (1983).
25. "Medal Membrane Separation System Brochure, Du Pont-Air Liquide", 1989.
26. Pan, C.Y. *AIChE J.* **29**: 545 (1983).
27. Perry, R.H. y D.W. Green (eds.). *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1997, pp. 4-22.
28. Prasad, R. y K.K. Sirkar. *AIChE J.* **33**: 1057 (1987).
29. Psaume, R., P. Aptel, Y. Aurelle, J.C. Mora y J.L. Bersillon. *J. Membrane. Sci.* **36**: 373 (1988).
30. Reahl, E.R. *Desalination*, **78**: 77 (1990).
31. Reid, C.E. y E.J. Breton. *J. Appl. Polym. Sci.* **1**: 133 (1959).
32. Renkin, E.M., *J. Gen. Physiol.* **38**: 225 (1954).
33. Schell, W.J. y C.D. Houston: en T.E. Whyte, Jr. C.M. Yon y E.H. Wagener (eds.). "Industrial Gas Separations", *Am. Chem. Soc. Symp. Ser.* **223**: 125 (1983).
34. Sedigh, M.G., L. Xu, T.T. Tsotsis y M. Sahilmi. *Ind. Eng. Chem. Res.* **38**: 3367 (1999).
35. Sherwood, T.K., P.L. T. Brian, R.E. Fisher y L. Dresser. *Ind. Eng. Chem. Fund.* **4**: 113 (1965).
36. Villauenga, J.P.G., M. Khayet, P. Godino, B. Seoane y J.I. Mengual, *Ind. Eng. Chem. Res.* **42**: 386 (2003).
37. Walawender, W. y S.A. Stern. *Separation Sci.* **7**: 553 (1972).
38. Wesslein, M.A., A. Heintz y R.N. Lichtenhaler: *J. Membrane Sci.* **51**: 169 (1990).
39. Wijmans, J.G., L. Athayde, R. Daniels, J.H.L y, H.D. Kumaruddin e I. Pinnau. *J. Membrane Sci.* **109**: 135 (1996).
40. Williams, M.E., D. Battachanga, R.J. Ray y S.B. McCay, en W.S. W. Ho y K.K. Sirkar (eds.). *Membrane Handbook*. Nueva York: Van Nostrand Reinhold, 1992, p. 312.
41. Yang, M.C. y E.L. Cussler. *AIChE J.* **32**: 1910 (1986).
42. Zolandz, R.R. y G.K. Fleming, en W.S.W. Ho y K.K. Sirkar (eds.). *Membrane Handbook*. Nueva York: Van Nostrand Reinhold, 1992, p. 25.

CAPÍTULO 27

Cristalización

Cristalización es la formación de partículas sólidas a partir de una base homogénea. La formación de partículas sólidas puede tener lugar a partir de un vapor, como la nieve, mediante la solidificación de un líquido fundido, como ocurre en la formación de grandes monocristales, o bien como cristalización de una solución líquida. El tratamiento en este capítulo se restringe al último caso. Los principios y conceptos que se exponen son aplicables tanto a la cristalización de un soluto disuelto en el seno de una solución saturada como a la cristalización de parte del propio solvente, en la formación de cristales de hielo a partir de agua de mar o de otras soluciones salinas diluidas.

La cristalización de soluciones es importante en la industria debido a la gran variedad de materiales que se comercializan en forma cristalina. Su amplia utilidad se debe a dos razones: un cristal formado a partir de una solución impura es esencialmente puro (excepto que se formen cristales mixtos), y la cristalización proporciona un método práctico para la obtención de sustancias químicas puras en una condición adecuada para su envasado y su almacenamiento.

Magma. En la cristalización industrial de una solución, la mezcla bifásica formada por los líquidos madres y los cristales de todos los tamaños, contenida en un cristizador y que se saca como producto, recibe el nombre de *magma*.

Pureza del producto

Un cristal sólido, bien formado por sí solo es casi puro, pero retiene líquido madre cuando se ha eliminado a partir del magma final, y si la cosecha contiene agregados cristalinos, es posible ocluir cantidades considerables de líquido madre dentro la masa del sólido. Cuando el líquido madre de baja pureza retenido se seca sobre el producto, existe contaminación, cuya intensidad depende de la cantidad y el grado de impureza del líquido madre retenido por los cristales.

En la práctica, la mayor parte del líquido madre es separado de los cristales por filtración o centrifugación, y el balance se elimina por lavado con solvente fresco. Las efectividades de estos pasos de purificación dependen del tamaño y uniformidad de los cristales.

Importancia del tamaño de los cristales

No cabe duda que una buena producción y una elevada pureza son dos objetivos importantes de la cristalización, pero el aspecto y el intervalo de tamaños del producto cristalino también es importante. Si los cristales van a ser posteriormente procesados, por filtración, lavado, reacción con otros productos químicos, transporte y almacenamiento, es deseable que su tamaño sea adecuado y uniforme. Si los cristales se comercializan como un producto acabado, la aceptación por los consumidores exige cristales individuales resistentes de tamaño uniforme, que no formen agregados y que no se aglomeren en el envase. Por estas razones es preciso controlar la *distribución del tamaño de los cristales* (CSD, *crystal size distribution*); éste es uno de los principales objetivos que se tiene en cuenta en el diseño y operación de cristalizadores.

GEOMETRÍA DE LOS CRISTALES

Un cristal es el tipo de materia no viva más altamente organizada. Se caracteriza por el hecho de que sus partículas constituyentes, que pueden ser átomos, moléculas o iones, están dispuestas en formaciones ordenadas de forma tridimensional llamadas redes espaciales. Como consecuencia de esta disposición de partículas, cuando los cristales se forman sin la interferencia de otros cristales o cuerpos extraños, se presentan como poliedros con vértices agudos y caras planas. Aunque los tamaños relativos de las caras y las distancias entre vértices de distintos cristales del mismo material pueden ser muy diferentes, los ángulos formados por caras correspondientes de todos los cristales del mismo material son iguales y característicos de ese material.

Sistemas cristalográficos

Puesto que todos los cristales de una determinada sustancia tienen los mismos ángulos entre las superficies de contacto, a pesar de que existan grandes diferencias en lo que respecta al desarrollo de las caras individuales, es posible clasificar las formas de los cristales con base en estos ángulos. Las siete clases son cúbico, hexagonal, trigonal, tetragonal, ortorrómbico, monoclinico y triclínico. Un determinado material puede cristalizar en dos o más sistemas diferentes dependiendo de las condiciones de cristalización. Por ejemplo, el carbonato de calcio se presenta con más frecuencia en la naturaleza en la forma hexagonal (como calcita), pero también existe en la forma ortorrómbica (aragonita).

Cristales invariantes

En condiciones ideales, un cristal en crecimiento, mantiene la semejanza geométrica durante el crecimiento. Tal cristal recibe el nombre de *invariante*. La figura 27.1 muestra

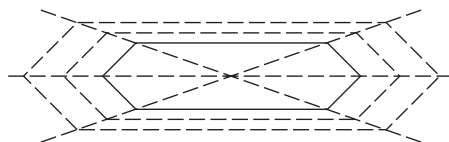


FIGURA 27.1

Crecimiento de un cristal invariante.

secciones transversales de un cristal invariante durante su crecimiento. Cada uno de los polígonos de la figura representa el contorno exterior del cristal a un tiempo diferente. Puesto que el cristal es invariante, estos polígonos son geoméricamente semejantes y las líneas de trazos punteados que unen los vértices de los polígonos con el centro del cristal son rectas. El punto central puede considerarse como la localización del núcleo original desde el que ha crecido el cristal. La velocidad de crecimiento de una cara cualquiera se mide por su velocidad de traslación de la cara desde una posición dada, siguiendo la dirección de la recta que parte del centro del cristal, y es perpendicular a la superficie de la cara. Excepto que el cristal sea un poliedro regular, las velocidades de crecimiento de las distintas caras de un cristal invariante no son iguales.

El tamaño del cristal puede ser especificado por esta longitud característica L , definida como $\Phi_s D_p$. Por lo tanto, a partir de un arreglo de la ecuación (7.10)

$$L = \frac{6v_p}{s_p} \quad (27.1)$$

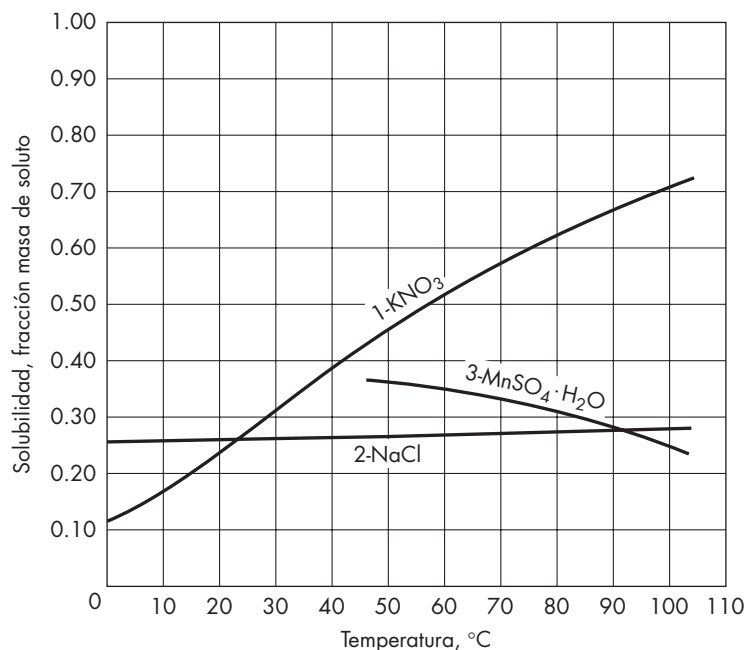
donde v_p y s_p son el volumen y el área de la superficie total del cristal, respectivamente, y Φ_s es la esfericidad. Esto es satisfactorio con sólidos regulares para los cuales Φ_s es cercana a 1.0, pero no para discos y agujas con valores muy pequeños de Φ_s . En la práctica, L por lo general se toma como igual al tamaño determinado por tamizado.

El concepto de crecimiento invariante es útil en el análisis del proceso de cristalización, aunque por supuesto en la mayor parte de los cristalizadores las condiciones no son ideales, y el crecimiento se aparta del invariante. En casos extremos una de las caras puede crecer mucho más rápido que cualquiera de las otras, dando lugar a cristales alargados en forma de agujas. El lento crecimiento de una cara da lugar a cristales de un plato delgado o en forma de disco, típico de hielo formado a partir de una solución acuosa.

Aun con cristales invariantes las diferentes caras de un cristal en crecimiento normalmente tienen diferentes velocidades traslacionales. Esto puede afectar de manera grave la forma y apariencia del cristal. Debido a lo que se conoce como *principio de traslapamiento*, las caras con bajas velocidades traslacionales pueden dominar el proceso de crecimiento de modo que las caras con altas velocidades disminuyan y terminen por desaparecer. Sólo sobreviven las caras con las más bajas velocidades traslacionales. De manera inversa, cuando un cristal se está disolviendo, las caras con bajas velocidades traslacionales desaparecen y sólo aquéllas con las velocidades más altas sobreviven.^{16c}

EQUILIBRIOS Y RENDIMIENTOS

El equilibrio en los procesos de cristalización se alcanza cuando la solución está saturada y la relación de equilibrio para los cristales grandes es la curva de solubilidad. (Según se verá después, la solubilidad de los cristales extraordinariamente pequeños es mayor que la de los cristales de tamaño ordinario.) Los datos de solubilidad se encuentran en tablas estándar.^{16a,25} En la figura 27.2 se presentan curvas de solubilidad en función de la temperatura. La mayor parte de los materiales presentan curvas similares a la curva 1 para KNO_3 ; es decir, la solubilidad aumenta más o menos rápido con la temperatura.

**FIGURA 27.2**

Curvas de solubilidad para 1) KNO₃, 2) NaCl y 3) MnSO₄ · H₂O en solución acuosa.

Unas pocas sustancias siguen curvas como la curva 2 para NaCl, con poca variación de la solubilidad con la temperatura; otras presentan lo que se llama *curva de solubilidad invertida* (curva 3 para MnSO₄ · H₂O), lo que indica que su solubilidad disminuye al aumentar la temperatura.

Muchas sustancias inorgánicas importantes cristalizan con agua de cristalización. En algunos casos se forman diferentes hidratos, dependiendo de la concentración y la temperatura, y los equilibrios de fases en tales sistemas pueden ser muy complicados. Los diagramas de fases para el sistema sulfato de magnesio-agua se representan en la figura 27.3. La concentración, en fracción de masa de sulfato de magnesio anhidro, se representa frente a la temperatura de equilibrio en grados Fahrenheit. Toda el área situada encima y a la izquierda de la línea quebrada continua representa soluciones no saturadas de sulfato de magnesio en agua. La línea quebrada *eagfhij* representa la solidificación completa de la solución líquida para formar varias fases sólidas. El área *pae* representa mezclas de hielo y solución saturada. Toda solución que contenga menos de 16.5% de MgSO₄ precipita hielo cuando la temperatura alcanza la línea *pa*. La línea quebrada *abcdq* es la curva de solubilidad. Cualquier solución más concentrada que 16.5% precipita, al enfriar, un sólido cuando la temperatura alcanza esta línea. El sólido que se forma en el punto *a* se denomina *eutéctico*. Consiste en una íntima mezcla mecánica de hielo y MgSO₄ · 12H₂O. Entre los puntos *a* y *b* los cristales son MgSO₄ · 12H₂O; entre *b* y *c* la fase sólida es MgSO₄ · 7H₂O (sal de epsom); entre *c* y *d* los cristales son MgSO₄ · 6H₂O;

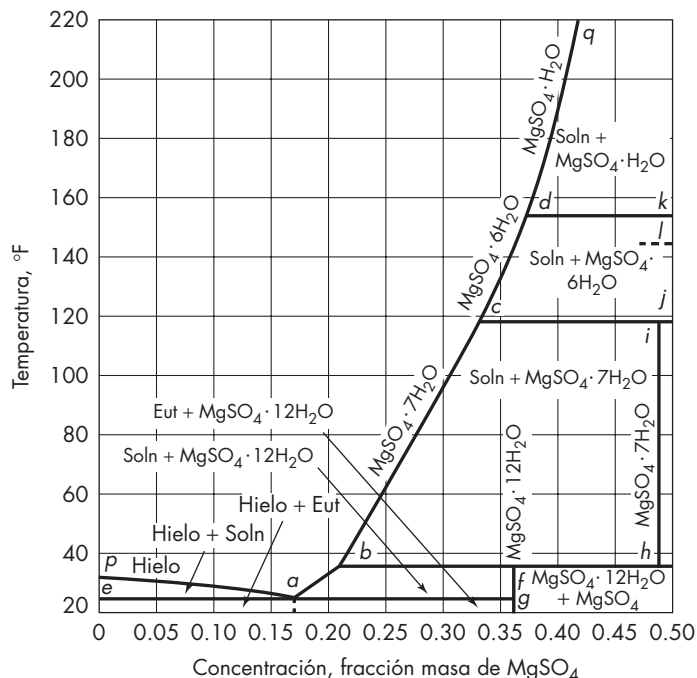
**FIGURA 27.3**

Diagrama de fases, sistema $\text{MgSO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$. [Tomado, con autorización, de J. H. Perry (ed.), *Chemical Engineers' Handbook*, 4a. ed. Copyright, 1963, McGraw-Hill Book Company.]

y por encima del punto d son $\text{MgSO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$. En el área $cibh$ el sistema en equilibrio consiste en una mezcla de solución saturada y $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ cristalino. En el área $dkjc$ la mezcla consta de solución saturada y cristales de $\text{MgSO}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$. En el área qdk la mezcla es solución saturada y $\text{MgSO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$.

Rendimientos

En muchos procesos industriales de cristalización, los cristales y los líquidos madres están en contacto suficiente tiempo para alcanzar el equilibrio y los líquidos madres están saturados a la temperatura final del proceso. El rendimiento del proceso se calcula entonces a partir de la concentración de la solución original y la solubilidad para la temperatura final. Si durante el proceso se produce una evaporación apreciable, ésta debe conocerse o estimarse.

Cuando la velocidad de crecimiento de los cristales es lenta se requiere un tiempo considerable para alcanzar el equilibrio. Esto se cumple en especial cuando la solución es viscosa o cuando los cristales se acumulan en el fondo del cristizador, de forma que hay poca superficie de cristales expuesta a la solución sobresaturada. En tales condiciones los líquidos madres finales pueden retener una apreciable sobresaturación y el rendimiento real será menor que el calculado a partir de la curva de solubilidad.

Si los cristales son anhidros, los cálculos de rendimiento son sencillos ya que la fase sólida no contiene solvente. Cuando la cosecha contiene agua de cristalización es preciso tener en cuenta el agua que acompaña a los cristales, ya que esta agua no está disponible para el soluto que queda en solución. Los datos de solubilidad se dan en general bien en partes de masa de material anhidro por 100 partes de masa de solvente total o en fracción masa de soluto anhidro. Estos datos ignoran el agua de cristalización. La clave para los cálculos del rendimiento de solutos hidratados es expresar todas las masas y concentraciones en función de sal hidratada y agua libre. Puesto que esta última cantidad es la que permanece en la fase líquida durante la cristalización, las concentraciones y cantidades basadas en el agua libre puede restarse para obtener el resultado correcto.

EJEMPLO 27.1 Una solución consistente en 30% de MgSO_4 y 70% de H_2O se enfría hasta 60°F . Durante el enfriamiento se evapora 5% del agua total del sistema. ¿Cuántos kilogramos de cristales se obtendrán por 1 000 kg de mezcla original?

Solución A partir de la figura 27.3 se observa que los cristales son $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ y que la concentración del líquido madre es 24.5% de MgSO_4 anhidro y 75.5% de H_2O . Por cada 1 000 kg de solución original, el agua total es $0.70 \times 1000 = 700$ kg. La evaporación es $0.05 \times 700 = 35$ kg. Los pesos moleculares del MgSO_4 y $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ son 120.4 y 246.5, respectivamente, de forma que la cantidad total de $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ en la carga es $1000 \times 0.30(246.5/120.4) = 614$ kg, y el agua libre es $1000 - 35 - 614 = 351$ kg. En 100 kg de líquido madre hay $24.5(246.5/120.4) = 50.16$ kg de $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ y $100 - 50.16 = 49.84$ kg de agua libre. Por lo tanto, el $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ en el líquido madre es $(50.16/49.84)351 = 353$ kg. La cosecha final es $614 - 353 = 261$ kg.

Balances de entalpía

En los cálculos de los balances de calor en cristalizadores, el calor de cristalización es importante. Éste es el calor latente desprendido cuando se forma el sólido a partir de la solución. La cristalización es por lo general exotérmica y el calor de cristalización varía con la temperatura y la concentración. El calor de cristalización es igual al calor absorbido por los cristales al disolverse en una solución saturada y puede obtenerse a partir del calor de solución en una cantidad muy grande de solvente y el calor de dilución de la solución desde la saturación hasta una gran dilución. Se dispone² de datos de calores de solución y dilución, los cuales, junto con los datos de calores específicos de las soluciones y de los cristales, se utilizan para construir gráficas entalpía-concentración como la de la figura 16.6, pero ampliadas para incluir las fases sólidas. El diagrama es en especial útil para calcular balances de entalpía en los procesos de cristalización. En la figura 27.4 se muestra un diagrama H - x , que incluye entalpías de las fases sólidas, para el sistema MgSO_4 y H_2O . Este diagrama es consistente con el diagrama de fases de la figura 27.3. Al igual que antes, las entalpías están dadas en Btu por libra. Las entalpías están referidas a 1 lb de mezcla total, sin importar el número de fases de la mezcla. El área situada sobre la línea $pabcdq$ representa entalpías de soluciones no saturadas de MgSO_4 en H_2O y las isothermas en esta área tienen el mismo significado que las de la figura 16.6. El área eap de la figura 27.4 representa las mezclas en equilibrio de hielo y soluciones congelantes de MgSO_4 . El punto n representa hielo a 32°F . El triángulo isotérmico (25°F) age representa las entalpías de todas las combinaciones de hielo con

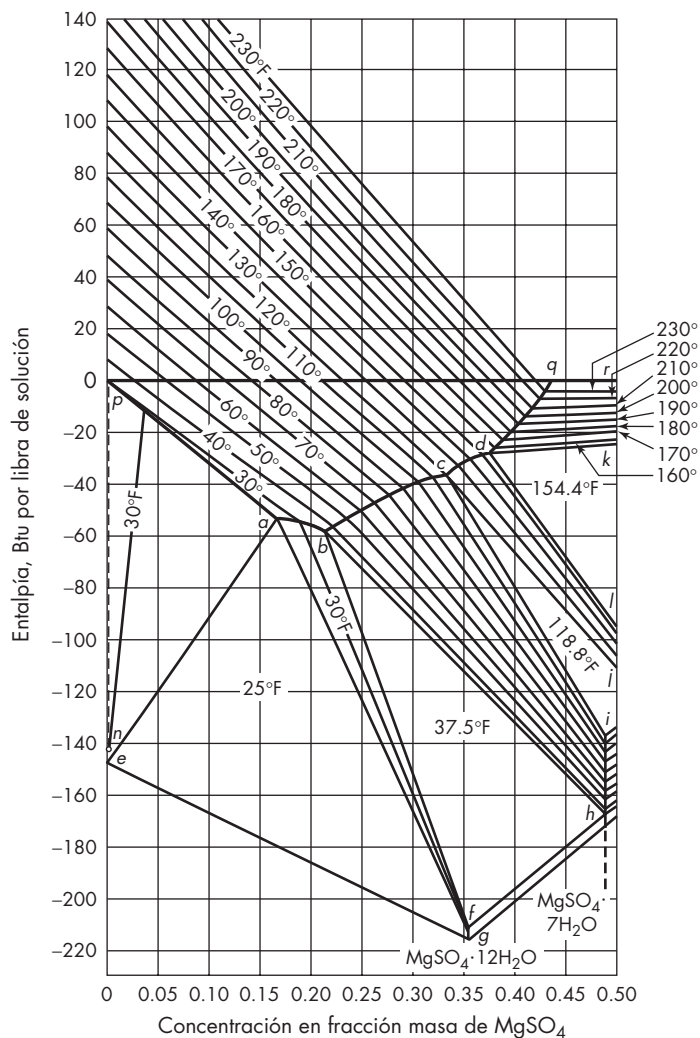
**FIGURA 27.4**

Diagrama entalpía-concentración, sistema $\text{MgSO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$. La referencia es agua líquida a 32 °F (0 °C). [Tomada, con autorización, de J. H. Perry (ed.), *Chemical Engineers' Handbook*, 4a. ed. Copyright 1963, McGraw-Hill Book Company.]

eutéctico parcialmente solidificado o de eutéctico parcialmente solidificado con $\text{MgO}_4 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$. El área *abfg* representa los puntos entalpía-concentración para todos los magmas consistentes en cristales de $\text{MgSO}_4 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$ y líquidos madres. El triángulo isotérmico (35.7°F) *bhf* muestra la transformación de $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ a $\text{MgSO}_4 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$, y esta área representa mezclas formadas de una solución saturada que contiene 21% de MgSO_4 , $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ sólido y $\text{MgSO}_4 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$ sólido. El área *cihb* representa todos los magmas de $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ y líquidos madres. El triángulo isotérmico (118.8°F) *cji* representa

las mezclas formadas por una solución saturada que contiene 33% de MgSO_4 , $\text{MgSO}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ sólido y $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ sólido. El área *dljc* representa las entalpías de $\text{MgSO}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ y líquidos madres. El triángulo isotérmico (154.4°F) *dkl* representa mezclas de una solución saturada que contiene 37% de MgSO_4 , $\text{MgSO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$ sólido y $\text{MgSO}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ sólido. El área *qrkd* es parte del campo que representa soluciones saturadas en equilibrio con $\text{MgSO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$.

EJEMPLO 27.2 Una solución de 32.5% de MgSO_4 a 120 °F (48.9 °C) se enfría, sin evaporación apreciable, hasta 70 °F (21.1 °C) en un cristizador discontinuo refrigerado con agua. ¿Qué cantidad de calor es preciso retirar de la solución por tonelada de cristales?

Solución La solución inicial está representada por el punto de la figura 27.4 para una concentración de 0.325 en el campo de solución no saturada sobre una isoterma de 120 °F. La coordenada de entalpía de este punto es -33.0 Btu/lb. El punto para el magma final está situado sobre la isoterma de 70 °F en el área *cihb* para la concentración 0.325. La coordenada de entalpía para este punto es -78.4. Por cada 100 lb de solución original la variación de entalpía de la solución es:

$$100(33.0 - 78.4) = -4\,540 \text{ Btu}$$

Esto corresponde a un desprendimiento de calor de 4 540 Btu/100 lb ($1.06 \times 10^5 \text{ J/kg}$).

La separación de la suspensión final entre cristales y líquidos madres se puede obtener a partir de los balances de materia convencionales o por el llamado “principio del centro de gravedad”, según el cual, en una mezcla de dos fases, las masas de las dos fases son inversamente proporcionales a las diferencias entre sus concentraciones y la de la mezcla global. Este principio es aplicable a la isoterma de 70 °F en ambas figuras 27.3 o 27.4. La concentración de los líquidos madres es 0.259, y la de los cristales es 0.488. Por lo tanto, los cristales son,

$$100 \left(\frac{0.325 - 0.259}{0.488 - 0.259} \right) = 28.8 \text{ lb/100 lb de suspensión}$$

El calor desarrollado por tonelada de cristales es $(4\,540/28.8)(2\,000) = 315\,000 \text{ Btu/ton}$ ($3.66 \times 10^5 \text{ J/kg}$).

Sobresaturación

Los balances de entalpía y de materia no arrojan luz en CSD (*crystal size distribution*) del producto de un cristizador. Las leyes de conservación se cumplen lo mismo si el producto es un cristal muy grande o un conjunto de muchos cristales pequeños.

En la formación de un cristal se requiere de dos etapas: 1) el nacimiento de una nueva partícula, y 2) su crecimiento hasta tamaño macroscópico. La primera etapa recibe el nombre de *nucleación*. En un cristizador la CSD está determinada por la interacción de las velocidades de nucleación y crecimiento, y el proceso global es cinéticamente complicado. El potencial impulsor para ambas velocidades es la sobresaturación y en una solución no saturada o saturada no ocurre ni nucleación ni crecimiento. Por supuesto es posible que se formen cristales muy pequeños por rascado del recipiente que contiene una solución saturada y estos cristales actúan como núcleos para un crecimiento posterior si la solución está sobresaturada.

En las teorías de nucleación y crecimiento se utilizan unidades molares en vez de unidades de masa.

La sobresaturación puede generarse por uno o más de tres métodos. Si la solubilidad del soluto aumenta muy fuerte con el incremento de la temperatura, como ocurre en el caso de muchas sales inorgánicas, una solución saturada se transforma en sobresaturada por simple enfriamiento y reducción de la temperatura. Si la solubilidad es relativamente independiente de la temperatura, como en el caso de la sal común, una solución sobresaturada se puede generar por evaporación de una parte del solvente. Si no es deseable ni enfriamiento ni evaporación, como cuando la solubilidad es muy elevada, la sobresaturación se genera mediante la adición de un tercer componente. El tercer componente puede actuar físicamente mediante la formación, con el solvente original, de una mezcla de solventes en la que la solubilidad de soluto se reduce de manera brusca. Este proceso se llama salinación. Por otra parte, si se requiere una precipitación casi completa, se puede crear un nuevo soluto de manera química añadiendo un tercer componente que reacciona con el soluto original y forma una sustancia insoluble. Este proceso se llama precipitación. Mediante la adición de un tercer componente es posible crear muy rápido una sobresaturación muy grande.

Unidades para sobresaturación. La sobresaturación es la diferencia de concentración entre la solución sobresaturada en la que el cristal está creciendo y la de la solución en equilibrio con el cristal. Las dos fases están aproximadamente a la misma temperatura. Las concentraciones se definen bien como fracción molar del soluto, representada por y , o en mol de soluto por unidad de volumen de la solución, representados por c . Puesto que sólo se transfiere un componente a través de los límites de las fases, se omiten los subíndices de los componentes. Las dos sobresaturaciones se definen por las ecuaciones:

$$\Delta y \equiv y - y_s \quad (27.2)$$

$$\Delta c \equiv c - c_s \quad (27.3)$$

donde Δy = sobresaturación, fracción mol del soluto

y = fracción mol del soluto en la solución

y_s = fracción mol del soluto en la solución saturada

Δc = sobresaturación molar, moles por unidad de volumen

c = concentración molar de soluto en la solución

c_s = concentración molar de soluto en la solución saturada

Las sobresaturaciones definidas por las ecuaciones (27.2) y (27.3) están relacionadas por la ecuación,

$$\Delta c = \rho_M y - \rho_s y_s \quad (27.4)$$

donde ρ_M y ρ_s son las densidades molares de la solución y la solución saturada, respectivamente. En general, puesto que la sobresaturación en cristalizadores es pequeña, las densidades ρ_M y ρ_s se consideran iguales y se puede utilizar ρ_M para designar ambas cantidades. Por lo tanto,

$$\Delta c = \rho_M \Delta y \quad (27.5)$$

La relación de concentración α y la sobresaturación fraccional s están definidas por

$$\alpha \equiv \frac{c}{c_s} = 1 + \frac{\Delta c}{c_s} = \frac{y}{y_s} = 1 + \frac{\Delta y}{y_s} \equiv 1 + s \quad (27.6)$$

La cantidad $100s$ es el porcentaje de sobresaturación. En la práctica es en general menor que aproximadamente 2%.

La diferencia de temperatura como un potencial. Cuando la solubilidad aumenta de manera considerable con la temperatura, la sobresaturación se expresa como una diferencia de temperatura equivalente en vez de una diferencia de concentración. La relación entre estos potenciales impulsores se muestran en la figura 27.5, que contiene una pequeña sección de la curva de solubilidad en concentraciones molares. La región por encima de la línea representa una solución no saturada, mientras que las soluciones sobresaturadas están por debajo de dicha línea. El punto A se refiere a una solución saturada a la temperatura T_c , que es la temperatura del cristal en crecimiento, y el punto D a la solución sobresaturada que está en contacto con el cristal a la temperatura T . Puesto que el cristal al crecer desprende calor, T_c es un poco mayor que T , dando así lugar a una fuerza impulsora ΔT_h para la transferencia de calor desde el cristal hacia el líquido. Esta diferencia de temperatura es típicamente del orden de 0.01 a 0.02 °C. La sobresaturación α normalmente está basada en la temperatura global y , tal como indican los puntos E y D , es un poco superior a la sobresaturación real.

El punto B se refiere a una solución saturada de la misma composición que la solución sobresaturada en la que está creciendo el cristal. Corresponderá a una temperatura T_s , siendo $T_s > T$. El punto C se refiere a la temperatura T_c y a una concentración igual a la solución sobresaturada.

A partir de las ecuaciones (27.2) y (27.3) se representa el potencial de sobresaturación mediante el segmento AC . El potencial impulsor de la temperatura equivalente se representa por medio del segmento BC . El segmento AB de la curva de solubilidad se considera lineal para la pequeña concentración delimitada por la línea AC y el potencial de temperatura definido por:

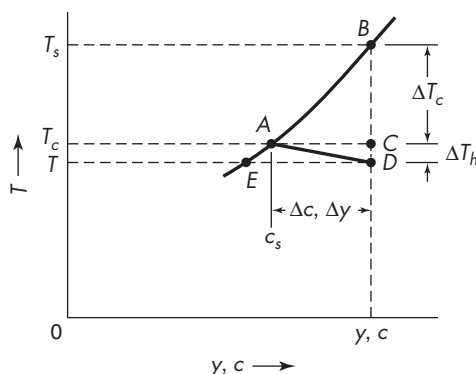


FIGURA 27.5

Potenciales de sobresaturación y temperatura.

$$\Delta T_c \equiv T_s - T_c = \kappa(y - y_s) = \kappa \Delta y = \frac{\kappa}{\rho_M} \Delta c \quad (27.7)$$

donde κ = pendiente de la línea T vs. y

ρ_M = densidad molar

En cristalizaciones a partir de soluciones acuosas, el potencial de temperatura es algo menor que el calculado a partir de la temperatura real T de la solución y su temperatura de saturación T_s . Puesto que ΔT_h es muy pequeña, la diferencia entre $T_s - T$ y $T_s - T_c$ casi siempre es insignificante.

NUCLEACIÓN

La velocidad de nucleación es el número de nuevas partículas formadas por unidad de tiempo y unidad de volumen de magma o de líquidos madres exentos de sólidos. Esta magnitud es el primer parámetro cinético que controla la CSD.

Orígenes de los cristales en cristalizadores

Si todas las fuentes de partículas están incluidas en el término nucleación, pueden ocurrir diferentes tipos de nucleación. Muchos de ellos sólo son importantes en tanto que hay que evitarlos. Pueden clasificarse en tres grupos: nucleación espúrea, nucleación primaria y nucleación secundaria.

Uno de los orígenes de los cristales es la fracción macroscópica, que es más afín a la trituration que a la nucleación real. Los cristalizadores con magma circulante están provistos de agitadores interiores o bombas externas rotatorias de circulación. En el impacto con estas partes móviles, los cristales blandos o débiles pueden romperse en fragmentos, formar esquinas y bordes redondeados y dar lugar así a nuevos cristales grandes o pequeños. Tales efectos también degradan la calidad del producto. La trituration es la única fuente de nuevos cristales que es independiente de la sobresaturación.

En ocasiones, sobre todo en trabajos experimentales, se añaden a los sistemas de cristalización cristales de siembra obtenidos en cristalizaciones previas. Los cristales de siembra por lo general llevan sobre sus superficies muchos cristales pequeños que se han formado durante el secado y almacenamiento de los mismos. Con frecuencia los cristales pequeños se desprenden y después crecen en la solución sobresaturada. Este fenómeno recibe el nombre de *crianza inicial*.²⁸ Se evita sometiendo los cristales a un tratamiento antes de utilizarlos, ya sea por contacto con solvente o solución no saturada, o mediante un crecimiento preliminar en una solución sobresaturada estancada.

El crecimiento relacionado con la nucleación espúrea ocurre para grandes sobresaturaciones o cuando la circulación del magma es deficiente. Se caracteriza por crecimientos anormales en forma de agujas o escobillas desde los extremos de los cristales que, en estas condiciones, pueden crecer mucho más rápido que las caras o lados. Las espigas son cristales imperfectos que están unidos al cristal principal por fuerzas débiles y que se separan para dar cristales de mala calidad. Este fenómeno recibe el nombre de *crianza acicular* (formación de aguja).²⁸

Otra imperfección relacionada con el crecimiento, no relacionada con la nucleación, es el llamado *crecimiento velado*, que ocurre para sobresaturaciones moderadas. Es el resultado de la oclusión de líquido madre en el interior de las caras cristalinas dando lugar a una superficie lechosa y a un producto impuro. La causa de crecimiento velado es un crecimiento demasiado rápido del cristal, que atrapa en sus caras líquido madre.

Las figuras 27.6 y 27.7, que corresponden al $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$, muestran la apariencia de cristales de buena e inferior calidad y la variación en calidad del producto para diferentes sobresaturaciones.

Es posible evitar todas las formas de nucleación espúrea haciendo que los cristales crezcan con sobresaturaciones bajas y utilizando sólo bombas y agitadores bien diseñados y operados.

Nucleación primaria

En la terminología científica la nucleación se refiere al nacimiento de cuerpos muy pequeños en el interior de una fase homogénea sobresaturada. Básicamente, el fenómeno de la nucleación es el mismo que el de la cristalización a partir de una solución, cristalización a partir de una fase fundida, condensación de gotas de niebla en un vapor subenfriado y generación de burbujas en un líquido sobrecalentado. En todos los casos la nucleación es una consecuencia de rápidas fluctuaciones locales a escala molecular en una fase homogénea que se encuentra en estado de equilibrio metaestable.⁷ El fenómeno básico recibe el nombre de *nucleación homogénea*, que está restringida a la formación de nuevas partículas dentro de una fase no influenciada en absoluto por ningún tipo de sólidos, incluyendo las paredes del recipiente y también las partículas submicroscópicas de sustancias extrañas.

Una variante de la nucleación homogénea tiene lugar cuando partículas sólidas de sustancias extrañas influyen sobre el proceso de nucleación catalizando un aumento de la velocidad de nucleación para una sobresaturación determinada o dando una velocidad finita en una sobresaturación donde la nucleación homogénea sólo ocurrirá después de un tiempo dilatado. Recibe el nombre de *nucleación heterogénea*.

Nucleación homogénea

En la cristalización a partir de soluciones casi nunca tiene lugar la nucleación homogénea, excepto quizás en algunas reacciones de precipitación. Sin embargo, los fundamentos del fenómeno son importantes para comprender los fundamentos de los tipos más útiles de nucleación.

Los núcleos cristalinos se forman a partir de los diferentes tipos de partículas: moléculas, átomos o iones. En soluciones acuosas pueden estar hidratados. Debido a su movimiento al azar, en un pequeño volumen, varias de estas partículas se asocian para formar lo que se llama un *racimo* (*chister*) —una agregación bastante desunida que en general desaparece mas rápido—. Sin embargo, de forma ocasional las partículas se asocian en número suficiente para formar un *embrión*, en el que existen los comienzos de una disposición reticular, así como la formación de una fase nueva y separada. La mayor parte de los embriones tienen una vida muy corta y se reierten a clusters o partículas individuales, pero si la sobresaturación es suficientemente grande, un embrión

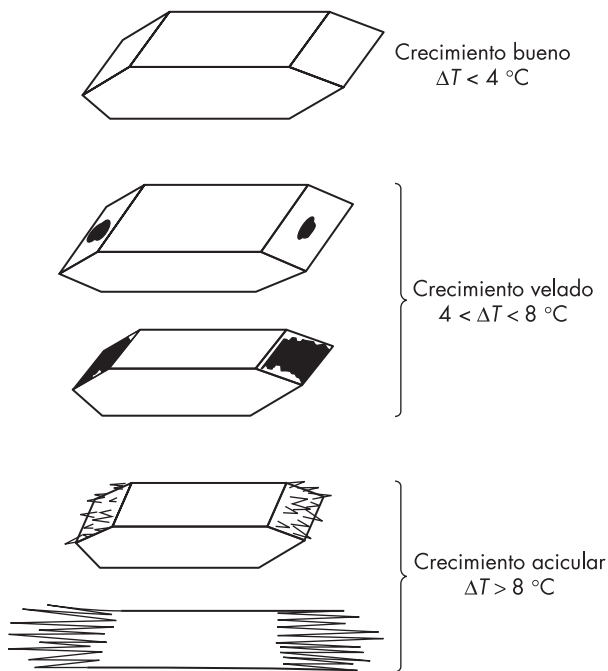


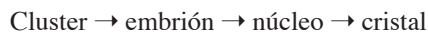
FIGURA 27.6
Ilustración de los regímenes de crecimiento. (Según Clontz y McCabe.⁴)

TEMPERATURA, °C Saturación, T_s	CRECIMIENTO	NUCLEACIÓN	
		Ausencia de contacto cristal-sólido	Presencia de contacto cristal-sólido
$T_s - 1$	CRECIMIENTO BUENO	NO NUCLEACIÓN	Región de mejor operación
$T_s - 4$	CRECIMIENTO VELADO		
$T_s - 8$	CRECIMIENTO DENDRÍTICO ACICULAR EN ESCOBA	ASTILLADO Y TRITURACIÓN DE FRAGMENTOS	ASTILLADO Y TRITURACIÓN DE CRISTALES QUE COLISIONAN
$T_s - 16$		NUCLEACIÓN HETEROGÉNEA	

FIGURA 27.7
Efecto de la sobresaturación sobre el crecimiento de los cristales y el tipo de nucleación para $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$. (Adaptado de la Ref. 5.)

puede crecer hasta un tamaño tal que esté en equilibrio termodinámico con la solución. Entonces recibe el nombre de *núcleo*, que es la menor agrupación de partículas que no se redisuelve y que, por lo tanto, crece para formar un cristal. El número de partículas que se requieren para formar un núcleo estable varía entre unas pocas y varios centenares. Para el agua líquida es del orden de 80.

Los núcleos están en un estado de equilibrio inestable: si un núcleo pierde unidades se disuelve, mientras que si gana unidades crece y se transforma en un cristal. Por lo tanto, la secuencia de etapas en la evolución de un cristal es,



Equilibrio

Desde el punto de vista de la termodinámica, la diferencia entre una partícula pequeña y una grande a la misma temperatura reside en que la partícula pequeña posee una cantidad significativa de energía superficial por unidad de masa mientras que la grande no. Una consecuencia de esta diferencia es que la solubilidad de un cristal pequeño, en el intervalo de tamaño inferior al micrómetro, es mayor que la de un cristal grande. Por lo común los datos de solubilidad se aplican sólo a cristales moderadamente grandes. Un cristal pequeño puede estar en equilibrio con una solución sobresaturada. Este equilibrio es inestable debido a que si en la solución está presente un cristal grande, el cristal más pequeño se disolverá y el cristal grande crecerá hasta que desaparezca el cristal pequeño. Este fenómeno recibe el nombre de *maduración de Ostwald*. El efecto del tamaño de las partículas sobre la solubilidad es un factor clave en la nucleación.

Ecuación de Kelvin. La solubilidad de una sustancia está relacionada con su tamaño de partícula por la ecuación de Kelvin

$$\ln \alpha = \frac{4V_M \sigma}{vRTL} \quad (27.8)$$

donde L = tamaño del cristal

α = relación de concentraciones de soluciones sobresaturadas y saturadas

V_M = volumen molar del cristal

σ = tensión promedio en la superficie de contacto entre sólido y líquido

v = número de iones por molécula de soluto (para cristales moleculares $v = 1$)

Puesto que $\alpha = 1 + s$, la ecuación (27.8) indica que un cristal de tamaño muy pequeño L puede existir en equilibrio con una solución que tiene una sobresaturación s con respecto a una solución saturada en equilibrio con cristales grandes.

Velocidad de nucleación

La velocidad de nucleación, de acuerdo con la teoría de la cinética química, viene dada por la ecuación

$$B^\circ = C \exp \left[-\frac{16\pi\sigma^3 V_M^2 \mathbf{N}_a}{3v^2 (RT)^3 (\ln \alpha)^2} \right] \quad (27.9)$$

donde B° = velocidad de nucleación, número/cm³ · s

N_a = constante de Avogadro, 6.0222×10^{23} moléculas/g mol

R = constante de los gases, 8.3143×10^7 ergs/g mol · K

C = factor de frecuencia

El factor C es una medida estadística de la velocidad de formación de embriones que alcanzan el tamaño crítico. Es proporcional a la concentración de partículas individuales y a la velocidad de colisión de estas partículas con un embrión del tamaño crítico de cristal requerido para formar un núcleo estable. Su valor para la nucleación a partir de soluciones se desconoce. Por analogía con la nucleación de gotas de agua a partir de vapor de agua sobresaturado,⁶ es del orden de 10^{25} núcleos/cm³ · s. Su valor exacto no es importante debido a que la cinética de la nucleación está dominada por el término $\ln \alpha$ en el exponente.

Los valores numéricos de σ también son inciertos. La determinación experimental de tensiones en la superficie de contacto sólido-líquido es difícil y se dispone de pocos valores. Es posible estimarla a partir de la teoría del estado sólido utilizando energías de red. Para las sales ordinarias σ es del orden³¹ de 80 a 100 ergs/cm². Cuando se utilizan los valores de C y σ anteriores en la ecuación (27.9), se puede calcular un valor de s que corresponderá a una velocidad de nucleación de un núcleo por segundo y por centímetro cúbico, o sea $B^\circ = 1$. Los cálculos conducen a valores muy grandes para s , lo que es imposible para materiales con una solubilidad habitual. Ésta es una razón para concluir que la nucleación homogénea en la cristalización ordinaria a partir de soluciones no ocurre nunca y que en estos casos las nucleaciones reales son heterogéneas. Por lo tanto, la ecuación (27.9) no conduce a velocidades reales de nucleación.

En las reacciones de precipitación, donde y_s es muy pequeño y se pueden generar relaciones de sobresaturación de manera rápida, es probable que ocurra nucleación homogénea.³⁵

Nucleación heterogénea

El efecto catalítico de partículas sólidas sobre la velocidad de nucleación consiste en la reducción de la energía que se requiere para la nucleación. Una teoría de este efecto considera que si el núcleo “moja” a la superficie del catalizador, el trabajo de formación de un núcleo se reduce por un factor que es función del ángulo de mojado formado entre el núcleo y el catalizador. Los datos experimentales sobre la nucleación heterogénea de soluciones de cloruro de potasio¹⁴ muestran que la nucleación de esta sustancia es consistente con un valor aparente de la tensión superficial comprendida entre 2 y 3 ergs/cm², tanto para nucleación catalizada como para nucleación sin adición de catalizador. Si la última situación fuese en realidad una nucleación secundaria autocatalizada por cristales de siembra microscópicos, el valor de σ para soluciones sembradas de KCl sería de 2.8 ergs/cm² a la temperatura de 300 K. Si σ_a se utiliza para representar la tensión aparente en la superficie de contacto C , como 10^{25} , y si la aproximación matemática $\ln \alpha = \alpha - 1 = s$ se acepta para los valores pequeños de $\alpha - 1$, la ecuación (27.9) se escribe así:

$$B^\circ = 10^{25} \exp \left[-\frac{16\pi V_M^2 N_a \sigma_a^3}{3(RT)^3 v^2 s^2} \right] \quad (27.10)$$

Esta ecuación, aunque está basada en datos incompletos, da resultados de orden correctos y refleja el efecto muy fuerte de la sobresaturación sobre la nucleación.

EJEMPLO 27.3 Suponiendo que la velocidad de nucleación heterogénea del cloruro de potasio es consistente con una tensión aparente en la superficie de contacto de 2.5 ergs/cm², determine la velocidad de nucleación en función de s a una temperatura de 80 °F (300 K).

Solución Se utiliza la ecuación (27.10). El peso molecular del KCl es 74.56. La densidad del cristal es 1.988 g/cm³. Puesto que el KCl se disocia en iones K⁺ y Cl⁻, $v = 2$. Por lo tanto

$$V_M = \frac{74.56}{1.988} = 37.51 \text{ cm}^3/\text{g mol} \quad \sigma_a = 2.5 \text{ ergs/cm}^2$$

El exponente de la ecuación (27.10) es

$$-\frac{16\pi(37.51)^2 \times 6.0222 \times 10^{23} \times 2.5^3}{3(300 \times 8.3134 \times 10^7)^3 (2^2 s^2)} = \frac{0.03575}{s^2}$$

Para $B^\circ = 1$, el valor de s viene dado por

$$1 = 10^{25} e^{-0.03575/s^2} = e^{57.565} e^{-0.03575/s^2}$$

$$\frac{0.03575}{s^2} = 57.565 \quad s = \sqrt{\frac{0.03575}{57.565}} = 0.02492$$

A partir de la ecuación

$$B^\circ = e^{57.565} e^{-0.03575/s^2}$$

es posible calcular el valor de B° para valores de s del orden de 0.025. Los resultados se presentan en la tabla 27.1. El aumento explosivo de B° a medida que s aumenta es aparente.

EJEMPLO 27.4 ¿Cuál será el tamaño de un núcleo en equilibrio con una sobresaturación de 0.029, para las condiciones del ejemplo 27.3?

Solución Se resuelve aplicando la ecuación de Kelvin. En este caso $\alpha = 1 + 0.029 = 1.029$. Sustituyendo los valores de V_M , σ_a , v , R y T del ejemplo 27.3 en la ecuación (27.8), se obtiene

$$\ln 1.029 = \frac{4 \times 37.51 \times 2.5}{2 \times 8.3143 \times 10^7 \times 300 L}$$

TABLA 27.1

s	B°	s	B°
0.023	4.47×10^{-5}	0.0255	13.3
0.024	1.11×10^{-2}	0.027	5.04×10^3
0.02492	1	0.029	3.46×10^6

De donde

$$L = 2.63 \times 10^{-7} \text{ cm, o } 2.63 \text{ nm}$$

Observe que este resultado es consistente con el tamaño de un núcleo que contiene unos pocos centenares de partículas con un diámetro aproximado de 0.3 nm. Si σ fuese de 80 ergs/cm², α sería 2.5 para una partícula de 2.63 nm, y la sobresaturación requerida sería de 150%, es decir, un valor claramente imposible para una sal soluble como el KCl.

Nucleación secundaria

La formación de núcleos atribuible a la influencia de los cristales macroscópicos que existen en el magma recibe el nombre de *nucleación secundaria*.^{9,28} Se conocen dos tipos, uno de ellos atribuible al esfuerzo cortante del fluido y el otro a las colisiones entre los cristales existentes o bien de los cristales con las paredes del cristalizador y los rodetes (impulsores) giratorios o con las palas de agitadores.

Nucleación debida al esfuerzo cortante del fluido. Se sabe que este tipo ocurre en ciertas condiciones y en otras se sospecha. Cuando una solución sobresaturada se mueve sobre la superficie de un cristal en crecimiento con una velocidad importante, el esfuerzo cortante en la capa límite puede barrer hacia fuera los embriones o núcleos que, de no ser así, se incorporarían al cristal en crecimiento para aparecer como nuevos cristales. Esto se ha publicado en un trabajo sobre cristalización de sacarosa.¹⁷ También se ha demostrado²⁹ en la nucleación de $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$, cuando la solución es sometida a esfuerzo cortante en la cara del cristal para una sobresaturación dada y después se enfría muy rápido hasta una mayor sobresaturación, permaneciendo así mientras los núcleos crecen hasta un tamaño macroscópico.

Nucleación de contacto

Desde hace tiempo se sabe que la nucleación secundaria resulta influida por la intensidad de agitación, pero no fue sino hasta la década de los setenta cuando el fenómeno de nucleación de contacto se aisló y estudió de forma experimental. Es el tipo más frecuente de nucleación en los cristalizadores industriales, ya que ocurre a bajas sobresaturaciones donde la velocidad de crecimiento de los cristales es óptima para una buena calidad. Es proporcional a la primera potencia de la sobresaturación en lugar de la vigésima o alguna potencia superior como en el caso de la nucleación primaria, de forma que el control es en comparación más fácil sin operación inestable.

La energía con la que debe ser golpeado un cristal es con asombro baja, del orden de unos pocos centenares de ergios y no se observan efectos visibles sobre la superficie cristalina. En la figura 27.7 se muestra, mediante recuadro de trazos discontinuos, la posición de la nucleación de contacto dentro de los campos de nucleación y crecimiento de cristales (la “región de mejor operación”).

En estudios experimentales de este fenómeno^{5,6,27} se han construido pequeñas varillas para golpear, con cantidades conocidas de energía de impacto, las caras seleccionadas de cristales individuales situadas en una corriente de solución sobresaturada y se ha medido el número de núcleos que se producen. Se ha visto que este número depende sólo de la sobresaturación y de la energía de impacto. En el caso de cristales inorgánicos el número N de núcleos por contacto es proporcional a la sobresaturación s ; mientras que

para cristales orgánicos $\ln N$ es proporcional a s . Para cristales orgánicos e inorgánicos hidratados el número N es directamente proporcional a la energía de contacto E dentro de un intervalo que es significativo en la práctica; pero para cristales inorgánicos anhidros la energía que se requiere es mayor que para otros cristales, y se requiere una energía umbral antes de que la nucleación tenga lugar plenamente. Para energías de contacto elevadas N es proporcional³¹ a $\exp E$.

Se necesita un tiempo apreciable de regeneración, por lo general de varios segundos, entre los contactos para que los contactos sucesivos produzcan la misma nucleación.⁶

La nucleación de contacto es probablemente una combinación de la ruptura de crecimientos dendríticos microscópicos en la superficie del cristal en crecimiento y una interferencia debida al objeto en contacto con racimos (clusters) de partículas de soluto que se desplazan para alcanzar una forma organizada en el cristal. Se ha planteado la hipótesis²⁸ de que la acción del objeto contactante desvía o disloca las partículas con tamaños comprendidos entre embriones y pequeños cristales con un tamaño mucho mayor que L , es decir, el tamaño máximo de un cristal que puede existir en equilibrio con la solución sobresaturada de acuerdo con la ecuación de Kelvin (27.8). Las partículas que son por lo menos tan grandes como L sobreviven y crecen como nuevos núcleos, mientras que las más pequeñas de disuelven.

En el equipo comercial de cristalización, la nucleación resulta a partir de la nucleación homogénea y la nucleación de contacto. La velocidad global B° puede escribirse como^{16d}

$$B^\circ = B_{s,s} + B_e + B_c \quad (27.11)$$

donde $B_{s,s}$ = velocidad de la nucleación homogénea debida a la fuerza impulsora de sobresaturación

B_e = velocidad de nucleación a partir del contacto de los cristales con el impulsor

B_c = velocidad de nucleación a partir del contacto cristal-cristal

Con altas sobresaturaciones y sin agitación, la nucleación homogénea resulta significativa. En el equipo comercial, con baja sobresaturación y agitación para mantener los cristales en suspensión, la nucleación de contacto es un mecanismo predominante.

Otro método de nucleación secundaria es con el uso de ondas de sonido de alta frecuencia. En un proceso comercial para la cristalización de *l*-metildopa, el enantiómero biológicamente activo, se opera una bocina sónica en la base de un lecho fluidizado de perfil cónico.^{8b} Las partículas grandes sedimentan en el fondo y se rompen por sonicación para formar semillas de cristalización, que luego crecen a baja sobresaturación en la parte superior del cristizador. Las partículas grandes se fracturan a lo largo de los planos de corte para formar semillas sin muchas finos, como los que se formarían por abrasión o por fractura dendrítica.⁹ No se desean fragmentos muy pequeños, ya que éstos podrían ser arrastrados rápidamente fuera del lecho fluidizado.

CRECIMIENTO DE LOS CRISTALES

El crecimiento de los cristales es un proceso difusional, modificado por el efecto de las superficies sólidas sobre las que tiene lugar el crecimiento. Las moléculas o iones del soluto alcanzan las caras en crecimiento de un cristal por difusión a través de la fase

líquida. A esta etapa se aplica el habitual coeficiente de transferencia de materia k_y . Una vez que las moléculas o iones llegan a la superficie tienen que ser aceptadas por el cristal y organizarse dentro de la red. La reacción ocurre en la superficie con una velocidad finita y el proceso global consta de dos etapas en serie. Ninguna de las dos etapas, la difusional ni la de entre fases, tiene lugar si la solución no está sobresaturada.

Coeficientes individuales y globales de crecimiento

En las operaciones de transferencia de materia en general se supone que existe equilibrio en la superficie de contacto situada entre las fases. Si esto fuese cierto en la cristalización, la concentración de la solución en la cara del cristal sería el valor de saturación y_s , y la fuerza impulsora total para la transferencia de materia sería $y - y_s$, donde y es la concentración a una determinada distancia de la cara del cristal. Sin embargo, debido a la reacción superficial, se requiere una fuerza impulsora para la etapa entre fases, de forma que la concentración en la superficie de contacto es y' , donde $y_s < y' < y$, quedando sólo $y - y'$ como fuerza impulsora para la transferencia de materia, tal como se ilustra en la figura 27.8.

Los coeficientes tanto para transferencia de materia como para la reacción superficial difieren de una cara cristalina a otra, pero casi siempre resulta adecuado considerar sólo valores medios para todo el cristal. La ecuación para la transferencia de masa se escribe como

$$N_A = \frac{\dot{m}}{s_p} = k_y(y - y') \quad (27.12)$$

donde N_A = densidad de flux molar, moles por unidad de tiempo y por unidad de área

$\dot{m}$ = velocidad de transferencia de masa, mol/h

s_p = área de la superficie del cristal

k_y = coeficiente de transferencia de masa definido por la ecuación (17.37)

La ecuación para la reacción superficial utilizando el coeficiente k_s es

$$\frac{\dot{m}}{s_p} = k_s(y' - y_s) \quad (27.13)$$

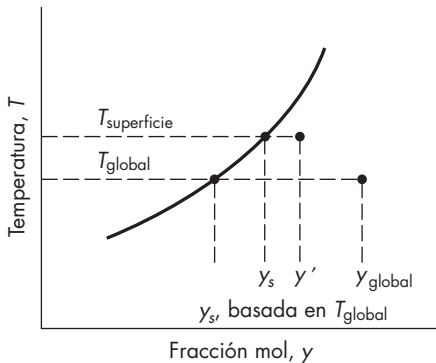


FIGURA 27.8

Temperaturas y concentraciones en la cristalización.

La ecuación (27.13) se usa para un proceso de primer orden que se aplica para la mayoría de las sustancias inorgánicas. Sin embargo, cierto crecimiento de cristales obedece a una ecuación de un orden diferente, en el cual el término $(y' - y_s)$ se eleva a una potencia b , donde $b \gg 1$.

Se pueden sumar las resistencias de las dos etapas para obtener un coeficiente global K definido por

$$K \equiv \frac{\dot{m}}{s_p(y - y_s)} \quad (27.14)$$

Eliminando y' de las ecuaciones (27.12) y (27.13) y sustituyendo en la ecuación (27.14), se obtiene

$$K = \frac{1}{1/k_y + 1/k_s} \quad (27.15)$$

Velocidad de crecimiento. Para un cristal invariante el volumen del cristal v_p es proporcional al cubo de su longitud característica L ; es decir,

$$v_p = aL^3 \quad (27.16)$$

donde a es una constante. Si ρ_M es la densidad molar, la masa m del cristal es, por lo tanto,

$$m = v_p \rho_M = aL^3 \rho_M \quad (27.17)$$

Diferenciando la ecuación (27.17) con respecto al tiempo se obtiene

$$\dot{m} = \frac{dm}{dt} = 3aL^2 \rho_M \frac{dL}{dt} \quad (27.18)$$

La velocidad de crecimiento dL/dt se representa por el símbolo G .

A partir de la ecuación (27.1), $s_p = 6v_p/L = 6aL^2$. Sustituyendo este valor de s_p y el de $\dot{m}$ de la ecuación (27.18) en la ecuación (27.14) resulta

$$K = \frac{3aL^2 \rho_M G}{6aL^2(y - y_s)} \quad (27.19)$$

De donde

$$G = \frac{2K(y - y_s)}{\rho_M} \quad (27.20)$$

Coeficientes de transferencia de masa. Para esferas o cristales con un factor de forma cercano a 1.0, se utiliza la ecuación (17.75) con el fin de predecir el coeficiente de transferencia de masa k_y . Tal como se explica en la página 580, en el caso de partículas suspendidas en un sistema agitado el coeficiente será de 1.5 a 5 veces el calculado a partir de la velocidad terminal de sedimentación de los cristales.

Coefficientes de crecimiento superficial. En las monografías sobre cristalización^{3,26,33} se pueden consultar las numerosas investigaciones realizadas sobre el crecimiento de cristales por reacción en la superficie de contacto. Si bien se ha desarrollado una teoría coherente del crecimiento cristalino, son escasos los datos numéricos de k_s que pueden utilizarse en el diseño.

Una de las teorías se basa en el concepto de que el crecimiento se produce capa a capa sobre la cara cristalina, y que cada nueva capa comienza como un núcleo bidimensional adherido a la cara. Esta teoría predice que el crecimiento no comienza hasta que no se alcanza una sobresaturación umbral apreciable, y que después el crecimiento aumenta muy rápido hasta que, para un cierto valor relativamente elevado de la sobresaturación, donde es lineal con respecto a la sobresaturación. En realidad, la velocidad de crecimiento de la mayor parte de los cristales es lineal con respecto a la sobresaturación, para todas las sobresaturaciones, aun para valores muy bajos. Esto parece indicar que no se requiere un valor umbral.

La diferencia entre las velocidades de crecimiento observadas y teóricas se ha explicado mediante la teoría de Frank de la dislocación del tornillo. Las redes espaciales de cristales reales distan de ser perfectas y el cristal presenta imperfecciones llamadas *dislocaciones*. Los planos de las partículas, tanto en la superficie como en el interior de los cristales, están desplazados y se conocen diferentes tipos de dislocaciones. Una dislocación frecuente es la dislocación de tornillo (figura 27.9), donde las partículas individuales se representan como bloque de construcción cúbicos. La dislocación está en un plano de cizalladura perpendicular a la superficie del cristal y el deslizamiento del cristal crea una rampa. El borde de la rampa actúa como una porción de un núcleo bidimensional y provoca un retorcimiento en que las partículas se pueden acoplar con facilidad. Nunca se forma una nueva cara completa y no se requiere nucleación. A medida que continúa el crecimiento, el borde de la rampa se transforma en una espiral y el depósito continuado de las partículas a lo largo del borde de la espiral constituye el mecanismo del crecimiento cristalino.

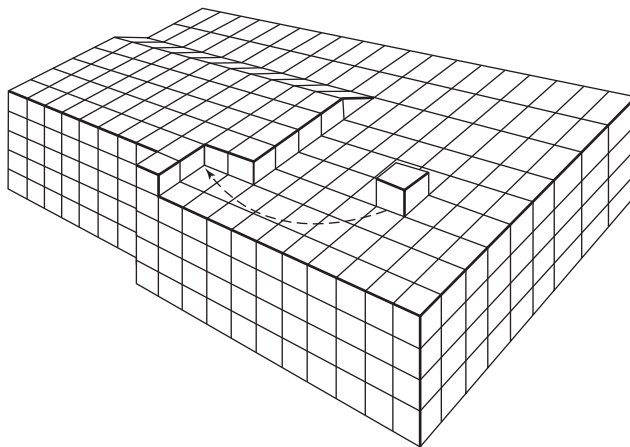


FIGURA 27.9

Dislocación de tornillo en la superficie cristalina y movimiento de las partículas en el enroscado.

Desde que este mecanismo fue sugerido por primera vez, se han observado muchos ejemplos de dislocaciones de tornillo por medio del microscopio electrónico y otros métodos de muy alta resolución.

Ley ΔL del crecimiento cristalino¹²

Si todos los cristales del magma crecen en un campo de sobresaturación uniforme y a la misma temperatura, entonces todos los cristales no sólo serán invariantes, sino también tendrán la misma velocidad de crecimiento independientemente de su tamaño. Esta generalización recibe el nombre de *ley ΔL* . Cuando es aplicable, $G \neq f(L)$, el crecimiento total de cada cristal en el magma es la misma durante el mismo intervalo de tiempo Δt , y

$$\Delta L = G\Delta t \quad (27.21)$$

El modelo que destaca la ecuación (27.21) es altamente idealizado y no es real para todas las situaciones. La figura 17.8 muestra que el coeficiente de transferencia de masa es casi constante sólo sobre un rango limitado de diámetros de partículas; por lo tanto, cuando la resistencia a la transferencia de masa es significativa, se esperaría una tasa de crecimiento constante sólo para cristales de entre 50 y 500 μm aproximadamente. Cuando la ecuación (27.21) no se puede aplicar, $G = f(L)$ el crecimiento se denomina *tamaño dependiente*. Tal vez debido a la cancelación de los errores del modelo, la ley de ΔL es lo suficientemente precisa como para ser usada en muchas situaciones y, por lo tanto, simplifica en gran medida los cálculos de procesos industriales.

EQUIPO DE CRISTALIZACIÓN^{16c}

Los cristalizadores comerciales pueden operar de forma continua o por cargas. Excepto para aplicaciones especiales, se prefiere la operación continua. El primer requerimiento de un cristizador es generar una solución sobresaturada, ya que la cristalización no puede ocurrir sin sobresaturación. Existen tres métodos para producir sobresaturación, dependiendo esencialmente de la naturaleza de la curva de solubilidad del soluto. 1) Solutos como el nitrato de potasio y el sulfito de sodio son mucho menos solubles a temperaturas bajas que a temperaturas elevadas, de forma que la sobresaturación se puede conseguir simplemente por enfriamiento. 2) Cuando la solubilidad es casi independiente de la temperatura, como ocurre en el caso de la sal común, o bien cuando disminuye al aumentar la temperatura, la sobresaturación se genera por evaporación. 3) En los casos intermedios resulta eficaz una combinación de evaporación y enfriamiento. Por ejemplo, el nitrato de sodio puede catalizarse con satisfacción enfriando sin evaporar, evaporando sin enfriar o bien mediante una combinación de enfriamiento y evaporación.

Variantes en cristalizadores

Los cristalizadores comerciales pueden diferir en distintos aspectos. Una diferencia importante reside en la manera en que los cristales se ponen en contacto con el líquido sobresaturado. En la primera técnica, denominada *método de líquido circulante*, se hace pasar una corriente de solución sobresaturada a través de un lecho fluidizado de los cristales

en crecimiento, sin la cual la sobresaturación se elimina por nucleación y crecimiento. El líquido saturado se bombea después a través de una zona de enfriamiento o de evaporación, donde se genera la sobresaturación y finalmente la solución sobresaturada se recircula a través de la zona de cristalización. En una segunda técnica, llamada *método del magma circulante*, todo el magma circula a través de ambas etapas de cristalización y sobresaturación sin separar el líquido del sólido. Tanto la sobresaturación como la cristalización tienen lugar en presencia de los cristales. En ambos métodos la solución de alimentación se añade a la corriente circulante entre las zonas de cristalización y sobresaturación.

Un tipo de cristalizador utiliza dispositivos de clasificación de tamaño con el fin de retener los pequeños cristales en la zona de crecimiento y permitir que sólo los cristales de un tamaño mínimo especificado salgan de la unidad como producto. De manera ideal, tales cristalizadores darán lugar a un producto clasificado de un tamaño uniforme único. Otros cristalizadores se diseñan para mantener una suspensión globalmente mezclada en la zona de cristalización en la que están uniformemente distribuidos en el magma cristales de todos los tamaños, desde núcleos hasta cristales grandes. De manera ideal, la distribución de tamaños en el producto de una unidad de suspensión mezclada es idéntica a la del magma de cristalización.

Además, para hacer el tamaño promedio del cristal más grande que para una unidad de suspensión mezclada, algunos cristalizadores están equipados con dispositivos para segregar los cristales finos lo más pronto posible después de la nucleación y retirarlos de la zona de cristalización. Los cristales pequeños se redisuelven y se regresan al cristalizador. Otros cristalizadores tienen dos líneas de salida, una para cristales grandes y otra para cristales pequeños. Las dos corrientes de producto, las cuales pueden diferir considerablemente en volumen, se combinan y se envían a un filtro u otra unidad de separación. Esta técnica de aumento del tamaño de cristal se explicará más adelante.

La mayor parte de los cristalizadores utilizan alguna forma de agitación para mejorar la velocidad de crecimiento, para prevenir la segregación de la solución sobresaturada que da lugar a una nucleación excesiva y para mantener los cristales en suspensión en la zona de cristalización. Es posible utilizar agitadores internos, con frecuencia provistos de tubos de aspiración y placas deflectoras; también es frecuente el empleo de bombas externas para la circulación del líquido o el magma a través de las zonas de sobresaturación o de cristalización. Este último método recibe el nombre de *circulación forzada*. Una ventaja de las unidades de circulación forzada con calentadores externos consiste en que es factible conectar varias unidades idénticas formando un múltiple efecto, utilizando el vapor procedente de una unidad para calentar la siguiente unidad. Sistemas de este tipo son los *evaporadores-cristalizadores*.

Cristalizadores de vacío

Los cristalizadores más modernos corresponden a las unidades de vacío que utilizan el enfriamiento por evaporación adiabática para generar la sobresaturación. En su forma original y más sencilla, un cristalizador de este tipo es un recipiente cerrado en el que se mantiene el vacío por medio de un condensador, por lo general con la ayuda de una bomba de vacío tipo eyector de vapor, o acelerador, colocado entre el cristalizador y el condensador. Una solución saturada caliente a una temperatura superior al punto de ebullición a la presión del cristalizador se alimenta en el tanque. Se mantiene un volumen de magma controlando el nivel del líquido y del sólido que cristaliza en el tanque, mientras

que el espacio situado por encima del magma se utiliza para retirar el vapor y eliminar el arrastre. La solución de alimentación se enfría espontáneamente hasta la temperatura de equilibrio; puesto que tanto la entalpía de enfriamiento como la de cristalización aparecen como calor latente de vaporización, se evapora una parte del solvente. La sobresaturación generada por enfriamiento y evaporación da lugar a nucleación y crecimiento. El magma producido se retira del fondo del cristalizador. El rendimiento teórico de los cristales es proporcional a la diferencia entre la concentración de la alimentación y la solubilidad del soluto a la temperatura de equilibrio.

La figura 27.10 muestra un cristalizador continuo de vacío con las convencionales unidades para la alimentación y procesamiento del magma producido. La acción esencial de la unidad de un solo cuerpo es muy parecida a la de un evaporador de simple efecto y de hecho estas unidades pueden operar en múltiple efecto. El magma circula desde el fondo cónico del cuerpo del cristalizador, a través de un tubo descendente, hasta una bomba de circulación de baja velocidad y baja carga, asciende a través de un calentador tubular vertical, con un vapor de agua que condensa en la carcasa, y después retorna al cuerpo del cristalizador. La corriente caliente penetra a través de una entrada tangencial justo debajo del nivel de la superficie del magma. Esto imparte un movimiento rotativo al magma,

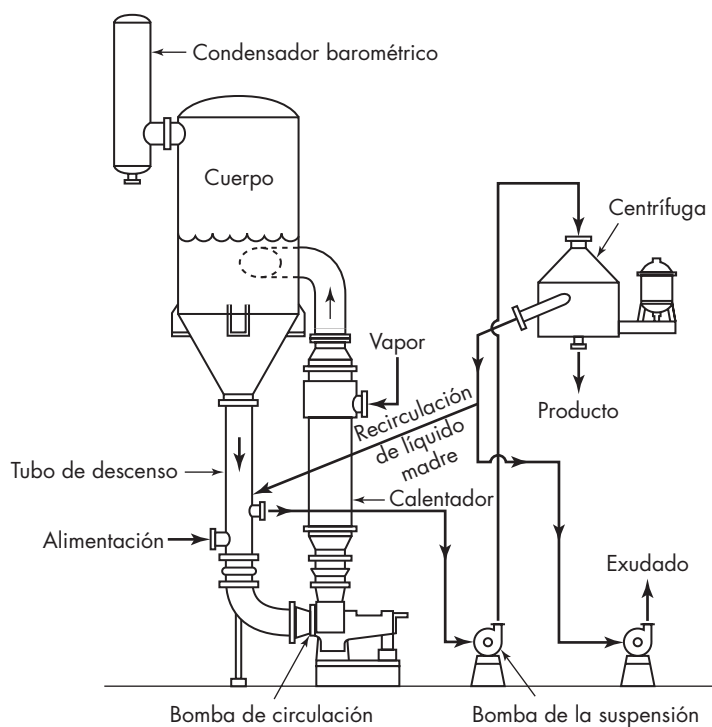


FIGURA 27.10

Cristalizador continuo. (Tomado, con autorización, de R. C. Bennett y M. Van Buren, *Chem. Eng. Prog. Symp. Ser.* 95, 65:38, 1969.)

lo cual facilita la evaporación súbita (*flash*) y equilibra el magma con el vapor a través de un destello adiabático. La sobresaturación que así se genera proporciona el potencial impulsor para la nucleación y el crecimiento. El cociente entre el volumen del magma y la velocidad de flujo volumétrico del magma a través de la bomba de lodos corresponde al tiempo de retención promedio.

La solución de alimentación entra en el tubo descendente antes de la succión de la bomba de circulación. El líquido madre y los cristales se retiran a través del tubo de descarga situado por encima de la entrada de la alimentación en el tubo descendente. El líquido madre se separa de los cristales en una centrífuga continua; los cristales se retiran como producto y el líquido madre se recircula al tubo descendente. Parte del líquido madre se retira del sistema mediante una bomba con el fin de prevenir la acumulación de impurezas.

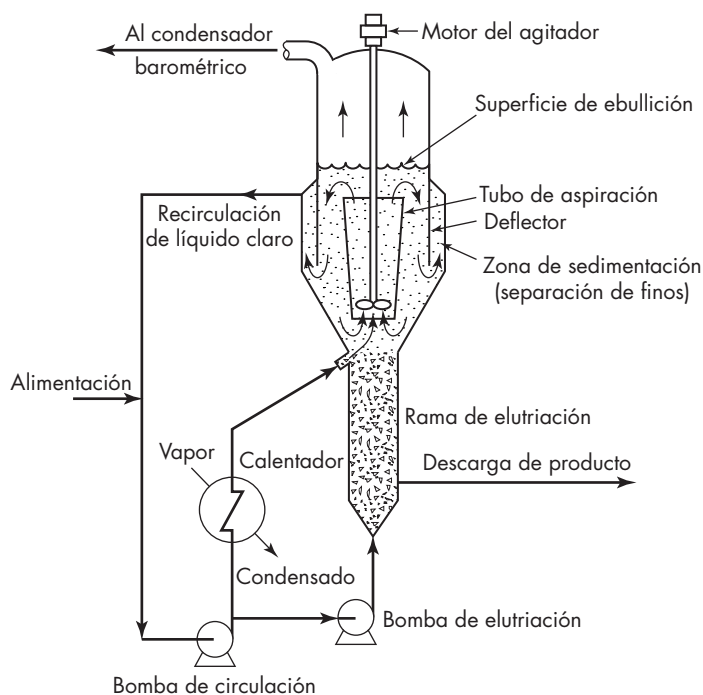
La forma sencilla de un cristizador de vacío tiene también serias limitaciones desde el punto de vista de la cristalización. Para la baja presión existente en la unidad, el efecto de la carga estática sobre la temperatura de ebullición es importante; por ejemplo, el agua a 7 °C tiene una presión de vapor de 7.6 mm de Hg, una presión que se obtiene con facilidad mediante un eyector de vapor. Una carga estática de 300 mm aumenta la presión hasta 30 mm de Hg, para la cual la temperatura de ebullición del agua es de 29 °C. La alimentación a esta temperatura no producirá destello (flasheo) cuando se introduzca para cualquier nivel superior a 300 mm por debajo de la superficie del magma. Como se muestra en la figura 27.10 la introducción de la alimentación en un punto donde no se produzca destello resulta ventajosa para controlar la nucleación.

Debido al efecto de la carga estática, la evaporación y el enfriamiento sólo ocurren en la capa líquida próxima a la superficie del magma, de forma que los gradientes de concentración y temperatura se forman cerca de la superficie. Por otra parte, los cristales tienden a sedimentar hasta el fondo del cristizador donde puede existir poca o ninguna sobresaturación. El cristizador no operará en forma satisfactoria si el magma no está bien agitado con el fin de que se igualen los gradientes de concentración y temperatura, así como también, la suspensión de cristales. El cristizador de vacío sencillo no representa un buen método para el control de la nucleación, de la clasificación, ni para la separación del exceso de núcleos y cristales muy pequeños.

Cristizador de tubo de aspiración-deflector

Un equipo más versátil y eficaz es el cristizador de tubo de aspiración-deflector (DTB). El cuerpo del cristizador está equipado con un tubo de aspiración, que también actúa como una placa deflectora para controlar la circulación del magma y un agitador de turbina dirigido hacia abajo para proporcionar una circulación controlable dentro del cristizador. Un sistema adicional de circulación, exterior al cuerpo del cristizador y accionado por medio de una bomba de circulación, contiene el calentador y la entrada de la alimentación. La suspensión de producto se retira a través de una salida situada cerca del fondo de la sección cónica inferior del cuerpo del cristizador. Para una determinada velocidad de alimentación ambas circulaciones, interna y externa, se pueden variar independientemente y proporcionan variables controlables para obtener el valor de CSD deseado.

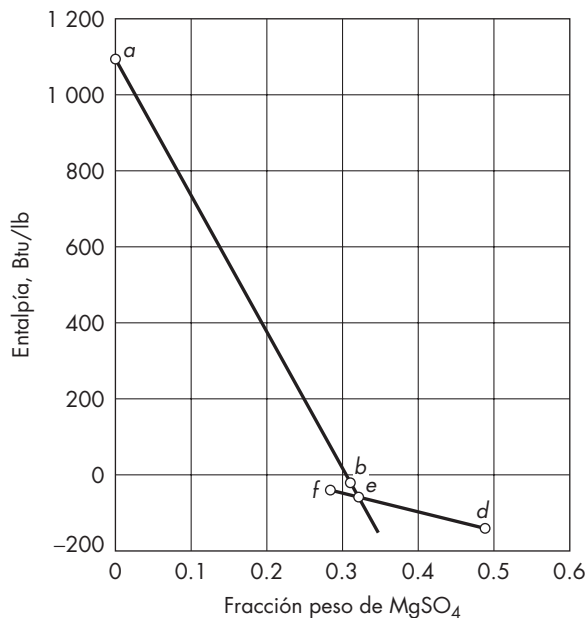
Los cristizadores de tubo de aspiración-deflector están equipados con una pierna de elutriación por debajo del cuerpo del cristizador para clasificar los cristales por tamaños;

**FIGURA 27.11**

Cristizador de tubo de aspiración-deflector con sistema interno para separación y eliminación de finos. (Tomada, con autorización, de A. D. Randolph, *Chem. Eng.*, mayo 1970, p. 86.)

también incluye una zona de sedimentación con placas deflectoras para la retirada de finos. En la figura 27.11 se presenta una muestra de una unidad de este tipo. Parte del líquido circulante se bombea hasta el fondo de la pierna de elutriación que se utiliza como una salida hidráulica para devolver los cristales pequeños a la zona de cristalización para su crecimiento posterior. La acción en este caso es la de una clasificación por sedimentación impedida descrita en el capítulo 29. La suspensión de descarga se retira por la parte inferior de la pierna de elutriación y se envía a un filtro rotativo o a una centrífuga, mientras que el líquido madre retorna al proceso.

Los núcleos que no son necesarios se retiran por medio de un espacio anular, o encamisado, o bien alargando el fondo cónico y utilizando la pared inferior del cuerpo del cristizador como una placa deflector. El espacio anular proporciona una zona de sedimentación en la cual la clasificación hidráulica separa los cristales finos de los grandes por flotación, arrastrándolos en una corriente ascendente de líquido madre que se retira por la parte superior de la zona de sedimentación. Los cristales finos que así se retiran tienen un tamaño de 60 mallas o inferior, y aunque su número es enorme, su masa es pequeña, de forma que la corriente procedente del encamisado está casi exenta de sólidos. Cuando esta corriente, llamada *recirculación de licor claro*, se mezcla con la alimentación fresca y se bombea a través del calentador de vapor, la solución se

**FIGURA 27.12**

Solución para el ejemplo 27.5.

vuelve insaturada y la mayoría de los cristales pequeños se disuelven. El licor, ahora esencialmente puro, se mezcla muy rápido con la suspensión circulante en el cuerpo principal del cristalizador.

Al retirar de esta forma una gran fracción de líquido madre en el encamisado, la densidad del magma aumenta bruscamente. Se alcanzan densidades del magma de 30 a 50%, basadas en la relación entre el volumen de cristales sedimentados y el de magma total.

Rendimiento de un cristalizador de vacío. El rendimiento de un cristalizador de vacío se calcula a partir de balances de materia y entalpía. En la figura 27.12 se presenta un cálculo gráfico basado en la carta de entalpía de la figura 27.4. Puesto que el proceso es una separación adiabática de la alimentación en magma y vapor producidos, los puntos *b* para la alimentación, *a* para el vapor y *e* para el magma, están situados sobre una recta. La isoterma que une el punto *d* para los cristales con el punto *f* para el líquido madre también pasa por el punto *e*, y este punto está localizado en la intersección de las líneas *ab* y *df*. A partir de los segmentos y el principio del centro de gravedad es posible calcular las relaciones de las distintas corrientes.

EJEMPLO 27.5 Un cristalizador continuo de vacío se alimenta con una solución de MgSO_4 a 31%. La temperatura de equilibrio del magma en el cristalizador es de 86 °F (30 °C), y la elevación del punto de ebullición de la solución es 2 °F (1.11 °C). Se obtiene un producto de magma que contiene 5 toneladas (4 536 kg) de $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ por hora. La relación en volumen de sólido a magma es 0.15 y las densidades de los cristales y el líquido madre son

105 y 82.5 lb/ft³, respectivamente. ¿Cuál será la temperatura de la alimentación, el flujo de alimentación y la velocidad de evaporación?

Solución En la figura 27.12 se presenta la solución gráfica del problema. El vapor sale del cristalizador a la presión correspondiente a 84 °F, con un sobrecalentamiento de 2 °F, que es despreciable. A partir de las tablas de vapor, la entalpía del vapor es la del vapor saturado a 0.5771 lb_f/in.², y las coordenadas del punto *a* son $H = 1\,098$ Btu/lb y $c = 0$. La entalpía y la concentración media de producto del magma se calculan a partir de los datos de la figura 27.4. El segmento *fd* es la isoterma de 86 °F en el área *bcih* de la figura 27.4. Las coordenadas de sus extremos son, para el punto *f*, $H = -43$ Btu/lb y $c = 0.285$, y para el punto *d*, $H = -149$ Btu/lb, $c = 0.488$. La relación de masa entre los cristales y el líquido madre es

$$\frac{0.15 \times 105}{0.85 \times 82.5} = 0.224$$

La velocidad de producción de líquido madre es de $10\,000/0.224 = 44\,520$ lb/h, y el magma total producido es igual a $10\,000 + 44\,520 = 54\,520$ lb/h. La concentración media de MgSO₄ en el magma es

$$\frac{0.224 \times 0.488 + 0.285}{1.224} = 0.322$$

La entalpía del magma es

$$\frac{0.224(-149) + (-43)}{1.224} = -62.4 \text{ Btu/lb}$$

Éstas son las coordenadas del punto *e*. El punto de la alimentación ha de estar situado sobre la recta *ae*. Puesto que la concentración de la alimentación es 0.31, la entalpía de la alimentación es la ordenada del punto *b*, o sea -21 Btu/lb. El punto *b* está sobre la isoterma de 130 °F (94.4 °C), de forma que esta temperatura es la de la alimentación. Según el principio del centro de gravedad, la velocidad de evaporación es

$$54\,520 \frac{-21 - (-62.4)}{1\,098 - (-21)} = 2\,017 \text{ lb/h (915 kg/h)}$$

La velocidad total de la alimentación es $54\,520 + 2\,017 = 56\,537$ lb/h (25 645 kg/h).

DISEÑO DE CRISTALIZADORES: DISTRIBUCIÓN DEL TAMAÑO DEL CRISTAL

Una vez que se ha calculado el rendimiento teórico de un cristalizador a partir de los balances de masa y energía, queda por estimar la CSD del producto a partir de la cinética de nucleación y crecimiento. Un modelo idealizado de cristalizador, llamado *modelo de separación mezcla-suspensión suspensión mezclada-producto mezclado (MSMPR)*, ha servido de base para identificar los parámetros cinéticos y mostrar cómo el conocimiento de un cristalizador de este tipo^{21,22,24} puede ser aplicado para calcular su funcionamiento.

Cristalizador MSMPR

Considere un cristalizador continuo que reúne los siguientes requisitos de operación.¹⁵

1. La operación transcurre en estado estacionario.
2. En todo momento el cristalizador contiene un magma de suspensión mezclada, sin clasificación del producto.
3. En todo momento hay una sobresaturación uniforme en todo el magma.
4. Se cumple la ley de ΔL para el crecimiento de los cristales.
5. No se utiliza ningún sistema de retirada de tamaños clasificados.
6. No hay cristales en la alimentación.
7. El magma producto abandona el cristalizador en equilibrio, de forma que el líquido madre en el magma producto está saturado.
8. No hay ruptura de cristales en partículas de tamaño finito.

El proceso recibe el nombre de cristalización *de eliminación de suspensión mezclada-producto mezclado*. Debido a las restricciones anteriores, la velocidad de nucleación, expresada como número de núcleos generados en la unidad de tiempo y unidad de volumen de líquido madre, es constante en todos los puntos del magma; la velocidad de crecimiento, expresada en longitud por unidad de tiempo, es constante e independiente del tamaño del cristal y la localización; todos los elementos de volumen del líquido madre contienen una mezcla de partículas alineadas en tamaño desde los núcleos hasta los cristales grandes; y la distribución del tamaño de la partícula es independiente de la localización en el cristalizador y es idéntica a la distribución del tamaño en el producto.

Mediante el uso de un balance de población generalizado, el modelo MSMPR se amplía para explicar la operación en estado no estacionario, eliminación del producto clasificado, cristales en la alimentación, fractura de cristales, variación en el volumen del magma y la velocidad de crecimiento dependiente del tiempo.¹⁸ En las deducciones que siguen no se incluyen estas variaciones.

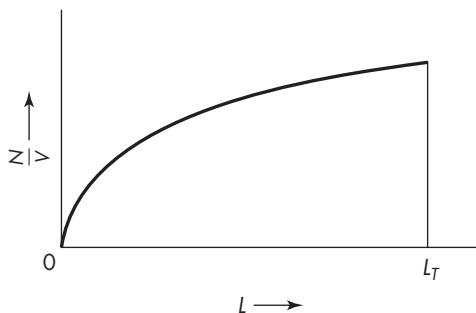
Función de la densidad de población

La magnitud básica en la teoría del CSD es la densidad de población. Para comprender el significado de esta variable, suponga que la distribución es una función del número acumulativo de cristales en el magma, expresado en número por unidad de volumen de líquido madre, que es una función del tamaño del cristal L . Tal función se representa en la figura 27.13. La abscisa es L y la ordenada es N/V , donde V es el volumen del líquido madre en el magma y N es el número de cristales de tamaño L e inferiores en el magma. Para $L = 0$, $N = 0$; el número total de cristales es N_T , lo que corresponde a la longitud L_T del cristal más grande en el magma.

La densidad de población n se define como la pendiente de la curva de distribución acumulativa para el tamaño L , o sea,

$$n \equiv \frac{d(N/V)}{dL} = \frac{1}{V} \frac{dN}{dL} \quad (27.22)$$

Por la suposición 1, V es constante. La función $n = f(L)$ tiene un valor máximo n^0 donde $L = 0$ y es 0 donde $L = L_T$. En el modelo MSMPR, las funciones de N/V y n con L son invariables tanto en el tiempo como en la ubicación en el magma. Las dimensiones de n

**FIGURA 27.13**

Densidad de número acumulativo de densidad frente a longitud.

son número/volumen · longitud, expresadas en número/m⁴ o número/ft⁴. Estas suposiciones y definiciones llevan a las siguientes ecuaciones:

$$B^{\circ} = G n^{\circ} \quad (27.23)$$

donde n° es el valor máximo de la densidad de población, para los núcleos.

Para obtener un deseado tamaño predominante L_{pr} en la población, la velocidad de nucleación está dada por

$$B^{\circ} = \frac{9 C}{2 a \rho_c V_c L_{pr}^3} \quad (27.24)$$

donde C = velocidad de producción de masa de los cristales.

a = factor de forma definido por la ecuación (27.16).

ρ_c = densidad molar del cristal.

V_c = volumen total del líquido en el cristalizador.

Aumento en el tamaño del cristal

Se utilizan dos técnicas para hacer cristales mayores que aquellos que se obtienen a partir de un cristalizador MSMR. El primero, conocido como destrucción de finos con reciclado de soluto, se ha descrito en el tratamiento de los cristalizadores DTB. El objetivo es para reducir bruscamente el número de núcleos presentes de tal manera que los que permanezcan puedan crecer. La presencia de demasiados núcleos lleva a un área superficial mayor y hace la sobresaturación pequeña, así que la velocidad de crecimiento de los cristales individuales es baja. La destrucción de finos es más utilizada en sistemas que involucran materiales altamente solubles, donde es posible redissolver los cristales pequeños con facilidad por calentamiento o por adición de pequeñas cantidades de solvente.

Con la segunda técnica, conocida como *separación doble* (DDO, *double draeoff*), una corriente de sobreflujo grande se remueve a través de un clasificador, de forma que los cristales más grandes con un cierto tamaño de corte L_c se quedan atrás. Una corriente de flujo inferior más pequeña se toma a partir de la región bien mezclada del cristalizador, y los cristales grandes que salen con esta corriente tienen un tiempo de residencia promedio más grande que el que podrían tener en un cristalizador de mezclado con un solo arrastre. La corriente de sobreflujo es típicamente 8 a 12 veces tan larga como la corriente del flujo inferior, y el tiempo de residencia para cristales grandes se incrementa así en alrededor de 10 veces.

La clasificación puede acompañarse eliminando el sobreflujo a través de una tubería vertical o segmento deflector del tanque, con el área elegida para proporcionar una velocidad ascendente, un poco más grande que la velocidad terminal de cristales de tamaño L_F . De manera alternativa, es posible separar el sobreflujo directamente a partir del tanque y pasarlo a través de un hidrociclón (véase capítulo 29), con partículas de mayor tamaño siendo retornadas hacia el tanque. Las corrientes de sobreflujo y flujo inferior se combinan afuera del cristizador y se envían a un filtro u otro separador.

La distribución de la población en el producto combinado es principalmente bimodal, con un pico aproximado del mismo tamaño como el de la operación MSMPR. El segundo tamaño del pico puede ser varias veces tan largo como el primero, y el tamaño promedio suele ser de 2 a 3 veces el obtenible para un cristizador MSMPR. Esto cambia drásticamente las características de filtración del producto. Por ejemplo, en la eliminación del yeso residual, la cristalización ordinaria produce un limo no filtrable, pero el producto de un cristizador DDO, a pesar de su alto contenido de cristales pequeños, filtrará “como arena”.^{4,20}

White y Randolph³⁶ analizan los cálculos del tamaño óptimo de los cortes para finos en un cristizador DDO. Es posible consultar el tamaño óptimo de corte para destrucción de finos con solutos reciclados, con cartas diseñadas por cristizadores de destrucción de finos y DDO, en Sutradhar y Randolph.³⁰

Nucleación por contacto en cristizadores

Los resultados de los estudios sobre nucleación por contacto efectuados por Clontz y McCabe⁵ se han aplicado a la construcción de modelos de nucleación para el diseño de cristizadores de magma agitado.^{1,15} Una correlación, desarrollada por Bennet *et al.*,¹ es la siguiente

$$B^\circ = K_N n^\circ G \frac{u_T^2}{t_{T0}} \rho_c (G\tau)^5 \quad (27.25)$$

donde K_N = constante dimensional

u_T = velocidad del extremo en el impulsor

t_{T0} = tiempo de ciclo

En la práctica, el uso de la ecuación (27.25) requiere datos empíricos de una planta piloto o de operación real de cristizadores del mismo tipo de diseño. En la cristalización de KCl, por ejemplo, Randolph²³ encontró que $B^\circ \propto G^{2.77} m_c^{0.91}$, donde m_c es la concentración de los sólidos en el cristizador, en masa de cristales por unidad de volumen.

Cristalización de químicos orgánicos

Todos los ejemplos proporcionados hasta ahora son para sólidos inorgánicos. Los principios de la cristalización se aplican igualmente a los compuestos orgánicos, pero hay ciertas diferencias importantes en la práctica, algunas de las cuales se comentarán aquí.

Los compuestos orgánicos generalmente se cristalizan añadiendo un no solvente miscible a una solución saturada, en lugar de crear sobresaturación por evaporación o por enfriamiento. El no solvente se puede agregar gradualmente a un lote de la solución

o viceversa, o bien se pueden combinar de manera continua corrientes de no solventes con soluciones en un dispositivo de mezclado rápido que descarga a un tanque agitado para el crecimiento posterior de los cristales. El no solvente se puede seleccionar para generar una precipitación selectiva del producto deseado a partir de una mezcla de diferentes materiales y se pueden producir grandes sobresaturaciones. Por ejemplo, agregar 20% mol de isopropanol a una solución acuosa, hace bajar la solubilidad de la glicina y la alanina cerca de cinco veces, pero incrementa levemente la solubilidad de la fenilalanina.^{8a} Las proteínas se pueden precipitar de manera selectiva a partir de una solución añadiendo sulfato de amonio (precipitando por medio del añadido de sal) o cambiando el pH, dado que la solubilidad de las proteínas es mínima en el punto isoeléctrico. Se pueden precipitar distintas proteínas en secuencia por medio de sucesivos cambios del pH.

La rapidez de crecimiento de cristales orgánicos no muestra una dependencia de primer orden sobre la saturación, como se da en la ecuación (27.13). Para la glicina en una solución de agua-alcohol, la rapidez de crecimiento se incrementa con s , la sobresaturación fraccional con un exponente hasta cerca de 2.5. Los datos para otros siete solutos orgánicos muestran exponentes b que van desde 2.8 hasta 7.2.⁷ Las teorías convencionales sobre el crecimiento de cristales no pueden explicar exponentes mayores que 2.0. La mayoría de éstos son para sobresaturaciones bastante elevadas y podría hallarse un exponente más bajo para bajos valores de s .

La nucleación de cristales orgánicos puede ocurrir por procesos heterogéneos, como las colisiones partícula-partícula o partícula-impulsor, o bien por nucleación homogénea luego de la rápida adición de un no solvente. Se puede preferir la nucleación homogénea para algunos productos porque puede producir cristales finos con una distribución de tamaño relativamente estrecha. La nucleación homogénea no inicia inmediatamente que se logra la sobresaturación, sino después del periodo de inducción, que puede ser corto, de sólo varios milisegundos o, muy largo, de unos pocos segundos. No existen correlaciones para predecir la cinética de la nucleación, pero al incrementar la sobresaturación, generalmente se hace descender el tiempo de inducción y se aumenta la rapidez de nucleación.

Cuando dos soluciones se combinan para obtener una mezcla altamente sobresaturada, la distribución del tamaño de los cristales formados depende del método de mezclado y del tiempo de mezcla. El tiempo de mezclado no es el tiempo de mezcla en tanques que se discutió en el capítulo 9, sino el *tiempo de micromezcla* mucho más corto que caracteriza la mezcla local de una corriente de alimentación con el fluido que inmediatamente la rodea. Algunas veces, la corriente de alimentación se agrega a un tanque como descarga de chorro cerca del extremo del impulsor, donde el flujo es altamente turbulento. Otro método usa dos chorros de choque (TIJ por sus siglas en inglés), que se pueden sumergir o colocar justo por encima de líquido del tanque. Con un mezclador TIJ, se pueden obtener tiempos de mezclado más cortos que 0.1 s y si el tiempo de mezcla se mantiene por debajo del periodo de inducción, la distribución del tamaño de partícula no se ve muy afectado en escalamiento.¹¹

CRISTALIZACIÓN A PARTIR DE LA FASE FUNDIDA

El paso final en la manufactura de algunos compuestos orgánicos es solidificar el producto a partir de una corriente fundida purificada. Esto por lo común se realiza mediante

enfriamiento en un descamador cilíndrico o un transportador vibrante enfriado en un tanque agitado encamisado.^{12b} Algunas veces el líquido se subenfía 20 °C o aun 50 °C sin congelamiento, y la agitación mecánica o siembra del líquido resulta necesaria para inducir la cristalización.

Mezclas orgánicas binarias y ternarias, en especial de isómeros aromáticos, pueden purificarse mediante un enfriamiento sencillo. A menos que las soluciones sólidas estén formadas, con frecuencia es posible producir virtualmente cristales puros de un solo isómero. Por ejemplo, mezclas de isómeros de xilenos se procesan a escala comercial a temperaturas aproximadas de -60 °C en un sistema de cristalización de dos etapas. Cristales de *p*-xileno de cada etapa se separan en una centrífuga de filtración (véase capítulo 29); la primera cosecha, que no es suficientemente pura, se refunde y recrystaliza, y la segunda cosecha se lava con tolueno u otro solvente para remover el líquido madre adherido.

En otros sistemas de procesamiento el producto puro se funde, y parte de éste se recircula para lavar y purificar los cristales. Una unidad típica de este tipo es el *purificador Brodie*, ilustrado en la figura 27.14. Éste consiste en varios enfriadores de superficie escarpada conectados en serie y a continuación una columna de purificación. La alimentación fundida entra en la mitad del último enfriador. El líquido fluye hacia el extremo del residuo del sistema donde la temperatura es más baja. Los cristales se desplazan por los transportadores hacia el extremo del producto donde se descargan dentro de una columna purificadora vertical; se funden en el fondo de la columna; parte del líquido resultante se separa como producto, y parte fluye en forma ascendente a través de la columna como

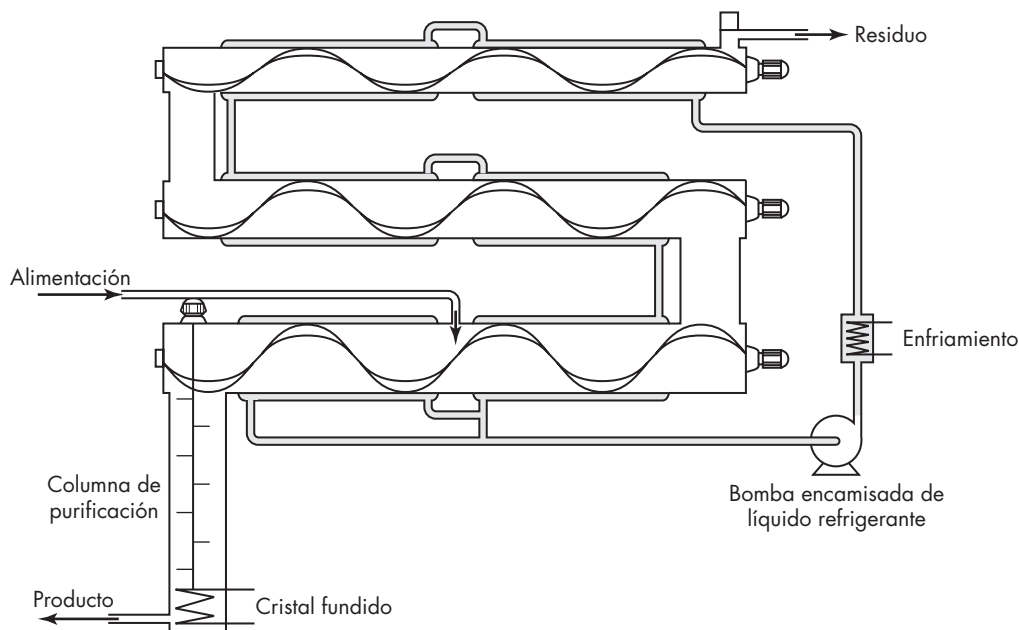


FIGURA 27.14

El purificador Brodie cristaliza enfriando en contracorriente. (C. W. Nofsinger Company.)

reflujo. En el purificador, el reflujo lava las superficies de los cristales para eliminar las impurezas; además, los cristales se mantienen a su temperatura de fusión por un tiempo para permitir que las impurezas ocluidas migren dentro del reflujo. Por este medio es posible producir *p*-diclorobenceno con una pureza superior a 99.9% a partir de una mezcla de isómeros de clorobenceno. El purificador Brodie también se utiliza comercialmente para reducir el contenido de tionaftenato del naftaleno desde 2 hasta 0.2 a 0.4% aunque estos compuestos forman soluciones sólidas en lugar de una mezcla eutéctica.¹⁴

Otros equipos en contracorriente y técnicas de refinación por fundición se describen en la bibliografía.^{16f, 34}

SÍMBOLOS

a	Factor de forma, definido por la ecuación (27.16), adimensional
B°	Velocidad de nucleación, número/cm ³ · s o número/ft ³ · h; B_c , velocidad de contacto cristal-cristal; B_e , velocidad de contacto de cristales con impulsor; B_{ss} , velocidad de nucleación homogénea
C	Factor de frecuencia en la nucleación, número/cm ³ · s; también, velocidad de producción de masa de los cristales, kg/h o lb/h
c	Concentración de la solución, mol/unidad de volumen o g mol/m ³ ; c_s , en la solución saturada
D_p	Diámetro de la partícula, m o ft
E^p	Energía de contacto en la nucleación de contacto, ergs
f	Función de
G	Velocidad de crecimiento del cristal, m/h o ft/h
H	Entalpía, J/G o Btu/lb
K	Coeficiente global de transferencia de materia, g mol/m ² · h · unidad de fracción mol o lb mol/ft ² · h · unidad de fracción mol
K_N	Constante dimensional en la ecuación (27.45)
k_s	Coeficiente de la reacción entre fases, g mol/m ² · h · unidad de fracción molar o lb mol/ft ² · h · unidad de fracción molar
k_y	Coeficiente de transferencia de materia desde la solución hasta la cara del cristal, g mol/m ² · h · unidad de fracción mol o lb mol/ft ² · h · unidad de fracción mol
L	Dimensión lineal o tamaño del cristal, m o ft; L_F , tamaño de corte en el cristallizador DDO; L_T , tamaño máximo; L_{pr} , tamaño predominante
m	Masa, g mol o lb mol; m_c , masa total de los cristales por unidad de volumen de líquido
$\dot{m}$	Velocidad molar de crecimiento, g mol/h o lb mol/h
N	Número de cristales de tamaño L y más pequeños en el cristallizador; N_T , número total de cristales en el cristallizador
N_A	Flujo molar, g mol/m ² · h o lb mol/ft ² · h
N_a	Constante de Avogadro, 6.0222×10^{23} moléculas/g mol
n	Densidad de población definida por la ecuación (27.22) número/m ⁴ o número/ft ⁴ ; n° , valor máximo, para núcleos
n_c	Número de cristales por unidad de volumen de cristales
Q	Flujo volumétrico de líquido en el producto, m ³ /h o ft ³ /h

R	Constante de los gases, 8.3143×10^7 ergs/g mol · K
s	Sobresaturación fraccional, definida por la ecuación (27.7); $100s$, porcentaje de sobresaturación
s_p	Área de superficie del cristal, m ² o ft ²
T	Temperatura, °C o °F; T_c , de crecimiento del cristal; T_s , de solución saturada
t	Tiempo; t_{10} tiempo de retorno entre dos pasos de un determinado cristal entre contactos con el agitador (impulsor) rotatorio
t_m	Edad del cristal
u_T	Velocidad de las puntas del impulsor, m/s o ft/s
V	Volumen, m ³ o ft ³ ; volumen del líquido en el magma; V_c , volumen total del líquido en el cristizador
V_M	Volumen molar $1/\rho_M$, cm ³ /g mol o ft ³ /lb mol
v_p	Volumen del cristal, m ³ o ft ³
x	Fracción de masa; también, relación de distribución; x_L , distribución de tamaño; x_a , distribución de área; x_m , distribución de masa; x_n , distribución de número
y	Fracción mol de soluto en la solución, a una distancia de la cara del cristal; y_s , en la solución saturada; y' , en la superficie de contacto entre el cristal y el líquido
z	Longitud adimensional, L/G ; τ ; z_{pr} , valor predominante

Abreviaturas

CSD	Distribución de tamaño de los cristales (crystal size distribution)
DDO	Separación doble (double drawoff)
DTB	Cristizador del tipo tubo de aspiración-deflector (draff tube baffle)
MSMPR	Eliminación de suspensión mezclada-producto mezclado (mixed suspension-mixed product removal)
HTIJ	Dos chorros de choque

Letras griegas

α	Relación de concentración, definida por la ecuación (27.7)
Δc	Sobresaturación
ΔL	Aumento en el tamaño del cristal durante el incremento de tiempo Δt , m o ft
Δn	Incremento de la densidad de población
ΔT	Impulsor potencial de temperatura, °C o °F; ΔT_c , para cristalización; ΔT_h , para la transferencia de calor desde el cristal hacia el líquido
Δt	Incremento de tiempo, h o s
Δy	Sobresaturación, fracción mol de soluto
κ	Pendiente de la línea temperatura-concentración
μ	Distribución de cristales a partir de plantas MSMPR idealizadas; μ_0 , distribución de número; μ_1 , distribución de tamaño; μ_2 , distribución de área; μ_3 , distribución de masa
μ_j	Momento j -ésimo normalizado de la distribución de cristales, definido por la ecuación (27.30)

v	Número de iones por molécula de soluto
ρ_M	Densidad molar de la solución, g mol/cm ³ o lb mol/ft ³ ; ρ_c , del cristal; ρ_s , de la solución saturada
σ	Energía en la superficie de contacto, ergs/cm ²
σ_a	Tensión aparente entre fases entre núcleo y catalizador, ergs/cm ²
τ	Tiempo de retención del magma en el cristalizador, h
Φ_s	Esfericidad

PROBLEMAS

- 27.1.** Una solución de $\text{CuSO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$ que contiene 3.5% de una impureza soluble que se disuelve de forma continua en suficiente agua y líquidos madres recirculados para formar una solución saturada a 80 °C. Después se enfría la solución hasta 25 °C y se obtienen cristales de $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$. Estos cristales arrastran líquido madre en una proporción de 10% de su peso sobre base seca. Se secan los cristales hasta un contenido nulo de agua libre ($\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$). La impurificación permitida en el producto es de 0.6%. Calcule *a*) el peso de agua y de líquido madre circulantes que se requieren por cada 100 kg de sulfato de cobre impuro; *b*) el porcentaje de recuperación de sulfato de cobre suponiendo que el líquido madre no recirculado se desprecia. La solubilidad del $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ a 80°C es 120 g por 100 g de H_2O libre y a 25 °C es de 40 g por 100 g de H_2O libre.
- 27.2.** Una solución de MgSO_4 que contiene 43 g de sólido por cada 100 g de agua entra como alimentación de un cristalizador a vacío a 220 °F. El vacío en el cristalizador corresponde a una temperatura de ebullición del H_2O de 43 °F, y la solución saturada de MgSO_4 tiene una elevación de la temperatura de ebullición de 2 °F. ¿Cuánta alimentación debe introducirse en el cristalizador para producir 900 kg de sal de epsom ($\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$) por hora?
- 27.3.** Una clasificación ideal del producto en un cristalizador continuo al vacío retendría todos los cristales en su interior hasta que alcanzasen el tamaño deseado, para después descargar dichos cristales del cristalizador.²⁰ La distribución de tamaño del producto sería uniforme y todos los cristales tendrían el mismo valor de D_p . Un proceso de este tipo cumple las demás restricciones de un cristalizador de suspensión mezclada-producto mezclado excepto que el magma en la unidad es clasificado por tamaños y cada cristal tiene el mismo tiempo de retención y crecimiento. Demuestre que para un proceso de este tipo se cumple que:

$$m_c = \frac{a\rho_c B^\circ L^4}{4G} \quad \text{y} \quad \tau = \frac{L_{pr}}{4G}$$

- 27.4.** Suponga que se va a cristalizar $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ en un cristalizador ideal con clasificación de producto. Se desea un producto de 1.4 mm. Se estima que la velocidad de crecimiento es 0.2 $\mu\text{m/s}$. La constante geométrica a es 0.20 y la densidad de los cristales 2300 kg/m³. Se utilizará una consistencia de magma de 0.35 m³ de cristales por metro cúbico de líquido madre. ¿Cuál es la velocidad de producción, en kilogramos de cristales por hora y metro cúbico de líquido madre? ¿Qué velocidad de nucleación, en número por hora y metro cúbico de líquido madre se necesita?
- 27.5.** Se han informado resultados sobre el rendimiento de un cristalizador que opera con cloruro de sodio.¹ Los resultados de un experimento son

$$\text{Velocidad del extremo } u_r = 1\,350 \text{ ft/min} \quad \text{Tiempo de retención} = 1.80 \text{ h}$$

$$\text{Tiempo entre pasajes o tiempo de ciclo} = 35 \text{ s}$$

Los parámetros de distribución de tamaños son,

$$n^{\circ} = 1.46 \times 10^6 \text{ número/cm}^4 \quad B^{\circ} = 1.84 \text{ número/cm}^3 \cdot \text{s}$$

$$\text{Densidad del cristal} = 2.163 \text{ g/cm}^3$$

Calcule la constante dimensional K_N , usando las unidades que se especificaron arriba y la rapidez de crecimiento en milímetros por hora.

- 27.6.** Un cristizador de cloruro de potasio que opera a 100 °F, tiene un ciclo de disolución de finos donde la temperatura del producto concentrado es de 130 °F.²³ la solubilidad del KCl es de 39.3 g/100 g H₂O a 100 °F y 44 g/100 g H₂O a 130 °F. a) Si la solución está inicialmente sobresaturada con 1.0 g/100 g y la temperatura se incrementa súbitamente hasta 130 °F, ¿cuánto tiempo tomará disolver cristales de 10 μm y 50 μm si se desprecia el cambio de concentración en la solución? B) Si el tamaño promedio del cristal en los finos es de 200 μm y los lodos tienen 30 g de sólidos/L, ¿Qué tan cerca de la saturación estará la solución después de 10 s a 130 °F?
- 27.7.** Una cristalización de yeso tiene lugar en un tanque agitado de 200 000 gal que es parte de un proceso de desulfuración de gas de chimenea. Con una sola salida hacia un tanque de sedimentación y filtrado, el producto concentrado tiene 50% en peso de CaSO₄ · H₂O y un tamaño medio de partícula de cerca de 30 μm. Las pruebas en plantas pilotos para condiciones similares,⁴ pero con doble extracción y una relación de flujo superior/flujo inferior de 3.5, mostraron una distribución bimodal de tamaño con picos a 20 y 50 μm. La clasificación se hizo con hidrociclones con un tamaño de corte de 30 μm. a) ¿Cuál es el tiempo de residencia promedio para los cristales grandes con operación DDO en relación con el tiempo de residencia promedio para la operación MSMR?; b) ¿qué evidencia hay de que la sobresaturación sea diferente en los dos modos de operación?; c) estime las concentraciones en las corrientes superior e inferior y la concentración de las corrientes combinadas.
- 27.8.** Un pequeño tanque de agitación que se utiliza para la cristalización por lotes de un anti-biótico, dio resultados satisfactorios cuando una turbina de 10 cm se operó a 550 r/min. El tanque tenía 30 cm de diámetro con una profundidad promedio de 40 cm y contenía cuatro deflectores. a) ¿Cuál fue la potencia alimentada por unidad de volumen para el pequeño tanque (dado en kW/m³ y hp/100 gal)?; b) ¿qué velocidad del agitador se necesita para un tanque similar de 2 m de diámetro si P/V se mantiene constante?, y c) para P/V constante, ¿cuál es el cambio en la velocidad de corte máxima al escalar al tanque grande?
- 27.9.** Para el cristizador de MgSO₄ del ejemplo 27.5, la rapidez de crecimiento esperada es de 0.055 cm/h para un cristal con tamaño de malla 20. Si la sobresaturación es de 3% y el coeficiente de transferencia de masa es dos veces el de una partícula en caída libre, ¿cuál es la sobresaturación real en la superficie de la partícula?
- 27.10.** Si la velocidad de producción deseada en el cristizador del ejemplo 27.5 es de 4 200 kg/h de MgSO₄ · 7H₂O, el volumen de líquido en el cristizador es de 7.7 m³ y la velocidad de nucleación es de 2.7×10^9 núcleos/m³ · h y se asume $a = 1$, ¿cuál es el tamaño de cristal predominante? ¿Cuál sería si la velocidad de nucleación fuese de 2.0×10^8 núcleos/m³ · h?

REFERENCIAS

1. Bennet, R.C., H. Fiedelman y A.D. Randolph. *Chem. Eng. Prog.* **69**(7): 86 (1973).
2. Bichowsky, F.R. y F.D. Rossini. *Thermochemistry of Chemical Substances*. Nueva York: Reinhold, 1936.

3. Buckley, H.E. *Crystal Growth*. Nueva York: Wiley, 1951.
4. Chang, J.C.S. y T.G. Brna. *Chem. Eng. Prog.* **82**(11): 51 (1986).
5. Clontz, N.A., y W.L. McCabe. *AIChE Symp. Ser., No. 110*, **67**: 6 (1971).
6. Johnson, R.T.R. W. Rousseau y W.L. McCabe. *AIChE Symp. Ser., No. 121*, **68**: 31 (1972).
7. Kirwan, D.J., I.B. Feins y A.J. Mahajan: en A.S. Myerson, D.A. Green y P. Meenan (eds.) *Crystal Growth of Organic Materials*. Washington: American Chemical Society, 1995, p. 116.
8. Kirwan, D.J. y C. Orella: en A.S. Myerson (ed.). *Handbook of Industrial Crystallization*, 2a. ed. Boston: Butterworth-Heinemann, 2002, a) p. 249, b) p. 262.
9. Klink, A., M. Midler y J. Allegretti. *AIChE Symp. Ser.* **67**(109):77 (1971).
10. La Mer, V.K. *Ind. Eng. Chem.* **44**: 1270 (1952).
11. Manahan, A.D. y D.J. Kirwan. *AIChEJ.* **42**: 1801 (1996).
12. McCabe, W.L. *Ind. Eng. Chem.* **21**: 30, 121 (1929).
13. McCabe, W.L.: en J.C. Perry (ed.). *Chemical Engineers' Handbook*, 3a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1950, p. 1056.
14. Meyer, D.W. *Chem. Proc.* **53**(1): 50 (1990).
15. Ottens, E.P.K. *Nucleation in Continuous Agitated Crystallizers*. Delft, Holanda: Technological University, 1972.
16. Perry, R.H. y D.W. Green (eds.). *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1997; a) pp. 2-120 y 2-124, b) pp. 11-58 y 11-67, c) pp. 18-38, d) pp. 18-40, e) pp. 18-44 y 18-54, f) pp. 22-3 y 22-13.
17. Powers, H.E.C. *Ind. Chem.* **39**: 351 (1963).
18. Preckshot, G.W. y G.G. Brown. *Ind. Chem. Eng.* **44**: 1314 (1952).
19. Randolph, A.D. *AIChE J.* **11**: 424 (1965).
20. Randolph, A.D. Comunicación personal, 1991.
21. Randolph, A.D. y M.A. Larson. *AIChE J.* **8**: 639 (1962).
22. Randolph, A.D. y M.A. Larson. *Theory of Particulate Processes*. Nueva York: Academic, 1971.
23. Randolph, A.D., E.T. White y C. -C.D. Low. *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.* **20**: 496 (1981).
24. Saeman, W.C. *AIChE J.* **2**: 107 (1956).
25. Seidell, A. *Solubilities*, 3a. ed. Princeton, N.J.: Van Nostrand, 1940 (suplemento, 1950).
26. Strickland-Constable, R. F. *Kinetics and Mechanism of Crystallization*. Nueva York: Academic, 1968.
27. Strickland-Constable, R.F. y R.E.A. Mason. *Nature*. **197**: 4870 (1963).
28. Strickland-Constable, R.F. *AIChE Symp. Ser. No. 121*, **68**: 1 (1972).
29. Sung, C.Y., J. Estrin y G.R. Youngquist. *AIChE J.* **19**: 957 (1973).
30. Sutradhar, B.C. y A.D. Randolph. Manuscrito no publicado. Chemical Engineering Department, University of Arizona, Tucson, 1991.
31. Tai, C.Y., W.L. McCabe y R.W. Rousseau. *AIChE J.* **21**: 351 (1975).
32. Ting, H.H. y W.L. McCabe. *Ind. Eng. Chem.* **26**: 1201 (1934).
33. VanHook, A. *Crystallization, Theory and Practice*. Nueva York: Wiley, 1951.
34. Walas, S.M. *Chemical Process Equipment*. Mass.: Butterworths, 1988, pp. 543-548.
35. Walton, A.G. *Science* **148**: 601 (1965).
36. White, E.T. y A.D. Randolph. *Ind. Eng. Chem. Res.* **28**(3):276 (1989).

SECCIÓN V

Operaciones en las que intervienen partículas de sólidos

Los sólidos, en general, son más difíciles de tratar que los líquidos o gases. En los procesos, los sólidos presentan diferentes apariencias: piezas angulares, láminas continuas o polvos finamente divididos. Pueden ser duros y abrasivos, resistentes o gomosos, blandos o frágiles, polvorientos, cohesivos, de fluidez libre o pegajosos. Independientemente de su forma, es preciso encontrar medios para manipular los sólidos tal como se presentan, y, si es posible, para mejorar sus características de tratamiento.

Como se mencionó en el capítulo 27, en los procesos químicos los sólidos se encuentran más frecuentemente en forma de partículas. Esta sección trata de las propiedades, modificación y separación de sólidos en forma de partículas. En el capítulo 28 se discuten las propiedades generales, tratamiento, mezclado y la reducción de tamaño, y en el capítulo 29 las separaciones mecánicas.

CAPÍTULO 28

Propiedades y tratamiento de partículas sólidas

De todas las formas y tamaños en que es posible encontrar los sólidos, la partícula pequeña es la más importante desde el punto de vista de la ingeniería química. Es necesario un conocimiento de las características de las masas de los sólidos en forma de partículas para el diseño de procesos y del equipo que opera con corrientes que contienen tales sólidos.

CARACTERIZACIÓN DE PARTÍCULAS SÓLIDAS

Las partículas sólidas individuales se caracterizan por su tamaño, forma y densidad. Las partículas de sólidos homogéneos tienen la misma densidad que el material original. Las partículas que se obtienen por el rompimiento de un sólido compuesto, tal como una mena metálica, tienen varias densidades, por lo general diferentes de la densidad del material original. El tamaño y la forma se especifican fácilmente para partículas regulares, tales como esferas y cubos, pero en el caso de partículas irregulares (como granos de arena o láminas de mica) los términos *tamaño* y *forma* no resultan tan claros y es preciso definirlos de manera arbitraria.

Forma de las partículas

Como se explicó en el capítulo 7, la forma de una partícula individual se puede expresar convenientemente en términos de la esfericidad Φ_s , que es independiente del tamaño de la partícula. Para una partícula esférica de diámetro D_p , $\Phi_s = 1$; para una partícula no esférica, la esfericidad se define por la relación

$$\Phi_s \equiv \frac{6/D_p}{S_p/v_p} \quad (28.1)$$

donde D_p = diámetro nominal de partícula
 S_p = área superficial de una partícula
 v_p = volumen de una partícula

El diámetro equivalente se puede definir como el de una esfera de igual volumen. Sin embargo, para los materiales granulares finos, es difícil determinar el volumen exacto y el área de superficie de una partícula y D_p se toma generalmente como el tamaño nominal basado en análisis de cribado o exámenes microscópicos. El área superficial se puede obtener a partir de la caída de presión en un lecho de partículas [ecuación (7.17) o (7.22)], o, para partículas no porosas, de medidas de adsorción y la ecuación (28.1) es usada para calcular Φ_s . Para muchos materiales molidos, Φ_s está entre 0.6 y 0.8, como se muestra en la tabla 7.1, pero para partículas redondeadas por abrasión, puede ser tan alto como 0.95. La tabla 7.1 muestra que un cubo, un cilindro corto y una esfera tienen todos una esfericidad de 1.0. Para el mismo volumen, un cubo realmente tiene 1.24 veces más área de superficie que una esfera, pero $\Phi_s = 1.0$ porque D_p se toma arbitrariamente como la longitud de un lado.

Tamaño de las partículas

En general, es posible especificar “diámetros” para cualquier partícula equidimensional. Las partículas que no son equidimensionales, es decir, que son más largas en una dirección que en otras, algunas veces se caracterizan por la *segunda* dimensión de mayor longitud. Por convención, los tamaños de las partículas se expresan en diferentes unidades dependiendo del intervalo de tamaños que intervienen. Las partículas gruesas se miden en pulgadas o milímetros, las partículas finas en función de la abertura del tamiz, y las partículas muy finas en micrómetros o nanómetros. Las partículas ultrafinas se describen a veces en función de su área de superficie por unidad de masa, por lo general en metros cuadrados por gramo.

Tamaños de partículas mezcladas y análisis de tamaños

En una muestra de partículas uniformes de diámetro D_p , el volumen total de las partículas es m/ρ_p , donde m y ρ_p son la masa total de la muestra y la densidad de las partículas, respectivamente. Puesto que el volumen de una partícula es v_p , el número N de partículas en la muestra es

$$N = \frac{m}{\rho_p v_p} \quad (28.2)$$

De acuerdo con las ecuaciones (28.1) y (28.2), el área de la superficie total de las partículas es

$$A = N s_p = \frac{6m}{\Phi_s \rho_p D_p} \quad (28.3)$$

Para aplicar las ecuaciones (28.2) y (28.3) a mezclas de partículas que tienen varios tamaños y densidades, la mezcla se divide en fracciones, cada una de ellas de densidad constante y tamaño aproximadamente constante. Entonces, cada fracción se pesa, o bien las partículas individuales se cuentan o miden por numerosos métodos. Después se pueden aplicar las ecuaciones (28.2) y (28.3) a cada fracción y se suman los resultados.

La información de tal análisis de tamaño de partícula se tabula para mostrar la masa o fracción numérica en cada incremento de tamaño como función del tamaño promedio

de partícula (o rango de tamaño) en el incremento. El análisis tabulado de este modo se denomina *análisis diferencial*. Los resultados generalmente se presentan como un histograma, como lo muestra la figura 28.1a, con una curva continua como la línea discontinua utilizada para aproximar la distribución. Una segunda forma de presentar la información es a través de un *análisis acumulativo*, obtenido por agregar, consecutivamente, los incrementos individuales, comenzando por el que contiene las partículas más pequeñas y tabulando o graficando las sumas acumuladas contra el diámetro máximo de partícula en el incremento. La figura 28.1b representa una gráfica del análisis acumulativo de la distribución de la figura 28.1a. En los análisis acumulativos, los datos se pueden representar de manera adecuada por medio de una curva continua.

Las gráficas acumulativas también se pueden hacer sobre papel semilogarítmico o, más comúnmente, sobre papel para logaritmo-probabilidad, en el cual la escala de las abscisas está dividida de acuerdo con una distribución gaussiana de probabilidad. Los análisis de tamaño proveniente de una trituradora o una molidora a menudo dan gráficas lineales sobre el mencionado papel, al menos sobre una parte muy grande del rango de tamaño de partícula.

Los cálculos del tamaño promedio de partícula, área superficial específica o de población de partículas de una mezcla pueden basarse en el análisis diferencial, o bien en el acumulativo. En principio, los métodos sustentados en el análisis acumulativo son más precisos que los que utilizan el análisis diferencial, dado que cuando se usa el primero no se necesita la suposición de que todas las partículas de una sola fracción son iguales en tamaño. El análisis acumulativo se puede hallar de pruebas de cribado o tamizado. Si un diagrama en un papel de logaritmo-probabilidad da una línea recta, los resultados diferenciales se pueden obtener por interpolación. Las siguientes ecuaciones para área superficial específica, tamaño promedio de partícula y número de partículas, se expresan en términos de análisis diferenciales.

Superficie específica de una mezcla

Si se conoce la densidad ρ_p y la esfericidad Φ_s de las partículas es posible calcular el área de la superficie de las partículas en cada fracción a partir de la ecuación (28.3), y sumar

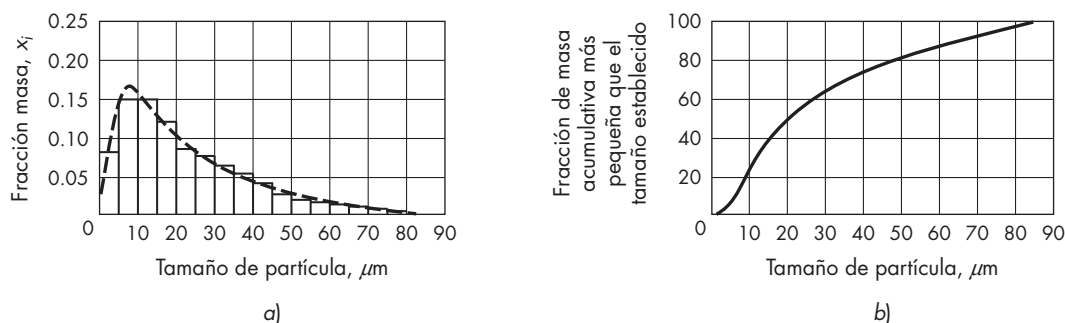


FIGURA 28.1

Distribución de tamaños de partículas en polvo; a) análisis diferencial; b) análisis acumulativo.

los resultados de todas las fracciones para obtener A_w , la *superficie específica* (el área de la superficie total de una unidad de masa de partículas). Si ρ_p y Φ_s son constantes, A_w viene dada por

$$\begin{aligned} A_w &= \frac{6x_1}{\Phi_s \rho_p \bar{D}_{p1}} + \frac{6x_2}{\Phi_s \rho_p \bar{D}_{p2}} + \dots + \frac{6x_n}{\Phi_s \rho_p \bar{D}_{pn}} \\ &= \frac{6}{\Phi_s \rho_p} \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\bar{D}_{pi}} \end{aligned} \quad (28.4)$$

donde los subíndices = incrementos individuales

x_i = fracción de masa en un determinado incremento

n = número de incrementos

$\bar{D}_{pi}$ = diámetro promedio de las partículas, tomado como media aritmética de los diámetros mayor y menor en el incremento

Tamaño promedio de las partículas

El tamaño promedio de las partículas para una mezcla de las mismas se identifica de varias formas diferentes. El más usado es probablemente el *diámetro medio volumen-superficie* $\bar{D}_s$, que está relacionado con el área de la superficie específica A_w . [Véanse las ecuaciones (7.23), (7.24) y (9.39).] Está definido por la ecuación

$$\bar{D}_s \equiv \frac{6}{\Phi_s A_w \rho_p} \quad (28.5)$$

Sustituyendo de la ecuación (28.4) en la ecuación (28.5) se obtiene,

$$\bar{D}_s = \frac{1}{\sum_{i=1}^n (x_i / \bar{D}_{pi})} \quad (28.6)$$

Ésta es la misma que la ecuación (7.24).

Si se conoce el número de partículas N_i en cada fracción en vez de la fracción de masa, $\bar{D}_s$ viene dado por la ecuación (7.23).

A veces resultan útiles otros valores medios. El *diámetro medio aritmético* $\bar{D}_N$ es

$$\bar{D}_N = \frac{\sum_{i=1}^n (N_i \bar{D}_{pi})}{\sum_{i=1}^n N_i} = \frac{\sum_{i=1}^n (N_i \bar{D}_{pi})}{N_T} \quad (28.7)$$

donde N_T es el número de partículas en toda la muestra.

El *diámetro medio de masa* $\bar{D}_w$ se obtiene a partir de la ecuación

$$\bar{D}_w = \sum_{i=1}^n x_i \bar{D}_{pi} \quad (28.8)$$

Dividiendo el volumen total de la muestra entre el número de partículas de la mezcla (véase más adelante) se obtiene el volumen promedio de una partícula. El diámetro de dicha partícula es el *diámetro medio de volumen* $\bar{D}_V$ que se obtiene a partir de la relación

$$\bar{D}_V = \left[\frac{1}{\sum_{i=1}^n (x_i / \bar{D}_{pi}^3)} \right]^{1/3} \quad (28.9)$$

Para mezclas constituidas de partículas uniformes estos diámetros medios son, por supuesto, todos iguales. Sin embargo, para mezclas que contienen partículas de varios tamaños, los distintos diámetros medios tal vez difieran notablemente entre sí.

Número de partículas en la mezcla

Para calcular, a partir del análisis diferencial, el número de partículas en una mezcla, se utiliza la ecuación (28.2) a fin de calcular el número de partículas en cada fracción, y N_w , la población total en una unidad de masa de muestra, se obtiene sumando todas las fracciones. Para una forma dada de partículas, el volumen de una partícula cualquiera es proporcional a su “diámetro” elevado al cubo, o sea

$$v_p = aD_p^3 \quad (28.10)$$

donde a es el *factor de forma de volumen*. A diferencia de Φ_s resulta diferente para varios sólidos regulares: es de 0.5236 para la esfera, 0.785 para un cilindro corto (altura = diámetro) y 1.0 para el cubo. De la ecuación (28.2), suponiendo que a es independiente del tamaño,

$$N_w = \frac{1}{a\rho_p} \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\bar{D}_{pi}^3} = \frac{1}{a\rho_p \bar{D}_V^3} \quad (28.11)$$

El área de la superficie específica, los diferentes diámetros medios y el número de partículas, se calculan con facilidad a partir de los análisis de tamaños de las partículas utilizando sencillos programas de computadora. Muchos instrumentos de medición para partículas muy finas están programados para dar de forma directa estas magnitudes.

Análisis por tamizado; series de tamices estándar

Para medir el tamaño (y la distribución de tamaños) de las partículas en el intervalo de tamaños comprendidos entre 3 y 0.0015 in. (76 mm y 38 μ m), se utilizan tamices estándar. Los tamices de ensayo se construyen con telas de alambre, cuyas dimensiones están cuidadosamente estandarizadas. Las aberturas son cuadradas. Cada tamiz se identifica por las mallas por pulgada. Sin embargo, las aberturas reales son menores que las correspondientes al número de mallas, debido al espesor de los alambres. Las características de una serie común, que es la serie estándar de tamices Tyler, se indican en el apéndice 5. Esta serie de tamices se basa en la abertura del tamiz de 200 mallas, que está establecida en 0.074 mm. El área de las aberturas de un tamiz cualquiera de la serie es exactamente el doble que la de las aberturas del tamiz próximo más pequeño. La relación entre la dimensión real de las mallas de un tamiz cualquiera y aquella de la malla próxima más pequeño es, por lo

tanto, $\sqrt{2} = 1.41$. Para tamaños más próximos, existen tamices intermedios, cada uno de los cuales tiene una dimensión de malla de $\sqrt[4]{2}$, o sea, 1.189 veces el tamiz estándar próximo más pequeño. Por lo general no se utilizan los tamices intermedios.

Para realizar un análisis se coloca un conjunto de tamices estandarizados, acoplados en serie, con el tamiz más pequeño en el fondo y el más grande en la parte superior. La muestra se coloca en el tamiz superior y el conjunto se somete a sacudidas mecánicas durante un tiempo determinado, de unos 20 minutos. Las partículas retenidas sobre cada tamiz se retiran y se pesan, y las masas de los incrementos individuales sobre cada tamiz se convierten en fracciones de masa o en porcentajes de masa de la muestra total. Las partículas que pasan a través del tamiz más fino se recogen en un contenedor situado en el fondo de la columna de tamices.

Los resultados de un análisis de tamizado se tabulan para mostrar la fracción de masa de cada incremento sobre el tamiz en función del intervalo del incremento del tamaño de las mallas. Puesto que las partículas en un tamiz han pasado a través del tamiz situado inmediatamente encima de él, se necesitan dos números para especificar el intervalo de tamaños de un incremento, uno para el tamiz a través del cual pasa la fracción y otro para el tamiz sobre el que es retenida. Así, la notación 14/20 quiere decir “a través de 14 mallas y sobre 20 mallas”.

En la tabla 28.1 se presenta un análisis por tamizado típico. Las dos primeras columnas dan el tamaño de malla y la anchura de la abertura de los tamices; la tercera columna es la fracción de masa de la muestra total que es retenida sobre el tamiz designado. Esto es x_i , donde i es el número del tamiz comenzando por el fondo de la batería; por lo tanto, $i = 1$ para la tapadera del fondo, y tamiz $i + 1$ corresponde al tamiz que está inmediatamente encima del tamiz i . El símbolo D_{pi} indica que el diámetro de las partículas es igual a la abertura de malla del tamiz i .

Las dos últimas columnas de la tabla 28.1 muestran el diámetro promedio de las partículas $\bar{D}_{pi}$ en cada incremento y la fracción acumulativa menor que cada valor de D_{pi} . En los análisis por tamizado, las fracciones acumulativas se presentan a veces comenzando por el tamiz superior y se expresan como la fracción *mayor que* un tamaño dado.

Medida del tamaño de partículas finas

El tamizado en seco es útil para la medida de partículas con diámetros superiores a $44 \mu\text{m}$ (325 mallas); el análisis de tamizado húmedo se utiliza para diámetros inferiores a $10 \mu\text{m}$. Las partículas aún más finas se miden por diversos métodos. El microscopio óptico y la sedimentación por gravedad se utilizan con partículas de 1 a $100 \mu\text{m}$ de diámetro, como es el contador Coulter, un aparato que mide los cambios en la resistividad de un electrolito, a medida que éste lleva las partículas una por una a través de un pequeño orificio. Las técnicas de dispersión de luz, sedimentación en centrífugas o ultracentrífugas, espectroscopia de correlación de fotones y microscopía electrónica son útiles con partículas aún más finas.^{12b}

EJEMPLO 28.1 El análisis por tamizado que se presenta en la tabla 28.1 corresponde a una muestra de cuarzo triturado. La densidad de las partículas es $2\,650 \text{ kg/m}^3$ (0.00265 g/mm^3), y los factores de forma son $a = 2$ y $\Phi_s = 0.571$. Para el material con tamaño de partículas comprendido entre 4 y 200 mallas, calcule a) A_w , en milímetros cuadrados por gramo, y N_w en partículas por gramo; b) $\bar{D}_v$; c) $\bar{D}_s$; d) $\bar{D}_w$ y e) N_i para el incremento 150/200 mallas. f) ¿Qué fracción del número total de partículas hay en el incremento 150/200 mallas?

TABLA 28.1

Análisis por tamizado

Mallas	Abertura del tamiz D_{pi} , mm	Fracción de masa retenida, x_i	Diámetro medio de las partículas en el incremento, D_{pi} , mm	Fracción acumulativa inferior a D_{pi}
4	4.699	0.0000	—	1.0000
6	3.327	0.0251	4.013	0.9749
8	2.362	0.1250	2.845	0.8499
10	1.651	0.3207	2.007	0.5292
14	1.168	0.2570	1.409	0.2722
20	0.833	0.1590	1.001	0.1132
28	0.589	0.0538	0.711	0.0594
35	0.417	0.0210	0.503	0.0384
48	0.295	0.0102	0.356	0.0282
65	0.208	0.0077	0.252	0.0205
100	0.147	0.0058	0.178	0.0147
150	0.104	0.0041	0.126	0.0106
200	0.074	0.0031	0.089	0.0075
Pan	—	0.0075	0.037	0.0000

Solución Con el fin de obtener A_w y N_w , la ecuación (28.4) se expresa como

$$A_w = \frac{6}{0.571 \times 0.00265} \sum \frac{x_i}{\bar{D}_{pi}^3} 3965 \sum \frac{x_i}{\bar{D}_{pi}}$$

y la ecuación (28.11) como

$$N_w = \frac{1}{2 \times 0.00265} \sum \frac{x_i}{\bar{D}_{pi}^3} = 471.7 \sum \frac{x_i}{\bar{D}_{pi}^3}$$

a) Para el incremento 4/6 mallas $\bar{D}_{pi}$ es la media aritmética de las aberturas de mallas de los tamices correspondientes, o sea, a partir de la tabla 28.1 $(4.699 + 3.327)/2 = 4.013$ mm. Para este incremento $x_i = 0.0251$; por lo tanto $x_i/\bar{D}_{pi}$ es $0.0251/4.013 = 0.0063$ y $x_i/\bar{D}_{pi}^3$ es 0.0004. Se calculan las correspondientes cantidades para los otros 11 incrementos y se suman para obtener $\sum x_i/\bar{D}_{pi} = 0.8284$ y $\sum x_i/\bar{D}_{pi}^3 = 8.8296$. Puesto que se excluye la fracción recogida sobre el contenedor, la superficie específica y el número de partículas por unidad de masa de las partículas de 200 mallas o mayores se obtiene dividiendo los resultados de las ecuaciones (28.4) y (28.11) por $1 - x_i$ (puesto que $i = 1$ para la tapadera), o sea, $1 - 0.0075 = 0.9925$. Por lo tanto,

$$A_w = \frac{3965 \times 0.8284}{0.9925} = 3309 \text{ mm}^2/\text{g}$$

$$N_w = \frac{471.7 \times 8.8296}{0.9925} = 4.196 \text{ partículas/g}$$

b) De la ecuación (28.9),

$$\bar{D}_V = \frac{1}{8.8296^{1/3}} = 0.4838 \text{ mm}$$

c) El diámetro medio volumen-superficie se halla a partir de la ecuación (28.6):

$$\bar{D}_s = \frac{1}{0.8284} = 1.207 \text{ mm}$$

d) El diámetro medio másico $\bar{D}_w$ se obtiene a partir de la ecuación (28.8). Por esto, con base en los datos de la tabla 28.1,

$$\sum x_i \bar{D}_{pi} = \bar{D}_w = 1.677 \text{ mm}$$

e) El número de partículas en el rango de malla 150/200 se obtiene a partir de la ecuación (28.11):

$$N_2 = \frac{x_2}{a \rho_p \bar{D}_{p2}^3} = \frac{0.0031}{0.8 \times 0.00265 \times 0.089^3}$$

$$= 2074 \text{ partículas/g}$$

Esto es $2074/4,196 = 0.494$ o 49.4% de las partículas en los 12 rangos superiores. Para el material en la fracción del platillo, el número de partículas y el área superficial específica son enormemente más grandes que para el material más burdo, pero no se pueden estimar con exactitud a partir de los datos de la tabla 28.1.

PROPIEDADES DE MASAS DE PARTÍCULAS

Las masas de partículas sólidas, en especial cuando las partículas están secas y no se pegan, poseen muchas de las propiedades de un fluido. Ejercen presión sobre las paredes de un contenedor, fluyen a través de un orificio o descienden por una tolva. Sin embargo, se diferencian de los líquidos y gases en varios aspectos, ya que las partículas se entrecruzan y adhieren por efecto de la presión y no pueden deslizarse unas sobre otras sino hasta que la fuerza aplicada alcanza una magnitud apreciable. De manera contraria a lo que ocurre con la mayor parte de los fluidos, los sólidos granulares y las masas sólidas resisten permanentemente la distorsión cuando se someten a una fuerza distorsionante moderada. Cuando la fuerza es suficientemente grande se produce la ruptura y una capa de partículas se desliza sobre otra, pero entre las capas situadas a ambos lados de la fisura hay una considerable fricción.

Las masas de sólidos tienen las siguientes propiedades distintivas:

1. La presión no es la misma en todas las direcciones. En general, una presión que se aplica en una dirección crea cierta presión en otras direcciones, pero siempre es menor que la presión aplicada. Es mínima en la dirección de ángulos rectos con respecto a la presión aplicada. En una masa homogénea, la relación entre la presión normal y la presión aplicada, p_L/p_V , es una constante K' , que es característica del material. Ésta depende de la forma y de las tendencias de entrelazamiento de las partículas, de la adhesividad de las superficies de los granos y de qué tan ajustadamente esté empaquetado el material. Es casi independiente del tamaño de partícula hasta que los granos se vuelven muy pequeños y el material ya no fluye libremente.
2. Un esfuerzo cortante aplicado en la superficie de una masa se transmite a través de toda una masa estática de partículas mientras no se produzca rotura.

3. La densidad de la masa puede variar, dependiendo del grado de empaque de los granos. La densidad de un fluido es una función exclusiva de la temperatura y la presión, como lo es cada una de las partículas individuales de un sólido, pero, en cambio, no ocurre lo mismo con la densidad global o aparente. La densidad global es mínima cuando la masa está “floja”. Alcanza un máximo cuando la masa se somete a una vibración o apisonamiento.
4. Antes de que una masa de partículas empacadas de forma apretada pueda fluir, se debe aumentar en volumen a fin de permitir el entrecruzamiento de granos para moverlas entre sí. Sin tal dilatación el flujo es imposible.
5. Cuando los sólidos granulares están apilados arriba sobre una superficie plana, los lados de la pila están a un ángulo reproducible definido con la horizontal. Este ángulo α_r se llama *ángulo de reposo* del material. Para sólidos granulares que fluyen libremente, α_r está con frecuencia entre 15 y 30°.

Dependiendo de sus propiedades de flujo, los sólidos en forma de partículas se dividen en dos clases: *cohesivos* y *no cohesivos*. Los materiales no cohesivos como grano, arena o briznas de plástico, fluyen desde depósitos o silos. Para estos sólidos, K' está con frecuencia entre 0.35 y 0.6. Los sólidos cohesivos, tales como arcilla húmeda, se caracterizan por su dificultad para fluir a través de orificios. Para éstos, el valor de K' es aproximadamente cero.

Almacenamiento y transporte de sólidos

Almacenamiento a granel

Los materiales gruesos, tales como grava y carbón, se almacenan a la intemperie en grandes apilamientos, sin protección del clima. Cuando se trata de centenares y millares de toneladas de material, éste es el método más económico. Los sólidos se retiran del apilamiento por medio de una cinta transportadora o una pala excavadora y se entregan a un transportador o al proceso. El almacenamiento a la intemperie puede dar lugar a problemas ambientales tales como formación de polvo o lixiviación de material soluble contenido en el apilamiento. La formación de polvo exige algún tipo de recubrimiento protector del sólido almacenado; la lixiviación se controla recubriendo el apilamiento o bien construyendo en su base un estanque poco profundo con el fondo impermeabilizado, de donde se puede retirar con seguridad el líquido de lixiviación.

Almacenamiento en depósitos

Los sólidos que son demasiado valiosos o demasiado solubles para estar expuestos a la intemperie, se almacenan en depósitos, tolvas o silos. Éstos son recipientes cilíndricos o rectangulares de hormigón o metal. Los silos pueden ser altos y de diámetro relativamente pequeño, mientras que los depósitos son bastante anchos y no tan altos. Una tolva es un pequeño depósito con un fondo oblicuo, que se utiliza para el almacenamiento temporal antes de introducir los sólidos como alimentación de un proceso. Todos estos contenedores se cargan por la parte superior utilizando algún tipo de elevador, mientras que la descarga se realiza por lo general por el fondo. Tal como se explica más adelante, el principal problema de diseño de un depósito es conseguir una descarga satisfactoria.

Presiones en depósitos y silos. Cuando los sólidos granulares se almacenan en un depósito o un silo, la presión lateral ejercida sobre las paredes en cualquier punto es menor que la calculada a partir de la carga de material situada por encima de dicho punto. Además, por lo general hay fricción entre la pared y los granos del sólido y, debido al entrecruzamiento de las partículas, el efecto de esta fricción se propaga a través de la masa. La fuerza de fricción en la pared tiende a contrarrestar el peso del sólido y reduce la presión ejercida por la masa sobre el piso del contenedor.

La presión vertical en el fondo del recipiente o el soporte del empaque es mucho menor que la ejercida por una columna de líquido de la misma densidad y altura. La presión real de los sólidos depende del valor de K' para los sólidos, el coeficiente de fricción entre los sólidos y la pared del recipiente, así como la forma en la que los sólidos están acomodados en el recipiente. Por lo general, cuando la altura de la columna de los sólidos es mayor del orden de tres veces el diámetro del contenedor, los sólidos adicionales no tienen efecto en la presión de la base. Por supuesto, la masa total aumenta si se adicionan más sólidos, pero la masa adicional se efectúa por las paredes y los cimientos, y no por el fondo del recipiente.

En los sólidos granulares a altas presiones no siempre aumenta la tendencia del flujo del material como sucede en el caso de los líquidos; en lugar de esto, al aumentar la presión de los empaques, los granos se ajustan más entre sí y esto hace el flujo más difícil. En casos extremos la combinación de fuerzas gravitacional y de fricción en un mismo punto del contenedor provoca que los sólidos formen un arco o puente, por lo que no caen, aun cuando se remueve el material debajo de ellos. Casi todos los depósitos contienen un *antipunteo*, un cono metálico poco profundo que apunta hacia arriba, colocado cerca del fondo para mantener los sólidos en la abertura de descarga permitiendo un empaque ajustado. Los sólidos granulares, en especial con partículas angulares, pueden perderse en función del flujo.

Descarga de depósitos

Los sólidos tienden a descargar por cualquier abertura cerca del fondo de un depósito, pero descargan mejor a través de una abertura situada en el fondo. El flujo a través de una abertura lateral tiende a ser incierto y aumenta la presión lateral sobre el otro lado del depósito durante el tiempo que estén fluyendo los sólidos. Una salida por el fondo no se obstruye con facilidad y no genera presiones anormalmente elevadas sobre ningún punto de las paredes.

Jenike y colaboradores⁷ han estudiado los factores que afectan la descarga de sólidos de depósitos. Cuando se abre la salida situada en el fondo de un depósito que contiene sólidos que fluyen en forma libre, el material situado inmediatamente encima de la abertura comienza a fluir. Se desarrollan uno o dos modelos de flujo dependiendo de la inclinación de las paredes en la sección inferior del depósito y del coeficiente de fricción entre los sólidos y las paredes del depósito.^{12b} En depósitos de fondo cónico, con un cono alto, se desarrolla *flujo másico*, caracterizado porque todo el material desciende de manera uniforme desde la parte superior del depósito. En depósitos con un cono corto angulado o con paredes verticales y una abertura central en el fondo, tiene lugar *flujo túnel*. Una columna vertical de sólidos, situada en la abertura, desciende sin perturbar el material lateral. Eventualmente comienza el flujo lateral, primero desde la capa más

alta de sólidos. Se forma una depresión cónica en la superficie de la masa. Los sólidos situados en el fondo del depósito o cerca de las paredes son los últimos en salir. El material se desliza en forma lateral hacia la columna central con un ángulo aproximadamente igual al ángulo de fricción interna de los sólidos. Si se añade más material por la parte superior del depósito con la misma velocidad con la que se descarga por el fondo, los sólidos próximos a las paredes del depósito permanecen estancados y no se descargan, cualquiera que sea el tiempo que dure el flujo.

La velocidad de flujo de los sólidos granulares por gravedad a través de una abertura circular en el fondo de un depósito depende del diámetro de la abertura y de las propiedades de los sólidos. En un amplio intervalo, no depende de la altura del lecho de sólidos. Con partículas que fluyen con libertad, la velocidad de flujo de los sólidos $\dot{m}$ varía aproximadamente con D_o^3 , donde D_o es el diámetro de la abertura de descarga.^{9,15}

Con sólidos cohesivos es difícil iniciar el flujo. Sin embargo, una vez que comienza, éste se restablece en el material situado en dirección a la parte superior de la abertura de descarga. Con frecuencia la columna de sólidos situada encima de la salida se desplaza como un émbolo, dejando un “agujero de ratón” con paredes casi verticales. Los sólidos adherentes e incluso algunos polvos secos se adhieren con fuerza a las superficies verticales y tienen la suficiente fuerza de fijación para soportar un tapón de diámetro considerable encima de una abertura de descarga. Por lo tanto, para obtener el flujo inicial y mantener el material en movimiento, también se necesitarán vibradores en las paredes del depósito, hélices internas cerca del piso del depósito, o turbinas de aire en la abertura de descarga.

La abertura de descarga deberá ser suficientemente pequeña para cerrarse con facilidad cuando los sólidos estén fluyendo, pero no tan pequeña para que provoque atascamiento. Es mejor hacer la abertura lo suficientemente grande de modo que pase todo el flujo deseado cuando se abra la mitad. Es posible abrirla más adelante para limpiar un atascamiento parcial. Sin embargo, si la abertura es muy grande, la válvula de expulsión puede ser difícil de cerrar y el control de la velocidad del flujo será deficiente.

Transportadores

En el capítulo 7 se describieron los transportadores neumáticos para sólidos. Otros dispositivos comunes para transportación incluyen cinturones transportadores y elevadores de cubeta, cinturones transportadores cerrados con aceleradores semejantes a cremallera, así como varios tipos de transportadores de arrastre y vuelo. Todos incluyen una rama de retorno que carga el cinturón vacío o cadenas de regreso desde la descarga hasta el punto de carga. Los transportadores vibratorios y transportadores de tornillo carecen de etapa de regreso y sólo operan sobre distancias relativamente pequeñas. Los transportadores neumáticos tampoco tienen rama de retorno y no están tan limitados como para distancias de viaje. Los transportadores para sólidos se analizan en la referencia 12j.

MEZCLADO DE SÓLIDOS

El mezclado de sólidos, ya sea flujo libre o cohesivo, se parece en cierto grado al mezclado de líquidos con baja viscosidad. En ambos procesos intervienen dos o más

componentes separados para formar un producto más o menos uniforme. Algunos de los equipos utilizados normalmente para mezclar líquidos en ocasiones se emplean para mezclar sólidos.

También hay diferencias significativas entre los dos procesos. El mezclado de líquidos depende de la creación de corrientes de flujo, las cuales transportan material que no se mezcla a la zona de mezclado adyacente al impulsor. En pastas o masa pesadas de partículas sólidas no es posible obtener dichas corrientes, y el mezclado se completa por otros medios. En consecuencia, se requiere mucho más poder en las pastas mezcladas y los sólidos secos que en el mezclado de líquidos.

Otra diferencia es que en el mezclado (o combinación) de líquidos, un producto “bien mezclado” por lo regular significa una fase líquida verdaderamente homogénea, cuyas muestras al azar, aun de tamaño muy pequeño, presentan la misma composición. En el mezclado de pastas y polvos, el producto con frecuencia consta de dos o más fases que son fáciles de identificar, cada una de las cuales puede contener partículas individuales de tamaño considerable. Para un producto “bien mezclado” de este tipo, pequeñas muestras al azar diferirán marcadamente en la composición; de hecho, muestras de cualquier mezcla semejante debe ser mayor que un cierto tamaño crítico (varias veces el tamaño de la partícula individual más grande en la mezcla) si los resultados son significativos.

Medición del funcionamiento de mezcladores

El mezclado es más difícil de definir con sólidos y pastas de lo que es para líquidos. Cantidades medidas de mezclado, basadas en procedimientos estadísticos, son a veces utilizadas para evaluar el funcionamiento de mezcladores. Estos procedimientos se basan en el análisis de muestras puntuales tomadas a partir de mezclas a varios tiempos. Una mezcla en la cual un componente es distribuido al azar a través de otro se dice que está completamente mezclada.

Para sólidos no cohesivos granulares, se utilizan múltiples muestras pequeñas que contienen alrededor del mismo número de partículas. Considere una mezcla de componentes A y B a partir de la cual N muestras puntuales, que contienen n partículas, son tomadas y analizadas. Las desviaciones estándar s se estiman a partir de los resultados analíticos por la ecuación

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2 - \bar{x} \sum_{i=1}^N x_i}{N-1}} \quad (28.12)$$

donde x_i = fracción numérica de A en cada muestra

$\bar{x}$ = valor promedio de las fracciones numéricas medidas

Aun si la mezcla es completamente mezclada, el valor de x_i en las varias muestras puntuales no será el mismo; siempre hay alguna oportunidad de que la muestra extraída a partir de una mezcla al azar contenga una mayor (o menor) proporción de un tipo de partícula que la población a partir de la cual se tomó. La desviación estándar teórica σ_e para una mezcla completamente al azar está dada por

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{\mu_p(1-\mu_p)}{n}} \quad (28.13)$$

Para sólidos cohesivos, se utilizan fracciones de masa en lugar de fracciones numéricas. La desviación estándar del análisis puntual se estima como se hizo antes a partir de la ecuación (28.12). La desviación estándar para la mezcla σ_0 antes de que el mezclado comience, es

$$\sigma_0 = \sqrt{\mu(1-\mu)} \quad (28.14)$$

donde μ es la fracción másica global del componente A en la mezcla.

Algunas veces s se utiliza directamente como una medida del grado de la mezcla, pero con más frecuencia la desviación estándar (o su cuadrado, la varianza) se compara con las desviaciones estándar teóricas o varianzas encontradas a partir de las ecuaciones (28.13) y (28.14).^{5,10,14}

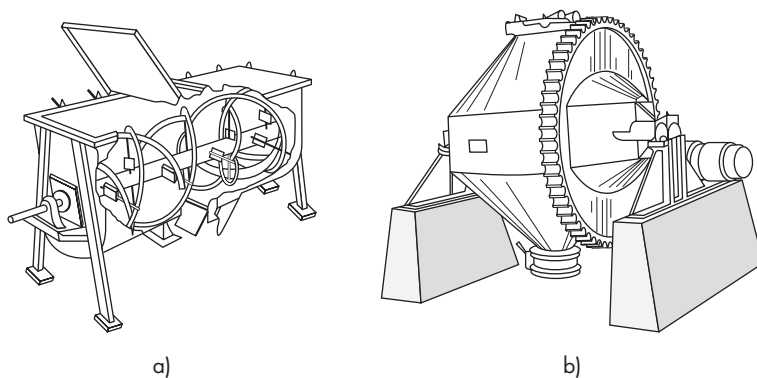
En la práctica real, la resistencia de un mezclador está en las propiedades del material mezclado que produce. Un producto bien mezclado es el que hace lo que se requiere y tiene la propiedad necesaria —uniformidad visual, alta resistencia, velocidad de combustión uniforme u otra característica deseada—. Un buen mezclador es el que genera este bien mezclado al menor costo global.

Mezclar pastas pesadas, sólidos plásticos y hule constituye más un arte que una ciencia. Las propiedades de los materiales a mezclar varían enormemente de un proceso a otro. Incluso de un solo material pueden ser ampliamente diferentes en tiempos diferentes durante la operación de mezclado. Un lote puede comenzar como un polvo seco de libre flujo, convertirse en pastoso con el agregado de un líquido, rígido y gomoso a medida que avanza la reacción y luego tal vez seco, granular y polvo de libre flujo nuevamente. Las propiedades indeterminadas de los materiales, como la rigidez, la pegajosidad y la humectabilidad son tan importantes en estos problemas de mezclado como la viscosidad y la densidad. Los mezcladores para pastas y masas plásticas deben ser, sobre todo, versátiles. En un determinado problema, el mezclador elegido debe tratar al material cuando está en su peor condición y puede que no sea tan efectivo como otros diseños durante otras partes del ciclo de mezclado. Lo mismo que con otros equipos, la elección de un mezclador para materiales pesados generalmente constituye un desafío. Perry^{12a} analizó los tipos de mezcladores y las propiedades que afectan las mezclas sólidas. Aquí se verán unas pocas clases representativas de mezcladores para sólidos.

Mezclado para sólidos no cohesivos

Los mezcladores para polvos sólidos incluyen ciertas máquinas que se usan también para pastas pesadas y algunas máquinas que están destinadas a polvos de flujo libre. La mezcla se realiza por agitación de la masa a baja velocidad con un agitador, por volteo o por embarrado por centrifugación e impacto.

El *mezclador de tornillo interno* consiste de un tanque vertical que contiene una cinta transportadora helicoidal que eleva y hace circular el material. En el *mezclador de listón*, que se ilustra en la figura 28.2a, dos cintas que se contraponen están montadas sobre la

**FIGURA 28.2**

Mezcladores para sólidos de flujo libre. a) Mezclador de listón; b) mezclador de volteo.

misma flecha, una mueve el sólido en una dirección y la otra lo mueve rápidamente en la otra. Los listones pueden ser continuos o interrumpidos. Algunas unidades operan por lotes; otras mezclan continuamente con sólidos que se alimentan por un extremo y se descargan por el otro. Algunos mezcladores de listón son muy grandes y pueden contener hasta 34 m^3 (9000 galones) de material.

Los mezcladores de volteo incluyen molinos de bolas y tambores de volteo, y ambos pueden manejar líquidos densos y sólidos pesados. El mezclador de volteo de doble cono que se ilustra en la figura 28.2b se utiliza para sólidos livianos de libre flujo. Se carga por la parte superior hasta que está 50 o 60% lleno, luego se hace rotar sobre un eje horizontal de 5 a 20 minutos. Puede contener aspersores internos para introducir pequeñas cantidades de líquido en la mezcla o dispositivos accionados mecánicamente para romper los aglomerados en los sólidos. Wang y Fan¹⁷ analizan los procesos de escalamiento para los mezcladores de volteo.

El mezclado en mezcladores de volteo es al comienzo rápido, pero nunca completo. En este tipo de mezcladores, los componentes nunca se integran de una manera completamente al azar. Después de un tiempo, la calidad de los niveles de mezclado se vuelve heterogénea, fluctúa e incluso puede descender. Las fuerzas contrarias al mezclado, generalmente electrostáticas, siempre actúan en los mezcladores para sólidos secos. Ahí se notan especialmente sus efectos. Estas fuerzas evitan que la mezcla se combine por completo; cuando el tiempo de mezclado es largo, pueden llevar a un grado considerable de falta de mezclado y segregación.¹⁸

El desgarramiento centrífugo y el impacto están presentes en las *ruedas de impacto*, en las cuales una premezcla de ingredientes secos se alimenta continuamente cerca del centro de un disco de alta velocidad de giro y de 250 a 700 mm de diámetro (10 a 27 in.), que la arroja hacia fuera dentro de una cubierta estacionaria. Las intensas fuerzas de corte actúan sobre los polvos durante su trayecto sobre la superficie del disco mezclando intensamente los ingredientes. Las ruedas de impacto mezclan de 1 a 25 toneladas/h de polvos livianos y de libre flujo, tales como insecticidas. El molino de fricción que se muestra en la figura 28.8 es un efectivo mezclador de este tipo.

Mezcladores para sólidos cohesivos

Algunos de los problemas más difíciles en mezclado involucran a los sólidos cohesivos, tales como pastas, materiales plásticos y cauchos. De cierto modo, estas sustancias se asemejan a los líquidos, pero su muy alta viscosidad implica que el equipo de mezclado debe ser diferente y mucho más poderoso que los mezcladores descritos en el capítulo 9. Con sólidos cohesivos, los elementos mezcladores no pueden generar corrientes de flujo; en cambio, friccionan, pliegan, estiran y comprimen el material que se va a mezclar. La energía mecánica se aplica por medio de partes móviles directamente a la masa de material. Las fuerzas que se generan en estos mezcladores son grandes y el consumo de potencia es elevado.

Los *mezcladores con envases intercambiables* mezclan líquidos viscosos o pastas livianas, como en el procesamiento de alimentos o en la fabricación de pinturas, en un envase removible, de 5 a 100 gal de tamaño. En el mezclador de cubeta pequeña que se muestra en la figura 28.3a, el agitador rotativo tiene varias hojas verticales colocadas cerca de la pared del vaso. La cubeta es movida por la base giratoria en dirección opuesta a la del agitador. En el mezclador-batidor de la figura 28.3b, el recipiente es fijo y el agitador tiene una montura de movimiento de planetario, de modo que mientras gira se desplaza, recorriendo todas las partes del vaso.

Las *amasadoras* mezclan sólidos deformables o plásticos aplastando la masa, plégandola y volviéndola a aplastar. Muchas amasadoras también desgarran la masa y la aplican entre una cuchilla móvil y una superficie fija. Se requiere considerable energía incluso con materiales bastante delgados y, cuando la masa se pone resistente y elástica, los requerimientos de potencia se vuelven mucho mayores.

La *amasadora de dos brazos* trabaja con suspensiones, pastas, y masa plásticas livianas. Las aplicaciones típicas se encuentran en la elaboración de bases para lacas a partir de pigmentos y bases, y en el desfibrado de pelusas de algodón en ácido acético y

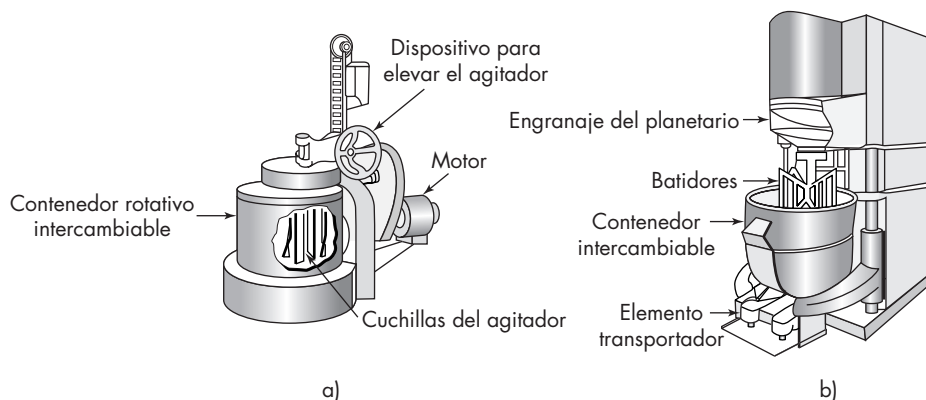
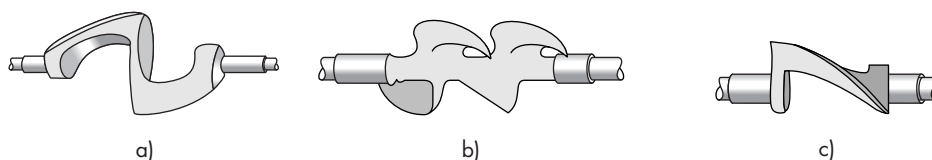


FIGURA 28.3

Mezcladores de pasta de doble movimiento: a) mezclador de contenedor pequeño; b) mezclador-batidor.

**FIGURA 28.4**

Cuchillas de amasadoras y dispersores: a) cuchilla sigmoidea; b) cuchilla de doble agarre; c) cuchilla de dispersor.

anhídrido acético para formar acetato de celulosa. Un *dispersor* es de construcción más sólida y consume más potencia que una amasadora; incorpora aditivos y agentes colorantes en materiales poco maleables. Un *desmenuzador* es aún más pesado y requiere incluso más potencia. Puede desintegrar desechos de gomas y trabajar sobre las masas plásticas más duras que se puedan trabajar. Los desmenuzadores a menudo se denominan *mezcladores intensivos*.

En todas estas máquinas, la mezcla se realiza por medio de dos cuchillas pesadas colocadas sobre flechas paralelas horizontales que giran en una batea corta con base en forma de montante. Las cuchillas giran en sentido opuesto una de otra en la parte superior, impulsando la masa hacia abajo sobre el punto del montante, presionando luego entre las cuchillas y la pared de la batea. Los círculos de rotación de las cuchillas son generalmente tangenciales, de modo que éstas pueden girar a diferentes velocidades para cualquier relación deseada. La relación óptima es de alrededor de $1\frac{1}{2}:1$. En algunas máquinas, las cuchillas se superponen y giran a la misma velocidad con una relación de 2:1.

En la figura 28.4 se muestran diseños de cuchillas de mezclado para varios propósitos. La cuchilla sigmoidea común, que se ve a la izquierda, se usa para amasado de propósito general. Sus bordes pueden ser aserrados para ofrecer una acción de trituración. La de doble agarre o de cola de pez, del centro, es particularmente efectiva para materiales plásticos pesados. La cuchilla de dispersión de la derecha desarrolla fuerzas de corte grandes necesarias para dispersar polvos o líquidos en masas plásticas o bituminosas. Las cuchillas del desmenuzador son incluso más pesadas que las que se muestran y a veces son un poco más grandes en diámetro que las flechas que las impulsan. También se usan diseños en espiral, aplanadas y elípticas.

El material que se va a amasar o trabajar se deja caer en la batea y se mezclan durante 5 a 10 minutos o aún más. Algunas veces la masa es calentada mientras está en la amasadora, pero generalmente se debe enfriar para extraer el calor generado por la acción de mezclado. La batea comúnmente se descarga volcándola, de modo que su contenido se derrame.

En algunas amasadoras, conocidas como *mezcladores internos*, durante el ciclo de operación la cámara de mezclado se encuentra cerrada con una cubierta, cuyo lado inferior se adapta al volumen barrido por las cuchillas. Estos mezcladores no se inclinan. Se emplean para disolver hules y para dispersar hule en líquidos. El mezclador interno más común es el *mezclador de Banbury*, que tiene dos brazos para trabajo pesado, en los cuales los agitadores presentan la forma de espirales interrumpidos. Las flechas giran entre 30 a 40 rpm. Los sólidos se cargan por arriba y se mantienen en la batea durante la mezcla por

medio de un pistón operado con aire a una presión de 1 a 10 atm. El material mezclado se descarga a través de una puerta corrediza que se encuentra en la base de la batea. Los mezcladores de Banbury trabajan con gomas y sólidos plásticos, hule crudo, hule de reproceso no vulcanizado y produciendo dispersiones acuosas y soluciones gomosas.

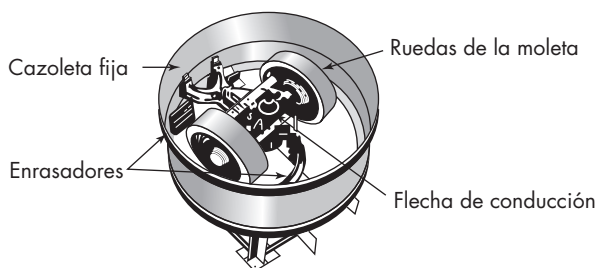
Las amasadoras por lotes pueden manejar los materiales muy poco maleables, aunque cuanto más difícil de mezclar es el material, más pequeño debe ser el tamaño batea del lote. Los *amasadores continuos* mezclan materiales gomosos desde livianos a ligeramente espesos y se pueden incorporar en los procesos industriales continuos. En un diseño típico, una flecha horizontal única que gira lentamente en una cámara de mezclado, cuenta con filas de dientes ordenados en un patrón espiral para transportar el material a través de la cámara. Los dientes sobre el rotor pasan con muy poca luz entre dientes fijos colocados sobre la pared del cuerpo del amasador. El vástago gira y también presenta un movimiento recíprocante en la dirección axial. Por consiguiente, el material atrapado entre los dientes es desgarrado en dirección axial o longitudinal y se ve sometido a esfuerzos cortantes radiales. Los sólidos ingresan a la máquina cerca del extremo conductor del rotor y se descargan a través de una abertura que rodea al balero de la flecha en el extremo opuesto de la cámara de mezclado. Estas máquinas pueden mezclar varias toneladas por hora de materiales bituminosos o pesados y poco maleables.

Mezcladores-extrusores

Si la abertura de descarga de una amasadora continua se cierra cubriéndola con una boquilla de extrusión, las cuchillas inclinadas del rotor ejercen una presión considerable en el material. La mezcla es cortada y doblada mientras permanece en la cámara de mezclado y está sometida a una cizalla adicional a medida que fluye a través de la boquilla. Otros mezcladores-extrusores funcionan de la misma manera. Contienen uno o dos ejes horizontales con movimiento rotatorio, pero no recíprocantes, que llevan un conjunto de hélices o cuchillas colocadas en un patrón helicoidal. La presión se aumenta reduciendo el paso de la hélice cerca de la descarga, disminuyendo el diámetro de la cámara de mezclado, o bien reduciendo ambos. Los mezcladores-extrusores operan de forma continua con materiales termoplásticos, pastas, arcillas y otros materiales difíciles de mezclar. Algunos también están provistos de un encamisado de calentamiento y de conexiones de descarga de vapor para permitir la eliminación de agua o solvente procedentes del material que está siendo procesado.

Mezcladores de moletas

Una moleta brinda una acción de mezclado distintiva diferente a la de otras máquinas. La mezcla con moletas es una acción de desgarramiento o frotación similar a la que se realiza en un mortero de mano. En un proceso de gran escala, esta acción se produce por medio de las ruedas anchas y pesadas del mezclador que se ve en la figura 28.5. En este diseño particular de moleta, el recipiente es fijo y la flecha vertical central es móvil, haciendo que las ruedas de la moleta tengan un trayecto circular pasando sobre una capa de sólidos colocados sobre la superficie del recipiente. La acción de frotación proviene del deslizamiento de las ruedas sobre los sólidos. Los enrasadores guían los sólidos al paso de las ruedas de la moleta o a una abertura en la base del recipiente al final del ciclo, cuando el mezclador se va a descargar. En otro diseño, el eje de las ruedas se mantiene

**FIGURA 28.5**

Mezclador de moleta.

fijo y se hace girar el recipiente; en otro más, las ruedas no están centradas y se mueve tanto la cazoleta como las ruedas. Los enrasadores de mezclado se pueden sustituir por las ruedas de la moleta para dar lo que se llama un *mezclador de cazoleta*. Las moletas son buenos mezcladores para lotes de sólidos pesados y pastas; y son especialmente efectivos para recubrir de forma uniforme, con una pequeña cantidad de líquido, las partículas de sólidos granulares. También se pueden encontrar los mezcladores de moleta continuos, con dos cazoletas de mezclado conectadas en serie.

Eficiencia del mezclado

El funcionamiento de un mezclador para sólidos cohesivos se caracteriza de acuerdo con el tiempo requerido, la carga de energía y las propiedades del producto. Estos criterios varían en gran medida de un problema a otro: en algunas ocasiones se requiere un muy alto grado de uniformidad, otras una rápida acción de mezclado o, incluso, un consumo mínimo de energía.

Como se vio antes, el grado de mezclado se mide mediante el análisis de muestras puntuales y comparando la desviación estándar estimada s con la desviación estándar para mezclado cero σ_0 . Los estudios han mostrado¹⁰ en primer lugar que el grado de mezclado aumenta muy rápido en amasadoras de dos brazos y mezcladoras de moleta, después los niveles bajan a un valor característico del material, sólidos arenosos y granulares son bien mezclados y las pastas viscosas se mezclan de manera deficiente. En contraste, algunas amasadoras continuas mezclan materiales plásticos de forma más efectiva que los sólidos granulares de flujo libre.

Mezcla axial

En el mezclador de elemento helicoidal descrito en el capítulo 9, página 287, los dos fluidos se mezclan correctamente en el sentido radial para una sección transversal cualquiera, pero, en cambio, hay poca mezcla en una dirección axial o longitudinal. El comportamiento del fluido se aproxima al de flujo pistón, en el cual no hay ningún tipo de mezcla axial. En algunos mezcladores de pasta continuos también existe poca mezcla axial, que es una característica deseable en ciertas operaciones de mezclado o en reacciones químicas; en otro tipo de mezcladores la mezcla axial resulta significativa.

En mezcladores de pasta el grado de mezcla axial se mide por la inyección de un trazador en la alimentación, durante un corto periodo, seguido por un monitoreo de la concentración del trazador en la corriente de salida. El trazador por lo general aparece a la salida un poco antes de lo esperado atendiendo al tiempo medio de residencia en el

mezclador. Su concentración a la salida aumenta hasta un valor máximo, para después disminuir hasta cero a medida que transcurre el tiempo. La altura del máximo y el tiempo requerido para que todo (o casi todo) el trazador se descargue constituyen medidas del grado de mezcla axial.

Los resultados de tales pruebas con trazador se expresan normalmente en términos de la difusividad E . Una baja difusividad significa que hay poca mezcla axial, mientras que un valor elevado de difusividad corresponde a una gran mezcla axial. Obviamente es deseable un pequeño valor de E cuando resulta más conveniente el flujo pistón, como es el caso de los reactores químicos en los que debe evitarse la mezcla de la alimentación y el producto. Un elevado valor de E es deseable cuando se requiere mezcla axial para mezclar porciones sucesivas de la alimentación del mezclador, por ejemplo, para amortiguar pequeñas fluctuaciones de la composición de la alimentación o la relación de los componentes de la alimentación. Se dispone de ecuaciones¹⁶ para predecir E a partir de los datos trazador-tiempo a la salida del mezclador. Para mezcladoras de palas con dos ejes, los valores típicos de E están comprendidos entre $0.02UL$ a $0.2UL$, donde U es la velocidad longitudinal del material en el mezclador y L es la longitud del mezclador.

La relación UL/E se conoce como el *número de Peclet*, Pe . Por lo tanto para mezcladores de palas, el intervalo de Pe está comprendido entre 5 y 50. Para algunos diseños de agitadores Pe es alto y disminuye a medida que la velocidad del rotor aumenta; con otros diseños es pequeño y virtualmente independiente de la velocidad del rotor.¹⁶

REDUCCIÓN DEL TAMAÑO

El término de *reducción de tamaño* se aplica a todas las formas en las que las partículas de sólidos se pueden cortar o romper en piezas más pequeñas. Durante los procesos industriales, la reducción de tamaño de sólidos se lleva a cabo por diferentes métodos y con distintos fines. Las grandes piedras de un mineral crudo se desintegran hasta un tamaño manejable; los productos químicos sintéticos se muelen hasta quedar convertidos en polvo y las láminas de plástico se cortan en cubos pequeños o diamantes. Los productos comerciales con frecuencia han de cumplir especificaciones estrictas con respecto al tamaño y en algunas ocasiones a la forma de las partículas que contienen. La reducción del tamaño de las partículas también incrementa la reactividad de los sólidos; esto permite la separación por métodos mecánicos de ingredientes no deseados y reduce el tamaño de materiales fibrosos para su fácil tratamiento, así como para facilitar el depósito de desperdicios.

Los sólidos pueden romperse de diversas maneras, pero por lo común sólo se utilizan cuatro en los equipos de reducción de tamaño: 1) compresión; 2) impacto; 3) frotación o rozamiento, y 4) corte. Un cascanueces, un martillo, una lima y un par de tijeras ejemplifican estos cuatro tipos de acción. En algunas ocasiones, la reducción de tamaño resulta a partir de la frotación de una partícula con una o más de otras partículas o a partir del esfuerzo cortante intenso en el fluido de soporte. En general, la compresión se utiliza para la reducción gruesa de sólidos duros, dando lugar a relativamente pocos finos; el impacto genera productos gruesos, medios o finos; la frotación produce productos muy finos a partir de materiales blandos no abrasivos. El corte da lugar a un tamaño definido de partícula y en algunas ocasiones también de forma definida, con muy pocos o nada de finos.

Características de productos desintegrados

El objetivo de la trituración y la molienda es producir pequeñas partículas a partir de otras más grandes. Las partículas más pequeñas son deseadas por su gran superficie o bien por su forma, tamaño y número. Una medida de la eficiencia de la operación se basa en la energía requerida para crear una nueva superficie, ya que el área de superficie de una unidad de masa de partículas aumenta en forma considerable a medida que se reduce el tamaño de la partícula.

Contrariamente a un triturador o un molino ideal, una unidad real no da lugar a un producto uniforme, independientemente de que la alimentación sea o no de un tamaño uniforme. El producto siempre consta de una mezcla de partículas, en un intervalo de tamaño variable desde un tamaño máximo definido hasta un mínimo submicroscópico. Algunas máquinas, en especial de la clase de molinos, están diseñadas para controlar el tamaño de las partículas más grandes en sus productos, pero en cambio las más finas no están bajo control. En algunos tipos de molinos, los finos se reducen a un mínimo, pero no se eliminan totalmente. Si la alimentación es homogénea, tanto por lo que se refiere a las formas de las partículas como a sus estructuras físicas y químicas, entonces las formas de las unidades individuales en el producto pueden ser casi uniformes; por otro lado, los granos en los diversos tamaños de un solo producto pueden diferir considerablemente en la forma.

La relación de los diámetros entre las partículas más grandes y más pequeñas en un producto triturado es del orden de 10^4 . A causa de su variación extrema en los tamaños de las partículas individuales, se deben modificar las relaciones adecuadas para tamaños uniformes cuando se aplican a tales mezclas. Por ejemplo, el término de *tamaño promedio* carece de sentido mientras no se defina el método utilizado para promediar, y como se ha afirmado antes en este capítulo, es posible calcular muchos tamaños promedio diferentes.

A menos que sean alisadas por abrasión después de la trituración, las partículas trituradas se parecen a poliedros con caras casi planas y bordes y esquinas afilados. Las partículas pueden ser compactas, con longitud, anchura y espesor casi iguales; o pueden tener forma de láminas o agujas.

Requerimientos de energía y potencia en la desintegración⁴

El costo de energía es más alto en la trituración y la molienda, así que son importantes los factores que controlan este costo. Durante la reducción de tamaño, las partículas del material de alimentación de sólidos primero son distorsionadas y tensionadas. El trabajo necesario para tensionarlas se almacena temporalmente en el sólido como energía mecánica de tensión, tal como la energía mecánica puede ser almacenada en un resorte. A medida que se aplica fuerza adicional a las partículas tensionadas, éstas se distorsionan más allá de su resistencia final y repentinamente se rompen en fragmentos. La superficie nueva se genera. Puesto que una unidad de área de sólido tiene una cantidad definida de energía superficial, la creación de la superficie nueva requiere trabajo que es suministrado por la energía que se libera de la tensión cuando las partículas se rompen. De acuerdo con el principio de conservación de la energía, todas las energías de tensión en exceso de la energía de la superficie nueva creada debe aparecer como calor.

Eficiencia. La reducción de tamaño es una de las operaciones unitarias menos eficientes desde el punto de vista energético. Los estudios de laboratorio de trituración han mostrado que menos de 1% de la energía liberada de los sólidos se utiliza para crear superficies nuevas; el resto se disipa como calor. En las máquinas en operación, la energía debe ser suministrada también para sobrepasar la fricción en el soporte y otras partes móviles. La eficiencia mecánica, la relación entre la energía liberada de los sólidos a la entrada de energía total a la máquina, está en el intervalo de 25 a 60%.^{12c}

Leyes de trituración e índices de trabajo

Las leyes de trituración propuestas hace varios años por Rittinger y Kick han probado su aplicación sólo sobre un intervalo muy limitado de condiciones. Una manera más realista de estimar la energía requerida para trituración y molienda fue la propuesta por Bond.³ Bond postuló que el trabajo requerido para formar partículas de tamaño D_p a partir de alimentaciones muy grandes es proporcional a la raíz cuadrada de la relación de la superficie al volumen del producto s_p/v_p . Por medio de la ecuación (28.1), $s_p/v_p = 6/\Phi_s D_p$, a partir de la cual conduce a

$$\frac{P}{\dot{m}} = \frac{K_b}{\sqrt{D_p}} \quad (28.15)$$

donde K_b es una constante que depende del tipo de máquina y del material a triturar. Para utilizar la ecuación (28.15), un índice de trabajo W_i se define como el requerimiento total de energía en kilowatt-horas por tonelada (2 000 lb) de alimentación necesaria para reducir una alimentación muy grande a un tamaño tal que 80% del producto pase por un tamiz de 100 μm . Esta definición lleva a una relación entre K_b y W_i . Si D_p está en milímetros, P en kilowatts y $\dot{m}$ en toneladas por hora,

$$K_b = \sqrt{100 \times 10^{-3}} W_i = 0.3162 W_i \quad (28.16)$$

Si 80% de la alimentación pasa una malla de tamaño de D_{pa} mm y 80% del producto una malla de D_{pb} mm, a partir de las ecuaciones (28.15) y (28.16) se tiene que

$$\frac{P}{\dot{m}} = 0.3162 W_i \left(\frac{1}{\sqrt{D_{pb}}} - \frac{1}{\sqrt{D_{pa}}} \right) \quad (28.17)$$

El índice de trabajo incluye la fricción en el triturador, y la energía dada por la ecuación (28.17) es la energía total.

La tabla 28.2 da índices de trabajo típicos para algunos minerales comunes. Estos datos no varían mucho entre diferentes máquinas del mismo tipo general y se aplican a la trituración seca o a la molienda húmeda. Para molienda húmeda, la energía calculada a partir de la ecuación (28.17) se multiplica por $\frac{4}{3}$.

EJEMPLO 28.2 ¿Cuál es la potencia requerida para triturar 100 ton/h de piedra caliza si 80% de la alimentación pasa por un tamiz de 2 in. y 80% del producto por un tamiz de $\frac{1}{8}$ in.?

Solución A partir de la tabla 28.2, el índice de trabajo para la piedra caliza es 12.74. Otras cantidades por sustitución en la ecuación (28.17) son

TABLA 28.2
Índices de trabajo para trituración seca[†] o molienda húmeda[‡]

Material	Gravedad específica	Índice de trabajo W_i
Bauxita	2.20	8.78
Residuo de cemento	3.15	13.45
Materias primas de cemento	2.67	10.51
Arcilla	2.51	6.30
Carbón	1.4	13.00
Coque	1.31	15.13
Granito	2.66	15.13
Grava	2.66	16.06
Roca de yeso	2.69	6.73
Mineral de hierro (hematita)	3.53	12.84
Piedra caliza	2.66	12.74
Roca fosfórica	2.74	9.92
Cuarzo	2.65	13.57
Esquisto	2.63	15.87
Pizarra	2.57	14.30
Roca volcánica	2.87	19.32

[†] Para molienda seca multiplicar por $\frac{4}{3}$.
[‡] Tomado con autorización de Allis-Chalmers, Solids Processing Equipment Div., Appleton, Wisconsin.

$$\begin{aligned} \dot{m} &= 100 \text{ ton/h} \\ D_{pa} &= 2 \times 25.4 = 50.8 \text{ mm} \qquad D_{pb} = 0.125 \times 25.4 = 3.175 \text{ mm} \end{aligned}$$

La potencia requerida es

$$\begin{aligned} P &= 100 \times 0.3162 \times 12.74 \left(\frac{1}{\sqrt{3.175}} - \frac{1}{\sqrt{50.8}} \right) \\ &= 169.6 \text{ kW (227 hp)} \end{aligned}$$

**Simulación computarizada
para operaciones de molienda**

La distribución del tamaño de los productos a partir de varios tipos de equipos de reducción de tamaño es predecible mediante una simulación computarizada del proceso de trituración.^{12d,13} Esto hace uso de dos conceptos básicos, de una *función de la velocidad de molienda* S_u y una *función de ruptura* $\Delta B_{n,u}$. Los materiales en un molino o un triturador en cualquier tiempo están hechos de partículas de muchos tamaños diferentes, y todos interactúan entre sí durante el proceso de reducción de tamaño; pero para propósitos de simulación computarizada se supone que el material habrá de dividirse en un número de fracciones discreto (tal como los retenidos en varios tamices estándar), y una ruptura de partículas ocurre en cada fracción más o menos, independientemente de las otras fracciones.

Considere una pila de n_T tamices estándar, y permita que n sea el número de un tamiz particular en la pila. Aquí es conveniente numerar los tamices de arriba hacia abajo, empezando con el tamiz más ordinario. (En el tratamiento de la tabla 28.1 la numeración comienza en el fondo de la pila.) Para un valor dado de n dejando los tamices de arriba, más toscos que el tamiz n , con el subíndice u . (Observe que $u < n$.) La función de la velocidad de molienda S_u es la fracción del material de un tamaño dado, más tosco que el del tamiz n , el cual se rompe en un tiempo dado. Si x_u es la fracción masa retenida en uno de los tamices superiores, su velocidad de cambio por ruptura para un tamaño más pequeño es

$$\frac{dx_u}{dt} = -S_u x_u \quad (28.18)$$

Por ejemplo, suponga que el material más ordinario en la carga para un molino de pulverización es 4/6 mallas, que la fracción de masa de este material x_1 es 0.05, y que una centésima parte de este material se quiebra cada segundo. Entonces S_u será 0.01 s^{-1} , y x_1 disminuirá a la velocidad de $0.01 \times 0.05 = 0.0005 \text{ s}^{-1}$.

La función de ruptura $\Delta B_{n,u}$ da la resultante de la distribución del tamaño a partir de la ruptura del material de arriba. Parte del material de 4/6 mallas, después de la ruptura, sería burdo, una parte sería muy pequeña y otra parte estaría entre los dos extremos. Es probable que muy poco material tendría un largo de 6/8 mallas, y sólo una pequeña cantidad sería de 200 mallas. Uno esperaría sobre todo tamaños en el intervalo intermedio. En consecuencia $\Delta B_{n,u}$ varía con n y u . Además varía con la composición del material en el molino, puesto que las partículas más toscas pueden romperse diferencialmente en presencia de grandes cantidades de finos que lo que hacen en ausencia de finos. Por lo tanto, en un molino discontinuo, se espera que $\Delta B_{n,u}$ (y también S_u) varía con el tiempo, así como con todas las demás variables de molienda.

Si se conocen o pueden suponerse $\Delta B_{n,u}$ y S_u , es posible encontrar la velocidad de cambio de cualquier fracción dada en la forma siguiente. Para cualquier fracción, excepto la más burda la cantidad inicial es disminuida por rompimiento a tamaños más pequeños y simultáneamente aumentada mediante la creación de nuevas partículas a partir del rompimiento de las fracciones mayores. Si la salida y la entrada para un tamiz dado están a velocidades iguales, la fracción retenida en el tamiz permanece constante. Sin embargo, por lo regular, éste no es el caso y la fracción de masa retenida en el tamiz n cambia de acuerdo con la ecuación

$$\frac{dx_n}{dt} = -S_n x_n + \sum_{u=1}^{n-1} x_u S_u \Delta B_{n,u} \quad (28.19)$$

La ecuación (28.19) puede ser simplificada suponiendo que S_u y $\Delta B_{n,u}$ son constantes, y están disponibles las soluciones analíticas y matriciales para este caso,^{12c} pero esta suposición es sumamente irreal. En el carbón triturado, para partículas grandes de alrededor de 28 mallas se ha encontrado que S_u varía con el cubo del tamaño de la partícula¹ y la función de ruptura depende de la relación de reducción $\bar{D}_n / \bar{D}_u$ de acuerdo con la ecuación

$$B_{n,u} = \left(\frac{\bar{D}_n}{\bar{D}_u} \right)^\beta \quad (28.20)$$

donde el exponente β puede ser constante o variar con el valor de B .

En la ecuación (28.20), $B_{n,u}$ es la fracción de *masa total* más pequeña que el tamaño $\bar{D}_n$. Es una fracción másica acumulativa, en contraste con $\Delta B_{n,u}$, que es la fracción del tamaño $\bar{D}_n$ (retenida entre los tamices n y $n + 1$) resultante a partir de la ruptura de las partículas de tamaño $\bar{D}_u$. Si β en la ecuación (28.20) es constante, esta ecuación indica que la distribución del tamaño de la partícula del material triturado es la misma para todos los tamaños del material inicial. El valor de $\Delta B_{n,u}$ en el material triturado de 4/6 mallas a 8/10 mallas será el mismo en las partículas trituradas de 6/8 mallas a 10/14 mallas, ya que la relación de reducción del tamaño es la misma.

Por lo general la ecuación (28.19) se resuelve por el método de Euler de aproximación numérica, en el que los cambios en todas las fracciones durante los intervalos cortos de tiempo sucesivos Δt (por ejemplo 30 s) se calculan por la aproximación $dx_n/dt = \Delta x_n/\Delta t$. Pueden incorporarse cambios en S_u y $\Delta B_{n,u}$ con el tamaño del tamiz y (si se conoce) con el tiempo.

Equipo para la reducción de tamaño

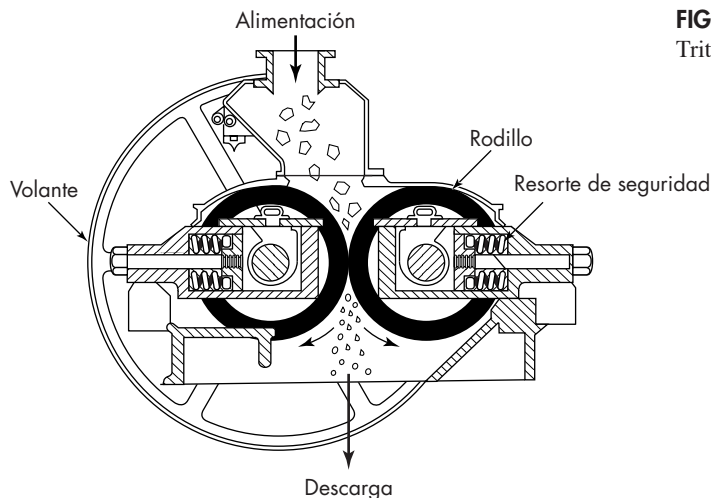
El equipo para reducción de tamaño se divide en trituradores, molinos, molinos de ultrafinos y máquinas de corte. Los *trituradores* realizan el trabajo pesado de romper las piezas grandes de materiales sólidos en pequeños pedazos. Un triturador, en principio, opera con un material extraído de una mina, aceptando todo lo que venga de la mina y rompiéndolo en pedazos de 150 a 250 mm (6 a 10 in.). Un triturador secundario reduce estos pedazos a partículas quizá de tamaño de 6 mm ($\frac{1}{4}$ in.). Los *molinos* reducen el producto del triturado hasta formar un polvo. El producto procedente de un molino intermedio puede pasar a través de un tamiz de 40 mallas; la mayor parte del producto que sale de un molino fino pasará a través de un tamiz de 200 mallas con una abertura de 74 μm . Un *molino ultrafino* acepta como alimentación partículas no mayores de 6 mm ($\frac{1}{4}$ in.); el tamaño del producto generado es típicamente de 1 a 50 μm . Las *cortadoras* producen partículas de tamaño y forma definidos, de 2 a 10 mm de longitud.

Estas máquinas realizan su trabajo en formas muy diferentes. La compresión es la acción característica de los trituradores. Los molinos emplean el impacto y frotación, algunas veces combinados con compresión; los molinos de ultrafinos operan en principio por agotamiento. Una acción de cortado es por supuesto una característica de cortadoras, troceadores y rajadores.

Trituradores

Los trituradores son máquinas de baja velocidad para la reducción burda de grandes cantidades de sólidos. Los principales tipos son los trituradores de mandíbulas, los trituradores giratorios, los trituradores de rodillos lisos y los trituradores de rodillos dentados. Los primeros tres trabajan por compresión y pueden quebrar piezas grandes de materiales muy duros, como en las reducciones primaria y secundaria de rocas y minerales metálicos. Perry^{12e} da las descripciones, las aplicaciones y los datos de rendimiento de estas máquinas. Los trituradores primarios se utilizan principalmente en minería, fabricación de cemento y operaciones similares a gran escala.

En un *triturador de mandíbulas* la alimentación ingresa entre dos mandíbulas, colocadas formando una “V” abierta en la parte superior. Una de ellas está fija, mientras

**FIGURA 28.6**

Triturador de rodillos lisos.

la otra, operada por un mecanismo excéntrico, oscila en el plano horizontal y tritura grandes trozos de material atrapados entre las mandíbulas. En el *triturador giratorio*, un cabezal cónico de trituración gira dentro de una carcasa con forma de embudo, abierta en la parte superior. Un excéntrico mueve la flecha que conduce al cabezal de trituración. Los sólidos atrapados entre el cabezal y la coraza se quiebran una y otra vez hasta que salen por el fondo.

Los trituradores de rodillos lisos, ilustrados en la figura 28.6, son secundarios y generan un producto del tamaño de 1 a 12 mm (0.04 a 0.5 in.). Ellos están limitados por el tamaño de partícula que puede ser atrapada por los rodillos para alimentaciones que fluctúan en tamaño desde los 12 a los 75 mm ($\frac{1}{2}$ a 3 in.) En los *rodillos dentados*, las caras de los rodillos presentan rugosidades, barras de quebrado o dientes. Pueden contener dos rodillos o sólo uno que trabaja contra una placa quebradora curva. No están limitados por el problema de agarre inherente a los rodillos lisos y funcionan por compresión, impacto, y corte, no sólo por compresión. Trabajan con materiales más blandos, como carbón, huesos, y pizarra blanda.

Molinos

El término *molino* se utiliza para describir una gran variedad de máquinas de reducción de tamaño para servicio intermedio. El producto procedente de un triturador con frecuencia se introduce como alimentación de un molino, en el que se reduce a polvo. Los molinos comerciales descritos en esta sección son molinos de martillos e impactores, máquinas de rodadura-compresión, molinos de frotación y molinos de volteo.

Molinos de martillos e impactores. Todos estos molinos contienen un rotor que gira a gran velocidad en el interior de una coraza cilíndrica. Por lo general el eje es horizontal. La alimentación entra por la parte superior de la coraza, se trocea y cae a través de una abertura situada en el fondo. En un molino de martillos, las partículas se rompen por una serie de martillos giratorios acoplados a un disco rotor. Una partícula de alimentación que

entra en la zona de molienda no puede salir sin ser golpeada por los martillos. Se rompe en pedazos, que se proyectan contra la placa yunque estacionaria situada dentro de la coraza, rompiéndose todavía en fragmentos más pequeños. Éstos a su vez son pulverizados por los martillos y son impulsados a través de una rejilla o un tamiz que cubre la abertura de descarga.

Con frecuencia se montan sobre el mismo eje varios discos rotores, cada uno de diámetro de 150 a 450 mm (6 a 18 in.) y con cuatro a ocho martillos. Los martillos pueden ser barras rectas de metal con los extremos planos o alargados, o bien afilados para formar un borde cortante. Los molinos de martillo con reducción de tamaño intermedio forman un producto con un tamaño de partículas de 25 mm (1 in.) a 20 mallas. En los molinos de martillo para una molienda fina, la velocidad periférica de los extremos de los martillos alcanza 110 m/s (360 ft/s); estas máquinas reducen de 0.1 a 15 toneladas/h a tamaños más finos que 200 mallas. Los molinos de martillo pulverizan casi cualquier producto: sólidos fibrosos duros como corteza de un árbol o piel, virutas de acero, pastas húmedas blandas, arcilla viscosa y roca dura. Para obtener una reducción de finos, están limitados a los materiales más blandos.

Los requerimientos de capacidad y consumo de energía de un molino de martillo varían mucho con la naturaleza de la alimentación y no se pueden estimar con confianza a partir de las consideraciones teóricas, sino que es preferible obtener estos valores a partir de la información publicada^{12c} o, todavía mejor, de pruebas a pequeña o a gran escala realizadas en el molino con una muestra real del material que se va a pulverizar. Los molinos comerciales típicamente reducen de 60 a 240 kg del sólido por kilowatt hora (100 a 400 lb/hp · h) de energía consumida.

Un *impactor*, ilustrado en la figura 28.7, se parece a un molino de martillos para servicio pesado pero no contiene rejilla o tamiz. Las partículas se rompen exclusivamente por impacto, sin la acción de pulverización característica de un molino de martillo. Los impactores son con frecuencia máquinas de reducción primaria para rocas y minerales, tratando hasta 600 tons/h. El rotor de un impactor, como ocurre en muchos molinos de martillos, puede girar en ambas direcciones con el fin de prolongar la vida de los martillos.

Molinos de rodillos. En los molinos de rodillos, los sólidos son atrapados y triturados entre rodillos cilíndricos verticales y un gran anillo. Los rodillos se mueven a velocidades

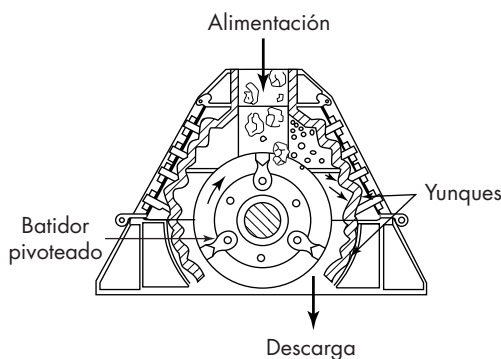
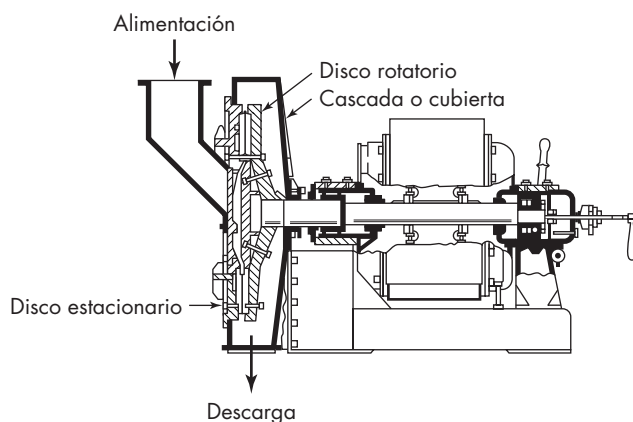


FIGURA 28.7
Impactor.

moderadas en trayectoria circular. Los enrasadores levantan los trozos de sólidos desde el piso del molino y los conducen entre el anillo y los rodillos, donde ocurre la reducción. El producto es barrido al exterior del molino por medio de una corriente de aire hacia un separador-clasificador, desde el cual las partículas que superan el tamaño deseado regresan al molino para una nueva reducción. En el molino de tazón y en algunos molinos de rodillos, el tazón o el anillo es móvil; los rodillos giran sobre ejes fijos, que pueden ser verticales u horizontales. Los molinos de este tipo tienen su más grande aplicación en la reducción de piedra caliza, escoria de cemento y carbón. Pulverizan hasta 50 toneladas/h. Cuando se utiliza un clasificador, el producto puede llegar a refinarse hasta el 99% que pase la malla 200.

Molinos de atrición (desgaste). En un molino de atrición, las partículas de sólidos blandos son frotadas entre las caras planas estriadas de unos discos circulares rotatorios. En un molino de rotación simple uno de los discos es estacionario y el otro gira; en una máquina de doble rotación ambos discos giran a alta velocidad en sentidos contrarios. La alimentación entra a través de una abertura situada en el centro de uno de los discos: pasa hacia fuera a través de la separación entre los discos y descarga por la periferia en una carcasa estacionaria. La separación entre los discos es ajustable dentro de ciertos límites. Por lo menos una de las placas de molienda está montada sobre un muelle, de forma que es posible que los discos se separen si entra en el molino un material que no puede ser molido. Molinos provistos de diferentes tipos de estrías, rugosidades o dientes sobre los discos permiten una gran variedad de operaciones incluyendo molienda, troceado, granulación, desmenuzamiento y, algunas veces, mezclado.

En la figura 28.8 se representa un molino de atrición (desgaste) de rotación simple. Los molinos de una sola carga contienen discos de piedra esmeril o roca de esmeril para la reducción de sólidos tales como yeso y talco, o bien discos metálicos para sólidos tales como madera, almidón, polvos de insecticidas y cera de carnauba. Los discos metálicos por lo general son de acero ordinario, aunque en ocasiones es necesario utilizar discos de acero inoxidable para materiales corrosivos. En general, se utilizan molinos de doble rotación, para productos molidos o más finos en lugar de los molinos de una sola carga,

**FIGURA 28.8**

Molino de frotación o atrición.

pero en el proceso la alimentación es más blanda. El aire se retira con frecuencia a través del molino para separar el producto y prevenir obstrucciones. Los discos pueden enfriarse con agua o salmuera refrigeradas.

Los discos de los molinos de rotación simple tienen de 250 a 1 400 mm (10 a 54 in.) de diámetro, y giran de 350 a 700 rpm. Los discos de los molinos de rotación doble giran más rápido, de 1 200 a 7 000 rpm. La alimentación se tritura hasta un tamaño máximo de partícula del orden de 12 mm ($\frac{1}{2}$ in.) y debe entrar con una velocidad uniforme controlada. Los molinos de frotación muelen desde $\frac{1}{2}$ hasta 8 tons/h para dar productos que pasan a través de un tamiz de 200 mallas. La energía requerida depende en gran medida de la naturaleza de la alimentación y del grado de reducción alcanzado, y es mucho mayor que en los molinos y trituradores descritos anteriormente. Los valores típicos están comprendidos entre 8 y 80 kWh (10 y 100 hp · h) por tonelada de producto.

Molinos de volteo. En la figura 28.9 se representa un molino de volteo típico. Una carcasa cilíndrica que gira muy lento alrededor de un eje horizontal y está llena aproximadamente hasta la mitad de su volumen con un medio sólido de molienda, constituye un molino de volteo. La carcasa es por lo general de acero, con un recubrimiento de una lámina placa de acero al alto carbono, porcelana, roca de sílice o caucho. El medio de molienda consiste en barras metálicas en un molino de barras, tramos de cadenas o bolas de metal, caucho o madera en un molino de bolas, esferas de circonia o porcelana o guijarros en un molino de guijarros. Los molinos de volteo resultan inadecuados para la reducción intermedia y fina de materiales abrasivos.

A diferencia de los molinos estudiados previamente, que requieren alimentación de forma continua, los molinos de volteo pueden ser tanto de forma continua o discontinua. En una máquina discontinua una cantidad medida del sólido que será molido se deposita dentro del molino a través de una abertura en la carcasa. Después la abertura se cierra y el molino se mantiene girando durante varias horas; se detiene, y el producto se descarga. En un molino continuo el sólido circula estacionariamente a través de la coraza giratoria.

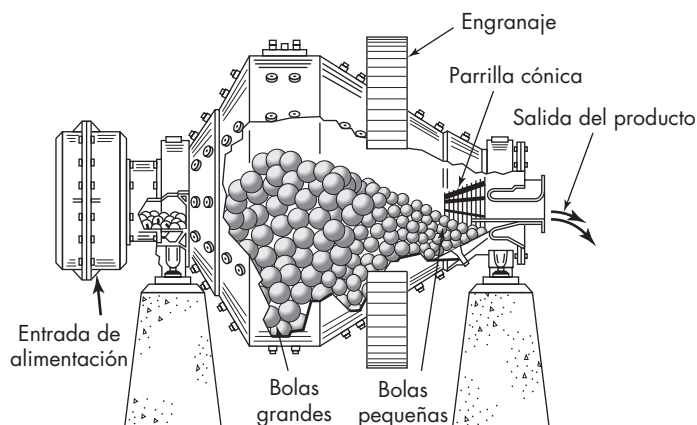


FIGURA 28.9
Molino cónico de
bolas.

En todos los molinos de volteo, los elementos de molienda son elevados al lado de la carcasa cercana a la parte superior, desde donde caen sobre las partículas situadas debajo. La energía consumida en elevar las unidades de molienda se utiliza en reducir el tamaño de las partículas. En algunos molinos de volteo, como ocurre en un *molino de barras*, la mayor parte de la reducción se realiza por compresión rodante y por frotación a medida que las barras se deslizan hacia abajo y rodando entre sí. Por lo general, las barras de molienda son de acero, de 25 a 125 mm (1 a 5 in.) de diámetro, con varios tamaños presentes en todos los tiempos del proceso en cualquier molino concreto. Los molinos de barras son sistemas de reducción intermedia, pues son capaces de reducir una alimentación de 20 mm ($\frac{3}{4}$ in.) hasta quizá 10 mallas; con frecuencia preparan el producto de un triturador para la reducción final en un molino de bolas. De esta manera se obtiene un producto con pocos tamaños grandes y un mínimo de finos.

En un *molino de bolas* o un *molino de guijarros*, la mayor parte de la reducción se realiza por impacto de la caída de las bolas o guijarros cercanos a la parte superior de la carcasa. En un molino de bolas grande la carcasa puede tener 3 m (10 ft) de diámetro y 4.25 m (14 ft) de longitud. Las bolas son de 25 a 125 mm (1 a 5 in.) de diámetro; los guijarros en un molino de guijarros son de 50 a 175 mm (2 a 7 in.). Un *molino tubular* es un molino continuo con una coraza cilíndrica grande, en la que el material se muele un tiempo de 2 a 5 veces superior que el correspondiente a un molino de bolas más corto. Los molinos tubulares son excelentes para la molienda de polvos muy finos en un solo paso cuando la cantidad de energía consumida no es de importancia principal. Si se colocan divisiones transversales ranuradas en un molino tubular, éste se convierte en un *molino de compartimiento*. Un compartimiento puede contener bolas grandes, otro bolas pequeñas, y un tercero guijarros. Esta segregación de los medios de molienda en elementos de diferente tamaño y peso ayuda considerablemente evitando una pérdida de energía, pues hace que las bolas grandes y pesadas rompan sólo las partículas grandes, sin interferencia de las finas.

La segregación de las unidades de molienda en una sola cámara es una característica del *molino cónico de bolas* ilustrado en la figura 28.9. La alimentación entra desde el lado izquierdo a través de un cono de 60° en la zona de molienda primaria, donde el diámetro de la carcasa es máximo. El producto sale a través de un cono de 30° situado a la derecha. Un molino de este tipo contiene bolas de diferentes tamaños, que se desgastan y se vuelven más pequeñas a medida que opera el molino. Periódicamente se añaden nuevas bolas grandes. A medida que la carcasa del molino gira, las bolas grandes se desplazan hacia el punto de diámetro máximo y todas las bolas pequeñas emigran hacia el punto de descarga. Por lo tanto, la ruptura inicial de las partículas de la alimentación se realiza por la caída a gran distancia de las bolas más grandes; las partículas pequeñas son molidas por bolas pequeñas que caen desde una altura mucho menor. El consumo de energía va de acuerdo con la dificultad de la operación de rotura, incrementando la eficiencia del molino.

La carga de bolas en un molino de bolas o tubular es normalmente tal que cuando el molino está detenido, las bolas ocupan alrededor de la mitad del volumen del molino. La fracción de caída en la masa de bolas, cuando están en reposo, es típicamente de 0.40. La molienda puede realizarse con sólidos secos, pero por lo común la alimentación es una suspensión de las partículas en agua, lo cual incrementa la capacidad y la eficiencia del molino.

Al girar el molino, las bolas se adhieren a la pared del molino y son llevadas cerca de la parte superior, donde se despegan de la pared y caen al fondo para ser elevadas de nuevo. La fuerza centrífuga mantiene las bolas en contacto con la pared y entre ellas durante el movimiento de elevación. Mientras están en contacto con la pared, las bolas realizan algo de molienda deslizándose y rodando entre ellas, pero la mayor parte de la molienda ocurre en la zona de impacto, en la que las bolas que caen libremente chocan contra el fondo del molino.

Cuanto más rápido se hace girar el molino, es mayor la distancia a la que son elevadas las bolas en el interior del mismo y es mayor el consumo de energía y la capacidad del molino. Sin embargo, si la velocidad de giro es tan alta que las bolas se mueven adheridas siempre a la pared, se dice que el molino está siendo centrifugado. La velocidad a la cual la centrifugación ocurre se llama *velocidad crítica*. A partir de un balance entre las fuerzas gravitacional y centrífuga, la velocidad crítica n_c puede encontrarse a partir de la ecuación

$$n_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{R-r}} \quad (28.21)$$

donde g es la aceleración de la gravedad, R es el radio del molino y r es el radio de los elementos de molienda.

La velocidad de operación n debe ser menor que n_c . Los molinos de volteo giran de 65 a 80% de la velocidad crítica, con los valores más bajos para molido húmedo en suspensiones viscosas.^{12f}

MOLINOS DE ULTRAFINOS

Muchos polvos comerciales contienen partículas de un tamaño promedio de 1 a 20 μm , aunque todas las partículas pasan por un tamiz estándar de 325 mallas que tiene aberturas de 44 μm de ancho. Los molinos que reducen sólidos hasta partículas tan finas reciben el nombre de *molinos de ultrafinos*. La molienda ultrafina de polvos secos se realiza con molinos tales como molinos de martillos de alta velocidad, provistos de un sistema de clasificación interna o externa, y con molinos de chorro o que utilizan la energía de un fluido. La molienda húmeda de ultrafinos se realiza en molinos agitados.

Molinos con clasificación de martillos. En un molino de martillos con clasificación interna, una serie de martillos giratorios está sostenida entre dos discos rotores como en una máquina convencional, pero además de los martillos, el eje rotor lleva dos ventiladores, los cuales impulsan aire a través del molino interno enfrente del eje conductor y entonces descargan en conductos que acaban en los colectores de producto. En los discos rotores hay unas aspas radiales cortas para separar las partículas de tamaño superior a las deseadas. Las partículas finas aceptables pasan a través de las aspas radiales; las partículas que son muy grandes son devueltas hacia atrás para su posterior reducción en la cámara de molienda. El tamaño máximo de las partículas del producto varía modificando la velocidad del rotor o el tamaño y número de aspas del separador. Los molinos de este tipo reducen desde 1 o 2 tons/h hasta un tamaño promedio de partículas de 1 a 20 μm , con un requerimiento de energía de alrededor de 40 kWh/t (50 hp · h/ton).

Molinos que utilizan la energía de un fluido

En estos molinos las partículas sólidas están suspendidas en una corriente gaseosa y son transportadas a gran velocidad. En algunos diseños el gas fluye en una trayectoria circular o elíptica; en otros hay turbinas opuestas entre sí o agitan vigorosamente un lecho fluidizado. Parte de la reducción de tamaño se produce cuando las partículas chocan o friccionan contra las paredes de la cámara confinadora, pero la mayoría de la reducción tiene lugar como consecuencia de la frotación entre las partículas. La clasificación interna mantiene las partículas más grandes en el molino hasta que se reducen al tamaño deseado.

El gas suspendido es por lo general aire comprimido o vapor de agua sobrecalentado, que entra a una presión de 7 atm ($100 \text{ lb}_f/\text{in}^2$) a través de boquillas energizantes. En el molino que aparece en la figura 28.10, la cámara de molienda es un lazo oval de tubería de diámetro de 25 a 200 mm (1 a 8 in.) y de 1.2 a 2.4 m (4 a 8 ft) de altura. La alimentación entra cerca del fondo del lazo oval a través de un inyector de venturi. La clasificación de las partículas molidas tiene lugar en el codo superior del lazo. A medida que la corriente de gas fluye alrededor de este codo a una velocidad alta, las partículas más gruesas son arrastradas hacia afuera chocando contra la pared exterior mientras que las finas se aglomeran en la pared interior. Una abertura de descarga situada en la pared interior en este punto conduce hasta un separador ciclónico y un colector de bolsa para la recogida del producto. La clasificación se favorece por el complejo patrón de tirabuzón que se genera en la corriente de gas en la curva en el codo de la tubería.² Los molinos

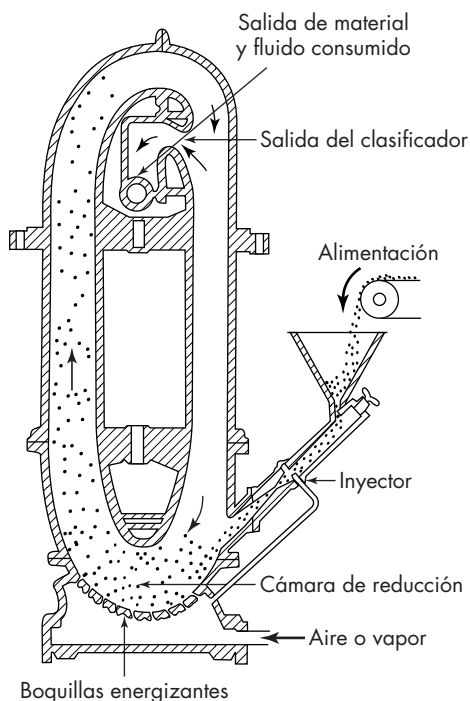


FIGURA 28.10

Molino accionado por la energía de un fluido. (Con autorización de Fluid Energy Processing and Equipment Co.)

accionados por la energía de un fluido aceptan partículas de alimentación tan grandes como 12 mm ($\frac{1}{2}$ in.) pero son más eficientes cuando el tamaño de las partículas de la alimentación no es superior a 100 mallas. Reducen hasta 1 ton/h de sólidos no pegajoso a partículas con un diámetro promedio de $\frac{1}{2}$ a 10 μm , utilizando de 1 a 4 kg de vapor o de 6 a 9 kg de aire por kilogramo de producto. Los molinos de lazo son capaces de procesar arriba de 6 000 kg/h.

Molinos agitados. Para algunas operaciones de molienda de ultrafinos, se dispone de pequeños molinos discontinuos no rotatorios que contienen un sólido como medio de molienda. Dicho medio consiste en elementos sólidos duros tales como bolas, gránulos o granos de arena. Estos molinos son recipientes verticales con capacidad de 4 a 1 200 L (1 a 300 gal), que están llenos con un líquido en el que se encuentra suspendido el medio de molienda. En algunos diseños esta carga se agita con un impulsor de múltiples palas; en otros, utilizados en especial para la molienda de materiales duros (tales como sílice o dióxido de titanio), una columna central alternativa hace “vibrar” el contenido del recipiente con una frecuencia de 20 Hz. Una suspensión concentrada de alimentación es admitida en la parte superior y el producto (con algo de líquido) se retira a través de un tamiz situado en el fondo. Los molinos agitados son especialmente útiles en la producción de partículas del tamaño de 1 μm o más finas.^{12g}

Molinos coloidales.^{12h} En un molino de coloides, se utiliza el corte del fluido intenso en una corriente a alta velocidad para dispersar las partículas o gotitas de líquido a fin de formar una suspensión estable o emulsión. El tamaño final de las partículas o gotitas es por lo general menor de 5 μm . Con frecuencia hay una pequeña reducción del tamaño real en el molino; la acción principal es la disrupción de los racimos unidos o aglomerados. Jarabes, leche, purés, ungüentos, pinturas y grasas son productos típicos procesados de esta manera. Los aditivos químicos se utilizan con frecuencia para estabilizar la dispersión.

En la mayoría de los molinos coloidales el líquido de alimentación es bombeado entre superficies espaciadas cerradas, una de las cuales se mueve en relación con la otra a velocidades de 50 m/s o más. En un diseño el líquido pasa a través de los espacios estrechos entre un rotor en forma de disco y su carcasa. Los espacios libres son ajustables por debajo de 25 μm . Con frecuencia se requiere de enfriamiento para eliminar el calor generado. Las capacidades de los molinos de coloides son relativamente bajas, en un intervalo de 2 o 3 L/min (30 o 50 gal/h) para molinos pequeños y arriba de 440 L/min (7 000 gal/h) para unidades grandes.

Máquinas cortadoras

En algunos problemas de reducción de tamaño, las materias primas de alimentación son muy duras o muy elásticas para romperse por compresión, impacto o frotación. En otro tipo de casos la alimentación debe reducirse a partículas de dimensiones fijas. Estos requerimientos se pueden cumplir con máquinas llamadas *granuladoras*, las cuales producen piezas más o menos irregulares, y *cortadoras*, las cuales producen cubos, cuadrados pequeños o diamantes. Estos dispositivos encuentran aplicación en muchos procesos de manufactura, pero están especialmente bien adaptados para problemas de reducción de tamaño en la fabricación de caucho y plásticos. Encuentran aplicaciones importantes en el reciclaje de papel y materiales plásticos.⁸

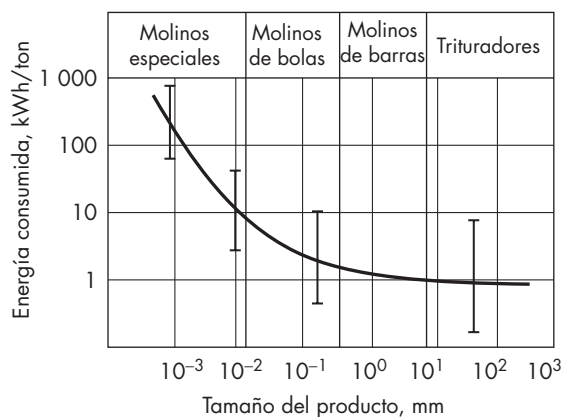
Las cortadoras de cuchillas rotatorias típicas contienen un rotor horizontal que gira de 200 a 900 rpm en una cámara cilíndrica. En el rotor están de 2 a 12 cuchillos volados con bordes de acero templado o estelita, pasando con espacios cerrados sobre de 1 a 7 lechos estacionarios de cuchillos. Las partículas de alimentación que entran desde arriba pueden cortarse varias veces antes de que sean lo suficientemente pequeñas para pasar a través de un tamiz situado en el fondo con aberturas de 5 a 8 mm. Otras cortadoras rotatorias y granuladores son similares en el diseño.

Operación del equipo

En la selección y operación de un equipo de reducción de tamaño, es preciso cuidar muchos detalles del procedimiento y del equipo auxiliar. Un triturador, un molino o un cortador funciona adecuadamente hasta que 1) la alimentación es de un tamaño idóneo y entra a una velocidad uniforme; 2) el producto se elimina tan pronto como es posible después de que las partículas alcanzan el tamaño deseado; 3) el material irrompible se mantiene fuera de la máquina, y 4) en la reducción de baja fusión o productos sensibles al calor, se elimina el calor generado en el molino. Por lo tanto, los calentadores y enfriadores, separadores de metal, bombas y sopladores, y alimentadores de velocidad constante son accesorios importantes para la unidad de reducción de tamaño. Los factores a considerar en la especificación de un sistema de reducción de tamaño, incluyendo la eficiencia de energía y asuntos relacionados con el ambiente, son analizados por Kukla⁸ e Hixon.⁶

Operación en circuito abierto y en circuito cerrado. En muchos molinos la alimentación se reduce a partículas de tamaño satisfactorio pasándola una sola vez a través del molino. Cuando el intento no está hecho para regresar las partículas de tamaño grande a la máquina para una futura reducción, se dice que el molino va a ser operado en *circuito abierto*. Esto requiere de cantidades excesivas de energía, pero mucha energía se desperdicia en partículas molidas que ya son lo suficientemente finas. Por lo tanto, con frecuencia resulta económico para eliminar material parcialmente molido del molino y pasarlo a través de un dispositivo de separación de tamaño. El tamaño inferior se vuelve el producto y el tamaño grande es regresado para ser remolido. El dispositivo de separación está a veces dentro del molino, como en los molinos de ultrafinos; aunque más común que se localice afuera del molino. La *operación en circuito cerrado* es el término aplicado a la acción de un molino y separador conectados, de tal manera que las partículas de gran tamaño son regresadas al molino. Es posible distribuir la energía para manejar los transportadores y separadores en un sistema de circuito cerrado, pero a pesar de esto, la reducción en el requerimiento total de energía sobre la molienda en circuito abierto con frecuencia alcanza 25%.

Consumo de energía. Enormes cantidades de energía se consumen en las operaciones de reducción de tamaño, en especial para la manufactura de cemento, carbón triturado, roca y pizarra; y en la preparación de minerales para la fabricación de acero y cobre.⁶ La reducción de tamaño es probablemente la más ineficiente de todas las operaciones unitarias: arriba de 99% de la energía va a la operación del equipo, produciendo calor y ruido indeseables, dejando menos de 1% para la creación de una superficie nueva. A medida que los procesos desarrollados requieren de partículas cada vez más finas como alimentación para un horno o reactor, hay un incremento en el consumo total de energía;

**FIGURA 28.11**

Consumo de energía en función del tamaño del producto en un equipo de reducción de tamaño. (Con autorización, de *Comminution and Energy Consumption*, NMAB-264, National Academy Press. 1981.)

la reducción a tamaños muy finos es mucho más costosa en energía que una simple trituración para los productos relativamente más gruesos. Esto se ilustra en la figura 28.11, la cual muestra cantidades típicas de energía consumida por unidad de masa de producto por los diversos tipos de equipo de reducción de tamaño.

Eliminación de calor. Puesto que sólo una fracción muy pequeña de la energía suministrada al sólido se utiliza en la creación de una superficie nueva, la mayor parte de la energía se convierte en calor, que eleva la temperatura del sólido por muchos grados. El sólido puede fundirse, descomponerse o explotar a menos que el calor se elimine. Por esta razón el agua enfriada o la salmuera refrigerada con frecuencia se hace circular a través de serpentines o encamisados en el molino. Algunas veces el aire que sopla a través del molino es refrigerado, o se introduce dióxido de carbono sólido (hielo seco) con la alimentación. Se alcanza todavía una reducción de temperatura más drástica con nitrógeno líquido, para obtener temperaturas de molienda por debajo de -75°C . El propósito de dichas temperaturas bajas es alterar las características de ruptura del sólido, por lo general para hacerlo más triturable. Por este método, sustancias como manteca de origen animal y cera de abejas llegan a ser lo suficientemente duras para tratarse en un molino de martillos; plásticos duros, que atascan un molino a temperaturas ordinarias, se vuelven lo bastante quebradizos para molerse sin dificultad.

Aumento de tamaño

Para mejorar las propiedades en el tratamiento, reducir la caída de presión en lechos empacados, aumentar las velocidades de sedimentación o secado, o evitar el polvo, partículas pequeñas con frecuencia se unen entre sí para formar trozos del tamaño deseado. Este proceso puede completarse con la formación de gránulos pequeños o briquetas más grandes por compactación; por extrusión a través de una boquilla bajo presión elevada; por solidificación de gotas de líquido en un secador de aspersión o una torre; por floculación y coagulación de partículas en una suspensión diluida; o por calor asociado en procesos de nodulización y sinterizado. Es difícil predecir el comportamiento de un material dado sin pruebas reales. Con frecuencia se adiciona un aglutinante para producir gránulos, briquetas o extrudados, de forma que las partículas se adhieran entre sí. El equipo para las operaciones de aumento de tamaño se describe en la obra de Perry.¹²ⁱ

SÍMBOLOS

A	Área, m ² o ft ² ; área total de superficie de partículas
A_w	Área específica de superficie de partículas, m ² /g o ft ² /lb
a	Factor de forma de volumen [ecuación (28.10)]
$B_{n,u}$	Fracción total de masa de partículas más pequeñas que el tamaño $\bar{D}_{pn}$ resultante de la rotura del tamaño de partículas $\bar{D}_{pu}$
D_p	Tamaño de la partícula, mm o ft; $\bar{D}_{pa}$, de la alimentación; D_{pb} , del producto; $D_{p, \text{máx}}$, tamaño máximo de partícula cortada en rollos
D_{pn}	Abertura de la malla en el tamizado n , mm o ft; $D_{p(n+1)}$, en el tamiz $n + 1$; D_{pu} , en el tamiz u
D	Diámetro, ft o mm; D_o , diámetro de abertura del recipiente; D_p , tamaño de la partícula; D_{pi} , abertura de la malla en el tamiz i
$\bar{D}$	Tamaño promedio de partícula, mm, μm , o ft; $\bar{D}_N$, diámetro medio aritmético [ecuación (28.7)]; $\bar{D}_v$, diámetro medio volumétrico [ecuación (28.9)]; $\bar{D}_n$, promedio aritmético de D_{pn} y $D_{p(n+1)}$; $\bar{D}_{pi}$, media aritmética de D_{pi} y D_{pi+1} ; $\bar{D}_s$, diámetro medio volumen-superficie [ecuación (28.6)]; $\bar{D}_w$, diámetro medio de masa [ecuación (28.8)]
d	Anchura del espacio entre los rollos, m o ft
E	Difusividad en el mezclado axial, m ² /s o ft ² /s
g	Aceleración de la gravedad, m/s ² o ft/s ²
i	Número de fracción o incremento; también, número de tamiz, contando desde el tamaño más pequeño
K'	Relación de presiones, p_v/p_L
L	Longitud, ft o m
m	Masa de la muestra, g o lb
$\dot{m}$	Velocidad de flujo de masa, lb/min
N	Número de partículas; N_T , número total; N_i , número en la fracción i ; también número de muestras puntuales
n	Número de incrementos o tamices; número de partículas en la muestra puntual; también velocidad del molino de bolas, r/s; n_c , velocidad crítica
P	Potencia, kW o hp
Pe	Número de Peclet, UL/E
R	Radio de los rodillos de trituración o molinos de bolas, m o ft
r	Radio de las bolas en el molino de bolas, m o ft
S	Función de velocidad de molienda, s ⁻¹ ; S_n , para el tamiz n ; S_u , para el tamiz u
u	Número de tamiz más grueso que el tamiz n
v_p	Volumen de la partícula, m ³ o ft ³
$\bar{W}_i$	Índice del trabajo de enlace, kWh/ton
x	Fracción de masa; también fracción medida del componente A en la muestra puntual; x_p , en el incremento y ; x_n , en el tamiz n ; x_u , en el tamiz u ; x_1 , en el tamiz más grueso; $\bar{x}$, fracción promedio medida del componente A

Letras griegas

α_r	Ángulo de reposo
β	Exponente en la ecuación (28.20)

- $\Delta B_{n,u}$
- Función de ruptura, fracción de partículas de tamaño $\bar{D}_u$ que son rotas a tamaño $\bar{D}_n$
- Δt
- Incremento de tiempo, s
- Δx_n
- Cambio en x_n en el tiempo Δt
- ρ_p
- Densidad de la partícula, kg/m³ o lb/ft³
- Φ_s
- Esfericidad [ecuación (28.1)]

PROBLEMAS

- 28.1. Calcule el diámetro medio aritmético $\bar{D}_N$ para las fracciones -4 a +200 mallas del material analizado en la tabla 28.1. ¿Cómo difiere cualitativamente $\bar{D}_N$ del diámetro medio volumétrico $\bar{D}_V$?

28.2. Construya una representación gráfica de la distribución acumulativa que se da en la tabla 28.1 en papel logarítmico-probabilidad. ¿Es lineal la representación gráfica para cualquier intervalo de tamaño de las partículas? ¿Cómo difiere la cantidad de material fino (menor que 20 mallas) del que se podría predecir a partir de la distribución de tamaños de un material más grueso?

28.3. Un mezclador de Banbury grande mastica 1 800 lb de caucho en trozos con una densidad de 70 lb/ft³. La potencia de la carga es de 6 000 hp por 1 000 gal de caucho. ¿Cuánta agua enfriada, en galones por minuto, se necesita para eliminar el calor generado en el mezclador si la temperatura del agua no aumenta más de 15 °F?

28.4. En la tabla 28.3 se proporcionan datos de la velocidad de mezclado de arena y partículas de sal en un lecho de aire fluidizado. El número de partículas en cada muestra puntual fue aproximadamente 100. a) Para cada serie, calcule la desviación estándar estimada s y la desviación estándar teórica para el mezclado completo σ_e . b) ¿Qué tan cercana estuvo la mezcla de mezclarse completamente después de 87 s?

TABLA 28.3
Datos de mezclado de sal en arena de 35/48 mallas en un mezclador de aire fluidizado de 2 in.¹¹

Corrida núm.	Tiempo de mezclado, s	Fracción de número de arena en muestras puntuales									
1	45	0.64	0.68	0.74	0.63	0.73	0.81	0.59	0.65	0.62	0.70
		0.66	0.64	0.77	0.70	0.67	0.58	0.60	0.65	0.87	0.60
		0.49	0.52	0.49	0.54	0.64	0.38	0.32	0.34	0.49	0.52
		0.25	0.32	0.33	0.35	0.48	0.23	0.16	0.32	0.44	0.39
		0.26	0.26	0.21	0.32	0.38	0.22	0.24	0.22	0.15	0.36
2	87	0.53	0.54	0.60	0.60	0.60	0.55	0.56	0.60	0.69	0.63
		0.48	0.67	0.65	0.63	0.62	0.46	0.63	0.58	0.48	0.59
		0.49	0.53	0.46	0.49	0.58	0.34	0.52	0.45	0.50	0.47
		0.42	0.35	0.43	0.49	0.59	0.38	0.39	0.45	0.52	0.39
		0.35	0.36	0.37	0.49	0.48	0.37	0.49	0.32	0.32	0.36

- 28.5.** Roca atrapada se tritura en un triturador giratorio. La alimentación es prácticamente uniforme y consiste en esferas de 2 in. El análisis diferencial de tamiz del producto se proporciona en la columna 1) de la tabla 28.4. La potencia requerida para triturar este material es 400 kW. De éstos se necesitan 10 kW para operar el molino vacío. Reduciendo el espacio libre entre el cabezal de trituración y el cono, el análisis diferencial de tamiz del producto llega a ser el que se proporciona en la columna 2) de la tabla 28.4. La velocidad de alimentación es 110 tons/h. Utilizando el método de Bond, estime la potencia necesaria por tonelada de roca en la primera y segunda molienda.

TABLA 28.4
Datos para el problema 28.5

Malla	Producto	
	Primera molienda (1)	Segunda molienda (2)
4/6	3.1	
6/8	10.3	3.3
8/10	20.0	8.2
10/14	18.6	11.2
14/20	15.2	12.3
20/28	12.0	13.0
28/35	9.5	19.5
35/48	6.5	13.5
48/65	4.3	8.5
-65	0.5	
65/100		6.2
100/150		4.0
-150		0.3

- 28.6.** ¿Qué velocidad rotacional, en revoluciones por minuto, recomendaría para un molino de bolas de 1 200 mm de diámetro cargado con bolas de 75 mm?
- 28.7.** Demuestre que a la velocidad crítica, la fuerza centrífuga de una bola sobre un molino de bola puede ser igual a la fuerza de gravedad,

REFERENCIAS

1. Arbiter, N. y C.C. Harris. *Br. Chem. Eng.* **10**: 240 (1965).
2. Berry, C.E. *Ind. Eng. Chem.* **38**: 672 (1946).
3. Bond, F.C. *Trans. AIME*, TP-3308B y *Mining Eng.*, mayo 1952.
4. Galanty, H.E. *Ind. Eng. Chem.* **55**: (1):46 (1963).
5. Harnby, N.M.F. Edwards y A.W. Nienow. *Mixing in the Process Industries*. London: Butterworths, 1985, pp. 24-38, 91-3.
6. Hixon, L.M. *Chem. Eng. Prog.* **87**: (5):36 (1991).
7. Jenicke, A.W., P.J. Elsey y R.H. Wooley. *Proc. ASTM*. **60**: 1168 (1960).

8. Kukla, R.J. *Chem. Eng. Prog.* **87**(5): 23 (1991).
9. Laforge, R.M. y B.K. Boruff. *Ind. Eng. Chem.* **56**(2): 42 (1964).
10. Michaels, A.S. y V. Puzinauskis. *Chem. Eng. Prog.* **50**: 604 (1954).
11. Nicholson, W.J. "The Blending of Dissimilar Particles in a Gas-Fluidized Bed", Ph.D. tesis. Ithaca, NY: Cornell University, 1965.
12. Perry, R.H. y D.W. Green (eds.). *Perry's Chemical Engineer's Handbook*, 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1997; a) pp. **20-7** a **20-10**, b) p. **20-14**, c) pp. **20-18** a **20-22**, d) pp. **20-24** a **20-48**, e) p. **20-32**, f) p. **20-38**, g) p. **20-45**, h) pp. **20-56** a **20-89**, i) pp. **21-4** a **21-27**.
13. Reid, K.J. *Chem. Eng. Sci.* **20**(11): 953 (1965).
14. Smith, J.C. *Ind. Eng. Chem.* **47**: 2240 (1955).
15. Smith, J.C. y U.S. Hattiangadi. *Chem. Eng. Commun.* **6**: 105 (1980).
16. Todd, D.B. y H.F. Irving. *Chem. Eng. Prog.* **56**(9): 84 (1969).
17. Wang, R.H. y L.T. Fan. *Chem. Eng.* **81**(11): 88 (1974).
18. Weidenbaum, S.S. y C.F. Bonilla. *Chem. Eng. Prog.* **51**: 27-J (1955).

CAPÍTULO 29

Separaciones mecánicas

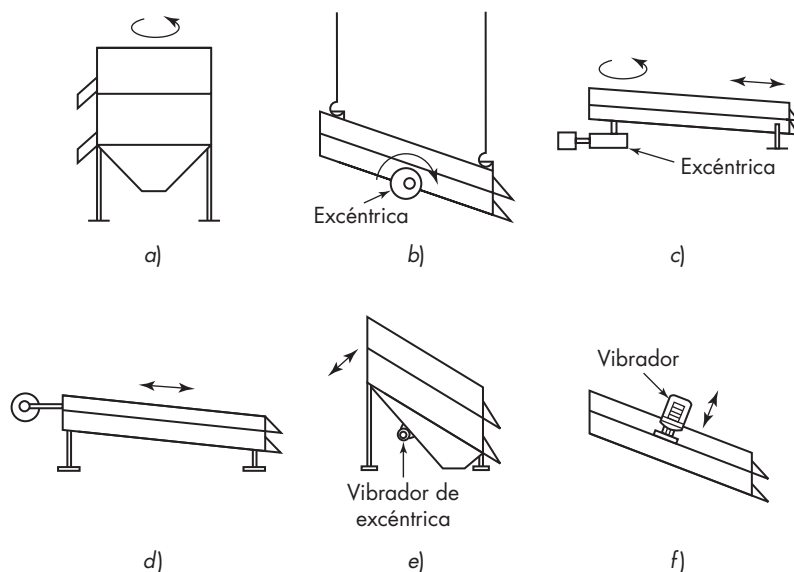
Las separaciones son de gran importancia en la industria química. De hecho, la mayoría del equipo de proceso se destina a hacer posible la separación de una fase o de un material a partir de otro. Las separaciones se dividen en dos clases. Una de ellas, conocida como operaciones difusionales, involucra la transferencia de masa entre fases, tal como se vio en los capítulos 17 a 27. Otra clase, conocida como separaciones mecánicas, es el tema de este capítulo.

Las separaciones mecánicas para mezclas heterogéneas incluyen métodos para separar partículas sólidas de gases o líquidos, separando gotas de líquido de gases u otros líquidos, y separando un tipo o tamaño de sólido de una mezcla de partículas. Estas técnicas se basan en las propiedades físicas de las partículas, como el tamaño, la forma y la densidad, o en la densidad y viscosidad del fluido. Dos métodos generales son: 1) el uso de una criba, separador, o membrana porosa que retiene un componente y permite que pase el otro, y 2) la utilización de diferencias en velocidades de sedimentación cuando las partículas o gotas se mueven a través de un gas o un líquido. La membrana de separación también se puede usar para soluciones homogéneas de macromoléculas como las proteínas o los polímeros, que son más grandes que los poros de las membranas. Otros métodos especiales de separación utilizan diferencias en la humectabilidad o las propiedades eléctricas o magnéticas de las sustancias, pero éstos no se tratarán aquí.

En estas separaciones, la termodinámica no es un factor como lo es en las ecuaciones del capítulo 17 para separaciones difusionales.

TAMIZADO

El tamizado es un método de separación de partículas basado exclusivamente en el tamaño de las mismas. En el tamizado industrial, los sólidos se colocan sobre la superficie del tamiz. Las partículas de menor tamaño, o *finos*, pasan a través de las aberturas del tamiz; mientras que las de mayor tamaño, o *colas*, no pasan. Un solo tamiz puede realizar una separación en dos fracciones. Se les llama fracciones no clasificadas, ya que aunque se conozca el límite superior o inferior de los tamaños de partícula de cada una de las fracciones, no se conoce el otro límite. El material que se hace pasar a través de una serie de tamices de diferentes tamaños se separa en fracciones clasificadas por tamaños, es decir, fracciones cuyas partículas se conocen por su tamaño máximo y mínimo. En ocasiones, el tamizado se realiza en húmedo, si bien lo más frecuente es operar en seco.

**FIGURA 29.1**

Movimientos de tamices: *a)* giro en un plano horizontal; *b)* giro en un plano vertical; *c)* giro en un extremo y sacudida en otro; *d)* sacudida; *e)* vibración mecánica; *f)* vibración eléctrica.

Los tamices industriales se construyen con tela metálica, telas de seda o plástico, barras metálicas, placas metálicas perforadas, o alambres dispuestos en sección transversal triangular. Se utilizan diferentes metales, siendo el acero al carbón y el acero inoxidable los más frecuentes. Los intervalos de malla de los tamaños de los tamices estándar están comprendidos entre 4 in. y 400 mallas, y se dispone de tamices comerciales de tela metálica con aberturas tan pequeñas como $1\ \mu\text{m}$.[†] Sin embargo, los tamices más finos, aproximadamente de 150 mallas, no se utilizan habitualmente debido a que con partículas muy finas generalmente resultan más económicos otros métodos de separación.

Equipo de tamizado

Existe una gran variedad de tamices para distintas finalidades. En este capítulo solamente se considerarán los tipos más representativos. En la mayoría de los tamices, las partículas pasan a través de las aberturas por gravedad; pero en algunos diseños las partículas son forzadas a través del tamiz por medio de un cepillo o mediante fuerza centrífuga. Las partículas más gruesas pasan con facilidad a través de aberturas grandes en una superficie estacionaria, pero las finas precisan de alguna forma de agitación, tales como sacudidas, rotación o vibración mecánica o eléctrica. En la figura 29.1 se ilustran movimientos típicos de tamices.

[†] Los tamices estándar se estudian en el capítulo 28; los tamaños de los tamices se tabulan en el apéndice 5.

Tamices y parrillas estacionarias

Una parrilla es un enrejado de barras metálicas paralelas dispuestas de forma inclinada en un marco estacionario. La pendiente y el camino que sigue el material por lo general son paralelos a la longitud de las barras. La alimentación de partículas muy gruesas, como las procedentes de un triturador primario, se dejan caer sobre el extremo más elevado de la parrilla. Los trozos grandes ruedan y se deslizan hacia el extremo de la descarga; los trozos pequeños pasan a través de la parrilla y se recogen en un colector. La separación entre las barras es de 2 a 8 in. (50 a 200 mm). Los tamices de tela metálica estacionaria con inclinación operan de la misma forma, separando partículas entre $\frac{1}{2}$ y 4 in. (12 a 100 mm) de tamaño. Sólo resultan efectivos cuando operan con sólidos muy gruesos que fluyen libremente y contienen poca cantidad de partículas finas.

Tamices giratorios

En la figura 29.2a se ilustra un tamiz giratorio para servicio pesado. Dos tamices, uno sobre el otro, están sostenidos en una carcasa inclinada en un ángulo comprendido

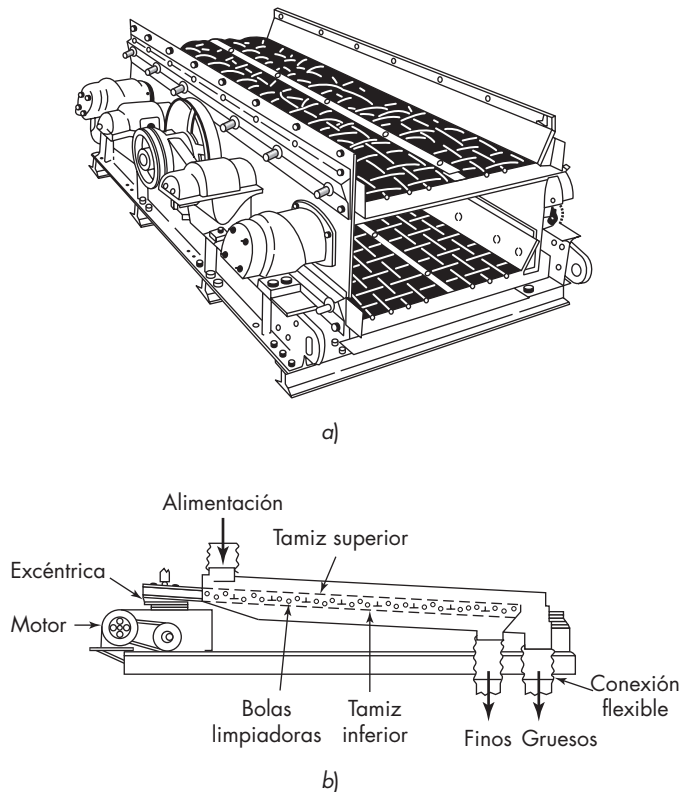


FIGURA 29.2

a) Tamiz de rotación vertical para servicio pesado; b) tamiz de rotación horizontal.

entre 16 y 30° con la horizontal. La mezcla se alimenta en el tamiz superior cerca de su punto más alto. La carcasa y los tamices giran en un plano vertical alrededor de un eje horizontal por una excéntrica que está situada a la mitad entre el punto de alimentación y la descarga. La velocidad de rotación está comprendida entre 600 y 1800 rpm. Los tamices son rectangulares y bastante largos, desde 1½ por 4 ft (0.5 a 1.2 m) hasta 5 por 14 ft (1.5 a 4.3 m). Las partículas muy grandes caen dentro de ductos recolectores colocados en los extremos inferiores de los tamices; los finos pasan a través del fondo del tamiz hacia una tolva de descarga.

Por lo general los tamices más finos rotan en el extremo de la entrada de la alimentación en un plano horizontal. El extremo de descarga es reciprocante pero no gira. Esta combinación de movimientos estratifica la alimentación, de tal forma que las partículas descienden sobre la superficie del tamiz, donde son presionadas por las partículas más gruesas situadas encima. Con frecuencia la superficie de tamizado es doble; tal como se muestra en la figura 29.2b, entre los dos tamices se dispone de bolas de goma que se mantienen en los compartimentos separados. Durante el funcionamiento del tamiz, las bolas chocan contra la superficie del tamiz evitando la obstrucción de las aberturas de la malla. Aquellos granos de material duro, seco, redondeado o cúbico por lo general pasan sin dificultad a través del tamiz, aun cuando éste sea fino, pero no ocurre lo mismo con los alargados, pegajosos, escamosos o cuando se trata de partículas blandas. Debido a la acción de tamizado, tales partículas pueden quedar atrapadas dentro de las aberturas del tamiz e impedir que otras partículas pasen. Un tamiz obstruido por partículas sólidas se dice que está *cegado*.

Tamices vibratorios

Los tamices que vibran con rapidez y pequeña amplitud se obstruyen con menos facilidad que los tamices giratorios. Las vibraciones se generan de forma mecánica o eléctrica. Las vibraciones mecánicas por lo general se transmiten desde excéntricos de alta velocidad hasta la carcasa de la unidad y de ésta hasta los tamices inclinados. Las vibraciones eléctricas generadas por grandes solenoides de servicio pesado se transmiten a la carcasa o directamente a los tamices. Casi nunca se utilizan más de tres tamices en los sistemas vibratorios. Son comunes las vibraciones comprendidas entre 1 800 y 3 600 por minuto. Un tamiz de 48 por 120 in. (1.2 a 3 m) requiere alrededor de 4 hp (3 kW).

Comparación entre tamices reales e ideales

El objetivo de un tamiz es separar una alimentación que contiene una mezcla de partículas de varios tamaños en dos fracciones: una inferior que pasa a través del tamiz y otra superior que es rechazada por el tamiz. Cualquiera de ellas, o ambas, puede ser el producto.

Un tamiz ideal separaría de forma clara la mezcla de alimentación, de tal manera que la partícula más pequeña en la corriente superior sería justo mayor que la partícula más grande en la corriente inferior. Dicha separación ideal define un diámetro de corte D_{pc} , que marca el punto de separación entre las fracciones. En general D_{pc} se considera igual a la abertura de la malla del tamiz. Los tamices reales no producen una separación perfecta alrededor del diámetro de corte. Las separaciones más nítidas se obtienen con partículas esféricas cuando se opera con tamices de ensayo estándar, pero aun en este caso hay traslapamiento entre las partículas más pequeñas de la corriente superior y las

más grandes del flujo inferior. El traslapamiento es mayor cuando las partículas son aciculares o fibrosas o cuando tienden a formar agregados que actúan como partículas más grandes. Los tamices comerciales generalmente producen separaciones más pobres que los tamices de laboratorio de la misma abertura de mallas, operando ambos con la misma mezcla.

Balances de materia en un tamiz

A un tamiz pueden aplicarse balances de materia sencillos que resultan útiles para calcular relaciones de alimentación, cernido y rechazos a partir de los análisis por tamizado de las tres corrientes y el conocimiento del diámetro de corte deseado. Sean F , D y B las velocidades de flujo másico de la alimentación, de la corriente de rechazos y de la corriente de cernidos, respectivamente, y x_F , x_D y x_B la fracción másica del material cernido en estas tres corrientes. Las fracciones másicas del material de menor tamaño en la alimentación, cernido y rechazo son $1 - x_F$, $1 - x_D$ y $1 - x_B$.

Puesto que toda alimentación que entra en el tamiz tiene que salir como flujo de cernidos o como flujo de rechazos,

$$F = D + B \quad (29.1)$$

El material A contenido en la alimentación debe salir en estas dos corrientes y

$$Fx_F = Dx_D + Bx_B \quad (29.2)$$

Eliminando B de las ecuaciones (29.1) y (29.2) se obtiene

$$\frac{D}{F} = \frac{x_F - x_B}{x_D - x_B} \quad (29.3)$$

Eliminando D resulta[†]

$$\frac{B}{F} = \frac{x_D - x_F}{x_D - x_B} \quad (29.4)$$

Las separaciones por cribado casi nunca son perfectas. Algunas partículas de tamaño inferior generalmente quedan en el material retenido de una determinada criba y a veces las partículas de tamaño mayor se escapan a través de la criba hasta mezclarse con las de tamaño inferior. Una medida del grado de efectividad de la separación está dada por la eficiencia de la criba, para la que se han propuesto varias fórmulas.^{32g} Sin embargo, nunca se ha establecido un método uniforme de cálculo para la eficiencia global.

[†] Observe la semejanza de las ecuaciones (29.3) y (29.4) con las ecuaciones (21.5) y (21.6) para destilación. Aunque no son físicamente semejantes, ambas son operaciones de separación y las mismas ecuaciones del balance global de materia son aplicables en ambos casos.

Capacidad del tamiz

La capacidad de un tamiz se mide por la masa de material que puede recibir como alimentación por unidad de tiempo relacionada a un área unitaria del tamiz. Capacidad y eficiencia son factores opuestos. Para obtener la máxima eficiencia, la capacidad debe ser pequeña, y grandes capacidades se obtienen sólo a expensas de una reducción de la eficiencia. En la práctica es deseable un equilibrio razonable entre capacidad y eficiencia.

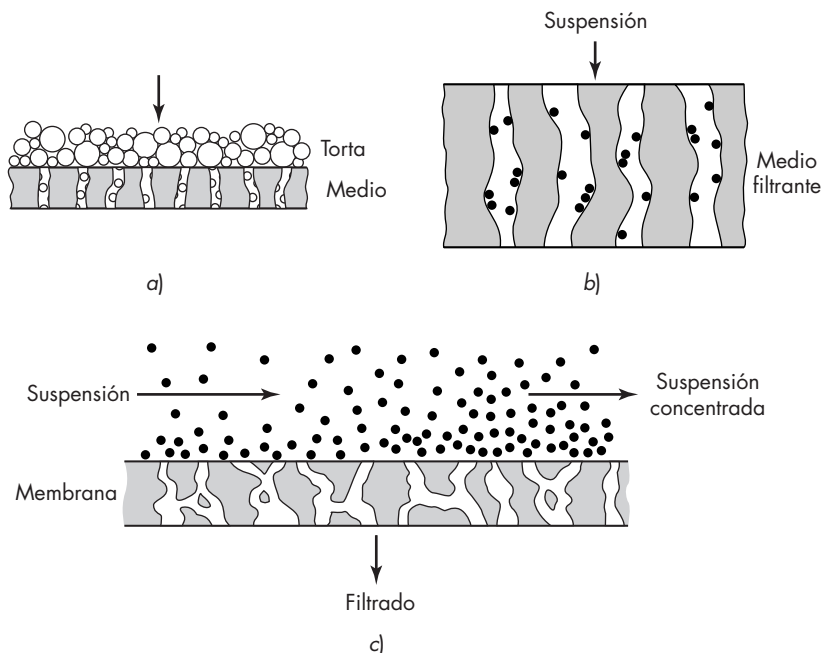
La capacidad de un tamiz se controla simplemente variando la velocidad de la alimentación de la unidad. La eficiencia que resulta para una capacidad dada depende de la naturaleza de la operación de tamizado. La oportunidad total de paso de una partícula de un tamaño inferior determinado es una función del número de veces que la partícula incide contra la superficie del tamiz y de la probabilidad de paso durante un solo contacto. Si el tamiz es sobrecargado, el número de contactos es pequeño y la oportunidad de paso como consecuencia del contacto está limitada por la presencia de otras partículas. La mejora de la eficiencia que se obtiene a expensas de la reducción de la capacidad es el resultado de la consecución de más contactos por partícula y mejores oportunidades de paso en cada contacto.

La probabilidad del paso de una partícula a través de la criba depende de la fracción de las aberturas con respecto al total de la superficie, de la relación del diámetro de partícula con el ancho de la abertura del tamiz, y del número de contactos entre la partícula y la superficie de la criba. La capacidad máxima de una criba, como lo demuestra Perry,^{32h} es aproximadamente proporcional a $D_{pc}^{0.6}$, donde D_{pc} es la abertura de la criba, y proporcional a la densidad de la partícula. Para cribas amplias, con aperturas de $\frac{1}{4}$ a 4 in. (6 a 100 mm) de tamaño, la capacidad fluctúa entre 1 y 8 toneladas/h $\cdot$ ft² (2.7 a 22 kg/s $\cdot$ m²), dependiendo de la densidad del material que está siendo tamizado; para cribas con aperturas de 0.05 a 0.25 in. (1 a 6 mm), la capacidad es de 0.1 a 1.0 toneladas/h $\cdot$ ft² (0.27 a 2.7 kg/s $\cdot$ m²).

A medida que se reduce el tamaño de la partícula, el tamizado se vuelve progresivamente más difícil, y la capacidad y la eficiencia son, en general, bajas para partículas de tamaños menores de 150 mallas (0.1 mm).

FILTRACIÓN: CONSIDERACIONES GENERALES

La filtración es la separación de partículas sólidas a partir de un fluido mediante el paso del fluido a través de un medio filtrante o *pared separadora* sobre el que se depositan los sólidos. Las filtraciones industriales van desde un sencillo colado hasta separaciones altamente complejas. El fluido puede ser un líquido o un gas, y la corriente valiosa procedente de un filtro puede ser el fluido, los sólidos o ambos productos. En algunos casos ambas corrientes carecen de valor, como en el caso de la separación de sólidos residuales de un fluido residual antes de su vertido. En la filtración industrial, el contenido de sólidos de la alimentación puede oscilar desde trazas hasta un porcentaje muy elevado. Con frecuencia la alimentación se modifica de alguna forma mediante un pretratamiento, a fin de aumentar la velocidad de filtración por medio de calentamiento, recristalización o adición de un “coadyuvante de filtración”, tal como celulosa o tierra de diatomeas. Debido a la enorme variedad de materiales que se han de filtrar y las diferentes condiciones de operación de los procesos se han desarrollado numerosos tipos de filtros,^{32d, 40a} algunos de los cuales se describen en la figura 29.3.

**FIGURA 29.3**

Mecanismos de filtración: a) filtro de torta; b) filtro clarificador; c) filtro de flujo transversal.

El fluido circula a través del medio filtrante en virtud de una diferencia de presión a través del medio. Por lo tanto, los filtros se clasifican en función de este aspecto en: filtros que operan con presión superior a la atmosférica en la corriente superior del medio filtrante y los que lo hacen con presión atmosférica en la corriente superior del medio filtrante y a vacío en la corriente inferior. Presiones superiores a la atmosférica se generan por acción de la fuerza de gravedad actuando sobre una columna de líquido, por medio de una bomba o soplador, o bien por medio de fuerza centrífuga. Los filtros centrífugos se estudian en una sección posterior de este capítulo. En un filtro de gravedad, el medio filtrante no puede ser más fino que un tamiz grueso o un lecho de partículas gruesas tales como arena. Por lo tanto, en sus aplicaciones industriales los filtros de gravedad están restringidos a la separación del líquido de cristales muy gruesos, a la clarificación de agua potable y al tratamiento de aguas residuales.

La mayoría de los filtros industriales son filtros a presión, a vacío o separadores centrífugos. Pueden ser también continuos o discontinuos, dependiendo de que la descarga de los sólidos filtrados se realice de forma continua o intermitente. Durante buena parte del ciclo de operación de un filtro discontinuo, el flujo del fluido a través del mismo es continuo, interrumpiéndose periódicamente para permitir la descarga de los sólidos acumulados. En un filtro continuo la descarga de los sólidos y del fluido se realiza de forma ininterrumpida mientras el equipo se encuentra en operación.

Los filtros se dividen en tres grupos principales: filtros de torta, filtros clarificadores y filtros de flujo transversal. Los filtros de torta separan grandes cantidades de sólidos en forma de una torta de cristales o un lodo, tal como se ilustra en la figura 29.3a. Con frecuencia incluyen dispositivos para el lavado de la torta y para eliminar la mayor parte posible del líquido en los sólidos antes de su descarga. Los filtros clarificadores retiran pequeñas cantidades de sólidos para producir un gas limpio o líquidos transparentes, tales como bebidas. Las partículas del sólido son atrapadas en el interior del medio filtrante tal como se indica en la figura 29.3b, o en las superficies externas. Los filtros clarificadores difieren de los tamices en que los poros del medio filtrante son mucho mayores en diámetro que las partículas a ser eliminadas. En un filtro de flujo transversal la suspensión de la alimentación fluye bajo presión a velocidades ligeramente altas atravesando el medio filtrante (véase figura 29.3c). Se forma una capa delgada de sólidos en la superficie del medio, pero la alta velocidad del líquido mantiene la capa formada. El medio filtrante es una membrana de cerámica, metal o de un polímero con poros lo suficientemente pequeños para excluir la mayoría de las partículas suspendidas. Parte del líquido pasa a través del medio como filtrado claro, dejando atrás una suspensión más concentrada. Como se verá más adelante, un ultrafiltro es una unidad de flujo transversal que contiene una membrana con aberturas extremadamente pequeñas, utilizado para la separación y concentración de partículas coloidales y moléculas grandes.

FILTROS DE TORTA

Al comienzo de la filtración en un filtro de torta, algunas partículas sólidas entran en los poros del medio filtrante y quedan inmovilizadas, pero muy rápido otras partículas se depositan sobre la superficie del medio filtrante. Después de este breve periodo inicial, la torta de sólidos es la que realiza la filtración y no el medio filtrante; sobre la superficie se forma una torta de espesor apreciable que es preciso retirar periódicamente. Los filtros de torta se utilizan casi siempre para separaciones sólido-líquido, con excepción de los filtros de bolsa para limpieza de gases. Como en el caso de otros filtros, pueden operar con presión mayor que la atmosférica en la corriente superior del medio filtrante o con vacío aplicado en la corriente inferior. Cualquiera de los tipos puede ser continuo o discontinuo, pero a causa de la dificultad de descargar los sólidos contra una presión positiva, la mayoría de los filtros de presión son discontinuos.

Filtros de presión discontinuos

Los filtros de presión utilizan una gran presión diferencial a través del medio filtrante para lograr una filtración rápida muy económica con líquidos viscosos o con sólidos finos. Los tipos más comunes de filtros a presión son los filtros prensa y los filtros de carcasa y hojas.

Filtro prensa. Un filtro prensa contiene un conjunto de placas diseñadas para proporcionar una serie de cámaras o compartimentos en los que se pueden recoger los sólidos. Las placas se recubren con un medio filtrante tal como una lona. La suspensión se introduce en cada compartimento bajo presión; el líquido pasa a través de la lona y sale a través de una tubería de descarga, dejando detrás una torta de sólidos húmeda.

Las placas de un filtro prensa pueden ser cuadradas o circulares, verticales u horizontales. Lo más frecuente es que los compartimentos para sólidos estén formados por huecos en las caras de placas de polipropileno moldeado. En otros diseños, el filtro está formado por *presas de placas y marcos* como los de la figura 29.4, en donde placas cuadradas de 6 a 78 in. (150 mm a 2 m) de lado alternan con marcos abiertos. Las placas tienen un espesor de $\frac{1}{4}$ a 2 in. (6 a 50 mm), el espesor de los marcos es de $\frac{1}{4}$ a 8 in. (6 a 200 mm). Las placas y los marcos se sitúan de formar vertical en un bastidor metálico, con telas que cubren las caras de cada placa, y se aclopan estrechamente entre sí por medio de un tornillo o una prensa hidráulica. La suspensión entra por un extremo del conjunto de placas y marcos, y pasa a través de una esquina, hacia el canal que recorre el equipo de modo longitudinal. Los canales auxiliares llevan la suspensión desde el canal de entrada hasta cada uno de los marcos. Aquí los sólidos se depositan en las caras cubiertas de tela de las placas. El líquido pasa a través de las telas, descende por las canaladuras de las caras de las placas y sale del filtro prensa.

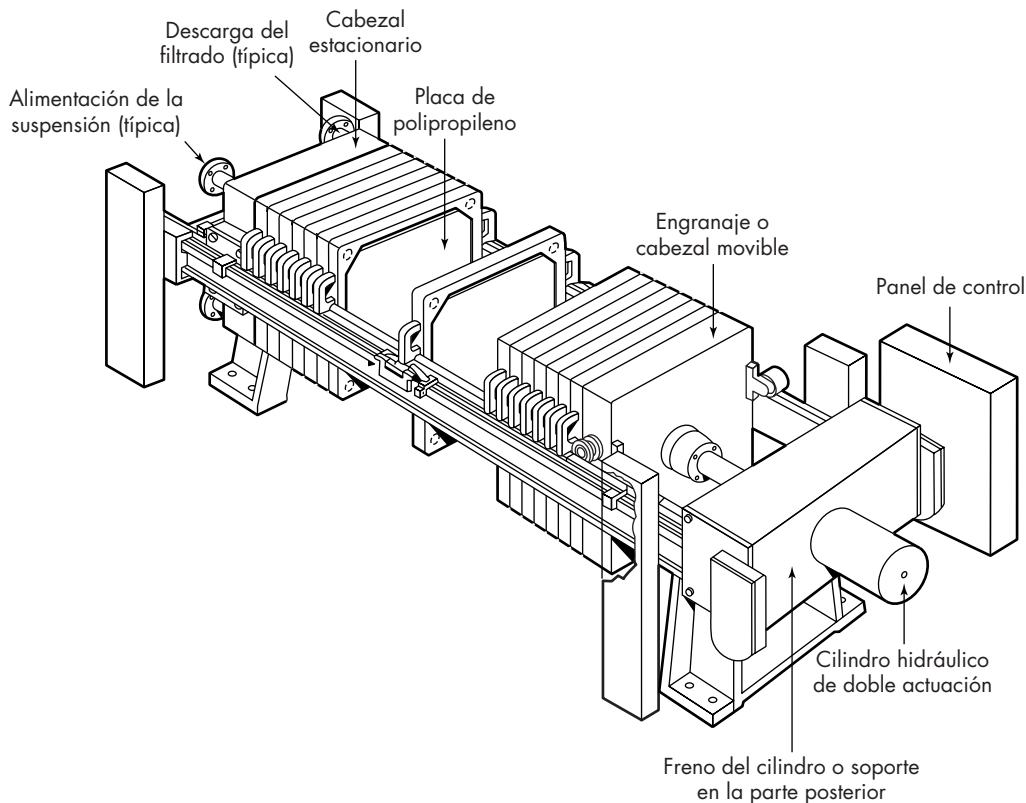


FIGURA 29.4

Filtro prensa equipado para operación automática. (*Shriver Filters, Eimco Process Equipment Co.*)

Después de armar la prensa, se ingresa la suspensión por medio de una bomba o un tanque presurizado a una presión de 3 a 10 atm. La filtración se continúa hasta que no fluya más licor por la descarga, o la presión de filtración se eleve súbitamente. Esto ocurre cuando los marcos están llenos de sólido y ya no puede ingresar más suspensión. Entonces, se dice que la prensa está *atestada*. Entonces se puede hacer entrar líquido de lavado para extraer las impurezas solubles de los sólidos, después de lo cual la torta se puede insuflar con vapor o con aire para desplazar todo el líquido residual que sea posible. Luego se abre la prensa, y la torta de sólidos se extrae del medio filtrante y se deja caer a un transportador o a un depósito de almacenaje. En muchos filtro prensas estas operaciones se realizan automáticamente, como en el que se muestra en la figura 29.4. El lavado completo de un filtro prensa puede llevar varias horas, pues el líquido de lavado tiende a seguir los trayectos más fáciles y a evitar las partes más estrechamente empacadas de la torta.

Filtros de carcasa y hojas. Para filtrar debajo de las presiones superiores a las que son posibles en un filtro prensa de placas y marcos, para reducir la mano de obra, o cuando se requiere un mejor lavado de la torta, conviene utilizar un filtro de carcasa y hojas. En el diseño en tanque horizontal que se muestra en la figura 29.5 se sitúa un conjunto de hojas verticales sobre un bastidor retráctil. La unidad mostrada en la figura está abierta para descargarla, mientras que durante la operación las hojas permanecen dentro del tanque cerrado. La alimentación entra por un lado del tanque, el filtrado pasa a través de las hojas y sale por un colector de descarga múltiple. El diseño que se muestra en la figura 29.5 se utiliza con frecuencia para filtraciones con coadyuvantes, tal como se verá más adelante en este capítulo.

Filtro de banda automático

El filtro de banda Larox es un filtro a presión discontinuo que separa, comprime, lava y descarga de forma automática la torta. La filtración tiene lugar entre 2 y 20 cámaras horizontales, colocadas una sobre la otra. Una banda de tela filtrante pasa a través de las cámaras del filtro en turno. Con la banda sostenida de modo estacionario, se llena cada cámara con sólidos durante el ciclo de filtración. Entonces se bombea agua a alta presión detrás de un diafragma flexible en la cámara límite, apretando la torta y expulsando de manera

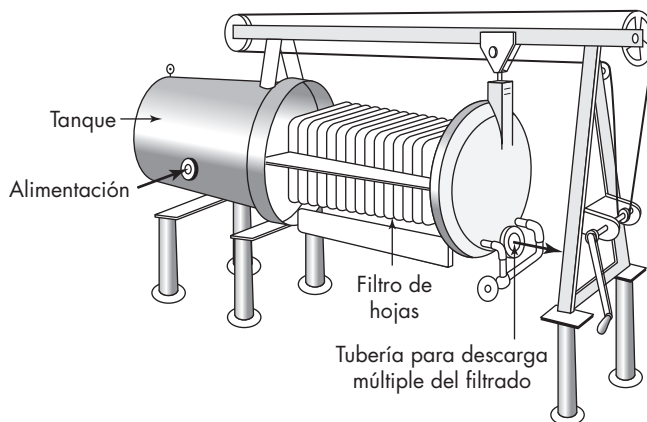


FIGURA 29.5

Filtro de hojas en un tanque horizontal a presión.

mecánica algo del líquido. Con el diafragma liberado, el agua de lavado puede ser pasada a través de la torta, y si se desea la torta es recomprimida por el diafragma. Por último, se sopla aire a través de la torta para eliminar el líquido adicional.

Entonces las cámaras se abren de forma hidráulica, así que la banda puede moverse a una distancia algo mayor que la longitud de una cámara. Esta acción descarga la torta de ambos lados del filtro. Al mismo tiempo, parte de la banda pasa entre las boquillas de aspersión para lavado. Después de que toda la torta ha sido descargada, la banda es detenida, las cámaras son cerradas y se repite el ciclo de filtración. Todos los pasos se efectúan de modo automático por impulsos desde un panel de control. El intervalo de los tamaños del filtro va de 0.8 m^2 (8.6 ft^2) a 31.5 m^2 (339 ft^2). El ciclo global es relativamente corto, por lo general de 10 a 30 min, así que estos filtros se utilizan en procesos continuos.

Filtros discontinuos a vacío

Por lo general, los filtros a presión son discontinuos, mientras que los de vacío son continuos. Sin embargo, un filtro discontinuo a vacío resulta a veces muy útil. Una *nutch* de vacío es poco más pequeña que un embudo Büchner grande, de 1 a 3 m (3 a 10 ft) de diámetro, y en ella se forma una capa de sólidos de 100 a 300 mm (4 a 12 in.) de espesor. Debido a su sencillez, una *nutch* se construye con facilidad con materiales resistentes a la corrosión y resulta valiosa cuando han de filtrarse cargas experimentales de una gran variedad de materiales corrosivos. Las *nutch*s son poco comunes en procesos a gran escala debido a la labor que se desarrolla en la extracción de la torta; sin embargo, son útiles como filtros a presión en algunas operaciones discontinuas en las cuales la torta debe ser secada en el filtro antes de la descarga.³¹

Filtros continuos a vacío

En todos los filtros continuos de vacío, el líquido es succionado a través de un medio filtrante en movimiento sobre el que se deposita una torta de sólidos. La torta se aleja de la zona de filtración, se lava, se seca por aspiración y se descarga del medio filtrante para reiniciar el ciclo con la entrada de otra carga de sólidos en suspensión. En todo momento una parte del medio filtrante se encuentra en la zona de filtración, otra parte en la zona de lavado y otra en la etapa de descarga de sólidos, de forma que la salida de líquidos y de sólidos se realiza en forma ininterrumpida. La presión diferencial a través del medio filtrante de un filtro de vacío continuo no es elevada y normalmente está comprendida entre 250 y 500 mm de Hg. Los distintos diseños de filtros difieren en la forma en la que se introduce la suspensión, la forma de la superficie filtrante y la manera en la que se descargan los sólidos. Sin embargo, la mayor parte de ellos aplican vacío desde una fuente estacionaria para accionar las partes de la unidad por medio de una válvula rotatoria.

Filtro de tambor rotatorio. El tipo más frecuente de filtro continuo de vacío es el filtro de tambor rotatorio que se representa en la figura 29.6. Un tambor horizontal, con una superficie acanalada, gira con una velocidad de 0.1 a 2 rpm en un depósito con la suspensión agitada. Un medio filtrante, tal como una lona, cubre la superficie del tambor, que está sumergido parcialmente en el líquido. Debajo de la superficie cilíndrica acanalada del tambor principal se encuentra un segundo tambor más pequeño con una superficie sólida. Entre los dos tambores existen separaciones radiales que dividen el espacio anular en compartimentos separados, cada uno de los cuales está conectado por medio de una tubería

interna a un orificio situado en la placa de la válvula rotatoria. Conforme el tambor gira se alimenta aire y vacío alternativamente en cada compartimento. Una tira de tela filtrante cubre la cara expuesta de cada compartimento para formar una sucesión de paneles.

Considere ahora el panel que se representa por A en la figura 29.6. Está justamente en el momento de introducirse en la suspensión. A medida que se sumerge debajo de la superficie del líquido, se aplica vacío por medio de la válvula rotatoria. Se forma una capa de sólidos sobre la superficie del panel a medida que pasa líquido por la tela hacia el interior del compartimento, a través de la tubería interna, a través de la válvula y hacia un tanque colector. A medida que el panel sale de la suspensión y entra en la zona de lavado y secado, se aplica vacío al panel desde un sistema exterior, succionando líquido de lavado y aire a través de la torta de sólidos. Como se muestra en el diagrama de la figura 29.7, el líquido de lavado es drenado del filtro hacia un tanque separador colector. Después de que la torta de sólidos depositada sobre la superficie del panel ha sido succionada para ser secada, el panel sale de la zona de secado, se corta el vacío y se retira la torta rascándola con una cuchilla horizontal o *rasqueta*. Se inyecta un poco de aire debajo de la torta con el fin de despegarla de la tela. De esta forma la torta se desprende de la tela haciendo innecesario que la cuchilla roce la superficie del tambor. Una vez que se ha desprendido la torta, el panel entra de nuevo en la suspensión y se repite el ciclo. Por lo tanto, la operación de cualquier panel es cíclica, pero como algunos paneles están en todo momento en cada parte del ciclo, la operación global del filtro es continua.

Existen numerosas variantes comerciales de filtros de tambor rotatorio. En algunos diseños no existen compartimentos en el tambor, y el vacío se aplica a toda la superficie interior del medio filtrante. El filtrado y el líquido de lavado se retiran conjuntamente a través de una tubería sumergida; los sólidos se descargan inyectando aire a través de la lona desde un sistema estacionario situado dentro del tambor, hinchando la tela filtrante y desprendiendo la torta. En otros modelos la torta se desprende de la superficie filtrante por un conjunto de cuerdas paralelas muy juntas, o bien separando la tela filtrante de la superficie del tambor y haciéndola pasar alrededor de un rodillo de diámetro pequeño. El cambio brusco de dirección que provoca este rodillo da lugar a que se desprendan los sólidos. La tela puede lavarse a medida que retorna desde el rodillo hasta la cara inferior

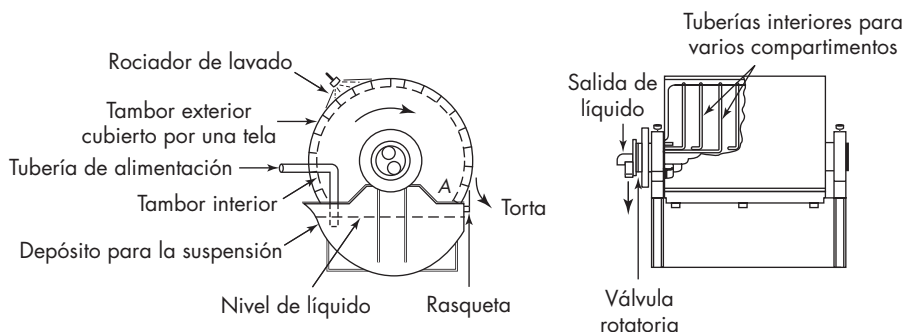


FIGURA 29.6

Filtro rotatorio continuo de vacío.

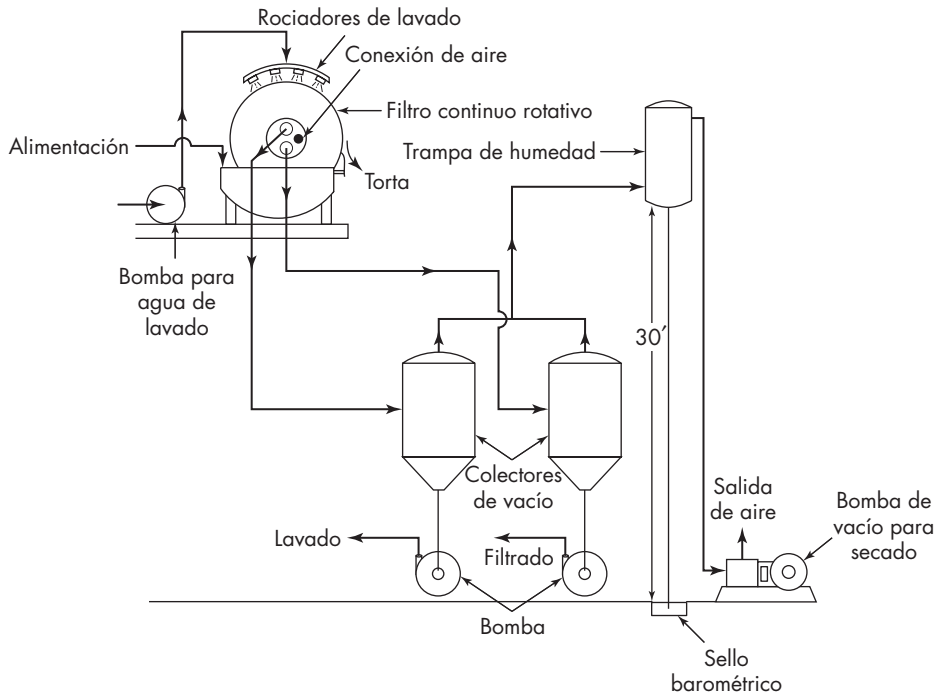
**FIGURA 29.7**

Diagrama de flujo para filtración continua de vacío.

del tambor. El líquido de lavado puede rociarse de forma directa sobre la superficie de la torta, o bien, con tortas que se rompen cuando se pasa aire a través de ellas; el rociado de líquido de lavado puede realizarse sobre la tela que se desplaza con la torta a través de la zona de lavado y que presiona con fuerza sobre la superficie exterior.

El grado de inmersión del tambor también es variable. La mayor parte de los filtros alimentados por el fondo operan con aproximadamente 30% de su superficie filtrante sumergida en la suspensión. Cuando se desea una elevada capacidad de filtración sin lavado, se puede utilizar el filtro muy sumergido, con una inmersión de 60 a 70%. La capacidad de cualquier filtro rotativo depende considerablemente de las características de la suspensión de alimentación y, sobre todo, del espesor de la torta que se deposita en la operación práctica. Las tortas formadas en filtros rotativos de vacío de tipo industrial tienen un espesor comprendido entre 3 y 40 mm ($\frac{1}{8}$ a $1\frac{1}{2}$ in.). Los tamaños estándar de los tambores varían desde 0.3 m (1 ft) de diámetro y 0.3 m (1 ft) de longitud hasta 3 m (10 ft) de diámetro y 4.3 m (14 ft) de longitud.

Filtros de tambor rotatorio a presión

Los filtros de vacío rotatorios algunas veces se adaptan para operar a presiones positivas de alrededor de 15 atm para situaciones en las cuales la filtración a vacío no es factible o económica. Éste es el caso cuando los sólidos son muy finos y se filtran muy lento o

cuando el líquido tiene una presión de vapor alta, tiene una viscosidad mayor a 1 P, o es una disolución saturada que cristalizará si se enfría del todo. Con suspensiones de filtración lenta, la presión diferencial a través del medio filtrante debe ser mayor de la que se obtiene en un filtro de vacío; con líquidos que vaporizan o cristalizan a presión reducida, la presión en el lado de la corriente inferior del medio filtrante no puede ser menor que la atmosférica. Sin embargo, los problemas mecánicos de la descarga de sólidos de estos filtros, su alto costo y complejidad, así como su tamaño pequeño limitan su aplicación a problemas especiales. Cuando no es posible utilizar la filtración al vacío, deben considerarse otros medios de separación, tales como filtros centrífugos continuos.

Filtros de recubrimiento previo

Un filtro de recubrimiento previo es un filtro rotativo de tambor modificado para filtrar pequeñas cantidades de sólidos gelatinosos o finos que por lo general obturan la tela filtrante. En la operación de este equipo se deposita en primer lugar sobre la tela del medio filtrante una capa porosa de un coadyuvante de filtración, tal como tierra de diatomeas. El líquido a filtrar se succiona a través de una capa del coadyuvante de filtración, depositándose una capa delgada de sólidos. Esta capa y algo de coadyuvante de filtración se desprenden entonces del tambor por medio de una cuchilla que avanza lentamente, lo que da lugar a que de forma continua exista una superficie fresca de material poroso para que pase el líquido subsecuente. Un filtro de recubrimiento previo también puede operar bajo presión. En los equipos de presión, los sólidos descargados y el coadyuvante de filtración se recogen en una zona de filtración para retirarlos periódicamente a la presión atmosférica, mientras que el tambor se recubre con un coadyuvante. Los filtros de recubrimiento previo sólo se utilizan cuando los sólidos se desechan o cuando su mezcla con grandes cantidades de coadyuvantes no crea un problema serio. La inmersión habitual de un tambor de filtro con recubrimiento previo es de 50%.

Filtro de banda horizontal. Cuando la alimentación contiene partículas sólidas gruesas que sedimentan rápido, un filtro de tambor rotatorio funciona mal o simplemente no puede funcionar. Las partículas gruesas no se mantienen bien en suspensión y la torta que se forma con frecuencia no se adhiere a la superficie del tambor. En estos casos se utiliza un filtro horizontal alimentado por la parte superior. El filtro de banda móvil que se observa en la figura 29.8 es uno de los diferentes tipos de filtro horizontal; es semejante a un transportador de banda con un soporte transversal o de drenaje que lleva la tela filtrante, y que tiene también la forma de una banda sinfín. Las aberturas centrales situadas en la banda de soporte o drenaje se deslizan sobre una cámara longitudinal de vacío en la que se descarga el filtrado. La suspensión de alimentación fluye hacia la banda desde un distribuidor situado en un extremo de la unidad, mientras que la torta filtrada y lavada se descarga por el otro extremo.

Los filtros de banda son en especial útiles en el tratamiento de residuos debido a que éstos con frecuencia contienen un rango de tamaño de las partículas muy amplio.^{40a} Están disponibles en tamaños comprendidos entre 0.6 y 5.5 m (2 y 18 ft) de ancho y de 4.9 a 33.5 m (16 a 110 ft) de largo, y con áreas de filtración de hasta 110 m² (1 200 ft²). Algunos modelos están “catalogados” como filtros de banda, con una acción similar al filtro a presión Larox que se describió antes; en ellos el vacío se aplica e interrumpe en forma intermitente. La banda avanza medio metro cuando se interrumpe el vacío y se detiene

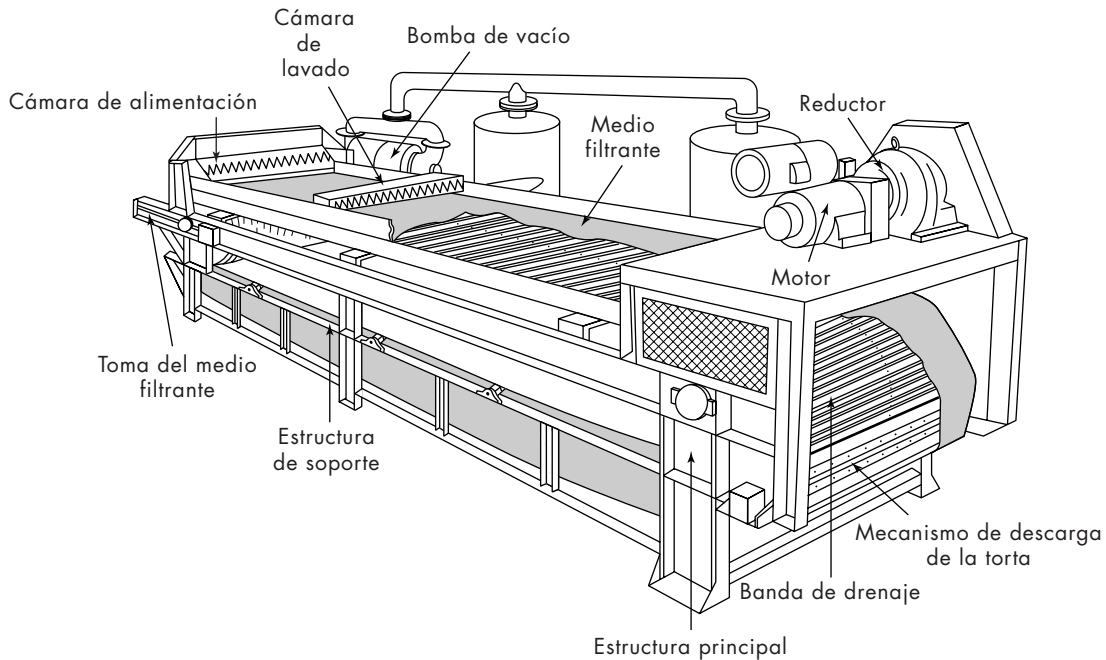


FIGURA 29.8
Filtro de cinta horizontal.

mientras el vacío se aplica. Esto evita la dificultad de mantener un buen cierre de vacío entre la cámara de vacío y la banda móvil.

Filtración centrífuga

Los sólidos que forman una torta porosa se pueden separar de líquidos en una centrífuga filtrante. La suspensión se introduce como alimentación en una cesta rotatoria que tiene una pared perforada recubierta con un medio filtrante tal como una lona o una tela metálica. La presión que resulta de la acción centrífuga obliga al líquido a pasar a través del medio filtrante dejando los sólidos retenidos. Si se corta la alimentación a la cesta y se sigue centrifugando, la torta de sólidos queda libre de la mayor parte del líquido residual en un periodo corto, quedando los sólidos mucho “más secos” que en el caso de un filtro prensa o un filtro de vacío. Cuando el material de filtrado debe secarse posteriormente por medios térmicos, el uso de una centrífuga supone una importante reducción de los costos.

Los principales tipos de centrífugas de filtración son máquinas suspendidas que operan en forma discontinua, máquinas automáticas de ciclo corto y centrífugas continuas transportadoras. En las centrífugas suspendidas, los medios filtrantes son lonas o telas metálicas. En las máquinas automáticas se utilizan tamices metálicos finos, y en las centrífugas transportadoras el medio filtrante es generalmente la pared ranurada de la misma cesta.

Centrífugas discontinuas suspendidas

Un tipo frecuente de centrífuga discontinua en las operaciones industriales es la centrífuga de recipiente suspendido que se muestra en la figura 29.9. Las cestas perforadas tienen un tamaño que oscila entre 750 y 1 200 mm (30 a 48 in.) de diámetro y entre 450 y 750 mm (18 y 30 in.) de altura y giran a velocidades comprendidas entre 600 y 1 800 rpm. La cesta está suspendida en la parte inferior de un eje vertical giratorio que es accionado desde la parte superior. Un medio filtrante recubre la pared perforada de la cesta. La suspensión de alimentación entra en la cesta giratoria a través de un tubo o vertedero. El líquido escurre a través del medio filtrante hasta la carcasa y sale por una tubería de descarga; los sólidos forman una torta de 50 a 150 mm (2 a 6 in.) de espesor en el interior de la cesta. A través

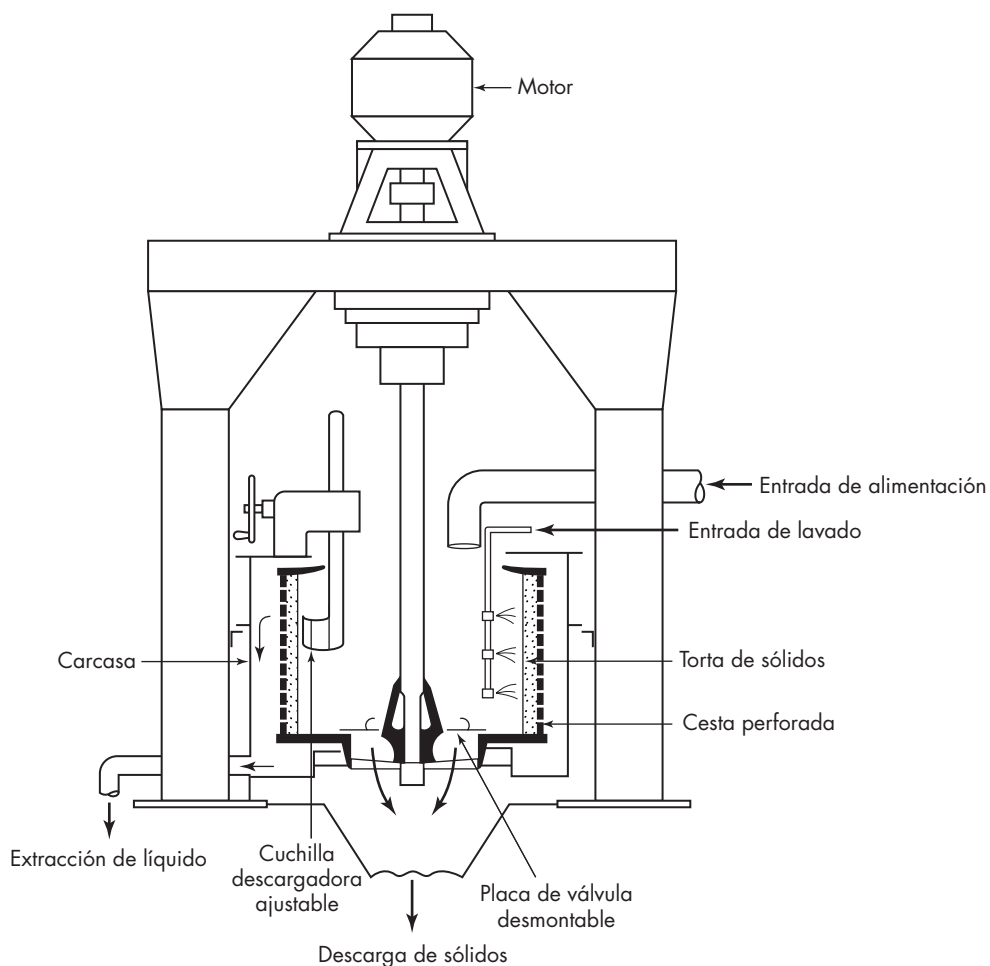


FIGURA 29.9

Centrífuga de cesta suspendida en la parte superior.

de los sólidos se puede rociar líquido de lavado con el fin de separar el material soluble y después se centrifuga la torta para secarla lo más posible, utilizando a veces una velocidad de giro mayor que durante las etapas de carga y lavado. Se desconecta el motor, y la cesta casi se para por medio de un freno. Con la cesta girando muy lento, tal vez de 30 a 50 rpm, se descargan los sólidos por medio de una cuchilla rascadora que desprende la torta del medio filtrante y cae a través de una abertura situada en el fondo de la cesta. Se lava el medio filtrante para limpiarlo, se conecta el motor y se repite el ciclo.

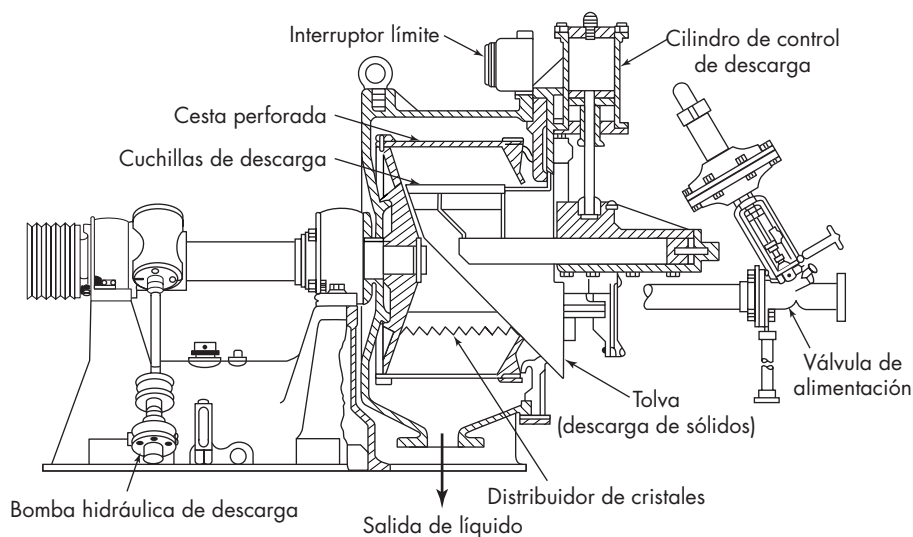
Las centrífugas de recipiente suspendido en la parte superior se utilizan con amplitud en el refinado de azúcar, donde operan con ciclos cortos de tiempo de 2 a 3 minutos por carga y producen hasta 5 tons/hora de cristales por máquina. Con frecuencia poseen controles automáticos para alguna o todas las etapas del ciclo. Sin embargo, en la mayor parte de los procesos se utilizan otras centrífugas automáticas o centrífugas continuas transportadoras, debido a que es preciso separar grandes tonelajes de cristales.

Otro tipo de centrífuga discontinua se acciona desde el fondo, mientras el motor, la cesta y la carcasa están suspendidos desde vástagos verticales montados sobre una placa base. Los sólidos se descargan de forma manual a través de la parte superior de la carcasa o bien a través de aberturas situadas en el fondo de la cesta como en el caso de las máquinas de recipiente suspendido en la parte superior. Excepto en el refinado de azúcar, las centrífugas suspendidas generalmente operan con ciclos de 10 a 30 minutos por carga, descargando los sólidos a razón de 300 a 1 800 kg/h (700 a 4 000 lb/h).

Centrífugas automáticas discontinuas

En la figura 29.10 se representa una centrífuga automática discontinua de ciclo corto. En esta máquina la cesta gira con velocidad constante alrededor de un eje horizontal. La suspensión de alimentación, el líquido de lavado de la torta y del medio filtrante se rocían sucesivamente en la cesta a intervalos controlados de tiempo. La cesta se descarga mientras gira a toda velocidad por medio de una cuchilla que asciende periódicamente y desprende los sólidos llevándolos a un conducto de descarga. Temporizadores del ciclo y válvulas operadas por solenoide controlan las diferentes partes de la operación: alimentación, lavado, cortado de la torta, limpieza del tamiz y descarga. Es posible alargar o acortar a voluntad cualquier parte del ciclo.

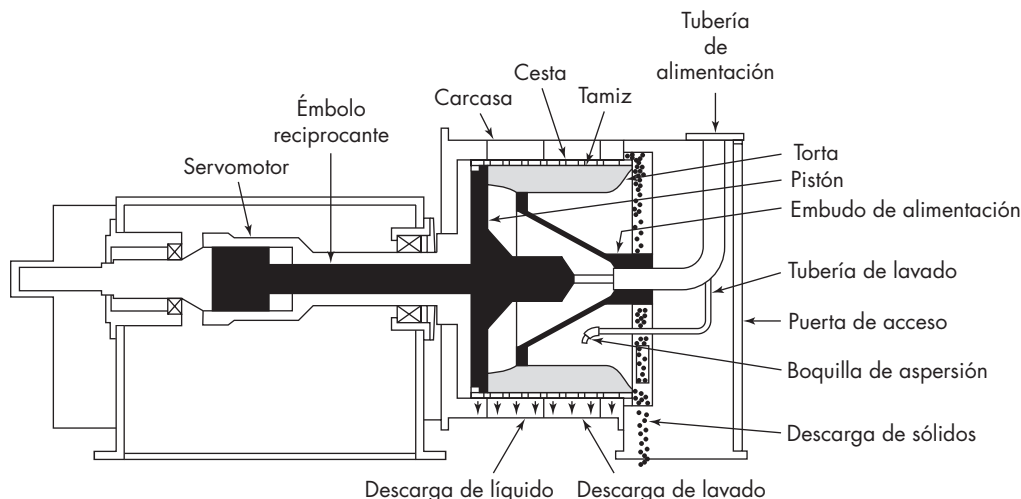
En estas máquinas el diámetro de la cesta está comprendido entre 500 y 1 100 mm (20 y 42 in.). Las centrífugas automáticas tienen una capacidad de producción elevada con cristales que descargan con facilidad. Por lo general no se utilizan cuando la alimentación contiene muchas partículas más finas que 150 mallas. Con cristales gruesos, el ciclo total de operación varía entre 35 y 90 s, de forma que la capacidad horaria es elevada. Debido a la corta duración del ciclo y la pequeña retención de la suspensión de alimentación, filtrado y sólidos descargados, las centrífugas automáticas se incorporan con facilidad a procesos continuos de fabricación. Las pequeñas cargas de sólidos se lavan de manera eficaz con pequeñas cantidades de líquido y —como ocurre en cualquier máquina discontinua— si es necesario el lavado puede aumentarse temporalmente para mejorar la calidad del material. Las centrífugas automáticas no son capaces de tratar sólidos que drenan o escurren con dificultad —debido a que requerirían ciclos antieconómicos por su larga duración—, o sólidos que no descargan con facilidad. Además se produce una considerable rotura de los cristales por la cuchilla de descarga.

**FIGURA 29.10**

Centrífuga automática discontinua.

Centrífugas continuas de filtración

En la figura 29.11 se representa un separador centrífugo continuo para cristales gruesos que corresponde a la centrífuga de transportador reciprocante. Una cesta rotatoria con la pared ranurada se alimenta por medio de un embudo giratorio. El propósito del embudo es acelerar en forma suave y progresiva la suspensión de alimentación. La alimentación entra por el extremo estrecho del embudo desde una tubería estacionaria situada en el eje de rotación de la cesta. Se desplaza hacia la parte ancha del embudo, ganando velocidad al desplazarse, y cuando abandona éste sobre la pared de la cesta gira en el mismo sentido y con una velocidad aproximadamente igual que la pared. El líquido fluye a través de la pared de la cesta, que puede estar recubierta con una tela metálica. Se forma una capa de cristales de 25 a 75 mm (1 a 3 in.). Esta capa se mueve sobre la superficie filtrante por medio de un impulsor reciprocante. Cada carrera del impulsor mueve los cristales unos pocos centímetros hacia la parte exterior de la cesta y durante el recorrido de vuelta se abre un espacio sobre la superficie filtrante en la que se deposita más torta. Cuando los cristales alcanzan el borde de la cesta caen en una gran carcasa y pasan a un colector de descarga. El filtrado y el líquido de lavado que se rocía sobre los cristales durante su movimiento abandonan la carcasa por salidas separadas. La aceleración lenta de la suspensión de alimentación y la desaceleración de los sólidos descargados minimizan la rotura de los cristales. Las unidades multietapas que minimizan la distancia recorrida por los cristales en cada etapa, se utilizan con tortas de sólidos que no se “transportan” de manera adecuada en una máquina de una sola etapa. Las centrífugas reciprocantes se utilizan con cestas cuyo diámetro varía entre 300 y 1200 mm (12 y 48 in.). Escurren y lavan de 0.3 a 25 ton/h de sólidos que contienen no más de aproximadamente 10% de peso de material más fino que 100 mallas.

**FIGURA 29.11**

Centrífuga continua de transportador reciprocante.

Medios filtrantes

El medio filtrante de cualquier filtro debe cumplir los siguientes requerimientos:

1. Retener los sólidos a filtrar, dando lugar a un filtrado razonablemente claro.
2. No obstruirse o cegarse.
3. Ser químicamente resistente y tener suficiente resistencia física para soportar las condiciones del proceso.
4. Permitir que la torta formada se desprenda de una forma limpia y completa.
5. No ser excesivamente caro.

En la filtración industrial, un medio filtrante frecuente es la tela de lona, de diferentes pesos y modelos de tejido, dependiendo del objetivo que se persiga. Los líquidos corrosivos requieren el empleo de otros medios filtrantes tales como telas de lana, de metal monel o acero inoxidable, de vidrio o de papel. Las fibras sintéticas como nailon, propileno, y varios poliésteres tienen también una elevada resistencia química.^{9, 21}

En una tela de un tamaño de malla dado, las fibras metálicas o las sintéticas lisas son menos efectivas que las fibras naturales para separar partículas muy finas. Sin embargo, por lo general esto sólo es una desventaja al comienzo de la filtración debido a que, excepto con partículas gruesas y duras que no contienen finos, el medio filtrante real lo constituye la primera capa de sólidos depositados. El filtrado es turbio al principio, pero luego se hace claro. El filtrado turbio se devuelve al tanque que contiene la suspensión para filtrarse de nuevo.

Coadyuvantes de filtración

Los sólidos muy finos o mucilaginosos, que forman una torta densa e impermeable, obstruyen con rapidez cualquier medio filtrante que sea suficientemente fino para retenerlos. La filtración práctica de estos materiales requiere que la porosidad de la torta aumente de forma que permita el paso de líquido con una velocidad razonable. Esto se realiza añadiendo un coadyuvante de filtración, tal como sílice de diatomeas, perlita, celulosa de madera purificada u otros sólidos porosos inertes a la suspensión antes de la filtración. El coadyuvante de filtración se separa después de la torta de filtración disolviendo los sólidos o quemando el coadyuvante. Si los sólidos no tienen valor, se desechan junto con el coadyuvante.

Otra forma de utilizar un coadyuvante de filtración es mediante un recubrimiento previo, es decir, depositando una capa del mismo sobre el medio filtrante antes de comenzar la operación. En los filtros discontinuos la capa del material por lo general es delgada, mientras que en un filtro continuo con recubrimiento previo, tal como se indicó antes, dicha capa es gruesa y la parte superior de la misma se retira de forma continua con una cuchilla rascadora para exponer una superficie de filtración fresca. Las capas de recubrimiento previo evitan que los sólidos gelatinosos obstruyan el medio filtrante y proporcionan un filtrado claro. El recubrimiento previo es en realidad una parte del medio filtrante y no de la torta.

Fundamentos de la filtración en torta

La filtración es un ejemplo especial de flujo a través de un medio poroso que se ha estudiado en el capítulo 7 para casos en los que las resistencias al flujo son constantes. En la filtración, las resistencias al flujo aumentan con el tiempo a medida que el medio filtrante se va obstruyendo o se forma una torta de filtración, de modo que es preciso modificar las ecuaciones del capítulo 7 para tener en cuenta este hecho. Las principales magnitudes de interés son la velocidad de flujo a través del filtro y la caída de presión en la unidad. A medida que transcurre el proceso de filtración, o bien disminuye la velocidad de flujo o aumenta la caída de presión. En la llamada *filtración a presión constante*, la caída de presión permanece constante y la velocidad de flujo va disminuyendo con el tiempo; es menos frecuente que la caída de presión aumente progresivamente para dar lugar a la llamada *filtración a velocidad constante*.

En la filtración de torta el líquido pasa a través de dos resistencias en serie: la de la torta y la del medio filtrante. La resistencia del medio filtrante, que es la única resistencia en los filtros clarificadores, normalmente sólo es importante durante las primeras etapas de la filtración en torta. La resistencia de la torta es nula al principio y aumenta con el tiempo a medida que transcurre la filtración. Si la torta se lava después de la filtración, ambas resistencias son constantes durante el periodo de lavado, y la del medio filtrante por lo general es despreciable.

La caída global de presión en un instante cualquiera es la suma de las caídas de presión en el medio filtrante y en la torta. Si p_a es la presión en la entrada, p_b la presión en la salida y p' la presión en el límite de separación entre el medio filtrante y la torta, entonces

$$\Delta p = p_a - p_b = (p_a - p') + (p' - p_b) = \Delta p_c + \Delta p_m \quad (29.5)$$

donde Δp = caída de presión global
 Δp_c = caída de presión en la torta
 Δp_m = caída de presión en el medio filtrante

Caída de presión a través de la torta de filtración

La figura 29.12 muestra de modo esquemático una sección transversal de la torta de filtración y del medio filtrante para un tiempo definido t a partir del comienzo del filtrado. Para este tiempo el espesor de la torta, medido desde el medio filtrante, es L_c . El área de filtrado, medida perpendicularmente a la dirección del flujo, es A . Considere la delgada capa de torta de espesor dL situada en la torta a una distancia L del medio filtrante. Sea p la presión en este punto. Esta capa consta de un lecho delgado de partículas sólidas a través de las cuales fluye el filtrado. En un lecho filtrante la velocidad es suficientemente baja para asegurar que el flujo sea laminar. En consecuencia, se utiliza la ecuación (7.17) como un punto de partida para el tratamiento de la caída de presión a través de la torta, teniendo en cuenta que $\Delta p/L = dp/dL$. Si la velocidad superficial de filtrado se representa por u , la ecuación (7.17) se transforma en

$$\frac{dp}{dL} = \frac{150\mu u(1-\epsilon)^2}{(\Phi_s D_p)^2 \epsilon^3} \quad (29.6)$$

La figura 29.12 muestra un gradiente de presión no lineal en la torta, que es típico debido a la porosidad más baja cerca del medio filtrante. A menudo la caída de presión se expresa como función de la relación superficie volumen, en lugar del tamaño de partícula. La sustitución de $6(v_p/s_p)$ por $\Phi_s D_p$ [ecuación (7.10)] da

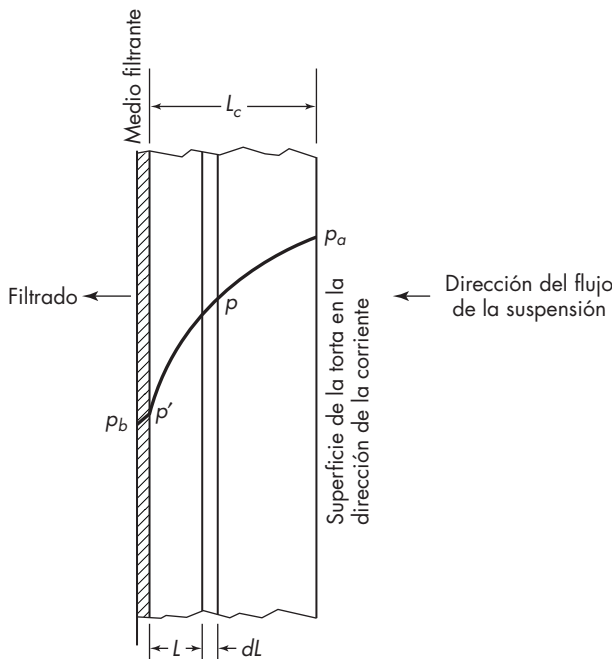


FIGURA 29.12

Sección transversal del medio filtrante y de la torta mostrando los gradientes de presión; p , presión del fluido; L , distancia desde el medio filtrante.

$$\frac{dp}{dL} = \frac{4.17\mu u(1-\varepsilon)^2(s_p/v_p)^2}{\varepsilon^3} \quad (29.7)$$

donde $\frac{dp}{dL}$ = gradiente de presión para el espesor L

μ = viscosidad del filtrado

u = velocidad lineal del filtrado basado en el área del filtro

s_p = superficie de una sola partícula

v_p = volumen de una sola partícula

ε = porosidad de la torta

La velocidad lineal u viene dada por

$$u = \frac{dV/dt}{A} \quad (29.8)$$

donde V es el volumen de filtrado recogido desde el comienzo de la filtración hasta el tiempo t . Puesto que el filtrado tiene que pasar a través de la torta, V/A tiene el mismo valor para todas las capas y u es independiente de L .

El volumen de sólidos en la capa es $A(1-\varepsilon)dL$, y si ρ_p es la densidad de las partículas, la masa dm de sólidos en la capa es

$$dm = \rho_p(1-\varepsilon)AdL \quad (29.9)$$

Eliminando dL de las ecuaciones (29.7) y (29.9) se obtiene

$$dp = \frac{k_1\mu u(s_p/v_p)^2(1-\varepsilon)}{\rho_p A \varepsilon^3} dm \quad (29.10)$$

donde se utiliza k_1 en vez del coeficiente 4.17 en la ecuación (29.7). Si se utilizan unidades fps, hay que incluir el factor de proporcionalidad g_c de la ley de Newton en los denominadores de las ecuaciones (29.7) y (29.10).

Tortas de filtración compresibles e incompresibles

En la filtración a bajas caídas de presión de suspensiones que contienen partículas rígidas y uniformes, todos los factores del segundo miembro de la ecuación (29.10), excepto m , son independientes de L , y la ecuación es directamente integrable para el espesor de la torta. Si m_c es la masa total de sólidos en la torta, el resultado es

$$\int_{p'}^{p_a} dp = \frac{k_1\mu u(s_p/v_p)^2(1-\varepsilon)}{\rho_p A \varepsilon^3} \int_0^{m_c} dm \quad (29.11)$$

$$p_a - p' = \frac{k_1\mu u(s_p/v_p)^2(1-\varepsilon)m_c}{\rho_p A \varepsilon^3} = \Delta p_c \quad (29.12)$$

Las tortas de filtración de este tipo reciben el nombre de *incompresibles*. De nuevo, si se utilizan unidades fps, debe incluirse g_c en el denominador de la ecuación (29.12).

Para utilizar la ecuación (29.12) se define una *resistencia específica de la torta* α , por la ecuación

$$\alpha \equiv \frac{\Delta p_c A}{\mu u m_c} \quad (29.13)$$

donde

$$\alpha = \frac{k_1 (s_p / v_p)^2 (1 - \varepsilon)}{\varepsilon^3 \rho_p} \quad (29.14)$$

La resistencia de la torta α puede expresarse también en términos del tamaño de la partícula D_p , con un coeficiente nuevo k_2 :

$$\alpha = \frac{k_2 (1 - \varepsilon)}{(\Phi_s D_p)^2 \varepsilon^3 \rho_p} \quad (29.15)$$

Para tortas incompresibles, α es independiente de la caída de presión y de la posición en la torta. Las dimensiones de α son $\bar{L} \bar{M}^{-1}$.

A partir de la ecuación (29.13), α es la resistencia de la torta que da una unidad de caída de presión cuando μ , u y m_c/A son iguales a 1.0. La ecuación (29.15) muestra que α está influida sólo por las propiedades físicas de la torta, en especial el tamaño de la partícula D_p y la porosidad ε .

La mayor parte de las tortas que se encuentran en las operaciones industriales no están formadas por partículas rígidas individuales. La suspensión usual es una mezcla de aglomerados, o flóculos, consistentes en débiles acoplamientos de partículas muy pequeñas, y la resistencia de la torta depende de las propiedades de los flóculos en vez de la geometría de las partículas individuales.²⁰ Los flóculos se depositan sobre la cara de la torta situada en la dirección de la corriente superior y forman un complicado entramado de canalillos para los que la ecuación (29.12) no es estrictamente aplicable. La resistencia de dicha torta depende del método utilizado en la preparación de la suspensión así como de la edad y temperatura del material. Por otra parte, los flóculos son distorsionados y rotos por las fuerzas existentes en la torta, de forma que los factores ε , k_2 y s_p/v_p varían de una capa a otra.

Tal torta de filtración se llama compresible. En una torta compresible, α varía con la distancia del medio filtrante, puesto que la torta más cercana al medio filtrante está sujeta a la mayor fuerza compresiva y tiene la fracción de espacios vacíos mínima. Esto hace que el gradiente de presión sea no lineal, tal como se aprecia en la figura 29.12. El valor local de α varía con el tiempo. En consecuencia, la ecuación (29.12) no es estrictamente aplicable. Sin embargo, en la práctica las variaciones de α con el tiempo y la localización se ignoran. Un valor promedio se obtiene experimentalmente para el material a ser filtrado, utilizando la ecuación (29.13) para el cálculo.

Resistencia del medio filtrante

La resistencia del medio filtrante R_m se define por analogía con la resistencia de la torta $\alpha m_c/A$. La ecuación es

$$R_m \equiv \frac{p' - p_b}{\mu u} = \frac{\Delta p_m}{\mu u} \quad (29.16)$$

En unidades SI, R_m está expresado en $KP_a/[KP_a \cdot s \cdot (m/s)]$ o m^{-1} . Los valores típicos se encuentran en el rango de 10^{10} a $10^{11} m^{-1}$.

La resistencia del medio filtrante R_m varía con la caída de presión, debido a que la velocidad del líquido más alta causada por una caída de presión hace que partículas adicionales de sólidos penetren en el medio filtrante. La resistencia R_m también varía con el tiempo y la limpieza del medio filtrante; pero como sólo es importante durante las primeras etapas de la filtración, casi siempre resulta satisfactorio suponer que es constante durante cualquier filtración y obtener su valor a partir de datos experimentales. Cuando R_m se trata como una constante empírica, incluye también cualquier resistencia al flujo que pudiera existir en la líneas de acceso y salida del filtro.

A partir de las ecuaciones (29.13) y (29.16),

$$\Delta p = \Delta p_c + \Delta p_m = \mu u \left(\frac{m_c \alpha}{A} + R_m \right) \quad (29.17)$$

Estrictamente, la resistencia de la torta α es una función de Δp_c en vez de Δp . Durante la etapa importante de la filtración, que es cuando la torta tiene un espesor apreciable, Δp_m es pequeño en comparación con Δp_c y el efecto sobre el valor de α al efectuar la integración de la ecuación (29.12) sobre un intervalo de Δp en vez de Δp_c puede ignorarse con toda seguridad. Por lo tanto, en la ecuación (29.17) α se toma como una función de Δp .

Al utilizar la ecuación (29.17) es conveniente sustituir u , la velocidad lineal del filtrado, y m_c , la masa total de sólido en la torta, por funciones de V , el volumen total de filtrado recogido durante el tiempo t . La ecuación (29.8) relaciona u y V , y un balance de materia relaciona m_c y V . Si c es la masa de partículas depositadas en el filtro por unidad de volumen de filtrado, la masa de sólidos en el filtro en el tiempo t es Vc , y

$$m_c = Vc \quad (29.18)$$

La concentración de sólido en la suspensión que alimenta el filtro es levemente menor que c , dado que la torta húmeda contiene suficiente líquido como para llenar sus poros, y V , el volumen real de filtrado, es ligeramente menor que el total de líquido en la suspensión original. La corrección para esta retención de líquido en la torta se puede hacer mediante balances de materiales, si así se desea. De este modo, m_F es la masa de torta húmeda, incluyendo el filtrado retenido en sus cavidades, y m_c es la masa de torta seca obtenida por lavado de la torta libre de material soluble y secado. Además, ρ es la densidad del filtrado. Entonces, si C_F es la concentración de sólidos en la suspensión, en kg por metro cúbico de líquido ingresado al filtro, el balance de materiales da

$$c = \frac{C_F}{1 - (m_F / m_c - 1) C_F / \rho} \quad (29.19)$$

Sustituyendo u de la ecuación (29.8) y m_c de la ecuación (29.18) en la ecuación (29.17) se obtiene

$$\frac{dt}{dV} = \frac{\mu}{A \Delta p} \left(\frac{\alpha c V}{A} + R_m \right) \quad (29.20)$$

Filtración a presión constante

Cuando Δp es constante, las únicas variables en la ecuación (29.20) son V y t . Cuando $t = 0$, $V = 0$ y $\Delta p = \Delta p_m$, por lo tanto

$$\frac{\mu R_m}{A \Delta p} = \left(\frac{dt}{dV} \right)_0 = \frac{1}{q_0} \quad (29.21)$$

La ecuación (29.20) puede escribirse así

$$\frac{dt}{dV} = \frac{1}{q} = K_c V + \frac{1}{q_0} \quad (29.22)$$

donde

$$K_c = \frac{\mu c \alpha}{A^2 \Delta p} \quad (29.23)$$

La integración de la ecuación (29.22) entre los límites (0, 0) y (t, V) da

$$\frac{t}{V} = \left(\frac{K_c}{2} \right) V + \frac{1}{q_0} \quad (29.24)$$

Por lo tanto, una representación gráfica de t/V frente a V será una línea recta de pendiente $K_c/2$ y ordenada en el origen $1/q_0$. A partir de una representación gráfica y de las ecuaciones (29.21) y (29.23), se calculan los valores de α y R_m en la forma que se indica en el ejemplo 29.1.

Ecuaciones empíricas para la resistencia de tortas

Realizando experimentos a presión constante para varias caídas de presión es posible encontrar la variación de α con Δp . Si α es independiente de Δp , la torta es incompresible. Por lo general α aumenta con Δp , ya que la mayor parte de las tortas son, por lo menos en alguna medida, compresibles. Para tortas altamente compresibles α aumenta muy rápido con Δp .

Se pueden utilizar ecuaciones empíricas para ajustar los datos experimentales de Δp en función de α , siendo la más frecuente

$$\alpha = \alpha_0 (\Delta p)^s \quad (29.25)$$

donde α_0 y s son constantes empíricas. La constante s es el *coeficiente de compresibilidad* de la torta. Es cero para tortas incompresibles y positivo para compresibles. Por lo general cae entre 0.2 y 0.8. La ecuación (29.25) no deberá utilizarse en un intervalo de caídas de presión muy diferente al empleado en los experimentos realizados para evaluar α_0 y s .

EJEMPLO 29.1 Filtraciones de laboratorio realizadas a caída de presión constante con una suspensión de CaCO_3 en H_2O han conducido a los datos que se presentan en la tabla 29.1. El área de filtrado es de 440 cm^2 , la masa de sólido por unidad de volumen de filtrado es de 23.5 g/L , y la temperatura es de 25°C . Evaluar α y R_m como funciones de la caída de presión, y obtener una ecuación empírica para α ajustando los resultados.

Solución El primer paso es preparar las gráficas, para los cinco experimentos a presión constante, de t/V frente a V . Los datos se presentan en la tabla 29.1 y las gráficas se muestran en la figura 29.13. La pendiente de cada línea es $K_c/2$, en segundos por litro por litro. El factor de conversión para convertir este valor en segundos por pie cúbico por pie cúbico es $28.31^2 = 801$. La ordenada en el origen de cada línea es $1/q_0$, en segundos por litro. El factor para convertir este valor en segundos por pie cúbico es 28.31. Las pendientes y ordenadas en el origen, tanto en unidades observadas como convertidas, se dan en la tabla 29.2.

A partir del apéndice 6, la viscosidad del agua es 0.886 cP , o bien $0.886 \times 6.72 \times 10^{-4} = 5.95 \times 10^{-4} \text{ lb/ft} \cdot \text{s}$. El área de filtrado es $440/30.48^2 = 0.474 \text{ ft}^2$. La concentración c es $(23.5 \times 28.31)/454 = 1.47 \text{ lb/ft}^3$.

TABLA 29.1
Datos volumen-tiempo³⁷ para el ejemplo 29.1†

Vol. de filtrado V, L	Ensayo I		Ensayo II		Ensayo III		Ensayo IV		Ensayo V	
	t, s	t/V	t, s	t/V	t, s	t/V	t, s	t/V	t, s	t/V
0.5	17.3	34.6	6.8	13.6	6.3	12.6	5.0	10.0	4.4	8.8
1.0	41.3	41.3	19.0	19.0	14.0	14.0	11.5	11.5	9.5	9.5
1.5	72.0	48.0	34.6	23.1	24.2	16.13	19.8	13.2	16.3	10.87
2.0	108.3	54.15	53.4	26.7	37.0	18.5	30.1	15.05	24.6	12.3
2.5	152.1	60.84	76.0	30.4	51.7	20.68	42.5	17.0	34.7	13.88
3.0	201.7	67.23	102.0	34.0	69.0	23.0	56.8	18.7	46.1	15.0
3.5			131.2	34.49	88.8	25.37	73.0	20.87	59.0	16.86
4.0			163.0	40.75	110.0	27.5	91.2	22.8	73.6	18.4
4.5					134.0	29.78	111.0	24.67	89.4	19.87
5.0					160.0	32.0	133.0	26.6	107.3	21.46
5.5							156.8	28.51		
6.0							182.5	30.42		

† Δp , en lb_f/in.²: I, 6.7; II, 16.2; III, 28.2; IV, 36.3; V, 49.1.

A partir de valores de $K_c/2$ y $1/q_0$ de la tabla 29.2 los valores correspondientes de R_m y α se encuentran a partir de las ecuaciones (29.21) y (29.23). Por lo tanto, con g_c incluido en el denominador de la ecuación (29.21),

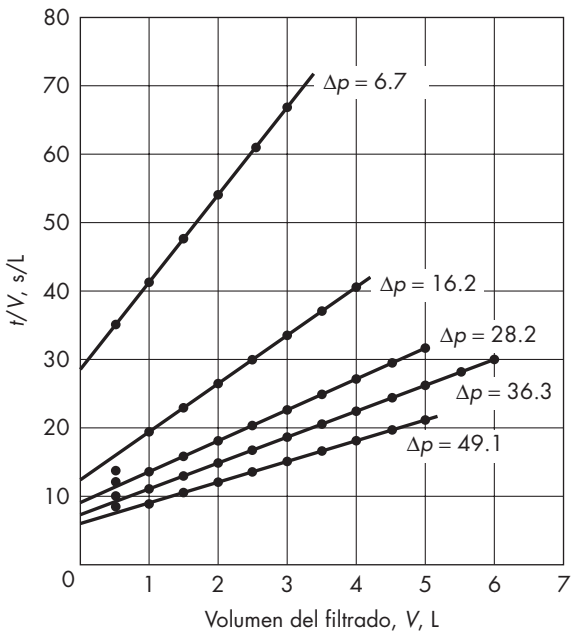


FIGURA 29.13
Gráfica de t/V frente a V para el ejemplo 29.1.

TABLA 29.2

Valores de K_c , $1/q_0$, R_m y α para el ejemplo 29.1

Ensayo	Caída de presión Δp		Pendiente $K_c/2$		Ordenada al origen $1/q_0$		R_m , $\text{ft}^{-1} \times 10^{-10}$	α , $\text{ft/lb} \times 10^{-11}$
	$\text{lb}_f/\text{in.}^2$	lb_f/ft^2	s/L^2	s/ft^6	s/L	s/ft^3		
I	6.7	965	13.02	10 440	28.21	800	1.98	1.66
II	16.2	2 330	7.24	5 800	12.11	343	2.05	2.23
III	28.2	4 060	4.51	3 620	9.43	267	2.78	2.43
IV	36.3	5 230	3.82	3 060	7.49	212	2.84	2.64
V	49.1	7 070	3.00	2 400	6.35	180	3.26	2.80

$$\begin{aligned}
 R_m &= \frac{A \Delta p g_c (1/q_0)}{\mu} = \frac{0.474 \times 32.17 \Delta p (1/q_0)}{5.95 \times 10^{-4}} \\
 &= 2.56 \times 10^4 \Delta p \frac{1}{q_0} \\
 \alpha &= \frac{A^2 \Delta p g_c K_c}{c \mu} = \frac{0.474^2 \times 32.17 \Delta p K_c}{5.95 \times 10^{-4} \times 1.47} \\
 &= 8.26 \times 10^3 \Delta p K_c
 \end{aligned}$$

La tabla 29.2 muestra los valores de $K_c/2$ y $1/q_0$ para cada ensayo, calculados por el método de mínimos cuadrados. En todos los casos se ha omitido el primer punto del ensayo I que no cae sobre la representación lineal. En la tabla 29.2 se dan también los valores de α y R_m . La figura 29.14 es la gráfica de R_m frente a Δp . La resistencia del medio filtrante aumenta linealmente con la caída de presión, pero alcanza sólo 50% para un incremento de 6 veces en Δp .

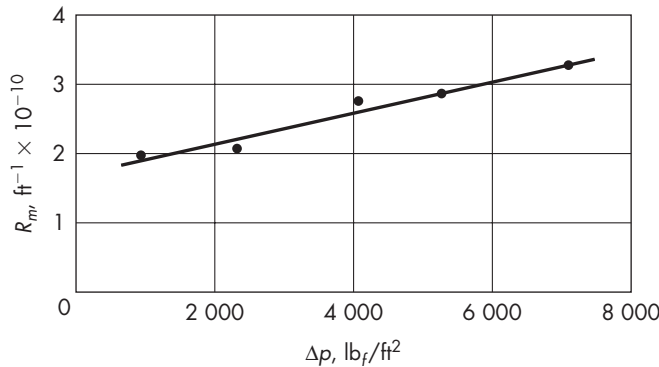
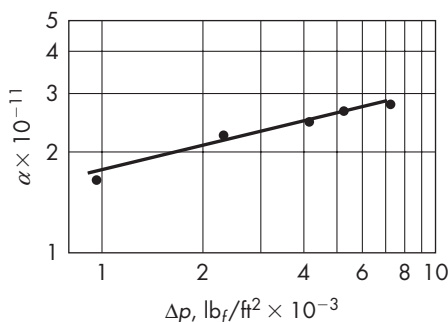


FIGURA 29.14

Gráfica de R_m frente a Δp para el ejemplo 29.1.

**FIGURA 29.15**

Gráfica log-log de α frente a Δp para el ejemplo 29.1.

La figura 29.15 es una representación logarítmica de α frente a Δp . Los puntos definen perfectamente una línea recta, de forma que la ecuación (29.25) es adecuada para representar a α en función de Δp . La pendiente de la línea, que es el valor de s para esta torta, es 0.26. La torta es sólo ligeramente compresible.

La constante α_0 se calcula leyendo las coordenadas de un punto conveniente situado sobre la línea de la figura 29.15 y calculando α_0 mediante la ecuación (29.25). Por ejemplo, cuando $\Delta p = 1000$, $\alpha = 1.75 \times 10^{11}$, y

$$\alpha_0 = \frac{1.75 \times 10^{11}}{1000^{0.26}} = 2.90 \times 10^{10} \text{ ft/lb} \left(1.95 \times 10^{10} \text{ m/kg} \right)$$

La ecuación (29.25) se transforma para esta torta

$$\alpha = 2.90 \times 10^{10} \Delta p^{0.26}$$

Filtración continua

En un filtro continuo, como el tipo de tambor rotatorio, la alimentación, el filtrado y la torta se mueven con velocidades continuas estacionarias. Sin embargo, las condiciones de un elemento particular cualquiera de la superficie filtrante no son de régimen estacionario sino transitorio. Siguiendo, por ejemplo, un elemento de la tela filtrante desde el momento en que entra en el tanque de suspensión hasta que se desprende la torta y queda de nuevo limpio, es evidente que el proceso consta de varias etapas en serie —formación de la torta, lavado, secado y descarga— en cada una de las cuales las condiciones cambian de forma progresiva y continua. Sin embargo, la caída de presión a través del filtro durante la formación de la torta se mantiene constante. Por lo tanto, las ecuaciones anteriores para la filtración discontinua a presión constante son aplicables a los filtros continuos introduciendo algunas modificaciones.

Si t es el tiempo real de filtrado (por ejemplo, el tiempo que un elemento de filtro está sumergido en la suspensión), a partir de la ecuación (29.24)

$$t = \frac{K_c V^2}{2} + \frac{V}{q_0} \quad (29.26)$$

donde V es el volumen de filtrado recogido durante el tiempo t . Resolviendo la ecuación (29.26) para V como una ecuación de segundo grado, se obtiene

$$V = \frac{\left(1/q_0^2 + 2K_c t \right)^{1/2} - 1/q_0}{K_c} \quad (29.27)$$

Al sustituir los valores de $1/q_0$ y K_c de las ecuaciones (29.21) y (29.23) y dividiendo entre tA , se llega a la ecuación

$$\frac{V}{tA} = \frac{\left[2 \Delta p c \alpha / \mu t + (R_m/t)^2\right]^{1/2} - R_m/t}{c \alpha} \quad (29.28)$$

donde $\frac{V}{t}$ = velocidad de recolección de filtrado

A = área sumergida de filtro

La ecuación (29.28) puede escribirse en función de la velocidad de producción de sólidos $\dot{m}_c$ y de las características del filtro: tiempo de ciclo t_c , velocidad de giro del tambor n , y del área total del filtro A_T . Si la fracción de tambor sumergida es f ,

$$t = f t_c = \frac{f}{n} \quad (29.29)$$

La velocidad de producción de sólidos, de acuerdo con la ecuación (29.19), es

$$\dot{m}_c = c \frac{V}{t} \quad (29.30)$$

Puesto que $A/A_T = f$, la velocidad de producción de torta dividida entre el área total del filtro es

$$\frac{\dot{m}_c}{A_T} = \frac{\left[2 c \alpha \Delta p f n / \mu + (n R_m)^2\right]^{1/2} - n R_m}{\alpha} \quad (29.31)$$

La resistencia del medio filtrante R_m incluye la de cualquier porción de torta no retirada por el mecanismo de descarga y que pasa al siguiente ciclo. Cuando el medio filtrante se lava después de descargar la torta, R_m por lo general es despreciable y la ecuación (29.31) se transforma en

$$\frac{\dot{m}_c}{A_T} = \left(\frac{2 c \Delta p f n}{\alpha \mu} \right)^{1/2} \quad (29.32)$$

Si la resistencia específica de la torta varía con la caída de presión de acuerdo con la ecuación (29.25), entonces la ecuación (29.32) se modifica para dar

$$\frac{\dot{m}_c}{A_T} = \left(\frac{2 c \Delta p^{1-s} f n}{\alpha_0 \mu} \right)^{1/2} \quad (29.33)$$

Las ecuaciones (29.31) y (29.32) se aplican tanto a filtros continuos de vacío como a filtros continuos de presión. Cuando R_m es despreciable, la ecuación (29.32) predice que la velocidad de flujo de filtrado es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la viscosidad y del tiempo de ciclo. Esto se ha observado de forma experimental con tortas gruesas y tiempos de ciclo elevados.³⁰ Sin embargo, con ciclos de tiempo cortos esto no se cumple y es preciso utilizar la relación más complicada correspondiente a la ecuación (29.31).³⁶ En general, la velocidad de filtración aumenta con la velocidad de giro del tambor y disminuye con el tiempo de ciclo t_c , debido a que la torta formada sobre

la superficie del tambor es más delgada que a velocidades de giro del tambor bajas. Sin embargo, para velocidades superiores a un cierto valor crítico, la velocidad de filtración ya no aumenta con la velocidad sino que permanece constante, y la torta tiende a ser muy húmeda y difícil de descargar.

El área de filtrado que se requiere para una velocidad de filtración dada se calcula en la forma que se indica en el ejemplo 29.2.

EJEMPLO 29.2 Un filtro de tambor rotativo con 30% de inmersión, se utiliza para filtrar una suspensión acuosa concentrada de CaCO_3 que contiene 14.7 lb de sólidos por pie cúbico de agua (236 kg/m^3). La caída de presión será de 20 in. de Hg. Si la torta de filtración contiene 50% de humedad (sobre base húmeda), calcule el área de filtro que se requiere para filtrar 10 gal/min de suspensión cuando el tiempo de ciclo de filtrado es de 5 minutos. Suponga que la resistencia específica de la torta es la misma que en el ejemplo 29.1 y que la resistencia del medio filtrante R_m es despreciable. La temperatura es de 20°C .

Solución Se utilizará la ecuación (29.33). Los valores que se necesitan para sustituir son

$$\Delta p = 20 \left(\frac{14.69}{29.92} \right) \times 144 = 1\,414 \text{ lb}_f/\text{ft}^2$$

$$f = 0.30 \quad t_c = 5 \times 60 = 300 \text{ s} \quad n = \frac{1}{300} \text{ s}^{-1}$$

A partir del ejemplo 29.1

$$\alpha_0 = 2.90 \times 10^{10} \text{ ft/lb} \quad s = 0.26$$

$$\text{Por otra parte} \quad \mu = 1 \text{ cP} = 6.72 \times 10^{-4} \text{ lb/ft} \cdot \text{s} \quad \rho = 62.3 \text{ lb/ft}^3$$

El valor de c se obtiene a partir de la ecuación (29.18). La concentración de la suspensión c_F es 14.7 lb/ft^3 . Puesto que la torta contiene 50% de humedad, $m_F/m_c = 2$. Al sustituir estas cantidades en la ecuación (29.18) se obtiene

$$c = \frac{14.7}{1 - (2 - 1)(14.7/62.3)} = 19.24 \text{ lb/ft}^3$$

Despejando A_T de la ecuación (29.33), incluyendo g_c como se requiere, resulta

$$A_T = \dot{m}_c \left(\frac{\alpha_0 \mu}{2c \Delta p^{1-s} g_c f n} \right)^{1/2} \quad (29.34)$$

La velocidad de producción de sólidos $\dot{m}_c$ es igual a la velocidad de flujo de suspensión multiplicada por su concentración c_F . Por lo tanto, puesto que la densidad del CaCO_3 es 168.8 lb/ft^3 ,

$$\dot{m}_c = \frac{10}{60} \frac{1}{7.48} \left(\frac{1}{14.7/168.8 + 1} \right) 14.7 = 0.302 \text{ lb/s}$$

Sustituyendo en la ecuación (29.34) resulta

$$A_T = 0.302 \left(\frac{2.90 \times 10^{10} \times 6.72 \times 10^{-4}}{2 \times 19.24 \times 1\,414^{0.74} \times 32.17 \times 0.30 \times \frac{1}{300}} \right)^{1/2}$$

$$= 81.7 \text{ ft}^2 \quad (7.59 \text{ m}^2)$$

Filtración a velocidad constante

Si el filtrado fluye a velocidad constante, la velocidad lineal u también lo es y

$$u = \frac{dV/dt}{A} = \frac{V}{At} \quad (29.35)$$

Sustituyendo m_c de la ecuación (29.18) y u de la ecuación (29.35), la ecuación (29.13) se escribe como

$$\frac{\Delta p_c}{\alpha} = \frac{\mu c}{t} \left(\frac{V}{A} \right)^2 \quad (29.36)$$

La resistencia específica de la torta α se deja en el primer miembro de la ecuación (29.36) debido a que es función de Δp para el caso de tortas compresibles.

La concentración c también puede variar de cierto modo con la caída de presión. En operación, c_s es constante en lugar de c y, por la ecuación (29.19), dado que m_f/m_c cambia con la presión, c también cambia cuando $(m_f/m_c - 1)(c_s/\rho)$ es considerable en comparación con la unidad. Cualquier variación de este tipo en c con la caída de presión se puede despreciar debido a las otras aproximaciones hechas en la teoría general de la filtración.

Si se conoce α como una función de Δp_c y si Δp_m , la caída de presión a través del medio filtrante se puede estimar, por lo tanto es posible utilizar de forma directa la ecuación (29.36) para relacionar la caída de presión global con el tiempo cuando la velocidad de flujo del filtrado es constante. Sin embargo, se puede utilizar más directamente esta ecuación si se acepta la ecuación (29.25) para relacionar α con Δp_c .²⁷ Si se sustituye α de la ecuación (29.25) en la ecuación (29.36), y si $\Delta p - \Delta p_m$ se sustituye por Δp_c , resulta

$$\Delta p_c^{1-s} = \alpha_0 \mu c t \left(\frac{V}{At} \right)^2 = (\Delta p - \Delta p_m)^{1-s} \quad (29.37)$$

De nuevo el método más sencillo para corregir la caída de presión global, teniendo en cuenta la caída de presión a través del medio filtrante, es suponer que la resistencia de dicho medio no varía durante una filtración a velocidad constante. Por lo tanto, según la ecuación (29.16), Δp_m también es constante en la ecuación (29.37). Puesto que las únicas variables en la ecuación (29.37) son Δp y t , la ecuación se escribe así

$$(\Delta p - \Delta p_m)^{1-s} = K_r t \quad (29.38)$$

donde K_r está definida por

$$K_r = \mu u^2 c \alpha_0 \quad (29.39)$$

Fundamentos de la filtración centrífuga

Es posible modificar la teoría básica de la filtración a presión constante para aplicarla a la filtración en una centrífuga. El tratamiento es aplicable una vez que se ha depositado la torta y durante el flujo de filtrado claro o agua fresca a través de la torta. En la figura 29.16 se muestra una torta de este tipo, donde

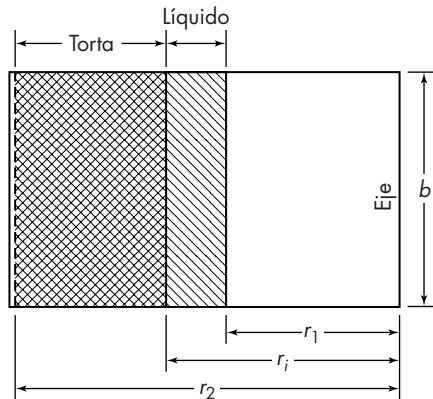


FIGURA 29.16
Filtro centrífugo.

r_1 = radio de la superficie interior del líquido
 r_i = radio de la cara interior de la torta
 r_2 = radio interior de la cesta

Para simplificar se hacen las suposiciones siguientes: se desprecian los efectos de la gravedad y de las variaciones de la energía cinética, por lo que la caída de presión debida a la acción centrífuga iguala al arrastre del líquido que circula a través de la torta; la torta está por completo llena de líquido; el flujo de líquido es laminar; la resistencia del medio filtrante es constante; y la torta es prácticamente incompresible de forma que se puede utilizar una resistencia específica media constante.

Teniendo en cuenta estas suposiciones, se predice la velocidad de flujo del líquido a través de la torta en la forma que se indica a continuación. Suponga, en primer lugar, que el área A disponible para el flujo no varía con el radio, como sería aproximadamente cierto en una torta delgada de una centrífuga de gran diámetro. Por lo tanto, la velocidad lineal del líquido viene dada por

$$u = \frac{dV/dt}{A} = \frac{q}{A} \quad (29.40)$$

donde q es la velocidad de flujo volumétrico del líquido. Sustituyendo la ecuación (29.40) en la ecuación (29.17) se obtiene

$$\Delta p = q\mu \left(\frac{m_c \alpha}{A^2} + \frac{R_m}{A} \right) \quad (29.41)$$

La caída de presión debida a la acción centrífuga, según la ecuación (2.8), es

$$\Delta p = \frac{\rho \omega^2 (r_2^2 - r_1^2)}{2} \quad (29.42)$$

donde ω = velocidad angular, rad/s

ρ = densidad del líquido

Combinando las ecuaciones (29.41) y (29.42) y despejando q se obtiene

$$q = \frac{\rho \omega^2 (r_2^2 - r_1^2)}{2\mu(\alpha m_c/A^2 + R_m/A)} \quad (29.43)$$

Cuando la variación de A con el radio es demasiado grande para despreciarla, la ecuación (29.43) debe escribirse²⁰

$$q = \frac{\rho \omega^2 (r_2^2 - r_1^2)}{2\mu(\alpha m_c/\bar{A}_L \bar{A}_a + R_m/A_2)} \quad (29.44)$$

donde $\bar{A}_2$ = área del medio filtrante (área interior de la cesta centrífuga)

$\bar{A}_a$ = media aritmética del área de la torta

$\bar{A}_L$ = media logarítmica del área de la torta

Las áreas medias $\bar{A}_a$ y $\bar{A}_L$ se definen por las ecuaciones

$$\bar{A}_a \equiv (r_i + r_2)\pi b \quad (29.45)$$

$$\bar{A}_L \equiv \frac{2\pi b (r_2 - r_i)}{\ln(r_2/r_i)} \quad (29.46)$$

donde b = altura de la cesta

r_i = radio interior de la torta

Hay que tener en cuenta que la ecuación (29.44) se aplica a una torta de una masa definida y *no* es una ecuación integrada para toda la filtración que comienza con una centrífuga vacía. La resistencia de la torta α en las ecuaciones (29.43) y (29.44) normalmente es algo mayor que en un filtro a presión o a vacío que opere en condiciones comparables. Especialmente con tortas compresibles, α aumenta con la fuerza centrífuga aplicada.

Lavado de tortas de filtro

Al final del periodo de filtración, la torta del filtro se asemeja a un lecho empacado con espacios entre las partículas llenos de la solución. La torta se puede lavar *in situ* con agua o a veces con solvente para extraer los solutos que, de otro modo, quedarían como impurezas sobre el producto sólido después del secado. Si el sólido es un producto de desecho, el lavado aún puede ser necesario para cumplir con las reglamentaciones de desechos o para recuperar solutos valiosos a ser reciclados. El volumen y la velocidad de flujo del líquido de lavado necesarios para reducir el contenido de soluto de la torta hasta el grado deseado, son cantidades importantes a considerar en el diseño y la operación de un filtro. Aunque los siguientes principios se aplican al problema, no se pueden determinar las mejores condiciones de operación sin algunos datos experimentales.

El volumen de líquido de lavado que se requiere para la remoción casi completa del soluto es generalmente mucho mayor que el volumen de solución retenido en la torta después de la filtración. El volumen que queda en la torta es $\bar{\varepsilon} AL_c$, donde L_c es el espesor de la torta y $\bar{\varepsilon}$ es la porosidad promedio de la misma. Durante la primera parte del periodo de lavado, llamado lavado de desplazamiento, el líquido pasa a través de la torta, empujando la solución delante de él, y la concentración de soluto en la corriente de salida se iguala a C_o , la concentración inicial de soluto en el filtrado.

El lavado de desplazamiento podría extraer todo el soluto con un mínimo de líquido de lavado si el lecho tuviese un tamaño uniforme de poros y un flujo tipo tapón ideal sin ninguna dispersión axial. La concentración del effluente permanecería constante hasta que toda la solución fuera desplazada y cayera luego abruptamente hasta cero. En la práctica, algunos de los espacios vacíos de la torta están en bolsas o canales laterales donde hay poco flujo o nada, y éstos todavía retienen soluto cuando la solución ya ha sido desplazada de los canales principales. El soluto se difunde lentamente del interior de las bolsas y hacia los canales principales, y hay una rápida caída en la concentración del effluente, similar a la de las curvas de penetración vistas en las separaciones con lechos fijos (véase capítulo 25). Esta etapa de difusión de lavado puede comenzar cuando de la mitad a dos tercios de la solución en la torta ha sido desplazada. Para una torta de partículas porosas, el producto adicional retenido en los poros y la baja difusividad efectiva prolonga la etapa de difusión y se requiere más volumen de lavado para un determinado porcentaje de remoción.

Los datos para lavado de tortas se pueden mostrar como una gráfica de concentración relativa *contra* tiempo o volumen de lavado o más útil, como una gráfica de la fracción de soluto remanente, R , obtenida integrando los datos de concentración para determinar el total extraído. En la figura 29.17⁸ se pueden ver los datos típicos para lavar una torta de filtro de trihidrato de aluminio para extraer NaOH y Na_2CO_3 . La relación de lavado n es el volumen de líquido de lavado dividido por el volumen de solución en la torta.

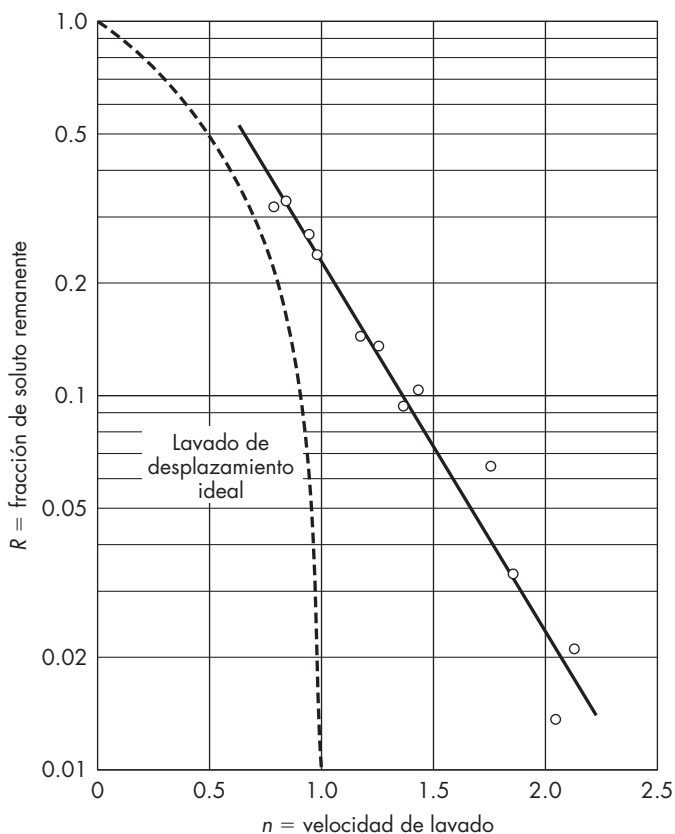


FIGURA 29.17

Lavado de tortas de filtros (datos de Choudhury y Dahlstrom⁸).

En este ejemplo, se obtuvo 75% de extracción con $n = 1.0$, comparada con 100% de extracción para un lavado con desplazamiento ideal y 98% de remoción requirió una $n = 2.0$. Obsérvese que la línea para el lavado de desplazamiento es curva en la gráfica semilogarítmica, sería lineal sobre una gráfica aritmética. La escala logarítmica se usa por conveniencia, y los datos a menudo caen sobre una línea casi recta. Esto podría sugerir un proceso de remoción de primer orden, pero los modelos matemáticos para el lavado de difusión son mucho más complejos.²² La relación de extracción de soluto en la etapa de difusión depende del tamaño de partícula, su forma, y porosidad además del coeficiente de difusión, pero hay pocos estudios experimentales disponibles.

Para un lavado efectivo, el líquido de lavado se debe aplicar uniformemente sobre toda la superficie de la torta. Esto se puede lograr con filtros de banda horizontal y filtros de tambor rotatorio, pero es difícil si no imposible lograrlo con tortas verticales en un filtro prensa o en un filtro de hojas. En el filtro prensa común, la suspensión entra a cada marco en la esquina superior y la torta se forma a ambos lados hasta que el marco está lleno de sólido. Si se agrega agua de lavado en el punto de alimentación o en la esquina opuesta, sólo se puede lavar una pequeña fracción de la torta.

Un buen lavado es posible si sólo la mitad de los marcos se usan para la formación de la torta, con los marcos vacíos alternados y que se usan para enviar agua de lavado a través de las tortas. El agua fluye entonces a través de todo el espesor de la torta. La velocidad de lavado para una determinada caída de presión es sólo la mitad de la velocidad de filtración final. Si realmente se requiere un lavado meticuloso, se puede romper la torta de un filtro prensa y resuspenderla en un gran volumen de líquido de lavado y filtrarla nuevamente. La resuspensión y la filtración se pueden repetir varias veces si es necesario, entonces la operación se llega a parecer a una lixiviación a contracorriente (véase capítulo 23).

El lavado de las tortas verticales se puede lograr fácilmente en una centrifugadora de filtración, pues el agua se puede aspersar sobre toda la superficie expuesta de la torta. Además, en una centrifugadora, el material retenido de la solución en la torta es mucho menor que en un filtro prensa porque bajo la acción centrífuga, se drena más solución de la torta cuando se interrumpe la alimentación.

FILTROS CLARIFICADORES

Los filtros clarificadores retiran pequeñas cantidades de sólidos o gotitas de líquido a partir de líquidos o gases. Las partículas son atrapadas en el interior del medio filtrante o en sus superficies. La clarificación difiere del tamizado en que los poros del medio filtrante son mayores —a veces mucho mayores— que las partículas a retirar. Las partículas son captadas por las fuerzas superficiales, e inmovilizadas en la superficie o dentro de los canales de flujo, donde reducen el diámetro efectivo de los canales pero normalmente no llegan a bloquearlos por completo.

Clarificación de líquidos

Los filtros clarificadores para líquidos son especialmente importantes en materiales “pulidos”, tales como bebidas, productos farmacéuticos, combustible de petróleo, lubricantes y disoluciones de electrodeposición y son esenciales en la limpieza de la alimentación en

los procesos de hilado de fibras y extrusión de película.^{32e} Incluyen filtros de lecho por gravedad para el tratamiento de agua antes mencionado, varios discos y placas de prensa y clarificadores de cartucho. La alimentación a tales unidades contiene por lo general no más de 0.10% de sólidos. Algunos filtros de torta, en especial los filtros de tanque y filtros de recubrimiento previo continuos son utilizados extensivamente para clarificación, tal como muchos de los filtros de flujo transversal descritos en la siguiente sección.

En una unidad discontinua, la velocidad de filtración y la eficiencia de la separación de sólidos son típicamente casi constantes para un periodo considerable de operación, pero al final el contenido de sólidos del filtrado alcanza un valor de ruptura inaceptable, y el retrolavado de los elementos del filtro se vuelve necesario.

Una pila de discos para un *filtro* clarificador *de disco* se ilustra en la figura 29.18. Los discos están hechos de asbestos y fibras de celulosa. En la operación el conjunto, mostrado en la figura, está sellado dentro de un contenedor a presión, que por lo general opera a una presión manométrica menor que 340 kPa (50 lb_f/in²). El líquido fluye al interior a través de los discos y de una tubería múltiple central con una descarga central o periférica. Las unidades individuales liberan cuando mucho 378 L/min (6000 gal/h) de líquido con baja viscosidad.^{32e}

Limpieza de gases

Los filtros para limpieza de gases comprenden filtros de almohadilla para polvo atmosférico, y lechos granulares y filtros de bolsas para el tratamiento de polvos de proceso. El aire se limpia haciéndolo pasar a través de almohadillas de pulpa de celulosa, algodón, fieltro, fibra de vidrio o tamices metálicos; el material filtrante puede estar seco o recubierto con un aceite viscoso que actúa como un retenedor de polvo. Para tratamiento ligero las almohadillas filtrantes se desechan, pero en la limpieza de gases a gran escala con frecuencia se lavan y se recubren con aceite.

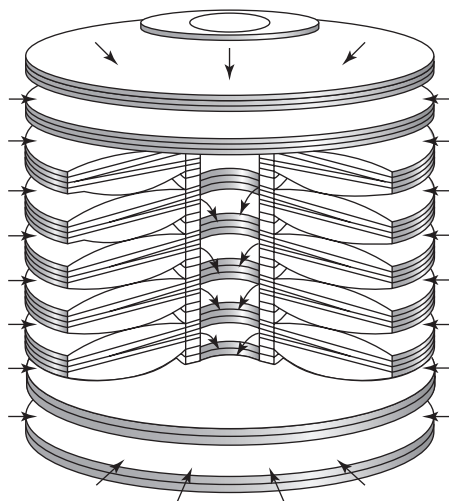


FIGURA 29.18

Pila de discos para un filtro clarificador.

Los filtros de lecho granular contienen lechos estacionarios o móviles de gránulos cuyo tamaño oscila de 30 a 8 mallas en algunos diseños, hasta de 12 a 40 mm ($\frac{1}{2}$ a $1\frac{1}{2}$ in.) en otros casos. Un filtro de bolsa contiene una o más bolsas grandes de fieltro o de una tela fina instaladas en el interior de una carcasa metálica. El gas cargado de polvo por lo general entra en la bolsa por el fondo y asciende dejando detrás el polvo, si bien a veces el flujo es en sentido contrario. La eficiencia alcanza hasta 99% aun con partículas extraordinariamente finas —mucho más finas que las aberturas en el material de las bolsas—. Con cierta frecuencia, se interrumpe de forma automática el flujo invirtiéndose el de gas limpio, o bien se sacude la bolsa de manera mecánica para retirar el polvo que puede recuperarse o desecharse. En la mayor parte de los casos los filtros de bolsas actúan como clarificadores, atrapando las partículas en el tejido de la bolsa, pero con cargas pesadas de polvo se deja una delgada, pero definida torta de polvo antes de retirarlo.

En todos estos filtros la mayor parte de la separación es por impacto, tal como se explica inmediatamente.

Fundamentos de la clarificación

Si las partículas de los sólidos que se van a separar taponan por completo los poros del medio filtrante y la velocidad de taponamiento es constante con el tiempo, el mecanismo se conoce como *tamizado directo*. El tamizado directo se encuentra rara vez. Es más común encontrar que las partículas bloqueen parcialmente los poros, dando una reducción gradual en el tamaño del poro; esto se llama *bloqueamiento estándar*. Grace²¹ proporciona ecuaciones para la velocidad de flujo a través de un filtro clarificante como una función del tiempo.

Con más frecuencia, en especial en la limpieza de gases, la separación se realiza mediante impacto de las partículas contra una superficie sólida colocada en la corriente en movimiento. Se espera que las partículas, debido a su inercia, crucen a través de las líneas de la corriente del fluido hacia el sólido donde se impactan y adhieren, para separarse después. En la figura 29.19 se muestra el fundamento de la separación por impacto. Las líneas continuas son las líneas de corriente que pasan alrededor de una esfera, y las líneas punteadas representan las trayectorias seguidas por las partículas. Estas últimas que se mueven inicialmente a lo largo de las líneas de corriente entre A y B, impactan el sólido

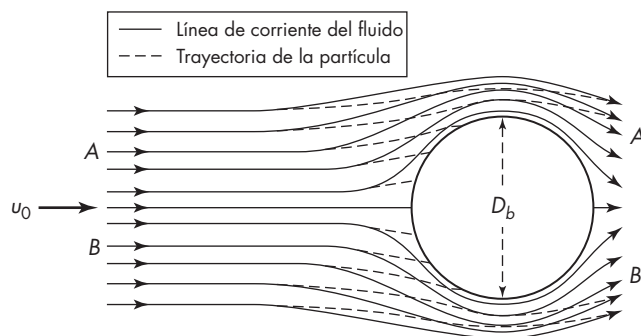


FIGURA 29.19

Fundamento de impacto. [Con autorización, de J. H. Perry (ed.), *Chemical Engineers' Handbook*, 6a. ed., p. 20-81. Copyright 1984, McGraw-Hill Book Company, Nueva York.]

y pueden ser eliminadas si se adhieren a la pared y no son arrastradas. Las partículas que inicialmente siguen las líneas de corriente exteriores *A* y *B*, no chocan con el sólido y no pueden ser separadas de la corriente gaseosa por impacto. La *eficiencia de impacto* η_i se define como la fracción de las partículas en la corriente gaseosa que se aproxima directamente al elemento separador que impacta al sólido. Para partículas capaces de sedimentar aun a través del fluido en el intervalo de la ley de Stokes, las eficiencias de impacto para cintas, esferas y cilindros se muestran en la figura 29.20. La abscisa es el grupo adimensional N_s , conocido como el *número de separación* $u_t u_0 / g D_b$, donde u_t es la velocidad terminal de la partícula en el fluido, u_0 es la velocidad del fluido que se aproxima al sólido, g es la aceleración de la gravedad, y D_b es la anchura de la cinta o el diámetro de la esfera o cilindro.

Para la sedimentación comprendida en el intervalo de la ley de Stokes, la velocidad terminal u_t es proporcional a D_p^2 . Así, cuando el tamaño de la partícula es más pequeño, la eficiencia de impacto es menor. Sin embargo, la eficiencia de impacto se incrementa a medida que disminuye el tamaño del impacto D_b , y para la recolección de partículas muy pequeñas se fabrican lechos para filtros utilizando fibras en extremo finas de vidrio, metal o polímeros. La eficiencia global de la recolección depende de la eficiencia de impacto, de la fracción sólida del filtro y de la profundidad del filtro. Aun cuando la eficiencia de impacto no es muy alta, es posible lograr la separación casi completa de las partículas utilizando un lecho profundo de fibras a fin de proporcionar repeticiones adecuadas para la intercepción de las partículas.

Para gotas muy pequeñas de $0.1 \mu\text{m}$ de diámetro (como en una neblina de H_2SO_4), la eficiencia de impacto aumenta a medida que el diámetro disminuye, de manera contraria a lo predicho por la teoría del impacto. Las gotas diminutas se mueven a lo largo de las

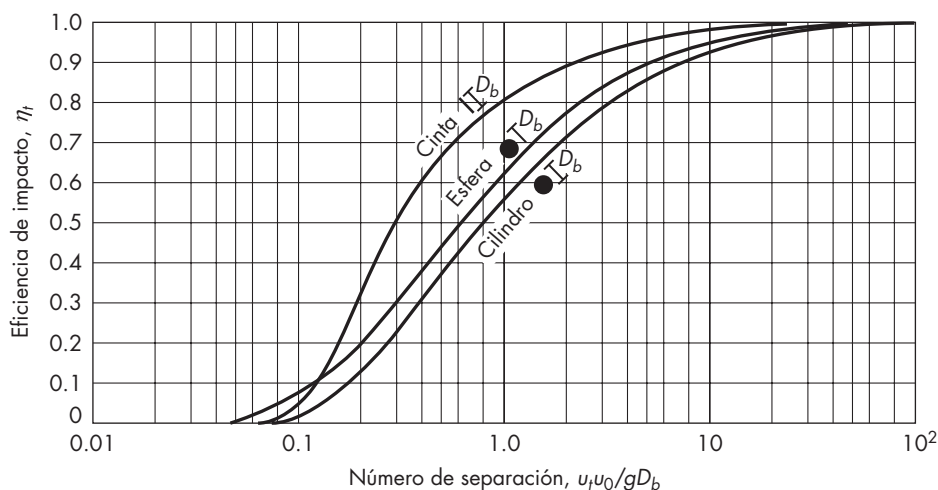


FIGURA 29.20

Eficiencia de impacto de esferas, cilindros y cintas. [Con autorización, de J. H. Perry (ed.), *Chemical Engineers' Handbook*, 6a. ed., p. 20-83. Copyright 1984, McGraw-Hill Book Company, Nueva York.]

líneas de corriente por difusión y son inmovilizadas sobre las superficies de los sólidos. La difusión es cada vez más efectiva a medida que las partículas se vuelven más pequeñas, y la eficiencia de impacto aumenta de manera correspondiente.

FILTRACIÓN CON FLUJO TRANSVERSAL: FILTROS DE MEMBRANA

El principio de la filtración de flujo transversal se puede aplicar a suspensiones concentradas de partículas finas o materiales coloidales o a soluciones fraccionadas de macromoléculas. El término *microfiltración* generalmente se emplea para partículas de un rango de tamaño entre 0.5 a 10 μm . Aunque la filtración se puede emplear para estos materiales, una torta de partículas de 1 μm ofrecerían muy alta resistencia al flujo y la velocidad de filtrado sería muy lenta. La *ultrafiltración* (UF) cubre rangos más amplios de tamaño de partículas, desde 0.5- μm hasta moléculas con tamaño de $10^{-3} \mu\text{m}$ ($M \approx 300$). Los términos *hiperfiltración* y *nanofiltración* se usan a veces para separaciones de moléculas pequeñas o iones, pero el término *ósmosis inversa* se aplicaría también a tales separaciones cuando la presión osmótica tiene un efecto importante sobre el flujo. Un hecho característico puede ser el tipo de membrana usado: la purificación de agua salada por ósmosis inversa se lleva a cabo por medio de un mecanismo de solución-difusión en la capa densa de un polímero, pero la separación de moléculas grandes se puede alcanzar por una acción de tamizado en membranas de nanofiltración con poros muy pequeños.

Tipos de membranas

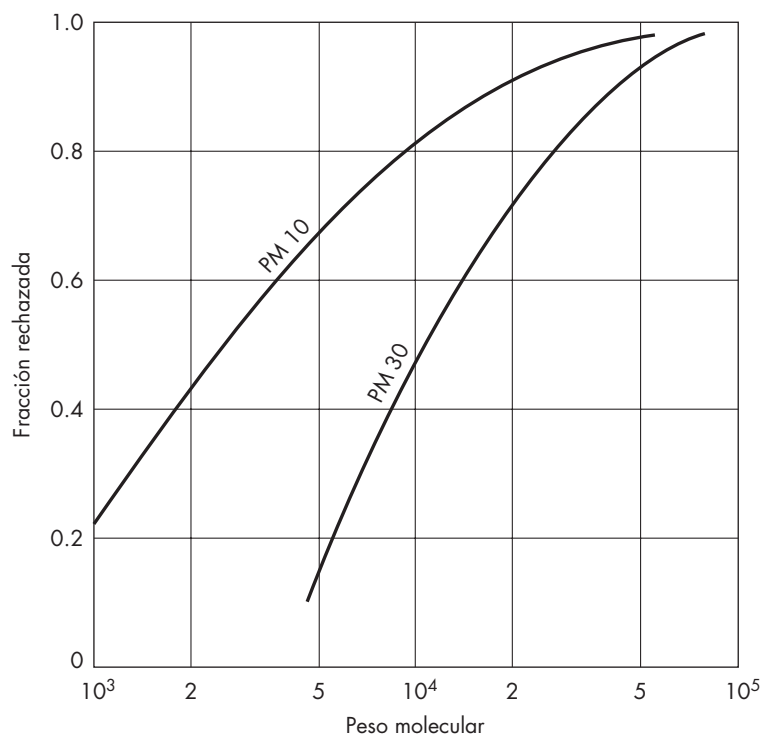
La membrana ideal para la filtración con flujo transversal debe tener una porosidad alta y una distribución estrecha de tamaño del poro; con los poros más grandes se retienen las partículas o moléculas ligeramente más pequeñas. Es preferible una membrana asimétrica, con una superficie delgada selectiva soportada sobre una capa de mayor espesor con poros grandes para disminuir la resistencia hidráulica. Algunas membranas comerciales tienen una gradación continua en el tamaño del poro, como se muestra en la figura 29.21. Se utilizan varias clases de polímeros para las membranas de ultrafiltración, incluyendo acetato de celulosa, poliácilonitrilo, polisulfona, poliamida y poliimida. Se puede variar el espesor de la superficie y el tamaño promedio del poro cambiando las condiciones de moldeado o tratamiento de postmoldeado.

Las membranas de ultrafiltración tienen un intervalo de tamaños de poro en la capa selectiva, y con frecuencia se caracterizan por un corte de peso molecular basado en las medidas de la fracción rechazada en función del peso molecular.¹⁷ Las moléculas más grandes que el tamaño de corte son suprimidas casi por completo, pero existe un intervalo amplio de tamaños para que se produzca el rechazo parcial. En la figura 29.22, se representan las curvas de rechazo para algunas membranas, pero tales datos deben utilizarse con precaución, ya que la fracción suprimida para un peso molecular determinado varía con la forma molecular, la velocidad de permeación del disolvente, la velocidad de esfuerzo cortante cerca de la superficie y el ensuciamiento de la membrana.

Las membranas de ultrafiltración y microfiltración también están hechas de acero inoxidable sinterizado u otros metales y de carbón poroso o alúmina. Los métodos

**FIGURA 29.21**

Sección transversal de una membrana anisotrópica de ultrafiltración. (Autorización de Millipore Corporation.)

**FIGURA 29.22**

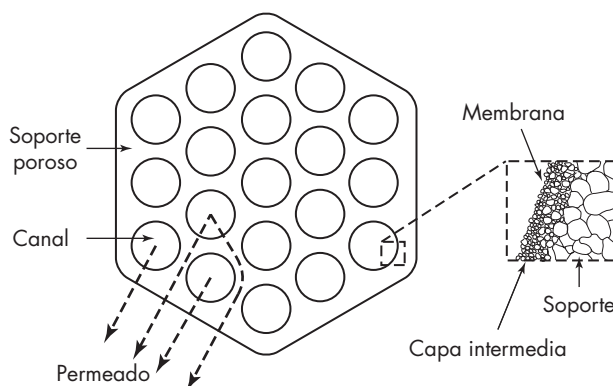
Curvas de rechazo de soluto para membranas de UF Amicon. (Autorización de Porter.³⁴)

usuales de preparación generan membranas determinadas con poros bastante grandes (1 a 100 μm), pero llenando parcialmente la capa de la superficie con óxido de zirconio u otros materiales inorgánicos se producen membranas asimétricas con tamaño de poro controlado. Las ventajas de las membranas inorgánicas sobre las membranas de polímeros son que las primeras pueden operar a temperaturas más altas y soportan mejor el lavado químico o el tratamiento de esterilización.

Están disponibles diversos tipos de equipo para utilizar en el laboratorio y para instalaciones comerciales de UF.^{6a} Pueden procesarse muestras pequeñas con membranas planas circulares soportadas sobre un disco poroso en una celda cilíndrica. Un agitador manejado por imanes arriba de la membrana proporciona el flujo transversal de la disolución. Es posible utilizar celdas rectangulares con disolución recirculada a través de espacios pequeños entre la membrana y la parte superior de la celda. Estos aparatos son útiles para ensayos preliminares, pero los datos de funcionamiento no son aplicables directamente para unidades grandes.

Para aplicaciones industriales, se obtienen áreas grandes utilizando módulos con muchas membranas de fibra hueca o tubulares o mediante el empleo de láminas grandes en un filtro prensa o una unidad de espiral abierta. Las membranas tubulares son de 5 a 25 mm de diámetro interior y de más de 3 m de longitud; se utilizan velocidades de 1 a 5 m/s para obtener un flujo turbulento y buena transferencia de masa. Las membranas de polímeros están soportadas por metal poroso o tubos cerámicos, y varios tubos están apiñados en una carcasa cilíndrica. Las membranas de alúmina están disponibles como tubos solos o como elementos monolíticos multicanales del tipo que se representa en la figura 29.23. La separación se produce en la capa delgada de las partículas de óxido unidas a la alúmina, y los poros en el soporte son suficientemente grandes para tener una resistencia pequeña al flujo permeado. Las membranas tubulares ofrecen las ventajas del reemplazamiento fácil de membrana y la viabilidad de la limpieza mecánica, pero la relación del área de superficie al volumen es relativamente baja.

Las membranas de fibra hueca de UF tienen diámetros de 0.2 a 2.0 mm, y cientos o miles de fibras se sellan en cada módulo cilíndrico. El flujo a través de las fibras por lo general es laminar, pero la velocidad se mantiene elevada para obtener un esfuerzo cortante elevado en la pared y mejorar el flujo. El área por unidad de volumen es más grande para las fibras más pequeñas, pero son más susceptibles al taponamiento por

**FIGURA 29.23**

Esquema de la sección transversal de un elemento monolítico multicanal. (Autorización de Hsieh.²²)

materia suspendida en la alimentación, y las fibras utilizadas en general son más grandes que en las unidades de ósmosis inversa.

Para la UF se utilizan con frecuencia los módulos de espiral abierta del tipo empleado en la ósmosis inversa (véase figura 26.20). No son propensos al taponamiento como las unidades de fibra hueca, ya que la entrada es una ranura estrecha de aproximadamente 1 mm de ancho, pero se recomienda la prefiltración de la alimentación. La velocidad en los canales de alimentación corresponde a flujo laminar, pero las perturbaciones de flujo causadas por los espaciadores producen la caída de presión y la transferencia de masa más grande que para un flujo laminar verdadero.

Flujo permeado por ultrafiltración

El funcionamiento de una membrana de UF se caracteriza por el flujo permeado, el porcentaje de rechazo y la concentración de soluto en la corriente retenida. El flujo permeado con frecuencia disminuye con el tiempo debido al ensuciamiento de la membrana, pero la obstrucción puede aumentar el rechazo. Primero se estudiará el funcionamiento de una membrana limpia. Se supone que el agua pasa por flujo laminar a través de los poros pequeños de la capa selectiva, y la fuerza impulsora es la diferencia de presiones Δp menos la diferencia en la presión osmótica $\Delta \pi$ a lo largo de la membrana. El flujo por unidad de área es proporcional a la fracción de espacios vacíos ε y el cuadrado del tamaño promedio del poro, D . Los poros están en ángulos aleatorios a la superficie, y el espesor nominal de la capa activa L se multiplica por un factor de tortuosidad τ . Una ecuación modificada de Hagen-Poiseuille proporciona el flujo volumétrico por unidad de área v , que es la velocidad superficial del permeado normal a la superficie:

$$v = \frac{(\Delta p - \Delta \pi) D^2 \varepsilon}{32 L \tau \mu}$$
 (29.47)

donde ε es la fracción de espacios vacíos de la membrana. En unidades del SI, el flujo por unidad de área tiene unidades de m³/s, m² o m/s, pero las unidades más comunes son L/m²· h o gal/ft²· día. En la tabla 29.3 se muestran los factores de conversión.

Es difícil obtener mediciones independientes de ε , D , τ y de L para su uso en la ecuación (29.47), pero estas características se incorporan en la permeabilidad de la membrana Q_m , el flujo de agua pura a temperatura ambiente por unidad de caída de presión, o en la resistencia de la membrana R_m , que es la recíproca de Q_m :

$$v = Q_m \Delta p = \Delta p / R_m$$
 (29.48)

TABLA 29.3
Factores de conversión para el flujo permeado

m/s	m/h	L/m ² · h	gal/ft ² · día
2.78×10^{-7}	10^{-3}	1	0.589
4.72×10^{-7}	1.698×10^{-3}	1.698	1

Se prefiere el uso de R_m cuando da lugar a la resistencia hidráulica adicional de la capa de gel que se puede formar sobre la superficie a un elevado flujo. La ecuación general para la ultrafiltración es

$$v = \frac{\Delta p - \Delta \pi}{R_m + R_{gel}} \quad (29.49)$$

Para la operación por encima de la temperatura ambiente o para un permeato que no sea agua pura, se puede corregir la resistencia de la membrana con el cambio de la viscosidad del permeato por

$$R'_m = R_m(\mu/\mu_o) \quad (29.50)$$

donde R'_m es la resistencia corregida, y μ_o es la viscosidad del agua a temperatura ambiente.

Polarización de la concentración

La diferencia de presión osmótica $\Delta \pi$ depende de la concentración de soluto en la superficie de la membrana, que es con frecuencia mucho más grande que la concentración global, particularmente si el flujo por unidad de área permeado es elevado y la difusividad del soluto es baja. La figura 29.24 muestra los gradientes de concentración para un sistema de UF con rechazo parcial del soluto. La concentración exactamente en el interior de los poros c_m es más baja que la concentración en la superficie c_s por el factor K , el coeficiente de partición de equilibrio. Existe una discontinuidad similar en la concentración de soluto donde la capa selectiva se une al soporte de los poros grandes. Para poros cilíndricos y moléculas esféricas, $K = (1 - \lambda)^2$, donde λ es la relación del tamaño molecular al tamaño del poro. Un valor bajo de K contribuye a un rechazo elevado, y existe un efecto adicional

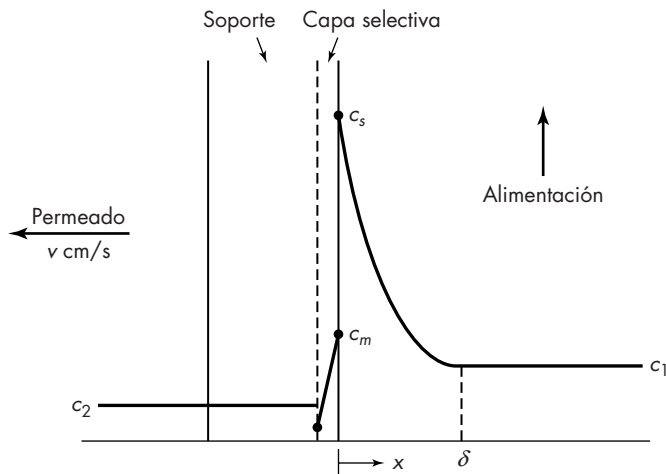


FIGURA 29.24
Gradientes de concentración
en una membrana de UF.

de la fricción de pared sobre la difusividad del soluto, que puede producir un rechazo bastante elevado aun cuando las moléculas sean menores a la mitad del tamaño de los poros [véase ecuación (26.34)].

La presión osmótica para soluciones de polímeros, proteínas y otras moléculas grandes se incrementa fuertemente con la concentración, como se muestra para algunos ejemplos en la figura 29.25. Esto puede hacer que $\Delta\pi$ sea una fracción significativa de Δp incluso cuando la presión osmótica de la alimentación de la solución es despreciable.

En el capítulo 26, la polarización de la concentración en la ósmosis inversa se trató utilizando una ecuación sencilla de transferencia de masa, la ecuación (26.49), que es satisfactoria cuando la concentración de la superficie es sólo moderadamente más alta que la concentración global. Para la UF, el cambio grande en la concentración cerca de la superficie requiere integración para obtener el perfil de concentración. La ecuación básica establece que el flujo del soluto debido a la convección más la difusión es constante en la capa límite e igual al flujo por unidad de área del soluto en el permeado⁵

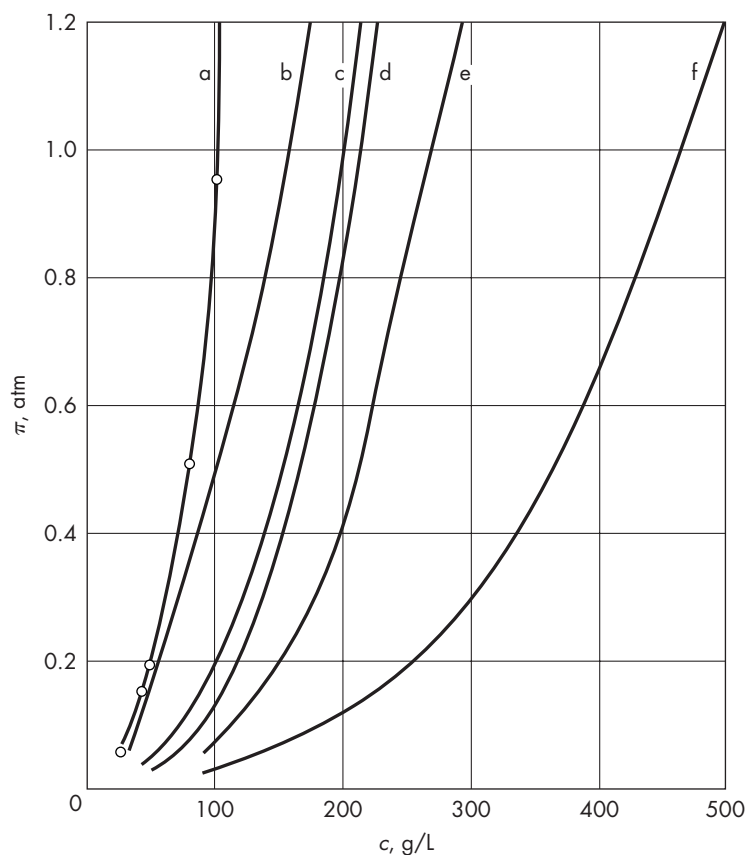


FIGURA 29.25

Presión osmótica de soluciones de polímeros y proteínas: *a)* Carbowax 20M; *b)* proteínas de suero de leche; *c)* Dextran T70; *d)* Dextran T500; *e)* albúmina de suero bovino (ASB), pH = 7.4; *f)* ASB, pH = 4.5.

$$vc + D_v \frac{dc}{dx} = vc_2 \quad (29.51)$$

La ecuación (29.51) se integra con las condiciones límite $c = c_s$ en $x = 0$ y $c = c_1$ en $x = \delta$, el espesor de la concentración de la capa límite. El término D_v/δ tiene las unidades de longitud por tiempo y se define como el coeficiente de transferencia de masa k_c :

$$\ln \frac{c_s - c_2}{c_1 - c_2} = \frac{v\delta}{D_v} = \frac{v}{k_c} \quad (29.52)$$

Para el caso sencillo del rechazo completo del soluto, $c_2 = 0$, y la ecuación (29.52) se transforma en

$$v = k_c \ln \frac{c_s}{c_1} \quad (29.53)$$

Debido a la polarización de la concentración, el flujo de permeato es función no lineal de Δp y se necesita una solución de prueba y error para calcular v para una determinada Δp . Sin embargo, cuando existe un rechazo completo del soluto y no hay ninguna resistencia del gel, se puede obtener Δp para una determinada v usando directamente la ecuación (29.53) para obtener c_s y los datos de presión osmótica para obtener $\Delta\pi$, que se suma al término $(\Delta p - \Delta\pi)$ de la ecuación (29.49) para dar Δp .

En la figura 29.26 se muestra una gráfica típica de v contra Δp . El flujo del permeato con alimentación de agua pura es proporcional a Δp , pero con una solución diluida, el flux del permeato es cero hasta que la caída de presión excede la pequeña presión osmótica de la solución de alimentación. A medida que Δp se incrementa, c_s también crece, pero π crece más rápidamente, llevando a una gráfica curvada con $\Delta\pi$ como una fracción más grande de Δp a altas concentraciones. En algunos casos se alcanza un flux máximo cuando c_s se iguala a la solubilidad y se forma una capa de precipitado o gel en la superficie debido a las moléculas rechazadas con una resistencia hidráulica apreciable.

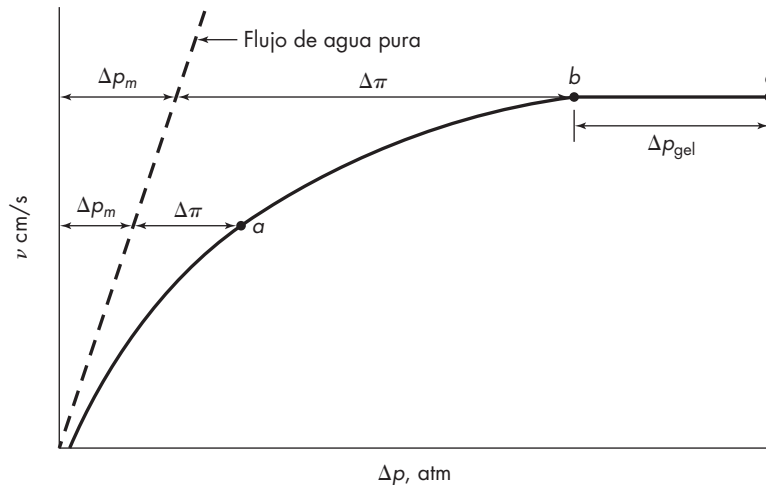


FIGURA 29.26
Flux de permeato para una solución con presión osmótica moderada.

En otros casos, c_s es menor que la solubilidad en el flux máximo, porque las moléculas rechazadas forman una capa superficial con una considerable resistencia hidráulica. Esto es probable que suceda con una solución de un polímero de alto peso molecular que tiene sólo una moderada presión osmótica pero puede formar una masa enmarañada de moléculas que se superponen en la superficie de la membrana. Los términos R_{gel} y Δp_{gel} se pueden aplicar a esta capa, aun cuando no exista ningún gel real.

Cuando se alcanza el flux máximo, éste está limitado por la velocidad de transferencia de la masa que regresa al seno de la solución. Un repentino incremento de Δp , por ejemplo, desde el punto *b* al punto *c*, brinda un incremento temporal del flux de permeato, pero éste decrece hasta el valor máximo en estado estacionario conforme la capa de gel se vuelve más espesa. Como una capa de gel gruesa puede comprimirse con el tiempo, al incrementar la caída de presión puede hacer decaer el flux.

Aplicaciones de la ultrafiltración

La ultrafiltración se usa ampliamente en el procesamiento de alimentos y en la industria farmacéutica para separar y concentrar soluciones de proteínas o drogas. También se usa para recuperar químicos en las industrias textil y papelera, además del tratamiento de residuos y la purificación del agua. En la industria láctea, se encuentra un ejemplo en la concentración de proteínas en la leche descremada. En la figura 29.27 se muestran los datos de un módulo de UF de fibra hueca. El flux limitante se incrementa con la velocidad

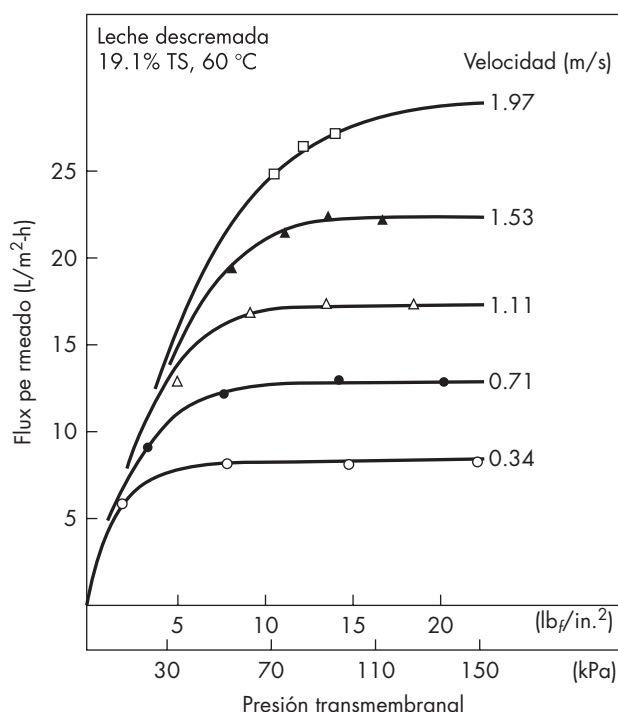


FIGURA 29.27

Ultrafiltración de leche descremada en un módulo de fibra hueca de UF (Romicon HF 15-43-PM50). (Autorización de Cheryan y Chiang.⁶)

de alimentación, llegando al límite con diferencias de presión de 10 a 20 lb_f/in.² (69 a 138 kPa). Estas ultrafiltraciones se realizaron a 60 °C para aprovechar la mejor transferencia de masa y la más baja caída de presión por fricción debido a la menor viscosidad. Temperaturas más elevadas desnaturalizarían la proteína.

Los sistemas de ultrafiltración generalmente operan por debajo del flux limitante, para evitar la formación de gel. El flux aumenta con la velocidad del paso a través de la membrana, debido al incremento de k_c , y el flux es más bajo para altas concentraciones del líquido, como se indica en la ecuación (29.53). El cambio en el flux con la concentración para algunas soluciones de polímeros y proteínas se ilustra en la figura 29.28. Tales gráficas a menudo se extrapolan a flux cero para obtener c_g , pero cuando son curvadas o los datos abarcan sólo un pequeño rango, la extrapolación puede no ser exacta. A bajas concentraciones, la gráfica de flux contra $\ln c$ debe curvarse para aproximarse al flux del agua pura como límite. A concentraciones moderadas, los cambios en la viscosidad y la difusividad pueden afectar k_c y la pendiente de la gráfica.

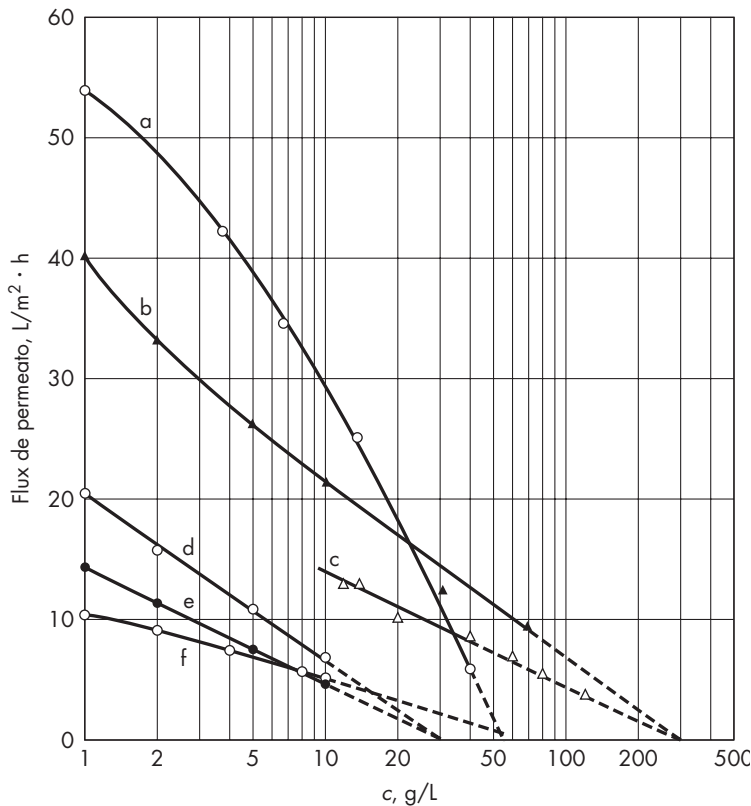


FIGURA 29.28

Flux limitante para ultrafiltración de soluciones de proteínas y polímeros:

a) Carbowax 20M; b) ovalbumina; c) proteína de suero de leche; d) alcohol polivinílico (PVA), 95 cm/s; PVA, 55 cm/s, y f) Dextran, T500.

La operación en lotes con reciclado se usa con frecuencia para concentrar soluciones por ultrafiltración, puesto que el flux de permeato en un módulo de UF es generalmente mucho menor que el flux de alimentación y sólo se da un pequeño cambio en la concentración por paso. La solución se bombea desde el tanque de concentración hasta el módulo de ultrafiltración a alta velocidad y el retentante se recicla al tanque. La concentración en el tanque aumenta gradualmente en la medida en que el volumen de la solución desciende, y la corrida se continúa hasta que se alcanza la concentración deseada (quizá de 5 a 10 veces de incremento en la concentración). Se podría lograr un cambio similar en la concentración en una sola pasada si se usara una velocidad de alimentación muy pequeña, pero la velocidad de transferencia de masa sería baja, especialmente cerca del extremo de descarga, haciendo que la operación resulte impráctica. Con la operación por lotes y el reciclado del retenido, la velocidad de flujo y Δp se pueden ajustar durante la corrida para evitar la formación de gel por el incremento de la concentración y la viscosidad de la solución. Los sistemas de control por retroalimentación pueden mantener constante la concentración en la pared en un valor menor que la concentración del gel.

Para aplicaciones comerciales a gran escala, se recomienda la operación continua con varias unidades de alimentación y derrame en serie. Cada módulo de UF trabaja con una gran relación de reciclado para mantener una alta velocidad, y una pequeña corriente de derrame del retenido que se envía a la siguiente unidad.^{6b} Para grandes flujos de alimentación se necesitan muchas líneas de unidades de UF en paralelo.

Comparación con la teoría

Las teorías de ultrafiltración se pueden probar comparando los coeficientes de transferencia de masa de la ecuación (29.53) con los valores medidos experimentalmente. Para el flujo laminar en fibras huecas o canales delgados, los estudios^{19, 33, 39} han demostrado coeficientes sólo de 10 a 30% más bajos que los esperados usando la ecuación (29.54), de la teoría para un flujo laminar completamente desarrollado.

$$\text{Sh} = 1.76 \left(\frac{\pi}{4} \text{Re Sc} \frac{D}{L} \right)^{1/3} \quad (29.54)$$

Éste es un resultado bastante bueno, considerando la incertidumbre de los valores estimados para c_s y D_v y el efecto de la alta viscosidad en la pared [véase ecuación (12.27)].

Cuando no hay datos disponibles, la difusividad para grandes moléculas esféricas se puede predecir usando la ecuación de Stokes-Einstein [ecuación (17.31)]. El radio de las proteínas globulares se estima a partir del peso molecular y la densidad, usando el número de Avogadro N_a .

$$r_0 = \left(\frac{3M}{4\pi N_a \rho_p} \right)^{1/3} \quad (29.55)$$

Para proteínas con una densidad de 1.4 g/cm³,

$$r_0 = 6.57 \times 10^{-9} M^{1/3} \quad (29.56)$$

Para moléculas de polímeros con cadenas al azar en forma espiral, r_0 se debería tomar como el radio de giro que generalmente es de 2 a 3 veces el radio calculado a partir del volumen molar.

Las velocidades de ultrafiltración en canales rectangulares delgados a bajos números de Reynolds se pueden incrementar varias veces por el uso de espaciadores de tamiz.^{12,42} Se probaron varios estilos y tamaños para ayudar a seleccionar el espaciador óptimo considerando el comportamiento de la transferencia de masa y la caída de presión.¹² Las fibras del tamiz interrumpen el desarrollo de las capas límite de concentración, haciendo que los flujos sean similares a los predichos por la ecuación (29.54) para un canal muy corto.

Para ultrafiltraciones de soluciones de polímeros o proteínas en flujo turbulento, los coeficientes de transferencia de masa son generalmente más pequeños que los previstos por las correlaciones estándar. En la figura 29.29 se muestran los datos para las soluciones de Carbowax (polietilenglicol) en una membrana tubular de 1 in. Los coeficientes aumentan con $Re^{0.92}$, de acuerdo con la correlación recomendada para números de Schmidt altos [véase ecuación (17.71)], pero los coeficientes son de alrededor de 40% de los valores predichos. Los datos caen más cerca de la línea para la ecuación de Dittus-Boelter [ecuación (12.32)], pero ésta no se considera válida para un alto Pr o un alto Sc . La ultrafiltración de Dextran T70 en una celda⁴³ de flujo turbulento también da coeficientes de cerca de la mitad de los previstos por la ecuación (17.71). Para la ultrafiltración de la proteína BSA en una membrana tubular¹⁹, se obtuvieron coeficientes de 20 a 60% por

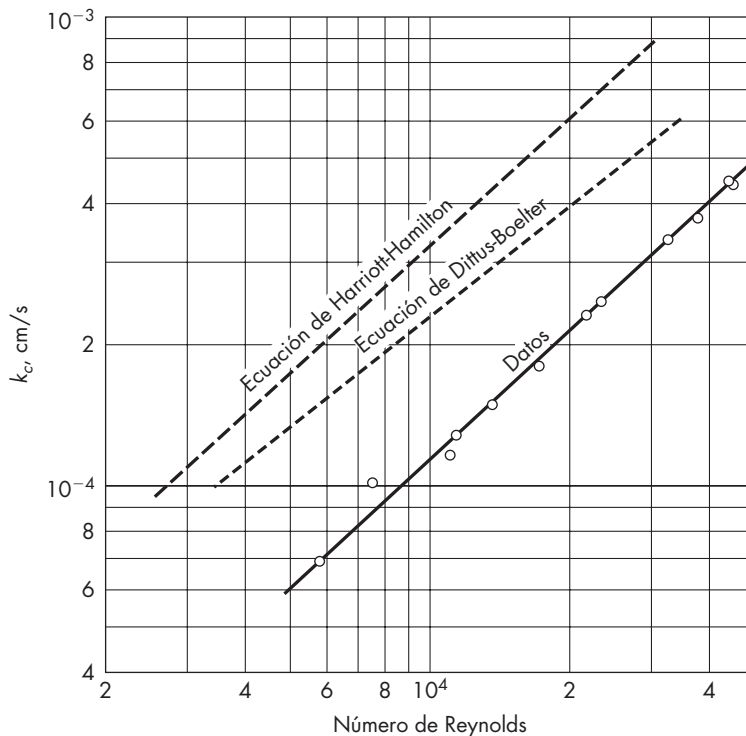


FIGURA 29.29

Coeficientes de transferencia de masa para ultrafiltración de Carbowax 20M ($c_1 = 0.87$ por ciento, tubo de 1 in.).

debajo de lo esperado. Los coeficientes más bajos podrían deberse a la mayor viscosidad y a la difusividad más baja en la capa límite, pero no se ha desarrollado una correlación satisfactoria.

EJEMPLO 29.3 Una membrana tubular con un diámetro de 2 cm y una permeabilidad al agua de $250 \text{ L/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{atm}$ se utiliza para la UF de suero de queso. Las proteínas del suero tienen una difusividad promedio de $4 \times 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{s}$, y la presión osmótica en atmósferas está dada por la ecuación de Jonsson²⁴

$$\pi = 4.4 \times 10^{-3} c - 1.7 \times 10^{-6} c^2 + 7.9 \times 10^{-8} c^3$$

donde c es la concentración de proteínas en gramos por litro. *a)* Calcule el efecto de Δp en el flujo para una membrana limpia si la velocidad de la disolución es de 1.5 m/s y la concentración de proteína es 10, 20 o 40 g/L. Suponga que la concentración de gel es de 300 g/L y el rechazo es de 100%. *b)* Si la permeabilidad de la membrana se reduce 5 veces por taponamiento, ¿cuál es el efecto en el flujo permeado?

Solución

a) Suponga que las disoluciones globales tienen la misma densidad y viscosidad del agua:

$$D = 2 \text{ cm} \quad \bar{V} = 150 \text{ cm/s} \quad \rho = 1 \text{ g/cm}^3 \quad \mu = 0.01 \text{ g/cm} \cdot \text{s}$$

$$\text{Re} = 2 \times 150 \times 1/0.01 = 30\,000 \quad \text{Sc} = \frac{0.01}{1 \times 4 \times 10^{-7}} = 25\,000$$

A partir de la ecuación (17.71),

$$\text{Sh} = 0.5 \times 0.0096 \times 30\,000^{0.913} \times 25\,000^{0.346} = 1.95 \times 10^3$$

$$k_c = \frac{1.95 \times 10^3 (4 \times 10^{-7})}{2} = 3.9 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$$

Para $c_1 = 10 \text{ g/L}$, escoja $v = 10^{-3} \text{ cm/s}$ o $36 \text{ L/m}^2 \cdot \text{h}$. De la ecuación (29.52),

$$\ln \frac{c_s}{c_1} = \frac{v}{k_c} = \frac{10^{-3}}{3.9 \times 10^{-4}} = 2.56$$

$$c_s = 12.9 c_1 = 129 \text{ g/L}$$

A c_s , $\pi = 4.4 \times 10^{-3} \times 129 - 1.7 \times 10^{-6} (129)^2 + 7.9 \times 10^{-8} (129)^3 = 0.71 \text{ atm}$. Para el completo rechazo de la proteína $\Delta\pi = \pi = 0.71 \text{ atm}$.

$$Q_m = \frac{250 \text{ L}}{\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{atm}} \times \frac{1}{36\,000} = 6.94 \times 10^{-3} \text{ cm/s} \cdot \text{atm}$$

De la ecuación (29.49),

$$\Delta p - \Delta\pi = \frac{10^{-3}}{6.94 \times 10^{-3}} = 0.144 \text{ atm}$$

$$\Delta p = 0.144 + 0.71 = 0.85 \text{ atm}$$

Obsérvese que se necesita la mayoría de la fuerza motriz para superar la diferencia de presión osmótica causada por la polarización de la concentración.

El flux máximo se obtiene a partir de la ecuación (29.53) con $c_s = 300$:

$$v_{\max} = 3.9 \times 10^{-4} \ln \frac{300}{10} = 1.33 \times 10^{-3} \text{ cm/s} = 48 \text{ L/m}^2 \cdot \text{h}$$

En este punto,

$$\Delta p - \Delta \pi = \frac{1.33 \times 10^{-3}}{6.94 \times 10^{-3}} = 0.19 \text{ atm}$$

Para $c = 300$, $\pi = 3.3 \text{ atm}$

$$\Delta p = 3.3 + 0.19 = 3.49 \text{ atm}$$

Se hacen cálculos similares para otros valores de v de 10^{-4} hasta $v_{\text{máx}}$, y el flujo se grafica contra la caída de presión en la figura 29.30. El flux previsto es constante para $\Delta p > 3.5$, y se presume que se forma una capa de gel de creciente grosor a medida que se incrementa la presión; pero en la práctica, el flux podría descender levemente debido a la compresión de la capa de gel.

Las curvas para las tres concentraciones son similares en su forma, pero el flux es cero hasta que la diferencia de presión exceda la presión osmótica de la solución, y la intersección es más notable para concentraciones más elevadas.

b) Si $Q_m = 250/5 = 50 \text{ L/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{atm}$, $v_{\text{máx}}$ no cambia, pero se necesita una mayor Δp para cualquier valor de v . Por ejemplo, a $v = 0.5 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$ y $c_1 = 40 \text{ g/L}$,

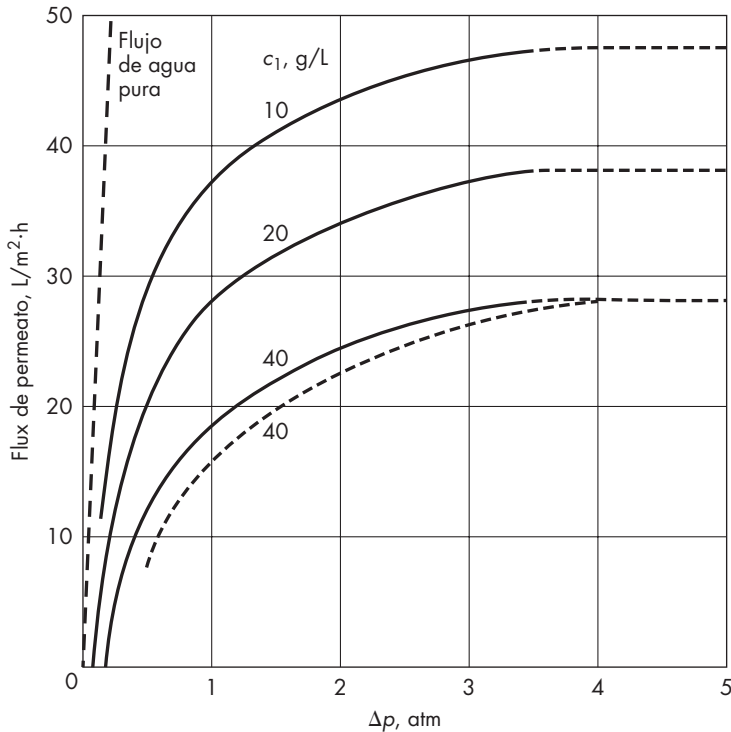


FIGURA 29.30

Efectos de la caída de presión y la concentración en el flux para el ejemplo 29.3:

a) — $Q_m = 250 \text{ L/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{atm}$; b) $Q_m = 50 \text{ L/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{atm}$.

$$Q_m = 50 \times \frac{1}{36000} = 1.39 \times 10^{-3} \text{ cm/s} \cdot \text{atm}$$

$$\Delta p - \Delta \pi = \frac{0.5 \times 10^{-3}}{1.39 \times 10^{-3}} = 0.36 \text{ atm}$$

$$\ln c_s/c_1 = v/k_c = \frac{0.5 \times 10^{-3}}{3.9 \times 10^{-4}} = 1.282$$

$$\frac{c_s}{c_1} = 3.6$$

$$c_s = 3.6 \times 40 = 144$$

$$\pi = 0.83 = \Delta \pi$$

$$\Delta p = 0.36 + 0.83 = 1.19 \text{ atm}$$

La línea punteada de la figura 29.30 muestra que el efecto más grande de la menor permeabilidad de la membrana es de 30% de reducción en el flux a bajas caídas de presión.

Rechazo parcial de solutos. En muchas aplicaciones de la UF, las membranas seleccionadas tienen algunos poros que son más grandes que las moléculas de soluto, y el soluto se rechaza sólo parcialmente. La fracción rechazada R se define algunas veces utilizando las concentraciones de la alimentación y el permeado:

$$R_F \equiv 1 - \frac{c_P}{c_F} \quad (29.57)$$

Puesto que las concentraciones varían a lo largo de la longitud de un separador, una definición más fundamental de R se basa en las composiciones locales permeada y retenida c_1 y c_2 (véase figura 29.4):

$$R \equiv 1 - \frac{c_2}{c_1} \quad (29.58)$$

El rechazo R depende sobre todo de la relación del tamaño de soluto con respecto al tamaño del poro λ , que determina el coeficiente de partición K , y de la relación v/k_c , que determina el efecto de la polarización de la concentración. A partir de las ecuaciones (29.52) y (29.58)

$$c_s = c_1 \left(1 - R + R \exp \frac{v}{k_c} \right) \quad (29.59)$$

Si la difusión en la membrana es despreciable y el soluto se transporta a través de los poros por medio del flujo permeado, la concentración del permeado es la misma a medida que está en equilibrio con c_s :

$$c_2 = Kc_s \quad (29.60)$$

Combinando las ecuaciones (29.58), (29.59) y (29.60) conduce a

$$\frac{1-R}{R} = \frac{K}{1-K} \exp \frac{v}{k_c} \quad (29.61)$$

Cuando se aplica la ecuación (29.61), el rechazo se aproxima a $1 - K$ a medida que v/k_c se aproxima a cero, y el rechazo disminuye con el aumento del flux por unidad de área debido a la polarización de la concentración. Para la UF de una disolución de dextrina muy diluida con una membrana tubular,¹⁹ el rechazo varía desde 77 a 93% con la disminución del flux, de acuerdo con la ecuación (29.61) y $K = 0.044$.

Cuando en las disoluciones filtradas de concentración moderada o alta, el flux máximo es bajo, puede llegar a ser importante la difusión molecular en los poros. La ecuación básica para el flux por mitad de área de soluto en la capa selectiva es similar a la ecuación (29.51) para la transferencia de masa en la capa límite, pero el término de la difusión se adiciona al término de la convectivo:

$$vc_2 = vc - D_e \frac{dc}{dy} \quad (29.62)$$

$$\text{donde } D_e = \frac{D_{\text{poro}} \epsilon}{\tau} \quad (29.63)$$

y = distancia desde la superficie de la membrana

Integrando la ecuación (29.62) y suponiendo el mismo factor de partición en ambos límites de la capa selectiva se obtiene

$$\frac{c_2}{c_s} = \frac{K \exp(vL/D_e)}{K - 1 + \exp(vL/D_e)} \quad (29.64)$$

donde L es el espesor de la capa selectiva.

Cuando el término vL/D_e es menor de 2.0, la difusión de solutos tiene un efecto significativo en el rechazo. Puesto que la difusión disminuye el rechazo con flux permeado bajo y la polarización de la concentración es importante a fluxes altos, la fracción rechazada se predice siguiendo un máximo con el flux permeado.²³ El efecto de la difusión debería ser bastante pronunciado si la capa activa es muy delgada, es decir, de 0.1 a 0.2 μm , pero no hay suficientes datos para confirmar esto.

Cuando se efectúa un tratamiento con una mezcla de solutos o partículas coloidales, una capa de gel formada de un material puede aumentar el rechazo para un soluto de peso molecular más bajo. También, después de que una capa de gel se ha formado, la operación a presión alta puede comprimir esta capa y hacerla menos permeable a solutos más pequeños tan bien como al disolvente.

Diafiltración

La diafiltración es un proceso para extraer sales y solutos de bajo peso molecular de una solución de macromoléculas. Difiere de la diálisis (véase capítulo 26) en que se usa una diferencia de presión para forzar a la solución a pasar a través de la membrana en tanto que las grandes moléculas se quedan detrás. En una aplicación típica, un lote de una solución de proteína diluida se concentra en un módulo de ultrafiltración que no cambia la concentración de la sal pero incrementa la relación de la proteína con respecto a la sal. Luego se realiza la diafiltración por medio de agregar agua desionizada al tanque de alimentación en forma continua mientras se bombea la solución a través del mismo módulo UF hasta que se alcance la baja concentración de sal que se desea.²⁴

Algunas veces, se necesita un paso final de ultrafiltración para obtener una solución más concentrada de proteína. Para partidas pequeñas, la diafiltración se puede realizar agregando agua en forma intermitente al tanque de alimentación, aunque esto es menos eficiente que la adición continua.

Cuando al volumen de la solución retenida se mantiene constante, el cambio en la concentración de la sal puede calcularse por un simple balance de masa:

$$V \frac{dc}{dt} = -Fc (1 - R) \quad (29.65)$$

donde V = volumen de la solución en el tanque de alimentación

F = flux del permeato (también flux de alimentación si V es constante)

R = fracción rechazada

c = concentración de la sal

Cuando no hay rechazo de la sal, $R = 0$ y la ecuación (29.65) se integra obteniendo.

$$\ln \frac{c}{c_0} = -\frac{Ft}{V} \quad (29.66)$$

De este modo, para $c / c_0 = 0.05$, el volumen de agua que se va a añadir es 3.0 veces el volumen inicial. El tiempo de diafiltración se calcula a partir de la cantidad de agua extraída y la velocidad de permeación, que debería ser constante porque la concentración de la proteína no cambia. El cambio en la concentración de sal no debe afectar la permeabilidad.

Si la diafiltración se realizará después de haber alcanzado la concentración de proteína deseada por medio de ultrafiltración, el volumen retenido de la solución sería bajo y el volumen requerido de agua para la diafiltración sería mínimo. Sin embargo, la velocidad de permeación sería bastante baja y el tiempo total de filtración sería grande. Si la diafiltración comenzó con un gran volumen de solución de proteína diluida, la velocidad de permeación sería elevada, pero se necesitaría una mayor cantidad de agua. El óptimo de concentración inicial se puede determinar si se conoce la relación de flux contra concentración y si no hay un progresivo ensuciamiento de la membrana. Cuando se puede aplicar la ecuación (29.53), el óptimo es^{6a}

$$c_{\text{opt}} = c_g / e \quad (29.67)$$

Ensuciamiento de la membrana. Un problema común en la operación de las unidades de ultrafiltración es la disminución gradual en el flux permeado causado por el ensuciamiento de la membrana. Al comienzo hay generalmente un flux inicial alto correspondiente a la permeabilidad del agua pura y después una disminución rápida a un valor muy bajo, limitado por la polarización de la concentración. A esto con frecuencia le sigue una disminución gradual en la velocidad de flujo permeado sobre un periodo de varias horas, resultante de algún tipo de ensuciamiento de la membrana. Las moléculas o partículas ligeramente más pequeñas que el tamaño del poro pueden entrar en la membrana pero llegan a bloquearse en las contracciones de los poros. Algunas moléculas en la alimentación pueden ser adsorbidas con fuerza en las paredes porosas, reduciendo el diámetro de los canales y aumentando la resistencia de la membrana. También es posible que formen depósitos en la superficie de la membrana por precipitación o por adsorción.

La disminución de flux es causada por el ensuciamiento de la membrana o por la compactación de la capa de gel, la membrana se limpia por lo general invirtiendo el flujo, o para membranas tubulares, mediante limpieza mecánica. Para el ensuciamiento interno, se requiere de limpieza con disoluciones químicas. Si se identifica el mecanismo de ensuciamiento, el cambio en la disolución química, el pretratamiento de la superficie de la membrana o la elección cuidadosa de las condiciones de operación pueden prolongar en gran medida el periodo de operación satisfactoria. Por ejemplo, un cambio en el pH puede disminuir la cantidad de adsorción, o bien, operar con una caída de presión relativamente baja puede dar un flux inicial más pequeño pero un flux promedio más grande debido al menor taponamiento de los poros.

En los módulos comerciales de UF, se utilizan elevadas velocidades de flux para obtener una buena transferencia de masa, y la caída de presión por fricción puede ser de 1 a 2 atm. Esto hace que el flux de filtrado cerca de la entrada sea mucho mayor que cerca de la salida, dado que la Δp global es de sólo unas pocas atmósferas y la caída de presión por fricción sobre el lado del permeato es bastante pequeña. Para obtener un flux más uniforme y disminuir las posibilidades de formación de gel y de ensuciamiento, el espacio de permeato se puede empacar con cuentas pequeñas y reciclar el permeato en un flux paralelo con la alimentación, para mantener Δp alrededor del mismo valor a lo largo de la unidad.

EJEMPLO 29.4 Ensayos de ultrafiltración con una membrana tubular de 1.5 cm a $Re = 25\,000$ proporciona un flux permeado de $40 \text{ L/m}^2 \cdot \text{h}$ y 75% de rechazo para una disolución de polímero al 5%. El polímero tiene un peso molecular promedio de 30 000, y la difusividad estimada es de $5 \times 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{s}$. a) Despreciando el efecto de la difusión molecular en los poros, prediga la fracción rechazada para un flujo de $20 \text{ L/m}^2 \cdot \text{h}$, y prediga el rechazo máximo. b) Estime la fracción rechazada para la fracción de menor peso molecular del polímero con $M \cong 10\,000$. c) Si el espesor de la capa selectiva es de $0.2 \mu\text{m}$, ¿tiene un efecto significativo la difusión molecular en el rechazo para el caso a)?

Solución

a) Caso base:

$$v = 40 \times 2.78 \times 10^{-5} = 1.112 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$$

$$Sc = \frac{0.01}{5 \times 10^{-7}} = 20\,000$$

A partir de la ecuación (17.71)

$$Sh = 0.0096(25\,000)^{0.913}(20\,000)^{0.346} = 3\,060$$

$$k_c = \frac{3\,060(5 \times 10^{-7})}{1.5} = 1.02 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$$

$$\frac{1-R}{R} = \frac{0.25}{0.75} = \frac{K}{1-K} \exp \frac{1.112 \times 10^{-3}}{1.02 \times 10^{-3}}$$

$$\frac{K}{1-K} = 0.112$$

$$K = \frac{0.112}{1.112} = 0.101$$

Si el flux se reduce a $20 \text{ L/m}^2 \cdot \text{h}$ o $0.556 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$,

$$\frac{1-R}{R} = \frac{0.101}{0.899} \exp \frac{0.556}{1.02} = 0.194$$

$$R = \frac{1}{1.194} = 0.84$$

Cuando el flux se aproxima a cero, R se aproxima a $1 - K$:

$$R_{\text{máx}} = 1 - 0.101 = 0.90$$

b) Utilice la figura 29.21 para un cálculo aproximado. Localice el punto $R_1 = 0.75$ y $M_1 = 30\,000$ en la gráfica, y dibuje una línea similar a la de PM 30. En $M_2 = 10\,000$, $R_2 \cong 0.35$. Para un cálculo independiente, prediga K y k_c . Si $K_1 = 0.101 = (1 - \lambda_1)^2$,

$$\lambda_1 = 0.682 = \frac{D_1}{D_{\text{poro}}}$$

$$D_2 \cong D_1 \left(\frac{10\,000}{30\,000} \right)^{1/3} = 0.694 D_1$$

$$\lambda_2 = 0.682(0.694) = 0.473$$

$$K_2 = (1 - 0.473)^2 = 0.278$$

La difusividad de moléculas grandes varía con el tamaño elevado a la potencia $-\frac{1}{3}$ y k_c varía con $D_v^{0.65}$ o $M^{-0.22}$:

$$k_{c_2} = k_{c_1} \times 3^{0.22} = 1.02 \times 10^{-3} \times 1.27 = 1.29 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$$

A $v = 1.112 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$,

$$\frac{1-R_2}{R_2} = \frac{0.278}{1-0.278} \exp \frac{1.112}{1.29} = 0.912$$

$$R_2 = \frac{1}{1.912} = 0.52$$

Este valor se aprecia que es más alto que el estimado de 0.35, pero en cualquier caso, una separación pronunciada no es posible para moléculas que difieren tres veces en el peso molecular.

c) Para $M = 30\,000$ y $D_v = 5 \times 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{s}$, se estima

$$D_{\text{poro}} = 1 \times 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{s} \quad \varepsilon = 0.5 \quad \tau = 2$$

$$D_e = 2.5 \times 10^{-8} \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$L = 0.2 \text{ } \mu\text{m} = 2 \times 10^{-5} \text{ cm}$$

$$\frac{vL}{D_e} = \frac{(5.56 \times 10^{-4})(2 \times 10^{-5})}{2.5 \times 10^{-8}} = 0.445$$

A partir de la ecuación (29.64) con $K = 0.101$,

$$\frac{c_2}{c_s} = \frac{0.101 \exp 0.445}{0.101 - 1 + \exp 0.445} = 0.24$$

La difusión en la membrana hace que la concentración del permeado sea aproximadamente el doble, tan alta como sería si $c_2 = Kc_s = 0.101c_s$. Esto indica que el coeficiente de partición es menor que el estimado en la parte a).

Microfiltración

No existe una división tajante entre la microfiltración, que trata suspensiones de partículas pequeñas y la ultrafiltración, que generalmente maneja soluciones de grandes moléculas. Para partículas muy pequeñas, como las esferas de polímeros en pinturas al látex de $0.1 \mu\text{m}$, se puede aplicar cualquier término. Sin embargo, para partículas de este tamaño o más grandes, la presión osmótica se puede despreciar y la difusividad molecular es demasiado baja como para contar en una transferencia de masa significativa lejos de la superficie de la membrana. El flux del solvente en la microfiltración es generalmente más pequeño que el flux con agua pura, y decrece al aumentar la concentración como lo muestra la figura 29.31. Obsérvese que los datos para suspensiones de látex indican una concentración de gel de alrededor de 60%, que es razonable para un lecho de esferas estrechamente empaçadas. Sin embargo, el flux para suspensiones de látex, que tiene partículas de alrededor de $0.1 \mu\text{m}$ de diámetro, es de 2 a 3 veces más grande que el de la albúmina ($M = 170\,000$, $D_p = 7 \times 10^{-3} \mu\text{m}$), no obstante que su difusividad es mucho más baja. Las pruebas con sangre total, leche u otras suspensiones coloidales dan resultados similares: fluxes mucho mayores que los esperados basados en la difusión molecular y en las correlaciones estándar de transferencia de masa. Este fenómeno se denomina la *paradoja del flux*. Algo más que la difusión molecular debe ser responsable de la transferencia de partículas de la superficie de la membrana o de la capa de gel de regreso hacia la corriente principal. Se han desarrollado teorías para las suspensiones de partículas esféricas uniformes, con el fin de ayudar a comprender la paradoja del flux y servir de guía en la selección de condiciones de operación.

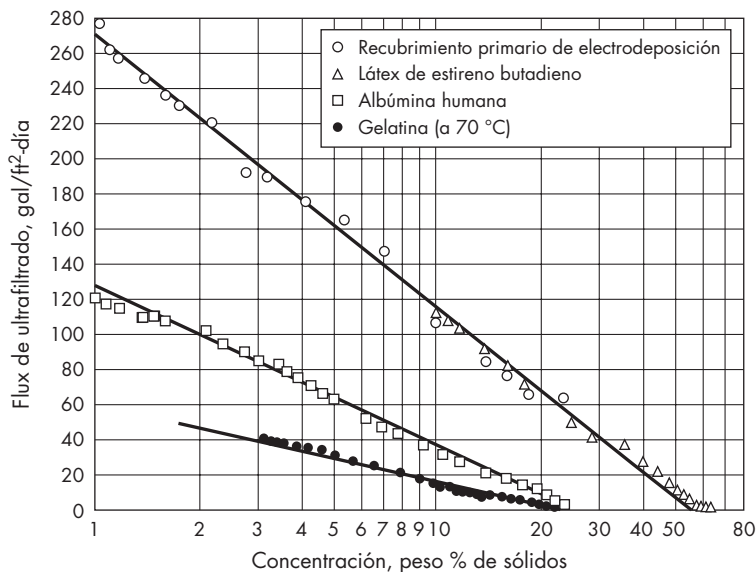


Figura 29.31
Efecto de la concentración del soluto en el flujo (según Porter³⁴).

Se han realizado estudios fundamentales de partículas en movimiento para flujo laminar de suspensiones diluidas en canales o tubos diminutos. Partículas neutralmente boyantes en un tubo no poroso tienden a moverse lejos de la pared debido a una fuerza de sustentación inercial, proporcionando una zona libre de partículas cerca de la pared. Esto recibe el nombre de efecto tubular de contracción. Cuando la pared es porosa, como en la microfiltración, el flujo hacia la pared ejerce un arrastre en las partículas opuesto a la fuerza de sustentación. Para partículas de $10\ \mu\text{m}$ o más grandes, la fuerza de sustentación inercial es con frecuencia suficientemente grande para mantener a la partícula a una cierta distancia de la pared.¹ Trayectorias medidas para partículas aisladas son acordes con las predicciones, pero no se ha extendido la teoría para suspensiones concentradas o flujo turbulento.³

Para partículas de $1\ \mu\text{m}$, la fuerza inercial es muy pequeña con relación a la fuerza de arrastre, y se predice que la formación rápida de una partícula o capa de gel se produce a una distancia corta desde la entrada del canal.³⁵ La capa alcanza el espesor de estado estacionario cuando el número de partículas que llega a la capa de gel por el flujo permeado se equilibra por el movimiento hacia fuera de las partículas de la parte superior de la capa. El esfuerzo cortante elevado cerca de la superficie causa un movimiento desordenado de las partículas, que expanden la capa y conducen a la migración de las partículas lejos de la pared.¹³ Esta *dispersión de corte inducida* y el movimiento de las partículas hacia regiones de concentración más baja puede ser modelado con la difusividad de partícula D_s que es proporcional a la velocidad de corte y al cuadrado del tamaño de la partícula. Una ecuación empírica para la dispersión de las partículas en flujo laminar fue obtenida mediante el seguimiento de partículas radiactivas en un aparato de flujo de Couette¹⁶

$$D_s = 0.03\gamma r^2 \quad (29.68)$$

donde D_s = difusividad de corte inducida, cm^2/s

γ = velocidad de corte, s^{-1}

r = radio de la partícula, cm

Esta ecuación, cuando se combina con la (29.53) y con la de transferencia de masa en flujo laminar [ecuación (17.64)], proporciona un ajuste razonable para los datos del flux limitante en varios estudios de microfiltración.⁴⁵ Es necesario realizar más investigaciones para entender los efectos de la forma de las partículas y la distribución de tamaño, así como para ampliar la correlación con respecto al flujo turbulento.

Aunque el flux permeado aumenta con la velocidad de flujo transversal, velocidades mayores que unos pocos metros por segundo son en general imprácticas debido a la gran caída de presión. Otra manera de suministrar un efecto cortante alto en la superficie de la membrana es utilizar una placa de filtro rotatorio o un disco rotatorio muy cerca de las placas de filtración. Varios aparatos de este tipo se han probado y mostrado²⁹ para obtener fluxes de 100 a 300 $\text{L}/\text{m}^2 \cdot \text{h}$.

PROCESOS DE SEDIMENTACIÓN POR GRAVEDAD

Muchos métodos de separación mecánica se basan en la sedimentación de las partículas sólidas o gotas de líquido a través de un fluido, impulsadas por la fuerza de gravedad o por la fuerza centrífuga. Esta sección trata con una sedimentación por gravedad y la

siguiente por sedimentación centrífuga. El fluido puede ser un gas o un líquido; puede estar en movimiento o en reposo. En algunos casos, el objetivo del proceso es separar las partículas de una corriente de fluido con el fin de eliminar contaminantes del fluido o bien recuperar las partículas, como en el caso de eliminación de polvos y humos del aire o gases de combustión, o la separación de sólidos de líquidos residuales. En otros problemas, las partículas se suspenden deliberadamente en fluidos con el fin de obtener separaciones en fracciones de diferentes tamaños o densidades. Entonces el fluido es recuperado a veces para reutilizarse a partir de partículas fraccionadas.

Los fundamentos de la mecánica de partículas sometidas a las operaciones descritas aquí se han estudiado en el capítulo 7. Si una partícula comienza en reposo con respecto al fluido en el que está inmerso y después se mueve a través del fluido por la acción de una fuerza externa, su movimiento se divide en dos etapas. La primera de ellas es un periodo corto de aceleración durante el cual la velocidad aumenta desde cero hasta la velocidad terminal. La segunda etapa es el periodo de velocidad terminal.

Puesto que el periodo de aceleración inicial es corto, por lo general del orden de las décimas de segundo o menos, los efectos de la aceleración inicial son de pequeña duración. Por otra parte, las velocidades terminales pueden mantenerse durante el tiempo que las partículas estén bajo tratamiento en el equipo. Las ecuaciones tales como (7.30) y (7.32) son aplicables durante el periodo de aceleración, mientras que las ecuaciones (7.40) y (7.43) lo son durante el periodo de velocidad terminal. Algunos métodos de separación, tales como el cribado hidráulico y las mesas de sacudidas, dependen de la diferencia de comportamiento de las partículas durante el periodo de aceleración. Sin embargo, los métodos más frecuentes, incluyendo todos los descritos aquí, solamente utilizan el periodo de la velocidad terminal.

Las partículas más pesadas que el fluido en el que están suspendidas pueden separarse de un gas o un líquido en un tanque de sedimentación grande, donde la velocidad de fluido es baja y las partículas tienen tiempo suficiente para sedimentar. Sin embargo, los dispositivos sencillos de este tipo tienen una utilidad limitada debido a que la separación no es completa y se requiere mucha mano de obra para retirar las partículas sedimentadas del fondo del tanque.

Casi todos los separadores industriales están provistos de un sistema para la separación continua de los sólidos sedimentados. La separación puede ser parcial o prácticamente completa. Un sedimentador que separa casi todas las partículas de un líquido se conoce como un *clarificador*, mientras que un dispositivo que separa los sólidos en dos fracciones recibe el nombre de *clasificador*. A ambos tipos de aparatos se aplican los mismos fundamentos de sedimentación.

Clasificadores por gravedad

La mayor parte de los clasificadores utilizados en los procesos químicos separan las partículas por tamaños, en situaciones en las que la densidad de las partículas finas es la misma que la de las gruesas. La pierna de elutriación del cristalizador que se muestra en la figura 27.11 es un ejemplo. Ajustando la velocidad ascendente del líquido de tal forma que sea inferior a la velocidad de sedimentación terminal de los cristales grandes, este dispositivo devuelve los cristales finos no deseados a la zona de cristalización para su posterior crecimiento.

Los clasificadores mecánicos son muy utilizados en la molienda de un circuito cerrado, especialmente en las operaciones metalúrgicas. En este caso, las partículas relativamente gruesas se llaman *arenas*, mientras que la suspensión de partículas finas recibe el nombre de *limos*. Se deja tiempo suficiente para que las arenas sedimenten hasta el fondo del dispositivo mientras que los limos salen con el líquido efluente.

En un clasificador mecánico típico, el tanque de sedimentación es semicilíndrico y está inclinado con un ángulo de aproximadamente 12° con la horizontal, con un sobreflujo de líquido en el extremo más bajo. La suspensión es alimentada de manera continua a la mitad del vertedor. La velocidad de flujo se ajusta de tal manera que los finos no tengan tiempo de sedimentarse pero sí para ser llevados fuera con el líquido en sobreflujo. Las partículas grandes se hunden en el fondo del vertedor. Un transportador de hélice rotatoria mueve los sólidos sedimentados hacia arriba a lo largo del piso del vertedor, fuera del estanque de líquido y arriba hacia el tobogán de descarga de arenas. Tal clasificador funciona bien con las partículas gruesas donde no se requieren separaciones exactas. Las aplicaciones típicas están en conexión con los molinos de bolas o barras para reducción a tamaños de partículas entre 8 y 20 mallas.

Clasificadores lavadores

Los dispositivos que separan partículas de diferente densidad se conocen como *clasificadores lavadores*. Se utilizan los dos métodos principales de separación: hundimiento y flotación, y sedimentación diferencial.

Métodos de hundimiento y flotación. Los métodos de hundimiento y flotación utilizan un medio líquido de separación cuya densidad es intermedia entre el material ligero y el pesado. La separación se produce porque las partículas pesadas sedimentan a través del medio, mientras que las más ligeras flotan. Este método presenta la ventaja, en principio, de que la separación depende sólo de la diferencia de densidades de las dos sustancias y es independiente del tamaño de las partículas. Este método también se denomina *separación de fluido espeso*.

Los procesos de separación con fluidos espesos o densos se utilizan para tratar partículas relativamente gruesas, por lo general mayores de 10 mallas. El primer problema en la utilización de hundimiento y flotación es la elección de un medio líquido con la densidad adecuada para que el material ligero flote y el pesado se hunda. Se pueden utilizar líquidos verdaderos, pero como la densidad del medio debe estar comprendida en el intervalo de 1.3 a 3.5 o por arriba de él, existen pocos líquidos que sean suficientemente densos, baratos, no tóxicos y no corrosivos. Es posible emplear hidrocarburos halogenados y disoluciones de CaCl_2 para este propósito. Lo más frecuente es utilizar un pseudolíquido consistente en una suspensión acuosa de partículas finas de un mineral pesado. Se utiliza magnetita (gravedad específica de 5.17), ferrosilicio (gravedad específica de 6.3 a 7.0) y galena (gravedad específica de 7.5). Es posible variar la relación de mineral a agua a fin de obtener un amplio intervalo de densidades del medio. Deben existir dispositivos para introducir la mezcla a separar, para retirar las corrientes superior e inferior y para recuperar el fluido de separación que puede ser relativamente caro en comparación con los materiales a tratar. Se utiliza la sedimentación impedida. El carbón limpiador y los minerales concentrados son aplicaciones comunes de hundimiento y flotación. En condiciones adecuadas, se han

reportado⁴¹ separaciones de limpieza entre materiales cuya diferencia de gravedad específica es solamente de 0.1.

Métodos de sedimentación diferencial. Los métodos de sedimentación diferencial utilizan la diferencia entre las velocidades terminales que pueden existir entre sustancias de diferente densidad. La densidad del medio es menor que la de cualquiera de las sustancias. La desventaja de este método reside en que como la mezcla de materiales a separar comprende un intervalo de tamaños de partícula, las más grandes y ligeras sedimentarán con la misma velocidad que las más pequeñas y pesadas, por lo que se obtendrá una fracción mezclada.

En la sedimentación diferencial ambos materiales, ligero y pesado, sedimentan a través del mismo medio. Este método se basa en el concepto de partículas con igual velocidad de sedimentación. Considere partículas de dos materiales A y B que sedimentan a través de un medio de densidad ρ . Sea el material A el más pesado; por ejemplo, galena (gravedad específica de 7.5) y el material B cuarzo (gravedad específica de 2.65). La velocidad terminal de una partícula de tamaño D_p y de densidad ρ_p que sedimenta por gravedad a través de un medio de densidad ρ viene dada por la ecuación (7.40) para la sedimentación en el régimen de la ley de Stokes. Para una partícula de galena de densidad ρ_{pA} y diámetro D_{pA} , esta ecuación se escribe como

$$u_{tA} = \frac{gD_{pA}^2(\rho_{pA} - \rho)}{18\mu} \quad (29.69)$$

Para una partícula de cuarzo de densidad ρ_{pB} y diámetro D_{pB}

$$u_{tB} = \frac{gD_{pB}^2(\rho_{pB} - \rho)}{18\mu} \quad (29.70)$$

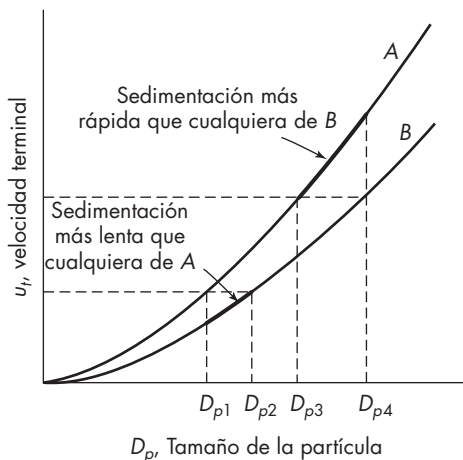
Por lo tanto, para partículas que sedimentan con igual velocidad $u_{tA} = u_{tB}$

$$\frac{D_{pA}}{D_{pB}} = \sqrt{\frac{\rho_{pB} - \rho}{\rho_{pA} - \rho}} \quad (29.71)$$

Para la sedimentación en el intervalo de la ley de Newton, los diámetros de las partículas con igual velocidad de sedimentación, según la ecuación (7.43), están relacionados por la ecuación

$$\frac{D_{pA}}{D_{pB}} = \frac{D_{pB} - \rho}{\rho_{pA} - \rho} \quad (29.72)$$

El significado en un proceso de separación de la anterior relación de diámetros se muestra en la figura 29.32, en la que se representan curvas de u_t frente a D_p para los componentes A y B sedimentando en el régimen intermedio de la leyes de Stokes y de Newton. Suponga que el intervalo de diámetros de ambas sustancias está comprendido entre los puntos D_{p1} y D_{p4} sobre el eje de las abscisas. Todas las partículas del componente ligero B , que tienen diámetros comprendidos entre D_{p1} y D_{p2} , sedimentarán más lento que cualquier partícula de la sustancia pesada A y en teoría pueden obtenerse como una fracción pura. De manera análoga, las partículas de la sustancia A que tienen

**FIGURA 29.32**

Partículas con igual velocidad de sedimentación.

diámetros comprendidos entre D_{p3} y D_{p4} sedimentan más rápido que cualquier partícula de la sustancia B y también se pueden obtener como una fracción pura. Pero cualquier partícula ligera con un diámetro comprendido entre D_{p2} y D_{p4} sedimenta con la misma velocidad que una partícula de la sustancia A en el intervalo de tamaños comprendidos entre D_{p1} y D_{p3} , y todas las partículas con estos intervalos de tamaños forman una fracción mezclada.

Las ecuaciones (29.71) y (29.72) indican que la nitidez de la separación mejora si se aumenta la densidad del medio filtrante. También en la figura 29.32 se aprecia claramente que la fracción mezclada se puede reducir o eliminar si los tamaños de la alimentación son más próximos. Por ejemplo, si el intervalo de tamaños de la alimentación está comprendido entre D_{p3} a D_{p4} en la figura 29.32, es posible obtener una separación completa.

Clarificadores y espesadores

La separación por gravedad bajo condiciones de sedimentación impedida se utiliza con frecuencia para convertir una suspensión diluida de partículas finas dentro de un líquido clarificador y una suspensión concentrada. El proceso se efectúa en unos tanques grandes abiertos llamados espesadores o clarificadores. La suspensión concentrada, o lodo, se filtra para producir un producto más seco, pero el costo de la etapa de filtración es mucho menor que si la suspensión original se filtrara directamente. El líquido clarificador está libre o casi libre de partículas suspendidas, y puede reutilizarse como agua para proceso o descargarse como desecho.

Floculación. Si los sólidos en la suspensión son principalmente partículas individuales de sólo unos pocos micrómetros de diámetro, la velocidad de sedimentación por gravedad será muy lenta y quizá también lenta para una operación práctica. Por fortuna, en muchas suspensiones finas, las partículas forman aglomerados o agregados de partículas que sedimentan a velocidades razonables. La aglomeración es a veces promovida por la adición de agentes floculantes incluyendo electrolitos fuertes, que reducen las fuerzas

repulsivas entre las partículas cargadas, o floculantes poliméricos de carácter catiónico, aniónico o no iónico. La floculación se realiza también por adición de materiales baratos tales como cal, alúmina o silicato de sodio, que forman aglomerados libres que se precipitan junto con los finos.

Las partículas floculadas tienen diferentes características de sedimentación a partir de suspensiones de sólidos dispersos densos. Los agregados tienen una alta porosidad y retienen una cantidad de agua considerable que acompaña los flóculos cuando se sedimentan. Los agregados también están unidos holgadamente, y los lodos en el fondo del sedimentador se comprimen por el peso de los sólidos adicionales. A causa de su tamaño, forma y densidad efectiva, los flóculos no se definen con facilidad, y no es posible predecir la velocidad de sedimentación o la densidad del lodo a partir de teorías o correlaciones generales. El diseño de espesadores se basa por lo general en las medidas de las velocidades de sedimentación obtenidas a partir de pruebas discontinuas en el laboratorio.

Sedimentación discontinua. Existen varias etapas en la sedimentación de una suspensión floculada, y diferentes zonas se forman conforme se desarrolla la sedimentación. Por lo general, la concentración de sólidos es lo suficientemente alta de modo que la sedimentación de partículas individuales o flóculos se ve impedida por otros sólidos a tal grado que todos los sólidos a un nivel dado sedimentan a una misma velocidad. Al principio, los sólidos se distribuyen de manera uniforme en el líquido, tal como se muestra en la figura 29.33a. La profundidad total de la suspensión es Z_0 . Después de un corto tiempo, los sólidos se han sedimentado proporcionando una zona de líquido claro, la zona A de la figura 29.33b, y una zona D de sólidos sedimentados. Encima de la zona D está una capa de transición, zona C, cuyo contenido en sólidos varía desde el de la pulpa original hasta el de la zona D. En la zona B, la concentración es uniforme e igual a la concentración original, puesto que la velocidad de sedimentación es la misma a través de esta zona. Los límites entre las zonas D y C, y entre C y B pueden no ser distinguidas, pero los límites entre las zonas A y B están bien definidos.

A medida que la sedimentación continúa, se incrementa la profundidad de las zonas D y A. La profundidad de la zona C permanece casi constante, y la de la zona B

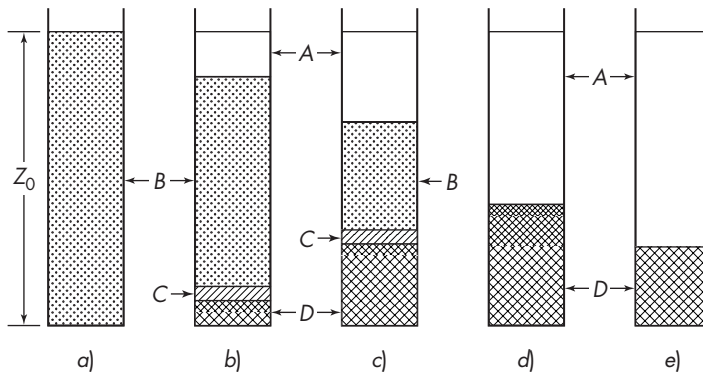


FIGURA 29.33

Sedimentación discontinua.

disminuye. Esto se observa en la figura 29.33c. Posteriormente la zona *B* desaparece y todos los sólidos están en las zonas *C* y *D* (véase figura 29.33d). Por otra parte, la acumulación gradual de los sólidos ejerce presión sobre el material en el fondo, comprimiendo los sólidos en la capa *D*. La compresión derrumba la estructura de flóculos y agregados, y el líquido se expelle hacia las zonas más altas. En algunas ocasiones el líquido en los flóculos se expulsa hacia fuera de la zona *D* como pequeños géiseres a medida que la capa *D* se comprime. Finalmente, cuando el peso de los sólidos está balanceado por la fuerza compresiva de los flóculos, el proceso de sedimentación se detiene, tal como se muestra en la figura 29.33e. Se llama sedimentación a todo el proceso ilustrado en la figura 29.33.

Velocidad de sedimentación. En la figura 29.34 se muestra la representación gráfica típica de la altura de la interfase (el límite entre las zonas *A* y *B*) con respecto al tiempo. Tal como indica la primera parte de la curva, durante la primera etapa de sedimentación la velocidad es constante. Cuando la zona *B* desaparece, la velocidad

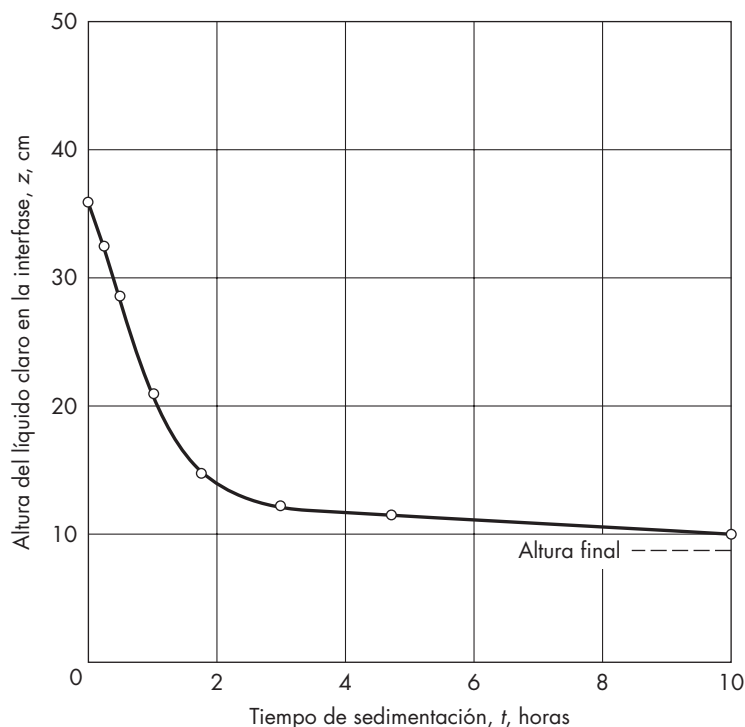


FIGURA 29.34

Sedimentación discontinua de una suspensión de piedra caliza, $c_0 = 236$ g/L. (Autorización de Foust et al., "Principles of Unit Operations", 2a. ed., Wiley, Nueva York, 1980. Copyright © 1980 por John Wiley & Sons, Inc. Reimpreso con autorización de John Wiley & Sons, Inc.)

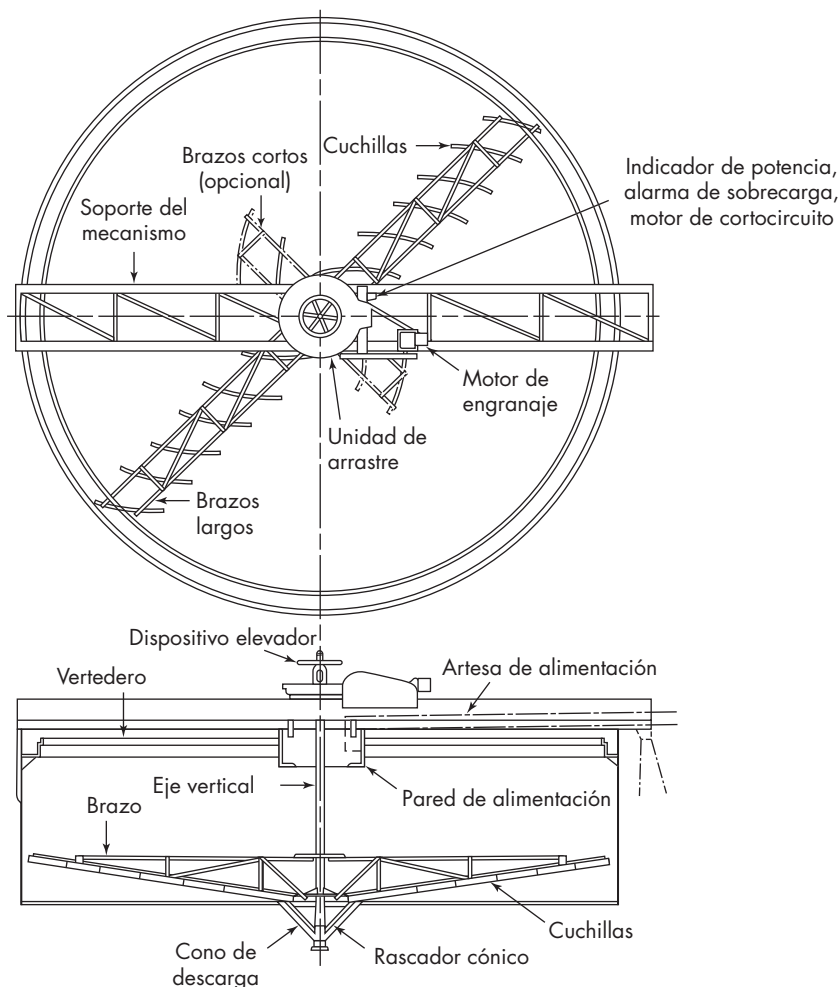
de sedimentación empieza a disminuir y cae continuamente hasta que se alcanza la última altura. Para el ejemplo mostrado, la altura de la interfase fue disminuyendo en 20 h, y sólo se estimó la última altura.

Las suspensiones varían enormemente durante la sedimentación en sus velocidades de sedimentación y en las alturas relativas de varias zonas. La velocidad inicial está en función de la concentración de la alimentación, pero en las últimas etapas, la velocidad de sedimentación depende también de la altura inicial Z_0 , puesto que los efectos de compresión son muy importantes con las capas de lodo espeso. Para el diseño de un espesador son necesarios estudios experimentales de la velocidad de sedimentación para diferentes alturas y concentraciones iniciales.

Equipo de sedimentación: espesadores

Industrialmente, el proceso que se acaba de describir se realiza a gran escala en equipos llamados *espesadores*. Para partículas que se sedimentan con un velocidad relativamente grande puede resultar adecuado un tanque de sedimentación discontinuo o bien un cono de sedimentación continuo. Sin embargo, para numerosas funciones es preciso emplear un espesor agitado de manera mecánica como el que se muestra en la figura 29.35. Es un tanque grande, relativamente poco profundo, provisto de unos rastrillos o rasquetas radiales que se mueven muy lento accionados desde un eje central. Su fondo puede ser plano o ligeramente cónico. La suspensión de alimentación diluida fluye desde un canal o artesa inclinada hacia el centro del espesador. La suspensión de alimentación siendo más densa que el agua, tiende a fluir hacia abajo hasta que alcanza una zona de igual densidad. Entonces se mueve radialmente hacia fuera a una velocidad decreciente de manera constante, y el flujo se divide de modo gradual entre la suspensión que se mueve hacia abajo y el flujo que se mueve hacia arriba que está casi libre de sólidos. El líquido se mueve radialmente con una velocidad decreciente en forma constante, permitiendo que los sólidos se sedimenten en el fondo del tanque. El líquido claro rebosa hacia un canal por la parte superior del tanque. Los brazos del rastrillo agitan con suavidad los lodos y los desplazan hacia el centro del tanque, de donde se retiran a través de una gran abertura que comunica con la entrada de una bomba de lodos. En algunos diseños, los brazos del rastrillo están pivotados de tal forma que pueden ascender para vencer cualquier obstrucción como terrones o barro endurecidos que pudieran existir en el fondo del tanque.

Los espesadores agitados mecánicamente por lo general son grandes, con valores de 10 a 100 m (30 a 300 ft) de diámetro y 2.5 a 3.5 m (8 a 12 ft) de profundidad. En un espesador grande los rastrillos pueden efectuar una revolución cada 30 minutos. Estos espesadores resultan en especial útiles cuando es preciso tratar grandes volúmenes de una suspensión diluida que debe espesarse, como en el caso de la fabricación de cemento o en la obtención de magnesio a partir de agua de mar. También se utilizan ampliamente en el tratamiento de aguas. La pulpa de alimentación es admitida por la línea central de la unidad a una profundidad aproximada de 1 m por debajo de la superficie del líquido. Arriba del nivel de alimentación está una zona de clarificación en la cual el líquido está casi libre de sólidos. Por debajo del nivel de alimentación está una zona de sedimentación impedida y, cerca del fondo, una zona de compresión en la que la concentración de sólidos es alta. Estas zonas de sedimentación se analizan más adelante en esta sección.

**FIGURA 29.35**Espesador por gravedad. (*Eimco Corp.*)

El volumen de líquido claro producido en una unidad de tiempo por un espesador continuo depende fundamentalmente del área de la sección transversal disponible para la sedimentación, siendo en los sedimentadores industriales casi independiente de la profundidad del líquido. Por lo tanto, las mayores capacidades por unidad de área transversal del tanque se obtienen utilizando un espesador de bandejas múltiples, con varias zonas de sedimentación poco profundas, situadas una encima de otra, en un tanque cilíndrico. Unos agitadores de rastrillos o rasquetas hacen descender los lodos sedimentados desde una bandeja hasta la siguiente. En estos dispositivos se puede realizar un lavado en contracorriente de múltiples etapas. Sin embargo, su diámetro es considerablemente menor que el de los espesadores de una sola etapa.

Las condiciones de operación típicas y criterios de diseño para una variedad de suspensiones están dadas por Perry.^{32c}

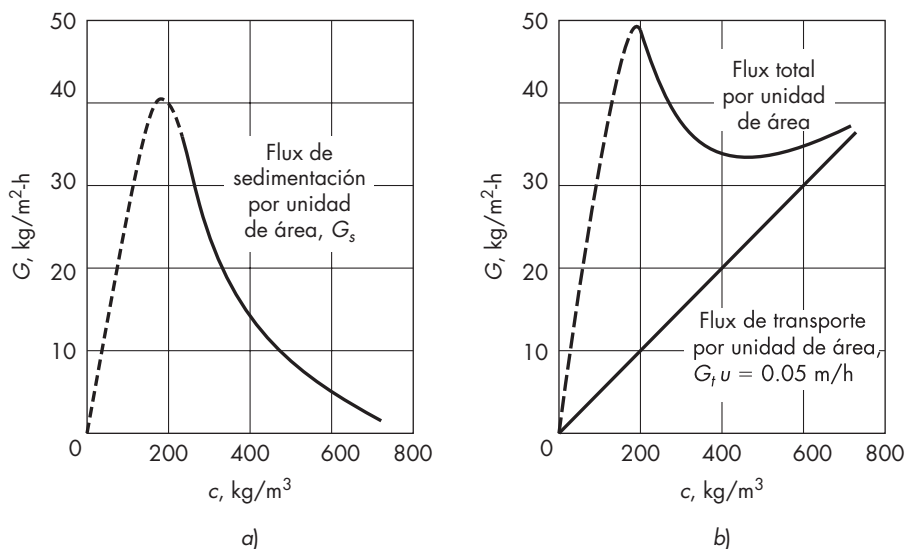
Diseño de clarificadores y espesadores. Las cantidades principales a ser especificadas en el diseño de un espesador son el área de la sección transversal y la profundidad. El área está basada por lo general en la información a partir de las pruebas de sedimentación discontinua, aunque dichas pruebas no simulan muy bien la acción en un espesador continuo. En un cilindro de prueba, no existe volumen de flujo neto, y a medida que los sólidos se sedimentan fuera de la zona, son remplazados por un volumen igual de líquido que proviene desde abajo. Las velocidades de sedimentación medidas son válidas para un marco de referencia de flujo neto cero. En un espesador continuo, la profundidad de las capas es por lo general constante, al menos por un periodo corto, pero algo de líquido fluye hacia abajo con el sólido, y el resto fluye hacia arriba en la zona de clarificación. El diseño se basa en un análisis unidimensional suponiendo que hay un flujo hacia arriba en el clarificador y un flujo hacia abajo en la zona de sedimentación.

En un espesador continuo el flux total descendente de sólidos consta de dos partes: el flux de sólidos transportados por el líquido descendente y el flux adicional que resulta de la sedimentación de los sólidos a través del líquido. El primero de ellos recibe el nombre de flux de transporte por unidad de área G_t y es el producto de la concentración de sólidos c y la velocidad descendente u . El segundo es el flux de sedimentación por unidad de área G_s , que es el producto de la concentración de los sólidos y la velocidad de sedimentación dZ/dt , como se mide en las pruebas discontinuas,

$$G = G_t + G_s = uc + \frac{dZ}{dt} c \quad (29.73)$$

El flux de sedimentación por unidad de área va hasta un valor máximo con el incremento de la concentración, puesto que la velocidad de sedimentación es casi constante a concentraciones muy bajas, pero disminuye muy rápido a concentraciones altas. La figura 29.36a muestra la información para suspensiones de piedra caliza derivadas a partir de la curva de sedimentación de la figura 29.34. Esta información cubre sólo la porción de la curva que se refiere a la declinación del flux por unidad de área, y la línea de trazos muestra la forma aproximada de la curva para bajas concentraciones. Por lo general un espesador opera a una alta concentración de flux descendente, y el diseño se basa en la parte de la curva sobre la declinación del flux por unidad de área.

Los diferentes métodos que se han propuesto para el establecimiento de la curva del flux de sedimentación, con frecuencia dan resultados diferentes. En el método de Coe y Clevenger,¹⁰ la velocidad de sedimentación inicial se mide para varias suspensiones con concentraciones entre la alimentación y las concentraciones de los fluxes inferiores deseadas, y la velocidad de sedimentación se multiplica por la concentración inicial para obtener el flux de sedimentación. Esto supone que la velocidad de sedimentación depende sólo de la concentración, pero en la práctica, la velocidad de sedimentación también depende de la historia tiempo-concentración de la suspensión. Para el método de Kynch²⁸ sólo se necesita una curva de sedimentación discontinua, la cual se utilizó para preparar la figura 29.36. Para cada uno de los diversos tiempos, se dibuja una tangente a la curva de sedimentación para obtener la velocidad

**FIGURA 29.36**

Flux por unidad de área para un espesamiento continuo de una suspensión de piedra caliza: a) flux de sedimentación por unidad de área; b) flux de transporte por unidad de área y densidad total para $u = 0.05$ m/h.

de sedimentación, y la concentración de sólidos correspondiente se estima por el procedimiento siguiente. La tangente se extiende hasta el eje de las ordenadas para dar una intercepción Z_i , y la concentración inicial se multiplica por Z_0/Z_i para obtener la concentración en la parte superior de la zona de sedimentación. Mientras que sólo es necesaria una prueba de laboratorio, las mediciones de las velocidades de sedimentación pueden depender de la concentración inicial y la altura de la suspensión debido a los efectos de la compresión. Otros métodos del análisis de pruebas discontinuas se describen en la bibliografía.^{11, 14, 15, 18, 32b}

El flux aumenta linealmente con la concentración y es mucho menor que el flux de sedimentación a bajas concentraciones, pero se convierte en el factor principal a altas concentraciones. A causa de esta tendencia y el máximo en G_s , el flux total va hasta un valor de máximo y posteriormente a un mínimo con el incremento en la concentración, tal como se muestra en la figura 29.36b. El área requerida del espesador está determinada por el mínimo de la curva del flux total, puesto que una zona de esta concentración tiende a formarse en un espesador continuo que opera a la capacidad de diseño. Si el flujo ascendente es líquido claro, todos los sólidos se eliminan en el flujo descendente, y se determina el área requerida por la cantidad de sólido introducido en la alimentación, que es F_{C_0} , y el flux de sólidos mínimo que desciende:

$$A = \frac{F_{C_0}}{(G_t + G_s)_{\min}} \quad (29.74)$$

El área requerida puede ser disminuida por el incremento de la velocidad descendente, aumentando el flux de los sólidos, pero esto también disminuye la concentración del flujo descendente c_u .

Zonas de sedimentación en espesadores continuos

Los perfiles verticales de concentración típicos se muestran en la figura 29.37. La figura muestra la región de concentración de sólidos muy baja (la zona de clarificación) en la parte superior del espesador; la zona de sedimentación impedida en la mitad, en la que la concentración de sólidos es virtualmente constante; y la región de concentración de sólidos alta (la zona de compresión) cerca del fondo, en la que la concentración de sólidos aumenta conforme el lodo se rastrilla lentamente hacia la descarga. El espesor de estas zonas no se especifica con facilidad, puesto que hay gradientes en concentración tanto radiales como axiales, y los cambios en la velocidad de alimentación o concentración de sólidos lleva a cambios graduales en el espesor promedio de la zona. La zona de sedimentación impedida puede ser a partir de 0.3 hasta tanto como 2 o 3 m de espesor dependiendo de la historia de operación de la unidad. En estado estacionario, el funcionamiento no depende del espesor de esta capa, mientras no se extienda por encima del nivel de alimentación. Si se opera el espesador por un periodo corto a velocidades por encima del valor de diseño, la zona de sedimentación aumenta gradualmente en espesor debido a que la velocidad de alimentación de sólidos excede el límite del flux de sólidos. Si el perfil de concentración normal fuera similar a la curva *a* en la figura 29.37, la operación debería continuar en forma satisfactoria por varias horas a medida que la altura de la zona de sedimentación aumenta muy lento. Si el perfil de concentración original fuera similar a la curva *b*, la acumulación de sólidos llevaría a una clarificación más pobre y pérdida de sólidos en el sobreflujo.

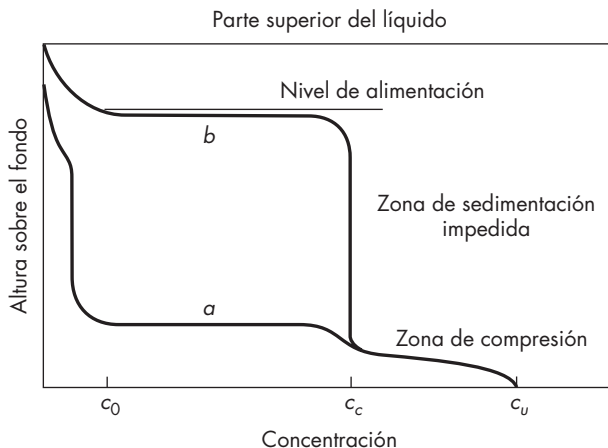


FIGURA 29.37
Perfiles de concentración en un espesador continuo.

PROCESOS DE SEDIMENTACIÓN CENTRÍFUGA

Una partícula determinada sedimenta por acción de la gravedad en un fluido dado con una velocidad máxima constante. Para aumentar la velocidad de sedimentación, la fuerza de gravedad que actúa sobre la partícula puede sustituirse por una fuerza centrífuga mucho más intensa. Los separadores centrífugos han sustituido en buena parte a los separadores por gravedad en las operaciones de producción debido a su mayor efectividad con gotas finas y partículas, así como por su tamaño mucho menor para una determinada capacidad.

Separación de sólidos contenidos en gases; ciclones

La mayor parte de los separadores centrífugos para separar partículas de corrientes gaseosas carecen de partes móviles. El dispositivo típico es el separador de ciclón que se representa en la figura 29.38. Consiste en un cilindro vertical con un fondo cónico, una entrada tangencial cerca de la parte superior y una salida para el polvo situada en el fondo del cono. La entrada por lo general es rectangular. La tubería de conducción de salida se extiende dentro del cilindro para evitar que se forme un cortocircuito de aire desde la entrada hasta la salida.

El aire cargado de polvo recorre un camino en espiral alrededor y hacia abajo del cuerpo cilíndrico del ciclón. La fuerza centrífuga desarrollada en el vórtice tiende a desplazar radialmente las partículas hacia la pared, de forma que aquellas que alcanzan la pared se deslizan hacia abajo dentro del cono y se recogen. El ciclón es en esencia

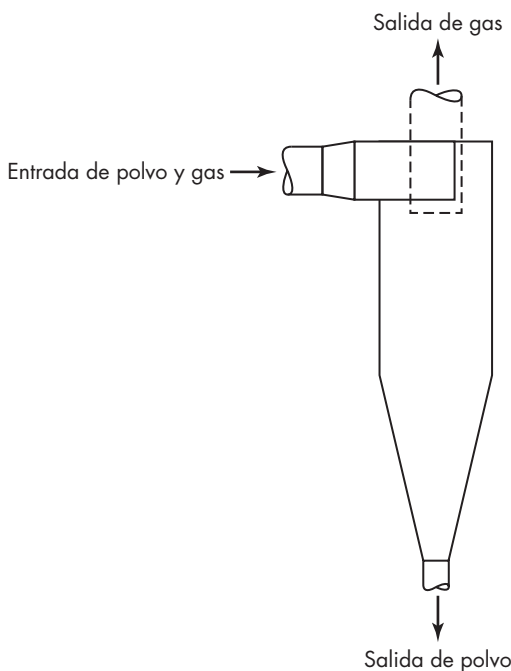


FIGURA 29.38
Ciclón.

un dispositivo de sedimentación en el que una fuerza centrífuga intensa, que actúa radialmente, es la que se utiliza en lugar de una fuerza gravitacional relativamente débil dirigida de forma vertical.

La fuerza centrífuga F_c correspondiente al radio r es igual a $mu_{\tan}^2/r$, donde m es la masa de la partícula y $u_{\tan}$ es su velocidad tangencial. La relación entre la fuerza centrífuga y la fuerza de gravedad es

$$\frac{F_c}{F_g} = \frac{mu_{\tan}^2/r}{mg} = \frac{u_{\tan}^2}{rg} \quad (29.75)$$

Para un ciclón de 1 ft (0.3 m) de diámetro con una velocidad tangencial de 50 ft/s (15 m/s) cerca de la pared, la relación F_c/F_g que recibe el nombre de *factor de separación*, es $2500/(0.5 \times 32.2) = 155$. Un ciclón de gran diámetro tiene un factor de separación mucho menor para la misma velocidad, y velocidades superiores de 50 a 70 ft/s (15 a 20 m/s) no se pueden utilizar con frecuencia en la práctica debido a la elevada caída de presión y al aumento de la abrasión. Los ciclones de diámetro pequeño pueden tener factores de separación tan elevados como 2500.^{32a} Para tratar grandes flujos de gases se pueden acoplar numerosos ciclones de pequeño diámetro en una sola cámara con cabezales comunes para la alimentación y los gases de salida, así como un solo colector de polvo.

Las partículas de polvo que entran en el ciclón son aceleradas radialmente, pero la fuerza que actúa sobre una partícula no es constante debido a la variación de r y también a que la velocidad tangencial en el vórtice varía con r y con la distancia por debajo de la entrada. El cálculo de las trayectorias de las partículas es difícil por lo que la eficiencia de un ciclón se predice ordinariamente a partir de correlaciones empíricas. Datos típicos para ciclones comerciales se presentan en la figura 29.39, que muestra los fuertes efectos del tamaño de las partículas y del diámetro del ciclón sobre la eficiencia de recolección.

Los tres ciclones son de proporciones similares, con diámetros del orden de 14, 32 y 72 in. (0.36, 0.81 y 1.83 m), y la menor eficiencia de los ciclones más grandes es consecuencia sobre todo de la disminución de la fuerza centrífuga. Sin embargo, para una determinada velocidad de flujo de aire y de velocidad de entrada, incrementos moderados en el diámetro y longitud del ciclón mejoran la eficiencia de recolección, debido a que el aumento de área superficial compensa la disminución de la fuerza centrífuga. Los resultados de la figura 29.39 son para ciclones de tamaño intermedio, y cabe esperar eficiencias más altas o más bajas con unidades mayores o menores para la misma velocidad de flujo y la misma velocidad de entrada.

La disminución de la eficiencia al disminuir el tamaño de las partículas en realidad es más gradual que la predicha por teorías sencillas. Para partículas pequeñas, la velocidad radial y la eficiencia de recolección serán una función de D_p^2 , pero puede producirse aglomeración de partículas finas, aumentando la eficiencia para estas partículas. Debido al efecto del tamaño de las partículas, el polvo no recogido que sale con el gas tiene un tamaño medio mucho menor que el del polvo que entra, lo cual puede ser importante al establecer los límites de emisión. Por otra parte, la eficiencia global es una función de la distribución del tamaño de partícula de la alimentación y no es predecible a partir del tamaño promedio.

La eficiencia de recolección de un ciclón aumenta con la densidad de las partículas y disminuye al aumentar la temperatura del gas debido al aumento de la viscosidad del

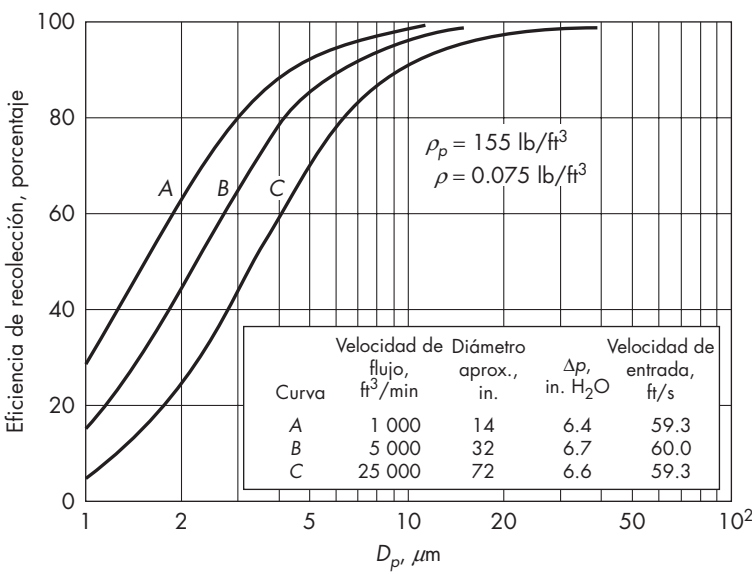


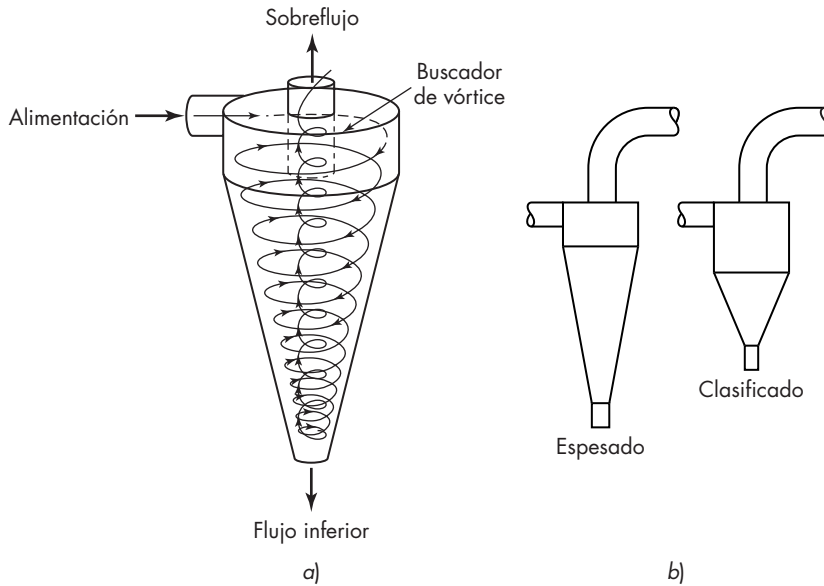
FIGURA 29.39
Eficiencia de recolección de ciclones típicos. (Con autorización de Fisher-Klosterman Inc., Louisville, KY.)

gas. La eficiencia depende mucho de la velocidad de flux debido al término u_{tan}^2 de la ecuación (29.75). El ciclón es uno de los pocos dispositivos de separación que opera mejor a toda carga que con carga parcial. A veces se utilizan dos ciclones idénticos en serie para obtener una separación más completa de los sólidos, pero la eficiencia de la segunda unidad es menor que la de la primera, debido a que la alimentación de la segunda unidad tiene un tamaño medio de partículas mucho menor.

La caída de presión en un ciclón es proporcional a la densidad del gas y al cuadrado de la velocidad de entrada. No depende de la densidad de las partículas sólidas. Sorpresivamente, la caída de presión real disminuye un poco con el aumento de la concentración de partículas.²⁵

Separaciones líquido-sólido: hidrociclones^{32h, 40b}

Los ciclones también se utilizan para la separación de sólidos a partir de líquidos, en algunas ocasiones como espesadores, pero más común como clasificadores. En estos servicios reciben el nombre de hidrociclones o hidrociclones. En la figura 29.40a se muestra la acción en un hidrociclón. La alimentación entra tangencialmente a alta velocidad cerca de la parte superior. El líquido sigue un camino en espiral cerca de la pared del tanque, formando un fuerte vórtice descendente. Las partículas de sólido grandes o pesadas se separan en la pared y son impulsadas hacia abajo y salen del ciclón como una suspensión o una pasta. Un orificio de descarga variable controla la consistencia del flux inferior.

**FIGURA 29.40**

Hidrociclones: a) patrón de flujo; b) forma adaptada al tipo de servicio. (Con autorización de Walas, *Chemical Process Equipment: Selection and Design*, p. 329. Butterworths, Stoneham, MA, 1988.)

La mayor parte del líquido regresa hacia arriba en un vórtice interno y sale a través de una tubería central de descarga, que se conoce como *buscador de vórtice*.

En un hidrociclón es imposible tener una buena eliminación de sólidos y una alta concentración del flujo inferior. En las operaciones de espesamiento, con casi todos los sólidos eliminados del sobreflujo, la concentración del flujo inferior debe ser menor de 12% en volumen. Cuando se utilizan los hidrociclones para clasificación, el flujo inferior puede estar más concentrado, hasta un máximo de 50% en volumen para suspensiones de piedra caliza o carbón. La figura 29.40b muestra cómo se modifica la forma del hidrociclón dependiendo de la función de la unidad.

La caída de presión Δp en un hidrociclón varía con la velocidad de alimentación elevada a una potencia entre 2.0 y 3.3. Para alimentaciones diluidas el diámetro de corte varía con el diámetro del ciclón a la potencia 1.5, así que para una caída de presión determinada, un diámetro pequeño da una mejor separación que uno grande. Por lo tanto, los hidrociclones son pequeños: el intervalo del diámetro va de 10 mm (0.4 in.) a alrededor de 1.2 m (48 in.). Para manejar flujos grandes, se conectan varios hidrociclones pequeños en paralelo, con tantos como 480 unidades de 10 mm dispuestos en un solo ensamble.

El tamaño de corte es una función débil de la caída de presión; para alimentaciones diluidas varía con $\Delta p^{0.25}$. Así que las grandes caídas de presión no son económicos. Los hidrociclones grandes operan con un Δp de alrededor de 1 atm; en los pequeños es de 4 a 5 atm.

Los hidrociclones encuentran aplicaciones en operaciones de eliminación de granos en la producción de alúmina, eliminación de carbono en la recuperación de yeso para la manufactura de ácido fosfórico, clasificación de pigmentos y magmas de cristales y etapas similares del proceso. Estos equipos han reemplazado ampliamente a los clarificadores mecánicos en la pulverización en circuito cerrado.

Decantadores centrífugos

Los líquidos inmiscibles se separan industrialmente en decantadores centrífugos como los descritos en el capítulo 2. La fuerza de separación es mucho mayor que la de la gravedad y actúa en el sentido de alejarse del eje de rotación en vez de estar dirigida hacia la superficie terrestre. Los principales tipos de decantadores centrífugos son las centrífugas tubulares y las centrífugas de discos.

Centrífuga tubular. En la figura 29.41 se muestra una centrífuga tubular líquido-líquido. El recipiente es alto y estrecho, con un diámetro de 100 a 150 mm (4 a 6 in.), y gira con unas 15 000 rpm en una carcasa estacionaria. La alimentación entra desde una boquilla estacionaria insertada a través de una abertura situada en el fondo del recipiente, y se separa en dos capas concéntricas de líquido en el interior del recipiente. La capa interior, o más ligera, rebosa sobre un vertedero situado en la parte

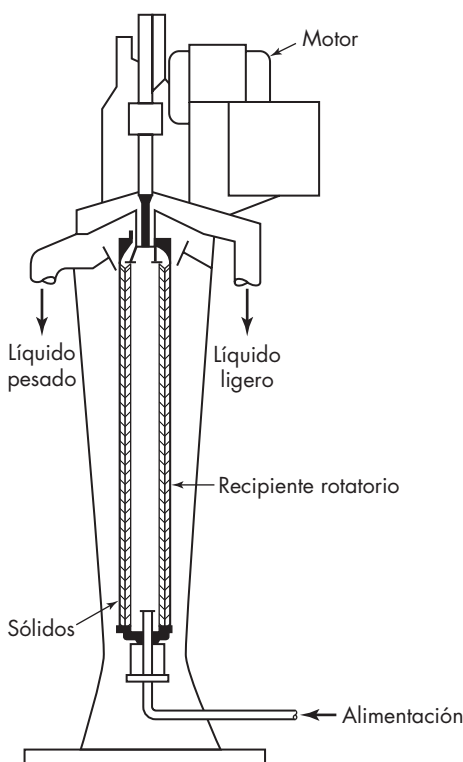


FIGURA 29.41
Centrífuga tubular.

superior del recipiente; es llevada hacia fuera y depositada dentro de un compartimento estacionario de descarga y después se descarga en una tubería. El líquido más pesado fluye sobre otro vertedero, situado dentro de un compartimento separado y se descarga por una tubería. El vertedero por el que fluye el líquido pesado puede separarse y reemplazarse por otro con una abertura de diferente tamaño. La posición de la interfase líquido-líquido (la zona neutra) se mantiene por medio de un balance hidráulico, tal como se muestra en la figura 2.6 y la ecuación (2.17). En algunos diseños, el líquido se descarga a presión y la posición de la interfase se fija ajustando válvulas externas situadas en las líneas de descarga.

Centrífuga de discos. La centrífuga de discos que se ilustra en la figura 29.42 es altamente efectiva para algunas separaciones líquido-líquido. Un recipiente corto y ancho de 200 a 500 mm (8 a 20 in.) de diámetro gira sobre un eje vertical. El recipiente tiene un fondo plano y una tapa cónica. La alimentación entra por arriba a través de una tubería estacionaria y se sitúa en el cuello del recipiente. En una centrífuga tubular se forman dos capas líquidas; fluyen sobre dos represas ajustables hacia conductos de descarga separados. Dentro del recipiente, y girando con él, existen “discos” espaciados estrechamente que en realidad son conos de lámina metálica colocados unos encima de otros. Haciendo perforaciones en los discos, aproximadamente a la mitad de la distancia entre el eje y la pared del recipiente, se forman canales a través de los cuales pasan los líquidos. En la operación, la alimentación líquida entra por el fondo del recipiente, y fluye por los canales y asciende sobre los discos. El líquido más pesado es forzado hacia fuera desplazando el líquido ligero hacia el centro del recipiente. Durante su recorrido, el líquido más denso choca muy rápido contra la cara inferior de un disco y fluye sobre ella hasta la periferia del recipiente sin encontrar nada más de líquido ligero. De manera análoga el líquido ligero fluye hacia dentro y hacia arriba sobre las superficies superiores de los discos. Puesto que los discos están muy próximos, la distancia que una gota de cualquiera de los líquidos tiene que recorrer para escapar de

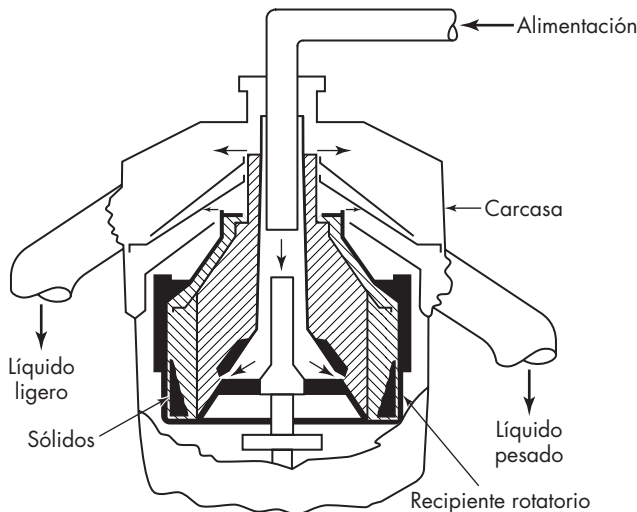


FIGURA 29.42
Centrífuga de discos.

la otra superficie es mucho más corta que en el caso de una centrífuga tubular, donde las capas de líquido son relativamente gruesas. Además, en una máquina de discos existe un esfuerzo cortante considerable en la interfase líquido-líquido, ya que una fase fluye en un sentido y la otra lo hace en sentido contrario. Estos esfuerzos cortantes ayudan a romper ciertos tipos de emulsiones. Las centrífugas de disco son especialmente valiosas cuando la finalidad de la centrífuga no es la separación completa, sino la concentración de una fase fluida, como en el caso de la separación de la crema de la leche o la concentración de látex de caucho.

Si la alimentación líquida que entra en una centrífuga tubular o en una de discos contiene suciedad u otras partículas pesadas, los sólidos se acumulan dentro del recipiente y es preciso descargarlos periódicamente. Esto se realiza parando la máquina, abriendo el recipiente y retirando la carga de sólidos. Esto la vuelve antieconómica si los sólidos representan sólo un pequeño porcentaje de la alimentación.

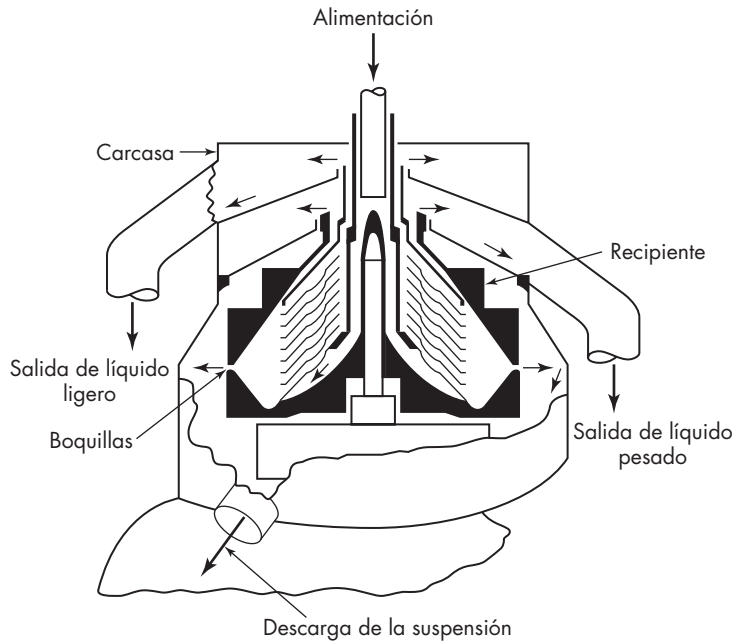
Las centrífugas tubulares y de discos se utilizan con ventaja para separar trazas de sólidos de aceites lubricantes, líquidos de proceso, tinta y bebidas que deben estar perfectamente limpias. Son capaces de separar sólidos gelatinosos o viscosos que obstruirían rápidamente un filtro. Por lo general clarifican un solo líquido de forma que el recipiente posee un solo sobreflujo de líquido; sin embargo, también pueden arrastrar hacia abajo los sólidos, separando simultáneamente dos fases líquidas.

Centrífugas de boquillas de descarga

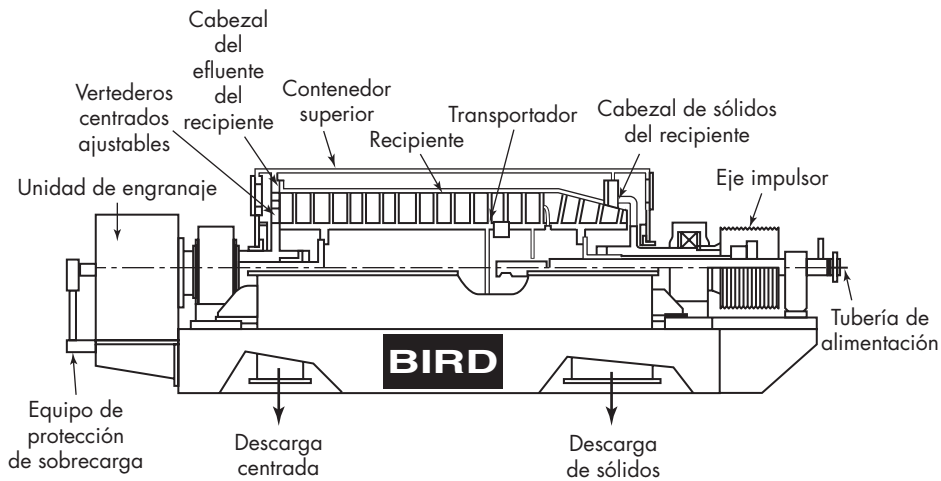
Cuando el líquido de alimentación contiene mayor porcentaje de sólidos, es preciso que exista un dispositivo para la descarga automática de los mismos. En la figura 29.43 se muestra una forma de realizar esto. Este separador es un tipo de centrífuga modificada de discos con un doble recipiente cónico. En la periferia del recipiente en su diámetro máximo hay una serie de pequeños orificios o boquillas con un diámetro del orden de 3 mm. La parte central del recipiente opera en la misma forma que en la centrífuga de discos normal, rebosando una o las dos corrientes de líquidos clarificados. Los sólidos son desplazados hacia la periferia del recipiente y salen de forma continua a través de las boquillas junto con una cantidad considerable de líquido. En algunos diseños, parte de la suspensión se descarga desde las boquillas y se recicla a través del recipiente para aumentar la concentración de sólidos; también es posible introducir líquido de lavado en el recipiente para efectuar un lavado por desplazamiento. En otros diseños, las boquillas están cerradas la mayor parte del tiempo por medio de tapones o válvulas que se abren con cierta periodicidad para descargar una suspensión moderadamente concentrada.

Separadores de lodos

En una centrífuga con boquillas de descarga, los sólidos abandonan el recipiente por debajo de la superficie del líquido y, por lo tanto, llevan consigo cantidades considerables de líquido. Para separar una suspensión de alimentación en una fracción de líquido claro y un lodo pesado “seco”, hay que desplazar del líquido, de manera mecánica, los sólidos sedimentados y drenarlos mientras se encuentran todavía bajo la acción de la fuerza centrífuga. Esto se realiza en separadores continuos de lodos; un ejemplo típico de este procedimiento se muestra en la figura 29.44. En esta centrífuga de transportador

**FIGURA 29.43**

Centrífuga de boquillas de descarga.

**FIGURA 29.44**Centrífuga de transportador helicoidal. (*Bird Machine Co.*)

helicoidal hay un recipiente cilíndrico con una sección terminal cónica que gira alrededor de un eje horizontal. La alimentación entra a través de una tubería axial estacionaria y se proyecta en forma de rocío en un “estanco” o capa anular de líquido dentro del recipiente cilíndrico. El líquido clarificado fluye a través de unos orificios situados en la placa que cubre el extremo no cónico del recipiente. La posición radial de estos orificios fija el espesor de la capa anular de líquido. Los sólidos sedimentan a través del líquido hacia la superficie interior del recipiente; un transportador helicoidal que gira un poco más lento que éste desplaza los sólidos fuera del estanco y los eleva hasta una “playa” hacia las aberturas de descarga en el extremo pequeño del cono. Sobre los sólidos se puede pulverizar líquido de lavado mientras ascienden hasta la playa con el fin de eliminar las impurezas solubles. El líquido procedente del lavado fluye hacia el estanco y se descarga con el resto del líquido. El lodo drenado y el líquido claro salen del recipiente por diferentes partes de la carcasa a través de unas aberturas existentes para tal efecto.

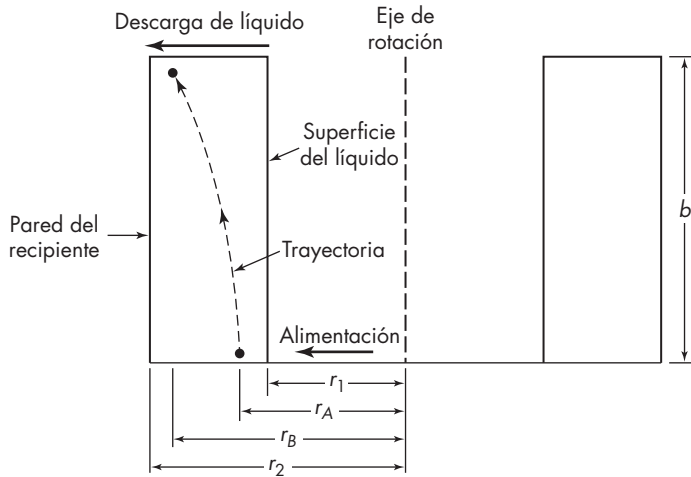
Las centrifugas de transportador helicoidal se construyen con diámetros del recipiente máximos comprendidos entre 100 a 1 400 mm (4 a 54 in.), y separan grandes cantidades de material. Por ejemplo, una máquina de 450 mm es capaz de tratar de 1 a 2 toneladas de sólidos por hora, una máquina de 1 400 mm, trata 50 toneladas por hora. Con alimentaciones formadas por suspensiones espesas, la capacidad de una máquina determinada está limitada por el par de fuerzas (torque) que puede soportar el transportador. Con suspensiones diluidas los limitantes del rendimiento son la capacidad de tratamiento de líquido del recipiente y los orificios de descarga.

La operación práctica de un separador de lodos requiere que los sólidos sean más densos que el líquido y que no se vuelva a formar la suspensión por la acción del transportador. En la separación de sólidos ligeros finos una modificación conocida como centrífuga de transporte de flujo axial (descrita posteriormente) es más efectiva que la centrífuga de enrollamiento total mostrada en la figura 29.39. Aun así, el líquido efluente de estas máquinas por lo general no está totalmente exento de sólidos y requiere una clarificación posterior. Considerando estas restricciones, los separadores de lodos resuelven una gran variedad de problemas: separan partículas finas de líquidos, escurren y lavan cristales que drenan libremente y, con frecuencia, se utilizan como clasificadores.

Fundamentos de la sedimentación centrífuga

En una sedimentación centrífuga, una partícula de un tamaño determinado se separa del líquido si dispone de tiempo suficiente para que la partícula alcance la pared del recipiente separador. Si se supone que en todo momento la partícula se está moviendo radialmente con su velocidad terminal es posible calcular el diámetro de la partícula más pequeña que se puede separar.

Considere el volumen de líquido en la centrífuga que se representa en la figura 29.45. El punto de alimentación está en la parte inferior y el punto de descarga en la superior. Suponga que todo el líquido se mueve hacia arriba a través del recipiente con una velocidad constante y arrastrando consigo partículas sólidas. Tal como se aprecia en la figura, una determinada partícula comienza a sedimentar en el fondo del recipiente a una cierta posición en el líquido, es decir, a una distancia r_A del eje de rotación. Su tiempo de sedimentación está limitado por el tiempo de residencia del líquido en el recipiente; al final de este tiempo suponga que la partícula está a una distancia r_B del eje de rotación. Si

**FIGURA 29.45**

Trayectoria de la partícula en una sedimentación centrífuga.

$r_B < r_2$, la partícula abandona el recipiente con el líquido; si $r_B = r_2$, se deposita en la pared del recipiente y se separa del líquido. Si la partícula sedimenta en el intervalo de la ley de Stokes, la velocidad terminal a un radio r , de acuerdo con la ecuación (7.40), es

$$u_t = \frac{\omega^2 r (\rho_p - \rho) D_p^2}{18\mu}$$

Puesto que $u_t = dr/dt$,

$$dt = \frac{18\mu}{\omega^2 (\rho_p - \rho) D_p^2} \frac{dr}{r} \quad (29.76)$$

Integrando la ecuación (29.76) entre los límites $r = r_A$ a $t = 0$ y $r = r_B$ a $t = t_T$ se obtiene

$$t_T = \frac{18\mu}{\omega^2 (\rho_p - \rho) D_p^2} \ln \frac{r_B}{r_A} \quad (29.77)$$

El tiempo de residencia t_T es igual al volumen de líquido V en el recipiente dividido entre la velocidad de flujo volumétrico q . El volumen V es igual a $\pi b(r_2^2 - r_1^2)$. Al sustituir en la ecuación (29.77) y reordenando se obtiene

$$q = \frac{\pi b \omega^2 (\rho_p - \rho) D_p^2}{18\mu} \frac{r_2^2 - r_1^2}{\ln(r_B/r_A)} \quad (29.78)$$

Se puede definir el *punto de corte*² como el diámetro de la partícula que justamente alcanza la mitad de la distancia entre r_1 y r_2 . Si D_{pc} es el diámetro de corte, una partícula

de este diámetro se desplaza una distancia $y = (r_2 - r_1)/2$ durante el tiempo de sedimentación disponible. Si se ha de separar una partícula de diámetro D_{pc} , es preciso que alcance en el tiempo disponible la pared del recipiente. Por lo tanto, $r_B = r_2$ y $r_A = (r_1 + r_2)/2$ y la ecuación (29.78) se transforma entonces en

$$q_c = \frac{\pi b \omega^2 (\rho_p - \rho) D_{pc}^2}{18\mu} \frac{r_2^2 - r_1^2}{\ln[2r_2/(r_1 + r_2)]} \quad (29.79)$$

donde q_c es la velocidad de flujo volumétrico correspondiente al diámetro de corte. Para esta velocidad de flujo, la mayor parte de las partículas con diámetros mayores que D_{pc} , serán eliminadas por la centrífuga y la mayoría de las partículas con diámetros inferiores permanecerán en el líquido.

Si el espesor de la capa de líquido es pequeño en comparación con el radio del recipiente, $r_1 \approx r_2$, y la ecuación (29.79) se hace indeterminada. Sin embargo, en estas condiciones la velocidad de sedimentación puede considerarse constante y dada por la ecuación

$$u_t = \frac{D_p^2 (\rho_p - \rho) \omega^2 r_2}{18\mu} \quad (29.80)$$

Sea s el espesor de la capa líquida y $s/2$ la distancia de sedimentación para las partículas de diámetro de corte D_{pc} . Por lo tanto,

$$u_t = \frac{s}{2t_T} \quad (29.81)$$

donde t_T es el tiempo de residencia, que viene dado por

$$t_T = \frac{V}{q_c} \quad (29.82)$$

Al combinar las ecuaciones (29.78) a (29.80) y despejando q_c se obtiene

$$q_c = \frac{2V u_t}{s} = \frac{2V D_p^2 (\rho_p - \rho) \omega^2 r_2}{18\mu s} \quad (29.83)$$

Valor de sigma; escalamiento. La ecuación (29.83) se modifica en la forma que se indica a continuación, para su aplicación a centrífugas industriales. El radio r_2 y el espesor s se sustituyen por r_e y s_e , respectivamente, que son valores medios adecuados de r y s para el tipo de centrífuga de que se trate. El segundo miembro de la ecuación (29.83) se multiplica y divide entre g , la aceleración de la gravedad, juntando todos los factores relacionados con la centrífuga en un grupo y los relacionados con los sólidos y el líquido en otro. Así se obtiene

$$\begin{aligned} q_c &= \frac{2V \omega^2 r_e}{g s} \frac{D_p^2 (\rho_p - \rho)}{18\mu} \\ &= 2\Sigma u_g \end{aligned} \quad (29.84)$$

donde Σ , el llamado *valor de sigma*, es una característica de la centrífuga y u_g es la velocidad terminal de sedimentación de las partículas para las condiciones de sedimentación por gravedad. Físicamente, Σ es el área de la sección transversal de un tanque de sedimentación por gravedad de la misma capacidad de separación que la centrífuga. En la tabla 29.4 se dan valores típicos. Por ejemplo, una centrífuga de discos de 19.5 in. (0.5 m) es equivalente a un sedimentador por gravedad con un área de 10^6 ft^2 (10^5 m^2). En la práctica, la capacidad real de una centrífuga tal vez sea algo menor que la dada por el valor de Σ , debido a los modelos de flujo complejos en un recipiente centrífugo y, en algunos diseños, debido a la resuspensión de las partículas por medio de un transportador interno.

Centrífugas transportadoras de flujo axial

En 1970 Schnittger³⁸ demostró que el tiempo de residencia real en una centrífuga transportadora es muy inferior que el que determina la ecuación (29.82). Propuso un modelo en que el líquido fluye en una delgada “capa límite” sobre un líquido esencialmente estancado. La separación crítica tiene lugar en esta capa, una vez que las partículas se mueven desde la capa límite dentro del estanque, en efecto se separan a menos que después se resuspendan de forma mecánica. Una capa límite delgada proporciona mejor separación que una gruesa. El volumen total del estanque no es importante; se requiere que el estanque no sea más profundo que lo necesario para asegurar que los sólidos compactados estén debajo de la superficie.

En una centrífuga transportadora de flujo axial, el enrollamiento se corta en las secciones de alimentación y sedimentación para formar una cinta transportadora que opera cerca de la pared del recipiente, permitiendo que no se perturbe la superficie del líquido. La capa límite puede entonces fluir en una dirección axial desde el punto de alimentación hasta la descarga del líquido. La turbulencia se minimiza en la zona de alimentación y en la salida del líquido por el diseño de los canales de flujo. Las aspas longitudinales en la sección de sedimentación aseguran que el líquido en la capa límite gire a la velocidad máxima del

TABLA 29.4

Características de las centrífugas de sedimentación^{39,40}

Tipo	Diámetro del recipiente, in.	Velocidad, rpm	Valor de Σ , $\text{ft}^2 \times 10^{-4}$
Tubular	4.125	15 000	2.7
Disco	9.5	6 500	21.5
	13.7	4 650	39.3
	19.5	4 240	105
Transportador helicoidal	14	4 000	1.34
	25	3 000	6.1
Transportador de flujo axial			
Sin aspas	29	2 600	4.05
96 aspas	29	2 600	12.7

recipiente; dichas aspas, que forman un ángulo con la dirección radial, también funcionan como los discos de una centrífuga de discos, reduciendo la distancia a la que una partícula debe sedimentar antes de que impacte con una superficie sólida. Una vez que esto sucede es poco probable que la partícula sea resuspendida.

En una centrífuga de máximo enrollamiento (véase figura 29.44) el líquido fluye en una trayectoria en espiral contraria al movimiento del transportador. En estas condiciones la capa límite es hasta 10 veces el espesor de una capa que fluye sólo en una dirección axial. Además, el flujo en espiral induce la formación de remolinos y turbulencias en la capa límite, impidiendo la sedimentación; cuando el flujo es axial, la capa límite está en flujo laminar, y no se impide la sedimentación. Willis y Shapiro⁴⁴ dan valores de Σ para centrífugas de flujo axial. La adición de aspas puede aumentar el valor de Σ de 3 a 4 veces.

Clasificadores centrífugos

Durante el paso de líquido a través del recipiente de una centrífuga, las partículas sólidas más grandes son expulsadas fuera del líquido. Las partículas más finas pueden no sedimentar en el tiempo disponible y ser arrastradas con el líquido efluente. Como en el caso de un clasificador hidráulico por gravedad, las partículas sólidas se separan de acuerdo con el tamaño, la forma o la gravedad específica. En un clasificador centrífugo, la fuerza de separación es del orden de 600 veces la fuerza de gravedad, lo que permite separaciones nítidas de partículas de $1\ \mu\text{m}$ de diámetro o menos. Sin embargo, en las máquinas centrífugas también se clasifican partículas mucho más gruesas que éstas.

La fuerza de sedimentación elevada en una centrífuga da lugar a que se puedan obtener velocidades prácticas de sedimentación con partículas mucho menores que en el caso de un clasificador por gravedad. Mientras que con una fuerza mayor no se modifican las velocidades relativas de sedimentación de las partículas pequeñas, sí que se vencen los pequeños efectos perturbadores de las corrientes de convección libre y el movimiento browniano en un clasificador por gravedad, lo que permite separaciones, en algunos casos, que son imposibles de realizar en una unidad por gravedad. Con partículas gruesas es posible cambiar el régimen de sedimentación, de forma que una partícula que sedimenta por gravedad de acuerdo con la ley de Stokes puede sedimentar en régimen intermedio o con la ley de Newton en una centrífuga. Por lo tanto, las partículas que sedimentan con igual velocidad en una unidad por gravedad pueden a veces separarse parcialmente en una centrífuga. Por otra parte, los flóculos sueltos o los aglomerados débiles que sedimentan muy rápido en un espesador por gravedad, a menudo se rompen en un clasificador centrífugo y sedimentan lentamente, o no sedimentan en absoluto, a pesar de la mayor fuerza disponible para la sedimentación.

SÍMBOLOS

- A* Área, m^2 o ft^2 ; A_T , área total del filtro continuo; A_1 , área de la superficie interior del material en la centrífuga; A_2 , área de la superficie exterior del material en la centrífuga; $\bar{A}_L$, media logarítmica de A_1 y A_2 ; $\bar{A}_a$, media aritmética de A_1 y A_2
- B* Flujo inferior que sale del tamiz, kg/h o lb/h

b	Ancho de la cesta de la centrífuga, m o ft
c	Masa del sólido depositada en el filtro por unidad de volumen de filtrado, kg/m^3 o lb/ft^3 ; también, concentración de sólidos en suspensión, kg/m^3 , g/L , o lb/ft^3 ; c_f , en la alimentación; c_p , en el permeado; c_c , concentración crítica en el espesador; c_g , concentración a la que se forma una capa de gel en la ultrafiltración; c_m , en los poros del medio; c_s , en la suspensión de la alimentación, también, en la superficie en la ultrafiltración; c_u , en el flujo inferior del espesador; c_0 , en la alimentación al sedimentador; c_1 , c_2 , concentraciones locales del retenido del permeado.
D	Flujo superior que sale del tamiz, kg/h o m^3/h ; también, diámetro o tamaño del poro, m, μm o ft
D_b	Anchura o diámetro del sólido de impacto, m o ft
D_p	Tamaño de partícula, m o ft; D_{pA} , de la partícula pesada; D_{pB} , de la partícula ligera; D_{pc} , diámetro de corte
D_s	Difusividad de corte inducido, cm^2/s [véase ecuación (29.68)]
D_v	Difusividad volumétrica, m^2/h , cm^2/s o ft^2/h ; D_e , difusividad efectiva definida por la ecuación (29.63); D_{poro} , difusividad en los poros
E	Eficiencia de tamizado, adimensional; E_A , basada en el tamaño superior; E_B , basada en el tamaño inferior
F	Velocidad de la alimentación, kg/h o lb/h ; también fuerza, N o lb_f ; F_c , fuerza centrífuga; F_g , fuerza de gravedad
f	Fracción del ciclo de filtrado disponible para formación de la torta
G	Flujo de masa por unidad de área en el sedimentador, $\text{kg/m}^2 \cdot \text{h}$ o $\text{lb/ft}^2 \cdot \text{h}$; G_s , flujo de sedimentación por unidad de área; G_r , flujo de transporte por unidad de área
g	Aceleración de la gravedad, m/s^2 o ft/s^2
g_c	Factor de proporcionalidad de la ley de Newton, $32.174 \text{ ft} \cdot \text{lb}/\text{lb}_f \cdot \text{s}^2$
K	Coefficiente de partición de equilibrio en la ultrafiltración
K_c	Constante en la ecuación para la filtración de la torta a presión constante, definida por la ecuación (29.23)
K_r	Constante en la ecuación para la filtración a velocidad constante, ecuación (29.38)
k	Constante de Boltzmann, $1.380 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
k_c	Coefficiente de transferencia de masa basado en la concentración, cm/s [ecuación (29.52)]
k_1, k_2	Constantes en las ecuaciones (29.12) y (29.15b), respectivamente
L	Distancia en la torta medida desde el medio filtrante, m o ft; también, espesor de la capa selectiva en la ultrafiltración; L_c , espesor de la torta de filtración
M	Peso molecular
m	Masa, kg o lb ; m_f , masa de la torta de filtración húmeda; m_c , masa de sólidos en la torta de filtración
$\dot{m}$	Velocidad del flujo de masa, kg/h o lb/h ; $\dot{m}_c$, de sólidos procedentes del filtro continuo
N_a	Número de Avogadro, $6.022 \times 10^{23} \text{ moléculas/g mol}$
N_s	Número de separación, u_0/gD_b
n	Velocidad del tambor del filtro continuo, r/s

p	Presión, atm o lb _f /ft ² ; presión en la torta a una distancia L del medio filtrante; p_a , en la entrada del filtro; p_b , en la descarga del filtro; p' , en el límite entre la torta y el medio filtrante
Q_m	Permeabilidad de la membrana, $v/\Delta p$ [ecuación (29.48)]
q	Velocidad de flujo volumétrico, m ³ /s o ft ³ /s; q_c , correspondiente a la separación de partículas del diámetro de corte; q_0 , al comienzo de la filtración
R	Fracción de soluto rechazada en la ultrafiltración, definido por la ecuación (29.58); R_f , basada en la alimentación y el permeado [ecuación (29.57)]
R_m	Resistencia del medio filtrante, m ⁻¹ o ft ⁻¹
Re	Número de Reynolds, $Du\rho/\mu$
r	Radio, m o ft; r_A , posición inicial de la partícula en la centrífuga de sedimentación; r_B , posición final; r_e , valor efectivo promedio; r_i , de la interfase entre la torta y la capa líquida en la centrífuga; r_0 , de la partícula; r_1 , radio interior del material en la centrífuga; r_2 , radio externo
Sc	Número de Schmidt, $\mu/\rho D_v$
Sh	Número de Sherwood, $k_c D/D_v$
s	Espesor de la capa líquida en la centrífuga, m o ft; s_e , valor efectivo promedio; también, coeficiente de compresibilidad [ecuación (29.25)]
s_p	Área superficial de una sola partícula, m ² o ft ²
T	Temperatura absoluta, K
t	Tiempo, h o s; t_T , tiempo de residencia en la centrífuga; t_c , tiempo del ciclo en un filtro continuo
u	Velocidad lineal, m/s o ft/s; u_g , velocidad de sedimentación en el campo de gravedad; u_t , velocidad terminal de sedimentación; u_{tA} , de la partícula pesada; u_{tB} , de la partícula ligera; u_{tan} , velocidad tangencial del gas en un ciclón; u_o , velocidad no perturbada del fluido que se aproxima al sólido
V	Volumen, m ³ , L o ft ³ ; también, volumen del filtrado recolectado al tiempo t
$\bar{V}$	Velocidad promedio de la disolución, m/s o ft/s
v	Flujo volumétrico por unidad de área (velocidad superficial del permeado) en la ultrafiltración, m/s o ft/s; $v_{m\acute{a}x}$, valor máximo
v_p	Volumen de una sola partícula, m ³ o ft ³
x	Fracción de masa de corte de la mezcla de partículas; x_B , en el flujo inferior del tamiz; x_D , en el flujo superior del tamiz; x_F , en la alimentación del tamiz; también, distancia, m o ft
y	Distancia desde la superficie de la membrana, m, μ m o ft
Z	Altura de la interfase líquido-sólido en el ensayo de sedimentación, m o ft; Z_i , intercepto en el método de Kynch para el diseño del sedimentador; Z_0 , altura inicial

Letras griegas

α	Resistencia específica de la torta, m/kg o ft/lb; α_0 , constante en la ecuación (29.25)
Δp	Caída global de presión a través del filtro, atm o lb _f /ft ² , $p_a - p_b$; Δp_c , caída de presión a través de la torta, $p_a - p'$; Δp_m , caída de presión a través del medio filtrante, $p' - p_b$

$\Delta\pi$	Diferencia en las presiones osmóticas, atm o lb _f /ft ²
δ	Espesor de la capa límite de concentración, m, μm o ft
ε	Porosidad o fracción de volumen de espacios vacíos en el lecho de sólidos, adimensional; $\bar{\varepsilon}$, porosidad media de la torta de filtración
η_i	Eficiencia de impacto, separador de impacto
λ	Relación del tamaño molecular con respecto al tamaño del poro
μ	Viscosidad, cP Pa · s o lb/ft · s; μ_o , viscosidad del agua a temperatura ambiente
π	Presión osmótica, atm o lb _f /ft ²
ρ	Densidad, kg/m ³ o lb/ft ³ ; del fluido o filtrado; ρ_p , de la partícula; ρ_{pA} , de la partícula pesada; ρ_{pB} , de la partícula ligera
Σ	Valor de sigma para el escalamiento de centrífugas [ecuación (29.84)]
τ	Factor de tortuosidad, adimensional
Φ_s	Factor de forma o esfericidad, definido por la ecuación (28.1)
ω	Velocidad angular, rad/s

PROBLEMAS

29.1. Se desea separar una mezcla de cristales en tres fracciones: una fracción gruesa retenida sobre un tamiz de 8 mallas, una fracción media que pasa por 8 mallas pero es retenida sobre 14 mallas, y una fracción fina que pasa por 14 mallas. Se utilizan dos tamices en serie, de 8 y de 14 mallas, de la serie estándar de Tyler. En la tabla 29.5 se proporcionan los análisis por tamizado de la alimentación, así como de las fracciones gruesa, media y fina. Suponiendo que los análisis son exactos, ¿cuál será la relación en peso aproximada de cada una de las tres fracciones obtenidas realmente? ¿Cuál es la eficiencia E_A y E_B de cada tamiz?

TABLA 29.5

Análisis por tamizado para el problema 29.1

Tamiz	Alimentación	Fracción gruesa	Fracción media	Fracción fina
3/4	3.5	14.0		
4/6	15.0	50.0	4.2	
6/8	27.5	24.0	35.8	
8/10	23.5	8.0	30.8	20.0
10/14	16.0	4.0	18.3	26.7
14/20	9.1		10.2	20.2
20/28	3.4		0.7	19.6
28/35	1.3			8.9
35/48	0.7			4.6
Total	100.0	100.0	100.0	100.0

29.2. Los tamices utilizados en el problema 29.1 son tamices agitados con una capacidad de 4 toneladas métricas/m² · h · mm de tamaño de malla. ¿Qué superficie, en metros cuadrados, se necesita para cada uno de los tamices del problema 29.1, si la alimentación del primer tamiz es de 100 tons/h?

TABLA 29.6

Datos para filtración a presión constante[†]

5-lb _f /in. ² caída de presión (1)		15-lb _f /in. ² caída de presión (2)		30-lb _f /in. ² caída de presión (3)		50-lb _f /in. ² caída de presión (4)	
Filtrado, lb	Tiempo, s	Filtrado, lb	Tiempo, s	Filtrado, lb	Tiempo, s	Filtrado, lb	Tiempo, s
0	0	0	0	0	0	0	0
2	24	5	50	5	26	5	19
4	71	10	181	10	98	10	68
6	146	15	385	15	211	15	142
8	244	20	660	20	361	20	241
10	372	25	1009	25	555	25	368
12	524	30	1443	30	788	30	524
14	690	35	2117	35	1083	35	702
16	888						
18	1188						

[†]Relación de masa de la torta húmeda con respecto a la torta seca: (1) 1.59, (2-4), 1.47. Densidad de la torta seca: (1) 63.5, (2,3) 73.0, (4) 73.5 lb/ft³. De E. L. McMillen y H. A. Webber, *Trans, AIChE*, **34**:213 (1938).

- 29.3.** Los datos de la tabla 29.6 se tomaron en la filtración a presión constante de una suspensión de CaCO₃ en H₂O, operando con un filtro prensa de 6 in. con una superficie de 1.0 ft². La fracción masa de sólidos en la alimentación del filtro es de 0.139. Calcule los valores de α , R_m y el espesor de la torta de filtración para cada uno de los experimentos. La temperatura es de 70 °F.
- 29.4.** La suspensión del problema 29.3 ha de filtrarse en un filtro prensa que tiene un área total de 8 m² y que operará con una caída de presión constante de 2 atm. El espesor de los marcos es de 36 mm. Suponga que la resistencia del medio filtrante en el filtro prensa grande es la misma que en el filtro de laboratorio. Calcule el tiempo de filtración requerido y el volumen del filtrado que se obtendrá en un ciclo.
- 29.5.** Suponiendo que la velocidad real de lavado es de 85% de la velocidad teórica, ¿cuánto tiempo se tardará en lavar la torta del filtro prensa del problema 29.4 con un volumen de agua de lavado igual al del filtrado?
- 29.6.** Un filtro continuo rotatorio al vacío que opera con una caída de presión de 0.7 atm va a tratar la suspensión de alimentación del problema 29.3. La inmersión del tambor es de 25%. ¿Qué área total deberá tener el filtro para conseguir una capacidad productiva global igual a la del filtro prensa descrito en el problema 29.4? La velocidad del tambor es de 2 rpm.
- 29.7.** Se ha determinado la siguiente relación entre α y Δp para CaCO₃ superligero²⁰

$$\alpha = 8.8 \times 10^{10} \left[1 + 3.36 \times 10^{-4} (\Delta p)^{0.86} \right]$$

donde Δp está en libras-fuerza por pie cuadrado. Esta relación se cumple para un intervalo de presión comprendido entre 0 y 1000 lb_f/in.² Una suspensión de este material, que produce 3.0 lb de torta de sólidos por pie cúbico de filtrado, va a filtrarse con una caída de presión constante de 70 lb_f/in.² y a la temperatura de 70 °F. Experimentos realizados

con esta suspensión y la tela del filtro que se utilizará en la operación han conducido a un valor de $R_m = 1.2 \times 10^{10} \text{ ft}^{-1}$. Se utiliza un filtro a presión de tipo tanque. ¿Cuántos pies cuadrados de superficie filtrante se necesitarán para obtener 1 400 galones de filtrado en 1 hora de filtración? La viscosidad es la del agua a 70 °F.

- 29.8.** El filtro del problema 29.7 se lava a 70 °F y $70 \text{ lb}_f/\text{in}^2$ con un volumen de agua de lavado igual a un tercio del volumen de filtrado. La velocidad de lavado es 85% del valor teórico. ¿Cuánto tiempo se tardará en lavar la torta?
- 29.9.** El filtro del problema 29.7 opera a una velocidad constante de $0.6 \text{ gal}/\text{ft}^2 \cdot \text{min}$, desde el comienzo del experimento hasta que la caída de presión alcanza $70 \text{ lb}_f/\text{in}^2$ y después con una caída de presión de $70 \text{ lb}_f/\text{in}^2$ hasta obtener 1 400 gal de filtrado. La temperatura de operación es de 70 °F. ¿Cuál es el tiempo de filtración total requerido?
- 29.10.** Un filtro continuo a presión tiene un rendimiento de filtrado de 1 400 gal/h a partir de la suspensión descrita en el problema 29.7. La caída de presión está limitada a un máximo de $50 \text{ lb}_f/\text{in}^2$. ¿Qué área de filtración será necesaria si el ciclo de tiempo es de 3 min y la inmersión del tambor es de 50%?
- 29.11.** El aire transporta partículas de densidad $1\,800 \text{ kg}/\text{m}^3$ y de un diámetro medio de $20 \mu\text{m}$ entra en un ciclón con una velocidad lineal de 18 m/s. El diámetro del ciclón es de 600 mm. a) ¿Cuál es el factor de separación aproximada para este ciclón? b) ¿Qué fracción de las partículas se separará de la corriente gaseosa?
- 29.12.** El aire cargado de polvo del problema 29.11 se hace pasar a través de un separador de impacto con una velocidad lineal de 8 m/s. El separador consiste esencialmente en láminas de 25 mm de ancho. ¿Cuál es la fracción máxima de las partículas que se pueden separar por la primera fila de láminas que ocupan 50% del área de la sección transversal del conducto?
- 29.13.** ¿Cuál es la capacidad, en metros cúbicos por hora, de una centrífuga de clarificación que opera en las siguientes condiciones?

Diámetro del recipiente, 600 mm	Gravedad específica del líquido, 1.2
Grueso de la capa de líquido, 75 mm	Gravedad específica del sólido, 1.6
Profundidad del recipiente, 400 mm	Viscosidad del líquido, 2 cP
Velocidad, 1 200 rpm	Tamaño de corte de las partículas, $30 \mu\text{m}$

- 29.14.** Un filtro centrífugo discontinuo cuyo recipiente tiene un diámetro de 750 mm y una altura de 450 mm, se utiliza para filtrar una suspensión con las siguientes propiedades:

Líquido, agua	Espesor final de la torta, 150 mm
Temperatura, 25 °C	Velocidad de la centrífuga, 2 000 rpm
Concentración de sólidos en la alimentación, 60 g/L	Resistencia específica de la torta, $9.5 \times 10^{10} \text{ ft}/\text{lb}$
Porosidad de la torta, 0.435	Resistencia del medio filtrante, $2.6 \times 10^{10} \text{ ft}^{-1}$
Densidad de los sólidos secos en la torta, $2\,000 \text{ kg}/\text{m}^3$	

La torta final se lava con agua en condiciones tales que el radio de la superficie interior del líquido es 200 mm. Suponiendo que la velocidad de flujo del agua de lavado es igual a la velocidad de flujo final del filtrado, ¿cuál es la velocidad de lavado, en metros cúbicos por hora?

- 29.15.** a) Calcule el coeficiente de transferencia de masa aparente para el látex a partir de los resultados de la ultrafiltración mostrados en la figura 29.25. b) Utilizando los datos correspondientes para la albúmina como una referencia, determine la difusividad de corte

inducida D_s para las esferas de látex, y compárela con la difusividad normal D_v . c) ¿Cuál será la velocidad de corte necesaria para explicar el valor de D_s ?

- 29.16.** a) Prediga el efecto de la caída de presión en el flux permeado por unidad de área para la ultrafiltración de suero de queso en una membrana tubular de 2 cm de diámetro con una disolución que fluye a una velocidad de 3 m/s. Suponga que las características de la membrana son las mismas que las del ejemplo 29.3. b) Calcule la caída de presión por fricción si la longitud del tubo es de 1.5 m.
- 29.17.** Una unidad de microfiltración utilizada para concentrar una suspensión de partículas esféricas de $0.8 \mu\text{m}$ de diámetro tiene un flux permeado por unidad de área de $150 \text{ L/m}^2 \cdot \text{h}$ a 30°C y una caída de presión de 2.1 atm. En las mismas condiciones, el flux de agua pura es de $280 \text{ L/m}^2 \cdot \text{h}$. ¿Qué espesor de una capa de partículas será necesario para explicar la resistencia de la capa de gel si $\varepsilon = 0.40$?
- 29.18.** Belter, Cussler y Hu⁴ proporcionan datos para el lavado de una torta de filtro que contiene el antibiótico lincomicina. ¿Qué relación de lavado se requeriría para recuperar 95% del antibiótico original en la torta?, ¿y para 99% de recuperación?

n	0.34	0.47	0.63	0.95	2.05
R	0.70	0.63	0.60	0.40	0.14

- 29.19.** Se usa diafiltración para purificar 40 L de una solución de proteína diluida producida en una planta piloto. La solución tiene 0.8% de proteína y 3.2% de sales y la relación proteína/sal debería ser de 50: 1 después de la diafiltración. a) Si se añade agua pura en forma intermitente, 40 L por vez, ¿cuál será la cantidad total de agua necesaria?; b) ¿cuánta agua se necesitaría agregar continuamente y con un volumen de retención constante?; c) si un paso siguiente de UF eleva la concentración de la proteína al 5%, ¿cuál es la concentración final de sal?
- 29.20.** Se usa microfiltración para concentrar una solución de partículas de látex desde 2.5 de porcentaje en peso hasta 20%. Las partículas son esferas con un diámetro promedio de $0.2 \mu\text{m}$. La membrana posee una permeabilidad al agua pura de $500 \text{ L/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{atm}$. El flux del permeato para $c = 2.5\%$ es de $300 \text{ L/m}^2 \cdot \text{h}$ a $\Delta p = 30 \text{ lb}_f/\text{in}^2$ o $40 \text{ lb}_f/\text{in}^2$. a) Construya una gráfica de flux contra Δp para $c = 2.5\%$ y compárela con las gráficas típicas para UF de tamaño de molécula medio; b) estime el flux máximo para $c = 10\%$ y $c = 20\%$.

REFERENCIAS

1. Altena, F.W., y G. Belfort. *Chem. Eng. Sci.* **39**: 343 (1984).
2. Ambler, C.M. *Chem. Eng. Progr.* **48**: 150 (1952).
3. Belfort, G.J. *Membrane Sci.* **40**: 123 (1989).
4. Belter, P.E., E.L. Cussler, y W.-S. Hu. *Bioseparations; Downstream Processing for Biotechnology*. Nueva York: Wiley, 1988, p. 33.
5. Blatt, W.F., A. David, A.S. Michaels, y L. Nelsen: en J.E. Flinn (ed.). *Membrane Science and Technology*. Nueva York: Plenum Press, 1970.
6. Cheryan, M. *Ultrafiltration Handbook*. Lancaster, Pa.: Technomic Publishing Co., 1986; a) p.127; b) p. 212.
7. Cheryan, M., y B.H. Chiang: en B.M. McKenna (ed.). *Engineering and Food*. Londres: Applied Science Publ., 1984.

8. Choudhury, A.P.R. y D.A. Dahlstrom: *AIChE J.* **3**: 433 (1957).
9. Clark, J.G. *Chem. Eng. Prog.* **86**(11): 45 (1990).
10. Coe, F.S., y G.H. Clevenger. *Trans. AIME* **55**: 536 (1916).
11. Concha, F.A. *AIChE J.* **37**: 1425 (1991).
12. DaCosta, A.R., A.G. Fane, C.J.D. Fell, y A.C. M. Franken. *J. Membrane Sci.* **62**: 275 (1991).
13. Davis, R.S., y D.T. Leighton. *Chem. Eng. Sci.* **42**: 279 (1987).
14. Dick, R.I. *Fluid/Particle Separation J.* **2**(2): 77 (1989).
15. Dixon, D.C., *AIChE J.* **37**: 1431 (1991).
16. Eckstein, E.C., D.G. Bailey y A.H. Shapiro. *J. Fluid Mech.* **79**: 191 (1974).
17. Fane, A.G., C.J.D. Fell y A.G. Waters. *J. Membrane Sci.* **9**: 245 (1981).
18. Fitch, B. *AIChE J.* **36**: 1545 (1990).
19. Goldsmith, R.L. *Ind. Eng. Chem. Fund.* **10**: 113 (1971).
20. Grace, H.P. *Chem. Eng. Prog.* **49**: 303, 367, 427 (1953).
21. Grace, H.P. *AIChE J.* **2**: 307, 316, (1956).
22. Han, C.D. y H. T. Bixler. *AIChE J.* **13**: 1058 (1967).
23. Harriott, P. *Separation Sci.* **8**(3): 291 (1973).
24. Harrison, R.G., P. Todd, S.R. Rudge, y D.P. Petrides. *Bioseparations Science and Engineering*. Nueva York: Oxford Press, 2003, p. 134.
25. Hoffman, A.C., A. van Santen, R.W.K. Allen, y R. Clift. *Powder Technology* **70**: 83 (1992).
26. Hsieh, H.P. *Chem. Eng. Prog. Symp. Ser.* **84(261)**: 1 (1988).
27. Hughes, O.D., R.W. Ver Hoeve, y C.D. Luke. Informe presentado en la reunión de AIChE, Columbus, Ohio, diciembre de 1950.
28. Kynch, G.J. *Trans. Faraday Soc.* **48**: 161 (1952).
29. Murkes, J., y C.-G. Carlsson. *Crossflow Filtration Theory and Practice*. Nueva York: Wiley, 1988.
30. Nickolaus, N., y D.A. Dahlstrom. *Chem. Eng. Prog.* **52(3)**: 87M (1956).
31. Perlmutter, B.A. *Chem. Eng. Prog.* **87**(7): 29 (1991).
32. Perry, R.H. y D.W. Green (eds.). *Perry's Chemical Engineers' Handbook*. 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1977; a) pp. 17-27, b) pp. 18-61, c) pp. 18-72, d) pp. 18-90 a 18-103, e) pp. 18-100, f) pp. 18-116, g) pp. 19-23, h) pp. 19-24.
33. Porter, M.C. *Ind. Eng. Chem. Prod. Res. Devel.* **11**: 234 (1972).
34. Porter, M.C.: en P.A. Schweitzer (ed.). *Handbook of separation Techniques for Chemical Engineers*. Nueva York: McGraw-Hill, 1979.
35. Romero, C.A., y R.H. Davis. *J. Membrana Sci.* **62**: 249 (1991).
36. Rushton, A., y M.S. Hameed. *Filtr. Separation.* **7**: 25 (1970).
37. Ruth, B.F. Comunicación personal.
38. Schnittger, J.R. *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.* **9(3)**: 407 (1970).
39. Shen, J.S., y R.F. Probstein. *Ind. Eng. Chem. Fundamen.* **16**: 459 (1977).
40. Svarosky, L. *Chem. Eng.* Vol. 86, 1979; a) no. 14, p. 62; b) no. 15, p. 101.
41. Taggart, A.F. *Handbook of Mineral Dressing: Ores and Industrial Minerals*. Nueva York: Wiley, 1945, p. 11-23.
42. Van Reis, R., E.M. Goodrich, C.L. Yson, L.N. Frautschy, R. Whitely, y A.L. Zydney. *J. Membrane Sci.* **130**: 123 (1997).
43. Wijmans, J.G., S. Nakao, J.W.H. van den Berg, F.R. Troelstra, y C.A.S. Smolders. *J. Membrane Sci.* **22**: 117 (1985).
44. Willis, F.F., y L. Shapiro. Reporte Técnico No. 936. Warminster, Pa.: Alfa-Laval Separation, Inc., 1991.
45. Zydney, A.L., y C.K. Colton. *Chem. Eng. Commun.* **47**: 1 (1987).

APÉNDICE 1

Factores de conversión y constantes universales

Para convertir de	A	Multiplicar por [†]
acre	ft ²	43 560*
	m ²	4046.85
atm	N/m ²	1.01325×10^5
	lb _f /in. ²	14.696
Número de Avogadro	partículas/g mol	6.022169×10^{23}
bbl (petróleo)	ft ³	5.6146
	gal (U.S.)	42*
	m ³	0.15899
bar	N/m ²	1×10^5
	lb _f /in. ²	14.504
Constante de Boltzmann	J/K	1.380622×10^{-23}
Btu	cal _{IT}	251.996
	ft · lb _f	778.17
	J	1055.06
	kWh	2.9307×10^{-4}
Btu/lb	cal _{IT} /g	0.55556
Btu/lb · °F	cal _{IT} /g · °C	1*
Btu/ft ² · h	W/m ²	3.1546
Btu/ft ² · h · °F	W/m ² · °C	5.6783
	kcal/m ² · h · K	4.882
Btu · ft/ft ² · h · °F	W · m/m ² · °C	1.73073
	kcal/m · h · K	1.488
cal _{IT}	Btu	3.9683×10^{-3}
	ft · lb _f	3.0873
	J	4.1868*
cal	J	4.184*
cm	in.	0.39370
	ft	0.0328084
cm ³	ft ³	3.531467×10^{-5}
	gal (U.S.)	2.64172×10^{-4}

(Continúa)

Para convertir de	A	Multiplicar por [†]
cP (centipoise)	kg/m · s	$1^* \times 10^{-3}$
	lb/ft · h	2.4191
	lb/ft · s	6.7197×10^{-4}
cSt (centistoke)	m ² /s	$1^* \times 10^{-6}$
faraday	C/g mol	9.648670×10^4
ft	m	0.3048*
ft · lb _f	Btu	1.2851×10^{-3}
	cal _{IT}	0.32383
	J	1.35582
ft · lb _f /s	Btu/h	4.6262
	hp	1.81818×10^{-3}
ft ² /h	m ² /s	2.581×10^{-5}
	cm ² /s	0.2581
ft ³	m ³	0.0283168
	gal (U.S.)	7.48052
	L	28.31684
ft ³ · atm	Btu	2.71948
	cal _{IT}	685.29
	J	2.8692×10^3
ft ³ /s	gal (U.S.)/min	448.83
gal (U.S.)	ft ³	0.13368
	in. ³	231*
constante de la ley de los gases, <i>R</i> , véase tabla 1.2, p. xx		
constante de la gravedad	N · m ² /kg ²	6.673×10^{-11}
aceleración de la gravedad estándar	m/s ²	9.80665*
h	min	60*
	s	3 600*
hp	Btu/h	2 544.43
	kW	0.74624
hp/1 000 gal	kW/m ³	0.197
in.	cm	2.54*
in. ³	cm ³	16.3871
J	erg	$1^* \times 10^7$
	ft · lb _f	0.73756
kg	lb	2.20462
kWh	Btu	3 412.1
L	m ³	$1^* \times 10^{-3}$
lb	kg	0.45359237*
lb/ft ³	kg/m ³	16.018
	g/cm ³	0.016018
lb _f /in. ²	N/m ²	6.89473×10^3
lb mol/ft ² · h	kg mol/m ² · s	1.3562×10^{-3}
	g mol/cm ² · s	1.3562×10^{-4}
velocidad de la luz	m/s	2.997925×10^8
m	ft	3.280840
	in.	39.3701

(Continúa)

Para convertir de	A	Multiplicar por [†]
m ³	ft ³	35.3147
	gal (U.S.)	264.17
N	din	1* × 10 ⁵
	lb _f	0.22481
N/m ²	lb _f /in. ²	1.4503 × 10 ⁻⁴
constante de Planck	Js	6.626196 × 10 ⁻³⁴
graduación (U.S.)	porcentaje de alcohol en volumen	0.5
tonelada (larga)	kg	1016
	lb	2240*
tonelada (corta)	lb	2000*
t (métrica)	kg	1000*
	lb	2204.6
yd	ft	3*
	m	0.9144*

[†]Los valores seguidos de*, por definición son exactos.

APÉNDICE 2

Grupos adimensionales

Símbolo	Nombre	Definición
Bi	Número de Biot	$\frac{hs}{k}$ para láminas
		$\frac{hr_m}{k}$ para cilindro o esfera
C_D	Coficiente de arrastre	$\frac{2F_{Dc}}{\rho u_0^2 A_p}$
Fo	Número de Fourier	$\frac{\alpha t}{r^2}$
Fr	Número de Froude	$\frac{u^2}{gL}$
f	Factor de fricción de Fanning	$\frac{\Delta p_{sc} D}{2L\rho \bar{V}^2}$
Gr	Número de Grashof	$\frac{L^3 \rho^2 \beta g \Delta T}{\mu^2}$
Gz	Número de Graetz	$\frac{\dot{m} c_p}{kL}$
Gz'	Número de Graetz para transferencia de materia	$\frac{\dot{m}}{\rho D_v L}$
j_H	Factor de transferencia de calor	$\frac{h}{c_p G} \left(\frac{c_p \mu}{k} \right)^{2/3} \left(\frac{\mu_w}{\mu} \right)^{0.14}$
j_M	Factor de transferencia de materia	$\frac{k \bar{M}}{G} \left(\frac{\mu}{D_v \rho} \right)^{2/3}$

(Continúa)

Símbolo	Nombre	Definición
Ma	Número de Mach	$\frac{u}{a}$
N_{Ac}	Número de aeración	$\frac{q_g}{nD_a^3}$
N_p	Número de potencia	$\frac{P_c}{\rho n^3 D^5}$
N_Q	Número de flujo	$\frac{q}{nD_a^3}$
Nu	Número de Nusselt	$\frac{hD}{k}$
Pe	Número de Peclet	$\frac{D\bar{V}}{\alpha}$ o $\frac{Du_o}{D_v}$
Pr	Número de Prandtl	$\frac{c_p\mu}{k}$
Re	Número de Reynolds	$\frac{DG}{\mu}$
N_s	Número de separación	$\frac{u_t u_0}{gD_p}$
Sc	Número de Schmidt	$\frac{\mu}{D_v\rho}$
Sh	Número de Sherwood	$\frac{k_c D}{D_v}$
We	Número de Weber	$\frac{D\rho\bar{V}^2}{\sigma}$

APÉNDICE 3

Dimensiones, capacidades y pesos de tuberías estándar de acero[†]

Tamaño nominal de tubería, in.	Diámetro exterior, in.	Número de cédula	Espesor de pared, in.	Diámetro interior, in.	Área de la sección transversal del metal, in. ²	Área de la sección interior, ft ²	Circunferencia, ft, o superficie, ft ² /ft de longitud		Capacidad para la velocidad de 1 ft/s		Peso de la tubería, lb/ft
							Exterior	Interior	U.S. gal/min	Agua, lb/h	
$\frac{1}{8}$	0.405	40	0.068	0.269	0.072	0.00040	0.106	0.0705	0.179	89.5	0.24
		80	0.095	0.215	0.093	0.00025	0.106	0.0563	0.113	56.5	0.31
$\frac{1}{4}$	0.540	40	0.088	0.364	0.125	0.00072	0.141	0.095	0.323	161.5	0.42
		80	0.119	0.302	0.157	0.00050	0.141	0.079	0.224	112.0	0.54
$\frac{3}{8}$	0.675	40	0.091	0.493	0.167	0.00133	0.177	0.129	0.596	298.0	0.57
		80	0.126	0.423	0.217	0.00098	0.177	0.111	0.440	220.0	0.74
$\frac{1}{2}$	0.840	40	0.109	0.622	0.250	0.00211	0.220	0.163	0.945	472.0	0.85
		80	0.147	0.546	0.320	0.00163	0.220	0.143	0.730	365.0	1.09
$\frac{3}{4}$	1.050	40	0.113	0.824	0.333	0.00371	0.275	0.216	1.665	832.5	1.13
		80	0.154	0.742	0.433	0.00300	0.275	0.194	1.345	672.5	1.47
1	1.315	40	0.133	1.049	0.494	0.00600	0.344	0.275	2.690	1345	1.68
		80	0.179	0.957	0.639	0.00499	0.344	0.250	2.240	1120	2.17
1 $\frac{1}{4}$	1.660	40	0.140	1.380	0.668	0.01040	0.435	0.361	4.57	2285	2.27
		80	0.191	1.278	0.881	0.00891	0.435	0.335	3.99	1995	3.00
1 $\frac{1}{2}$	1.900	40	0.145	1.610	0.800	0.01414	0.497	0.421	6.34	3170	2.72
		80	0.200	1.500	1.069	0.01225	0.497	0.393	5.49	2745	3.63
2	2.375	40	0.154	2.067	1.075	0.02330	0.622	0.541	10.45	5225	3.65
		80	0.218	1.939	1.477	0.02050	0.622	0.508	9.20	4600	5.02
2 $\frac{1}{2}$	2.875	40	0.203	2.469	1.704	0.03322	0.753	0.647	14.92	7460	5.79
		80	0.276	2.323	2.254	0.02942	0.753	0.608	13.20	6600	7.66
3	3.500	40	0.216	3.068	2.228	0.05130	0.916	0.803	23.00	11500	7.58
		80	0.300	2.900	3.016	0.04587	0.916	0.759	20.55	10275	10.25
3 $\frac{1}{2}$	4.000	40	0.226	3.548	2.680	0.06870	1.047	0.929	30.80	15400	9.11
		80	0.318	3.364	3.678	0.06170	1.047	0.881	27.70	13850	12.51
4	4.500	40	0.237	4.026	3.17	0.08840	1.178	1.054	39.6	19800	10.79
		80	0.337	3.826	4.41	0.07986	1.178	1.002	35.8	17900	14.98
5	5.563	40	0.258	5.047	4.30	0.1390	1.456	1.321	62.3	31150	14.62
		80	0.375	4.813	6.11	0.1263	1.456	1.260	57.7	28850	20.78
6	6.625	40	0.280	6.065	5.58	0.2006	1.734	1.588	90.0	45000	18.97
		80	0.432	5.761	8.40	0.1810	1.734	1.508	81.1	40550	28.57
8	8.625	40	0.322	7.981	8.396	0.3474	2.258	2.089	155.7	77850	28.55
		80	0.500	7.625	12.76	0.3171	2.258	1.996	142.3	71150	43.39
10	10.75	40	0.365	10.020	11.91	0.5475	2.814	2.620	246.0	123000	40.48
		80	0.594	9.562	18.95	0.4987	2.814	2.503	223.4	111700	64.40
12	12.75	40	0.406	11.938	15.74	0.7773	3.338	3.13	349.0	174500	53.56
		80	0.688	11.374	26.07	0.7056	3.338	2.98	316.7	158350	88.57

[†]Basados en ANSI B36. 10-1959, con autorización de ASME.

APÉNDICE 4

Datos sobre tubos de condensadores e intercambiadores de calor†

Diámetro exterior in.	Espesor de pared		Diámetro interior in.	Área de la sección transversal del metal in. ²	Área de la sección interior ft ²	Circunferencia ft, o superficie ft ² /ft de longitud		Velocidad en ft/s para un gal/min de EU	Capacidad para la velocidad 1 ft/s		Peso, lb/ft [‡]
	BWG núm.	in.				Exterior	Interior		U.S. gal/min	Agua, lb/h	
$\frac{5}{8}$	12	0.109	0.407	0.177	0.000903	0.1636	0.1066	2.468	0.4053	202.7	0.602
	14	0.083	0.459	0.141	0.00115	0.1636	0.1202	1.938	0.5161	258.1	0.479
	16	0.065	0.495	0.114	0.00134	0.1636	0.1296	1.663	0.6014	300.7	0.388
	18	0.049	0.527	0.089	0.00151	0.1636	0.1380	1.476	0.6777	338.9	0.303
$\frac{3}{4}$	12	0.109	0.532	0.220	0.00154	0.1963	0.1393	1.447	0.6912	345.6	0.748
	14	0.083	0.584	0.174	0.00186	0.1963	0.1529	1.198	0.8348	417.4	0.592
	16	0.065	0.620	0.140	0.00210	0.1963	0.1623	1.061	0.9425	471.3	0.476
	18	0.049	0.652	0.108	0.00232	0.1963	0.1707	0.962	1.041	520.5	0.367
$\frac{7}{8}$	12	0.109	0.657	0.262	0.00235	0.2291	0.1720	0.948	1.055	527.5	0.891
	14	0.083	0.709	0.207	0.00274	0.2291	0.1856	0.813	1.230	615.0	0.704
	16	0.065	0.745	0.165	0.00303	0.2291	0.1950	0.735	1.350	680.0	0.561
	18	0.049	0.777	0.127	0.00329	0.2291	0.2034	0.678	1.477	738.5	0.432
1	10	0.134	0.732	0.364	0.00292	0.2618	0.1916	0.763	1.310	655.0	1.237
	12	0.109	0.782	0.305	0.00334	0.2618	0.2047	0.667	1.499	750.0	1.037
	14	0.083	0.834	0.239	0.00379	0.2618	0.2183	0.588	1.701	850.5	0.813
	16	0.065	0.870	0.191	0.00413	0.2618	0.2278	0.538	1.854	927.0	0.649
$1\frac{1}{4}$	10	0.134	0.982	0.470	0.00526	0.3272	0.2571	0.424	2.361	1181	1.598
	12	0.109	1.032	0.391	0.00581	0.3272	0.2702	0.384	2.608	1304	1.329
	14	0.083	1.084	0.304	0.00641	0.3272	0.2838	0.348	2.877	1439	1.033
	16	0.065	1.120	0.242	0.00684	0.3272	0.2932	0.326	3.070	1535	0.823
$1\frac{1}{2}$	10	0.134	1.232	0.575	0.00828	0.3927	0.3225	0.269	3.716	1858	1.955
	12	0.109	1.282	0.476	0.00896	0.3927	0.3356	0.249	4.021	2011	1.618
	14	0.083	1.334	0.370	0.00971	0.3927	0.3492	0.229	4.358	2176	1.258
2	10	0.134	1.732	0.7855	0.0164	0.5236	0.4534	0.136	7.360	3680	2.68
	12	0.109	1.782	0.6475	0.0173	0.5236	0.4665	0.129	7.764	3882	2.22

†Resumidos, con autorización de J. H. Perry (ed.), *Chemical Engineers' Handbook*, 5a. ed., p. 11-12. Copyright © 1973, McGraw-Hill Book Company, Nueva York.

‡Para acero; para cobre, multiplicar por 1.14; para latón, multiplicar por 1.06.

APÉNDICE 5

Escala de tamices estándar Tyler

Esta escala de tamices está basada en una abertura de 0.0029 in., que es la abertura del tamiz estándar de 200 mallas y 0.0021 in. de diámetro de alambre, tal como ha sido adoptada por el National Bureau of Standard.

Mallas	Abertura efectiva, in.	Abertura efectiva, mm	Abertura aproximada, in.	Diámetro del alambre, in.
	1.050	26.67	1	0.148
†	0.883	22.43	$\frac{7}{8}$	0.135
	0.742	18.85	$\frac{3}{4}$	0.135
†	0.624	15.85	$\frac{5}{8}$	0.120
	0.525	13.33	$\frac{1}{2}$	0.105
†	0.441	11.20	$\frac{7}{16}$	0.105
	0.371	9.423	$\frac{3}{8}$	0.092
$2\frac{1}{2}$ †	0.312	7.925	$\frac{5}{16}$	0.088
3	0.263	6.680	$\frac{1}{4}$	0.070
$3\frac{1}{2}$ †	0.221	5.613	$\frac{7}{32}$	0.065
4	0.185	4.699	$\frac{3}{16}$	0.065
$5\frac{1}{2}$ †	0.156	3.962	$\frac{5}{32}$	0.044
6	0.131	3.327	$\frac{1}{8}$	0.036
$7\frac{1}{2}$ †	0.110	2.794	$\frac{7}{64}$	0.0328
8	0.093	2.362	$\frac{3}{32}$	0.032
$9\frac{1}{2}$ †	0.078	1.981	$\frac{5}{64}$	0.033
10	0.065	1.651	$\frac{1}{16}$	0.035
$12\frac{1}{2}$ †	0.055	1.397		0.028
14	0.046	1.168	$\frac{3}{64}$	0.025
$16\frac{1}{2}$ †	0.0390	0.991		0.0235
20	0.0328	0.833	$\frac{1}{32}$	0.0172
$24\frac{1}{2}$ †	0.0276	0.701		0.0141
28	0.0232	0.589		0.0125
$32\frac{1}{2}$ †	0.0195	0.495		0.0118
35	0.0164	0.417	$\frac{1}{64}$ (Ninguna)	0.0122
$42\frac{1}{2}$ †	0.0138	0.351		0.0100
48	0.0116	0.295		0.0092
$60\frac{1}{2}$ †	0.0097	0.246		0.0070
65	0.0082	0.208		0.0072
$80\frac{1}{2}$ †	0.0069	0.175		0.0056
100	0.0058	0.147		0.0042
$115\frac{1}{2}$ †	0.0049	0.124		0.0038
150	0.0041	0.104		0.0026
$170\frac{1}{2}$ †	0.0035	0.088		0.0024
200	0.0029	0.074		0.0021
270	0.0021	0.053		
325	0.0017	0.044		

†Estos tamices se incluyen cuando se desea un intervalo de tamizado más estrecho, completando la serie estándar utilizada habitualmente. Con esta inclusión, la relación de los diámetros de las aberturas entre dos tamices sucesivos es de $1:\sqrt[4]{2}$ en vez de $1:\sqrt{2}$.

APÉNDICE 6

Propiedades del agua líquida

Temperatura T , °F	Viscosidad [†] μ , cP	Conductividad térmica [‡] k , Btu/ft · h · °F	Densidad [§] ρ , lb/ft ³	$\psi_f = \left(\frac{k^3 \rho^2 g}{\mu^2} \right)^{1/3}$
32	1.794	0.320	62.42	1410
40	1.546	0.326	62.43	1590
50	1.310	0.333	62.42	1810
60	1.129	0.340	62.37	2050
70	0.982	0.346	62.30	2290
80	0.862	0.352	62.22	2530
90	0.764	0.358	62.11	2780
100	0.682	0.362	62.00	3020
120	0.559	0.371	61.71	3530
140	0.470	0.378	61.38	4030
160	0.401	0.384	61.00	4530
180	0.347	0.388	60.58	5020
200	0.305	0.392	60.13	5500
220	0.270	0.394	59.63	5960
240	0.242	0.396	59.10	6420
260	0.218	0.396	58.53	6830
280	0.199	0.396	57.94	7210
300	0.185	0.396	57.31	7510

[†]De *International Critical Tables*, vol. 5, McGraw-Hill Book Company, Nueva York, 1929, p. 10.

[‡]De E. Schmidt y W. Sellschopp, *Forsh. Geb. Ingenieurw.*, **3**:277 (1932).

[§]Calculada a partir de J. H. Keenan y F. G. Keyes, *Thermodynamic Properties of Steam*, John Wiley & Sons., Inc. Nueva York, 1937.

APÉNDICE 7

Propiedades del vapor saturado y del agua[†]

Temperatura <i>T</i> , °F	Presión de vapor <i>p_A</i> , lb _f /in. ²	Volumen específico, ft ³ /lb		Entalpía, Btu/lb		
		Líquido <i>v_x</i>	Vapor saturado <i>v_y</i>	Líquido <i>H_x</i>	Vaporización <i>λ</i>	Vapor saturado <i>H_y</i>
32	0.08859	0.016022	3 305	0	1 075.4	1 075.4
35	0.09992	0.016021	2 948	3.00	1 073.7	1 076.7
40	0.12166	0.016020	2 445	8.02	1 070.9	1 078.9
45	0.14748	0.016021	2 037	13.04	1 068.1	1 081.1
50	0.17803	0.016024	1 704.2	18.06	1 065.2	1 083.3
55	0.2140	0.016029	1 431.4	23.07	1 062.4	1 085.5
60	0.2563	0.016035	1 206.9	28.08	1 059.6	1 087.7
65	0.3057	0.016042	1 021.5	33.09	1 056.8	1 089.9
70	0.3632	0.016051	867.7	38.09	1 054.0	1 092.0
75	0.4300	0.016061	739.7	43.09	1 051.1	1 094.2
80	0.5073	0.016073	632.8	48.09	1 048.3	1 096.4
85	0.5964	0.016085	543.1	53.08	1 045.5	1 098.6
90	0.6988	0.016099	467.7	58.07	1 042.7	1 100.7
95	0.8162	0.016114	404.0	63.06	1 039.8	1 102.9
100	0.9503	0.016130	350.0	68.05	1 037.0	1 105.0
110	1.2763	0.016166	265.1	78.02	1 031.4	1 109.3
120	1.6945	0.016205	203.0	88.00	1 025.5	1 113.5
130	2.225	0.016247	157.17	97.98	1 019.8	1 117.8
140	2.892	0.016293	122.88	107.96	1 014.0	1 121.9
150	3.722	0.016343	96.99	117.96	1 008.1	1 126.1
160	4.745	0.016395	77.23	127.96	1 002.2	1 130.1
170	5.996	0.016450	62.02	137.97	996.2	1 134.2
180	7.515	0.016509	50.20	147.99	990.2	1 138.2
190	9.343	0.016570	40.95	158.03	984.1	1 142.1
200	11.529	0.016634	33.63	168.07	977.9	1 145.9
210	14.125	0.016702	27.82	178.14	971.6	1 149.7
212	14.698	0.016716	26.80	180.16	970.3	1 150.5

(Continúa)

Temperatura T , °F	Presión de vapor p_A , lb _f /in. ²	Volumen específico, ft ³ /lb		Entalpía, Btu/lb		
		Líquido v_x	Vapor saturado v_y	Líquido H_x	Vaporización λ	Vapor saturado H_y
220	17.188	0.016772	23.15	188.22	965.3	1 153.5
230	20.78	0.016845	19.386	198.32	958.8	1 157.1
240	24.97	0.016922	16.327	208.44	952.3	1 160.7
250	29.82	0.017001	13.826	218.59	945.6	1 164.2
260	35.42	0.017084	11.768	228.76	938.8	1 167.6
270	41.85	0.017170	10.066	238.95	932.0	1 170.9
280	49.18	0.017259	8.650	249.18	924.9	1 174.1
290	57.53	0.017352	7.467	259.44	917.8	1 177.2
300	66.98	0.017448	6.472	269.73	910.4	1 180.2
310	77.64	0.017548	5.632	280.06	903.0	1 183.0
320	89.60	0.017652	4.919	290.43	895.3	1 185.8
340	117.93	0.017872	3.792	311.30	879.5	1 190.8
350	134.53	0.017988	3.346	321.80	871.3	1 193.1
360	152.92	0.018108	2.961	332.35	862.9	1 195.2
370	173.23	0.018233	2.628	342.96	854.2	1 197.2
380	195.60	0.018363	2.339	353.62	845.4	1 199.0
390	220.2	0.018498	2.087	364.34	836.2	1 200.6
400	247.1	0.018638	1.8661	375.12	826.8	1 202.0
410	276.5	0.018784	1.6726	385.97	817.2	1 203.1
420	308.5	0.018936	1.5024	396.89	807.2	1 204.1
430	343.3	0.019094	1.3521	407.89	796.9	1 204.8
440	381.2	0.019260	1.2192	418.98	786.3	1 205.3
450	422.1	0.019433	1.1011	430.2	775.4	1 205.6

[†]Extraído de *Steam Tables*, por Joseph H. Keenan, Frederick G. Keyes, Philip G. Hill y Joan G. Moore, John Wiley & Sons, Nueva York, 1969, con autorización del editor.

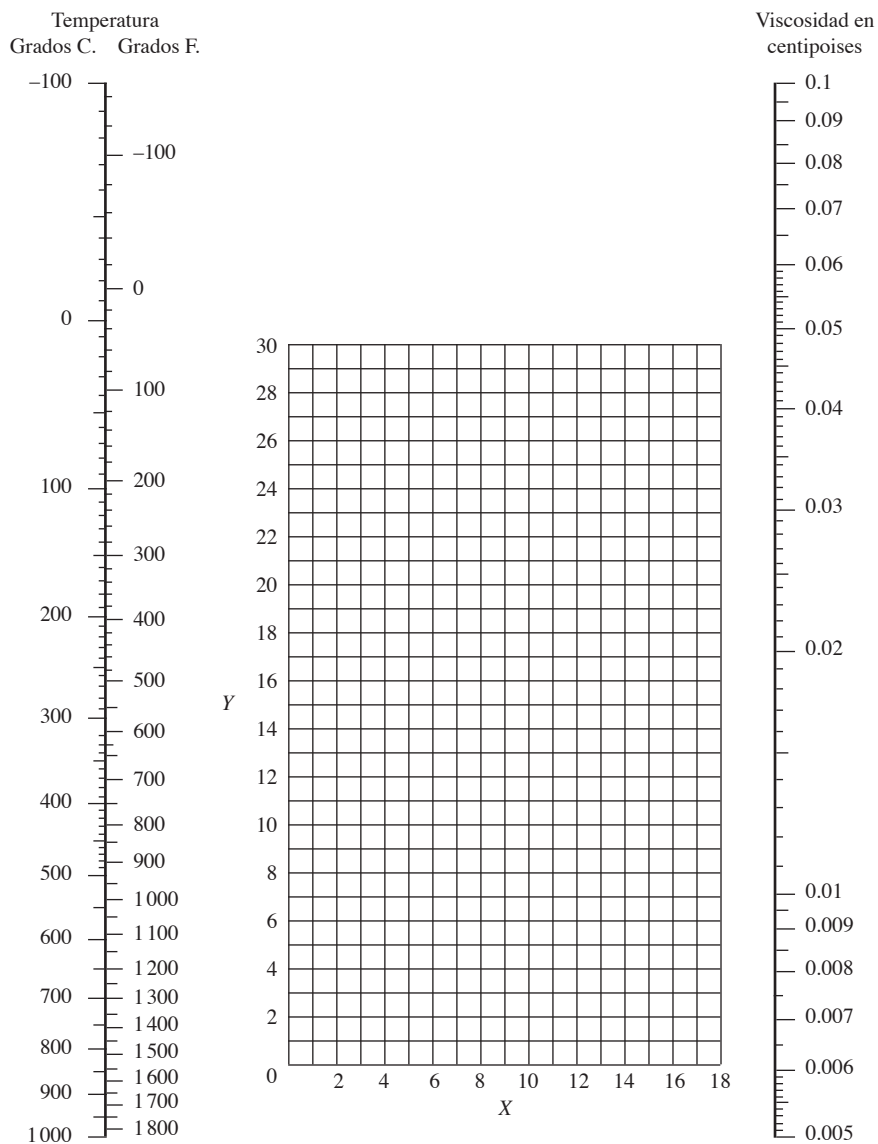
APÉNDICE 8

Viscosidades de gases[†]

Núm.	Gas	X	Y	Num.	Gas	X	Y
1	Ácido acético	7.7	14.3	29	Freón-113	11.3	14.0
2	Acetona	8.9	13.0	30	Helio	10.9	20.5
3	Acetileno	9.8	14.9	31	Hexano	8.6	11.8
4	Aire	11.0	20.0	32	Hidrógeno	11.2	12.4
5	Amoniac	8.4	16.0	33	3H ₂ + N ₂	11.2	17.2
6	Argón	10.5	22.4	34	Bromuro de hidrógeno	8.8	20.9
7	Benceno	8.5	13.2	35	Cloruro de hidrógeno	8.8	18.7
8	Bromo	8.9	19.2	36	Cianuro de hidrógeno	9.8	14.9
9	Buteno	9.2	13.7	37	Yoduro de hidrógeno	9.0	21.3
10	Butileno	8.9	13.0	38	Sulfuro de hidrógeno	8.6	18.0
11	Dióxido de carbono	9.5	18.7	39	Yodo	9.0	18.4
12	Disulfuro de carbono	8.0	16.0	40	Mercurio	5.3	22.9
13	Monóxido de carbono	11.0	20.0	41	Metano	9.9	15.5
14	Cloro	9.0	18.4	42	Alcohol metílico	8.5	15.6
15	Cloroformo	8.9	15.7	43	Óxido nítrico	10.9	20.5
16	Cianógeno	9.2	15.2	44	Nitrógeno	10.6	20.0
17	Ciclohexano	9.2	12.0	45	Cloruro de nitrosilo	8.0	17.6
18	Etano	9.1	14.5	46	Óxido nitroso	8.8	19.0
19	Acetato de etilo	8.5	13.2	47	Oxígeno	11.0	21.3
20	Alcohol etílico	9.2	14.2	48	Pentano	7.0	12.8
21	Cloruro de etilo	8.5	15.6	49	Propano	9.7	12.9
22	Éter etílico	8.9	13.0	50	Alcohol propílico	8.4	13.4
23	Etileno	9.5	15.1	51	Propileno	9.0	13.8
24	Flúor	7.3	23.8	52	Dióxido de azufre	9.6	17.0
25	Freón-11	10.6	15.1	53	Tolueno	8.6	12.4
26	Freón-12	11.1	16.0	54	2,3,3-Trimetilbutano	9.5	10.5
27	Freón-21	10.8	15.3	55	Agua	8.0	16.0
28	Freón-22	10.1	17.0	56	Xenón	9.3	23.0

Coordenadas para ser utilizadas con la figura de la página siguiente

[†]Con autorización de J. H. Perry (ed.), *Chemical Engineers' Handbook*, 5a. ed., pp. 3-210 y 3-211. Copyright © 1973, McGraw-Hill Book Company, Nueva York.



Viscosidades de gases y vapores a 1 atm; para las coordenadas, véase tabla de la página anterior.

APÉNDICE 9

Viscosidades de líquidos[†]

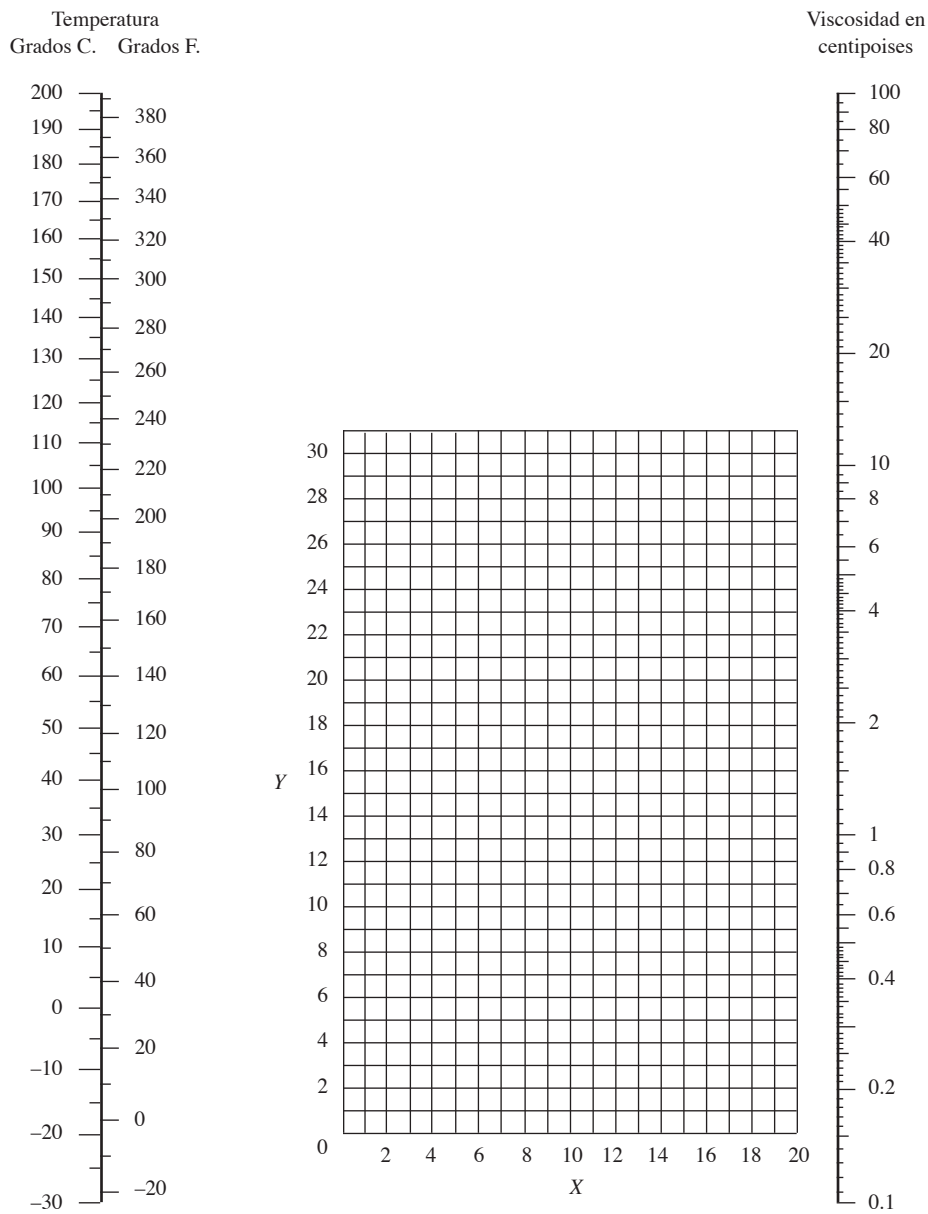
Núm.	Líquido	X	Y	Núm.	Líquido	X	Y
1	Acetaldehído	15.2	4.8	32	Cloruro de etilo	14.8	6.0
2	Ácido acético, 100%	12.1	14.2	33	Éter etílico	14.5	5.3
3	Anhídrido acético	12.7	12.8	34	Formiato de etilo	14.2	8.4
4	Acetona, 100%	14.5	7.2	35	Ioduro de etilo	14.7	10.3
5	Amoniaco, 100%	12.6	2.0	36	Etilenglicol	6.0	23.6
6	Amoniaco, 26%	10.1	13.9	37	Ácido fórmico	10.7	15.8
7	Acetato de amilo	11.8	12.5	38	Freón-12	16.8	5.6
8	Alcohol amílico	7.5	18.4	39	Glicerol, 100%	2.0	30.0
9	Anilina	8.1	18.7	40	Glicerol, 50%	6.9	19.6
10	Anisol	12.3	13.5	41	Heptano	14.1	8.4
11	Benceno	12.5	10.9	42	Hexano	14.7	7.0
12	Bifenilo	12.0	18.3	43	Ácido clorhídrico, 31.5%	13.0	16.6
13	Salmuera, CaCl ₂ , 25%	6.6	15.9	44	Alcohol isobutílico	7.1	18.0
14	Salmuera, NaCl, 25%	10.2	16.6	45	Alcohol isopropílico	8.2	16.0
15	Bromo	14.2	13.2	46	Keroseno	10.2	16.9
16	Acetato de butilo	12.3	11.0	47	Aceite comercial de linaza	7.5	27.2
17	Alcohol butílico	8.6	17.2	48	Mercurio	18.4	16.4
18	Dióxido de carbono	11.6	0.3	49	Metanol, 100%	12.4	10.5
19	Disulfuro de carbono	16.1	7.5	50	Acetato de metilo	14.2	8.2
20	Tetracloruro de carbono	12.7	13.1	51	Cloruro de metilo	15.0	3.8
21	Clorobenceno	12.3	12.4	52	Metiletilcetona	13.9	8.6
22	Cloroformo	14.4	10.2	53	Naftaleno	7.9	18.1
23	<i>m</i> -cresol	2.5	20.8	54	Ácido nítrico, 95%	12.8	13.8
24	Ciclohexanol	2.9	24.3	55	Ácido nítrico, 60%	10.8	17.0
25	Dicloroetano	13.2	12.2	56	Nitrobenceno	10.6	16.2
26	Diclorometano	14.6	8.9	57	Nitrotolueno	11.0	17.0
27	Acetato de etilo	13.7	9.1	58	Octano	13.7	10.0
28	Alcohol etílico, 100%	10.5	13.8	59	Alcohol octílico	6.6	21.1
29	Alcohol etílico, 95%	9.8	14.3	60	Pentano	14.9	5.2
30	Alcohol etílico, 40%	6.5	16.6	61	Fenol	6.9	20.8
31	Etilbenceno	13.2	11.5	62	Sodio	16.4	13.9

(Continúa)

Núm.	Líquido	X	Y	Núm.	Líquido	X	Y
63	Hidróxido de sodio, 50%	3.2	25.8	70	Tolueno	13.7	10.4
64	Dióxido de azufre	15.2	7.1	71	Tricloroetileno	14.8	10.5
65	Ácido sulfúrico, 98%	7.0	24.8	72	Acetato de vinilo	14.0	8.8
66	Ácido sulfúrico, 60%	10.2	21.3	73	Agua	10.2	13.0
67	Tetracloroetano	11.9	15.7	74	<i>o</i> -Xileno	13.5	12.1
68	Tetracloroetileno	14.2	12.7	75	<i>m</i> -Xileno	13.9	10.6
69	Tetracloruro de titanio	14.4	12.3	76	<i>p</i> -Xileno	13.9	10.9

Coordenadas para ser utilizadas con la figura de la página siguiente.

[†]Con autorización de J. H. Perry (ed.), *Chemical Engineers Handbook*, 5a. ed., pp. 3-212 y 3-213. Copyright © 1973, McGraw-Hill Book Company, Nueva York.



APÉNDICE 10

Conductividades térmicas de metales[†]

Metal	Conductividad térmica $k^{\ddagger}$		
	32 °F	64 °F	212 °F
Aluminio	117		119
Antimonio	10.6		9.7
Latón (70% de cobre, 30% de zinc)	56		60
Cadmio		53.7	52.2
Cobre (puro)	224		218
Oro		169.0	170.0
Hierro (fundido)	32		30
Hierro (forjado)		34.9	34.6
Plomo	20		19
Magnesio	92	92	92
Mercurio (líquido)	4.8		
Níquel	36		34
Platino		40.2	41.9
Plata	242		238
Sodio (líquido)			49
Acero (dulce)			26
Acero (1% de carbono)		26.2	25.9
Acero (inoxidable, tipo 304)			9.4
Acero (inoxidable, tipo 316)			9.4
Acero (inoxidable, tipo 347)			9.3
Tántalo		32	
Estaño	36		34
Zinc	65		64

[†]Basadas en W. H. McAdams, *Heat Transmission*, 3a. ed., McGraw-Hill Book Company, Nueva York, 1954, pp. 445-447.

[‡] $k = \text{Btu/ft} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{F}$. Para convertir a $\text{W/m} \cdot ^\circ\text{C}$, multiplicar por 1.73073.

APÉNDICE 11

Conductividades térmicas de varios sólidos y materiales aislados[†]

Material	Densidad aparente ρ , lb/ft ³	Temperatura T , °C	Conductividad térmica k , Btu/h · ft ² · (°F/ft)
Asbestos	29	−200	0.043
	36	0	0.087
	36	400	0.129
Ladrillos			
Alúmina	—	1 315	2.7
Ladrillos de construcción	—	20	0.4
Carbono	96.7	—	3.0
Arcilla refractaria	—	200	0.58
	—	1000	0.95
	—	1400	1.02
Ladrillo refractario de caolín	19	200	0.050
	19	760	0.113
Carburo de silicio, recristalizado	129	600	10.7
	129	1000	8.0
	129	1400	6.3
Cartón, corrugado	—	—	0.37
Hormigón (concreto)			
Escoria	—	—	0.20
Piedra	—	—	0.54
1:4 seco	—	—	0.44
Corcho	9.4	30	0.025
Vidrio			
Borosilicato	139	30-75	0.63
Cristal	—	—	0.3-0.61

(Continúa)

Material	Densidad aparente ρ , lb/ft ³	Temperatura T , °C	Conductividad térmica k , Btu/h · ft ² · (°F/ft)
Granito	—	—	1.0-2.3
Hielo	57.5	0	1.3
Materiales aislantes			
Placas de fibra de vidrio [‡]	6	20	0.019
	6	150	0.027
	6	200	0.035
	9	20	0.018
	9	150	0.023
Capoc	0.88	20	0.020
Espuma de poliestireno [§]	1	20	0.023
	2-5	20	0.020
Espuma de poliuretano [§] (fabricada con gas fluorocarbono)	1.3-3.0	—	0.014
	4-8	—	0.018
Espuma de poliuretano [§] (fabricada con CO ²)	1.3-3.0	—	0.018
Tablero rígido para pared	14.8	21	0.028
Magnesia, pulverizada	49.7	47	0.35
Papel	—	—	0.75
Porcelana	—	200	0.88
Caucho, blando	—	21	0.075-0.092
Nieve	34.7	0	0.27
Madera (veteado cruzado)			
Roble	51.5	15	0.12
Arce	44.7	50	0.11
Pino, blanco	34.0	15	0.087
Madera (paralela al veteado)			
Pino	34.4	21	0.20

[‡]Con autorización de J. H. Perry (ed.), *Chemical Engineers Handbook*, 6a. ed., McGraw-Hill, Nueva York, p. 3-260, excepto como se observa.

[§]Con autorización de *Heat Transfer and Fluid Data Book*, vol. 1, Genium Publishing Corp., Schenectady, NY, 1984, sec. 515.24, p. 1.

[§]Con autorización de *Modern Plastics Encyclopedia*, vol. 65, núm. 11, McGraw-Hill Book Co., Nueva York, 1988, p. 657.

APÉNDICE 12

Conductividades térmicas de gases y vapores[†]

Sustancia	Conductividad térmica $k^{\ddagger}$	
	32 °F	212 °F
Acetona	0.0057	0.0099
Acetileno	0.0108	0.0172
Aire	0.0140	0.0184
Amoniac	0.0126	0.0192
Benceno		0.0103
Dióxido de carbono	0.0084	0.0128
Monóxido de carbono	0.0134	0.0176
Tetracloruro de carbono		0.0052
Cloro	0.0043	
Etano	0.0106	0.0175
Alcohol etílico		0.0124
Éter etílico	0.0077	0.0131
Etileno	0.0101	0.0161
Helio	0.0818	0.0988
Hidrógeno	0.0966	0.1240
Metano	0.0176	0.0255
Alcohol metílico	0.0083	0.0128
Nitrógeno	0.0139	0.0181
Óxido nítrico	0.0088	0.0138
Oxígeno	0.0142	0.0188
Propano	0.0087	0.0151
Dióxido de azufre	0.0050	0.0069
Vapor de agua (a la presión de 1 atm abs)		0.0136

[†]Basadas en W. H. McAdams, *Heat Transmission*, 3a. ed., McGraw-Hill Book Company, Nueva York, 1954, pp. 457-458.

[‡] k = Btu/ft · h · °F. Para convertir a W/m · °C, se multiplica por 1.73073.

APÉNDICE 13

Conductividades térmicas de líquidos distintos al agua[†]

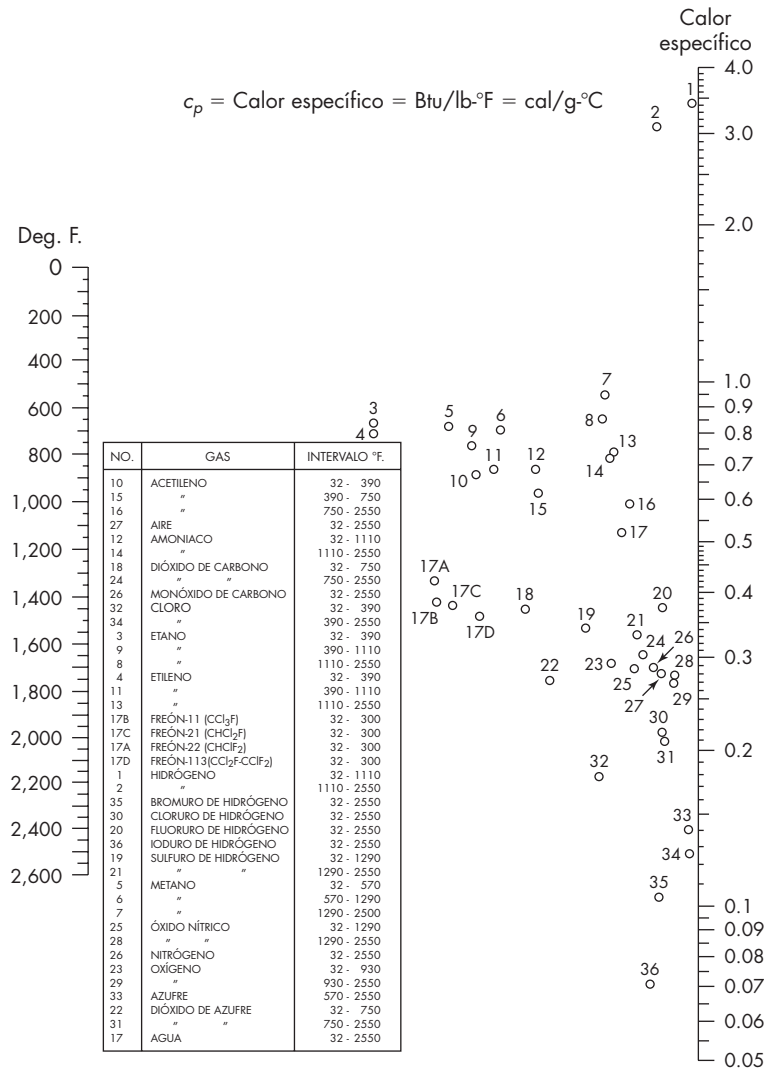
Líquido	Temperatura, °F	$k^{\ddagger}$
Ácido acético	68	0.099
Acetona	86	0.102
Amoniaco (anhidro)	5-86	0.29
Anilina	32-68	0.100
Benceno	86	0.092
<i>n</i> -butanol	86	0.097
Disulfuro de carbono	86	0.093
Tetracloruro de carbono	32	0.107
Clorobenceno	50	0.083
Acetato de etilo	68	0.101
Alcohol etílico (absoluto)	68	0.105
Éter etílico	86	0.080
Etilenglicol	32	0.153
Gasolina	86	0.078
Glicerina	68	0.164
<i>n</i> -heptano	86	0.081
Keroseno	68	0.086
Metanol	68	0.124
Nitrobenceno	86	0.095
<i>n</i> -octano	86	0.083
Dióxido de azufre	5	0.128
Ácido sulfúrico (90%)	86	0.21
Tolueno	86	0.086
Tricloroetileno	122	0.080
<i>o</i> -xileno	68	0.090

[†]Basadas en W. H. McAdams, *Heat Transmission*, 3a. ed., McGraw-Hill Book Company, Nueva York, 1954, pp. 455-456.

[‡] k = Btu/ft · h · °F. Para convertir a W/m · °C, se multiplica por 1.73073.

APÉNDICE 14

Calores específicos de gases†

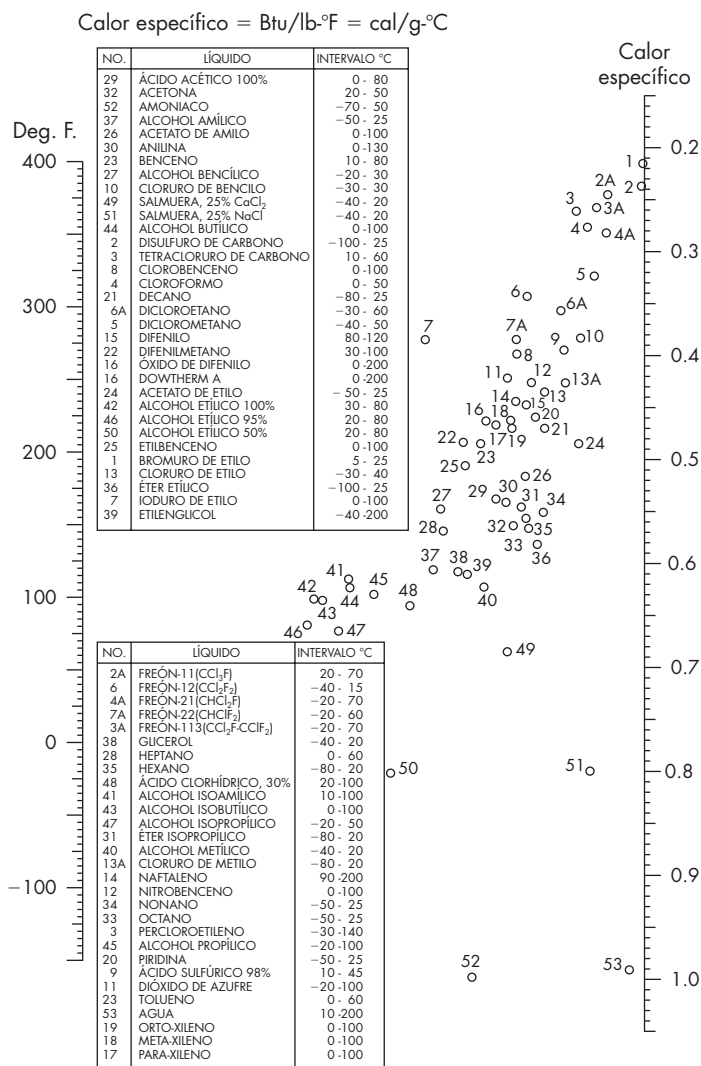


Calores específicos verdaderos c_p de gases y vapores a 1 atm de presión.

† Por cortesía de T. H. Chilton.

APÉNDICE 15

Calores específicos de líquidos†



† Por cortesía de T. H. Chilton.

APÉNDICE 16

Números de Prandtl para gases a 1 atm y 100 °C†

Gas	$Pr = \frac{c_p \mu}{k}$
Aire	0.69
Amoniaco	0.86
Argón	0.66
Dióxido de carbono	0.75
Monóxido de carbono	0.72
Helio	0.71
Hidrógeno	0.69
Metano	0.75
Óxido nítrico, óxido nitroso	0.72
Nitrógeno	0.70
Oxígeno	0.70
Vapor de agua	1.06

†Basados en W. H. McAdams, *Heat Transmission*, 3a. ed., McGraw-Hill Book Company, Nueva York, 1954, p. 471.

APÉNDICE 17

Números de Prandtl para líquidos[†]

Líquido	$Pr = \frac{c_p \mu}{k}$	
	61 °F	212 °F
Ácido acético	14.5	10.5
Acetona	4.5	2.4
Anilina	69	9.3
Benceno	7.3	3.8
<i>n</i> -butanol	43	11.5
Tetracloruro de carbono	7.5	4.2
Clorobenceno	9.3	7.0
Acetato de etilo	6.8	5.6
Alcohol etílico	15.5	10.1
Éter etílico	4.0	2.3
Etilenglicol	350	125
<i>n</i> -heptano	6.0	4.2
Alcohol metílico	7.2	3.4
Nitrobenceno	19.5	6.5
<i>n</i> -octano	5.0	3.6
Ácido sulfúrico (98%)	149	15.0
Tolueno	6.5	3.8
Agua	7.7	1.5

[†]Basados en W. H. McAdams, *Heat Transmission*, 3a. ed., McGraw-Hill Book Company, Nueva York, 1954, p. 470.

APÉNDICE 18

Difusividades y números de Schmidt para gases en aire a 0 °C y 1 atm[†]

Gas	Difusividad volumétrica D_v , ft ² /h [‡]	$Sc = \frac{\mu}{\rho D_v}$ [‡]
Ácido acético	0.413	1.24
Acetona	0.32 [§]	1.60
Amoníaco	0.836	0.61
Benceno	0.299	1.71
<i>n</i> -butanol	0.273	1.88
Dióxido de carbono	0.535	0.96
Tetracloruro de carbono	0.26 [§]	1.97
Cloro	0.43 [§]	1.19
Clorobenceno	0.24 [§]	2.13
Etano	0.49 [§]	1.04
Acetato de etilo	0.278	1.84
Alcohol etílico	0.396	1.30
Éter etílico	0.302	1.70
Hidrógeno	2.37	0.22
Metano	0.74 [§]	0.69
Alcohol metílico	0.515	1.00
Naftaleno	0.199	2.57
Nitrógeno	0.70 [§]	0.73
<i>n</i> -octano	0.196	2.62
Oxígeno	0.690	0.74
Fosgeno	0.31 [§]	1.65
Propano	0.36 [§]	1.42
Dióxido de azufre	0.44 [§]	1.16
Tolueno	0.275	1.86
Vapor de agua	0.853	0.60

[†] Con autorización de T. K. Sherwood y R. L. Pigfoa, *Absorption and Extraction*, 2a. ed., p. 20. Copyright 1952, McGraw-Hill Book Company, Nueva York.

[‡] El valor de μ/ρ es el del aire puro, 0.512 ft²/h.

[§] Calculada a partir de la ecuación (17.28).

[‡] Para convertir ft²/h a cm²/s se multiplica por 0.2581.

APÉNDICE 19

Integral de colisión y constantes de fuerza de Lennard-Jones[†]

Integral de colisión Ω_D

$\frac{kT}{\varepsilon_{12}}$		$\frac{kT}{\varepsilon_{12}}$		$\frac{kT}{\varepsilon_{12}}$	
ε_{12}	Ω_D	ε_{12}	Ω_D	ε_{12}	Ω_D
0.30	2.662	1.65	1.153	4.0	0.8836
0.35	2.476	1.70	1.140	4.1	0.8788
0.40	2.318	1.75	1.128	4.2	0.8740
0.45	2.184	1.80	1.116	4.3	0.8694
0.50	2.066	1.85	1.105	4.4	0.8652
0.55	1.966	1.90	1.094	4.5	0.8610
0.60	1.877	1.95	1.084	4.6	0.8568
0.65	1.798	2.00	1.075	4.7	0.8530
0.70	1.729	2.1	1.057	4.8	0.8492
0.75	1.667	2.2	1.041	4.9	0.8456
0.80	1.612	2.3	1.026	5.0	0.8422
0.85	1.562	2.4	1.012	6	0.8124
0.90	1.517	2.5	0.9996	7	0.7896
0.95	1.476	2.6	0.9878	8	0.7712
1.00	1.439	2.7	0.9770	9	0.7556
1.05	1.406	2.8	0.9672	10	0.7424
1.10	1.375	2.9	0.9576	20	0.6640
1.15	1.346	3.0	0.9490	30	0.6232
1.20	1.320	3.1	0.9406	40	0.5960
1.25	1.296	3.2	0.9328	50	0.5756
1.30	1.273	3.3	0.9256	60	0.5596
1.35	1.253	3.4	0.9186	70	0.5464
1.40	1.233	3.5	0.9120	80	0.5352
1.45	1.215	3.6	0.9058	90	0.5256
1.50	1.198	3.7	0.8998	100	0.5130
1.55	1.182	3.8	0.8942	200	0.4644
1.60	1.167	3.9	0.8888	400	0.4170

Constantes de fuerza de Lennard-Jones

Compuesto	ε/k (K)	σ (Å)
Acetona	560.2	4.600
Acetileno	231.8	4.033
Aire	78.6	3.711
Amoniaco	558.3	2.900
Argón	93.3	3.542
Benceno	412.3	5.349
Bromo	507.9	4.296
<i>n</i> -butano	310	5.339
<i>i</i> -butano	313	5.341
Dióxido de carbono	195.2	3.941
Disulfuro de carbono	467	4.483
Monóxido de carbono	91.7	3.690
Tetracloruro de carbono	322.7	5.947
Sulfuro de carbonilo	336	4.130
Cloro	316	4.217
Cloroformo	340.2	5.389
Cianógeno	348.6	4.361
Ciclohexano	297.1	6.182
Ciclopropano	248.9	4.807
Etano	215.7	4.443
Etanol	362.6	4.530
Etileno	224.7	4.163
Flúor	112.6	3.357
Helio	10.22	2.551
<i>n</i> -hexano	339.3	5.949
Hidrógeno	59.7	2.827
Cianuro de hidrógeno	569.1	3.630
Cloruro de hidrógeno	344.7	3.339
Ioduro de hidrógeno	288.7	4.211
Sulfuro de hidrógeno	301.1	3.623
Yodo	474.2	5.160
Kriptón	178.9	3.655
Metano	148.6	3.758
Metanol	481.8	3.626
Cloruro de metileno	356.3	4.898
Cloruro de metilo	350	4.182
Mercurio	750	2.969
Neón	32.8	2.820
Óxido nítrico	116.7	3.492
Nitrógeno	71.4	3.798
Óxido nitroso	232.4	3.828
Oxígeno	106.7	3.467
<i>n</i> -pentano	341.1	5.784
Propano	237.1	5.118
<i>n</i> -propanol	576.7	4.549
Propileno	298.9	4.678
Dióxido de azufre	335.4	4.112
Agua	809.1	2.641

*Con autorización de J. O. Hirschfelder, C. F. Curtiss y R. B. B. Bia, *Molecular Theory of Gases and Liquids*, Nueva York: Wiley, 1954.

ÍNDICE

A

- Absorción,
 - a partir de gases enriquecidos, 622-631
 - con reacción química, 637-638
 - de gases, 548, 593-647
 - definida, 593
 - principios de, 604-619
 - regla de fase y, 552
 - de radiación, por sólidos opacos, 444-447
 - en columnas de platos, 636
 - multicomponente, 618
 - velocidad de, 607-608
- Absortividad, 439
 - de sólidos opacos, 444
- Accesorios, 207-212
 - efecto de los, sobre flujo de fluidos, 130-132
- Aceleración crítica, 1040
- Adsorbedores de operación continua, 902-904
- Adsorbentes, 875-876
 - de lecho fijo, 876-889
- Adsorción, 549, 876-877
 - a partir de líquidos, 879
 - con isothermas lineales, 897
 - de vapor de agua, 884
 - ecuaciones básicas para, 891-892
 - favorable, 898
 - fundamentos de, 885-891
 - irreversible, 893-897
 - presión oscilante, 878
- Agitación,
 - de líquidos, 259-310
 - mezclado contra, 259
 - propósitos de, 259-260
- Agitadores, consumo de energía por los, 290-293
- Aglomerados, 984
- Agua,
 - de enlace, 842
 - ligada y no ligada, 841
 - líquida, propiedades del, 1147, 1149
 - no enlazada, 841
 - vapor saturado y, propiedades del, 1150-1151
- Agujas de contacto, 210
- Aire,
 - convección natural del, a partir de formas verticales y planos horizontales, 397-399
 - producción de nitrógeno a partir del, 940
- Aislamiento de sólidos, 870
- Ajuste impedido, 182, 185-186
- Ajuste libre, 182
- Al rojo vivo, 440
- Alargamiento del tamaño, 1044
- Aletas, 1049
- Alimentación,
 - líquida saturada, 781
 - paralela, 534
 - progresiva, 534
- Alimentaciones múltiples, extracciones de corriente secundaria y, 734
- Almacenamiento al por mayor, 1019
- Altura,
 - de torre, cálculos de la, 609-610
 - de una unidad de transferencia (HTU), 610
 - equivalente a un plato teórico (HETP), 756-757
- Amasadores, 1025-1027
 - continuos, 1027
 - de doble brazo, 1025
- Análisis,
 - acumulativo, 1012-1013
 - de tamiz, 1015-1016
 - del tamaño de partículas, 1012
 - diferencial, 1012
 - dimensional, 17-20
 - especulativo, 20
- Analogía,
 - de Colburn, 386
 - de Reynolds, 385-386
- Ángulo,
 - de reposo, 1019
 - de visión, 448
- Anillo,
 - de capa metálica, 594
 - Pall, 595
 - Pall de cubierta plástica, 595
 - Raschig, 595

Área transversal, efecto de, 151-154
 Arenas, 1108
 Arrastre, 165
 de pared, 166
 número crítico de Reynolds para el, 170
 Arreglo del separador para separación de gases, 943-944
 Atmósfera estándar (atm), 10
 Aumento de burbujas y gotas, 187-188

B

Balance,
 de energía,
 en intercambiadores de calor, 344-346
 mecánica, 143
 para proceso de corriente simple, 23-26
 total, 142-143
 de entalpía,
 con calor apreciable de dilución, 528
 con calor de dilución despreciable, 527-528
 en condensadores totales, 346
 en evaporadores de simple efecto, 525
 en intercambiadores de calor, 344-346
 en la cristalización, 976-979
 en la destilación, 726-736
 en secciones de rectificación y desprendimiento,
 728-734
 de masa en flujo de fluido, 71-78
 de materia, 22, 604-605
 en columnas de plato, 703-704
 sobre tamices, 1052-1053
 de momento, 78
 diferencial, 78-84
 macroscópico, 84-89
 de revestimiento,
 ecuaciones diferenciales y, 71
 para flujo de masa, 75
 total, 347
 Bar (unidad), 9
 Batería,
 de difusión, 800
 de extracción, 800
 Bobinas de semitubo, 498
 Bomba, 215-228
 de aire, 229
 de cebado, 228
 centrífugas (véase Bombas centrífugas)
 curvas características de las, 226
 eficiencia de las, 226

herméticas, 228
 leyes de afinidad para las, 226
 presión desarrollada, 216-217
 centrífugas, 222-228
 funcionamiento real de, 224
 multietapas, 227-228
 teoría de, 223-225

de aspa, 221
 de desplazamiento positivo, 220-223
 de diafragma, 220
 de émbolo, 220
 de engranaje, 221
 de engranaje interno, 222
 de engranaje-espuela, 221-222
 de leva, 222
 de Lobe, 221
 de pistón, 220
 de tornillo, 221
 de vacío, 229, 237-238
 giratorias, 221
 herméticas, 228
 ideales:
 multietapas, 227-228
 reciprocantes, 220
 Burbujas,
 coeficientes de transferencia de masa para, 586
 estabilización y aumento de las, 186-188
 Buscador de vórtice, 1120
 BWG (calibre de cable Birmingham) número, 208

C

Caballo de fuerza, 12
 Cabezas de velocidad, 133-134
 Café, descafeinización del, 828
 Caída,
 de la presión de vapor, 737-740
 de presión:
 a través de filtros de torta, 1069-1070
 en separación de gases, 939
 velocidades de flujo limitante y, 551-602
 de temperatura crítica, 422
 de temperatura, crítica, flujo máximo y, 426-427
 Calandrias, 421, 431-433
 Cálculo,
 del punto de ebullición, 772-774
 del punto de rocío, 772-775
 de etapas de equilibrio para sistemas
 multicomponentes, 692
 precisión de, 15

- Caldera parcial, 709
- Calderas,
 - de circulación forzada, 433
 - Kettle, 427-432
 - parcial, 709
 - plato inferior y, 708-709
 - termosifón, 431-433
- Calor, 7, 440
 - de dilución,
 - apreciable, balance de entalpía con, 528
 - despreciable, balance de entalpía con, 527-528
 - difusividad de Eddy, 384-385
 - húmedo, 662
- Calor blanco, 440
 - transferido, total, 334
- Calores específicos:
 - de gases, 1162
 - de líquidos, 1163
- Caloría (cal), 10
 - termoquímica, 10
- Cambio,
 - de fase, 407
 - transferencia de calor para fluidos con, 407-437
 - transferencia de calor para fluidos sin, 363-406
 - velocidad de, 407
 - de temperatura incompleto, 327
 - de temperatura, incompleta, 330
- Campo,
 - centrífugo, equilibrio hidrostático en, 36-37
 - de tensión de corte, 49
 - de velocidad, 48
- Canales,
 - flujo incompresible en, 103-139
 - flujo laminar en, 107-113
 - flujo turbulento en, 113-126
 - flujo en los, 106
 - flujo turbulento en los, 127
 - no circulares:
- Canaletas, 261
- Canalización, 597
- Cantidades,
 - de difusión, 556
 - físicas, 5
 - terminales, 550
- Capa amortiguadora, 114
- Capacidad, 518
 - de tamiz, 1059-1060
- Capas límite hidrodinámicas, 364-365
- Capas límite, 47, 63-67, 363-366
 - definida, 63
 - flujo en, 63-64
 - flujo laminar y turbulento en, 64-65
 - formación de, en tubos rectos, 65-66
 - hidrodinámica, 365
 - separación de,
 - a partir de velocidad disminuida, 134
 - y formación de estela, 67
 - teoría de, 567
 - térmica, 364-365
- Capas límite térmicas, 364-365
 - reciprocante, 220
 - consumo de potencia de las, 226
 - desplazamiento positivo, 220-222
 - giratorias, 221
 - requerimiento de potencia para las, 217
 - succión elevada y cavitación con las, 217-220
- Características de líquidos, evaporación y, 511-512
- Carga neta de succión positiva (NPSH), 218
- Carta gráfica del factor de fricción, 121-123
- Cascadas, 675
- Casquillo de linterna, 211
- Cavitación, succión elevada y, 217-220
- Centímetro (cm), 9
- Centrífuga,
 - automáticas discontinuas, 1065
 - de disco, 1123-1124
 - de inyectores de descarga, 1124
 - de transportador helicoidal, 1126
 - discontinuas suspendidas, 1064-1065
 - reciprocante de transportador continuo, 1066
 - superiores suspendidas, 1064-1065
 - transportadoras de flujo axial, 1028-1029
 - tubulares, 1122-1123
- Centro turbulento, 114, 382
- Ciclones, 1118-1120
- Ciclotrón de reflujo, 701
- Cilindros,
 - coeficientes de transferencia de masa con flujo normal para los, 581-582
 - flujo de calor a través de los, 322-325
- Cinética,
 - de reacción, 4
 - de regeneración, 898
- Circulación forzada, 993
- Clarificación,
 - de líquidos, 1083-1084
 - principios de, 1084-1087
- Clarificadores, 1107, 1110-1111
- Clasificador, 1118
- Clasificadores,
 - centrífugos, 1130

- de tipo, 1118-1121
- por gravedad, 1107
- Clave de iluminación, 777
- Coefficiente,
 - de absorción, 456
 - de actividad, 953
 - de arrastre, 166-168, 180
 - de compresibilidad, 1090
 - de crecimiento de superficie para la, cristalización, 991
 - de crecimiento del cristal, individual y total, 989-992
 - de efecto líquido, 522
 - de fase gaseosa, 571
 - de orificio, 244
 - de formas típicas, 168-171
 - de distribución, 771
 - de película, 353, 371
 - de película de gases, 631
 - de película líquida, 629-631
 - de pérdida de contracción, 127
 - de pérdida de expansión, 127
 - de transferencia de calor,
 - en evaporadores tubulares, 521
 - en intercambiadores de calor de coraza y tubo, 473-477
 - en intercambiadores de superficie fragmentada, 492-493
 - en lechos empacados, 500-503
 - en secadores, 838
 - en tanques agitados, 497-500
 - global, 347-352
 - forma de resistencia de los, 356
 - casos especiales de los, 358
 - individual, 352-359
 - clasificación de los, 359
 - local global, 347
 - magnitudes de los, 359
 - radiación, 457
 - de transferencia de calor por radiación, 457
 - de transferencia de masa, 569, 576-587
 - a través de áreas conocidas, 578
 - con esferas de paso simple de flujo, 582-583
 - con flujo en tuberías interiores, 579-581
 - con flujo normal hacia cilindros, 581-582
 - con flujo normal para grupos de tubos, 582
 - con tubos de salida de flujo paralelos al eje, 581
 - en lechos empacados, 583-584
 - internos y externos, 892
 - mediciones experimentales de los, 576-578
 - para cristalización, 990
 - para gotas y burbujas, 585-586
 - para partículas suspendidas, 584-585
 - de transferencia, formas alternas de los, 611-613
 - de vapor de película, 522
 - global variable, 350
 - promedio, 377
 - Venturi, 241
 - volumétrico de transferencia de calor, 838
 - Colas, 1165
 - Colisión integral, 1072
 - Columnas,
 - de platos,
 - absorción en, 636
 - balances de material en las, 703-705
 - de platos perforados, diseño de las, 734-745
 - de pulso, 814-815
 - de válvula-platillo, 745
 - empacadas, 756
 - destilación en las, 756-757
 - Collarín,
 - de mezclado, 209
 - liso, 209
 - Combinación de rectificación y desprendimiento, 701-702
 - Componentes,
 - clave, 777
 - distribuidos, 781
 - no distribuidos, 781
 - Compresión,
 - adiabática, 234
 - isotérmica, 235
 - politrópica, 235
 - Compresores, 232-237
 - ecuaciones para, 234
 - centrífugos, 233
 - de desplazamiento positivo, 232
 - Concentración de alimentación, efecto de la, 891
 - Concentraciones, nota sobre, 549-550
 - Concepto,
 - de operación unitaria, 4
 - básicos, 21-25
 - Condensación,
 - de vapores mezclados, 419
 - de vapores sobrecalentados, 417-419
 - Condensación,
 - de tipo película, 408-409
 - coeficientes para la, 409-415
 - por goteo, 408-409
 - Condensador, 341-343, 493
 - de cabeza flotante de doble paso, 494
 - y datos de tubería de intercambiador de calor, 1054

- de contacto, 495-496
- deshumidificante, 495
- ley ΔL de crecimiento de cristal, 992
- plato superior y, 706-708
- requerimientos de enfriamiento y calentamiento para, 714-719
- total, balances de entalpía en, 346
- tubo y coraza, 494
- Condición,
 - asterisco, 145
 - de depósito, 146
 - de secado constante, 842
 - de secado, constante, tiempo de secado bajo, 848-849
- Conducción, 312, 315
 - de estado estacionario, 317-325
 - de estado variable, 325-337
 - ley básica de, 315-317
 - térmica, 312-313
 - transferencia de calor por, 315
 - convección y radiación, transferencia de calor combinada por, 457-458
- Conductividad,
 - térmica, 52, 316-317
 - de gases y vapores, 1158
 - de líquidos diferentes que el agua, 1159
 - de metales, 1154-1155
 - de sólidos diversos y materiales aislantes, 1156-1157
- Comminución, 1030
- Conservación de masa, 23
- Constante,
 - de gas, 10-12
 - gravitacional (G), 8
 - universal de los gases, 12-13
- Constantes,
 - de fuerza de Lennard-Jones, 1073
 - evaluación de, 7
 - universales, 1139-1141
- Consumo de potencia,
 - en líquidos no newtonianos, 279-281
 - para agitadores, 290-293
- Contenido de humedad crítica, 846-847
- Convección, 313
 - forzada (véase Convección forzada)
 - natural (véase Convección natural)
- Convección forzada, 312
 - en flujo turbulento, transferencia de calor por, 374-387
 - transferencia de calor en flujo laminar por la, 367-374
 - tubos exteriores, transferencia de calor en la, 391-395
- Convección natural, 313, 394-401
 - del aire a partir de formas verticales y planos horizontales, 397-399
 - en transferencia de calor de flujo laminar, 398-401
- Conversión de unidades, 13-15
- Correlación,
 - de Gilliland, 792
 - de potencia para impulsores, 272-279
 - de transferencia de masa, 629-636
- Corriente, energía cinética de la, 93-94
- Cortadores, 1034-1035, 1042
- Corte, 33*n*
 - de pared, relación entre la fricción superficial y, 97-104-105
- Crecimiento,
 - cubierto, 982
 - del cristal, 988-992
 - dependiente del tamaño, 992
 - ley ΔL de, 992
- Cristales,
 - en los cristalizadores, origen de los, 981
 - invariables, 972-973
 - por unidad de masa, número de los, 1006
- Cristalización, 549, 971-1008
 - balances de entalpía en la, 976-979
 - coeficientes de crecimiento de superficie para la, 991
 - coeficientes de transferencia de masa, para la, 990
 - de compuestos químicos orgánicos, 1001
 - definida, 971
 - equilibrio en la, 973-975
 - fusión a partir de la, 1002-1004
 - rendimientos en la, 974-976
- Cristalizador,
 - de tanque agitado continuo, 1001*n*
 - de vacío, 993-995
 - evaporadores, 993
 - nucleación de contacto en los, 1002-1004
 - origen de los cristales en los, 981-982
 - rendimiento de los, 997-998
 - selectos de tubo deflector, 995-997
 - variaciones en los, 992
- Cromatografía, 875, 911-918
 - de gases (GC), 911
 - de líquidos de alta resolución (HPLC), 912
 - de permeación en gel (GPC), 912
 - gas-líquido, 912-914
 - preparativa, 917-918
- Cromatógrafo, 911
- Cromatograma, 911
 - pico ampliado sobre el, 914-918
- Cubiertas rugosas, 498

Cuerpo,
 gris, 442
 negro, 439
Cuerpos escarpados, 171
 sumergidos, paso de flujo de fluidos, 165-205
Curva,
 de ajuste estabilizada, 1116
 de avance, 886-887
 de equilibrio, 551
 de solubilidad invertida, 974
 de transporte de flujo, 1116

D

Decantador de gravedad continua, 39-41
Decantadores centrífugos, 42-43, 1122-1123
 flujo a través de, 44
 por gravedad, 39-41
Deflectores, 265
 al 25 por ciento, 465
 espirales, 499
Densidad, 33
 constante, ecuación de continuidad para fluido de, 73
 de población, 999
 molar, 21
Depuración por desplazamiento, 1098
Derivado sustancia, 73
Desarrollo principal, 216
Descafeinización del café, 828
Deshumidificación, 548
Desintegradores, 1030
Desorción, 548, 593, 620-622
Desprendimiento, 548, 620-622
 combinación, rectificación y, 700-701
 de gases, 593
 efecto de la velocidad del aire en el, 620-622
Despropanizador, concentración perfiles para el, 787-789
Destilación, 695-770
 azeotrópica, 795
 balances de entalpía en la, 726-736
 discontinua (*véase* Destilación discontinua)
 en columnas empacadas, 756-757
 extractiva, 795
 función de la, 548
 instantánea (*véase* Destilación instantánea)
 multicomponente (*véase* Destilación multicomponente)
 regla de fase y, 550
 continua con reflujo, 698-726
 del agua, 511

 discontinua, 758-761
 con reflujo, 760-761
 extractiva, 795
 instantánea, 695-698
 de mezclas binarias, 696-698
 de mezclas multicomponentes, 775-776
 planta para la, 696
Destilación multicomponente, 771
 equilibrios de fase en la, 771-774
 introducción a la, 771-797
Diagrama,
 de entalpía-concentración, 528-530
 de líneas de operación, 680-683
 de McCabe-Thiele, 726, 728, 731, 760
Diálisis,
 gradientes de concentración en la, 947
 separación de líquidos por, 946-948
Diámetro,
 equivalente, 106
 medio aritmético, 1014
 medio de masa, 1015
 medio de volumen, 1015
 medio de volumen-superficie, 1015
 de coraza, 466
Diferencia,
 de temperatura, 342
 como potencial, 980
 de temperatura local, global, 347
 de temperatura media logarítmica (LMTD), 349
 corrección de la, en multipasos intercambiadores,
 469-473
 del punto de temperatura, 342
Difusión, 553
 comparación de transferencia de calor y, 554-556
 de dirección única, 560-561
 en gases, 562-563
 en líquidos, 564-566
 en poros pequeños, 563-564
 equimolal, 559-560
 función de la, en la transferencia de masa, 554
 primera ley de Fick de la, 554
 principios de la, entre fases, 553-592
 teoría de la, 554-562
 turbulenta, 567
 velocidades en la, 556
 de Eddy, 553
 de Knudsen, 563-564
 equimolal, 559-560
 forzada, 553
 térmica, 553
 turbulenta, 567

Difusividad térmica, 326
 Difusividades:
 de Eddy, 385
 de calor, 384-385
 de momento, 62
 para gases, 1166
 predicción de las, 562-569
 relaciones entre las, 557-559
 Diluyente, 548
 Dina (dyn), 10
 Dinámica de fluidos, 33
 Dirección, fricción por cambios en, 127-135
 Diseño,
 de absorbedores, 898-902
 de clarificadores, 1115-1117
 de cristalizador, 998-1002
 de espesadores, 1115-1117
 de torres empacadas, 593-603
 Disipación viscosa, 57, 126, 382
 Disminución de velocidad, separación de capas límite a partir de la, 134-135
 Dispersadores, 1025-1027
 Dispersión de corte inducida, 1106
 Dispersiones,
 gas-líquido, 298-301
 líquido-líquido, 294-297
 Distancia de penetración, 336
 Distribución,
 de la velocidad, 107
 por flujo turbulento, 113-114
 de tensión de corte, 103-104
 del tamaño del cristal (CSD), 972, 998-1002
 Divergencia, 72

E

Ebullición,
 de película, 1006
 flujo de calor mínimo y, 430-431
 radiación en, 458
 de transición, 422
 nucleada, 422
 profunda de líquidos saturados, 421-425
 subenfriada, 421, 433
 Economía, 518
 Ecuación(es):
 adimensional, 15-16
 de continuidad, 73
 de estado, 21
 de gases, 21

 de movimiento, 78-84
 dimensional, 16-17
 general, 15
 unidades y, 15-17
 barométrica, 35
 de Bernoulli:
 corregida, 93
 para fricción en fluidos, 94-96
 pérdida de fricción de la forma en, 130-131
 sin fricción, 91-92
 trabajo de bombeo en, 96-98
 de Burke-Plummer, 176
 de Colburn, 376
 de continuidad:
 para fluido de densidad constante, 73
 para flujo de fluidos compresibles, 142
 de Dittus-Boelter, 375
 de Donohue, 473-474
 de energía mecánica, 89-98
 de energía para flujo potencial, 89-92
 de Ergun, 177
 de Euler, 83-84
 de Fenske, 740
 de Hagen-Poiseuille, 109, 964
 de Kelvin, 984
 de Kozeny-Carman, 175
 de Kremser, 687, 691
 de líneas de operación, 604
 de momento angular, 89
 de poder del compresor, 236
 de Rayleigh, 759
 de Sieder-Tate, 375
 de Stokes-Einstein, 564, 1110
 de Wilke-Chang, 565
 Ostwald-de Waele, 54-55
 virial, 21
 analógicas, 383
 de difusión, interpretación de las, 559
 de distribución de velocidad universal, 115-116
 limitaciones de la, 116
 de distribución de velocidad, universal (*véase* Ecuaciones de distribución universal de velocidad)
 de Navier-Stokes, 81-82
 de Nusselt, uso práctico de las, 413-417
 de transferencia de masa, soluciones para las, 893-898
 del gas ideal, 143-144
 diferenciales, balances de coraza y, 71
 Efectividad,
 de calentamiento, 472
 de mezclado, 1028

- Efecto,
 - de la velocidad del aire durante el desprendimiento, 620-621
 - del cuadrado de la distancia, 449-450
 - invernadero, 456
 - de transferencia de masa en la separación de gases, 939
- Eficiencia,
 - de la aleta, 485-486
 - de Murphree, 746-749
 - uso de la, 749-751
 - de platos, 682, 746-756
 - factores que afectan, 751-752
 - teoría de, 753-756
 - tipos de, 746-742
 - de tamiz, 1053
 - del compresor, 236
 - global, 746, 750-751
 - local, 747-749
 - objetivo, 1089
 - volumétrica, 221
 - de etapa, 683
 - en lixiviación, 808
- Electrodialisis, 946-949
- Elevación del punto de ebullición (BPE), 519
 - líquido principal y, 536-537
- Emisividad, 441-442
 - de sólidos, 442
 - monocromática, 442
- Empaques:
 - en prensaestopas, 210
 - estructurados, 603-604
 - funcionamiento de los, 632-636
 - y diseño de torres empacadas, 589-603
- Empaques estructurados, 603-604
- Empaquetamiento de la torre, 593
- Energía, 8
 - cinética de corriente, 93-94
 - de radiación monocromática, 440, 442
 - emisiva, 441
- Enfriadores de producto, 342
- Enfriamiento del purificador a contracorriente de Brodie
 - crystalizador, 1003
- Entalpía, total, 649
- Entubado, 203 (*véase también* Tuberías)
- Equilibrio hidrostático, 34-37
 - en campo centrífugo, 36-37
- Equilibrios de fase, 550, 649
 - en destilación multicomponente, 771-774
- Equipo,
 - de adsorción, 876-879
 - de cristalización, 992-998
 - de destilación, típico, 675-677
 - de extracción, 809-816
 - de intercambio de calor, 341-344
 - de lixiviación, 799-802
 - típica, 678
 - de secado, 853-867
 - para sólidos y pastas, 853-865
 - para soluciones y precipitados, 862-867
 - selección del, 867
 - de secado de gases, 878
 - de superficie extendida, 484-491
 - de tamizado, 1050-1054
- Erg, 10
- Error integral de Gauss, 336
- Escala,
 - de tamiz estándar Tyler, 1147-1148
 - de temperatura de Kelvin, 8
 - Fahrenheit, 11
 - Rankine, 11
- Escalamiento, 887-891
- Esferas, individuales:
 - coeficientes de transferencia de masa con paso de flujo, 582-583
 - paso de transferencia de calor, 394
- Esfericidad, 174, 1011
- Espacio,
 - cuadrado, 261, 465
 - de propulsor, 261
 - (pitch) triangular, 465
- Espacios anulares, flujo laminar en, 112-113
- Espesadores, 1110-1117
 - continuos, zonas de sedimentación en los, 1117
 - por gravedad, 1114
- Espesor de la película, 355
- Estabilización de burbujas y gotas, 187-188
- Estándares, 6-7
- Estática de fluidos, 31
 - aplicaciones de la, 33-46
- Estela, 67
- Estructura de membrana para la separación de gases, 927-929
- Estuche de endurecimiento, 843
- Etapa
 - de corte, 931
 - de contacto, equipo para las, 675-677
 - de equilibrio, 550-552
 - ideales, 683-684
 - determinación del número de, 683-685
 - en lixiviación a contracorriente, 802-803

método del factor de absorción para calcular el número de, 685-689
 número de,
 para subflujo constante, 804
 para subflujo variable, 804
 Evaporación, 511-545
 características del líquido y, 511-512
 múltiple efecto, 513
 objetivo de la, 511
 simple efecto, 513
 instantánea, 518, 525
 Evaporadores,
 tipos de, 513-517
 tubular (*véase* Evaporadores tubulares)
 de alimentación de múltiple efecto, 531-534
 de caída de película o de película, 475
 de circulación, 513-514
 de circulación forzada, 516
 de múltiple efecto, 529-534
 alimentación, 534
 cálculos para los, 538-539
 capacidad y economía de los, 534-538
 de película agitada, 516-517
 de simple efecto, balances de entalpía para los, 526-527
 de tubo largo con flujo ascendente, 514
 de un paso, 535
 tubulares,
 cambios de presión en los, 521
 capacidad de los, 518
 coeficientes de transferencia de calor en los, 521
 economía de los, 525-531
 funcionamiento de los, 518-539
 Expansión, tolerancias para la, 210
 Expulsores-mezcladores, 1027
 Extracción,
 con reflujo, ejemplos prácticos de la, 825
 fluido supercrítico, 827-828
 líquida (*véase* Extracción líquida)
 líquido-líquido, membranas para la, 948-951
 método de McCabe-Thiele para la, 820-825
 sólida, 799
 técnicas especiales para la, 826-828
 a contracorriente de sistemas tipo II usando reflujo, 824, 825
 de fluido supercrítico, 827-828
 de líquidos, 549, 799, 808-827
 de soluciones concentradas, 819-821
 de soluciones diluidas, 817-818
 equipo de extracción, 809-817

 principios de la, 808-826
 regla de fase y, 550
 de sólidos, 799
 doble (DDO), 1000
 líquido-líquido, membranas para la, 948-951
 por solventes, 549
 Extracciones de corriente secundaria, alimentación múltiple y, 734
 Extracto, 549
 Extractor,
 de Bollman, 800, 801
 Rotocel, 800, 801
 Extractores,
 centrífugos, 815
 de fibra hueca, 950
 de torres agitadas, 814-815
 Eyectores a chorro, 237-238

F

Factor,
 de absorción, 685
 de compresibilidad, 21-22
 de corrección de energía cinética, 94, 109, 119
 de corrección de momento, 84-86, 109
 de desprendimiento, 689
 de empacamiento, 601
 de extracción, 816
 de fricción, 105
 para fluidos no newtonianos, 123-124
 de fricción de Blasius, 103*n*
 de fricción de Darcy, 103*n*
 de fricción Fanning, 105
 de polarización, 960
 de proporcionalidad de la ley de Newton para la unidad de fuerza gravitacional, 11
 de separación, 1119
 de separación ideal, 926
 de volumen de forma, 1015
 F, 751-753
 j Colburn, 386
 j de Colburn, 386
 Factores,
 de conversión, 1139-1141
 de Fouling, 357-359
 K, 771-772
 Fase,
 L, 549
 V, 549
 Fases acuosas, uso de, 826

Fases, principios de difusión y transferencia de masa entre, 553-592

Fenómenos de flujo de fluidos, 47-70

Filtración,

consideraciones generales, 1054-1056

centrífuga, principios de, 1079-1081

continua centrífugas, 1066

de flujo cruzado, 1056, 1087-1106

de presión constante, 1068, 1072-1073

de velocidad constante, 1068

filtros clarificantes, 1056, 1083-1087

filtración de flujo cruzado, 1056, 1087-1107

filtros de membrana, 1056, 1087-1107

filtros de torta, 1056, 1056-1083 (*véase también* Filtros de torta)

Filtro,

de banda Larox, 1058

de presión, 1056

de resistencia media en filtros de torta, 1071-1073

Filtros automáticos de banda, 1058

auxiliares para filtros de torta, 1068

centrífugos, 1063

continuos de vacío, 1059-1062

clarificantes, 1056, 1083-1087

de banda:

automático, 1058

horizontal, 1062

de banda horizontal, 1062

de disco, 1083-1084

de hoja y revestimiento, 1058

de lecho granular, 1085

de membrana, 1056, 1087-1106

de presión:

discontinuos, 1056-1058

tambor giratorio, 1061

de presión de tambor giratorio, 1061

de presión discontinua, 1056-1059

de pretorta, 1055, 1056-1081

caída de presión a través de la torta de filtro en, 1069-1070

centrífugas automáticas discontinuas, 1065

centrífugas de filtración continua, 1066

centrífugas discontinuas suspendidas, 1064, 1065

ecuaciones empíricas para la resistencia de la pretorta en, 1073-1076

filtración continua en los, 1076-1078

filtración de velocidad constante en los, 1079

filtro incompresible y compresible, pretorta en los, 1070-1071

filtros auxiliares para, 1068-1069

filtros centrífugos, 1063

filtros de banda automáticos, 1058

filtros de presión de tambor giratorio, 1061-1062

filtros de presión discontinua, 1056-1058

filtros de vacío continuo, 1059-1061

filtros de vacío discontinuo 1059

filtros precubiertos, 1062

lavado de tortas de filtro para, 1081

medio filtrante para, 1067

principios de filtración centrífuga en, 1079-1080

principios de, 1068-1069

resistencia media de filtro en, 1071-1073

de tambor giratorio, 1059-1062

de vacío,

continuos, 1059-1061

discontinuos, 1059

de vacío discontinuo, 1058-1059

limpiadores de gases, 1084

precubiertos, 1062

Floculación, 1110-1111

Fluidización, 189-200

aplicaciones de la, 198-199

condiciones para la, 189-190

continuo, 199-200

teoría de dos fases de la, 193

tipos de la, 193-194

agregativa, 193

continua, 199-200

de partículas 192, 192-195

por burbujeo, 193, 197-198

turbulenta, 193

Fluido subsónico, 141-142

Fluidos,

comportamiento de los, 31

con cambio de fase, transferencia de calor hacia los, 407-437

flujo de calor en los, 341-362

movimiento de partículas a través, 178-188

naturaleza de los, 33

propiedades reológicas de los, 49-55

sin cambio de fase, transferencia de calor hacia los, 363-406

transportación y medición de los, 207-258

compresibles, 33

flujo a través de venturis y orificios, 246

flujo de fluidos de, 141-164

dilatantes, 50

incompresibles, 31

newtonianos, 50

flujo laminar de los, 107-108

- seudoplásticos, 50
- viscoelásticos, 51-54
- Fluidos/líquidos no newtonianos, 50
 - consumo de energía en los, 279-280
 - factor de fricción para los, 123-124
 - flujo laminar de los, 109-111
 - transferencia de calor de flujo laminar para los, 374
- Flujo, 72
 - máximo, temperatura crítica
 - de la gota y, 426-427
 - de volumen, 75
- Flujo (*véase también* Flujo de fluidos)
 - dependiente del tiempo, 50-51
 - en capas límite, 63-64
 - laminar, 48
 - no isotérmico, 126
 - unidimensional, 48, 74
 - a contracorriente, 343-346
 - cantidades terminales para el, 550
 - compresible, procesos de, 146
 - cruzado, 345-346
 - de calor, 347
 - a través del cilindro, 322-325
 - con temperatura de superficie variable, 327-334
 - en fluidos, 341-362
 - mínimo, película en ebullición y, 430-431
 - naturaleza del, 311
 - unidimensional, con temperatura de superficie constante, 325-330
 - de capa con superficie libre, 86-88
 - de Couette, 84
 - de fluidos (*véase también* Flujo)
 - a través de cuerpos sumergidos, 165-204
 - a través de lechos de sólidos, 173-178
 - balance de masa en el, 71-78
 - compresible (*véase* Flujo compresible)
 - de fluidos compresibles, 141-164
 - ecuaciones básicas del, 71-102
 - efecto de accesorios y válvulas sobre el, 130-131
 - en canales no circulares, 106
 - medición del, 239-254
 - de fricción isotérmica, 159-160
 - de fricción:
 - adiabático, 154-159
 - isotérmico, 159-160
 - de masa, 1021
 - balance para la coraza, 75
 - de penetración para ultrafiltración, 1090
 - de túnel, 1020
 - dependiente del tiempo, 50-51
 - desarrollado completamente, 65, 366, 371-373
 - incompresible en tuberías y canales, 103-139
 - isentrópico,
 - a través de inyectores, 146-154
 - cambios en las propiedades del gas durante el, 150-151
 - ecuaciones para el, 150-151
 - isotérmico, transferencia de calor en el, 160
 - laminar, 48
 - de fluidos newtonianos, 107-108
 - de líquidos no newtonianos, 109-111
 - en capas límite, 64-65
 - en espacios anulares, 112
 - en tubos y canales, 106-113
 - y flujo turbulento, transferencia de calor en la región de transición entre el, 387-389
 - máximo, 422
 - no isotérmico, 126-127
 - paralelo, 343, 345
 - pistón, 366
 - temperatura de salida en el, 370
 - por fricción adiabática, 154-159
 - potencial, 47
 - ecuación de energía para el, 89-93
 - progresivo, 169
 - semejante a barra, 366
 - supersónico, 141-142
 - turbulento, 55
 - en capas límite, 63-64
 - velocidades de desviación en el, 57-59
 - reducción de arrastre en el, 125-126
 - convección forzada en, transferencia de calor por, 374- 387
 - flujo laminar y, transferencia de calor en la región de transición entre, 387-389
 - en canales no circulares, 127
 - en tuberías y canales, 113-127
 - en tuberías circulares lisas, 116-119
 - distribución de velocidad para el, 113-114
 - unidimensional, 48, 74
- Flujos molales, 557
- Flux de momento, 52
 - viscosidad y, 52
- Forma,
 - de arrastre, 166
 - corrientes y, 172
 - de fricción, 95
 - de partículas, 1011-1012
- Formas verticales, convección natural del aire de, 397-399
- Fraccionamiento,

de mezclas multicomponentes, 776-795
 inversa, 787
 Fraccionamiento inverso, 787
 Fracciones,
 masa, 549
 mol, 549, 840
 nulas, 177, 598
 Fragmentadores, 497
 Fricción,
 de cambios en velocidad o dirección, 127-135
 de fluidos, ecuación de Bernoulli para la, 94-96
 de superficie, 95
 en tuberías, 103-106
 relación entre corte de pared y, 104-105
 ecuación de Bernoulli sin, 91-93
 por caída de presión en la separación de líquidos,
 961-964
 Fuerza, 217
 pie-libra, 11
 Fugas alrededor de partes en movimiento, prevención de,
 210
 Función,
 de densidad de población, 999-1000
 de ruptura, 1045
 de velocidad de molienda, 1045
 Funcionamiento de los mezcladores, mediciones de, 1021-
 1022
 Fundamentos científicos de operaciones unitarias, 4
 Fusiones, cristalización a partir de las, 1002-1004

G

Gas ideal,
 número de Mach del, 144-145
 velocidad acústica del, 144-145
 Gas saturado, 648
 Gases, 647
 absorbentes, radiación para, 456
 calores específicos de los, 1160
 conductividades térmicas de los, 1158
 difusión en los, 562-564
 difusividades para los, 1166
 ecuaciones de estado de los, 21
 enriquecidos, absorción a partir de los, 622-629
 líquidos y, contacto entre los, 597
 números de Prandtl para los, 1162
 números de Schmidt para los, 1164
 saturados, 648
 secado de los, 876

separación de los (*véase* Separación de gases)
 separación de sólidos a partir de los, 1118-1120
 viscosidades de los, 1150-1151
 Geometría del cristal, 972-973
 Germen, 982
 Gotas,
 ajuste y elevación de las, 187-188
 coeficientes de transferencia de masa para las, 586
 de concentración, 553
 en diálisis, 946
 para membranas asimétricas, 928
 Gradientes de velocidad, 48-49
 patrones de velocidad y, 270-273
 Grados de libertad, 550
 Gramo (g), 10
 Gramo mol, 10
 Granuladores, 1042
 Gravedad estándar, 9
 Grupos,
 adimensionales, 15, 1050-1051
 denominados, 21
 formación de los, 20
 adimensionales denominados, 21
 de tubos, coeficientes de transferencia de masa
 con flujo normal para los, 583

H

Hidrociclones, 1120-1121
 Hiperfiltración, 1087
 Humedad, 647-648
 carta gráfica de humedad, 652-655
 de equilibrio, 840
 humedad libre y, 840
 libre, humedad en equilibrio, y, 840
 medición de la, 660
 para sistemas diferentes que el aire-agua, 656
 porcentaje, 648
 relativa, 648
 uso de la, 654-655

I

Impactadores, 1035-1036
 Impulsores, 221, 261
 correlaciones de potencia para los, 272-277
 eficiencia alta, 263-264
 patrones de flujo con, 264-267

- de alta eficiencia, 262-264
 - de flujo axial, 261
 - de flujo radial, 261
 - Índice,
 - de consistencia del flujo, 55
 - de trabajo, 1031-1032
 - del comportamiento del flujo, 54
 - Ingeniería química, 3
 - Insertos, efecto de los, sobre la transferencia de calor, 374
 - Instrumentos de vacío, 239
 - Intercambiador 2-4, 468-469
 - de calor de tubo doble, 344
 - de paso simple 1-1, 464-465
 - deflector ROD, 466
 - Intercambiadores,
 - aniónicos, 904
 - catiónicos, 904
 - de calor, 463-510
 - balances de entalpía en, 344-345
 - coraza y tubo (*véase* Intercambiadores de calor de tubo y coraza)
 - de aire enfriado, 489
 - diseño general de los, 463-464
 - multipasos, 351
 - superficie fragmentada (*véase* Intercambiadores de superficie fragmentada)
 - tipo plato, 480-484
 - de calor de aire enfriado, 489
 - de calor de tubo y coraza:
 - coeficientes de transferencia de calor en los, 473-476
 - intercambiador 2-4, 468-469
 - intercambiador de paso simple 1-1, 464-465
 - intercambiadores multipasos, 467-471
 - de calor tipo placa, 480-484
 - de flujo cruzado, 476
 - de superficie fragmentada, 491-492
 - coeficientes de transferencia de calor en los, 492
 - multipasos, 351, 467-471
 - corrección de la LMTD en los, 469-473
 - patrones de temperatura en los, 469
 - Intercambio iónico, 904-905
 - operación de los, 910
 - velocidades de transferencia de masa para el, 907-910
 - Interruptor automático, 1020
 - de disco giratorio, 813
 - Intervalo,
 - de capacidad, 239
 - de temperatura, 342
 - temperatura, 342, 677
 - Inyectores, 146
 - flujo isentrópico a través de los, 147-154
 - Inyectores de agitación, 499
 - IPS (tamaño del tubo de hierro), 208
 - Isoterma de Langmuir, 880-881
 - Isotermas,
 - de adsorción, 880-885
 - desfavorables, 881
 - favorables, 881
 - lineales, adsorción con, 897-898
 - tipos de, 880-881
- J**
- Joule (J), 8
 - Juntas, 209-212
- K**
- Kelvin (K), 7
 - Kilogramo (kg), 6
 - Kilogramo mol, 11
- L**
- Latitud,
 - de lecho sin usar (LUB), 909
 - estándar de, 6
 - Lecho,
 - en ebullición, 193
 - fluidizado, 190
 - expansión del, 194-199
 - Lecho,
 - sin usar, longitud del, 887-891
 - Lechos,
 - de sólidos, flujo de fluidos a través de, 173-178
 - empacados:
 - coeficientes de transferencia de calor en los, 500-503
 - coeficientes de transferencia de masa en los, 584-585
 - transferencia de calor en los, 394, 500-504
 - exhaustos, regeneración de los, 909-910
 - fijos, patrones de concentración en los, 885-886
 - sólidos, estacionarios, lixiviación por percolación directa, 800
 - Ley,
 - de Dalton, 663-664
 - de Darcy, 176
 - de Fourier, 311, 315-316
 - de Kirchhoff, 445-446

- de Newton,
 - de enfriamiento, 313
 - de gravitación, 6
- de Planck, 443
- de Raoult, 719, 770
- de Stefan-Boltzmann, 443
- de Stokes, 169
- del coseno, 445
- del factor de fricción para tubos uniformes, 118
- del gas ideal, 22
- Leyes,
 - de afinidad para bombas, 226-227
 - de trituración, 1031-1032
- Libra (lb), 11
 - fuera, 11
 - mol, 10
- Licor,
 - débil, 593
 - fuerte, 594
- Limos, 1108
- Línea,
 - de la alimentación, 711-712
 - sicrométrica, 659-660
 - de corriente, 74
 - de enfriamiento adiabático, 652
 - de operación, 681, 703-704
 - construcción de las, 712
- Lingote, 193
- Liofilización, 852
- Líquido,
 - principal, elevación del punto de ebullición y, 536-537
 - refrigerante, 493
- Líquidos:
 - adsorción a partir de, 880-881
 - agitación y mezcla de los, 259-310
 - calores específicos de los, 1161
 - diferentes que el agua, conductividades térmicas de los, 1159
 - difusión en los, 564-566
 - ebullición, transferencia de calor para los, 420-433
 - números de Prandtl para los, 1163
 - saturados, fondo de ebullición de los, 421-425
 - separación de los (*véase* Separación de líquidos)
 - viscosidades de los, 1152-1153
 - y gases, contacto entre, 597-598
 - dixotrópicos, 50-51
 - en ebullición, transferencia de calor en, 420-433
 - miscibles, combinación de los, 282-286
 - saturados, ebullición intensa de los, 421-425
- Lixiviación, 549, 799-808
 - contracorriente (*véase* Lixiviación a contracorriente)
 - eficiencias de etapa en la, 807-808
 - lecho en movimiento, 800-802
 - por percolación a través de lechos sólidos
 - estacionarios, 800
 - sólido disperso, 802
 - a contracorriente,
 - continua, principios de la, 802-808
 - estados ideales en la, 802-808
 - de contracorriente continua, principios de, 803-808
 - de sólidos dispersos, 802
 - del lecho en movimiento, 800-802
- LMTD (*véase* Diferencia de temperatura media
 - logarítmica)
- Longitud,
 - de absorción, 456
 - de conducto máximo, 155
 - de transición, 66
 - de tubo, efecto de la, 376

M

- Magma, 971
- Manejo principal, 432
- Manipulación de cuchillas, 1060
- Manómetros, 37-38
- Máquinas,
 - centrífugas, 239
 - de compresión oscilante, 1036-1037
 - de cortado, 1042-1043
 - de desplazamiento positivo, 239-240
- Masa, 22
 - conservación de la, 23
 - estándar de la, 6
- Masticadores, 1025-1026
- Materiales aislantes, conductividades térmicas de los,
 - 1158-1159
 - semitransparentes, radiación de los, 456-457
- Mecánica,
 - continua, 31
 - de fluidos, 31-310
 - definida, 31
- Media logarítmica, 323
- Medidor,
 - de orificio, 242-247
 - flujo de fluidos compresibles a través del, 246
 - Venturi, 240-241
 - flujo de fluidos compresibles a través del, 246
- Medidores,

- Coriolis, 251
- de área, 247-249
- de cambio de vórtice, 249
- de desplazamiento Doppler, 249
- de desplazamiento positivo, 250
- de inserción, 252-254
- de perforación completa, 239, 240-250
- de tiempo transitorio, 250
- de turbina, 249-250
- del elemento V, 247
- magnéticos, 250
- objetivo, 249
- térmicos, 254
- ultrasónicos, 250
- Medio filtrante para filtros de torta, 1067
- Membrana de ultrafiltración por capilaridad, 927
- Membranas:
 - montaje de metal Intalox, 595
 - para extracción líquido-líquido, 948-951
 - semipermeable, 923
 - tipos de, 1087-1090
 - asimétricas, gradientes de concentración para, 928
 - de Amicon UF, 1088
 - de lámina plana para la ósmosis inversa, 963
 - de polímeros, separación de gases por, 925- 927
 - porosas, separación de gases por, 923-925
 - semipermeables, 923
- Metales,
 - líquidos, transferencia de calor para los, 390-391
 - conductividades térmicas de los, 1154-1155
- Método,
 - de Lewis-Matheson, 787
 - de líquido circulante, 992
 - de magma circulante, 992
 - de McCabe-Thiele, 705-719
 - para extracción, 818-819
 - del factor de absorción para calcular número de etapas ideales, 685-690
- Métodos,
 - de ajuste diferencial, 1109-1110
 - de flotación y hundimiento, 1108-1109
- Metro (m), 7
- Mezcla,
 - axial, 1028-1029
 - de alimentación, 556
 - de suspensión, eliminación de producto en mezcla (véase MSMMPR *entradas*)
- Mezclado,
 - agitación contra, 259
 - axial, 1028-1029
 - combinación y, 281-287
 - de líquidos, 259-310
 - de líquidos miscibles, 282-285
 - de sólidos en partícula, 1022-1029
 - en recipientes de proceso, 282-285
 - estratificado, en recipientes de almacenamiento, 285
 - mezclado y, 281-287
- Mezcladores:
 - para sólidos cohesivos, 1025-1029
 - para sólidos no cohesivos, 1023-1024
 - a chorro, 285-286
 - Banbury, 1026
 - de banda, 1023-1024
 - de caída, 1024-1025
 - de mortero, 1027-1028
 - de poder de cambio, 1025-1026
 - de tornillo interno, 1026
 - estáticos, 287
 - intensivos, 1026
 - internos, 1026
 - multicomponentes,
 - destilación instantánea de los, 775-776
 - fraccionamiento de los, 776-795
 - separación de los gases en los, 938
 - Muller, 1027
 - Pony, 1026
- Mezcladores-batidores, 1025
- Mezcladores-estabilizadores, 810-811
- Mezclas,
 - binarias, destilación instantánea de, 696-698
 - número de partículas en las, 1015
- Microfiltración, 1087, 1105-1106
- Miscela completa, 800
- Modelo MSMMPR, 999
- Mol, 7
- Molinos, 1035, 1036-1040
 - de ultrafinos, 1034, 1040-1044
- Momento,
 - angular, 89
 - difusividad de Eddy (en remolinos), 62
- Montaje,
 - Berl, 595
 - cerámico Intalox, 595
 - Intalox superplástico, 595
 - Intalox, 595
- Movimiento,
 - bidimensional, 178
 - de partículas, mecánica del, 178
- MSMMPR (eliminación de suspensión mezclada-producto mezclado) cristizador, 999-1002

N

Newton (N), 7
 Nivel descendente, 740
 No condensables, efecto de los, 419-420
 NPS (tamaño de tubo normal), 208
 Nucleación, 978, 981-988
 de contacto, 987-998
 en cristalizadores, 1001-1002
 de corte del fluido, 987
 heterogénea, 985-987
 homogénea, 982
 primaria, 982
 secundaria, 987
 velocidad de la, 981, 985
 Núcleo, 984
 Numero,
 crítico de Reynolds para el arrastre, 170
 de Biot, 330
 de Fourier, 330
 de Froude, 283
 de Graetz, 370
 de Grashof, 396
 de Mach, 139-140
 de gas ideal, 141-142
 de Nusselt, 354
 de Peclet, 370, 1041
 crítico, 392
 de Reynolds para, 56, 123-124
 de separación, 1086
 de Sherwood, 578
 de Stanton, 375
 de unidades de transferencia (NTU), 610-612
 de Weber, 294
 del flujo, 268-271
 de Prandtl, 365-366
 para gases, 1162
 para líquidos, 1163
 de Reynolds, 59, 65
 para fluidos no newtonianos, 56, 123-124
 de Schmidt, 566
 para gases, 1166
 Nutsche, 1059-1060

O

Obstrucción,
 de membrana, 1102-1106
 estándar, 1085

Operación,
 de circuito abierto, 1043
 de circuito cerrado, 1043
 del flujo, contracorriente, 635, 640
 Operaciones (véase Operaciones unitarias)
 de dispersión, 293-301
 dispersiones gas-líquido, 298-301
 dispersiones líquido-líquido, 294-297
 de etapas de equilibrio, 675-694
 de humidificación, 647-674
 de transferencia de masa, 547
 de trituración, simulación computarizada de
 las, 1032-1034
 unitarias, 3, 4
 fundamentos científicos de las, 4
 Ósmosis inversa, 957
 membranas de lámina plana para la, 964
 separación de líquidos por, 957-964
 Oxígeno enriquecido, 938

P

Parámetro,
 de asociación, 565
 de fricción, 155
 de rugosidad, 120
 Parámetros de fricción de superficie, relaciones entre los,
 105-106
 Pardos, 1059
 Pared separadora, 1054
 Partes de movimiento, prevención de fuga alrededor de
 las, 210
 Partículas,
 movimiento de las, a través de fluidos, 178-188
 número de las, en mezclas, 1015-1016
 esféricas, movimiento de las, 182-183
 sólidas (véase también Sólidos en forma de partícula)
 suspensión de, 288-293
 suspendidas,
 coeficientes de transferencia de masa para las, 584-585
 secado de las, 851-852
 Pascal (PA), 9
 Paso deflector, 466
 Pastas, equipo de secado para las, 853-862
 Patrones
 de concentración en lechos fijos, 885-886
 de flujo:
 con impulsores, 264-267
 en separadores de membrana, 929, 930
 de temperatura,

- en intercambiadores multipasos, 469-470
- en secadores, 836-837
- de velocidad, gradientes de velocidad y, 270-273
- Percolación a través de lechos de sólidos estacionarios, lixiviación por, 800
- Pérdida de fricción:
 - de contracción repentina de sección Transversal, 129-130
 - de expansión repentina de sección Transversal, 127-129
- Pérdidas,
 - de contracción, minimizadas, 135
 - de expansión, minimizadas, 135
 - de la forma de fricción en la ecuación de Bernoulli, 130-133
- Perfil de corrientes, forma de arrastre y, 171
- Perfiles de concentración para el despropanizador, 787-789
- Periodo,
 - de velocidad constante, 842-843
 - de velocidad de caída, 843
 - secado en el, 847-848
- Permeabilidad, 926
- Permeadores, vistas de corte de los, 964
- Pervaporación, separación de líquidos por, 951-957
- Peso molecular, 10
- Pico ampliado sobre el cromatograma, 914-917
- Pie (ft), 12
 - cúbico estándar, 228
- Pistón pesado, 777
- Planos horizontales, convección natural de aire desde los, 398-399
- Plantas de etapas de contacto, terminología para las, 679
- Plásticos de Bingham, 50
- Platillos perforados, límites de operación para los, 741-745
- Plato,
 - de alimentación, 700, 709-711
 - inferior, caldera y, 708-709
 - perforado, operación normal del, 734-735
 - plano, transferencia de calor de flujo laminar para el, 367-369
 - superior, condensador y, 706-708
 - y presión de marco, 1056-1057
- Platos ideales, 776
 - acción sobre, 698-702
 - número de, 705-719
 - a reflujo operando, 792-795
 - perfectos, 696
 - número mínimo de los, 719-720, 778-779
- Polarización de concentración, 1091-1106
 - separación de líquidos por, 960-961
- Porcentaje de humedad, 662, 668
- Poros pequeños, difusión en, 563-564
- Porosidad, 924
- Posición del plato de alimentación, 712-714
- Potencia, 7
- Potencial, diferencia de temperatura como, 980-981
- Precipitados, equipo de secado para los, 862-867
- Precisión de los cálculos, 15
- Prensaestopas, 210-211
- Presión, 33
 - estática, 172
- Presiones parciales, 22
- Pretortas limpiadoras de filtro, 1081
- Primera ley de Fick de la difusión, 554
- Principio de traslapamiento, 973
- Probabilidad integral, 336
- Proceso,
 - Asahi, 917
 - de corriente simple, balances de energía para, 23-25
 - Exxon, 900
 - Sorbex, 903-904
 - Sulfolane, 826
 - de adsorción, 875-876
 - de etapas, principios de los, 678-692
 - de sedimentación centrífuga, 1118-1130
 - de sedimentación por gravedad, 1106-1107
 - de sedimentación:
 - centrífuga, 1118-1130
 - gravedad, 1106-1117
 - de separación de membrana, 923-971
 - difusivos, 551
 - Shanks, 800
- Producción,
 - de nitrógeno a partir del aire, 940
 - inicial, 981
- Producto,
 - completamente seco, 833
 - inferior o inferiores, 677
 - comminutados, características de, 1029
- Propiedades,
 - de los gases, cambios en, durante flujo isentrópico, 150-151
 - reológicas de fluidos, 50-54
- Proporción de reflujo requerido, cálculos de la, 787-788
- Propulsores, 261
- Pulgada (in.), 11
- Puntas de producción, 982
- Punto,
 - de carga, 598
 - de corte, 1027
 - de enlace, 818
 - de Leidenfrost, 422

específica de torta, 1070
 Resistencias térmicas en serie, 319-320
 Retención estática, 632
 Retroalimentación, 556
 Rotámetros, 247-249
 Ruedas de impacto, 1024
 Rugosidad, efecto de la, 120, 382

S

Salinado, 979
 Saturador adiabático, 650-652
 Secado, 548, 833-874
 circulación cruzada, 834, 842-849
 directa, 834, 849-852
 de gases, 876
 de partículas suspendidas, 851-852
 de sólidos no porosos, 847
 de sólidos porosos, 848
 en periodo de caída de velocidad, 847-848
 principios del, 835-841
 secado por congelamiento, 852-853
 velocidades del, 842-845
 por congelamiento, 852-854
 Secadores,
 clasificación de los, 834
 coeficientes de transferencia de calor en los, 838
 manejo de sólidos en, 834-835
 patrones de temperatura en, 836-838
 transferencia de calor en los, 837-838
 adiabáticos, 834
 de flujo pistón, 861
 de lecho fluidizado, 860-862
 de película delgada, 865
 de platillos, 853-854
 de pulverización, 862-864
 de tambor doble, 866-867
 de tambor, 866-867
 de torre, 856
 directos, 834
 directos-indirectos, 834
 giratorios, 856-860
 indirectos, 834
 instantáneos, 862
 no adiabáticos, 834
 transportadores de tamiz, 855
 transportadores de tornillo, 860
 evaporadores, 870

Sección,
 de desprendimiento, 677
 balances de entalpía en la, 728-734
 enriquecida, 677
 rectificante, 690
 balances de entalpía en la, 728-734
 transversal,
 pérdida de fricción debido a cambio brusco en
 concentración de, 128-130
 pérdida de fricción debido a expansión repentina de,
 127-128
 Sedimentación,
 centrífuga, principios de la, 1126-1129
 discontinua, 1111-1112
 equipo para la, 1113-1117
 velocidad de la, 1113
 centrífuga, principios de, 1126-1129
 discontinua, 1111-1122
 Seguimiento derivado del movimiento, 73
 Segunda ley de Newton del movimiento, 6
 Segundo, 7
 Selección,
 de tubos, 267
 del agitador y escalamiento (o dimensionamiento
 a mayor escala), 302-304
 Selectividad de membrana, 926
 Sellos mecánicos, 211
 Semimiscela, 800
 Separación,
 aguda, 778
 de fluidos pesados, 1108
 de gases, 923-970
 aplicaciones de la, 939-943
 arreglo del separador para la, 943-944
 caída de presión y efectos de transferencia de masa
 en la, 939
 en mezcladores multicomponentes, 938
 estructura de membrana para la, 927-929
 por membranas de polímeros, 925-927
 por membranas porosas, 923-925
 pureza de producto y rendimiento en la, 931-939
 de líquidos, 944-966
 caída de la presión de fricción en la, 961-964
 membranas para la extracción líquido-líquido y,
 948- 951
 por diálisis, 946-948
 por ósmosis inversa, 957-964
 por pervaporación, 951-959
 por polarización concentración, 960-961
 mecánicas (véase Separaciones mecánicas)
 membrana, 549

- de lecho fijo, 875-922
 - de membrana, 549
 - líquido-sólido, 1118-1121
 - Separaciones mecánicas, 1049-1137
 - filtración, 1070-1118 (*véase también* Filtración)
 - procesos de sedimentación centrífuga, 1118-1130
 - procesos de sedimentación por gravedad, 1106-1117
 - tamizado, 1049-1054
 - Separador,
 - de espiral enrollada, 964
 - de fibra hueca PERMASEP, 964
 - Separadores,
 - de membrana, patrones de flujo en los, 929, 930
 - de residuos, 1124-1126
 - SI (sistema internacional de unidades), 4-5
 - Silo de almacenamiento, 1020
 - Sistema,
 - de adsorción de fase de vapor, 877
 - cristalográficos, 972
 - de unidades, 4-17
 - multicomponentes, cálculos para las etapas de equilibrio para los, 661-692
 - multietapas, 675
 - Sobreflujo molal constante, 705-706
 - Sobresaturación, 978-979
 - unidades para la, 979
 - Sólidos, 1009
 - aislamiento de, 867
 - emisividades de, 442
 - en forma de partículas (*véase* Sólidos en forma de partícula)
 - equipo de secado para, 852-853
 - manejo, en secadores, 834-835
 - opacos (*véase* Sólidos opacos)
 - secado de (*véase* Secado)
 - separación de, a partir de gases, 1118-1120
 - cohesivos, 1019
 - mezcladores para, 1025-1029
 - en forma de partículas 1009-1137
 - almacenamiento y transporte de los, 1019-1021
 - caracterización de los, 1011-1018
 - mediciones de tamaño con los, 1016-1018
 - mezcla de los, 1021-1019
 - propiedades de las masas de los, 1018-1021
 - propiedades y manejo de los, 1011-1048
 - reducción del tamaño de los (*véase* Reducción de tamaño)
 - no cohesivos, 1019
 - mezcladores para los, 1023-1027
 - opacos,
 - absorción de la radiación por, 444-447
 - reflectividad y absorptividad de los, 444-445
 - porosos, secado de los, 848
 - semi-infinitos, 335-337
 - Solución concentrada saturada, 807
 - Soluciones,
 - concentradas, extracción líquida de, 817-819
 - diluidas, extracción líquida de las, 815-816
 - equipo de secado para las, 862-867
 - Solutos, 549
 - rechazo parcial de los, 1100-1102
 - Sopladores, 230-234
 - centrífugos, 231-232
 - de desplazamiento positivo, 231
 - ecuaciones para los, 234
 - Subcapa viscosa, 113, 383
 - Subflujo,
 - constante (*véase* Subflujo constante)
 - variable (*véase* Subflujo variable)
 - constante, número de etapas ideales para, 804
 - de solución constante, 804
 - variable, 805
 - número de etapas ideales para el, 805
 - Succión de levantamiento y cavitación, 217-220
 - Superficie,
 - de control, 24
 - específica, 1021
 - libre, flujo de capa con, 85-89
 - Superficies,
 - de hundimiento, 447
 - de suministro, 449
 - extendidas, 484
 - tipos de, 484
 - negras, radiación entre, 451-454
 - no negras, radiación entre, 453-457
 - radiación entre, 447-455
 - Supurador, 742
 - Suspensión,
 - correlaciones para la, 289-290
 - de partículas sólidas, 288-293
 - grados de, 288-289
 - Sustancias,
 - químicas orgánicas, cristalización de las, 1002-1003
 - reopécticas, 51
- T**
- Tabla internacional de calor de vaporización, 10
 - Tamaño,
 - de partículas, 1012
 - promedio, 1014

- del cristal,
 - importancia del, 972
 - incremento, 1000-1001
- Tamices,
 - de mezclado, 1052
 - estacionarios, 1051
 - estándar, 1015
 - giratorios, 1051-1052
 - ideales, 1052
 - vibrantes, 1052
 - balances de material sobre, 1053-1054
- Tamizado, 1049-1054
 - directo, 1085
- Tanques agitados, 260
 - calentamiento o enfriamiento transitorio en, 499
 - coeficientes de transferencia de calor en, 497-499
 - transferencia de calor en, 497-501
- Temperatura, 8
 - bulbo húmedo (*véase* Temperatura de bulbo húmedo)
 - bulbo seco, 657
 - estándar de, 6
 - Celsius, 8
 - de bulbo húmedo, 656-660
 - teoría de la, 657-659
 - de bulbo seco, 657
 - de pared adiabática, 382
 - de pared, estimación de la, 377-379
 - de salida en flujo tapón, 370
 - de saturación adiabática, 664
 - de superficie,
 - constante, flujo de calor unidimensional con, 325-328
 - variable, flujo de calor con, 334
 - de volumen principal, 125
 - estática, 145
 - de corriente de la cavidad del mezclado, 347
 - promedio de corriente, 347
 - de corte, 33*n*, 48
 - en tuberías, 103-106
- Tensiones de Reynolds, 61-62
- Teoría,
 - de doble película, 574-575
 - de la película, 570-572
 - de penetración, 572-574
- Teorías, 342
 - de transferencia de masa, 569-576
 - teoría de capa límite, 572
 - teoría de doble película, 574-576
 - teoría de película, 570-572
 - teoría de penetración, 572-574
- Termodinámica, primera ley de la, 6
- Tiempo,
 - de retención, 912
 - de secado bajo condiciones de secado constante, 848-849
 - estándar de, 6
- Torre,
 - a contraflujo, 660, 664
 - teoría de la, 664-671
 - de flujo cruzado, 660, 664
 - de pared húmeda, 576
- Torres,
 - de enfriamiento, 660-671
 - ecuaciones para el análisis de, 664-671
 - de extracción empacadas, 811-812
 - velocidades de inundación en las, 811
 - de extracción, empacadas (*véase* Torres de extracción empacadas)
 - de platos, 734
 - de platos perforados, 812
 - de pulverización, 811-812
 - deflectoras, 813
 - empacadas, variaciones de temperatura en las, 614-618
- Torta de filtro,
 - caída de presión a través de las, 1069-1070
 - compresible e incompresible, 1070-1071
 - depuración, 1081
- Tortas,
 - de filtro compresible, 1070-1071
 - de filtro incompresible, 1070-1071
- Tortuosidad, 924
- Trabajo, 7
 - de flecha, 23
 - de la bomba en la ecuación de Bernoulli, 97-98
- Transferencia de calor, 341
 - a velocidades altas, 382
 - aplicaciones de la, 311-544
 - combinada, por conducción, convección y radiación, 456-458
 - comparación de difusión y, 554-555
 - de fluidos con cambio de fase, 407-437
 - de fluidos sin cambio de fase, 363-406
 - de líquidos en ebullición, 420-433
 - de metales líquidos, 390-391
 - de vapores condensados, 407-420
 - efecto de los insertos sobre la, 374
 - en flujo isotérmico, 161
 - en lechos empacados, 394, 500-505
 - en región de transición entre flujo laminar y flujo turbulento, 387-389
 - en secadores, 837-838
 - en tanques agitados, 497-500
 - en tubos exteriores con convección forzada, 391-395

- esferas de paso simple, 394-395
- flujo laminar (*véase* Transferencia de calor en flujo laminar)
- por conducción, 315-340
- por convección forzada en flujo turbulento, 374-387
- por remolinos (eddies) turbulentos, 382-387
- radiación, 439-463
- regímenes de la, 363-364
- Transferencia de calor en flujo laminar,
 - convección natural en la, 398-401
 - de líquidos no newtonianos, 374
 - de plato plano, 367-370
 - en tubos, 370
 - por convección forzada, 367-374
- Transferencia de calor por radiación, 439-462
- Transferencia de masa,
 - aplicaciones de la, 548-1015
 - función de la difusión en la, 554
 - principios de, entre fases, 553-562
 - velocidad de la, 891-892
- Transmisividad, 439
- Transportación y medición de fluidos, 207-258
- Transportadores, 1021
 - neumáticos, 1021
- Transporte,
 - de precipitados, 199
 - hidráulico, 199
 - neumático, 199-200
- Trituradores,
 - agitados, 1042
 - coloidales, 1042
 - de atrición, 1037-1038
 - de barra, 1039
 - de caída, 1038
 - de compartimento, 1039
 - de energía fluidizada, 1041
 - de esfera, 1039
 - de esferas cónicas, 1039
 - de guijarro, 1039
 - de mandíbula, 1034
 - de martillo, 1035
 - clasificación, 1041
 - de mezcla, 1027-1028
 - de rodillo, 1035
 - de rodillos dentados, 1035
 - de rodillos lisos, 1035
 - de tubo, 1039
 - giratorios, 1035
 - 1034-1035
- Tubería de acero, estándar, dimensiones, capacidades, y pesos de la, 1144-1145
- Tuberías, 207-215
 - coeficientes de transferencia de masa con flujo interno, 579-581
 - definidas, 207
 - flujo incompresible en las, 103-139
 - flujo laminar en las, 103-113
 - flujo turbulento en las, 113-126
 - fricción de superficie en las, 103-107
 - tamaños de las, 208-209
 - tensión de corte en, 103-107
 - circulares lisas, flujo turbulento en, 116-119
- Tubos, 464
 - flujo laminar, transferencia de calor en, 369
 - paralelo a eje, coeficientes de transferencia de masa con salida de flujo, 581
 - salida de convección forzada, transferencia de calor en los, 391-396
 - horizontales, 413
 - lisos, ley del factor de fricción para los, 118
 - Pitot, 252-255
 - verticales, 409-412, 414
- Turbinas, 261-262
- Turbosecadores, 856
- Turbulencia, 55-62
 - intensidad y escala de la, 61
 - isotrópica, 61
 - naturaleza de la, 56-57
 - naturaleza estática de la, 59-60
 - de pared, 57
 - isotrópica, 61
 - libre, 57
 - prevención de la, 265-266

U

- Ultrafiltración (UF), 1087
- Unidad,
 - de fuerza gravitacional, factor de proporcionalidad de la ley de Newton para la, 13
 - térmica británica (Btu), 12
 - consistentes, 16
 - conversión de, 13-15
 - decimal, 8
 - ecuaciones y, 15-17
 - flujo de penetración para la, 1090
 - CGS, 10
 - consistentes, 15-16
 - de ingeniería FPS, 11-12
 - de presión, 9-10

de transferencia de calor, 477-479, 841
 decimales, 9
 del SI, 5-6

V

Valor Sigma, 1129
 Válvulas, 212-215
 efecto de, sobre el flujo de fluidos, 130-133
 de compuerta, 213-214
 de esfera, 214
 de globo, 213-214
 de inspección, 214
 Vapor,
 de agua, adsorción del, 884
 saturado, propiedades del, 1150-1151
 Vapor(es), 647
 condensados, transferencia de calor a partir de los, 407-420
 conductividades térmicas de los, 1158
 mezclados, condensación de los, 419
 sobrecalentados, condensación de los, 418-419
 saturado, propiedades del, 1148-1149
 de condensación, transferencia de calor desde, 407-420
 de mezclado, condensación de los, 419
 sobrecalentados, condensación de los, 418-419
 Vaporizadores, 496
 Variaciones de temperatura en torres empacadas, 614-618
 Varianza, 551
 Velocidad, 556
 acústica, 143
 del sonido, 143
 fricción a partir de cambios en la, 127-135
 de gas ideal, 143-144
 crítica, 55
 de corte, 48
 de fluidización, mínima, 190-193
 de flujo molar, 556
 de masa, 76-77, 152
 de saturación, 598
 en torres empacadas de extracción, 811
 del flujo de masa, 242
 máxima, relaciones entre velocidad promedio y, 119

promedio, relaciones entre velocidad máxima y, 119
 terminal, 180
 volumétrica de flujo, 242
 Velocidades,
 altas, transferencia de calor a, 382
 de circulación, 267-270
 de desviación, 57-58
 en flujo turbulento, 57-59
 de flujo limitante, caída de presión y, 598-602
 de flujo neto, 703
 de flujo, netas, 704
 de transferencia de masa por intercambio iónico, 907-910
 Vena contracta, 129
 Ventiladores, 228-231
 Viscosidad(es), 51
 cinemática, 53-54
 de gases, 53, 1150-1151
 de líquidos, 1152-1153
 flux de momento y, 52
 líquida, 53
 de gases, 53
 de líquidos, 53
 Visión, ángulo de, 448
 Volumen,
 de control, 24
 de retención, 915
 húmedo, 662
 molar estándar, 13
 saturado, 648
 Vórtices, 68

W

Watt(W), 7

Z

Zona,
 amortiguadora, 382
 de transferencia de masa, 886
 invariable, 722
 de sedimentación en espesadores continuos, 1117

